



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ

1. ĐỊNH NGHĨA DÃY SỐ

Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn.

Kí hiệu:

$$u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n).$$

Người ta thường viết dãy số dưới dạng khai triển

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots,$$

trong đó $u_n = u(n)$ hoặc viết tắt là (u_n) , và gọi u_1 là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý: Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì u_n là dãy số không đổi.

Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

Dạng khai triển của nó là $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$, trong đó u_1 là số hạng đầu, u_m là số hạng cuối.

2. CÁC CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

- Dãy số cho bằng liệt kê các số hạng
- Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát
- Dãy số cho bằng phương pháp mô tả
- Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi

Cách cho một dãy số bằng phương pháp truy hồi, tức là:

Cho số hạng đầu.

Cho hệ thức truy hồi, tức là hệ thức biểu thị số hạng thứ n qua số hạng đứng trước nó.

3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM VÀ DÃY SỐ BỊ CHẶN

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Chú ý: Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm. Chẳng hạn, dãy số (u_n) với $u_n = (-3)^n$ tức là dãy $-3, 9, -27, 81, \dots$ không tăng cũng không giảm.

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho

$$\boxed{u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho

$$\boxed{u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho

$$\boxed{m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Lưu ý: + Dãy tăng sẽ bị chặn dưới bởi u_1

+ Dãy giảm sẽ bị chặn trên bởi u_1

HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Bài toán 1: Cho dãy số (u_n) : $u_n = f(n)$. Hãy tìm số hạng u_k .

PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Thay trực tiếp $n = k$ vào u_n .

MTCT: Dùng chức năng CALC:

Nhập: $f(x)$

Bấm r nhập $X = k$

Bấm $= \rightarrow$ Kết quả

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$. Tìm số hạng u_6 .

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .



PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2 , thế u_2 vào u_3 , ..., thế u_{k-1} vào u_{k+1} .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập giá trị của số hạng u_1 : $a =$

- Nhập biểu thức của $u_{n+1} = f(u_n)$

- Lặp dấu = lần thứ $k-1$ cho ra giá trị của số hạng u_k .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10} .

Câu 4: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50} .

Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .



PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_3; u_4; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1, u_2 vào u_3 ; thế u_2, u_3 vào u_4 ; ...; thế u_{k-2}, u_{k-1} vào u_k .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập $C = c.B + d.A + e$: $A = B$: $B = C$

- Bấm r nhập $B = b$, ấn =, nhập $A = a$ ấn =

- Lặp dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ $k-2$ giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng u_k .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8 .

Bài toán 4: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$. Trong đó $f(\{n, u_n\})$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n . Hãy tìm số hạng u_k .

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2 ; thế $\{2, u_2\}$ vào u_3 ; ...; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Sử dụng 3 ô nhớ: $\boxed{A}$: chứa giá trị của n

$\boxed{B}$: chứa giá trị của u_n

$\boxed{C}$: chứa giá trị của u_{n+1}

- Lập công thức tính u_{n+1} thực hiện gán $\boxed{A} := \boxed{A} + 1$ và $\boxed{B} := \boxed{C}$ để tính số hạng tiếp theo của dãy

- Lập phím dấu $\boxed{=}$ cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ $k-1$ thì đó là giá trị của số hạng u_k .

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11} .

Câu 7: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50} .

DẠNG 2: XÉT TÍNH TĂNG, GIẢM CỦA DÃY SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$

- ☐ Nếu $u_{n+1} - u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- ☐ Nếu $u_{n+1} - u_n < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 2 : Khi $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

☐ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.

☐ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 3 : Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh $u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}^*$

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số**

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ tăng khi $a > 0$ và giảm khi $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$

☐ Không tăng, không giảm khi $q < 0$

☐ Giảm khi $0 < q < 1$

☐ Tăng khi $q > 1$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ với điều kiện $cn+d > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

☐ Tăng khi $ad - bc > 0$

☐ Giảm khi $ad - bc < 0$

Dãy số đan dấu cũng là dãy số không tăng, không giảm

Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $(q^n \cdot u_n)$ không tăng, không giảm

Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$ tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$; giảm nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$ và không tăng

không giảm nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ tăng nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ và giảm nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ không tăng không giảm nếu $ad - bc < 0$

Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow \\ (v_n) \uparrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow \\ (v_n) \downarrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \downarrow$
--	--

Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \uparrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n.v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \downarrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n.v_n) \downarrow$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \uparrow$ và dãy số $((u_n)^m) \uparrow \forall m \in \mathbb{N}^*$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \downarrow$ và dãy số $((u_n)^m) \downarrow \forall m \in \mathbb{N}^*$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \downarrow$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \uparrow$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$.

Câu 9: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+5}{n+2}$.

Câu 10: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{5^n}{n^2}$.

Câu 11: Cho dãy số (u_n) biết $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$.

DẠNG 3: XÉT TÍNH BỊ CHẶN CỦA DÃY SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp 1: Chứng minh trực tiếp bằng các phương pháp chứng minh bất đẳng thức

Cách 1: Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.

Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức $u_n = f(n) \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ hoặc $u_n = f(n) \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 2: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \dots + v_k + \dots + v_n$

Ta làm trội $v_k \leq a_k - a_{k+1}$

Lúc đó $u_n \leq (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \dots + (a_n - a_{n+1})$

Suy ra $u_n \leq a_1 - a_{n+1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 3: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1.v_2.v_3 \dots v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta làm trội $v_k \leq \frac{a_{k+1}}{a_k}$

Lúc đó $u_n \leq \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \dots \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Suy ra $u_n \leq \frac{a_{n+1}}{a_1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp 2: Dự đoán và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh

Chú ý: Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số bị chặn**

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($|q| \leq 1$) bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($q < -1$) không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n (a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0)$ với $a_m \neq 0$ và $q < -1$ không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[3]{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{-1}{2n+3}$.

Câu 13: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$.

Câu 14: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^3}{n^2 + 1}$.

Câu 15: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

DẠNG 4: TÍNH TỔNG CỦA DÃY SỐ

Dạng 4.1: Tính tổng của dãy số cách đều

PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Trong đó: $a_n = a_{n-1} + d$

- Tự luận:

Ta có: $2S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_n + a_1) = n(a_1 + a_n)$

Từ đó suy ra: $S = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$

- Trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh:

+ Số hạng tổng quát của dãy số cách đều là: $u_n = u_1 + (n-1)d$ với d là khoảng cách giữa 2 số hạng

+ Số số hạng =: + 1

+ Tổng = •: 2

- Casio

Bước 1: Từ công thức của tổng tìm số hạng tổng quát của tổng và số số hạng.

Bước 2: Sử dụng công cụ tính: Σ y nhập số hạng tổng quát của dãy số y nhập x chạy từ 1 tới $n = \text{số số hạng}$ y =.

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 16: Tính $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 4001$?

Câu 17: Cho tổng $S(n) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$. Khi đó S_{30} bằng?

Câu 18: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 150$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với mọi $n \geq 2$ Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên là:

Dạng 4.2: Tính tổng của dãy số bằng phương pháp khử liên tiếp

PHƯƠNG PHÁP.

Giả sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

- Tự luận:

Bước 1: Ta tìm cách tách: $a_1 = b_1 - b_2$; $a_2 = b_2 - b_3$;

Bước 2: Rút gọn: $S = b_1 - b_2 + b_2 - b_3 + \dots + b_n - b_{n+1} = b_1 - b_{n+1}$

- Trắc nghiệm:

+ Một số công thức tách thường sử dụng:

$$\bullet \frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a} \quad \bullet \frac{2a}{n(n+a)(n+2a)} = \frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+2a)}$$

$$\bullet \frac{2na + a^2}{n^2(n+a)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+a)^2} \quad \bullet n.n! = (n+1)! - n!$$

+ Nhận định kết quả của tổng là: $S = b_1 - b_{n+1}$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 19: Tính tổng sau: $S = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{97.99}$

Câu 20: Cho tổng $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó công thức của S_n là:

Câu 21: Cho tổng $S_n = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$. Tính S_{10}

Dạng 4.3: Tính tổng bằng cách chuyển về phương trình có ẩn là tổng cần tính

PHƯƠNG PHÁP.

Giả sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

- Tự luận:

Sơ đồ giải: Từ công thức của tổng S ta chuyển về phương trình chứa ẩn S Giải pt S

- Trắc nghiệm:

Tổng có dạng: $S = u_1 + u_1a + u_1a^2 + \dots + u_1a^n \Rightarrow S = \frac{u_1(a^{n+1} - 1)}{a - 1}$ với $a \neq 1$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 22: Tính tổng: $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{50}$?

Câu 23: Tính tổng $S = 4.5^{100} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}} \right) + 1$?

Câu 24: Tính tổng: $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. Tính S_{10}

Dạng 4.4: Tính tổng bằng cách đưa về các tổng đã biết

PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

- Tự luận:

Tìm cách tách: $S_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$. Trong đó: $S_1; S_2; S_3 \dots$ đã biết công thức tính tổng.

- Trắc nghiệm:

Ta có thể dùng phương pháp thử giá trị n vào các đáp án để loại trừ và chọn ra đáp án đúng.

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1

BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 25: Tính: $S_n = 1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + n(2n+1)$. Biết rằng:

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}; \quad \sum_{i=1}^n i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Câu 26: Cho: $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1).2n$. Tính S_{100} biết rằng:

$$\sum_{i=1}^n 2i = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1); \quad \sum_{i=1}^n i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Câu 27: Cho tổng: $S_n = 1.4 + 2.7 + 3.10 + \dots + n.(3n+1)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Biết: $S_k = 294$. Giá trị của k là:

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH CÔNG THỨC SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA DÃY SỐ

PHƯƠNG PHÁP.

- Nếu (u_n) có dạng $u_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ thì biến đổi a_k thành hiệu của hai số hạng, dựa vào đó thu gọn u_n .

- Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi, tính vài số hạng đầu của dãy số, từ đó dự đoán công thức tính u_n theo n , rồi chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp. Ngoài ra cũng có thể tính hiệu $u_{n+1} - u_n$ dựa vào đó để tìm công thức tính (u_n) theo n .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 28: Cho dãy số (a_n) có $a_k = \frac{1}{k(k+1)}$. Đặt $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$. Xác định công thức tính (u_n) theo n .

Câu 29: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau:
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$$

Câu 30: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau:
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ

1. ĐỊNH NGHĨA DÃY SỐ

Mỗi hàm số u xác định trên tập các số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số vô hạn.

Kí hiệu:

$$u: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto u(n).$$

Người ta thường viết dãy số dưới dạng khai triển

$$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots,$$

trong đó $u_n = u(n)$ hoặc viết tắt là (u_n) , và gọi u_1 là số hạng đầu, u_n là số hạng thứ n và là số hạng tổng quát của dãy số.

Chú ý: Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì u_n là dãy số không đổi.

Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là một dãy số hữu hạn.

Dạng khai triển của nó là $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$, trong đó u_1 là số hạng đầu, u_m là số hạng cuối.

2. CÁC CÁCH CHO MỘT DÃY SỐ

a) Dãy số cho bằng liệt kê các số hạng

b) Dãy số cho bằng công thức của số hạng tổng quát

c) Dãy số cho bằng phương pháp mô tả

d) Dãy số cho bằng phương pháp truy hồi

Cách cho một dãy số bằng phương pháp truy hồi, tức là:

Cho số hạng đầu.

Cho hệ thức truy hồi, tức là hệ thức biểu thị số hạng thứ n qua số hạng đứng trước nó.

3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM VÀ DÃY SỐ BỊ CHẶN

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $u_{n+1} > u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Dãy số (u_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $u_{n+1} < u_n$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Chú ý: Không phải mọi dãy số đều tăng hoặc giảm. Chẳng hạn, dãy số (u_n) với $u_n = (-3)^n$ tức là dãy $-3, 9, -27, 81, \dots$ không tăng cũng không giảm.

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số M sao cho

$$\boxed{u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số m sao cho

$$\boxed{u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Dãy số (u_n) được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại các số m, M sao cho

$$\boxed{m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*}.$$

Lưu ý: + Dãy tăng sẽ bị chặn dưới bởi u_1

+ Dãy giảm sẽ bị chặn trên bởi u_1

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM SỐ HẠNG CỦA DÃY SỐ

Bài toán 1: Cho dãy số (u_n) : $u_n = f(n)$. Hãy tìm số hạng u_k .

1 PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Thay trực tiếp $n = k$ vào u_n .

MTCT: Dùng chức năng CALC:

Nhập: $f(x)$

Bấm r nhập $X = k$

Bấm $= \rightarrow$ Kết quả

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right]$. Tìm số hạng u_6 .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

Thế trực tiếp: $u_6 = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^6 - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^6 \right] = 8.$

Cách 2: Dùng chức năng CALC của máy tính cầm tay:

Nhập: $\frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^x - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^x \right]$

Bấm **CALC** nhập X = 6

Máy hiện: 8

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Số $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ mấy?

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

Giải sử $u_n = \frac{167}{84} \Leftrightarrow \frac{2n+1}{n+2} = \frac{167}{84} \Leftrightarrow 84(2n+1) = 167(n+2) \Leftrightarrow n = 250.$

Vậy $\frac{167}{84}$ là số hạng thứ 250 của dãy số (u_n) .

Cách 2: Sử dụng MTCT:

Nhập: $\frac{2x+1}{x+2}$

Bấm **CALC** nhập X = 250

Máy hiện: $\frac{167}{84}$

Bài toán 2: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .



PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1 vào u_2 , thế u_2 vào u_3 , ..., thế u_{k-1} vào u_k .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập giá trị của số hạng u_1 : $a =$

- Nhập biểu thức của $u_{n+1} = f(u_n)$

- Lặp dấu = lần thứ $k-1$ cho ra giá trị của số hạng u_k .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 3: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$. Tìm số hạng u_{10} .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

$$\begin{aligned} u_2 &= \frac{u_1 + 2}{u_1 + 1} = \frac{1 + 2}{1 + 1} = \frac{3}{2}; & u_3 &= \frac{u_2 + 2}{u_2 + 1} = \frac{\frac{3}{2} + 2}{\frac{3}{2} + 1} = \frac{7}{5}; & u_4 &= \frac{u_3 + 2}{u_3 + 1} = \frac{\frac{7}{5} + 2}{\frac{7}{5} + 1} = \frac{17}{12}; \\ u_5 &= \frac{u_4 + 2}{u_4 + 1} = \frac{\frac{17}{12} + 2}{\frac{17}{12} + 1} = \frac{41}{29}; & u_6 &= \frac{u_5 + 2}{u_5 + 1} = \frac{\frac{41}{29} + 2}{\frac{41}{29} + 1} = \frac{99}{70}; & u_7 &= \frac{u_6 + 2}{u_6 + 1} = \frac{\frac{99}{70} + 2}{\frac{99}{70} + 1} = \frac{239}{169}; \\ u_8 &= \frac{u_7 + 2}{u_7 + 1} = \frac{\frac{239}{169} + 2}{\frac{239}{169} + 1} = \frac{577}{408}; & u_9 &= \frac{u_8 + 2}{u_8 + 1} = \frac{\frac{577}{408} + 2}{\frac{577}{408} + 1} = \frac{1393}{985}; & u_{10} &= \frac{u_9 + 2}{u_9 + 1} = \frac{\frac{1393}{985} + 2}{\frac{1393}{985} + 1} = \frac{3363}{2378} \end{aligned}$$

Cách 2: Sử dụng MTCT:

Lập quy trình bấm phím tính số hạng của dãy số như sau:

Nhập: 1 $\boxed{=}$ (u_1)

Nhập $\frac{\boxed{ANS} + 2}{\boxed{ANS} + 1}$

Lập dấu $\boxed{=}$ ta được giá trị số hạng $u_{10} = \frac{3363}{2378}$.

Câu 4: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_{50} .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

Từ giả thiết ta có:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = u_1 + 2$$

$$u_3 = u_2 + 2$$

...

$$u_{50} = u_{49} + 2$$

Cộng theo về các đẳng thức trên, ta được:

$$u_{50} = 1 + 2.49 = 99$$

Cách 2: Sử dụng MTCT:

Lập quy trình bấm phím tính số hạng của dãy số như sau:

Nhập: 1 [=] (u_1)

Nhập [=] + 2

Lắp dấu [=] ta được giá trị số hạng $u_{50} = 99$.

Bài toán 3: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a, u_2 = b \\ u_{n+2} = c.u_{n+1} + d.u_n + e \end{cases}$. Hãy tìm số hạng u_k .



PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_3; u_4; \dots; u_k$ bằng cách thế u_1, u_2 vào u_3 ; thế u_2, u_3 vào u_4 ; ...; thế u_{k-2}, u_{k-1} vào u_k .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Nhập $C = c.B + d.A + e : A = B : B = C$

- Bấm r nhập $B = b$, ấn =, nhập $A = a$ ấn =

- Lắp dấu = cho đến khi xuất hiện lần thứ $k-2$ giá trị của C thì đó chính là giá trị của số hạng u_k .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng u_8 .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

$$u_3 = 2u_2 + 3u_1 + 5 = 12 \quad u_4 = 2u_3 + 3u_2 + 5 = 35 \quad u_5 = 2u_4 + 3u_3 + 5 = 111$$

$$u_6 = 2u_5 + 3u_4 + 5 = 332 \quad u_7 = 2u_6 + 3u_5 + 5 = 1002 \quad u_8 = 2u_7 + 3u_6 + 5 = 3005$$

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay:

Sử dụng 3 ô nhớ: [A]: chứa giá trị của u_n

[B]: chứa giá trị của u_{n+1}

[C]: chứa giá trị của u_{n+2}

Lập quy trình bấm máy:

Nhập: $C = 2B + 3A + 5 : A = B : B = C$

Bấm **CALC** nhập $B = 2$, ấn **=**, nhập $A = 1$ ấn **=**

Lặp dấu **=** cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ 6 thì đó là giá trị của số hạng u_8 bằng 3005.

Bài toán 4: Cho dãy số (u_n) cho bởi $\begin{cases} u_1 = a \\ u_{n+1} = f(\{n, u_n\}) \end{cases}$. Trong đó $f(\{n, u_n\})$ là kí hiệu của biểu thức u_{n+1} tính theo u_n và n . Hãy tìm số hạng u_k .



PHƯƠNG PHÁP.

Tự luận: Tính lần lượt $u_2; u_3; \dots; u_k$ bằng cách thế $\{1, u_1\}$ vào u_2 ; thế $\{2, u_2\}$ vào u_3 ; ...; thế $\{k-1, u_{k-1}\}$ vào u_k .

MTCT: Cách lập quy trình bấm máy:

- Sử dụng 3 ô nhớ: **A**: chứa giá trị của n

B: chứa giá trị của u_n

C: chứa giá trị của u_{n+1}

- Lập công thức tính u_{n+1} thực hiện gán **A** := **A** + 1 và **B** := **C** để tính số hạng tiếp theo của dãy

- Lặp phím dấu **=** cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ $k-1$ thì đó là giá trị của số hạng u_k .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) được xác định như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_{11} .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

$$u_2 = \frac{1}{2}(u_1 + 1) = \frac{1}{2} \quad u_3 = \frac{2}{3}(u_2 + 1) = 1 \quad u_4 = \frac{3}{4}(u_3 + 1) = \frac{3}{2} \quad u_5 = \frac{4}{5}(u_4 + 1) = 2$$

$$u_6 = \frac{5}{6}(u_5 + 1) = \frac{5}{2} \quad u_7 = \frac{6}{7}(u_6 + 1) = 3 \quad u_8 = \frac{7}{8}(u_7 + 1) = \frac{7}{2} \quad u_9 = \frac{8}{9}(u_8 + 1) = 4$$

$$u_{10} = \frac{9}{10}(u_9 + 1) = \frac{9}{2} \quad u_{11} = \frac{10}{11}(u_{10} + 1) = 5$$

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay:

Sử dụng 3 ô nhớ: $\boxed{A}$: chứa giá trị của n

$\boxed{B}$: chứa giá trị của u_n

$\boxed{C}$: chứa giá trị của u_{n+1}

Lập quy trình bấm máy:

Nhập: $C = \frac{A}{A+1}(B+1): A = A+1: B = C$

Bấm $\boxed{CALC}$ nhập $A = 1$, ấn $=$, nhập $B = 0$ ấn $=$

Lặp đầu = cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ 10 thì đó là giá trị của số hạng u_{11} bằng 5.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi:
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$$
. Tìm số hạng u_{50} .

Lời giải

Cách 1: Giải theo tự luận:

Từ giả thiết ta có:

$$u_1 = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = u_1 + 2.2$$

$$u_3 = u_2 + 2.3$$

...

$$u_{50} = u_{49} + 2.50$$

Cộng theo vế các đẳng thức trên, ta được:

$$u_{50} = \frac{1}{2} + 2.(2 + 3 + \dots + 50) = \frac{1}{2} + 2.\sum_{x=2}^{50} x = 2548,5$$

Cách 2: Dùng máy tính cầm tay:

Nhập: $C = B + 2A : A = A + 1 : B = C$

Bấm $\boxed{CALC}$ nhập $B = \frac{1}{2}$, ấn $=$, nhập $A = 1$ ấn $=$

Lặp đầu = cho đến khi giá trị của C xuất hiện lần thứ 49 thì đó là giá trị của số hạng u_{50} bằng 2548,5.

DẠNG 2: XÉT TÍNH TĂNG, GIẢM CỦA DÃY SỐ



PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: Xét hiệu $u_{n+1} - u_n$

- ☐ Nếu $u_{n+1} - u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- ☐ Nếu $u_{n+1} - u_n < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 2 : Khi $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ ta xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

- ☐ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$ thì (u_n) là dãy số tăng.
- ☐ Nếu $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ thì (u_n) là dãy số giảm.

Cách 3 : Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh $u_{n+1} > u_n \forall n \in \mathbb{N}^*$

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số**

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ tăng khi $a > 0$ và giảm khi $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$

- ☐ Không tăng, không giảm khi $q < 0$
- ☐ Giảm khi $0 < q < 1$
- ☐ Tăng khi $q > 1$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$ với điều kiện $cn+d > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

- ☐ Tăng khi $ad - bc > 0$
- ☐ Giảm khi $ad - bc < 0$

Dãy số đan dấu cũng là dãy số không tăng, không giảm

Nếu dãy số (u_n) tăng hoặc giảm thì dãy số $(q^n \cdot u_n)$ không tăng, không giảm

Dãy số (u_n) có $u_{n+1} = au_n + b$ tăng nếu $\begin{cases} a > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$; giảm nếu $\begin{cases} a < 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$ và không tăng không giảm nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ tăng nếu $\begin{cases} ad - bc > 0 \\ u_2 - u_1 > 0 \end{cases}$ và giảm nếu $\begin{cases} ad - bc < 0 \\ u_2 - u_1 < 0 \end{cases}$

Dãy số (u_n) có $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d} \\ c, d > 0, u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ không tăng không giảm nếu $ad - bc < 0$

Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow \\ (v_n) \uparrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow \\ (v_n) \downarrow \end{cases}$ thì dãy số $(u_n + v_n) \downarrow$
Nếu $\begin{cases} (u_n) \uparrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \uparrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \uparrow$	Nếu $\begin{cases} (u_n) \downarrow; u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \\ (v_n) \downarrow; v_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ thì dãy số $(u_n \cdot v_n) \downarrow$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \uparrow$ và dãy số $((u_n)^m) \uparrow \forall m \in \mathbb{N}^*$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $(\sqrt{u_n}) \downarrow$ và dãy số $((u_n)^m) \downarrow \forall m \in \mathbb{N}^*$
Nếu $(u_n) \uparrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \downarrow$	Nếu $(u_n) \downarrow$ và $u_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì dãy số $\left(\frac{1}{u_n}\right) \uparrow$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = 3n + 6$.

Lời giải

Ta có $u_n = 3n + 6 \Rightarrow u_{n+1} = 3(n+1) + 6 = 3n + 9$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = (3n + 9) - (3n + 6) = 3 > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n = an + b$; $a = 3 > 0$ nên dãy số tăng

Câu 9: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n+5}{n+2}$.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{n+5}{n+2} = 1 + \frac{3}{n+2} \Rightarrow u_{n+1} = 1 + \frac{3}{n+3}$

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{3}{n+3} - \frac{3}{n+2} = \frac{-3}{(n+2)(n+3)} < 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số giảm

Giải nhanh: Dãy này có dạng $u_n = \frac{an+b}{cn+d}$

Mẫu $n+2 > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$ và $ad - bc = 2 - 5 = -3 < 0$ nên (u_n) là dãy số giảm

Câu 10: Xét tính đơn điệu của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{5^n}{n^2}$.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{5^n}{n^2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}$

Xét tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{5^n} = \frac{5n^2}{n^2 + 2n + 1} = \frac{n^2 + 2n + 1 + 4n^2 - 2n - 1}{n^2 + 2n + 1}$

$= 1 + \frac{2n(n-1) + 2n^2 - 1}{n^2 + 2n + 1} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy (u_n) là dãy số tăng

Câu 11: Cho dãy số (u_n) biết $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$

Lời giải

Ta dự đoán dãy số giảm sau đó ta sẽ chứng minh nó giảm

Ta có $u_n - u_{n-1} = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} - u_{n-1} = \frac{1 - u_{n-1}}{4}$

Do đó, để chứng minh dãy (u_n) giảm ta chứng minh $u_n > 1 \quad \forall n \geq 1$ bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy

Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 2 > 1$

Giả sử $u_k > 1 \Rightarrow u_{k+1} = \frac{3u_k + 1}{4} > \frac{3 + 1}{4} = 1$

Theo nguyên lý quy nạp ta có $u_n > 1 \quad \forall n \geq 1$

Suy ra $u_n - u_{n-1} < 0 \Leftrightarrow u_n < u_{n-1} \quad \forall n \geq 2$ hay dãy (u_n) giảm

Giải nhanh: Dãy (u_n) có dạng $u_{n+1} = au_n + b$

Ở đây $a = \frac{3}{4} > 0$ và $u_2 - u_1 = \frac{7}{4} - 2 = -\frac{1}{4} < 0$ Suy ra dãy số giảm

Tổng quát ta có thể chứng minh dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = c > 1 \\ u_n = \frac{au_{n-1} + b}{a + b}, (a, b > 0) \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$ giảm tương tự như trên.

DẠNG 3: XÉT TÍNH BỊ CHẶN CỦA DÃY SỐ



PHƯƠNG PHÁP.

Phương pháp 1: Chứng minh trực tiếp bằng các phương pháp chứng minh bất đẳng thức

Cách 1: Dãy số (u_n) có $u_n = f(n)$ là hàm số đơn giản.

Ta chứng minh trực tiếp bất đẳng thức $u_n = f(n) \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$ hoặc $u_n = f(n) \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 2: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 + v_2 + \dots + v_k + \dots + v_n$

Ta làm trội $v_k \leq a_k - a_{k+1}$

Lúc đó $u_n \leq (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \dots + (a_n - a_{n+1})$

Suy ra $u_n \leq a_1 - a_{n+1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Cách 3: Dãy số (u_n) có $u_n = v_1 \cdot v_2 \cdot v_3 \dots v_n$ với $v_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Ta làm trội $v_k \leq \frac{a_{k+1}}{a_k}$

Lúc đó $u_n \leq \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{a_3}{a_2} \dots \frac{a_{n+1}}{a_n}$

Suy ra $u_n \leq \frac{a_{n+1}}{a_1} \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Phương pháp 2: Dự đoán và chứng minh bằng phương pháp quy nạp.

Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi thì ta có thể sử dụng phương pháp quy nạp để chứng minh

Chú ý: Nếu dãy số (u_n) giảm thì bị chặn trên, dãy số (u_n) tăng thì bị chặn dưới

*** Công thức giải nhanh một số dạng toán về dãy số bị chặn**

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($|q| \leq 1$) bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ ($q < -1$) không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n$ với $q > 1$ bị chặn dưới

Dãy số (u_n) có $u_n = an + b$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = an^2 + bn + c$ bị chặn dưới nếu $a > 0$ và bị chặn trên nếu $a < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = q^n (a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0)$ với $a_m \neq 0$ và $q < -1$ không bị chặn

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới với $a_m > 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \sqrt[m]{a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n + a_0}$ bị chặn dưới nếu $a_m > 0$ và bị chặn trên nếu $a_m < 0$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn nếu bậc của $P(n)$ nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $Q(n)$

Dãy số (u_n) có $u_n = \frac{P(n)}{Q(n)}$ trong đó $P(n)$ và $Q(n)$ là các đa thức, bị chặn dưới hoặc bị chặn trên nếu bậc của $P(n)$ lớn hơn bậc của $Q(n)$



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{-1}{2n+3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2n+3 \geq 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < \frac{1}{2n+3} \leq \frac{1}{5}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow -\frac{1}{5} \leq \frac{-1}{2n+3} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{5} \leq u_n < 0$$

Suy ra dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử thấp hơn bậc của mẫu nên bị chặn

Câu 13: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{4n+5}{n+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{4n+5}{n+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$u_n = \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4(n+1)+1}{n+1} = 4 + \frac{1}{n+1} \leq 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Suy ra } 0 < u_n \leq \frac{9}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số (u_n) bị chặn

Giải nhanh: dãy số (u_n) có u_n có bậc của tử bằng bậc của mẫu nên bị chặn

Câu 14: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{n^3}{n^2+1} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n) \text{ bị chặn dưới}$$

Câu 15: Xét tính bị chặn của dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

Lời giải

$$\text{Xét } \frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}, \forall k \geq 2$$

$$\text{Suy ra } u_n < \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy (u_n) bị chặn

DẠNG 4: TÍNH TỔNG CỦA DÃY SỐ

Dạng 4.1: Tính tổng của dãy số cách đều



PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. Trong đó: $a_n = a_{n-1} + d$

- Tự luận:

$$\text{Ta có: } 2S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_n + a_1) = n(a_1 + a_n)$$

$$\text{Từ đó suy ra: } S = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$$

- Trắc nghiệm:

Công thức tính nhanh:

+ Số hạng tổng quát của dãy số cách đều là: $u_n = u_1 + (n-1)d$ với d là khoảng cách giữa 2 số hạng

+ Số số hạng = : + 1

+ Tổng = •: 2

- Casio

Bước 1: Từ công thức của tổng tìm số hạng tổng quát của tổng và số số hạng.

Bước 2: Sử dụng công cụ tính: $\sum$ y nhập số hạng tổng quát của dãy số y nhập x chạy từ 1 tới n = số số hạng y =.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 16: Tính $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 4001$?

Lời giải

Ta có: $2S = (1 + 4001) + (3 + 3999) + (5 + 3997) + \dots + (4001 + 1) = 4002 \cdot 2001$

$$\Rightarrow S = \frac{4002 \cdot 2001}{2} = 4004001$$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Số số hạng: $n = \frac{4001 - 1}{2} + 1 = 2001$

Tổng: $S = \frac{(1 + 4001) \cdot 2001}{2} = 4004001$

+) Giải theo Casio

Công thức số hạng tổng quát của dãy là: $u_n = u_1 + (n - 1)d = 1 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 1$

Số số hạng của dãy là 2001

Nhập máy tính cho ta kết quả: 4004001

+) Những sai lầm thường gặp:

- Tính sai số số hạng của dãy

- Tìm sai công thức số hạng tổng quát của dãy số khi làm với máy tính Casio

Lời bình: Nhận thấy việc tìm số hạng tổng quát của dãy đối với HS trung bình, yếu là tương đối khó khăn. Vì thế ta nên sử dụng công thức giải nhanh để tìm số số hạng và tổng của dãy một cách nhanh chóng. Ở bài tập này thì việc vận dụng công thức tính nhanh sẽ nhanh hơn Casio nhé các em!

Câu 17: Cho tổng $S(n) = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$. Khi đó S_{30} bằng?

Lời giải

Ta có: $S_{50} = 2 + 4 + 6 + \dots + 60$

☐ $2S = (2 + 60) + (4 + 58) + (6 + 56) + \dots + (60 + 2)$

☐ $S(n) = \frac{(2 + 60) \cdot 30}{2} = 930$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Số hạng thứ 30: $u_{30} = 2 \cdot 30 = 60$ Số số hạng: $n = 30$ Tổng: $S = \frac{(2 + 60) \cdot 30}{2} = 930$

+) Giải theo Casio

Công thức số hạng tổng quát của dãy là: $2n$

Số số hạng của dãy là: 30

Nhập máy tính cho ta kết quả: 930

Những sai lầm thường gặp:

- Tìm sai số hạng thứ n .

Lời bình: Trong bài tập này HS cần chú ý tới số hạng tổng quát trong dãy đã cho sẵn. Từ đó sử dụng để tìm số hạng thứ n hoặc sử dụng trong việc bấm máy tính Casio một cách nhanh chóng tìm được kết quả.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_1 = 150$ và $u_n = u_{n-1} - 3$ với mọi $n \geq 2$ Khi đó tổng 100 số hạng đầu tiên là:

Lời giải

+) Giải tự luận:

Ta có:

$$u_2 = u_1 - 3 = 150 - 3 = 150 - 1.3 = 147$$

$$u_3 = u_2 - 3 = 150 - 3 - 3 = 150 - 2.3 = 144$$

$$u_{100} = u_{99} - 3 = 150 - 99.3 = -147$$

$$\square S_{100} = 150 + 147 + 144 + \dots + (-147)$$

$$\square 2S_{100} = (150 - 147) + (147 - 144) + (144 - 141) + \dots + (-147 + 150)$$

$$\square S_{100} = \frac{(150 - 147) \cdot 100}{2} = 150$$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

$$\text{Số hạng thứ 100: } u_{100} = u_1 + (n-1)d = 150 + 99 \cdot (-3) = -147$$

$$\text{Số số hạng: } n = 100$$

$$\text{Tổng: } S = \frac{(150 - 147) \cdot 100}{2} = 150$$

+) Giải theo Casio

$$\text{Công thức số hạng tổng quát của dãy là: } u_n = 150 - 3(n-1) = -3n + 153$$

$$\text{Số số hạng của dãy là: } n = 100$$

Nhập máy tính cho ta kết quả: 150

Những sai lầm thường gặp:

- Tìm sai số hạng thứ n của dãy

- Tìm sai công thức số hạng tổng quát của dãy số khi làm với máy tính Casio

Lời bình: HS cần ghi nhớ công thức số hạng tổng quát của dãy số cách đều để sử dụng tìm số hạng thứ n và rút ra công thức số hạng tổng quát của dãy một cách nhanh chóng để xử lý bài toán.

Dạng 4.2: Tính tổng của dãy số bằng phương pháp khử liên tiếp



PHƯƠNG PHÁP.

$$\text{Giả sử cần tính tổng: } S = a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

- Tự luận:

Bước 1: Ta tìm cách tách: $a_1 = b_1 - b_2$; $a_2 = b_2 - b_3$;

Bước 2: Rút gọn: $S = b_1 - b_2 + b_2 - b_3 + \dots + b_n - b_{n+1} = b_1 - b_{n+1}$

- Trắc nghiệm:

+ Một số công thức tách thường sử dụng:

$$\bullet \frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a} \quad \bullet \frac{2a}{n(n+a)(n+2a)} = \frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+2a)}$$

$$\bullet \frac{2na+a^2}{n^2(n+a)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+a)^2} \quad \bullet n.n! = (n+1)! - n!$$

+ Nhận định kết quả của tổng là: $S = b_1 - b_{n+1}$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 19: Tính tổng sau: $S = \frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{97.99}$

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{1.3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3.5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}; \dots$

Do đó: $S = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{97} - \frac{1}{99} = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Nhận thấy: $\frac{1}{1.3} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3.5} = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}; \dots$

Nhận định: $S = 1 - \frac{1}{99} = \frac{98}{99}$

+) Giải bằng Casio

Số hạng tổng quát của dãy là: $u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)}$

Số số hạng của dãy là: $n = 49$ ($2n-1 = 97 \Leftrightarrow n = 49$)

Nhập máy tính cho ta kết quả: $S = \frac{98}{99}$

Những sai lầm thường gặp:

- Tách sai các số hạng

- Tìm sai số hạng tổng quát của dãy số

Lời bình: Học sinh cần chuyển các số hạng của dãy về đúng dạng và tách theo công thức:

• $\frac{a}{n(n+a)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+a}$. Ở bài tập này việc làm bằng máy tính Casio là khó khăn và phức tạp hơn vì chưa có sẵn số hạng tổng quát và số số hạng.

Câu 20: Cho tổng $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó công thức của S_n là:

Lời giải

Ta có: $\frac{2.1}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2.1}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \dots$

Suy ra:

$$2S_n = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}$$

Vậy: $S_n = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Nhận thấy: $\frac{2.1}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2.1}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \dots$

Nhận định: $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$

Những sai lầm thường gặp:

- Tách sai các số hạng

Lời bình: Học sinh cần chuyển các số hạng của dãy về đúng dạng và tách theo công thức:

• $\frac{2a}{n(n+a)(n+2a)} = \frac{1}{n(n+a)} - \frac{1}{(n+a)(n+2a)}$

Câu 21: Cho tổng $S_n = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$. Tính S_{10}

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $\frac{3}{(1.2)^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4}; \frac{5}{(2.3)^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{9}; \dots$

Suy ra: $S_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$

Vậy: $S_{10} = \frac{10(10+2)}{(10+1)^2} = \frac{120}{121}$

Cách 2:

Ta có: $S_{10} = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \frac{7}{(3.4)^2} + \dots + \frac{21}{(10.11)^2}$

Suy ra: $S_{10} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{10^2} - \frac{1}{11^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{11^2} = \frac{120}{121}$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Nhận thấy: $\frac{3}{(1.2)^2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{4}; \frac{5}{(2.3)^2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{9}; \dots$

Nhận định: $S_n = \frac{1}{1} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$. Suy ra: $S_{10} = \frac{10(10+2)}{(10+1)^2} = \frac{120}{121}$

+) Casio

Công thức số hạng tổng quát của dãy là: $u_n = \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2}$

Số số hạng của dãy là: $n = 10$

Nhập máy tính cho ta kết quả: $\frac{120}{121}$

Những sai lầm thường gặp:

- Tách sai các số hạng

Lời bình: Học sinh cần chuyển các số hạng của dãy về đúng dạng và tách theo công thức:

• $\frac{2na+a^2}{n^2(n+a)^2} = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+a)^2}$.

Dạng 4.3: Tính tổng bằng cách chuyển về phương trình có ẩn là tổng cần tính



PHƯƠNG PHÁP.

Giả sử cần tính tổng: $S = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

- Tự luận:

Sơ đồ giải: Từ công thức của tổng S ta chuyển về phương trình chứa ẩn S Giải pt S

- Trắc nghiệm:

Tổng có dạng: $S = u_1 + u_1a + u_1a^2 + \dots + u_1a^n \Rightarrow S = \frac{u_1(a^{n+1}-1)}{a-1}$ với $a \neq 1$

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 22: Tính tổng: $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{50}$?

Lời giải

Ta có: $3S = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{51}$

$$\Rightarrow 3S - S = (3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{51}) - (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{50})$$

$$\Rightarrow 2S = 3^{51} - 1 \Rightarrow S = \frac{3^{51} - 1}{2}.$$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Áp dụng công thức tính nhanh với $u_1 = 1; a = 3$ ta có: $S = \frac{3^{51} - 1}{2}.$

+) Giải theo Casio

Công thức số hạng tổng quát của dãy là: $u_n = 3^{n-1}$

Số số hạng của dãy là: $n = 51$

Nhập máy tính cho ta kết quả: $1,076846982 \cdot 10^{24}.$

Ta gán: $1,076846982 \cdot 10^{24} \rightarrow A$)

Lấy từng kết quả ở 4 đáp án trừ cho A khi nào bằng 0 thì chọn đáp án đó.

+) Những sai lầm thường gặp:

- Tìm sai số hạng tổng quát của dãy số

Lời bình: Khi làm với máy tính Casio các em cần tìm chính xác số hạng tổng quát của dãy số việc này quyết định máy có đưa ra được kết quả chính xác hay không. Ở bài tập này nếu các em thuộc được công thức tính nhanh thì ta có thể giải quyết bài toán hết sức nhanh chóng. Chú ý rằng bài toán này có thể hạn chế Casio bằng cách cho 2 đáp án ở “gần nhau” chẳng hạn phương

án **B.** $\frac{3^{51}}{2}$ thì khi làm bằng Casio sẽ có 2 đáp án không phân biệt được là

B và C

Câu 23: Tính tổng $S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}} \right) + 1$?

Lời giải

$$\text{Đặt: } M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}$$

$$\text{Ta có: } 5M = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{99}}$$

$$\Rightarrow 5M - M = \left(1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^{99}}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}\right) = 1 - \frac{1}{5^{100}}$$

$$\Rightarrow 4M = 1 - \frac{1}{5^{100}} \Rightarrow M = \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}}$$

$$\Rightarrow S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} + 1 = 5^{100}$$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Đặt: $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{100}}$

Áp dụng công thức tính nhanh với: $u_1 = \frac{1}{5}; a = \frac{1}{5}$ ta có: $M = \frac{\frac{1}{5} \left(\left(\frac{1}{5} \right)^{100} - 1 \right)}{\frac{1}{5} - 1} = \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}}$

$$\Rightarrow S = 4 \cdot 5^{100} \cdot \frac{5^{100} - 1}{4 \cdot 5^{100}} + 1 = 5^{100}$$

Câu 24: Tính tổng: $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$. Tính S_{10}

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $S_{10} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2^{10}}\right) = 10 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}\right)$

Đặt: $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}$

Ta có: $2M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^9}$

$$\Rightarrow 2M - M = M = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^9}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}\right) = 1 - \frac{1}{2^{10}}$$

$$\Rightarrow S = 10 - 1 + \frac{1}{2^{10}} = 9 + \frac{1}{2^{10}}$$

Cách 2:

Ta có: $S_n = n - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}\right)$

Đặt: $M = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

Ta có: $2M = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$

$$\Rightarrow 2M - M = M = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}\right) = 1 - \frac{1}{2^n}$$

$$\Rightarrow S_n = n - 1 + \frac{1}{2^n}$$

$$\Rightarrow S_{10} = 10 - 1 + \frac{1}{2^{10}} = 9 + \frac{1}{2^{10}}$$

+) Giải theo phương pháp trắc nghiệm:

Ta có: $S_{10} = 10 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}}\right)$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{10}} = \frac{\frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} \right)^{10} - 1 \right)}{\frac{1}{2} - 1} = 1 - \frac{1}{2^{10}}$$

$$\Rightarrow S = 10 - 1 + \frac{1}{2^{10}} = 9 + \frac{1}{2^{10}}$$

+) Giải theo Casio

Nhận xét: $S_n = n - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}\right)$

Nhập máy tính tổng $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$ với số hạng tổng quát: $u_n = \frac{1}{2^n}$, số số hạng: $u_n = 10$

ta được kết quả: $\frac{1023}{1024}$. Nhập tiếp: $10 - \text{Ans}$ được kết quả: $\frac{9217}{1024}$

Ta gán: $\frac{9217}{1024} \rightarrow A$

Lấy từng kết quả ở 4 đáp án trừ cho A khi nào bằng 0 thì chọn đáp án đó.

Dạng 4.4: Tính tổng bằng cách đưa về các tổng đã biết



PHƯƠNG PHÁP.

Giải sử cần tính tổng: $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

- Tự luận:

Tìm cách tách: $S_n = S_1 + S_2 + S_3 + \dots$. Trong đó: $S_1; S_2; S_3 \dots$ đã biết công thức tính tổng.

- Trắc nghiệm:

Ta có thể dùng phương pháp thử giá trị n vào các đáp án để loại trừ và chọn ra đáp án đúng.

- Casio:

Làm tương tự như dạng 1



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 25: Tính: $S_n = 1.3 + 2.5 + 3.7 + \dots + n(2n+1)$. Biết rằng:

$$\sum_{i=1}^n i = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}; \quad \sum_{i=1}^n i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Lời giải

$$S = \sum_{i=1}^n i(2i+1) = \sum_{i=1}^n (2i^2 + i) = 2 \sum_{i=1}^n i^2 + \sum_{i=1}^n i = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(4n+5)}{6}$$

Câu 26: Cho: $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1).2n$. Tính S_{100} biết rằng:

$$\sum_{i=1}^n 2i = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1); \quad \sum_{i=1}^n i^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Lời giải

Ta có:

$$S_n = \sum_{i=1}^n 2i(2i-1) = \sum_{i=1}^n (4i^2 - 2i) = 4 \sum_{i=1}^n i^2 - \sum_{i=1}^n 2i = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3}$$

$$\Rightarrow S_{100} = \frac{100.(100+1)(4.100-1)}{3} = 1343300$$

Câu 27: Cho tổng: $S_n = 1.4 + 2.7 + 3.10 + \dots + n.(3n+1)$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Biết: $S_k = 294$. Giá trị của k là:

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_n = \sum_{i=1}^n i(3i+1) = \sum_{i=1}^n (3i^2 + i) = 3 \sum_{i=1}^n i^2 + \sum_{i=1}^n i = \frac{3n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = n(n+1)^2$$

$$\Rightarrow S_k = k(k+1)^2 = 294 \Leftrightarrow k^3 + 2k^2 + k = 294 \Leftrightarrow (k-6)(k^2 + 8k + 49) = 0 \Leftrightarrow k = 6$$

DẠNG 5: XÁC ĐỊNH CÔNG THỨC SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA DÃY SỐ



PHƯƠNG PHÁP.

- Nếu (u_n) có dạng $u_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ thì biến đổi a_k thành hiệu của hai số hạng, dựa vào đó thu gọn u_n .
- Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi, tính vài số hạng đầu của dãy số, từ đó dự đoán công thức tính u_n theo n , rồi chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp. Ngoài ra cũng có thể tính hiệu $u_{n+1} - u_n$ dựa vào đó để tìm công thức tính (u_n) theo n .



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 28: Cho dãy số (a_n) có $a_k = \frac{1}{k(k+1)}$. Đặt $u_n = \sum_{k=1}^n a_k$. Xác định công thức tính (u_n) theo n .

Lời giải

Ta có $a_k = \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$, do đó:

$$u_n = \sum_{k=1}^n a_k = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n+1}.$$

Câu 29: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_2 = u_1 + 2 = 3 + 2 = 5.$$

$$u_3 = u_2 + 2 = 5 + 2 = 7.$$

$$u_4 = u_3 + 2 = 7 + 2 = 9.$$

$$u_5 = u_4 + 2 = 9 + 2 = 11.$$

Từ các số hạng đầu trên, ta dự đoán số hạng tổng quát u_n có dạng:

$$u_n = 2n + 1 \quad \forall n \geq 1 (*)$$

Ta dùng phương pháp chứng minh quy nạp để chứng minh công thức $(*)$ đúng.

Với $n = 1; u_1 = 2 \cdot 1 + 1 = 3$. Vậy $(*)$ đúng với $n = 1$.

Giả sử $(*)$ đúng với $n = k$. Có nghĩa ta có: $u_k = 2k + 1$ (2)

Ta cần chứng minh $(*)$ đúng với $n = k + 1$. Có nghĩa là ta phải chứng minh:

$$u_{k+1} = 2(k+1) + 1 = 2k + 3.$$

Thật vậy từ hệ thức xác định dãy số và theo (2) ta có:

$$u_{k+1} = u_k + 2 = 2k + 1 + 2 = 2k + 3.$$

Vậy $(*)$ đúng khi $n = k + 1$. Kết luận $(*)$ đúng với mọi số nguyên dương n .

Câu 30: Xác định công thức tính số hạng tổng quát u_n theo n của dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases} \quad \forall n \geq 1.$

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + n^3 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = n^3$.

Từ đó suy ra:

$$u_1 = 1$$

$$u_2 - u_1 = 1^3$$

$$u_3 - u_2 = 2^3$$

$$u_4 - u_3 = 3^3$$

.....

$$u_{n-1} - u_{n-2} = (n-2)^3$$

$$u_n - u_{n-1} = (n-1)^3$$

Cộng từng vế n đẳng thức trên:

$$u_1 + u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_{n-1} - u_{n-2} + u_n - u_{n-1} = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-2)^3 + (n-1)^3$$

$$\Leftrightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-2)^3 + (n-1)^3.$$

Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 = \frac{(n-1)^2 \cdot n^2}{4}$

$$\text{Vậy } u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4}$$

- ☐ **Mở rộng phương pháp:**
- ☐ Nếu dãy số (u_n) được cho dưới dạng liệt kê thì ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.
- ☐ Nếu dãy số (u_n) được cho bởi một hệ thức truy hồi tính vài số hạng đầu của dãy số sau đó ta có thể thử giá trị n vào từng đáp án.



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. BIỂU DIỄN DÃY SỐ, TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT

Câu 1: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 9; 99; 999; 9999,... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = \frac{n}{n+1}$ **B.** $u_n = 10^n - 1$. **C.** $u_n = 9^n$ **D.** $u_n = 9n$

Câu 2: Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

- A.** $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; 25;... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = 5(n-1)$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 5 + n$. **D.** $u_n = 5.n + 1$.

Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8; 15; 22; 29; 36,... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = 7n + 7$. **B.** $u_n = 7.n$.
C. $u_n = 7.n + 1$. **D.** u_n : Không viết được dưới dạng công thức.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n-1}{n}$. **D.** $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: -1; 1; -1; 1; -1;... Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

- A.** $u_n = 1$. **B.** $u_n = -1$. **C.** $u_n = (-1)^n$. **D.** $u_n = (-1)^{n+1}$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

- A.** $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = 3^{n-1}$. **C.** $u_n = 3^{n+1} - 2$. **D.** $u_n = 3^n - 2$.

Câu 8: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0.1; 0.01; 0.001; 0.0001... Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- A.** $u_n = \underbrace{0.00\dots 01}_{n \text{ số } 0}$. **B.** $u_n = \underbrace{0.00\dots 01}_{n-1 \text{ số } 0}$. **C.** $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$. **D.** $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

- Câu 9:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.
- A.** $u_n = 2n - 1$. **B.** $u_n = 3n - 2$. **C.** $u_n = 4n - 3$. **D.** $u_n = 8n - 7$.
- Câu 10:** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?
- A.** $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.
- Câu 11:** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?
- A.** $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$. **C.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.
- Câu 12:** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:
- A.** $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.
- Câu 13:** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?
- A.** $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2) + n$. **C.** $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2) + 2(n-1)$.
- Câu 14:** Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?
- A.** $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.
- Câu 15:** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?
- A.** $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.
- Câu 16:** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?
- A.** $u_n = 2 - n$. **B.** u_n không xác định. **C.** $u_n = 1 - n$. **D.** $u_n = -n$ với mọi n .
- Câu 17:** Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?
- A.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$. **B.** $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.
C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$. **D.** $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$. **B.** $u_n = 2 + n^2$. **C.** $u_n = 2 + (n+1)^2$. **D.** $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$. **B.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **C.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Câu 21: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \frac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Câu 24: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số.

A. $u_n = -\frac{3n-1}{n}$. **B.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Công thức tổng quát u_n nào dưới đây là của dãy số đã cho?

A. $u_n = n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = 1 + n$.

Câu 26: Gọi $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có:

A. $S_n = \frac{n-1}{2n-1}$. B. $S_n = \frac{2n}{2n+1}$. C. $S_n = \frac{n}{2n+1}$. D. $S_n = \frac{n+1}{2n+3}$.

Câu 27: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$

là

A. Không có n . B. 1009. C. 2018. D. 2017.

Câu 28: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

A. 403. B. 401. C. 402. D. 504.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$. Tính tổng $S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

A. 2022. B. 8385080. C. 2021. D. 8385087.

DẠNG 2. TÌM HẠNG TỬ TRONG DÃY SỐ

Câu 30: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{17}{12}$. C. $u_5 = \frac{7}{4}$. D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Câu 31: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$. B. $u_2 = 4$. C. $u_3 = -6$. D. $u_4 = -8$.

Câu 32: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

A. $u_3 = \frac{8}{3}$. B. $u_3 = 2$. C. $u_3 = -2$. D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Câu 33: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}$. B. $u_5 = \frac{1}{16}$. C. $u_5 = \frac{1}{32}$. D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n(-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0. B. 9. C. -1. D. -9.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$. B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$. D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Câu 36: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

- A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$. B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.
 C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$ D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$.

Câu 37: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

- A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Câu 38: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 39: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 6. B. 8. C. 9. D. 10.

Câu 40: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. Thứ 3. B. Thứ tư. C. Thứ năm. D. Thứ 6.

Câu 41: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 42: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. Không có.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. B. $u_{n+1} = 2^n + 1$. C. $u_{n+1} = 2(n+1)$. D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Câu 44: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Câu 45: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

- A. $3^n + 1$. B. $3^n + 3$. C. $3^n \cdot 3$. D. $3(n+1)$.

Câu 46: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:

- A. $3^n + 3$. B. 9^n . C. $3^n \cdot 3$. D. 4^{2n} .

Câu 47: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. B. $u_{n-1} = 5^n$. C. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. D. $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Câu 48: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Câu 49: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = \frac{5}{9}$.

B. $u_4 = 1$.

C. $u_4 = \frac{2}{3}$.

D. $u_4 = \frac{14}{27}$.

Câu 50: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_2 = \frac{5}{2}$.

B. $u_3 = \frac{15}{4}$.

C. $u_4 = \frac{31}{8}$.

D. $u_5 = \frac{63}{16}$.

Câu 51: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

A. 317.

B. 157.

C. 77.

D. 112.

Câu 52: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -1; 2; 5.

B. 1; 4; 7.

C. 4; 7; 10

D. -1; 3; 7.

Câu 53: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. -3; 6; 9.

B. 3; -2; -7.

C. 3; 8; 13.

D. 3; 5; 7.

Câu 54: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

A. 0.

B. 93.

C. 9.

D. 34.

Câu 55: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{16}$

C. $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$

D. $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$.

Câu 56: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó u_3 có giá trị bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 57: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 3$. Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.

A. 17.

B. 5.

C. 15.

D. 7.

- Câu 58:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2.3^n$. Giá trị của u_{20} bằng
A. 2.3^{19} . **B.** 2.3^{20} . **C.** 3^{20} . **D.** 2.3^{21} .
- Câu 59:** Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số bằng:
A. 17 **B.** 20 **C.** 10 **D.** 7
- Câu 60:** Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = 8 - 3n$. Tính u_4 .
A. 2. **B.** -7. **C.** -5. **D.** -4.
- Câu 61:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2+2n+3}$. Giá trị u_{21} là
A. $\frac{11}{243}$. **B.** $\frac{10}{243}$. **C.** $\frac{21}{443}$. **D.** $\frac{19}{443}$.
- Câu 62:** Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}$. Tính u_2 .
A. $u_2 = \frac{1}{5}$. **B.** $u_2 = \frac{2}{5}$. **C.** $u_2 = \frac{3}{5}$. **D.** $u_2 = \frac{4}{5}$.
- Câu 63:** Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .
A. $u_4 = -76$. **B.** $u_4 = -77$.
C. $u_4 = -66$. **D.** $u_4 = -67$.
- Câu 64:** Cho dãy số (u_n) , biết $(u_n) = \frac{n(n-3)}{2}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là
A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$. **B.** $-1; -\frac{1}{2}; 0$. **C.** $-1; -1; 0$. **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.
- Câu 65:** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 5 của dãy số là
A. 5. **B.** 4. **C.** 13. **D.** 7.
- Câu 66:** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.
A. 2,1. **B.** 2,2. **C.** 2,0. **D.** 2,4.
- Câu 67:** Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{n}{n^2+1}$. Số hạng đầu tiên của dãy là:
A. 2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.
- Câu 68:** Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?
A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.
- Câu 69:** Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Khi đó số hạng u_{2n-1} bằng
A. $3^n.3^{n-1}$. **B.** $3^{2n-1} - 1$. **C.** $3^{2n} - 1$. **D.** $3^2.3^n - 1$.
- Câu 70:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

A. 99. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -99.

Câu 71: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Câu 72: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

A. 2^{2018} . **B.** $2017 + 2^{2017}$. **C.** $1 + 2^{2018}$. **D.** $2018 + 2^{2018}$.

Câu 73: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định **sai**.

A. $u_3 = \frac{1}{10}$. **B.** $u_{10} = \frac{8}{31}$. **C.** $u_{21} = \frac{19}{64}$. **D.** $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Câu 74: Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .

A. $u_{11} = \frac{182}{12}$. **B.** $u_{11} = \frac{1142}{12}$. **C.** $u_{11} = \frac{1422}{12}$. **D.** $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Câu 75: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 20. **B.** 19. **C.** 22. **D.** 21.

Câu 76: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 77: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 51,2. **B.** 51,3. **C.** 51,1. **D.** 102,3.

Câu 78: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

A. 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Câu 79: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. **B.** $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.
C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Câu 80: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. **C.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

- Câu 81:** Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là lần lượt là những số nào dưới đây?
A. $-1; 2; 5$. **B.** $1; 4; 7$. **C.** $4; 7; 10$. **D.** $-1; 3; 7$.
- Câu 82:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
A. 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.
- Câu 83:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?
A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.
- Câu 84:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .
A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.
- Câu 85:** Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .
A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. **D.** $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.
- Câu 86:** Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .
A. $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.
- Câu 87:** Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}$; u_{218} nhận giá trị nào sau đây?
A. 23653. **B.** 46872. **C.** 23871. **D.** 23436.

DẠNG 3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

- Câu 88:** Cho các dãy số sau. Dãy số nào **không** là dãy số tăng?
A. $1; 1; 1; 1; \dots$ **B.** $1; 3; 5; 7; \dots$ **C.** $2; 4; 6; 8; \dots$ **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$
- Câu 89:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm
- Câu 90:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm
- Câu 91:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm
- Câu 92:** Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 93: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Dãy số là dãy hữu hạn

Câu 94: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Mọi số hạng đều âm

Câu 95: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A. $u_n = \frac{1}{3^n}$.
B. $u_n = \frac{1}{2n+1}$.
C. $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$.
D. $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Câu 96: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

- A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$.
B. $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$.
C. $u_n = -3^n$.
D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Câu 97: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$.
B. $u_n = 5^n + 3n$.
C. $u_n = -3^n$.
D. $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

Câu 98: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

Câu 99: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A. $a = 6$
B. $a > 6$
C. $a < 6$
D. $a \geq 6$

Câu 100: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A. $a = 2$
B. $a > 2$
C. $a < 2$
D. $a \geq 2$

Câu 101: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A. $\forall a < 0$
B. Không tồn tại a
C. $\forall a \in \mathbb{R}^*$
D. $a > 0$

Câu 102: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 103: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
C. Dãy số không tăng, không giảm
B. Dãy số giảm
D. Các số hạng đều dương

Câu 104: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng
B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có số hạng âm

Câu 105: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{\sin n}{n}$.

B. $u_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1}$.

C. $u_n = \frac{3^n}{n^2}$.

D. $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$.

Câu 106: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 107: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Câu 108: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3+u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

Câu 109: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có hữu hạn số hạng

Câu 110: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = au_n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

A. $a < 0$.

B. $a \leq 0$.

C. $a > 0$.

D. $a > 1$.

Câu 111: Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = \frac{1}{n} - 3$.

C. $u_n = 3n$.

D. $u_n = n^3 - 2$.

Câu 112: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{3}{n^2}$.

B. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{n}{2}$.

D. $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Câu 113: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = 2n^2 + 3, n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n = \cos(2n+1), n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 114: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = \sqrt{n+2}$.

Câu 115: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$. **C.** $u_n = 1-n^2$. **D.** $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$.

Câu 116: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

A. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$. **B.** $u_n = \frac{n}{2}$. **C.** $u_n = \frac{2}{n^2}$. **D.** $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Câu 117: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 118: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Câu 119: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{2}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{3}{n}$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Câu 120: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$. **B.** $u_n = n^3 - 1$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = 2n$.

DẠNG 4. DÃY SỐ BỊ CHẶN TRÊN, BỊ CHẶN DƯỚI, BỊ CHẶN

Câu 121: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 122: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n-1$

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn dưới.

Câu 123: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = n^2$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = \frac{1}{n}$. **D.** $u_n = \sqrt{n+1}$.

Câu 124: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = 3^n$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}$. **D.** $u_n = n^2 + 1$.

Câu 125: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Câu 126: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn.
- B. Dãy số giảm, bị chặn.
- C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
- D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 127: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

- A. Bị chặn.
- B. Không bị chặn.
- C. Bị chặn trên.
- D. Bị chặn dưới.

Câu 128: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A. Bị chặn.
- B. Không bị chặn.
- C. Bị chặn trên.
- D. Bị chặn dưới.

Câu 129: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n + \frac{1}{n}$.
- B. $u_n = n + 1$.
- C. $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$.
- D. $u_n = n^2 + n + 1$.

Câu 130: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n - \sin 3n$
- B. $u_n = \frac{n^2+1}{n}$.
- C. $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$.
- D. $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$.

Câu 131: Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A. $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$.
- B. $u_n = n^2 + 2017$.
- C. $u_n = (-1)^n(n+2)$.
- D. $u_n = \frac{n}{n^2+1}$.

Câu 132: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

- A. Tăng, bị chặn.
- B. Giảm, bị chặn.
- C. Tăng, chặn dưới.
- D. Giảm, chặn trên.

Câu 133: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

- A. Tăng, bị chặn.
- B. Giảm, bị chặn.
- C. Tăng, chặn dưới.
- D. Giảm, chặn trên.

Câu 134: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. $\frac{1}{3}$.
- B. 1.
- C. $\frac{1}{2}$.
- D. 0.

Câu 135: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A. 0.
- B. 1.
- C. $\sqrt{2}$.
- D. Không bị chặn trên.

Câu 136: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A. 0.
- B. -1.
- C. $-\sqrt{2}$.
- D. Không bị chặn dưới.

Câu 137: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A. Bị chặn.
- B. Không bị chặn.
- C. Bị chặn trên.
- D. Bị chặn dưới.

Câu 138: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 139: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

- A. Dãy số tăng, bị chặn. B. Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. D. Cả A, B, C đều sai.

Câu 140: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, (n \geq 2) \end{cases}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Câu 141: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A. Tăng, bị chặn. B. Giảm, bị chặn.
C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên. D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Câu 142: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2018}{2018n+1}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên
B. Dãy (u_n) bị chặn.
C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.
D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

Câu 143: Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$. B. $u_n = \frac{n}{2n+1}$. C. $u_n = 3^n - 1$. D. $u_n = n + \frac{2}{n}$.

Câu 144: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 + 5^{1-n}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số không đơn điệu. B. Dãy số giảm và không bị chặn.
C. Dãy số tăng. D. Dãy số giảm và bị chặn.

Câu 145: Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin(n)$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Câu 146: Chọn kết luận sai:

- A. Dãy số $(2n-1)$ tăng và bị chặn trên. B. Dãy số $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ giảm và bị chặn dưới.
C. Dãy số $\left(-\frac{1}{n}\right)$ tăng và bị chặn trên. D. Dãy số $\left(\frac{1}{3.2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới.

Câu 147: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.** Dãy số bị chặn dưới. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Câu 148: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

- A.** $n = 2017$. **B.** $n = 2019$. **C.** $n = 2020$. **D.** $n = 2018$.

Câu 149: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5$, với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$ bằng:

- A.** 80. **B.** 100. **C.** 99. **D.** 82.

Câu 150: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 5$ và $u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}$ với $\forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng?

- A.** 142. **B.** 146. **C.** 141. **D.** 145.

Câu 151: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Khi đó $u_1 + \dots + u_n$ bằng?

- A.** $2^n - 1$. **B.** 2^n . **C.** $2^n + 2n$. **D.** $2^n + n - 1$.

Câu 152: Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi $u_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^3} + \sqrt[4]{n^3 + n^2} + \sqrt[4]{n^3 + 2n^2 + n} + \sqrt[4]{n^3 + 3n^2 + 3n + 1}}$, $n \geq 1$.

Tính tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018^4 - 1}$.

- A.** 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 153: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}$, ($n \in \mathbb{N}^*$). Tính tổng 2018

số hạng đầu tiên của dãy số đó?

- A.** $\frac{4036}{4035}$. **B.** $\frac{4035}{4034}$. **C.** $\frac{4038}{4037}$. **D.** $\frac{4036}{4037}$.

Câu 154: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6$, $\forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

- A.** 2587. **B.** 2590. **C.** 2593. **D.** 2584.

Câu 155: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

- A.** 1419. **B.** 1418. **C.** 1420. **D.** 1417.

Câu 156: Tổng: $A = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018$ có giá trị là:

- A.** 2018001. **B.** 1209900. **C.** 1010101. **D.** 1019090.

Câu 157: Tổng: $B = 1 + 4 + 7 + \dots + 3031$ bằng:

- A.** 1532676. **B.** 1435000. **C.** 1351110. **D.** 1322300.

Câu 158: Giá trị của tổng: $C = -13 - 9 - 5 + \dots + 387$ bằng:

A. 23455. **B.** 18887. **C.** 36778. **D.** 43234.

Câu 159: Giá trị của tổng: $S = \frac{1}{100} + \frac{101}{100} + \frac{201}{100} + \dots + \frac{1001}{100}$ bằng:

A. $\frac{5514}{100}$. **B.** $\frac{5501}{100}$. **C.** $\frac{5511}{100}$. **D.** $\frac{5515}{100}$.

Câu 160: Cho tổng: $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm S_{100} ?

A. 10201. **B.** 10000. **C.** 10200. **D.** 10202.

Câu 161: Cho tổng: $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó công thức của S_n là?

A. $n(n+2)$. **B.** $\frac{n(n+1)}{2}$. **C.** $n(n+1)$. **D.** n^2 .

Câu 162: Tìm x biết: $(x+3) + (x+7) + (x+11) + \dots + (x+79) = 860$

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 3$.

Câu 163: Tìm x biết: $(2x+3) + (2x+7) + (2x+11) + \dots + (2x+79) = 1720$

A. $x = 35$. **B.** $x = \frac{45}{2}$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 15$.

Câu 164: Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1+2+3+\dots+2018}{1+3+5+\dots+1009}$

A. $\frac{2030071}{255025}$. **B.** $\frac{2037171}{200025}$. **C.** $\frac{2037111}{255000}$. **D.** $\frac{2037171}{255025}$.

Câu 165: Cho tổng: $S_n = 1 + 5 + 9 + \dots + 4n - 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó: $S_{10}^2 + S_{15}^2$ bằng:

A. 225325. **B.** 255325. **C.** 225355. **D.** 225525.

Câu 166: Tính tổng sau: $S = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{91.94}$.

A. $\frac{93}{94}$ **B.** $\frac{94}{95}$ **C.** $\frac{94}{93}$ **D.** 1

Câu 167: Tổng: $S = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{100.102}$ bằng:

A. $\frac{53}{102}$ **B.** $\frac{25}{102}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Câu 168: Giá trị của tổng: $S = \frac{4}{1.3.5} + \frac{4}{3.5.7} + \frac{4}{5.7.9} + \dots + \frac{4}{91.93.95}$ là:

A. $\frac{2941}{8835}$ **B.** $\frac{2942}{8835}$ **C.** $\frac{2944}{8835}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 169: Tổng $S = \frac{100}{10.15.20} + \frac{100}{15.20.25} + \frac{100}{20.25.30} + \dots + \frac{100}{110.115.120}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{93}{1380}$ **B.** $\frac{91}{13800}$ **C.** $\frac{9}{138}$ **D.** $\frac{91}{1380}$

Câu 170: Giá trị của tổng: $S = \frac{12}{4.16} + \frac{20}{16.36} + \frac{28}{36.64} + \dots + \frac{84}{400.484}$ là:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{30}{121}$

C. $\frac{32}{121}$

D. $\frac{33}{121}$

Câu 171: Cho tổng: $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

A. $S_3 = \frac{1}{12}$.

B. $S_2 = \frac{1}{6}$.

C. $S_2 = \frac{2}{3}$.

D. $S_3 = \frac{1}{4}$.

Câu 172: Cho tổng: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó: S_{30} bằng:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{495}{992}$

C. $\frac{496}{1987}$

D. $\frac{31}{121}$

Câu 173: Tìm x biết: $\left(x + \frac{2}{1.3}\right) + \left(x + \frac{2}{3.5}\right) + \left(x + \frac{2}{5.7}\right) + \dots + \left(x + \frac{2}{51.53}\right) = \frac{1430}{53}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Câu 174: Tìm x biết: $\left(x - \frac{2}{1.2.3}\right) + \left(x - \frac{2}{2.3.4}\right) + \left(x - \frac{2}{3.4.5}\right) + \dots + \left(x - \frac{2}{20.21.22}\right) = \frac{9125}{231}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Câu 175: Tính: $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$

A. $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$

B. $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{11}\right)$

C. $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$

D. $\frac{1}{5} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$

Câu 176: Cho $M = \frac{5}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{5}{256} + \dots + \frac{5}{2}$. Khi đó M bằng:

A. $\frac{1023}{1024}$

B. $\frac{5111}{1024}$

C. $\frac{1024}{1023}$

D. $\frac{5115}{1024}$

Câu 177: Cho $M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729}$. Khi đó $729M$ bằng:

A. $\frac{5465}{729}$

B. 5460

C. 5465

D. $\frac{5460}{729}$

Câu 178: Cho tổng: $S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$. Chọn mệnh đề đúng:

A. $S_{10} = 2047$

B. $S_{10} = 2048$

C. $S_{10} = 1024$

D. $S_{10} = 1023$

Câu 179: Tính tổng: $S = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + 11.12$

A. 322

B. 321

C. 320

D. 319

Câu 180: Tổng: $S = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 20.21$ có giá trị bằng:

A. 1550

B. 1655

C. 1650

D. 1450

Câu 181: Giá trị của tổng: $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 20.59$ là:

A. 8450

B. 8300

C. 8850

D. 8400

Câu 182: Tính tổng: $S_n = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1).(2n+3)$ khi $n = 15$

A. 5450

B. 5400

C. 5395

D. 5650

Câu 183: Giá trị của tổng: $S_n = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1).4n$ khi $n = 10$ là:

A. 1650

B. 2860

C. 2650

D. 1950

Câu 184: Cho tổng $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$. Tính giá trị của S_{50}

A. 169150

B. 155000

C. 165050

D. 165000

Câu 185: Tìm x biết: $(x+1.2) + (x+2.5) + (x+3.8) + \dots + (x+10.29) = 1200$

A. $x = 7$

B. $x = 8$

C. $x = 9$

D. $x = 10$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 5: DÃY SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. BIỂU DIỄN DÃY SỐ, TÌM CÔNG THỨC TỔNG QUÁT

Câu 1: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 9; 99; 999; 9999, ... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$

B. $u_n = 10^n - 1$

C. $u_n = 9^n$

D. $u_n = 9n$

Lời giải

Nhận xét: $u_1 = 10^1 - 1$; $u_2 = 10^2 - 1$; $u_3 = 10^3 - 1$; $u_4 = 10^4 - 1$.

Câu 2: Cho dãy số $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots$. Công thức tổng quát u_n nào là của dãy số đã cho?

A. $u_n = \frac{n}{n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$

B. $u_n = \frac{n}{2^n} \forall n \in \mathbb{N}^*$

C. $u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*$

D. $u_n = \frac{2n}{2n+1} \forall n \in \mathbb{N}^*$

Lời giải

Viết lại dãy số: $\frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \dots$

$$\Rightarrow u_n = \frac{n+1}{n+3} \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Câu 3: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 5; 10; 15; 20; 25; ... Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 5(n-1)$

B. $u_n = 5n$

C. $u_n = 5 + n$

D. $u_n = 5.n + 1$

Lời giải

Ta có:

$$5 = 5.1$$

$$10 = 5.2$$

$$15 = 5.3$$

$$20 = 5.4$$

$$25 = 5.5$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 5n$.

Câu 4: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 8, 15, 22, 29, 36, Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = 7n + 7$.

B. $u_n = 7.n$.

C. $u_n = 7.n + 1$.

D. u_n : Không viết được dưới dạng công thức.

Lời giải

Ta có:

$$8 = 7.1 + 1$$

$$15 = 7.2 + 1$$

$$22 = 7.3 + 1$$

$$29 = 7.4 + 1$$

$$36 = 7.5 + 1$$

Suy ra số hạng tổng quát $u_n = 7n + 1$.

Câu 5: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $0; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{n-1}{n}$.

D. $u_n = \frac{n^2 - n}{n+1}$.

Lời giải

Ta có:

$$0 = \frac{0}{0+1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

Suy ra $u_n = \frac{n}{n+1}$.

Câu 6: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-1; 1; -1; 1; -1; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng

A. $u_n = 1$.

B. $u_n = -1$.

C. $u_n = (-1)^n$.

D. $u_n = (-1)^{n+1}$.

Lời giải

Ta có:

Các số hạng đầu của dãy là $(-1)^1; (-1)^2; (-1)^3; (-1)^4; (-1)^5; \dots \Rightarrow u_n = (-1)^n$.

Câu 7: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases} (n \geq 1)$. Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số trên.

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = 3^{n-1}$.

C. $u_n = 3^{n+1} - 2$.

D. $u_n = 3^n - 2$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 1 = 3^0$$

$$u_2 = 3^1$$

$$u_3 = 3^2$$

...

Dự đoán $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức này bằng quy nạp

+ với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$ suy ra khẳng định đúng

+ Giả sử $n = k \geq 2$ ta có $u_k = 3^{k-1}$. Ta phải chứng minh $u_{k+1} = 3^k$

Thật vậy, theo công thức truy hồi ta có $u_{k+1} = 3.u_k = 3.3^{k-1} = 3^k$

Vậy theo nguyên lý quy nạp ta đã chứng minh được $u_n = 3^{n-1}, n \in \mathbb{N}^*$

Câu 8: Cho dãy số có các số hạng đầu là: 0.1; 0.01; 0.001; 0.0001... . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A. $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}$.

B. $u_n = \underbrace{0.00...01}_{n-1 \text{ số } 0}$.

C. $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.

D. $u_n = \frac{1}{10^{n+1}}$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 0.1 = \frac{1}{10}$$

$$u_2 = 0.01 = \frac{1}{10^2}$$

$$u_3 = 0.001 = \frac{1}{10^3}$$

...

Dự đoán $u_n = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0.00...01}_{n \text{ số } 0}$.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$. Xác định công thức của số hạng tổng quát.

- A.** $u_n = 2n - 1$. **B.** $u_n = 3n - 2$. **C.** $u_n = 4n - 3$. **D.** $u_n = 8n - 7$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = 1$$

$$u_2 = 3$$

$$u_3 = 5$$

...

Dự đoán $u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$. Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

Câu 10: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là?

- A.** $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải

Từ các số hạng đầu tiên của dãy số ta dự đoán $u_n = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}^*$

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$. **B.** $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$.
C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$. **D.** $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Lời giải

Theo công thức truy hồi ta có $u_{n+1} - u_n = n$. Khi đó

$$u_1 = 5$$

$$u_2 - u_1 = 1$$

$$u_3 - u_2 = 2$$

...

$$u_n - u_{n-1} = n - 1$$

Cộng vế theo vế các đẳng thức trên ta được $u_n = 5 + (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

Câu 12: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.** $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases} \text{ . Cộng hai vế ta được } u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1).$$

Câu 13: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

- A.** $u_n = -2n$. **B.** $u_n = (-2) + n$. **C.** $u_n = (-2)(n+1)$. **D.** $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Lời giải

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là (-2) nên $u_n = (-2) + 2(n-1)$.

Câu 14: Cho dãy số có các số hạng đầu là: $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$. Số hạng tổng quát của dãy số này là?

- A.** $u_n = \frac{1}{3} \frac{1}{3^{n+1}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$. **C.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **D.** $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$.

Lời giải

5 số hạng đầu là $\frac{1}{3_1}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ nên $u_n = \frac{1}{3^n}$.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.** $u_n = 1 + n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = n$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ (*) bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n=1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n=1$

+ Giả sử (*) đúng với mọi $n=k$ ($k \in \mathbb{N}^*$), ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n=k+1$, tức là: $u_{k+1} = k+1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k+1$. Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 - n$.

B. u_n không xác định. **C.** $u_n = 1 - n$.

D. $u_n = -n$ với mọi n .

Lời giải

Ta có: $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$,. Dễ dàng dự đoán được $u_n = 2 - n$.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

B. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$.

C. $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$.

D. $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases}$.

Cộng hai vế ta được $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

Câu 18: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$.

B. $u_n = 2 + n^2$.

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$.

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 19: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = -\frac{n-1}{n}$.

B. $u_n = \frac{n+1}{n}$.

C. $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

D. $u_n = -\frac{n}{n+1}$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 20: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$. **B.** $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$. **C.** $u_n = \frac{1}{2} - 2n$. **D.** $u_n = \frac{1}{2} + 2n$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$. Cộng hai vế ta được $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$.

Câu 21: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A. $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$. **C.** $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **D.** $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$.

Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = (-1) \cdot \underbrace{\frac{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{n-1}}{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}}_{n-1 \text{ lần}} \Leftrightarrow u_n = (-1) \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 22: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A. $u_n = n^{n-1}$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = 2^{n+1}$. **D.** $u_n = 2$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = 2 \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$

Câu 23: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$. Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

- A.** $u_n = -2^{n-1}$. **B.** $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$. **C.** $u_n = \frac{-1}{2^n}$. **D.** $u_n = 2^{n-2}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$. Nhân hai vế ta được $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

Câu 24: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số.

- A.** $u_n = -\frac{3n-1}{n}$. **B.** $u_n = -\frac{n}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{n}$. **D.** $u_n = -\frac{n+1}{n}$.

Lời giải

Từ $u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \Leftrightarrow u_{n+1} \cdot u_n = -2u_n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1} \cdot u_n + u_n + u_{n+1} + 1 = u_{n+1} - u_n$

$\Leftrightarrow (u_{n+1} + 1)(u_n + 1) = u_{n+1} - u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1} - u_n}{(u_{n+1} + 1)(u_n + 1)} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} - \frac{1}{u_{n+1} + 1} = 1$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$. Khi đó $v_n - v_{n+1} = 1 \Leftrightarrow v_{n+1} - v_n = -1$

$\Leftrightarrow v_n = v_1 + (n-1)(-1) \Leftrightarrow v_n = \frac{1}{u_1 + 1} - n + 1 = -n \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} = -n$

$\Leftrightarrow u_n + 1 = -\frac{1}{n} \Leftrightarrow u_n = -\frac{1}{n} - 1 = -\frac{n+1}{n}$.

Câu 25: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Công thức tổng quát u_n nào dưới đây là của dãy số đã cho?

- A.** $u_n = n$. **B.** $u_n = 1 - n$. **C.** $u_n = 1 + (-1)^{2n}$. **D.** $u_n = 1 + n$.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$

Dự đoán được $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta chứng minh $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ (*) bằng phương pháp quy nạp:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n = 1$.

+ Giả sử (*) đúng với $n = k (k \in \mathbb{N}^*)$, tức là ta có: $u_k = k$.

+ Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n = k + 1$, tức là cần chứng minh: $u_{k+1} = k + 1$.

Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$.

Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 26: Gọi $S_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Ta có:

A. $S_n = \frac{n-1}{2n-1}$. **B.** $S_n = \frac{2n}{2n+1}$. **C.** $S_n = \frac{n}{2n+1}$. **D.** $S_n = \frac{n+1}{2n+3}$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right) \end{aligned}$$

Câu 27: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n + 1, n \geq 1 \end{cases}$. Giá trị của n để $-u_n + 2017n + 2018 = 0$

là

A. Không có n . **B.** 1009. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 \\ u_2 &= u_1 + 2.1 + 1 \\ u_3 &= u_2 + 2.2 + 1 \\ u_4 &= u_3 + 2.3 + 1 \\ &\dots \\ u_n &= u_{n-1} + 2(n-1) + 1 \end{aligned}$$

Cộng vế với vế các đẳng thức trên ta được:

$$u_n = 2(1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) + n = 2 \cdot \frac{(n-1+1)(n-1)}{2} + n = n^2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\text{Do đó: } -u_n + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow -n^2 + 2017n + 2018 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 2018 \end{cases}$$

Vậy $n = 2018$.

Câu 28: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 1; 6; 11; \dots$ và $(v_n): 4; 7; 10; \dots$. Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

A. 403.

B. 401.

C. 402.

D. 504.

Lời giải

Dãy (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 1 + 5(n-1) = 5n - 4, \quad (1 \leq n \leq 2018)$.

Dãy (v_m) có số hạng tổng quát là $v_m = 4 + 3(m-1) = 3m + 1, \quad (1 \leq m \leq 2018)$.

Một số có mặt trong cả hai dãy số trên nếu tồn tại $m, n \in \mathbb{N}$ thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases} 1 \leq m, n \leq 2018 \\ u_m = u_n (*) \end{cases}$

Ta có $(*) \Leftrightarrow 5n - 4 = 3m + 1 \Leftrightarrow 5(n-1) = 3m \quad (**)$

Từ $(**)$ suy ra $m:5$, mặt khác $1 \leq m \leq 2018$ nên ta được tập các giá trị của m là $\{5; 10; \dots; 2015\}$

Xét với $m = 2015$ thì $n = \frac{3 \cdot 2015}{5} + 1 = 1210 < 2018$, thỏa điều kiện $1 \leq n \leq 2018$.

Do tập $\{5; 10; \dots; 2015\}$ có 403 số nên có tất cả 403 số có mặt trong cả hai dãy đã cho.

Câu 29: Cho dãy số (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$. Tính tổng $S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

A. 2022.

B. 8385080.

C. 2021.

D. 8385087.

Lời giải

Ta có:

$$u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2n^2 - 4n + 2 + 6n - 6 + 2$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2(n-1)^2 + 6(n-1) + 2$$

$$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2(u_{n-1} + (n-1)^2 + 3(n-1) + 1)$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1, \text{ đặt } v_n = u_n + n^2 + 3n + 1 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 + 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 8 \\ v_{n-1} = u_{n-1} + (n-1)^2 + 3(n-1) + 1 \end{cases}$$

Ta có dãy $(v_n): \begin{cases} v_1 = 8 \\ v_n = 2v_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$ là một cấp số nhân với $v_1 = 8$, công bội là $q = 2$

$$\Rightarrow v_n = 8 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+2}$$

Vậy $u_n = 2^{n+2} - n^2 - 3n - 1$

Vậy $S_n = u_1 + \dots + u_n = 2^2(2 + 2^2 + \dots + 2^n) - 1 - 2^2 - \dots - n^2 - 3(1 + 2 + \dots + n) - n$
 $= 2^3(2^n - 1) - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3\frac{n(n+1)}{2} - n$

Vậy $S_{20} = 8385087$.

DẠNG 2. TÌM HẠNG TỬ TRONG DÃY SỐ

Câu 30: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 3}$. Tìm số hạng u_5 .

A. $u_5 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{17}{12}$.

C. $u_5 = \frac{7}{4}$.

D. $u_5 = \frac{71}{39}$.

Lời giải

Ta có $u_5 = \frac{2 \cdot 5^2 - 1}{5^2 + 3} = \frac{7}{4}$

Câu 31: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot 2n$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_1 = -2$.

B. $u_2 = 4$.

C. $u_3 = -6$.

D. $u_4 = -8$.

Lời giải

Vì $u_4 = (-1)^4 \cdot 2 \cdot 4 = 8$

Câu 32: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = (-1)^n \cdot \frac{2^n}{n}$. Tìm số hạng u_3 .

A. $u_3 = \frac{8}{3}$.

B. $u_3 = 2$.

C. $u_3 = -2$.

D. $u_3 = -\frac{8}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_3 = (-1)^3 \cdot \frac{2^3}{3} = -\frac{8}{3}$

Câu 33: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n}$. Chọn đáp án đúng.

A. $u_4 = \frac{1}{4}$.

B. $u_5 = \frac{1}{16}$.

C. $u_5 = \frac{1}{32}$.

D. $u_3 = \frac{1}{8}$.

Lời giải

Ta có $u_4 = \frac{4}{2^4} = \frac{1}{4}$

Câu 34: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n(-1)^n \sin(\frac{n\pi}{2})$. Số hạng thứ 9 của dãy số đó là:

A. 0.

B. 9.

C. -1.

D. -9.

Lời giải

Ta có $u_9 = 9 \cdot (-1)^9 \cdot \sin\left(\frac{9\pi}{2}\right) = -9$

Câu 35: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{1}{n+1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{6}$.

D. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{5}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{1}{3}, u_3 = \frac{1}{4}$

Câu 36: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$. Viết năm số hạng đầu của dãy số.

