

BÀI TOÁN TÌM HÌNH CHIẾU CỦA ĐIỂM TRÊN MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

♦ Cho điểm $M(x; y; z)$:

+ Hình chiếu của điểm M trên Ox là $M_1(x; 0; 0)$.

+ Hình chiếu của điểm M trên Oy là $M_2(0; y; 0)$.

+ Hình chiếu của điểm M trên Oz là $M_3(0; 0; z)$.

+ Hình chiếu của điểm M trên (Oxy) là $M_4(x; y; 0)$.

+ Hình chiếu của điểm M trên (Oyz) là $M_5(0; y; z)$.

+ Hình chiếu của điểm M trên (Ozx) là $M_6(x; 0; z)$.

♦ Tìm hình chiếu của điểm A trên mặt phẳng (α)

+ Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (α) .

+ Hình chiếu H của điểm A là giao điểm của đường thẳng d và (α) .

♦ Tìm hình chiếu d' của đường thẳng d trên mặt phẳng (α) .

* Cách 1

- Nếu đường thẳng d song song với (α) thì $d // d'$

+ Lấy điểm M thuộc đường thẳng d và tìm hình chiếu M' của điểm M trên (α) .

+ Đường thẳng d' đi qua M' và song song với đường thẳng d .

- Nếu đường thẳng d cắt (α) tại M

+ Lấy điểm N thuộc đường thẳng d và tìm hình chiếu N' của N trên (α) .

+ Đường thẳng d' đi qua hai điểm là M và N' .

* Cách 2

+ Viết phương trình mặt phẳng (β) chứa đường thẳng d và vuông góc với (α) .

+ Khi đó đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) .

♦ Tìm hình chiếu A' của A trên đường thẳng d .

* Cách 1:

+ Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa A và vuông góc với d .

+ Hình chiếu A' là giao điểm của d và (P) .

* Cách 2:

- + Tìm tọa độ điểm A' theo tham số t ($A' \in d$).
- + Lập phương trình $\overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u}_d = 0$. Giải phương trình tìm t suy ra tọa độ điểm A' .
- ♦ Tìm điểm M' đối xứng với M qua (P) :
- + Tìm hình chiếu H của M trên (P) (khi đó H là trung điểm MM').
- + Áp dụng công thức tính tọa độ trung điểm suy ra tọa độ điểm M' .

BÀI TẬP MẪU

(ĐỀ MINH HỌA BDG 2019-2020) Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2; 0; 1)$. B. $(2; -2; 0)$. C. $(0; -2; 1)$. D. $(0; 0; 1)$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán xác định hình chiếu của điểm trong không gian trên mặt phẳng tọa độ.

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Xác định các tọa độ của điểm M .

B2: Viết kết luận.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(2; -2; 0)$

Bài tập tương tự và phát triển:

Câu 1.1: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(2; 0; 0)$. B. $N(0; -3; 1)$. C. $P(0; 3; -1)$. D. $Q(-2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $P(0; 3; -1)$

Câu 1.2: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm

- A. $A'(3; 0; -1)$. B. $A'(0; 1; 0)$. C. $A'(-3; 1; 1)$. D. $A'(0; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 1; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là điểm $A'(3; 0; -1)$.

Câu 1.3: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm

- A. $A'(-5; 4; 0)$. B. $A'(5; 0; 0)$. C. $A'(5; 4; -3)$. D. $A'(-5; 4; -3)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; -4; 3)$ trên trục Ox là điểm $A'(5; 0; 0)$

Câu 1.4: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 8)$ trên trục Oy là điểm

- A. $A'(3; 0; 8)$. B. $A'(-3; 5; -8)$. C. $A'(0; 5; 8)$. **D. $A'(0; 5; 0)$.**

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 5; 8)$ trên trục Oy là điểm $A'(0; 5; 0)$.

Câu 1.5: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3; \sqrt{5}; 7)$ trên trục Oz là điểm

- A. $A'(-3; \sqrt{5}; 0)$. B. $A'(-5; \sqrt{5}; -7)$. **C. $A'(0; 0; 7)$.** D. $A'(0; 0; -7)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-3; \sqrt{5}; 7)$ trên trục Oz là điểm $A'(0; 0; 7)$.

Câu 1.6: Hình chiếu của điểm $M(1; 2; 4)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - z + 11 = 0$ có hoành độ bằng

- A. 2. B. 4. **C. -2.** D. -1.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(\alpha): 3x + 2y - z + 11 = 0$.

Vì $d \perp (\alpha)$ nên $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (3; 2; -1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 - t \end{cases}$$

Gọi M' là hình chiếu của M trên mặt phẳng (α) khi đó $M' = d \cap (\alpha) \Rightarrow$ tọa độ điểm M'

$$\text{thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 - t \\ 3x + 2y - z + 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 4 - t \\ 3(1 + 3t) + 2(2 + 2t) - (4 - t) + 11 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \\ z = 5 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-2; 0; 5).$$

Câu 1.7: Tìm hình chiếu của điểm $M(2; 0; 1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): x + y + z = 0$.

