

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$ (C_m)

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C) ứng với $m = 1$
2. Tìm m để hàm số (C_m) có cực trị đồng thời khoảng cách từ điểm cực đại của đồ thị hàm số đến O bằng $\sqrt{2}$ lần khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến O (O là gốc tọa độ).

Câu 2 (1,0 điểm). Giải phương trình:

a) $\sin 2x + 1 - \cos 2x = 6 \sin x$. b) $2 \log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$

Câu 3 (1,0 điểm).

- a) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (3-i)\bar{z} = 2-6i$. Tìm môđun của số phức z .
- b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

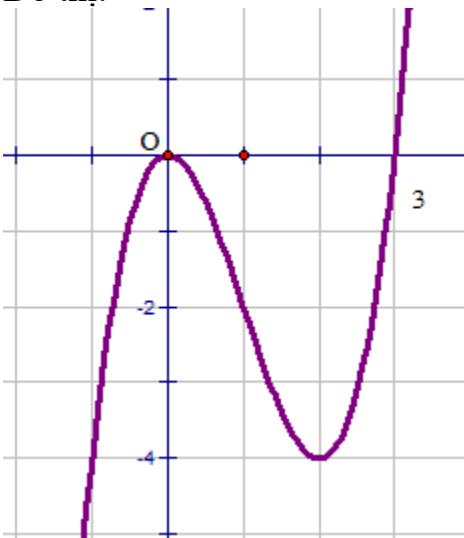
Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1;4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D , đường phân giác trong của ADB có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm $M(-4;1)$ thuộc cạnh AC . Viết phương trình đường thẳng AB .

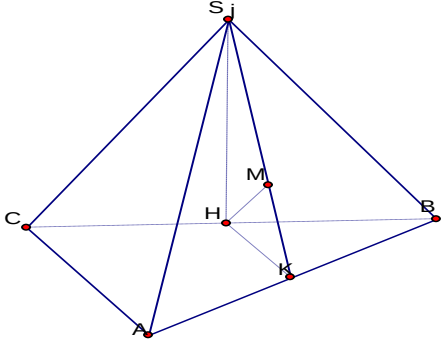
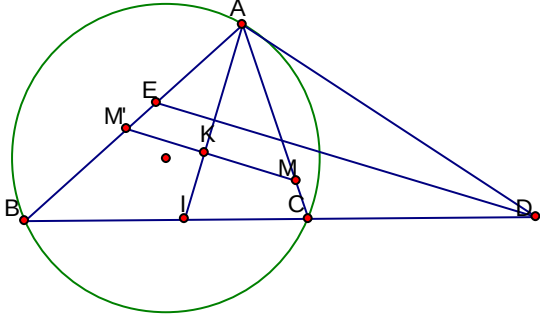
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:
$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$$

.....Hết.....

Câu	Đáp án	Điểm																			
1	1.1 $y = x^3 - 3x^2$ $D = \mathbb{R}$ $y' = 3x^2 - 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 0 \\ x = 2 \rightarrow y = -4 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ BBT <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>-4</td> <td></td> </tr> </table> Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 0$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2; y_{CT} = -4$ Đồ thị: 	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y			0		-4		0.25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
	y'		+	0	-	0	+														
	y			0		-4															
			0.25																		
		0.25																			
		0.25																			
		0.25																			
	1.2 Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$ Để hàm số có cực trị thì PT $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta = 1 > 0, \forall m$ Cực đại của đồ thị hàm số là $A(m-1; 2-2m)$ và cực tiểu của đồ thị hàm số là $B(m+1; -2-2m)$ Theo giả thiết ta có $OA = \sqrt{2}OB \Leftrightarrow m^2 + 6m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$ Vậy có 2 giá trị của m là $m = -3 - 2\sqrt{2}$ và $m = -3 + 2\sqrt{2}$.	0.25																			
		0.25																			
		0.25																			
		0.25																			
		0.25																			
2	2.1 $\sin 2x + 1 - \cos 2x = 6 \sin x$																				

	$\Leftrightarrow (\sin 2x - 6\sin x) + (1 - \cos 2x) = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x - 3) + 2\sin^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x - 3 + \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x = 3 \end{cases} \quad (\forall n)$ $\Leftrightarrow x = k\pi. \text{ Vậy nghiệm của PT là } x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0.25
	2.2) ĐK: $x > 1$, $BPT \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] = 1$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 2 \end{cases} \text{ so với ĐK } x = -\frac{1}{2} \text{ loại}$ Vậy nghiệm $S = \{2\}$	0.25
	a) Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), khi đó: $(*) \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (3-i)(a-bi) = 2 - 6i \Leftrightarrow 4a - 2b - 2bi = 2 - 6i \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b = 2 \\ -2b = -6 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i \Rightarrow z = \boxed{\sqrt{13}}$	0.25
	b) $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$ Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2 \cdot C_6^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 = 135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$	0.25
3	$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$ Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ $J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$ Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0.25
		0.25
		0.25
		0.25
4	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ làm VTPT Vậy PT mặt phẳng (P) là: $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$ Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$ $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0.25
		0.25
		0.25
		0.25
5		0.25
		0.25
		0.25
		0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=\frac{3}{7} \end{cases} \text{ Vậy } B(-7;4;6) \text{ hoặc } B\left(-\frac{13}{7};\frac{10}{7};-\frac{12}{7}\right)$	0.25
6	 Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $SKH = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan SKH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$ Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$ Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0.25 0.25 0.25 0.25
7	 Gọi AI là phân giác trong của BAC Ta có : $AID = ABC + BAI$ $IAD = CAD + CAI$ Mà $BAI = CAI$, $ABC = CAD$ nên $AID = IAD$ $\Rightarrow \triangle DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$	0.25

	PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$	0.25
	Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$	0.25
	Gọi $K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)$	0.25
	VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5) \Rightarrow$ VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5; -3)$	0.25
	Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$	0.25
8	Đk: $\begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}$	0.25
	Ta có $(1) \Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x-y)(y+1)} - 4(y+1) = 0$	
	Đặt $u = \sqrt{x-y}, v = \sqrt{y+1} \quad (u \geq 0, v \geq 0)$	
	Khi đó (1) trở thành : $u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}$	0.25
	Với $u = v$ ta có $x = 2y + 1$, thay vào (2) ta được : $\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y - 1} = 2y$	
	$\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y - 1} - 1) = 0$ $\frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y-2}{\sqrt{y-1} + 1} = 0$	0.25
9	$\Leftrightarrow (y-2) \left(\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow y = 2 \text{ (vì } \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} > 0 \forall y \geq 1)$	0.25
	Với $y = 2$ thì $x = 5$. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là $(5; 2)$	0.25
9	Vì $a + b + c = 3$ ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$	0.25
	$\leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$	
	Vì theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = c$	0.25
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	0.25
	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$,	0.25

	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.	
--	--	--