A. $u_1 = 1, u_2 = \frac{3}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

B. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$.

C. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{8}{5}, u_4 = \frac{3}{2}, u_5 = \frac{11}{7}$

D. $u_1 = 1, u_2 = \frac{5}{4}, u_3 = \frac{7}{5}, u_4 = \frac{7}{2}, u_5 = \frac{11}{3}$.

Lời giải

Câu 37: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$.

C. $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$.

D. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Câu 38: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.

B. 6.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n+15 = 16n+8 \Leftrightarrow n = 7$

Câu 39: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n+60 = 35n-28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$

Câu 40: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$. Số $\frac{2}{13}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. Thứ 3.

B. Thứ tư.

C. Thứ năm.

D. Thứ 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 13n-13 = 2n^2+2 \Leftrightarrow 2n^2-13n+15=0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \text{ (n)} \\ n=\frac{3}{2} \text{ (l)} \end{cases}$$

Câu 41: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$. Số -33 là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 5. B. 6. C. 8. D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=8 \text{ (n)} \\ n=\pm\sqrt{5} \text{ (l)} \end{cases}$$

Câu 42: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. Không có.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1} = n+2 + \frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$$

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$ là số nguyên hay $n=4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 43: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A. $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. B. $u_{n+1} = 2^n + 1$. C. $u_{n+1} = 2(n+1)$. D. $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$$

Câu 44: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$$

Câu 45: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{n+1} bằng:

- A. $3^n + 1$. B. $3^n + 3$. C. $3^n \cdot 3$. D. $3(n+1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 3^{n+1} = 3^n \cdot 3$$

Câu 46: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Số hạng u_{2n} bằng:

- A. $3^n + 3$. B. 9^n . C. $3^n \cdot 3$. D. 4^{2n} .

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{2n} = 3^{2n} = 9^n$$

Câu 47: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n$

Câu 48: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$. Tìm số hạng u_{n+1} .

A. $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$. **B.** $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$.

C. $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$. **D.** $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = \left(\frac{n+1-1}{n+1+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$

Câu 49: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = \frac{5}{9}$. **B.** $u_4 = 1$. **C.** $u_4 = \frac{2}{3}$. **D.** $u_4 = \frac{14}{27}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = \frac{1}{3}(2+1) = 1$, $u_3 = \frac{1}{3}(1+1) = \frac{2}{3}$, $u_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}+1\right) = \frac{5}{9}$

Câu 50: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $u_2 = \frac{5}{2}$. **B.** $u_3 = \frac{15}{4}$. **C.** $u_4 = \frac{31}{8}$. **D.** $u_5 = \frac{63}{16}$.

Lời giải

Vì $u_2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$

Câu 51: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$ khi đó u_5 bằng:

A. 317. **B.** 157. **C.** 77. **D.** 112.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2 \cdot 7 + 3 = 17$, $u_3 = 2 \cdot 17 + 3 = 37$, $u_4 = 2 \cdot 37 + 3 = 77$, $u_5 = 2 \cdot 77 + 3 = 157$

Câu 52: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $-1; 2; 5$.

B. $1; 4; 7$.

C. $4; 7; 10$

D. $-1; 3; 7$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -1, u_2 = -1 + 3 = 2, u_3 = 2 + 3 = 5$

Câu 53: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là

A. $-3; 6; 9$.

B. $3; -2; -7$.

C. $3; 8; 13$.

D. $3; 5; 7$.

Lời giải

Ta có $u_1 = 3, u_2 = 3 + 5 = 8, u_3 = 8 + 5 = 13$

Câu 54: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$. Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng

A. 0.

B. 93.

C. 9.

D. 34.

Lời giải

Ta có $u_2 = 2 \cdot (-2) + 2^2 = 0, u_3 = 2 \cdot 0 + 3^2 = 9, u_4 = 2 \cdot 9 + 4^2 = 34$

Câu 55: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{2^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

B. $1; \frac{1}{2}; \frac{1}{16}$

C. $1; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$

D. $1; \frac{2}{3}; \frac{3}{7}$.

Lời giải

$u_1 = 1, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{7}$.

Câu 56: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Khi đó u_3 có giá trị bằng

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Theo công thức truy hồi ta có $u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$.

Câu 57: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 3$. Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.

A. 17.

B. 5.

C. 15.

D. 7.

Lời giải

Ta có số hạng thứ 6 của dãy là $u_6 = 2 \cdot 6 + 3 = 15$.

Câu 58: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2 \cdot 3^n$. Giá trị của u_{20} bằng

A. $2 \cdot 3^{19}$.

B. $2 \cdot 3^{20}$.

C. 3^{20} .

D. $2 \cdot 3^{21}$.

Lời giải

Ta có $u_n = 2.3^n$ suy ra $u_{20} = 2.3^{20}$.

Câu 59: Cho dãy số (u_n) , biết công thức số hạng tổng quát $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 10 của dãy số bằng:

A. 17

B. 20

C. 10

D. 7

Lời giải

$$u_n = 2n - 3 \Rightarrow u_{10} = 2.10 - 3 = 17$$

Câu 60: Cho dãy số (u_n) có công thức số hạng tổng quát $u_n = 8 - 3n$. Tính u_4 .

A. 2.

B. -7.

C. -5.

D. -4.

Lời giải

$$u_4 = 8 - 3.4 = -4.$$

Câu 61: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \frac{n-1}{n^2+2n+3}$. Giá trị u_{21} là

A. $\frac{11}{243}$.

B. $\frac{10}{243}$.

C. $\frac{21}{443}$.

D. $\frac{19}{443}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{21} = \frac{21-1}{21^2+2.21+3} = \frac{10}{243}.$$

Câu 62: Cho dãy số (u_n) có $u_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = \frac{1}{5}$.

B. $u_2 = \frac{2}{5}$.

C. $u_2 = \frac{3}{5}$.

D. $u_2 = \frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_2 = \frac{2^2-1}{2^2+1} = \frac{3}{5}.$$

Câu 63: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$. Tìm số hạng u_4 .

A. $u_4 = -76$.

B. $u_4 = -77$.

C. $u_4 = -66$.

D. $u_4 = -67$.

Lời giải

Cách 1. Ta có

$$u_2 = 3u_1 - 1 = 3.(-2) - 1 = -7$$

$$u_3 = 3u_2 - 1 = 3.(-7) - 1 = -22$$

$$u_4 = 3u_3 - 1 = 3.(-22) - 1 = -67$$

Cách 2.

$$u_n = 3u_{n-1} - 1 = 3u_{n-1} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3\left(u_{n-1} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Xét dãy số } (v_n) \text{ có } \begin{cases} v_1 = \frac{-5}{2} \\ v_n = u_n - \frac{1}{2} \end{cases}$$

Khi đó ta có $v_n = 3v_{n-1}$ là cấp số nhân có công bội bằng 3.

$$\Rightarrow v_n = \frac{-5}{2} \cdot 3^{n-1}$$

$$\text{Vậy } u_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1}.$$

Câu 64: Cho dãy số (u_n) , biết $(u_n) = \frac{n(n-3)}{2}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

A. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

B. $-1; -\frac{1}{2}; 0$.

C. $-1; -1; 0$.

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải

$$u_1 = \frac{1(1-3)}{2} = -1; u_2 = \frac{2(2-3)}{2} = -1; u_3 = \frac{3(3-3)}{2} = 0$$

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số là $-1, -1, 0$.

Câu 65: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3$. Số hạng thứ 5 của dãy số là

A. 5.

B. 4.

C. 13.

D. 7.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_5 = 2 \cdot 5 - 3 = 7.$$

Câu 66: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2n+1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

A. 2,1.

B. 2,2.

C. 2,0.

D. 2,4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{10} = \frac{2 \cdot 10 + 1}{10} = 2,1.$$

Câu 67: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 1 - \frac{n}{n^2 + 1}$. Số hạng đầu tiên của dãy là:

A. 2.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_1 = 1 - \frac{1}{1^2 + 1} = \frac{1}{2}$.

Câu 68: Cho dãy số (u_n) có $u_n = -n^2 + n + 1$. Số -19 là số hạng thứ mấy của dãy?

- A.** 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Giả sử $u_n = -19, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Suy ra $-n^2 + n + 1 = -19$

$$\Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4 \end{cases} (l)$$

Vậy số -19 là số hạng thứ 5 của dãy.

Câu 69: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Khi đó số hạng u_{2n-1} bằng

- A.** $3^n \cdot 3^{n-1}$. **B.** $3^{2n-1} - 1$. **C.** $3^{2n} - 1$. **D.** $3^2 \cdot 3^n - 1$.

Lời giải

Chọn A

$$u_n = 3^n \Rightarrow u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$$

Câu 70: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n \cos(n\pi)$. Giá trị u_{99} bằng

- A.** 99. **B.** -1 . **C.** 1. **D.** -99 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } u_{99} = (-1)^{99} \cos(99\pi) = -\cos(98\pi + \pi) = -\cos(\pi) = 1.$$

Câu 71: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

- A.** 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{2019} = 2 \cdot 2019 + 1 = 4039.$$

Câu 72: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 1 + 2^n$. Khi đó số hạng u_{2018} bằng

- A.** 2^{2018} . **B.** $2017 + 2^{2017}$. **C.** $1 + 2^{2018}$. **D.** $2018 + 2^{2018}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{2018} = 1 + 2^{2018}.$$

Câu 73: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n-2}{3n+1}, n \geq 1$. Tìm khẳng định sai.

- A.** $u_3 = \frac{1}{10}$. **B.** $u_{10} = \frac{8}{31}$. **C.** $u_{21} = \frac{19}{64}$. **D.** $u_{50} = \frac{47}{150}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{50} = \frac{50-2}{3 \cdot 50 + 1} = \frac{48}{151}.$$

Câu 74: Cho dãy số $u_n = \frac{n^2 + 2n - 1}{n + 1}$. Tính u_{11} .

A. $u_{11} = \frac{182}{12}$.

B. $u_{11} = \frac{1142}{12}$.

C. $u_{11} = \frac{1422}{12}$.

D. $u_{11} = \frac{71}{6}$.

Lời giải

Ta có: $u_{11} = \frac{11^2 + 2 \cdot 11 - 1}{11 + 1} = \frac{71}{6}$.

Câu 75: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = \frac{2n+1}{n^2+1}$. Khi đó $\frac{39}{362}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 20.

B. 19.

C. 22.

D. 21.

Lời giải

Ta có $\frac{2n+1}{n^2+1} = \frac{39}{362} \Leftrightarrow 39n^2 - 724n - 323 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -\frac{17}{39} \end{cases}$, do $n \in \mathbb{N}^*$ nên $n = 19$.

Câu 76: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 5.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

Cách 1:

$u_1 = 5, u_2 = 6, u_3 = 8, u_4 = 11, u_5 = 15, u_6 = 20$

Vậy số 20 là số hạng thứ 6.

Cách 2:

Dựa vào công thức truy hồi ta có

$u_1 = 5$

$u_2 = 5 + 1$

$u_3 = 5 + 1 + 2$

$u_4 = 5 + 1 + 2 + 3$

.....

$\Rightarrow u_n = 5 + 1 + 2 + \dots + n - 1 = 5 + \frac{n(n-1)}{2}$

$\Rightarrow 20 = 5 + \frac{n(n-1)}{2} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 (\text{loại}) \end{cases}$

Vậy 20 là số hạng thứ 6.

Cách 3: Sử dụng máy tính CASIO fx – 570VN PLUS

1 SHIFT STO A

5 SHIFT STO B

Ghi vào màn hình $C = B + A$: $A = A + 1$: $B = C$

Ấn CALC và lặp lại phím =

Ta tìm được số 20 là số hạng thứ 6

Câu 77: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = \frac{2^{n-1} + 1}{n}$. Tìm số hạng thứ 10 của dãy số đã cho.

- A.** 51,2. **B.** 51,3. **C.** 51,1. **D.** 102,3.

Lời giải

Ta có: $u_{10} = \frac{2^{10-1} + 1}{10} = 51,3.$

Câu 78: Cho dãy số $\begin{cases} u_1 = 4 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 5 của dãy số.

- A.** 16. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 14.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 5$; $u_3 = u_2 + 2 = 7$; $u_4 = u_3 + 3 = 10$. Do đó số hạng thứ 5 của dãy số là $u_5 = u_4 + 4 = 14$.

Câu 79: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Năm số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.** $-\frac{1}{2}; -\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}$. **B.** $-\frac{2}{3}; -\frac{3}{4}; -\frac{4}{5}; -\frac{5}{6}; -\frac{6}{7}$.
C. $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \frac{5}{6}; \frac{6}{7}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_2 = -\frac{2}{3}$; $u_3 = -\frac{3}{4}$; $u_4 = -\frac{4}{5}$; $u_5 = -\frac{5}{6}$.

Nhận xét: Dùng MTCT chức năng CALC để kiểm tra nhanh.

Ta thấy dãy (u_n) là dãy số âm nên loại các phương án C, **D.** Đáp án đúng là A hoặc **B.** Ta chỉ cần kiểm tra một số hạng nào đó mà cả hai đáp án khác nhau là được. Chẳng hạn kiểm tra u_1 thì thấy $u_1 = -\frac{1}{2}$

Câu 80: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n}{3^n - 1}$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{3}{26}$. **C.** $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}$.

Lời giải

Dùng MTCT chức năng CALC: ta có

$$u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{2}{3^2-1} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}; u_3 = \frac{3}{3^3-1} = \frac{3}{26}.$$

Câu 81: Cho dãy số (u_n) , biết $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ với $n \geq 0$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là lần lượt là những số nào dưới đây?

- A.** $-1; 2; 5$. **B.** $1; 4; 7$. **C.** $4; 7; 10$. **D.** $-1; 3; 7$.

Lời giải

Ta có $u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5$.

Nhận xét: Dùng chức năng “lập” của MTCT để tính:

Nhập vào màn hình: $X = X + 3$.

Bấm CALC và cho $X = -1$ Vì $u_1 = -1$ nên loại các đáp án B, **C.** Còn lại các đáp án A, C; để biết đáp án nào ta chỉ cần kiểm tra $u_2: u_2 = u_1 + 3 = 2$

Câu 82: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta cần tìm n sao cho $u_n = \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$.

Nhận xét: Có thể dùng chức năng CALC để kiểm tra nhanh.

Câu 83: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$. Số $\frac{7}{12}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

Dùng chức năng “lập” để kiểm tra đáp án. Hoặc giải cụ thể như sau:

$$u_n = \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} \Leftrightarrow 24n + 60 = 35n - 28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8.$$

Câu 84: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 2^n$. Tìm số hạng u_{n+1} .

- A.** $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$. **B.** $u_{n+1} = 2^n + 1$. **C.** $u_{n+1} = 2(n+1)$. **D.** $u_{n+1} = 2^n + 2$.

Lời giải

Thay n bằng $n+1$ trong công thức u_n ta được: $u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$.

Câu 85: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A.** $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$. **B.** $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$. **C.** $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$. **D.** $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = 3^n \xrightarrow{n \leftrightarrow 2n-1} u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}.$$

Câu 86: Cho dãy số (u_n) , với $u_n = 5^{n+1}$. Tìm số hạng u_{n-1} .

- A.** $u_{n-1} = 5^{n-1}$. **B.** $u_{n-1} = 5^n$. **C.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n+1}$. **D.** $u_{n-1} = 5 \cdot 5^{n-1}$.

Lời giải

$$u_n = 5^{n+1} \xrightarrow{n \leftrightarrow n-1} u_{n-1} = 5^{(n-1)+1} = 5^n.$$

Câu 87: Cho dãy số (u_n) bởi công thức truy hồi sau $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + n; n \geq 1 \end{cases}$; u_{218} nhận giá trị nào sau đây?

- A.** 23653. **B.** 46872. **C.** 23871. **D.** 23436.

Lời giải

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n = n$, suy ra (v_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $v_1 = u_2 - u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Xét tổng $S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217}$.

$$\text{Ta có } S_{217} = v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = \frac{217 \cdot (v_1 + v_{217})}{2} = \frac{217 \cdot (1 + 217)}{2} = 23653.$$

$$\begin{aligned} \text{Mà } v_n = u_{n+1} - u_n \text{ suy ra } S_{217} &= v_1 + v_2 + \dots + v_{217} = (u_2 - u_1) + (u_3 - u_2) + \dots + (u_{218} - u_{217}) \\ &= u_{218} - u_1 \Rightarrow u_{218} = S_{217} + u_1 = 23653. \end{aligned}$$

DẠNG 3. DÃY SỐ TĂNG, DÃY SỐ GIẢM

Câu 88: Cho các dãy số sau. Dãy số nào **không** là dãy số tăng?

- A.** 1;1;1;1;... **B.** 1;3;5;7;... **C.** 2;4;6;8;... **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$

Lời giải

Xét đáp án A ta có dãy 1;1;1;1;... là dãy hằng nên không tăng không giảm.

Câu 89: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{5n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

* Trắc nghiệm: Tính vài số hạng đầu của dãy số rồi suy ra kết quả

* Tự luận:

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \sqrt{5(n+1)+2} - \sqrt{5n+2} = \sqrt{5n+7} - \sqrt{5n+2} > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$$

Câu 90: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{3n+2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3(n+1)+2} - \frac{1}{3n+2} = \frac{1}{3n+5} - \frac{1}{3n+2} = -\frac{3}{(3n+5)(3n+2)} < 0.$$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 91: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{10}{3^n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{10}{3^{n+1}} - \frac{10}{3^n} = \frac{10}{3 \cdot 3^n} - \frac{10}{3^n} = \frac{-20}{3 \cdot 3^n} < 0$$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 92: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2n^2 + 3n + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 1 - 2n^2 - 3n - 1 = 4n + 5 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy $u_{n+1} - u_n < 0 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 93: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = (-1)^n (n^2 + 1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số là dãy hữu hạn

Lời giải

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Câu 94: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n^2 - 400n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Mọi số hạng đều âm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 400(n+1) - n^2 + 400n = 2n - 399$$

$$\text{Do } 2n - 399 > 0 \text{ khi } n > \frac{399}{2} \text{ và } 2n - 399 < 0 \text{ khi } n < \frac{399}{2}.$$

Vậy dãy số đã cho không tăng, không giảm

Câu 95: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

- A.** $u_n = \frac{1}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{2n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$. **D.** $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3 \cdot 3^n} - \frac{1}{3^n} = \frac{-2}{3 \cdot 3^n} < 0 \rightarrow \text{loại A}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1} = \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0 \rightarrow \text{loại B}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3n+5} - \frac{n+1}{3n+2} = -\frac{1}{(3n+5)(3n+2)} < 0 \rightarrow \text{loại C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{4n+2}{n+4} - \frac{4n-2}{n+3} = \frac{14}{(n+4)(n+3)} > 0$$

Câu 96: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào giảm?

A. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$. **B.** $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. **C.** $u_n = -3^n$. **D.** $u_n = \sqrt{n+4}$.

Lời giải

Ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n > 0 \rightarrow \text{loại A}$$

Dãy (u_n) với $u_n = (-1)^n (5^n - 1)$. có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

$$u_{n+1} - u_n = -3^{n+1} + 3^n = -3 \cdot 3^n + 3^n = -2 \cdot 3^n < 0 \rightarrow \text{Chọn C}$$

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+4} = \frac{1}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n+4}} > 0 \rightarrow \text{loại D}$$

Câu 97: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

A. $u_n = n + \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = 5^n + 3n$. **C.** $u_n = -3^n$. **D.** $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

Lời giải

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Dãy trong đáp án A và B tăng, dãy trong đáp án C là dãy giảm

Câu 98: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 5^n - 4^n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng **B.** Dãy số giảm
C. Dãy số không tăng, không giảm **D.** Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} - 4^{n+1} - 5^n + 4^n = 4(5^n - 4^n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Vậy } u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Câu 99: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 6$ **B.** $a > 6$ **C.** $a < 6$ **D.** $a \geq 6$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$

Câu 100: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = 2^n - an$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $a = 2$

B. $a > 2$

C. $a < 2$

D. $a \geq 2$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = 2^n - a > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 101: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{3^n}{an}$. Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

A. $\forall a < 0$

B. Không tồn tại a

C. $\forall a \in \mathbb{R}^*$

D. $a > 0$

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{an+a} - \frac{3^n}{an} = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì $u_{n+1} - u_n = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$

Câu 102: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1} = \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$

Khi đó

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{1}{\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}} - \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}} \\ &= \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+5}) + (\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n+4})}{(\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4})(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1})} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Câu 103: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = n - \sqrt{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Các số hạng đều dương

Lời giải

Ta có $u_n = n - \sqrt{n^2+1} = \frac{-1}{n + \sqrt{n^2+1}}$

Khi đó

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n+1+\sqrt{(n+1)^2+1}} + \frac{1}{n+\sqrt{n^2+1}} = \frac{1+\left(\sqrt{(n+1)^2+1}-\sqrt{n^2+1}\right)}{\left(n+1+\sqrt{(n+1)^2+1}\right)\left(n+\sqrt{n^2+1}\right)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 104: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có số hạng âm

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{2n^2 + 3n}{n + 3} - \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2} = \frac{2n^2 + 10n + 3}{(n + 3)(n + 2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

Câu 105: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào tăng?

A. $u_n = \frac{\sin n}{n}$.

B. $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1}$.

C. $u_n = \frac{3^n}{n^2}$.

D. $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$.

Lời giải

* Với $n \in (k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n > 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} > 0$

và $n \in (\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n < 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} < 0$. Suy ra dãy số trong đáp án A không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại A

* Ta có $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1} = \sqrt{\frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}}$. Xét dãy (v_n) với $v_n = \frac{n^2 + 1}{(2n + 1)^2}$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{n^2 + 2n + 2}{4n^2 + 12n + 9} - \frac{n^2 + 1}{4n^2 + 4n + 1} = \frac{4n^2 - 2n - 7}{(2n + 3)^2 (2n + 1)^2}$$

Do $v_{n+1} - v_n$ vừa nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy số (v_n) không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại B

* $u_{n+1} - u_n = \frac{3 \cdot 3^n}{(n+1)^2} - \frac{3^n}{n^2} = \frac{3^n (2n^2 - 2n - 1)}{(n+1)^2 n^2}$. Do $u_{n+1} - u_n$ nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy đã cho không tăng, không giảm $\rightarrow$ loại C

* Theo phương pháp loại trừ ta **chọn D**

Câu 106: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{1}{3}(u_k - u_{k-1}) > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. Vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 107: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

Lời giải

Ta có $0 < u_1 < u_2 < u_3$. Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \sqrt{u_k^2 + 3} - \sqrt{u_{k-1}^2 + 3} = \frac{(u_k - u_{k-1})(u_k + u_{k-1})}{\sqrt{u_k^2 + 3} + \sqrt{u_{k-1}^2 + 3}} > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$. vậy dãy đã cho là dãy tăng

Câu 108: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + u_n} \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có $u_{10} = 2$

Lời giải

Ta có $u_1 > u_2 > u_3$. Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$. Ta chứng minh $u_{k+1} < u_k$

Thật vậy: $u_{k+1} - u_k = \frac{3u_k}{3 + u_k} - \frac{3u_{k-1}}{3 + u_{k-1}} = \frac{9(u_k - u_{k-1})}{(3 + u_k)(3 + u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$. vậy dãy đã cho là dãy giảm

Câu 109: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Có hữu hạn số hạng

Lời giải

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{4n^2 + 3n + 1}{2(2n+1)(n+1)^2} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

Câu 110: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = au_n + 1 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị của a để (u_n) tăng?

- A.** $a < 0$. **B.** $a \leq 0$. **C.** $a > 0$. **D.** $a > 1$.

Lời giải

Xét hiệu $u_{n+1} = au_n + 1 \Rightarrow u_n = au_{n-1} + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = a(u_n - u_{n-1})$

$\Rightarrow u_3 - u_2 = a(u_2 - u_1) = a^2$

$\Rightarrow u_4 - u_3 = a(u_3 - u_2) = a^3$

...

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = a^n > 0$

Để dãy số (u_n) tăng suy ra $a > 0$.

Câu 111: Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

- A.** $u_n = n^2$. **B.** $u_n = \frac{1}{n} - 3$. **C.** $u_n = 3n$. **D.** $u_n = n^3 - 2$.

Lời giải

Xét đáp án A, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.

Xét đáp án B, ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy giảm.

Xét đáp án C, ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.

Xét đáp án D, ta có $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 - n^3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy này là dãy tăng.

Câu 112: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.** $u_n = \frac{3}{n^2}$. **B.** $u_n = \frac{n-3}{n+1}$. **C.** $u_n = \frac{n}{2}$. **D.** $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \frac{3}{n^2}, u_{n+1} = \frac{3}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét B:

Ta có $u_n = \frac{n-3}{n+1}$; $u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \frac{n}{2}$; $u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét D:

Ta có $u_1 = \frac{-1}{3}$; $u_2 = \frac{1}{9}$; $u_3 = \frac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 113: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}^*$. **B.** $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = 2n^2 + 3, n \in \mathbb{N}^*$. **D.** $u_n = \cos(2n+1), n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

* Với dãy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}$.

Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3} \\ &= \frac{(2-3n)(2n+3) - (5-3n)(2n+5)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{-19}{(2n+3)(2n+5)} < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

Suy ra (u_n) là dãy giảm.

Câu 114: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$.

C. $u_n = n^2$.

D. $u_n = \sqrt{n+2}$.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 115: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$.

B. $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$.

C. $u_n = 1 - n^2$.

D. $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$.

Lời giải

Câu 116: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

A. $u_n = \frac{n-3}{n+1}$. **B.** $u_n = \frac{n}{2}$. **C.** $u_n = \frac{2}{n^2}$. **D.** $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$.

Lời giải

Xét A:

Ta có $u_n = \frac{n-3}{n+1}$; $u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét B:

Ta có $u_n = \frac{n}{2}$; $u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$. Khi đó: $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy (u_n) là dãy số tăng.

Xét C:

Ta có $u_n = \frac{2}{n^2}$, $u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là dãy giảm.

Xét D:

Ta có $u_1 = \frac{-1}{3}$; $u_2 = \frac{1}{9}$; $u_3 = \frac{-1}{27}$. Vậy (u_n) là dãy số không tăng không giảm.

Câu 117: Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$. **B.** $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$.
C. $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$. **D.** $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải

Xét $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$, ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3}$
 $= \frac{(2-3n)(2n+3) - (2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{4n-6n^2+6-9n-10n+6n^2-25+15n}{(2n+5)(2n+3)}$
 $= \frac{-19}{(2n+5)(2n+3)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ là dãy giảm.

Câu 118: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. **B.** $u_n = \frac{1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$. **D.** $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$.

Lời giải

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và

B.

Xét đáp án C: $u_n = \frac{n+5}{3n+1} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \longrightarrow u_1 > u_2 \longrightarrow \text{loại C.}$

Xét đáp án D: $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) > 0$

Câu 119: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A. $u_n = \frac{2}{3^n}$. **B.** $u_n = \frac{3}{n}$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = (-2)^n$.

Lời giải

Xét đáp án C: $u_n = 2^n \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n > 0 \longrightarrow \text{Chọn C}$

Vì $2^n; n$ là các dãy dương và tăng nên $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$ là các dãy giảm, do đó loại các đáp án A và

B.

Xét đáp án D: $u_n = (-2)^n \longrightarrow \begin{cases} u_2 = 4 \\ u_3 = -8 \end{cases} \longrightarrow u_2 > u_3 \longrightarrow \text{loại D.}$

Câu 120: Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A. $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$. **B.** $u_n = n^3 - 1$. **C.** $u_n = n^2$. **D.** $u_n = 2n$.

Lời giải

Với mọi $n \in \mathbb{N}, n > 1$. Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{2(n+1)+1}{(n+1)-1} - \frac{2n+1}{n-1} = \frac{2n+3}{n} - \frac{2n+1}{n-1} \\ &= \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}, n > 1. \end{aligned}$$

Suy ra dãy số giảm.