- A. $M'(1; -1; 0)$.** B. $M'(3; 1; 2)$. C. $M'(2; 0; 1)$. D. $M'(4; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(\alpha): x + y + z = 0$.

Vì $d \perp (\alpha)$ nên $\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (1; 1; 1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng d là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

Gọi M' là hình chiếu của M trên mặt phẳng (α) khi đó $M' = d \cap (\alpha) \Rightarrow$ tọa độ điểm M'

$$\text{thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \\ x + y + z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \\ 2 + t + t + 1 + t = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(1; -1; 0).$$

Câu 1.8: Hình chiếu d' của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ trên mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 0 \end{cases}.$

Câu 1.9: Tìm phương trình hình chiếu d' của đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ trên mặt phẳng (Oyz) .

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 - t \\ z = 2t \end{cases}.$

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}.$

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 2t \end{cases}.$

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}.$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t \\ z = 2t \end{cases}.$

Câu 1.10: Hình chiếu d' của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + t \\ z = 2t \end{cases}$ trên mặt phẳng (Oxz) là

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 4 - t \\ y = 0 \\ z = 3 - 2t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 4 + 2t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 0 \\ z = 4 + 2t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 0 \\ z = 4 - 2t \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d' là $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 2t \end{cases}$.

Chọn $t = 2 \Rightarrow A(4; 0; 4)$ do đó phương trình đường thẳng d' còn có dạng: $\begin{cases} x = 4 + t \\ t = 0 \\ z = 4 + 2t \end{cases}$.

Câu 1.11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - z - 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) .

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = -1 - t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Chọn C

Cách 1 : Ta có phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$ đi qua điểm $M(3; 1; -1)$

và có vector chỉ phương $\vec{u}_d = (3; 1; -1)$.

Vì điểm $M(3; 1; -1) \in (P)$ nên $M = d \cap (P)$.

Gọi điểm $O = (0; 0; 0) \in d$ và K là hình chiếu của O trên (P) .

Gọi đường thẳng Δ đi qua O và vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng Δ nhận vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm vector chỉ phương $\vec{u}_\Delta = (1; 0; -1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = -t' \end{cases}$.

Khi đó $K = \Delta \cap (P)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = -t' \\ x - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 2 \\ x = 2 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases} \Rightarrow K = (2; 0; -2).$$

Hình chiếu của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng MK .

Véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{MK} = (-1; -1; -1) = -1(1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng MK là
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Cách 2 : Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P) .

$$\begin{cases} (Q) \perp (P) \\ (Q) \supset d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(Q)} \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{n}_{(Q)} \perp \vec{u}_d \end{cases} \text{ nên } (Q) \text{ có một vector pháp tuyến là } \vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-1; 2; -1).$$

Lấy điểm $O(0; 0; 0) \in d \Rightarrow O \in (Q)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm O và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-1; 2; -1)$ có phương trình là $-x + 2y - z = 0$.

Gọi d' là hình chiếu của d trên $(P) \Rightarrow d' = (P) \cap (Q)$ nên d' có một vector chỉ phương là

$$\vec{u}_d = \frac{1}{2} [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 1; 1).$$

Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng $d' \Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ M \in (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - z_M - 4 = 0 \\ -x_M + 2y_M - z_M = 0 \end{cases}.$

Chọn $x = 3$ ta được $\begin{cases} -z_M - 1 = 0 \\ 2y_M - z_M = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 1 \\ z_M = -1 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; -1).$

Đường thẳng d' đi qua điểm $M(3; 1; -1)$ và có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$ có phương trình

$$\text{là } \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

Câu 1.12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$, và mặt phẳng

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi d' là hình chiếu của d lên (P) . Phương trình tham số của d' là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = 2 + 61t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x = -62t \\ y = 25t \\ z = 2 - 61t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = 2 + 61t \end{cases} \end{array}$$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Gọi $A = d \cap (P)$

$$A \in d \Rightarrow A(12 + 4a; 9 + 3a; 1 + a)$$

$$A \in (P) \Rightarrow a = -3 \Rightarrow A(0; 0; -2)$$

d đi qua điểm $B(12; 9; 1)$

Gọi H là hình chiếu của B lên (P)

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n_p} = (3; 5; -1)$

BH đi qua $B(12; 9; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a_{BH}} = \vec{n_p} = (3; 5; -1)$

$$BH: \begin{cases} x = 12 + 3t \\ y = 9 + 5t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