DẠNG 4. DÃY SỐ BỊ CHẶN TRÊN, BỊ CHẶN DƯỚI, BỊ CHẶN

Câu 121: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = (-1)^n$

A. Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Câu 122: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 3n - 1$

A. Bị chặn. **B.** Bị chặn trên. **C.** Bị chặn dưới. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \rightarrow$ Dãy bị chặn dưới

Khi n tiến tới dương vô cực thì u_n cũng tiến tới dương vô cực nên dãy số không bị chặn trên

Vậy dãy đã cho bị chặn dưới

Câu 123: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = n^2$. B. $u_n = 2^n$. C. $u_n = \frac{1}{n}$. D. $u_n = \sqrt{n+1}$.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Nhận xét: Các dãy số n^2 ; 2^n ; $n+1$ là các dãy tăng đến vô hạn khi n tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên.

Câu 124: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào bị chặn?

- A. $u_n = \frac{1}{2^n}$. B. $u_n = 3^n$. C. $u_n = \sqrt{n+1}$. D. $u_n = n^2 + 1$.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{2}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 125: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \quad \forall n$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 126: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

- A. Dãy số tăng, bị chặn.
B. Dãy số giảm, bị chặn.
C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.
D. Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$ với mọi $n \geq 1$.

Suy ra $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy tăng $\Rightarrow$ dãy bị chặn dưới bởi $u_1 = -\frac{9}{4}$.

Mặt khác: $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 127: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

- A. Bị chặn. B. Không bị chặn. C. Bị chặn trên. D. Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $0 < u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2+1}} = \sqrt{1+\frac{2n}{n^2+1}} \leq \sqrt{1+\frac{2n}{2n}} = \sqrt{2}, \forall n \Rightarrow (u_n)$ bị chặn.

Câu 128: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$ bị chặn trên; dãy (u_n) không bị chặn dưới.

Câu 129: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n + \frac{1}{n}$. **B.** $u_n = n + 1$. **C.** $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$. **D.** $u_n = n^2 + n + 1$.

Lời giải

Câu 130: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy số nào bị chặn?

- A.** $u_n = n - \sin 3n$ **B.** $u_n = \frac{n^2+1}{n}$. **C.** $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$. **D.** $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ bị chặn

Câu 131: Trong các dãy số (u_n) cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A.** $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$. **B.** $u_n = n^2 + 2017$. **C.** $u_n = (-1)^n(n+2)$. **D.** $u_n = \frac{n}{n^2+1}$.

Lời giải

Ta có $0 < u_n = \frac{n}{n^2+1} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ Dãy (u_n) với $u_n = \frac{n}{n^2+1}$ bị chặn

Câu 132: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

- A.** Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)^2 - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n$.

Và $0 < u_n = \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn.

Câu 133: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

- A.** Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn. **C.** Tăng, chặn dưới. **D.** Giảm, chặn trên.

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 + 2(n+1) - n^3 - 2n = 3n^2 + 3n + 3 > 0, \forall n$

Mặt khác: $u_n > 1, \forall n$ và khi n càng lớn thì u_n càng lớn.

Vậy dãy (u_n) là dãy tăng và bị chặn dưới.

Câu 134: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** $\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$. Mặt khác: $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0$ nên suy ra dãy (u_n) bị chặn trên bởi số 1.

Câu 135: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn trên.

Lời giải

Ta có $u_n \xrightarrow{MTCT} u_1 = \sin 1 + \cos 1 > 1 > 0$ nên loại các đáp án A và B

Ta có $u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}$

Câu 136: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \cos n + \sin n$. Dãy số (u_n) bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A.** 0. **B.** -1. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** Không bị chặn dưới.

Lời giải

$u_n \xrightarrow{MTCT} u_5 = \sin 5 - \cos 5 < -1 < 0 \longrightarrow$ loại A và B

Ta có $u_n = \sqrt{2} \sin\left(n - \frac{\pi}{4}\right) > -\sqrt{2}$

Câu 137: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Rõ ràng $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên (u_n) bị chặn dưới.

Lại có: $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$. Suy ra

$u_n = \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}\right) \right] = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1}\right) < \frac{1}{2}$ với mọi số nguyên dương n , nên (u_n) bị chặn trên.

Kết luận (u_n) bị chặn.

Câu 138: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$$

Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 139: Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số (u_n) , biết: $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$.

- A.** Dãy số tăng, bị chặn. **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.
C. Dãy số giảm, bị chặn trên. **D.** Cả A, B, C đều sai.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} > 0 \Rightarrow \text{dãy } (u_n) \text{ là dãy số tăng.}$$

$$\text{Do } u_n < 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow 1 < u_n < 2, \forall n \geq 1 \Rightarrow \text{dãy } (u_n) \text{ là dãy bị chặn.}$$

Câu 140: Xét tính bị chặn của các dãy số sau: $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, (n \geq 2) \end{cases}$

- A.** Bị chặn. **B.** Không bị chặn. **C.** Bị chặn trên. **D.** Bị chặn dưới.

Lời giải

Bằng quy nạp ta chứng minh được $1 < u_n < 2$ nên dãy (u_n) bị chặn.

Câu 141: Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau: $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A.** Tăng, bị chặn. **B.** Giảm, bị chặn.
C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên. **D.** Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

Lời giải

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh: $1 < u_n \leq 2, \forall n$

Điều này đúng với $n = 1$, giả sử $1 < u_n < 2$ ta có:

$$1 < u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} < 2 \text{ nên ta có đpcm.}$$

$$\text{Mà } u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n}{2} < 0, \forall n.$$

Vậy dãy (u_n) là dãy giảm và bị chặn.

Câu 142: Cho dãy (u_n) với $u_n = \frac{n+2018}{2018n+1}$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- A. Dãy (u_n) bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên
 B. Dãy (u_n) bị chặn.
 C. Dãy (u_n) không bị chặn trên, không bị chặn dưới.
 D. Dãy (u_n) bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{n+2018}{2018n+1} = \frac{1}{2018} + \frac{2017 \cdot 2019}{2018(2018n+1)}.$$

Do đó (u_n) là dãy giảm, mà $u_1 = 1$, dễ thấy $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$.

Suy ra: Dãy (u_n) bị chặn.

Câu 143: Trong các dãy số (u_n) có số hạng tổng quát u_n dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?

- A. $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$. B. $u_n = \frac{n}{2n+1}$. C. $u_n = 3^n - 1$. D. $u_n = n + \frac{2}{n}$.

Lời giải

Chọn B

$\lim \sqrt{n^2 + 2} = +\infty \Rightarrow$ dãy số $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$ không bị chặn.

$$u_n = \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n+1} < \frac{1}{2} \Rightarrow u_n < \frac{1}{2}.$$

Mặt khác ta thấy ngay $u_n = \frac{n}{2n+1} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{2} \Rightarrow$ dãy số $u_n = \frac{n}{2n+1}$ bị chặn.

Câu 144: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2 + 5^{1-n}$. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số không đơn điệu. B. Dãy số giảm và không bị chặn.
 C. Dãy số tăng. D. Dãy số giảm và bị chặn.

Lời giải

$$\text{Xét } u_{n+1} - u_n = (2 + 5^{-n}) - (2 + 5^{1-n}) = 5^{-n} - 5^{1-n} = \frac{1}{5^n} - \frac{1}{5^{n-1}} = \frac{1}{5^n} - \frac{5}{5^n} = -\frac{4}{5^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$\Rightarrow (u_n)$ là dãy số giảm.

$$\text{Ta có: } u_n = 2 + 5^{1-n} > 2, \forall n \in \mathbb{N}^*; u_n = 2 + \frac{5}{5^n} \leq 3, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$\Rightarrow (u_n)$ là dãy số bị chặn.

Câu 145: Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$. B. $u_n = 2n + \sin(n)$. C. $u_n = n^2$. D. $u_n = n^3 - 1$.

Lời giải

Xét dãy số $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ ta có:

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn dưới bởi giá trị 0.

* $u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$ dãy (u_n) bị chặn trên bởi giá trị 2.

$\Rightarrow$ dãy (u_n) là dãy bị chặn.

Câu 146: Chọn kết luận sai:

- A.** Dãy số $(2n-1)$ tăng và bị chặn trên. **B.** Dãy số $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ giảm và bị chặn dưới.
C. Dãy số $\left(-\frac{1}{n}\right)$ tăng và bị chặn trên. **D.** Dãy số $\left(\frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới.

Lời giải

Đáp án B đúng vì dãy số $\left(\frac{1}{n+1}\right)$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án C đúng vì dãy số $\left(-\frac{1}{n}\right)$ tăng và bị chặn trên bởi 0.

Đáp án D đúng vì dãy số $\left(\frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$ giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án A sai vì dãy số $(2n-1)$ tăng nhưng không bị chặn trên.

Câu 147: Cho dãy số (u_n) biết $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số bị chặn dưới. **B.** Dãy số bị chặn trên.
C. Dãy số bị chặn. **D.** Không bị chặn.

Lời giải

$$\text{Xét } \frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}, \forall k \geq 2$$

$$\text{Suy ra } u_n < \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 148: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

A. $n = 2017$.

B. $n = 2019$.

C. $n = 2020$.

D. $n = 2018$.

Lời giải

Theo hệ thức đã cho ta có:

$$u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = \dots = u_1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3.$$

$$\text{Lại có } 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1+2+\dots+(n-1))^2 = \frac{(n-1)^2 n^2}{4}.$$

$$\text{Suy ra: } u_n = 1 + \frac{n^2(n-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{u_n - 1} = \frac{n(n-1)}{2}.$$

Sử dụng mode 7 cho n chạy từ 2017 đến 2020, ta được kết quả $n = 2020$.

Câu 149: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0$ và $u_{n+1} = u_n + 5$, với mọi $n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Giá trị lớn nhất của n để $u_n < 500$ bằng:

A. 80.

B. 100.

C. 99.

D. 82.

Lời giải

$$+) \log^2 u_1 + \log u_1 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log u_1 = -3 \\ \log u_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 0,001 \\ u_1 = 100 \end{cases}$$

+) Từ giả thiết suy ra (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 5$. Do đó, ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$+) \text{ Vậy } \begin{cases} u_n = 0,001 + 5(n-1) = 5n - 4,999 \\ u_n = 100 + 5(n-1) = 5n + 95 \end{cases}. \text{ Suy ra } u_n < 500 \Leftrightarrow \begin{cases} n < 100,9998 \\ n < 81 \end{cases}.$$

Vậy số n lớn nhất để $u_n < 500$ là 100.

Câu 150: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 5$ và $u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}$ với $\forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100} \text{ bằng?}$$

A. 142.

B. 146.

C. 141.

D. 145.

Lời giải

$$u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} + \frac{2}{3} = 3\left(u_n + \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n + \frac{2}{3} \Rightarrow v_n \text{ là cấp số nhân với } v_1 = \frac{17}{3}, \text{ công bội } q = 3.$$

Khi đó

$$\begin{aligned} S_n &= u_1 + u_2 + \dots + u_n = \left(v_1 - \frac{2}{3}\right) + \left(v_2 - \frac{2}{3}\right) + \dots + \left(v_n - \frac{2}{3}\right) \\ &= v_1 + v_2 + \dots + v_n - \frac{2n}{3} = v_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} - \frac{2n}{3} = \frac{17 \cdot 3^n - 17 - 4n}{6} \end{aligned}$$

Bằng cách thử trực tiếp ta có n bé nhất để $S_n > 5^{100}$ là $n = 146$.

Câu 151: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2, u_2 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1} \end{cases} \quad n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Khi đó $u_1 + \dots + u_n$ bằng?

A. $2^n - 1$.

B. 2^n .

C. $2^n + 2n$.

D. $2^n + n - 1$.

Lời giải.

Ta có: $u_{n+1} = 3u_n - 2u_{n-1}$.

$$u_n = 3u_{n-1} - 2u_{n-2}$$

$$u_{n-1} = 3u_{n-2} - 2u_{n-3}$$

$$\dots u_4 = 3u_3 - 2u_2$$

$$u_3 = 3u_2 - 2u_1$$

$$\Rightarrow u_{n+1} + \dots + u_3 = 3u_n + u_{n-1} + \dots + u_3 + u_2 - 2u_1$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} = 2u_n + u_2 - 2u_1 = 2u_n - 1 \Rightarrow u_{n+1} = 2^n + 1.$$

Vậy $u_1 + \dots + u_n = (2^0 + 1) + (2^1 + 1) + (2^2 + 1) + \dots + (2^{n-1} + 1) = 2^n + n - 1$.

Câu 152: Cho dãy số $\{u_n\}$ xác định bởi $u_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^3} + \sqrt[4]{n^3 + n^2} + \sqrt[4]{n^3 + 2n^2 + n} + \sqrt[4]{n^3 + 3n^2 + 3n + 1}}$, $n \geq 1$.

Tính tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{2018^4 - 1}$.

A. 2016.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2019.

Lời giải

Ta có: $u_n = \frac{1}{\sqrt[4]{n^3} + \sqrt{n} \cdot \sqrt[4]{n+1} + \sqrt[4]{n} \cdot \sqrt{n+1} + \sqrt[4]{(n+1)^3}}$

$$= \frac{1}{\sqrt{n}(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1}) + \sqrt{n+1}(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1})}$$

$$= \frac{1}{(\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1})(\sqrt{n} + \sqrt{n+1})}$$

$$= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt[4]{n} + \sqrt[4]{n+1}}$$

$$= \frac{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt[4]{n+1} - \sqrt[4]{n})}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

$$= \sqrt[4]{n+1} - \sqrt[4]{n}.$$

Do đó $S = \sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{1} + \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2} + \dots + \sqrt[4]{2018^4 - 1} + 1 - \sqrt[4]{2018^4 - 1}$

$$= -1 + \sqrt[4]{2018^4} = -1 + 2018 = 2017.$$

Câu 153: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}$, $(n \in \mathbb{N}^*)$. Tính tổng 2018

số hạng đầu tiên của dãy số đó?

A. $\frac{4036}{4035}$.

B. $\frac{4035}{4034}$.

C. $\frac{4038}{4037}$.

D. $\frac{4036}{4037}$.

Lời giải

- Ta có: $\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{2(2n+1)u_n + 1}{u_n} = \frac{1}{u_n} + 4n + 2 = \left(\frac{1}{u_{n-1}} + 4(n-1) + 2 \right) + 4n + 2$

Tương tự ta được:

$$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{1}{u_1} + (4.1 + 2) + (4.2 + 2) + \dots + (4n + 2) = \frac{3}{2} + 2n + 2n(n+1) = \frac{4n^2 + 8n + 3}{2}$$

$$\Rightarrow u_{n+1} = \frac{2}{4n^2 + 8n + 3} = \frac{2}{(2n+1)(2n+3)}$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^n u_k = 1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} \Rightarrow \sum_{k=1}^{2018} u_k = \frac{4036}{4037}.$$

Câu 154: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_n = u_{n-1} + 6, \forall n \geq 2$ và $\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Tìm số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$.

A. 2587.

B. 2590.

C. 2593.

D. 2584.

Lời giải

Ta có dãy số (u_n) là cấp số cộng có công sai $d = 6$.

$$\log_2 u_5 + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{u_9 + 8} = 11 \Leftrightarrow \log_2 u_5 (u_9 + 8) = 11 \quad (*) \text{ với } u_5 > 0.$$

$$\text{Mặt khác } u_5 = u_1 + 4d = u_1 + 24 \text{ và } u_9 = u_1 + 8d = u_1 + 48.$$

$$\text{Thay vào } (*) \text{ ta được } \begin{cases} u_1 = 8 \Rightarrow u_5 = 32 \\ u_1 = -88 \Rightarrow u_5 = -64 \end{cases}. \text{ Suy ra } u_1 = 8.$$

$$S_n \geq 20172018 \Leftrightarrow \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \geq 20172018 \Leftrightarrow 3n^2 + 5n - 20172018 \geq 0.$$

Vậy số tự nhiên n nhỏ nhất thỏa mãn $S_n \geq 20172018$ là $n = 2593$.

Câu 155: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1}$ và $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị lớn nhất của n để $\log_3 u_n < \ln 2018$ bằng

A. 1419.

B. 1418.

C. 1420.

D. 1417.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = u_n + 3$ với mọi $n \geq 1$ nên u_n là cấp số cộng có công sai $d = 3$

$$e^{u_{18}} + 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} \Leftrightarrow 5\sqrt{e^{u_{18}} - e^{4u_1}} = e^{4u_1} - e^{u_{18}} \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = e^{u_{18}} - e^{4u_1} \quad (t \geq 0)$$

Phương trình (1) trở thành $5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 0 \\ 25t = t^2 \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$

$$5\sqrt{t} = -t \Leftrightarrow t + 5\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t}(\sqrt{t} + 5) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow t = 0$$

Với $t = 0$ ta có : $e^{u_8} = e^{4u_1} \Leftrightarrow u_{18} = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 + 51 = 4u_1 \Leftrightarrow u_1 = 17$

Vậy $u_n = u_1 + (n-1)d = 17 + (n-1)3 = 3n + 14$

Có : $\log_3 u_n < \ln 2018 \Leftrightarrow u_n < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow 3n + 14 < 3^{\ln 2018} \Leftrightarrow n < \frac{3^{\ln 2018} - 14}{3} \approx 1419,98$

Vậy giá trị lớn nhất của n là 1419.

Câu 156: Tổng: $A = 2 + 4 + 6 + \dots + 2018$ có giá trị là:

- A.** 2018001. **B.** 1209900. **C.** 1010101. **D.** 1019090.

Lời giải

Ta có $2A = (2 + 2018) + (4 + 2016) + \dots + (2018 + 2)$

Do đó $A = \frac{1009(2 + 2018)}{2} = 1019090$

Câu 157: Tổng: $B = 1 + 4 + 7 + \dots + 3031$ bằng:

- A.** 1532676. **B.** 1435000. **C.** 1351110. **D.** 1322300.

Lời giải

Ta có $2B = (1 + 3031) + (4 + 3028) + \dots + (3031 + 1)$

Do đó $B = \frac{1011(1 + 3031)}{2} = 1532676$

Câu 158: Giá trị của tổng: $C = -13 - 9 - 5 + \dots + 387$ bằng:

- A.** 23455. **B.** 18887. **C.** 36778. **D.** 43234.

Lời giải

Ta có $2C = (-13 + 387) + (-9 + 383) + \dots + (387 - 13)$

Do đó $C = \frac{101(-13 + 387)}{2} = 18887$

Câu 159: Giá trị của tổng: $S = \frac{1}{100} + \frac{101}{100} + \frac{201}{100} + \dots + \frac{1001}{100}$ bằng:

- A.** $\frac{5514}{100}$. **B.** $\frac{5501}{100}$. **C.** $\frac{5511}{100}$. **D.** $\frac{5515}{100}$.

Lời giải

Ta có $2S = \left(\frac{1}{100} + \frac{1001}{100}\right) + \left(\frac{101}{100} + \frac{901}{100}\right) + \dots + \left(\frac{1001}{100} + \frac{1}{100}\right)$

$$\text{Do đó } S = \frac{11\left(\frac{1}{100} + \frac{1001}{100}\right)}{2} = \frac{5511}{100}.$$

Câu 160: Cho tổng: $S_n = 1 + 3 + 5 + \dots + 2n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm S_{100} ?

- A.** 10201. **B.** 10000. **C.** 10200. **D.** 10202.

Lời giải

$$\text{Ta có } S_{100} = 1 + 3 + 5 + \dots + 201$$

$$\text{Suy ra } 2S_{100} = (1 + 201) + (3 + 199) + \dots + (201 + 1)$$

$$\text{Vậy } S_{100} = \frac{101(1 + 201)}{2} = 10201$$

Câu 161: Cho tổng: $S_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó công thức của S_n là?

- A.** $n(n+2)$. **B.** $\frac{n(n+1)}{2}$. **C.** $n(n+1)$. **D.** n^2 .

Lời giải

$$\text{Ta có } 2S_n = (2 + 2n) + (4 + 2n - 2) + \dots + (2n + 2)$$

$$\text{Vậy } S_n = \frac{n(2 + 2n)}{2} = n(n+1)$$

Câu 162: Tìm x biết: $(x+3) + (x+7) + (x+11) + \dots + (x+79) = 860$

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 1720 = (x+3 + x+79) + (x+7 + x+75) + \dots + (x+79 + x+3)$$

$$\text{Do đó } 1720 = 20(x+3 + x+79) \Leftrightarrow 1720 = 20(2x+82) \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 163: Tìm x biết: $(2x+3) + (2x+7) + (2x+11) + \dots + (2x+79) = 1720$

- A.** $x = 35$. **B.** $x = \frac{45}{2}$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 15$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 3440 = (2x+3 + 2x+79) + (2x+7 + 2x+75) + \dots + (2x+79 + 2x+3)$$

$$\text{Do đó } 3440 = 20(2x+3 + 2x+79) \Leftrightarrow 3440 = 20(4x+82) \Leftrightarrow x = \frac{45}{2}$$

Câu 164: Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{1+2+3+\dots+2018}{1+3+5+\dots+1009}$

- A.** $\frac{2030071}{255025}$. **B.** $\frac{2037171}{200025}$. **C.** $\frac{2037111}{255000}$. **D.** $\frac{2037171}{255025}$.

Lời giải

$$\text{Đặt } P = 1 + 2 + 3 + \dots + 2018, \quad Q = 1 + 3 + 5 + \dots + 1009$$

Ta có $2P = (1+2018) + (2+2017) + \dots + (2018+1) = 2018.2019 \Rightarrow P = 2037171$

$2Q = (1+1009) + (2+1007) + \dots + (1009+1) = 505.1010 \Rightarrow Q = 255025$

Vậy $A = \frac{2037171}{255025}$

Câu 165: Cho tổng: $S_n = 1 + 5 + 9 + \dots + 4n - 3$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó: $S_{10}^2 + S_{15}^2$ bằng:

- A.** 225325. **B.** 255325. **C.** 225355. **D.** 225525.

Lời giải

Ta có $S_{10} = 1 + 5 + 9 + \dots + 37 = 190 \Rightarrow (S_{10})^2 = 36100$

$S_{15} = 1 + 5 + 9 + \dots + 57 = 435 \Rightarrow (S_{15})^2 = 189225$

Vậy $S_{10}^2 + S_{15}^2 = 225325$

Câu 166: Tính tổng sau: $S = \frac{3}{1.4} + \frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{91.94}$.

- A.** $\frac{93}{94}$ **B.** $\frac{94}{95}$ **C.** $\frac{94}{93}$ **D.** 1

Lời giải

Ta có $\frac{3}{1.4} = 1 - \frac{1}{4}$; $\frac{3}{4.7} = \frac{1}{4} - \frac{1}{7}$; $\frac{3}{7.10} = \frac{1}{7} - \frac{1}{10}$; ...; $\frac{3}{91.94} = \frac{1}{91} - \frac{1}{94}$

Do đó $S = \left(1 - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91} - \frac{1}{94}\right) = 1 - \frac{1}{94} = \frac{93}{94}$

Câu 167: Tổng: $S = \frac{1}{2.4} + \frac{1}{4.6} + \frac{1}{6.8} + \dots + \frac{1}{100.102}$ bằng:

- A.** $\frac{53}{102}$ **B.** $\frac{25}{102}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{4}$

Lời giải

Ta có $2S = \frac{2}{2.4} + \frac{2}{4.6} + \frac{2}{6.8} + \dots + \frac{2}{100.102}$

$\frac{2}{2.4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$; $\frac{2}{4.6} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$; $\frac{2}{6.8} = \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$; ...; $\frac{2}{100.102} = \frac{1}{100} - \frac{1}{102}$

Do đó $2S = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8}\right) + \dots + \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{102}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{102} = \frac{50}{51}$

Vậy $S = \frac{50}{102}$

Câu 168: Giá trị của tổng: $S = \frac{4}{1.3.5} + \frac{4}{3.5.7} + \frac{4}{5.7.9} + \dots + \frac{4}{91.93.95}$ là:

A. $\frac{2941}{8835}$

B. $\frac{2942}{8835}$

C. $\frac{2944}{8835}$

D. $\frac{1}{3}$

Lời giải

Ta có $\frac{4}{1.3.5} = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5}$; $\frac{4}{3.5.7} = \frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7}$; $\frac{4}{5.7.9} = \frac{1}{5.7} - \frac{1}{7.9}$; $\frac{4}{91.93.95} = \frac{1}{91.93} - \frac{1}{93.95}$

Khi đó $S = \left(\frac{1}{1.3} - \frac{1}{3.5}\right) + \left(\frac{1}{3.5} - \frac{1}{5.7}\right) + \left(\frac{1}{5.7} - \frac{1}{7.9}\right) + \dots + \left(\frac{1}{91.93} - \frac{1}{93.95}\right) = \frac{1}{1.3} - \frac{1}{93.95} = \frac{2944}{8835}$

Câu 169: Tổng $S = \frac{100}{10.15.20} + \frac{100}{15.20.25} + \frac{100}{20.25.30} + \dots + \frac{100}{110.115.120}$ có giá trị bằng:

A. $\frac{93}{1380}$

B. $\frac{91}{13800}$

C. $\frac{9}{138}$

D. $\frac{91}{1380}$

Lời giải

Ta có

$$\frac{100}{10.15.20} = 10 \left(\frac{1}{10.15} - \frac{1}{15.20} \right); \frac{100}{15.20.25} = 10 \left(\frac{1}{15.20} - \frac{1}{20.25} \right);$$

$$\frac{100}{20.25.30} = 10 \left(\frac{1}{20.25} - \frac{1}{25.30} \right); \frac{100}{110.115.120} = 10 \left(\frac{1}{110.115} - \frac{1}{115.120} \right)$$

Khi đó

$$S = 10 \left(\frac{1}{10.15} - \frac{1}{15.20} \right) + 10 \left(\frac{1}{15.20} - \frac{1}{20.25} \right) + 10 \left(\frac{1}{20.25} - \frac{1}{25.30} \right) + \dots + 10 \left(\frac{1}{110.115} - \frac{1}{115.120} \right)$$

$$= \frac{1}{15} - \frac{1}{115.12} = \frac{91}{1380}$$

Câu 170: Giá trị của tổng: $S = \frac{12}{4.16} + \frac{20}{16.36} + \frac{28}{36.64} + \dots + \frac{84}{400.484}$ là:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{30}{121}$

C. $\frac{32}{121}$

D. $\frac{33}{121}$

Lời giải

Ta có $\frac{12}{4.16} = \frac{1}{4} - \frac{1}{16}$; $\frac{20}{16.36} = \frac{1}{16} - \frac{1}{36}$; $\frac{28}{36.64} = \frac{1}{36} - \frac{1}{64}$; $\frac{84}{400.484} = \frac{1}{400} - \frac{1}{484}$

Khi đó $S = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16}\right) + \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36}\right) + \left(\frac{1}{36} - \frac{1}{64}\right) + \dots + \left(\frac{1}{400} - \frac{1}{484}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{484} = \frac{30}{121}$

Câu 171: Cho tổng: $S = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ với $n \in \mathbb{N}^*$. Lựa chọn đáp án đúng.