$H \in BH \Rightarrow H(12 + 3t; 9 + 5t; 1 - t)$

$H \in (P) \Rightarrow t = -\frac{78}{35} \Rightarrow H\left(\frac{186}{35}; -\frac{15}{7}; \frac{113}{35}\right)$

$$\vec{AH} = \left(\frac{186}{35}; -\frac{15}{7}; \frac{183}{35}\right) = \frac{3}{35} \cdot (62; -25; 61)$$

d' đi qua $A(0; 0; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{a_{d'}} = (62; -25; 61)$

$$\text{Vậy phương trình tham số của } d' \text{ là } \begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases}$$

Cách 2:

□ Gọi (Q) chứa d và vuông góc với (P)

d đi qua điểm $B(12; 9; 1)$ và có vector chỉ phương $\vec{a_d} = (4; 3; 1)$

(P) có vector pháp tuyến $\vec{n_p} = (3; 5; -1)$

(Q) qua $B(12; 9; 1)$ có vector pháp tuyến $\vec{n_Q} = [\vec{a_d}, \vec{n_p}] = (-8; 7; 11)$

$$(Q): 8x - 7y - 11z - 22 = 0$$

□ d' là giao tuyến của (Q) và (P)

Tìm một điểm thuộc d' , bằng cách cho $y = 0$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 3x - z = 2 \\ 8x - 11z = 22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(0; 0; -2) \in d'$$

d' đi qua điểm $M(0; 0; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{a_{d'}} = [\vec{n_p}, \vec{n_Q}] = (62; -25; 61)$

$$\text{Vậy phương trình tham số của } d' \text{ là } \begin{cases} x = 62t \\ y = -25t \\ z = -2 + 61t \end{cases}.$$

Câu 1.13: Cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 - t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Đường thẳng d' là hình

chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = -2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = -3 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Vector chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (-1; 2; -1)$ và vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; 1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P) . Khi đó (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}] = (1; 0; -1)$.

Lấy $A(1; 2; -1) \in d \Rightarrow A \in (Q)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; 2; -1)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; -1)$ nên có phương trình là $x - z - 2 = 0$.

Đường thẳng d' là hình chiếu của d trên (P) nên d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có vector chỉ phương là $\vec{u}_{d'} = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (1; 2; 1)$.

Lấy $M \in d' \Rightarrow \begin{cases} M \in (P) \\ M \in (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - y_M + z_M - 1 = 0 \\ x_M - z_M - 2 = 0 \end{cases}$.

Chọn $x = 0$ ta có $\begin{cases} -y_M + z_M - 1 = 0 \\ -z_M - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = -3 \\ z_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(0; -3; -2)$.

Phương trình đường thẳng d' đi qua điểm $M(0; -3; -2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 1)$ là

$$\begin{cases} x = t \\ t = -3 + 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Câu 1.14: Hình chiếu của điểm $A(2; -1; 8)$ trên đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{2}$ có hoành độ bằng

A. 5. B. -3. C. -5. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Phương trình tham số của $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với $d \Rightarrow$ hình chiếu A' của A trên d là giao của d và (P) .

Vì $d \perp (P)$ nên mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = \vec{u}_d = (2; -1; 2) \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) là: $2x - y + 2z - 21 = 0$.

$$A' = d \cap (P) \Rightarrow \text{tọa độ điểm } A' \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \\ 2x - y + 2z - 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \\ z = 4 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow A'(5; -3; 4).$$

Cách 2:

$$\text{Phương trình tham số của } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases}.$$

Gọi A' là hình chiếu của A trên $d \Rightarrow A' \in d \Rightarrow A'(1 + 2t; -1 - t; 2t)$.

$$\vec{u}_d = (2; -1; 2), \quad \overrightarrow{AA'} = (2t - 1; -t; 2t - 8).$$

$$AA' \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AA'} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1) - t + 2(2t - 8) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow A'(5; -3; 4).$$

Câu 1.15: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của điểm $A(2; -3; 1)$ lên đường thẳng Δ . Tính $a + b + c$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình tham số của } \Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases}.$$

H là hình chiếu của điểm A trên đường thẳng $\Delta \Rightarrow H \in \Delta \Rightarrow H(-1 + 2t; -2 - t; 2t)$.

$$\vec{u}_{\Delta} = (2; -1; 2); \quad \overrightarrow{AH} = (2t - 3; 1 - t; 2t - 1).$$

Vì H là hình chiếu của A trên Δ nên $AH \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_{\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2t - 3) - 1(1 - t) + 2(2t - 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(1; -3; 2). \text{ Suy ra } a = 1; b = -3; c = 2.$$

Vậy $a + b + c = 0$.

Câu 1.16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 1 = 0$. Tìm

hình chiếu của đường thẳng d trên (P) .