A. $S_3 = \frac{1}{12}$.

B. $S_2 = \frac{1}{6}$.

C. $S_2 = \frac{2}{3}$.

D. $S_3 = \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $S_2 = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} = \frac{2}{3}$

Câu 172: Cho tổng: $S_n = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$. Khi đó: S_{30} bằng:

A. $\frac{31}{121}$

B. $\frac{495}{992}$

C. $\frac{496}{1987}$

D. $\frac{31}{121}$

Lời giải

Ta có $2S_n = \frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{n(n+1)(n+2)}$

Trong đó

$$\frac{2}{1.2.3} = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}; \frac{2}{2.3.4} = \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}; \frac{2}{3.4.5} = \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5};$$

$$\frac{2}{n(n+1)(n+2)} = \frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} 2S_n &= \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} \right) + \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} \right) + \left(\frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} \right) \\ &= \frac{1}{1.2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)} = \frac{n^2 + 3n}{(n+1)(n+2)} \Rightarrow S_n = \frac{n^2 + 3n}{2(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

Vậy $S_{30} = \frac{30^2 + 3.30}{2.(30+1)(30+2)} = \frac{495}{992}$

Câu 173: Tìm x biết: $\left(x + \frac{2}{1.3}\right) + \left(x + \frac{2}{3.5}\right) + \left(x + \frac{2}{5.7}\right) + \dots + \left(x + \frac{2}{51.53}\right) = \frac{1430}{53}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Lời giải

Ta có

$$\left(x + \frac{2}{1.3}\right) + \left(x + \frac{2}{3.5}\right) + \left(x + \frac{2}{5.7}\right) + \dots + \left(x + \frac{2}{51.53}\right) = \frac{1430}{53}$$

$$\Leftrightarrow 26x + \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{51} - \frac{1}{53}\right) = \frac{1430}{53} \Leftrightarrow 26x + \frac{52}{53} = \frac{1430}{53} \Leftrightarrow x = 1$$

Câu 174: Tìm x biết: $\left(x - \frac{2}{1.2.3}\right) + \left(x - \frac{2}{2.3.4}\right) + \left(x - \frac{2}{3.4.5}\right) + \dots + \left(x - \frac{2}{20.21.22}\right) = \frac{9125}{231}$

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $x = 3$

D. $x = 4$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} & \left(x - \frac{2}{1.2.3}\right) + \left(x - \frac{2}{2.3.4}\right) + \left(x - \frac{2}{3.4.5}\right) + \dots + \left(x - \frac{2}{20.21.22}\right) = \frac{9125}{231} \\ \Leftrightarrow & 20x - \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{20.21} - \frac{1}{21.22}\right) = \frac{9125}{231} \\ \Leftrightarrow & 20x - \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{21.22}\right) = \frac{9125}{231} \Leftrightarrow 20x - \frac{115}{231} = \frac{9125}{231} \Leftrightarrow x = 2 \end{aligned}$$

Câu 175: Tính: $M = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^3} + \dots + \frac{1}{5^{10}}$

A. $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$ **B.** $\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{11}\right)$ **C.** $1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ **D.** $\frac{1}{5} \left(1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{5^{10}} + \dots + \frac{1}{5^3} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{5} \Leftrightarrow M + 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^{10} + \dots + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} + 1 \\ \Leftrightarrow & (M + 1) \left(\frac{1}{5} - 1\right) = \left(\frac{1}{5} - 1\right) \left[\left(\frac{1}{5}\right)^{10} + \dots + \left(\frac{1}{5}\right)^3 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \frac{1}{5} + 1\right] \\ \Leftrightarrow & -\frac{4}{5}(M + 1) = \left(\frac{1}{5}\right)^{11} - 1 \Leftrightarrow M + 1 = \frac{5 \cdot 5^{10} - 1}{4 \cdot 5^{10}} \Leftrightarrow M = \frac{5^{10} - 1}{4 \cdot 5^{10}} = \frac{1}{4} \left[1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{10}\right] \end{aligned}$$

Câu 176: Cho $M = \frac{5}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{5}{256} + \dots + \frac{5}{2}$. Khi đó M bằng:

A. $\frac{1023}{1024}$ **B.** $\frac{5111}{1024}$ **C.** $\frac{1024}{1023}$ **D.** $\frac{5115}{1024}$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} M &= \frac{5}{1024} + \frac{5}{512} + \frac{5}{256} + \dots + \frac{5}{2} = 5 \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2}\right) \\ \Leftrightarrow & M + 5 = 5 \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2} + 1\right) \\ \Leftrightarrow & (M + 5) \left(\frac{1}{2} - 1\right) = 5 \left(\frac{1}{2} - 1\right) \left(\frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + \dots + \frac{1}{2} + 1\right) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(M + 5) = 5 \left(\frac{1}{2^{11}} - 1\right) \\ \Leftrightarrow & M + 5 = 10 \left(1 - \frac{1}{2^{11}}\right) \Leftrightarrow M = 10 \left(1 - \frac{1}{2^{11}}\right) - 5 = \frac{5115}{1024} \end{aligned}$$

Câu 177: Cho $M = 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729}$. Khi đó $729M$ bằng:

A. $\frac{5465}{729}$ **B.** 5460 **C.** 5465 **D.** $\frac{5460}{729}$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$\begin{aligned} M &= 5 + \frac{5}{3} + \frac{5}{9} + \dots + \frac{5}{729} = 5 \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^6} \right) \\ \Leftrightarrow M \left(1 - \frac{1}{3} \right) &= 5 \left(1 - \frac{1}{3} \right) \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^6} \right) \\ \Leftrightarrow \frac{2}{3} M &= 5 \left(1 - \frac{1}{3^7} \right) \Leftrightarrow M = \frac{5}{2} \left(\frac{3^7 - 1}{3^6} \right) \Rightarrow 729M = 729 \cdot \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3^7 - 1}{3^6} \right) = 5465 \end{aligned}$$

Câu 178: Cho tổng: $S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n$. Chọn mệnh đề đúng:

- A.** $S_{10} = 2047$ **B.** $S_{10} = 2048$ **C.** $S_{10} = 1024$ **D.** $S_{10} = 1023$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } S_n = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n \Leftrightarrow S_n = (2 - 1)(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n) = 2^{n+1} - 1$$

$$\text{Vậy } S_{10} = 2^{11} - 1 = 2047$$

Câu 179: Tính tổng: $S = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + 11.12$

- A.** 322 **B.** 321 **C.** 320 **D.** 319

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\begin{aligned} a_k &= (2k - 1)2k, k \in \mathbb{N}^*. \quad S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n - 1)2n \\ \Leftrightarrow S_n &= \sum_{k=1}^n (2k - 1)2k = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k \\ \Leftrightarrow S_n &= \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } S = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + 11.12 = \frac{6(6+1)(4.6-1)}{3} = 322$$

Câu 180: Tổng: $S = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 20.21$ có giá trị bằng:

- A.** 1550 **B.** 1655 **C.** 1650 **D.** 1450

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$a_k = 2k(2k+1), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 2n(2n+1)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n 2k(2k+1) = 4 \sum_{k=1}^n k^2 + 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} + n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n+5)}{3}$$

Vậy $S = 2.3 + 4.5 + 6.7 + \dots + 20.21 = \frac{10(10+1)(40+5)}{3} = 1650$

Câu 181: Giá trị của tổng: $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 20.59$ là:

A. 8450

B. 8300

C. 8850

D. 8400

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$a_k = k(3k-1), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n k(3k-1) = 3 \sum_{k=1}^n k^2 - \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2} - \frac{n(n+1)}{2} = n^2(n+1)$$

Vậy $S = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 20.59 = 20^2(20+1) = 8400$

Câu 182: Tính tổng: $S_n = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1).(2n+3)$ khi $n = 15$

A. 5450

B. 5400

C. 5395

D. 5650

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$a_k = (2k-1)(2k+3), k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1)(2n+3)$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)(2k+3) = 4 \sum_{k=1}^n k^2 + 4 \sum_{k=1}^n k - 3n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} + 2n(n+1) - 3n = \frac{2n(n+1)(2n+4)}{3} - 3n$$

Vậy $S_n = 1.5 + 3.7 + 5.9 + \dots + (2n-1).(2n+3) \Rightarrow S_{15} = \frac{30.16.34}{3} - 45 = 5395$

Câu 183: Giá trị của tổng: $S_n = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1).4n$ khi $n = 10$ là:

A. 1650

B. 2860

C. 2650

D. 1950

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$a_k = (2k-1)4k, k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1)4n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)4k = 8 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{3} - 2n(n+1) = \frac{2n(n+1)(4n-1)}{3}$$

Vậy $S_n = 1.4 + 3.8 + 5.12 + \dots + (2n-1).4n \Rightarrow S_{10} = \frac{20.11.39}{3} = 2860$

Câu 184: Cho tổng $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$. Tính giá trị của S_{50}

A. 169150

B. 155000

C. 165050

D. 165000

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$a_k = (2k-1)2k, k \in \mathbb{N}^*. S_n = \sum_{k=1}^n a_k = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n$$

$$\Leftrightarrow S_n = \sum_{k=1}^n (2k-1)2k = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 2 \sum_{k=1}^n k$$

$$\Leftrightarrow S_n = \frac{4n(n+1)(2n+1)}{6} - n(n+1) = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3}$$

Vậy $S_n = 1.2 + 3.4 + 5.6 + \dots + (2n-1)2n = \frac{n(n+1)(4n-1)}{3} \Rightarrow S_{50} = \frac{50.51.199}{3} = 169150$

Câu 185: Tìm x biết: $(x+1.2) + (x+2.5) + (x+3.8) + \dots + (x+10.29) = 1200$

A. $x = 7$

B. $x = 8$

C. $x = 9$

D. $x = 10$

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$(x+1.2) + (x+2.5) + (x+3.8) + \dots + (x+10.29) = 1200$$

$$\Leftrightarrow 10x + (1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + 10.29) = 1200 \Leftrightarrow 10x + 1100 = 1200 \Leftrightarrow x = 10$$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG



LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d .

Số không đổi d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

Đặc biệt, khi $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi** (tất cả các số hạng đều bằng nhau).

Nhận xét: Từ định nghĩa, ta có:

1) Nếu (u_n) là một cấp số cộng với công sai d , ta có công thức truy hồi

$$u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*. \quad (1)$$

2) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số tăng khi và chỉ khi công sai $d > 0$.

3) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số giảm khi và chỉ khi công sai $d < 0$.

NHẬN XÉT

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, chúng ta cần chứng minh $u_{n+1} - u_n$ là một hằng số với mọi số nguyên dương n .



VÍ DỤ.

Ví dụ 1. Chứng minh rằng dãy số hữu hạn sau là một cấp số cộng: $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$.

Lời giải

$$\text{Vì } 1 = -2 + 3; \quad 4 = 1 + 3; \quad 7 = 4 + 3; \quad 10 = 7 + 3;$$

$$13 = 10 + 3; \quad 16 = 13 + 3; \quad 19 = 16 + 3.$$

Nên theo định nghĩa cấp số cộng, dãy số $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$ là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Ví dụ 2. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) Dãy số (a_n) , với $a_n = 4n - 3$. b) Dãy số (b_n) , với $b_n = \frac{2-3n}{4}$.

Lời giải

a) Ta có $a_{n+1} = 4(n+1) - 3 = 4n + 1$ nên $a_{n+1} - a_n = (4n + 1) - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$.

Do đó (a_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$ và công sai $d = 4$.

b) Ta có $b_{n+1} = \frac{2-3(n+1)}{4} = \frac{-1-3n}{4}$ nên $b_{n+1} - b_n = \frac{-1-3n}{4} - \frac{2-3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$.

Suy ra (b_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 3. Cho cấp số cộng (u_n) có 7 số hạng với số hạng đầu $u_1 = \frac{2}{3}$ và công sai $d = -\frac{4}{3}$. Viết dạng khai triển của cấp số cộng đó.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d = -\frac{2}{3}; u_3 = u_2 + d = -2; u_4 = u_3 + d = -\frac{10}{3}$

$u_5 = u_4 + d = -\frac{14}{3}; u_6 = u_5 + d = -6; u_7 = u_6 + d = -\frac{22}{3}$.

Vậy dạng khai triển của cấp số cộng (u_n) là $\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -2; -\frac{10}{3}; -\frac{14}{3}; -6; -\frac{22}{3}$.

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2$ (2).

NHẬN XÉT

Từ kết quả của định lý 1, ta rút ra nhận xét sau:

Cho cấp số cộng (u_n) biết hai số hạng u_p và u_q thì số hạng đầu và công sai được tính theo công thức:

$$(1): d = \frac{u_p - u_q}{p - q}.$$

$$(2): u_1 = u_p - (p-1)d$$



VÍ DỤ.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $d = -5$.

a) Tìm u_{20} .

b) Số -2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Lời giải

a) Ta có $u_{20} = u_1 + (20-1)d = 2 + 19(-5) = -93$. $u_{20} = u_1 + 19d = 2 + 19(-5) = -93$.

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = 7 - 5n$.

Vì $u_n = -2018$ nên $7 - 5n = -2018 \Leftrightarrow n = 405$.

Do $n = 405$ là số nguyên dương nên số -2018 là số hạng thứ 405 của cấp số cộng đã cho.

Chú ý : Trong một cấp số cộng (u_n) , mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình

cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$. (3)

NHẬN XÉT

Một cách tổng quát, ta có:

Nếu (u_n) là cấp số cộng thì $u_p = \frac{u_{p-k} + u_{p+k}}{2}, 1 \leq k < p$



VÍ DỤ.

a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{99} = 101$ và $u_{101} = 99$. Tìm u_{100} .

b) Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$ Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

a) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $u_{100} = \frac{u_{99} + u_{101}}{2}$ nên $u_{100} = 100$.

b) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $y = 10$.

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$. $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \quad (4) \text{ hoặc } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \quad (5)$$



VÍ DỤ.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $d = 3$.

a) Tính tổng của 25 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

b) Biết $S_n = 6095374$, tìm n .

Lời giải

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = -2n + \frac{3(n^2 - n)}{2} = \frac{n(3n-7)}{2}$$

$$\text{a) Ta có } S_{25} = \frac{25(3 \cdot 25 - 7)}{2} = 850. S_{25} = \frac{25(3 \cdot 25 - 7)}{2} = 850.$$

$$\text{b) Vì } S_n = 6095374 \text{ nên } \frac{n(3n-7)}{2} = 6095374 \Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 12190748 = 0 \text{ Giải phương trình}$$

bậc hai trên với n nguyên dương, ta tìm được $n = 2017$.



II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

- Câu 1:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d
- Câu 2:** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
- Câu 3:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai
- Câu 4:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?
- Câu 5:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.
- Câu 6:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
- Câu 7:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
- Câu 8:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .
- Câu 9:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là
- Câu 10:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng
- Câu 11:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.
- Câu 12:** Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



- Câu 13:** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là
- Câu 14:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?
- Câu 15:** Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là:
- Câu 16:** Chu vi một đa giác là 158cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm. Số cạnh của đa giác đó là?
- Câu 17:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

- Câu 18:** Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng.
- Câu 19:** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?
- Câu 20:** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- Câu 21:** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- Câu 22:** Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là
- Câu 23:** Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.
- Câu 24:** Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG



LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d .

Số không đổi d được gọi là **công sai** của cấp số cộng.

Đặc biệt, khi $d = 0$ thì cấp số cộng là một **dãy số không đổi** (tất cả các số hạng đều bằng nhau).

Nhận xét: Từ định nghĩa, ta có:

1) Nếu (u_n) là một cấp số cộng với công sai d , ta có công thức truy hồi

$$u_{n+1} = u_n + d, n \in \mathbb{N}^*. \quad (1)$$

2) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số tăng khi và chỉ khi công sai $d > 0$.

3) Cấp số cộng (u_n) là một dãy số giảm khi và chỉ khi công sai $d < 0$.

NHẬN XÉT

Để chứng minh dãy số (u_n) là một cấp số cộng, chúng ta cần chứng minh $u_{n+1} - u_n$ là một hằng số với mọi số nguyên dương n .



VÍ DỤ.

Ví dụ 1. Chứng minh rằng dãy số hữu hạn sau là một cấp số cộng: $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$.

Lời giải

$$\text{Vì } 1 = -2 + 3; \quad 4 = 1 + 3; \quad 7 = 4 + 3; \quad 10 = 7 + 3;$$

$$13 = 10 + 3; \quad 16 = 13 + 3; \quad 19 = 16 + 3.$$

Nên theo định nghĩa cấp số cộng, dãy số $-2; 1; 4; 7; 10; 13; 16; 19$ là một cấp số cộng với công sai $d = 3$.

Ví dụ 2. Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng? Tìm số hạng đầu và công sai của nó.

a) Dãy số (a_n) , với $a_n = 4n - 3$. b) Dãy số (b_n) , với $b_n = \frac{2-3n}{4}$.

Lời giải

a) Ta có $a_{n+1} = 4(n+1) - 3 = 4n + 1$ nên $a_{n+1} - a_n = (4n + 1) - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$.

Do đó (a_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$ và công sai $d = 4$.

b) Ta có $b_{n+1} = \frac{2-3(n+1)}{4} = \frac{-1-3n}{4}$ nên $b_{n+1} - b_n = \frac{-1-3n}{4} - \frac{2-3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$.

Suy ra (b_n) là cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$.

Ví dụ 3. Cho cấp số cộng (u_n) có 7 số hạng với số hạng đầu $u_1 = \frac{2}{3}$ và công sai $d = -\frac{4}{3}$. Viết dạng khai triển của cấp số cộng đó.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d = -\frac{2}{3}; u_3 = u_2 + d = -2; u_4 = u_3 + d = -\frac{10}{3}$

$u_5 = u_4 + d = -\frac{14}{3}; u_6 = u_5 + d = -6; u_7 = u_6 + d = -\frac{22}{3}$.

Vậy dạng khai triển của cấp số cộng (u_n) là $\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}; -2; -\frac{10}{3}; -\frac{14}{3}; -6; -\frac{22}{3}$.

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \geq 2$ (2).

NHẬN XÉT

Từ kết quả của định lý 1, ta rút ra nhận xét sau:

Cho cấp số cộng (u_n) biết hai số hạng u_p và u_q thì số hạng đầu và công sai được tính theo công thức:

$$(1): d = \frac{u_p - u_q}{p - q}.$$

$$(2): u_1 = u_p - (p-1)d$$



VÍ DỤ.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$ và $d = -5$.

a) Tìm u_{20} .

b) Số -2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng?

Lời giải

a) Ta có $u_{20} = u_1 + (20-1)d = 2 + 19 \cdot (-5) = -93$. $u_{20} = u_1 + 19d = 2 + 19 \cdot (-5) = -93$.

b) Số hạng tổng quát của cấp số cộng là $u_n = u_1 + (n-1)d = 7 - 5n$.

Vì $u_n = -2018$ nên $7 - 5n = -2018 \Leftrightarrow n = 405$.

Do $n = 405$ là số nguyên dương nên số -2018 là số hạng thứ 405 của cấp số cộng đã cho.

Chú ý : Trong một cấp số cộng (u_n) , mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình

cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ với $k \geq 2$. (3)

NHẬN XÉT

Một cách tổng quát, ta có:

Nếu (u_n) là cấp số cộng thì $u_p = \frac{u_{p-k} + u_{p+k}}{2}, 1 \leq k < p$



VÍ DỤ.

a) Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{99} = 101$ và $u_{101} = 99$. Tìm u_{100} .

b) Cho cấp số cộng $-2; x; 6; y$ Tính giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

a) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $u_{100} = \frac{u_{99} + u_{101}}{2}$ nên $u_{100} = 100$.

b) Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x = \frac{-2+6}{2} = 2$ và $6 = \frac{x+y}{2}$.

Vì $x = 2$ nên $y = 10$.

Vậy $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$. $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$.

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ CỘNG.

Cho một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ Khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \quad (4) \text{ hoặc } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \quad (5)$$



VÍ DỤ.

Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và $d = 3$.

a) Tính tổng của 25 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

b) Biết $S_n = 6095374$, tìm n .

Lời giải

$$\text{Ta có } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = -2n + \frac{3(n^2 - n)}{2} = \frac{n(3n-7)}{2}$$

$$\text{a) Ta có } S_{25} = \frac{25(3 \cdot 25 - 7)}{2} = 850. S_{25} = \frac{25(3 \cdot 25 - 7)}{2} = 850.$$

$$\text{b) Vì } S_n = 6095374 \text{ nên } \frac{n(3n-7)}{2} = 6095374 \Leftrightarrow 3n^2 - 7n - 12190748 = 0 \text{ Giải phương trình}$$

bậc hai trên với n nguyên dương, ta tìm được $n = 2017$.



II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d

Lời giải

$$u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

Lời giải

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}.$$

Câu 3: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai

Lời giải

$$\text{Ta có } u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}.$$

Câu 4: Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

Lời giải

* Áp dụng công thức tính tổng của n số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 80.000$, công sai $d = 5.000$ ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ n là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

* Khi khoan đến mét thứ 50, số tiền phải trả là

$$S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50-1).5000]}{2} = 10.125.000 \text{ đồng.}$$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

Lời giải

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6.$$

Câu 7: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

Lời giải

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 8: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

Lời giải

Ta có: $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ có công sai là

Lời giải

Gọi d là công sai.

Ta có: $\begin{cases} u_4 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$.

Vậy công sai $d = 3$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$, $u_{20} = 60$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng

Lời giải

Gọi u_1 , d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Ta có: $\begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy $S_{10} = \frac{10}{2} \cdot (2u_1 + 9d) = 5 \cdot [2 \cdot (-35) + 9 \cdot 5] = -125$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$, $u_{14} = 18$. Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng này.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Theo giả thiết, ta có $\begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$.

Khi đó, $S_{16} = \frac{(2u_1 + 15d) \cdot 16}{2} = 8(-42 + 45) = 24$.

Câu 12: Trong hội chợ tết Mậu Tuất 2018, một công ty sữa muốn xếp 900 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5, ... từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp - mô hình như hình bên). Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?



Lời giải

Cách 1: p dụng công thức tính tổng n số hạng liên tiếp của CSC:

$$S_n = \frac{n}{2} [2u_1 + (n-1)d] \Leftrightarrow 900 = \frac{n}{2} [2.1 + (n-1).2] \Leftrightarrow n^2 = 900 \Rightarrow n = 30.$$

Vậy $u_{30} = 1 + 29 \cdot 2 = 59$.

Cách 2: Áp dụng công thức $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$, suy ra $n = 30$.

Vậy $2n-1 = 59$.

Câu 13: Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

Lời giải

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Tổng số cây trồng được là: $S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$.

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018 ?

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n-4$; $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n-4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$

Vậy $n = 289$.

Câu 15: Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tích của bốn số đó là :

Lời giải

Gọi 4 số cần tìm là $a-3r, a-r, a+r, a+3r$.

Ta có:
$$\begin{cases} a-3r+a-r+a+r+a+3r=28 \\ (a-3r)^2+(a-r)^2+(a+r)^2+(a+3r)^2=276 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ r^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ r=\pm 2 \end{cases}$$

Bốn số cần tìm là 1, 5, 9, 13 có tích bằng 585.

Câu 16: Chu vi một đa giác là 158cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 3cm$. Biết cạnh lớn nhất là 44cm. Số cạnh của đa giác đó là?

Lời giải

Giả sử đã giác đã cho có n cạnh thì chu vi của đa giác là: $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$ với u_1 là cạnh nhỏ nhất. Suy ra: $158 = \frac{(u_1 + 44)n}{2} \Leftrightarrow 316 = (u_1 + 44)n \Leftrightarrow 2^2 \cdot 79 = (u_1 + 44)n$

Do đó $u_1 + 44$ là ước nguyên dương của $316 = 2^2 \cdot 79$ và đa giác có ít nhất ba cạnh nên

$$\frac{316}{3} > u_1 + 44 > 44. \text{ Suyra: } u_1 + 44 = 79 \Leftrightarrow u_1 = 35.$$

Số cạnh của đa giác đã cho là: $\frac{44-35}{3} + 1 = 4$ (cạnh).

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Tìm số hạng đầu tiên u_1 và công sai d của cấp số cộng.

Lời giải

Ta có: $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18 \quad (1).$

$$4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow 4 \left[nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2} \right] = \left[2nu_1 + \frac{2n(2n-1)d}{2} \right] \Leftrightarrow 4u_1 + 2nd - 2d = 2u_1 + 2nd - d$$

$$\Leftrightarrow 2u_1 - d = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra $u_1 = 2; d = 4$.

Câu 18: Biết bốn số $5; x; 15; y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức $3x + 2y$ bằng.

Lời giải

Ta có: $x = \frac{5+15}{2} = 10 \Rightarrow y = 20$. Vậy $3x + 2y = 70$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44$.

Vậy 81 là số hạng thứ 44.

Câu 20: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

Lời giải

Từ giả thiết ta có $S_1 = u_1 = 3 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 = 7$.

$$\text{Ta có } S_n = 3n^2 + 4n = \frac{n(8+6n)}{2} = \frac{n(7+6n+1)}{2} \Rightarrow u_n = 6n+1 \Rightarrow u_{10} = 61.$$

Câu 21: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

Lời giải

Theo công thức ta có $\frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 4n^2 + 3n \Leftrightarrow u_1 + u_n = 8n + 6 \Rightarrow u_n = -u_1 + 8n + 6$.

Mà $u_1 = S_1 = 7$ do đó $u_{10} = -7 + 8 \cdot 10 + 6 = 79$.

Câu 22: Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 4n^2 + 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

Lời giải

Theo công thức ta có $\frac{n(u_1 + u_n)}{2} = 4n^2 + 3n \Leftrightarrow u_1 + u_n = 8n + 6 \Rightarrow u_n = -u_1 + 8n + 6$.

Mà $u_1 = S_1 = 7$ do đó $u_{10} = -7 + 8 \cdot 10 + 6 = 79$.

Câu 23: Người ta viết thêm 999 số thực vào giữa số 1 và số 2018 để được cấp số cộng có 1001 số hạng. Tìm số hạng thứ 501.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số cộng ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{1001} = u_1 + (1001-1)d \Leftrightarrow 2018 = 1 + (1001-1)d \Rightarrow d = \frac{2017}{1000}.$$

Vậy số hạng thứ 501 là $u_{501} = u_1 + (501-1)d = \frac{2019}{2}$.

Câu 24: Cho cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng này là $S_n = -9800$. Giá trị n là

Lời giải

$$S_n = \frac{n}{2}(2u_1 + (n-1)d) = -9800 \Leftrightarrow n[2 - 2(n-1)] + 19600 = 0 \Leftrightarrow n = 100.$$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. NHẬN DIỆN CẤP SỐ CỘNG

- Câu 1:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?
A. $1; -2; -4; -6; -8$. **B.** $1; -3; -6; -9; -12$. **C.** $1; -3; -7; -11; -15$. **D.** $1; -3; -5; -7; -9$.
- Câu 2:** Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?
A. $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$. **B.** $1; 1; 1; 1; 1$. **C.** $-8; -6; -4; -2; 0$. **D.** $3; 1; -1; -2; -4$.
- Câu 3:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng
A. $d = 3$. **B.** $d = -2$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.
- Câu 4:** Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $u_n = 2021^n$. **B.** $u_n = 2n + 2021$. **C.** $u_n = \frac{2}{n + 2021}$. **D.** $u_n = n^2 - 2$.
- Câu 5:** Trong các dãy số sau, dãy nào là một cấp số cộng?
A. $1; -3; -6; -9; -12$. **B.** $1; -3; -7; -11; -15$. **C.** $1; -3; -5; -7; -9$. **D.** $1; -2; -4; -6; -8$.
- Câu 6:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = (-3)^{n+1}$. **C.** $u_n = 3n + 1$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.
- Câu 7:** Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?
A. $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$.
- Câu 8:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?
A. $4; 8; 16; 32$. **B.** $4; 6; 8; 10$. **C.** $-1; 1; -1; 1$. **D.** $3; 5; 7; 10$.
- Câu 9:** Xác định a để 3 số $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$ theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?
A. Không có giá trị nào của a . **B.** $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$.
C. $a = \pm 3$. **D.** $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = 3n^2 + 2017$. **B.** $u_n = 3n + 2018$. **C.** $u_n = 3^n$. **D.** $u_n = (-3)^{n+1}$.

Câu 11: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.** $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$. **B.** $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$.
C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$. **D.** $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$.

Câu 12: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.** $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$. **B.** $u_n = 2^n, n \geq 1$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$. **D.** $u_n = 2n - 3, n \geq 1$.

Câu 13: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

- A.** $u_n = 3^{n+1}$. **B.** $u_n = \frac{2}{n+1}$. **C.** $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$. **D.** $u_n = \frac{5n-2}{3}$.

DẠNG 2. TÌM CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 5. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** -5. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 16:] Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** 8. **B.** 33. **C.** $\frac{11}{3}$. **D.** 14.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** 11. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A.** $\frac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 4. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 3.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 4. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 21: Cho cấp số cộng với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A.** 10. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -6.

- Câu 23:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2022$ và công sai $d = 7$. Giá trị của u_6 bằng
A. 2043. **B.** 2064. **C.** 2050. **D.** 2057.
- Câu 24:** Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1$; $u_4 = 13$.
A. $d = 3$. **B.** $d = \frac{1}{4}$. **C.** $d = 4$. **D.** $d = \frac{1}{3}$.
- Câu 25:** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là
A. $u_5 = 1$. **B.** $u_5 = 8$. **C.** $u_5 = -7$. **D.** $u_5 = -5$.
- Câu 26:** Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là
A. $u_2 = 4$ **B.** $u_2 = 0$ **C.** $u_2 = -4$ **D.** $u_2 = 3$
- Câu 27:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 2$. Tính u_{10}
A. $u_{10} = 20$. **B.** $u_{10} = 10$. **C.** $u_{10} = 19$. **D.** $u_{10} = 15$.
- Câu 28:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .
A. $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.
- Câu 29:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.
A. $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = -2$. **D.** $d = -3$.
- Câu 30:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.
- Câu 31:** Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho
A. $d = -5$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = 5$.
- Câu 32:** Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?
A. $u_n = 4n + 1$. **B.** $u_n = 5n - 1$. **C.** $u_n = 5n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.
- Câu 33:** Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.
A. $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. **C.** $u_1 = 4$ và $d = 5$. **D.** $u_1 = 4$ và $d = 3$.
- Câu 34:** Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 4.
- Câu 35:** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$
A. $u_n = 2n + 3$. **B.** $u_n = 2n - 1$. **C.** $u_n = 2n + 1$. **D.** $u_n = 2n - 3$.
- Câu 36:** Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là
A. $u_5 = 8$. **B.** $u_5 = 1$. **C.** $u_5 = -5$. **D.** $u_5 = -7$.

- Câu 37:** Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?
A. $u_5 = 15$. **B.** $u_4 = 8$. **C.** $u_3 = 5$. **D.** $u_2 = 2$.
- Câu 38:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .
A. 401. **B.** 403. **C.** 402. **D.** 404.
- Câu 39:** Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_1 = 3$, $u_2 = -1$. Chọn đáp án đúng.
A. $u_3 = 4$. **B.** $u_3 = 7$. **C.** $u_3 = 2$. **D.** $u_3 = -5$.
- Câu 40:** Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .
A. 50. **B.** 28. **C.** 38. **D.** 44
- Câu 41:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:
A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.
- Câu 42:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2019} bằng
A. 8074. **B.** 4074. **C.** 8078. **D.** 4078.
- Câu 43:** Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d = -2$.
A. -21. **B.** 23. **C.** -19. **D.** -17.
- Câu 44:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = -7$. Giá trị u_6 bằng
A. 37. **B.** -37. **C.** -33. **D.** 33.
- Câu 45:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị u_4 bằng
A. 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.
- Câu 46:** Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2018} ?
A. $u_{2018} = 2^{2018}$. **B.** $u_{2018} = 2^{2017}$. **C.** $u_{2018} = 4036$. **D.** $u_{2018} = 4038$.
- Câu 47:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?
A. 287. **B.** 289. **C.** 288. **D.** 286.
- Câu 48:** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?
A. 6, 12, 18. **B.** 8, 13, 18. **C.** 7, 12, 17. **D.** 6, 10, 14.
- Câu 49:** Cho cấp số cộng có $u_1 = -2$ và $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?
A. $u_4 = 8$. **B.** $u_5 = 15$. **C.** $u_2 = 3$. **D.** $u_3 = 6$.
- Câu 50:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?
A. 226. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 224.
- Câu 51:** Cho cấp số cộng 1, 4, 7, ... Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là
A. 297. **B.** 301. **C.** 295. **D.** 298.
- Câu 52:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3$, $u_8 = 24$ thì u_{11} bằng
A. 30. **B.** 33. **C.** 32. **D.** 28.

- Câu 53:** Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2 . Tìm số hạng thứ 5.
A. $u_5 = 2$. **B.** $u_5 = -2$. **C.** $u_5 = 0$. **D.** $u_5 = 4$.
- Câu 54:** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng
A. 27. **B.** 31. **C.** 35. **D.** 29.
- Câu 55:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?
A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 19.
- Câu 56:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -1$; $d = 2$; $u_n = 43$. Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?
A. 20. **B.** 23. **C.** 22. **D.** 21.
- Câu 57:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_2 = 1$, $u_5 = 19$. Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?
A. 19. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 17.
- Câu 58:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$. Biết rằng -289 là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?
A. 98. **B.** 99. **C.** 101. **D.** 100.
- Câu 59:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng
A. 4005. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4003.
- Câu 60:** Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.
A. u_{406} . **B.** u_{403} . **C.** u_{405} . **D.** u_{404} .
- Câu 61:** Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 là
A. $u_1 = -5$. **B.** $u_1 = 5$. **C.** $u_1 = 3$. **D.** $u_1 = -3$.
- Câu 62:** Cho dãy số (U_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in N^* \end{cases}$ Tính u_{10} ?
A. 57. **B.** 62. **C.** 47. **D.** 52.
- Câu 63:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 100 của cấp số.
A. $u_{100} = -243$. **B.** $u_{100} = -295$. **C.** $u_{100} = -231$. **D.** $u_{100} = -294$.
- Câu 64:** Cho cấp số cộng u_n có công sai $d = 2$ và biểu thức $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng u_n ?
A. 1011. **B.** 1014. **C.** 1013. **D.** 1012.

- Câu 65:** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?
A. 100. **B.** 50. **C.** 75. **D.** 44.
- Câu 66:** Một cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 47$, công sai $d = 5$. Số 10092 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đó?
A. 2018. **B.** 2017. **C.** 2016. **D.** 2019.
- Câu 67:** Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?
A. 404. **B.** 673. **C.** 403. **D.** 672.

DẠNG 3. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

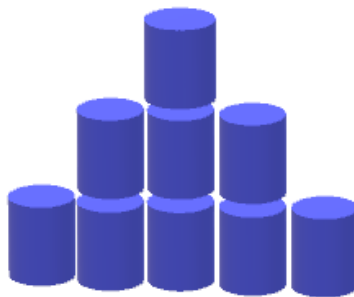
- Câu 68:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:
A. $S_{10} = 110$. **B.** $S_{10} = 100$. **C.** $S_{10} = 21$. **D.** $S_{10} = 19$.
- Câu 69:** Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .
A. 9. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.
- Câu 70:** Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng.
A. -59049 . **B.** -59048 . **C.** -155 . **D.** -310 .
- Câu 71:** Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?
A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$. **B.** $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.
C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$. **D.** $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 72:** Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng
A. 800. **B.** 600. **C.** 570. **D.** 630
- Câu 73:** Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.
A. $S = 46$. **B.** $S = 308$. **C.** $S = 644$. **D.** $S = 280$.
- Câu 74:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8, u_5 = 17$. Công sai d bằng:
A. $d = -3$. **B.** $d = -5$. **C.** $d = 3$. **D.** $d = 5$.
- Câu 75:** Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng (u_n) là
A. $d = 3$ **B.** $d = -2$. **C.** $d = 2$. **D.** $d = \frac{1}{2}$.

- Câu 76:** Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $u_{21} = -19$ và $S_{22} = 0$.
 Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.
A. $u_n = 21 + 2n$. **B.** $u_n = 21 - 2n$. **C.** $u_n = 23 - 2n$. **D.** $u_n = 23 + 2n$.
- Câu 77:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5; u_8 = 30$. Công sai của cấp số cộng bằng:
A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3
- Câu 78:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 10, u_2 = 13$. Giá trị của u_4 là
A. $u_4 = 20$. **B.** $u_4 = 19$. **C.** $u_4 = 16$. **D.** $u_4 = 18$.
- Câu 79:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = -1, u_4 = 7$. Tìm u_3 .
A. 4. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 3.
- Câu 80:** Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 2$ và $u_4 = 8$. Giá trị của u_5 bằng
A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.
- Câu 81:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15; u_{20} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là
A. $S_{20} = 250$. **B.** $S_{20} = 200$. **C.** $S_{20} = -200$. **D.** $S_{20} = -25$.
- Câu 82:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 6, u_8 = 16$. Tính công sai d và tổng của 10 số hạng đầu tiên.
A. $d = 2; S_{10} = 100$. **B.** $d = 1; S_{10} = 80$. **C.** $d = 2; S_{10} = 120$. **D.** $d = 2; S_{10} = 110$.
- Câu 83:** Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng
A. -6960 . **B.** -117 . **C.** -3840 . **D.** -116 .
- Câu 84:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:
A. 1009000. **B.** 100800. **C.** 1008000. **D.** 100900.
- Câu 85:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.
A. 100. **B.** 110. **C.** 10. **D.** 90.
- Câu 86:** Cho cấp số cộng $\{u_n\}$ có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:
A. $S = 24$. **B.** $S = -25$. **C.** $S = -24$. **D.** $S = 26$.
- Câu 87:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$
A. $S = 2023736$. **B.** $S = 2023563$. **C.** $S = 6730444$. **D.** $S = 6734134$.
- Câu 88:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .
A. $u_n = 1 + 4n$. **B.** $u_n = 5n$. **C.** $u_n = 3 + 2n$. **D.** $u_n = 2 + 3n$.

- Câu 89:** Một cấp số cộng có tổng của n số hạng đầu S_n tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$.
 Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.
A. $u_1 = -8; d = 10$. **B.** $u_1 = -8; d = -10$. **C.** $u_1 = 8; d = 10$. **D.** $u_1 = 8; d = -10$.
- Câu 90:** Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là
A. $u_1 = 2, d = 3$. **B.** $u_1 = 3, d = 2$. **C.** $u_1 = 2, d = 2$. **D.** $u_1 = 2, d = 4$.
- Câu 91:** Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng:
A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.
- Câu 92:** Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.
 Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó
A. $u_n = 5 + 4n$. **B.** $u_n = 3 + 2n$. **C.** $u_n = 2 + 3n$. **D.** $u_n = 4 + 5n$.
- Câu 93:** Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$
A. $x = 330$. **B.** $x = 220$. **C.** $x = 351$. **D.** $x = 407$.
- Câu 94:** Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của
 tổng $\frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$ bằng.
A. $\frac{49}{74}$. **B.** 148. **C.** $\frac{49}{148}$. **D.** 74.
- Câu 95:** Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính tổng
 $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.
A. $S = \frac{100}{201}$. **B.** $S = \frac{200}{201}$. **C.** $S = \frac{198}{199}$. **D.** $S = \frac{99}{199}$.
- Câu 96:** Cho tam giác đều $A_1 B_1 C_1$ có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác $A_1 B_1 C_1$ tạo
 thành tam giác $A_2 B_2 C_2$, trung điểm của các cạnh tam giác $A_2 B_2 C_2$ tạo thành tam giác $A_3 B_3 C_3 \dots$
 Gọi $P_1, P_2, P_3, \dots$ lần lượt là chu vi của tam giác $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, A_3 B_3 C_3, \dots$. Tính tổng chu vi
 $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$
A. $P = 8$. **B.** $P = 24$. **C.** $P = 6$. **D.** $P = 18$.
- Câu 97:** Lan đang tiết kiệm để mua laptop. Trong tuần đầu tiên, cô ta để dành 200 đô la, và trong mỗi
 tuần tiếp theo, cô ta đã thêm 16 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Chiếc laptop Lan cần
 mua có giá 1000 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì cô ấy có đủ tiền để mua chiếc laptop đó?
A. 49. **B.** 50. **C.** 51. **D.** 52.
- Câu 98:** Một người làm việc cho một công ty. Theo hợp đồng trong năm đầu tiên, tháng lương thứ nhất
 là 6 triệu đồng và lương tháng sau cao hơn tháng trước là 200 ngàn đồng. Hỏi theo hợp đồng,
 tháng thứ 7 người đó nhận được lương là bao nhiêu?
A. 7,0 triệu. **B.** 7,3 triệu. **C.** 7,2 triệu. **D.** 7,4 triệu.

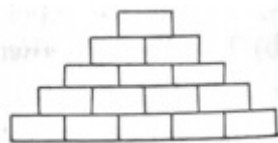
- Câu 99:** Trong tháng 12, lớp 12A dự kiến quyên góp tiền để đi làm từ thiện như sau: Ngày đầu quyên góp được mỗi bạn bỏ 2000 đồng vào lợn, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn bỏ vào lợn hơn ngày liền trước là 500 đồng. Hỏi sau 28 ngày lớp 12A quyên góp được bao nhiêu tiền? Biết lớp có 40 bạn.
A. 8800000 đồng. **B.** 9800000 đồng. **C.** 10800000 đồng. **D.** 7800000 đồng
- Câu 100:** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế. Các dãy sau, mỗi dãy nhiều hơn dãy ngay trước nó 4 ghế. Hỏi sân vận động có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 1740. **B.** 2250. **C.** 4380. **D.** 2190.
- Câu 101:** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây đàn piano có giá 142 triệu đồng. Trong tháng đầu tiên, anh ta để dành được 20 triệu đồng. Mỗi tháng tiếp theo anh ta để dành được 3 triệu đồng và đưa số tiền tiết kiệm của mình. Hỏi ít nhất vào tháng thứ bao nhiêu thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó?
A. 43. **B.** 41. **C.** 40. **D.** 42.
- Câu 102:** Người ta trồng 820 cây theo một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?
A. 42. **B.** 41. **C.** 40. **D.** 39.
- Câu 103:** Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh X được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 7cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 189cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 63cm. Hỏi giá thành làm cầu thang đó gần với số nào dưới đây nếu giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông?
A. 9500000 đồng. **B.** 11000000 đồng. **C.** 10000000 đồng. **D.** 10500000 đồng.
- Câu 104:** Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau
 Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.
 Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.
 Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?
A. Chọn công ty B để thuê cả hai mảnh đất.
B. Chọn công ty C để thuê cả hai mảnh đất.
C. Chọn công ty C để thuê đất 10 năm, công ty B thuê đất 15 năm.
D. Chọn công ty B để thuê đất 10 năm, công ty C thuê đất 15 năm.
- Câu 105:** Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?
A. 47. **B.** 45. **C.** 44. **D.** 46.

- Câu 106:** Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.
A. 83,7. **B.** 78,3. **C.** 73,8. **D.** 87,3.
- Câu 107:** Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là
A. 31. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 28.
- Câu 108:** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liên sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 2250. **B.** 1740. **C.** 4380. **D.** 2190.
- Câu 109:** Cho 4 số thực a, b, c, d là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.
A. $P = 64$. **B.** $P = 80$. **C.** $P = 16$. **D.** $P = 79$.
- Câu 110:** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4$?
A. -20. **B.** -6. **C.** -8. **D.** -24.
- Câu 111:** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:
A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.
- Câu 112:** Trong hội chợ, một công ty sơn muốn xếp 1089 hộp sơn theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới. Hàng cuối cùng có bao nhiêu hộp sơn?



- A.** 63. **B.** 65. **C.** 67. **D.** 69.
- Câu 113:** Người ta trồng 1275 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ 2 có 2 cây, hàng thứ 3 có 3 cây, hàng thứ k có k cây ($k \geq 1$). Hỏi có bao nhiêu hàng?
A. 51. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 50.
- Câu 114:** Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,...Hỏi có bao nhiêu hàng cây.
A. 78. **B.** 243. **C.** 77. **D.** 244.

Câu 115: Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng, biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



- A. 25250. B. 250500. C. 12550. D. 125250.

Câu 116: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 81. B. 82. C. 80. D. 79.

Câu 117: Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số cộng có 100 số hạng là 4, 7, 10, 13, 16,... và 1, 6, 11, 16, 21,... Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng trên?

- A. 20. B. 18. C. 21. D. 19.

Câu 118: Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền?

- A. 738.100 đồng. B. 726.000 đồng. C. 714.000 đồng. D. 750.300 đồng.

Câu 119: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A. 12. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 120: Cho $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3}xy + y^2$. Tính $S = M + m$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

Câu 121: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n

để $u_n < \frac{1}{2018}$ bằng

- A. 4072325 B. 4072324 C. 4072326 D. 4072327

Câu 122: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$, và cấp số cộng (v_n) có $v_1 = 2$ và công sai $d' = 3$. Gọi X, Y là tập hợp chứa 1000 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số cộng. Chọn ngẫu nhiên 2 phần tử bất kỳ trong tập hợp $X \cup Y$. Xác suất để chọn được 2 phần tử bằng nhau gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

- A. $0,83.10^{-4}$. B. $1,52.10^{-4}$. C. $1,66.10^{-4}$. D. $0,75.10^{-4}$.

Câu 123: Nếu $a + 2$, b , $2c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

A. $-4b$; $-2a - 4$; $4c$. **B.** $-2a - 2$; $-2b$; $-4c - 2$.

C. $2 + b$; $2a$; $2c + 2$. **D.** $2a + 4$; $4b$; $4c$.

Câu 124: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. -4 .

B. 8 .

C. -8 .

D. 4 .



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ CỘNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. NHẬN DIỆN CẤP SỐ CỘNG

Câu 1: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.** $1; -2; -4; -6; -8$. **B.** $1; -3; -6; -9; -12$. **C.** $1; -3; -7; -11; -15$. **D.** $1; -3; -5; -7; -9$.

Lời giải

Dãy số (u_n) có tính chất $u_{n+1} = u_n + d$ thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: $1; -3; -7; -11; -15$ là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4 .

Câu 2: Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?

- A.** $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$. **B.** $1; 1; 1; 1; 1$. **C.** $-8; -6; -4; -2; 0$. **D.** $3; 1; -1; -2; -4$.

Lời giải

Cấp số cộng là một dãy số mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số d không đổi.

Đáp án A: Là cấp số cộng với $u_1 = \frac{1}{2}; d = 1$.

Đáp án B: Là cấp số cộng với $u_1 = 1; d = 0$.

Đáp án C: Là cấp số cộng với $u_1 = -8; d = 2$.

Đáp án D: Không là cấp số cộng vì $u_2 = u_1 + (-2); u_4 = u_3 + (-1)$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 5 - 2n$. Tìm công sai của cấp số cộng

- A.** $d = 3$. **B.** $d = -2$. **C.** $d = 1$. **D.** $d = 2$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = (5 - 2(n+1)) - (5 - 2n) = 5 - 2n - 2 - 5 + 2n = -2 \Rightarrow d = -2$.

Câu 4: Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = 2021^n$. **B.** $u_n = 2n + 2021$. **C.** $u_n = \frac{2}{n + 2021}$. **D.** $u_n = n^2 - 2$.

Lời giải

Với $u_n = 2n + 2021$ thì $u_{n+1} = 2(n+1) + 2021 = u_n + 2$, như vậy dãy số này là một cấp số cộng.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy nào là một cấp số cộng?

- A.** 1; -3; -6; -9; -12. **B.** 1; -3; -7; -11; -15. **C.** 1; -3; -5; -7; -9. **D.** 1; -2; -4; -6; -8.

Lời giải

Ta có dãy số 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có công sai $d = -4$.

Câu 6: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $u_n = 3^n$. **B.** $u_n = (-3)^{n+1}$. **C.** $u_n = 3n + 1$. **D.** $u_n = 2^{n+1}$.

Lời giải

Ta có:

Xét đáp án A: $u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 3^n$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án B: $u_{n+1} - u_n = (-3)^{n+1} - (-3)^n = -4 \cdot (-3)^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = (-3)^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

Xét đáp án C: $u_{n+1} - u_n = [3(n+1) + 1] - (3n + 1) = 3 (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ không đổi, nên $u_n = 3n + 1$ là cấp số cộng.

Xét đáp án D: $u_{n+1} - u_n = 2^{n+2} - 2^{n+1} = 2^{n+1} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$ nên $u_n = 2^{n+1}$ không phải là cấp số cộng.

Câu 7: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.** $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$

Lời giải

Xét phương án A: $u_2 = 7, u_3 = 15$ vì $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ do đó (u_n) không phải là cấp số cộng.

Xét phương án B: theo giả thiết ta có $u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ do đó (u_n) là cấp số cộng.

Xét phương án C: $u_2 = 0, u_3 = -1, u_4 = -2; u_5 = -9$ do đó (u_n) không phải là cấp số cộng.

Xét phương án D: $u_2 = 2, u_3 = 4$ vì $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$ do đó (u_n) không phải là cấp số cộng.

Câu 8: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.** 4; 8; 16; 32. **B.** 4; 6; 8; 10. **C.** -1; 1; -1; 1. **D.** 3; 5; 7; 10.

Lời giải

Ta có

$$6 = 4 + 2$$

$$8 = 6 + 2$$

$$10 = 8 + 2$$

Nên dãy số 4; 6; 8; 10 là một cấp số cộng.

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1)-2}{3} - \frac{5n-2}{3} = \frac{5}{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy $u_n = \frac{5n-2}{3}$ là cấp số cộng.

DẠNG 2. TÌM CÁC YẾU TỐ CỦA CẤP SỐ CỘNG

Câu 14: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 6. B. 9. C. 4. **D. 5.**

Lời giải

Công sai $d = u_2 - u_1 = 2$ nên $u_3 = u_2 + d = 5$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 5.** B. $\frac{2}{7}$. C. -5 . D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 2 = 5$.

Câu 16:] Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 33. C. $\frac{11}{3}$. **D. 14.**

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 + d = 11 + 3 = 14$.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 11.** B. $\frac{9}{2}$. C. 18. D. 7.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 + d = 9 + 2 = 11$.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 24. C. 5. **D. 11.**

Lời giải

Áp dụng công thức ta có: $u_2 = u_1 + d = 8 + 3 = 11$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4.** B. -4 . C. 8. D. 3.

Lời giải

Ta có $u_2 = 6 \Leftrightarrow 6 = u_1 + d \Leftrightarrow d = 4$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. -3. C. 3. D. 5.

Lời giải

Vì (u_n) là cấp số cộng nên $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$.

Câu 21: Cho cấp số cộng với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -6. B. 3. C. 12. D. 6.

Lời giải

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 10. B. 6. C. 4. D. -6.

Lời giải

Vì (u_n) là cấp số cộng nên ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 8 - 2 = 6$.

Câu 23: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2022$ và công sai $d = 7$. Giá trị của u_6 bằng

- A. 2043. B. 2064. C. 2050. D. 2057.

Lời giải

Ta có công thức tính số hạng thứ n của cấp số cộng

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_6 = u_1 + 5d = 2022 + 5 \cdot 7 = 2057$$

Câu 24: Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1$; $u_4 = 13$.

- A. $d = 3$. B. $d = \frac{1}{4}$. C. $d = 4$. D. $d = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_4 = 13 \Leftrightarrow u_1 + 3d = 13 \Leftrightarrow 1 + 3d = 13 \Leftrightarrow 3d = 12 \Leftrightarrow d = 4.$$

Câu 25: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 1$. B. $u_5 = 8$. C. $u_5 = -7$. D. $u_5 = -5$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5.$$

Câu 26: Cho cấp số cộng có $u_3 = 2$, công sai $d = -2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

- A. $u_2 = 4$ B. $u_2 = 0$ C. $u_2 = -4$ D. $u_2 = 3$

Lời giải

$$\text{Ta có } u_3 = u_2 + d = u_2 + (-2) = 2 \Rightarrow u_2 = 4.$$

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1, d = 2$. Tính u_{10}

- A. $u_{10} = 20$. B. $u_{10} = 10$. C. $u_{10} = 19$. D. $u_{10} = 15$.

Lời giải

Ta có: $u_{10} = u_1 + 9d = 1 + 2.9 = 19$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -3$, $u_6 = 27$. Tính công sai d .

- A.** $d = 7$. **B.** $d = 5$. **C.** $d = 8$. **D.** $d = 6$.

Lời giải

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = 27 \Rightarrow d = 6$.

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3n - 2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

- A.** $d = 3$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = -2$. **D.** $d = -3$.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 2 - 3n + 2 = 3$

Suy ra $d = 3$ là công sai của cấp số cộng.

Câu 30: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{17} = 33$ và $u_{33} = 65$ thì công sai bằng

- A.** 1. **B.** 3. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Gọi u_1, d lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng (u_n) .

Khi đó, ta có: $u_{17} = u_1 + 16d$, $u_{33} = u_1 + 32d$

Suy ra: $u_{33} - u_{17} = 65 - 33 \Leftrightarrow 16d = 32 \Leftrightarrow d = 2$

Vậy công sai bằng: 2.

Câu 31: Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho

- A.** $d = -5$. **B.** $d = 4$. **C.** $d = -4$. **D.** $d = 5$.

Lời giải

Gọi năm số hạng của cấp số cộng đã cho là: $u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$.

Theo đề bài ta có: $u_1 - u_5 = 20 \Leftrightarrow u_1 - (u_1 + 4d) = 20 \Leftrightarrow d = -5$

Câu 32: Cho cấp số cộng u_n có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng?

- A.** $u_n = 4n + 1$. **B.** $u_n = 5n - 1$. **C.** $u_n = 5n + 1$. **D.** $u_n = 4n - 1$.

Lời giải

☒ $u_n = u_1 + (n-1)d$

▪ $u_3 = u_1 + (3-1)d = 13 \Leftrightarrow 5 + 2d = 13 \Leftrightarrow d = 4$

▪ $u_n = 5 + (n-1).4 = 4n + 1$

Câu 33: Xác định số hàng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 5u_2$ và $u_{13} = 2u_6 + 5$.

- A.** $u_1 = 3$ và $d = 4$. **B.** $u_1 = 3$ và $d = 5$. **C.** $u_1 = 4$ và $d = 5$. **D.** $u_1 = 4$ và $d = 3$.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d$. Theo đầu bài ta có hpt:
$$\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 34: Cho (u_n) là một cấp số cộng thỏa mãn $u_1 + u_3 = 8$ và $u_4 = 10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3.

B. 6.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy công sai của cấp số cộng là $d = 3$.

Câu 35: Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) thỏa mãn:
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$$

A. $u_n = 2n + 3$.

B. $u_n = 2n - 1$.

C. $u_n = 2n + 1$.

D. $u_n = 2n - 3$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử dãy cấp số cộng (u_n) có công sai là d . Khi đó, $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$ trở thành:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 7 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (u_n) : $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1).2 = 2n - 1$

Vậy $u_n = 2n - 1$.

Câu 36: Cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công sai $d = -2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5 = 8$.

B. $u_5 = 1$.

C. $u_5 = -5$.

D. $u_5 = -7$.

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.(-2) = -5$.

Câu 37: Cho cấp số cộng có $u_1 = -3$, $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $u_5 = 15$.

B. $u_4 = 8$.

C. $u_3 = 5$.

D. $u_2 = 2$.

Lời giải

Ta có $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2.4 = 5$.

Câu 38: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

A. 401.

B. 403.

C. 402.

D. 404.

Lời giải

Ta có : $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98.4 = 403$.

Câu 39: Cho cấp số cộng (u_n) , biết: $u_1 = 3$, $u_2 = -1$. Chọn đáp án đúng.

- A.** $u_3 = 4$. **B.** $u_3 = 7$. **C.** $u_3 = 2$. **D.** $u_3 = -5$.

Lời giải

Ta có (u_n) là cấp số cộng nên $2u_2 = u_1 + u_3$ suy ra $u_3 = 2u_2 - u_1 = -5$.

Câu 40: Một cấp số cộng (u_n) có $u_{13} = 8$ và $d = -3$. Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng (u_n) .

- A.** 50. **B.** 28. **C.** 38. **D.** 44

Lời giải

Ta có: $u_{13} = u_1 + 12d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 12.(-3) \Rightarrow u_1 = 44 \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 44 - 6 = 38$.

Câu 41: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:

- A.** 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.

Lời giải

Ta có $u_7 = u_1 + 6.d = 3 + 6.2 = 15$.

Câu 42: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 4$. Giá trị u_{2019} bằng

- A.** 8074. **B.** 4074. **C.** 8078. **D.** 4078.

Lời giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + 2018.4 = 8074$.

Câu 43: Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai $d = -2$.

- A.** -21. **B.** 23. **C.** -19. **D.** -17.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có $u_{11} = u_1 + 10d = 3 + 10.(-2) = -17$.

Câu 44: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -2$ và công sai $d = -7$. Giá trị u_6 bằng

- A.** 37. **B.** -37. **C.** -33. **D.** 33.

Lời giải

Ta có $u_6 = u_1 + 5d = -2 - 35 = -37$.

Câu 45: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị u_4 bằng

- A.** 22. **B.** 17. **C.** 12. **D.** 250.

Lời giải

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 15 = 17$.

Câu 46: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2018} ?

- A.** $u_{2018} = 2^{2018}$. **B.** $u_{2018} = 2^{2017}$. **C.** $u_{2018} = 4036$. **D.** $u_{2018} = 4038$.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{2018} = 2 + (2018-1).2 = 4036$.

Câu 47: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 7$. Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của (u_n) đều lớn hơn 2018?

- A.** 287. **B.** 289. **C.** 288. **D.** 286.

Lời giải

Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$; $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$.

Vậy $n = 289$.

Câu 48: Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

- A.** 6, 12, 18. **B.** 8, 13, 18. **C.** 7, 12, 17. **D.** 6, 10, 14.

Lời giải

Xem cấp số cộng cần tìm là (u_n) có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$. Suy ra: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$.