A. $\begin{cases} x = \frac{19}{5} + 2t \\ y = -\frac{2}{5} - t \\ z = t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{19}{5} + 2t \\ y = -\frac{12}{5} - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = \frac{3}{5} + 2t \\ y = -\frac{4}{5} - t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \frac{1}{5} + 2t \\ y = -\frac{2}{5} - t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 0)$.

Ta có: $\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M(1; 0; 2) \in d \text{ nhưng } M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d // (P).$

Do đó, nếu d' là hình chiếu của d trên (P) thì $d // d'$.

Gọi M' là hình chiếu của $M(1; 0; 2)$ trên $(P) \Rightarrow M' \in d'$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Rightarrow M' = \Delta \cap (P)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}' = \vec{n}_{(P)} = (1; 2; 0)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(1; 0; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (1; 2; 0)$ là :

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 \end{cases}.$$

$M' = \Delta \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ điểm M' thỏa mãn hệ :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 2 \\ (1 + t) + 2 \cdot 2t + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{4}{5} \\ z = 2 \\ t = -\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M' \left(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}; 2 \right).$$

Hình chiếu d' song song với d và đi qua $M' \left(\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}; 2 \right)$ có phương trình là $\begin{cases} x = \frac{3}{5} + 2t \\ y = -\frac{4}{5} - t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 1.17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Tìm hình chiếu của đường thẳng d trên (P) .

A. $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} - t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = \frac{1}{3} - t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} + t \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 0; 1)$ và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là

$$\vec{n} = (1; 2; -1).$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M(1; 2; 0) \in d \text{ nhưng } M \notin (P) \end{cases} \Rightarrow d // (P).$$

Do đó, nếu d' là hình chiếu của d trên (P) thì $d // d'$.

Gọi M' là hình chiếu của $M(1; 2; 0)$ trên $(P) \Rightarrow M' \in d'$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Rightarrow M' = \Delta \cap (P)$.

Vì $\Delta \perp (P)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}' = \vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng đi qua } M \text{ và có vectơ chỉ phương } \vec{u}' = (1; 2; -1) \text{ là } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \end{cases}.$$

$M' = \Delta \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ điểm M' thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \\ x + 2y - z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -t \\ 1 + t + 2(2 + 2t) + t - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} \\ t = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow M' \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right).$$

$$\text{Hình chiếu } d' \text{ song song với } d \text{ và đi qua } M' \left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right) \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{2}{3} \\ z = \frac{2}{3} + t \end{cases}.$$

Câu 1.18: Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$,

$D(-2; 1; -1)$. Gọi $H(a; b; c)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh D của tứ diện. Tính $2a + b + c$.

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $x + y + z - 1 = 0$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và vuông góc với $(ABC) \Rightarrow \Delta$ có một vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = \vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; 1).$$

Đường thẳng Δ đi qua $D(-2; 1; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; 1)$ thì Δ có phương trình

$$\text{là: } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}.$$

H là hình chiếu của D trên $(ABC) \Rightarrow H = \Delta \cap (ABC) \Rightarrow$ tọa độ điểm H thỏa mãn hệ

$$\text{phương trình: } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \\ x + y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \\ -2 + t + 1 + t - 1 + t - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 2; 0)$$

$\Rightarrow a = -1; b = 2; c = 0$. Vậy $2a + b + c = 0$.

Câu 1.19: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; 3; -1)$, $B(0; -1; 2)$, $C(1; 0; 3)$. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC . Hoành độ điểm H là

A. -1.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $B; C$ có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (1; 1; 1)$.

Đường thẳng BC đi qua $B(0; -1; 2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{BC} = (1; 1; 1) \Rightarrow$ Phương trình

$$\text{đường thẳng } BC \text{ là } \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác $ABC \Rightarrow H$ là hình chiếu của A trên đường thẳng $BC \Rightarrow H(t; -1+t; 2+t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-2; t-4; t+3)$.

Vì $AH \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 3t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(1; 0; 3)$.

Câu 1.20: Gọi $M'(a; b; c)$ là điểm đối xứng của điểm $M(2; 1; 3)$ qua mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Tính $a + b + c$.

A. -4.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của M trên $(P) \Rightarrow H$ là trung điểm của MM' .

Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Rightarrow H = d \cap (P)$.

$$d \perp (P) \Rightarrow \vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1; -1; 1) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

$$H = d \cap (P) \Rightarrow \text{tọa độ điểm } H \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \\ 2 + t - (1 - t) + 3 + t - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 2 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow H(1; 2; 2).$$

$$\text{Vì } H \text{ là trung điểm } MM' \Rightarrow \begin{cases} 2x_H = x_M + x_{M'} \\ 2y_H = y_M + y_{M'} \\ 2z_H = z_M + z_{M'} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{M'} = 0 \\ y_{M'} = 3 \\ z_{M'} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 0; b = 3; c = 1.$$

Vậy $a + b + c = 4$.