Vậy cấp số cộng cần tìm là (u_n) : 2, 7, 12, 17, 22.

Câu 49: Cho cấp số cộng có $u_1 = -2$ và $d = 4$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.** $u_4 = 8$. **B.** $u_5 = 15$. **C.** $u_2 = 3$. **D.** $u_3 = 6$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = -2$ và $d = 4$ suy ra $u_2 = u_1 + d = -2 + 4 = 2$

$u_3 = u_1 + 2d = -2 + 2.4 = 6$; $u_4 = u_1 + 3d = -2 + 3.4 = 10$; $u_5 = u_1 + 4d = -2 + 4.4 = 14$

Nên đáp án D đúng.

Câu 50: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A.** 226. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 224.

Lời giải

$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2018 = 2 + (n-1).9 \Leftrightarrow n = 225$.

Câu 51: Cho cấp số cộng 1, 4, 7, ... Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A.** 297. **B.** 301. **C.** 295. **D.** 298.

Lời giải

Cấp số cộng 1, 4, 7, ... có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 3$.

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là: $u_{100} = u_1 + 99.d = 1 + 99.3 = 298$.

Câu 52: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = 3$, $u_8 = 24$ thì u_{11} bằng

- A.** 30. **B.** 33. **C.** 32. **D.** 28.

Lời giải

Ta có:

$$u_8 = u_1 + 7d \Rightarrow d = \frac{u_8 - u_1}{7} = \frac{24 - 3}{7} = 3.$$

$$u_{11} = u_1 + 10d = 33.$$

Câu 53: Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2 . Tìm số hạng thứ 5.

A. $u_5 = 2$.

B. $u_5 = -2$.

C. $u_5 = 0$.

D. $u_5 = 4$.

Lời giải

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} u_3 = 6 \\ u_7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 6d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ u_1 = 10 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } u_5 = 2.$$

Câu 54: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27.

B. 31.

C. 35.

D. 29.

Lời giải

$$\text{Từ giả thiết } u_2 = 3 \text{ và } u_4 = 7 \text{ suy ra ta có hệ phương trình: } \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_{15} = u_1 + 14d = 29.$$

Câu 55: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17.

B. 16.

C. 18.

D. 19.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7.$$

$$\text{Số hạng tổng quát: } u_n = -7n + 130.$$

$$\text{Ta có: } u_n = 11 \Leftrightarrow n = 17.$$

Câu 56: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = -1$; $d = 2$; $u_n = 43$. Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

A. 20.

B. 23.

C. 22.

D. 21.

Lời giải

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 43 = -1 + (n-1) \cdot 2 \Leftrightarrow n = 23.$$

Câu 57: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu là $u_2 = 1$, $u_5 = 19$. Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?

A. 19.

B. 18.

C. 20.

D. 17.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = 1 \\ u_5 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 1 \\ u_1 + 4d = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 6 \end{cases}.$$

$$\text{Lại có } u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 103 = -5 + (n-1) \cdot 6 \Leftrightarrow n = 19.$$

Vậy số 103 là số hạng thứ 19 trong cấp số cộng đã cho.

Câu 58: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$. Biết rằng -289 là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 98.

B. 99.

C. 101.

D. 100.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có $u_1 = 5$ và công sai $d = -3$ là $u_n = 5 - 3(n-1), \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Ta có $-289 = 5 - 3(n-1) \Leftrightarrow -294 = -3(n-1) \Leftrightarrow 98 = n-1 \Leftrightarrow n = 99$.

Vậy -289 là số hạng thứ 99 của cấp số cộng trên.

Câu 59: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 2001$ và $u_5 = 1995$. Khi đó u_{1001} bằng

A. 4005.

B. 1.

C. 3.

D. 4003.

Lời giải

Gọi u_1 và d lần lượt là số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = 2001 \\ u_5 = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 2001 \\ u_1 + 4d = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2003 \\ d = -2 \end{cases}.$$

Vậy $u_{1001} = u_1 + 1000d = 3$.

Câu 60: Một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2018$ công sai $d = -5$. Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

A. u_{406} .

B. u_{403} .

C. u_{405} .

D. u_{404} .

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d = 2018 - 5(n-1)$

Có $u_n < 0 \Leftrightarrow 2018 - 5(n-1) < 0 \Leftrightarrow 5n > 2023 \Leftrightarrow n > \frac{2023}{5}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \geq 405$.

Vậy từ u_{405} thì số hạng của cấp số cộng đó nhận giá trị âm.

Câu 61: Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 là

A. $u_1 = -5$.

B. $u_1 = 5$.

C. $u_1 = 3$.

D. $u_1 = -3$.

Lời giải

Gọi d là công sai của CSC. Ta có $u_n = u_1 + (n-1)d$.

$$\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 2(u_1 + 4d) + (u_1 + 5d) = -15 \\ (u_1 + 2d) + (u_1 + 6d) = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ 2u_1 + 8d = 46 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 3.$$

Câu 62: Cho dãy số (U_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ Tính u_{10} ?

A. 57.

B. 62.

C. 47.

D. 52.

Lời giải:

Cách 1: Dùng casio 570VN

B1 : Nhập vào máy tính “2”=>SHIFT=>STO=>A

B2: Nhập $B = A + 5 : A = B$

B3: Ấn CALC rồi bấm liên tiếp dấu “=” cho kết quả $u_{10} = 47$.

Cách 2: Từ $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

Ta có $u_{n+1} - u_n = 5$ nên dãy (u_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 5$ nên

$$u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 45 = 47.$$

Câu 63: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 100 của cấp số.

- A.** $u_{100} = -243$. **B.** $u_{100} = -295$. **C.** $u_{100} = -231$. **D.** $u_{100} = -294$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - u_1 - d = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

Số hạng thứ 100 là $u_{100} = 2 + 99(-3) = -295$.

Câu 64: Cho cấp số cộng u_n có công sai $d = 2$ và biểu thức $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng u_n ?

- A.** 1011. **B.** 1014. **C.** 1013. **D.** 1012.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + 2 \\ u_3 = u_1 + 4 \\ u_4 = u_1 + 6 \end{cases} \Rightarrow u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 + 2)^2 + (u_1 + 4)^2 + (u_1 + 6)^2 = 3u_1^2 + 24u_1 + 56 = 3(u_1 + 4)^2 + 8 \geq 8$$

Vậy $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $u_1 = -4$.

$$\text{Từ đó suy ra } 2018 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2018 = -4 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 1012.$$

Câu 65: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = -5$, $d = 2$. Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A.** 100. **B.** 50. **C.** 75. **D.** 44.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44.$$

Vậy 81 là số hạng thứ 44.

Câu 66: Một cấp số cộng (u_n) có $u_9 = 47$, công sai $d = 5$. Số 10092 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đó?

A. 2018.

B. 2017.

C. 2016.

D. 2019.

Lời giải

Ta có $u_9 = u_1 + 8d \Rightarrow u_1 = 7$.

Gọi 10092 là số hạng thứ n trong khai triển, ta có:

$$10092 = u_1 + (n-1)d \Rightarrow n = \frac{10092 - 7}{5} + 1 = 2018.$$

Câu 67: Cho hai cấp số cộng $(x_n): 4, 7, 10, \dots$ và $(y_n): 1, 6, 11, \dots$. Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404.

B. 673.

C. 403.

D. 672.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (x_n) là: $x_n = 4 + (n-1).3 = 3n + 1$.

Số hạng tổng quát của cấp số cộng (y_n) là: $y_m = 1 + (m-1).5 = 5m - 4$.

Giả sử k là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

Vì k là 1 số hạng của cấp số cộng (x_n) nên $k = 3i + 1$ với $1 \leq i \leq 2018$ và $i \in \mathbb{N}^*$.

Vì k là 1 số hạng của cấp số cộng (y_n) nên $k = 5j - 4$ với $1 \leq j \leq 2018$ và $j \in \mathbb{N}^*$.

Do đó $3i + 1 = 5j - 4 \Rightarrow 3i = 5j - 5 \Rightarrow i:5 \Rightarrow i \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\} \Rightarrow$ có 403 số hạng chung.

DẠNG 3. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 68: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng:

A. $S_{10} = 110$.

B. $S_{10} = 100$.

C. $S_{10} = 21$.

D. $S_{10} = 19$.

Lời giải

* Áp dụng công thức $S_n = \frac{n(u_n + u_1)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$ ta được:

$$S_{10} = \frac{10[2 + (10-1)2]}{2} = 100.$$

Câu 69: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 3$ và công sai $d = 4$. Biết tổng n số hạng đầu của dãy số (u_n) là $S_n = 253$. Tìm n .

A. 9.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow \frac{n(2.3 + (n-1).4)}{2} = 253$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 + 2n - 506 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -\frac{23}{2} (L) \end{cases}$$

Câu 70: Cho cấp số cộng (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$ có số hạng tổng quát $u_n = 1 - 3n$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng.

- A. -59049. B. -59048. C. -155. D. -310.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_1 = -2; u_{10} = -29; S_{10} = \frac{(u_1 + u_{10})10}{2} = -155.$$

Câu 71: Cho dãy số vô hạn $\{u_n\}$ là cấp số cộng có công sai d , số hạng đầu u_1 . Hãy chọn khẳng định sai?

- A. $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$. B. $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$.
C. $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$. D. $u_n = u_1 + (n-1).d, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Lời giải

$$\text{Ta có công thức tổng } n \text{ số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: } S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$$

$$\text{Suy ra } S_{12} = 12u_1 + \frac{12.11.d}{2} = 6(2u_1 + 11d) \neq \frac{n}{2}(2u_1 + 11d).$$

Câu 72: Cho (u_n) là cấp số cộng biết $u_3 + u_{13} = 80$. Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

- A. 800. B. 600. C. 570. D. 630

Lời giải

$$S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$$

$$\text{Vì } u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8 \text{ và } u_3 + u_{13} = 80 \Rightarrow S = 7.80 + 40 = 600.$$

Câu 73: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = -6$ và công sai $d = 4$. Tính tổng S của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

- A. $S = 46$. B. $S = 308$. C. $S = 644$. D. $S = 280$.

Lời giải

$$\text{Tổng } n \text{ số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là } S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}.$$

$$\text{Vậy } S = \frac{[2(-6) + (14-1)4]14}{2} = 280.$$

Câu 74: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8, u_5 = 17$. Công sai d bằng:

- A. $d = -3$. B. $d = -5$. C. $d = 3$. D. $d = 5$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $u_2 = 8, u_5 = 17 \Rightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 5 \end{cases}$.

Câu 75: Cho dãy (u_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng (u_n) là

- A. $d = 3$ B. $d = -2$. C. $d = 2$. D. $d = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_{36} = u_1 + 35d$ mà $u_{36} = 72, u_1 = 2$ nên ta có: $72 = 2 + 35d \Leftrightarrow d = 2$.

Vậy $d = 2$.

Câu 76: Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $u_{21} = -19$ và $S_{22} = 0$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó.

- A. $u_n = 21 + 2n$. B. $u_n = 21 - 2n$. C. $u_n = 23 - 2n$. D. $u_n = 23 + 2n$.

Lời giải

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai d .

Ta có: $\begin{cases} u_{21} = -19 \\ S_{22} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{21} = u_1 + 20d \\ S_{22} = 22u_1 + \frac{22 \cdot 21d}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 20d = -19 \\ 2u_1 + 21d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -2 \end{cases}$.

Khi đó: $u_n = u_1 + (n-1)d = 21 - 2(n-1) = 23 - 2n$.

Câu 77: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -5; u_8 = 30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 3

Lời giải

Gọi công sai của cấp số cộng là d khi đó ta có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 30 = -5 + 7d \Leftrightarrow d = 5$.

Câu 78: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 10, u_2 = 13$. Giá trị của u_4 là

- A. $u_4 = 20$. B. $u_4 = 19$. C. $u_4 = 16$. D. $u_4 = 18$.

Lời giải

Ta có:

$$u_1 = 10, u_2 = 13 \Rightarrow d = 3$$

$$u_4 = u_1 + 3d = 10 + 3 \cdot 3 = 19 \Rightarrow B$$

Câu 79: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_2 = -1, u_4 = 7$. Tìm u_3 .

- A. 4. B. 10. C. 8. D. 3.

Lời giải

Áp dụng tính chất của các số hạng trong dãy cấp số cộng, ta có:

$$u_3 = \frac{u_2 + u_4}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3.$$

Câu 80: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_1 = 2$ và $u_4 = 8$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 12. B. 10. C. 9. D. 11.

Lời giải

Từ giả thiết $u_1 = 2$ và $u_4 = u_1 + 3d = 8 \Rightarrow d = 2$

Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.2 = 10$.

Câu 81: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_5 = -15$; $u_{20} = 60$. Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A. $S_{20} = 250$. B. $S_{20} = 200$. C. $S_{20} = -200$. D. $S_{20} = -25$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow S_{20} = \frac{(u_1 + u_{20})20}{2} = 250.$$

Câu 82: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_3 = 6, u_8 = 16$. Tính công sai d và tổng của 10 số hạng đầu tiên.

- A. $d = 2; S_{10} = 100$. B. $d = 1; S_{10} = 80$. C. $d = 2; S_{10} = 120$. D. $d = 2; S_{10} = 110$.

Lời giải

$$\begin{cases} u_3 = 6 \\ u_8 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 7d = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases}.$$

$$S_{10} = 10.u_1 + \frac{10(10-1)}{2}.d = 10.2 + \frac{10(10-1)}{2}.2 = 110.$$

Câu 83: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n = 3 - 2n$ thì S_{60} bằng

- A. -6960. B. -117. C. -3840. D. -116.

Lời giải

Ta có $u_{n+1} = 1 - 2n$, Ta có $u_{n+1} - u_n = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$, suy ra (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = -2$. Vậy $S_{60} = \frac{60}{2}(2u_1 + 59d) = -3840$.

Câu 84: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

- A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000.$$

$$\text{Ta có: } S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017.2018}{2}d = 1009.(2u_1 + 2017d) = 1009000.$$

Câu 85: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

- A. 100. B. 110. C. 10. D. 90.

Lời giải

Gọi cấp số cộng có công sai là d ta có $u_2 = u_1 + d$; $u_3 = u_1 + 2d$; $u_4 = u_1 + 3d$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng công thức } S = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

$$\text{Vậy tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là } S_{10} = 10.1 + \frac{10.9}{2}.2 = 100$$

Câu 86: Cho cấp số cộng $\{u_n\}$ có $u_4 = -12$; $u_{14} = 18$. Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:
A. $S = 24$. **B. $S = -25$.** **C. $S = -24$.** **D. $S = 26$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là: } S_{16} = 16.(-21) + \frac{16.15}{2}.3 = 24.$$

Câu 87: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Tính $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$
A. $S = 2023736$. **B. $S = 2023563$.** **C. $S = 6730444$.** **D. $S = 6734134$.**

Lời giải

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - u_1 - 2d + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$u_4 = 10, u_7 = 19, u_{10} = 28 \dots$$

$$\text{Ta có } u_1, u_4, u_7, u_{10}, \dots, u_{2011} \text{ là cấp số cộng có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \\ n = 671 \end{cases}$$

$$S = \frac{671}{2}(2.1 + 670.9) = 2023736.$$

Câu 88: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = 1 + 4n$. **B. $u_n = 5n$.** **C. $u_n = 3 + 2n$.** **D. $u_n = 2 + 3n$.**

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng } u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n.$$

Câu 89: Một cấp số cộng có tổng của n số hạng đầu S_n tính theo công thức $S_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d của cấp số cộng đó.

- A.** $u_1 = -8; d = 10$. **B.** $u_1 = -8; d = -10$. **C.** $u_1 = 8; d = 10$. **D.** $u_1 = 8; d = -10$.

Lời giải

Ta có: $u_1 = S_1 = 8$.

$$u_2 = S_2 - S_1 = 18 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 18 - 8 = 10.$$

Câu 90: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_5 = 18$ và $4S_n = S_{2n}$. Giá trị u_1 và d là

- A.** $u_1 = 2, d = 3$. **B.** $u_1 = 3, d = 2$. **C.** $u_1 = 2, d = 2$. **D.** $u_1 = 2, d = 4$.

Lời giải

Ta có $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18$.

$$\text{Lại có } 4S_5 = S_{10} \Leftrightarrow 4\left(5u_1 + \frac{5 \cdot 4}{2}d\right) = 10u_1 + \frac{10 \cdot 9}{2}d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0.$$

$$\text{Khi đó ta có hệ phương trình } \begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}.$$

Câu 91: Gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng (a_n) . Biết $S_6 = S_9$, tỉ số $\frac{a_3}{a_5}$ bằng:

- A.** $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2} \Leftrightarrow a_1 = -7d.$$

$$\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}.$$

Câu 92: Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$.

Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó

- A.** $u_n = 5 + 4n$. **B.** $u_n = 3 + 2n$. **C.** $u_n = 2 + 3n$. **D.** $u_n = 4 + 5n$.

Lời giải

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là u_1 và công sai d .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7 \cdot 6 \cdot d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó: } u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n.$$

Câu 93: Giải phương trình $1 + 8 + 15 + 22 + \dots + x = 7944$

- A.** $x = 330$. **B.** $x = 220$. **C.** $x = 351$. **D.** $x = 407$.

Lời giải

Ta có cấp số cộng với $u_1 = 1$, $d = 7$, $u_n = x$, $S_n = 7944$.

Áp dụng công thức

$$S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} \Leftrightarrow 7944 = \frac{[2.1 + (n-1)7]n}{2} \Leftrightarrow 7n^2 - 5n - 15888 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 48 \text{ (t/m)} \\ n = -\frac{331}{7} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy $x = u_{48} = 1 + 47.7 = 330$.

Câu 94: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của tổng $\frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$ bằng.

A. $\frac{49}{74}$.

B. 148.

C. $\frac{49}{148}$.

D. 74.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng. Ta có $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 14950$ với $u_1 = 1 \Rightarrow d = 3$

Đặt $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$.

Ta có $S.d = \frac{d}{u_1 u_2} + \frac{d}{u_2 u_3} + \dots + \frac{d}{u_{49} u_{50}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}}$

$$= 1 - \frac{1}{1 + 49.3} = \frac{147}{148}.$$

Với $d = 3$ nên $S = \frac{49}{148}$.

Câu 95: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

A. $S = \frac{100}{201}$.

B. $S = \frac{200}{201}$.

C. $S = \frac{198}{199}$.

D. $S = \frac{99}{199}$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng đã cho.

Ta có: $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 10000 \Rightarrow d = \frac{200 - 2u_1}{99} = 2$.

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2S &= \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} \\ &= \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{99} - u_{98}}{u_{98} u_{99}} \\ &= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{98}} - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} = \frac{198}{199}$$

$$\Rightarrow S = \frac{99}{199}.$$

Câu 96: Cho tam giác đều $A_1B_1C_1$ có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác $A_1B_1C_1$ tạo thành tam giác $A_2B_2C_2$, trung điểm của các cạnh tam giác $A_2B_2C_2$ tạo thành tam giác $A_3B_3C_3$... Gọi $P_1, P_2, P_3, \dots$ lần lượt là chu vi của tam giác $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$. Tính tổng chu vi $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

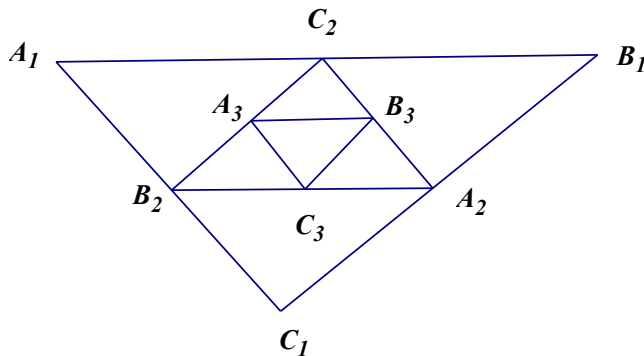
A. $P = 8$.

B. $P = 24$.

C. $P = 6$.

D. $P = 18$.

Lời giải



Chọn B

Ta có:

$$P_2 = \frac{1}{2}P_1; P_3 = \frac{1}{2}P_2 = \frac{1}{4}P_1; P_4 = \frac{1}{2}P_3 = \frac{1}{8}P_1 \dots; P_n = \frac{1}{2^{n-1}}P_1$$

...

$$\text{Vậy } P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P_1 + \frac{1}{2}P_1 + \frac{1}{4}P_1 + \frac{1}{8}P_1 + \dots = \frac{P_1}{1 - \frac{1}{2}} = 2P_1 = 24.$$

DẠNG 4. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

- Câu 97:** Lan đang tiết kiệm để mua laptop. Trong tuần đầu tiên, cô ta để dành 200 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, cô ta đã thêm 16 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Chiếc laptop Lan cần mua có giá 1000 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì cô ấy có đủ tiền để mua chiếc laptop đó?
A. 49. **B.** 50. **C.** 51. **D.** 52.

Lời giải

Gọi n là số tuần cô ta đã thêm 16 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình

Số tiền cô ta tiết kiệm được sau n tuần đó là $T = 200 + 16n$.

Theo đề bài, ta có $T = 200 + 16n = 1000 \Leftrightarrow n = 50$.

Vậy kể cả tuần đầu thì tuần thứ 51 cô ta có đủ tiền để mua chiếc laptop đó.

- Câu 98:** Một người làm việc cho một công ty. Theo hợp đồng trong năm đầu tiên, tháng lương thứ nhất là 6 triệu đồng và lương tháng sau cao hơn tháng trước là 200 ngàn đồng. Hỏi theo hợp đồng, tháng thứ 7 người đó nhận được lương là bao nhiêu?
A. 7,0 triệu. **B.** 7,3 triệu. **C.** 7,2 triệu. **D.** 7,4 triệu.

Lời giải

Gọi lương tháng thứ n của người đó là A_n .

Ta có $A_1 = 6$.

Lương tháng sau hơn tháng trước 0,2 triệu nên ta có $\{A_n\}$ là một cấp số cộng với số hạng đầu $A_1 = 6$ và công sai $d = 0,2$.

Số hạng tổng quát của dãy số là $A_n = A_1 + (n-1)d$ ($n > 1$).

Vậy tới tháng thứ 7, người đó nhận được lương là $A_7 = A_1 + 6d = 6 + 6 \cdot 0,2 = 7,2$.

- Câu 99:** Trong tháng 12, lớp 12A dự kiến quyên góp tiền để đi làm từ thiện như sau: Ngày đầu quyên góp được mỗi bạn bỏ 2000 đồng vào lợn, từ ngày thứ hai trở đi mỗi bạn bỏ vào lợn hơn ngày liền trước là 500 đồng. Hỏi sau 28 ngày lớp 11A quyên góp được bao nhiêu tiền? Biết lớp có 40 bạn.
A. 8800000 đồng. **B.** 9800000 đồng. **C.** 10800000 đồng. **D.** 7800000 đồng

Lời giải

Số tiền mỗi bạn lớp 11A quyên góp để làm từ thiện lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 2000$, công sai $d = 500$

Vậy sau 28 ngày số tiền mỗi bạn quyên góp được là: $28 \cdot 2000 + \frac{27 \cdot 28 \cdot 500}{2} = 245000$ đồng

Vậy sau 28 ngày tổng số tiền quyên góp được của lớp 11A là: $245000 \cdot 40 = 9800000$ đồng

- Câu 100:** Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế. Các dãy sau, mỗi dãy nhiều hơn dãy ngay trước nó 4 ghế. Hỏi sân vận động có tất cả bao nhiêu ghế?
A. 1740. **B.** 2250. **C.** 4380. **D.** 2190.

Lời giải

Số ghế trong mỗi dãy của sân vận động lập thành một cấp số cộng có $U_1 = 15$ và $d = 4$.

Vậy tổng tất cả các ghế của sân vận động là tổng 30 số hạng đầu của cấp số cộng trên, do đó áp dụng công thức $S_n = nU_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$ ta có $S_{30} = 30.15 + \frac{30(30-1)4}{2} = 2190$

Vậy sân vận động có tất cả 2190 ghế.

Câu 101: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây đàn piano có giá 142 triệu đồng. Trong tháng đầu tiên, anh ta để dành được 20 triệu đồng. Mỗi tháng tiếp theo anh ta để dành được 3 triệu đồng và đưa số tiền tiết kiệm của mình. Hỏi ít nhất vào tháng thứ bao nhiêu thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó?

- A. 43. B. 41. C. 40. **D. 42.**

Lời giải

Tổng số tiền Hùng tiết kiệm được vào mỗi tháng lập thành một cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 20$ và công sai $d = 3$.

Tổng số tiền Hùng tiết kiệm được vào tháng thứ n bằng

$$u_n = u_1 + (n-1)d = 20 + (n-1).3 = 3n + 17$$

Hùng có đủ tiền mua cây đàn $\Leftrightarrow 3n + 17 \geq 142 \Leftrightarrow n \geq \frac{125}{3} \approx 41,67$.

Vậy ít nhất vào tháng thứ 42 thì Hùng mới có đủ tiền để mua cây đàn piano đó.

Câu 102: Người ta trồng 820 cây theo một hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 42. B. 41. **C. 40.** D. 39.

Lời giải

Giả sử trồng được n hàng cây $(n \geq 1, n \in \mathbb{N})$.

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết: $S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 820$

$$\Leftrightarrow n(n+1) = 1640 \Leftrightarrow n^2 + n - 1640 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 40 \\ n = -41 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 40$. Vậy có tất cả 40 hàng cây.

Câu 103: Một cầu thang đường lên cổng trời của một điểm giải trí ở công viên tỉnh X được hàn bằng sắt có hình dáng các bậc thang đều là hình chữ nhật với cùng chiều rộng là 35cm và chiều dài của nó theo thứ tự mỗi bậc đều giảm dần đi 7cm. Biết rằng bậc đầu tiên của cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 189cm và bậc cuối cùng cầu thang là hình chữ nhật có chiều dài 63cm. Hỏi giá thành làm cầu thang đó gần với số nào dưới đây nếu giá thành làm một mét vuông cầu thang đó là 1250000 đồng trên một mét vuông?

- A. 9500000 đồng. B. 11000000 đồng. C. 10000000 đồng. **D. 10500000 đồng.**

Lời giải

Ta có chiều dài của mỗi mặt cầu thang theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu tiên là $u_1 = 189$, công sai $d = -7$ và số hạng cuối cùng là $u_n = 63$.

Khi đó áp dụng công thức tính số hạng tổng quát ta có:

$$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 63 = 189 - 7(n-1) \Leftrightarrow n = 19$$

Tổng chiều dài của 19 hình chữ nhật đó là: $S_{19} = 19 \cdot \frac{u_1 + u_{19}}{2} = 2394$.

Diện tích của 19 bậc thang là: $S = 35.2394 = 83790 (cm^2) = 8,379 (m^2)$

Tổng số tiền để làm cầu thang đó là: $T = 8,379.1250000 = 10473750$ đồng.

Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 104: Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau

Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.

Hỏi công ty A nên lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản nào để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau?

A. Chọn công ty B để thuê cả hai mảnh đất.

B. Chọn công ty C để thuê cả hai mảnh đất.

C. Chọn công ty C để thuê đất 10 năm, công ty B thuê đất 15 năm.

D. Chọn công ty B để thuê đất 10 năm, công ty C thuê đất 15 năm.

Lời giải

Gọi B_n, C_n lần lượt là số tiền công ty A cần trả theo các tính của hai công ty B và C

Theo bài ra ta có :

B_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 8$ triệu đồng $d = 0,5$ triệu đồng.

C_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 60$ triệu đồng $d = 3$ triệu đồng.

Do đó : Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 15 năm = 60 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{60} = (2.8 + 59.0,5).30 = 1365 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 15 năm số tiền công ty A phải trả là

$$C_{15} = (2.60 + 14.3).7,5 = 1215 \text{ triệu đồng}$$

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 15 năm của công ty C

Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 10 năm = 40 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{40} = (2.8 + 39.0,5).20 = 710 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 10 năm số tiền công ty A phải trả là $C_{10} = (2.60 + 9.3).4,5 = 661,5$ triệu đồng

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 10 năm của công ty. **C.**

Câu 105: Hùng đang tiết kiệm để mua một cây guitar. Trong tuần đầu tiên, anh ta để dành 42 đô la, và trong mỗi tuần tiếp theo, anh ta đã thêm 8 đô la vào tài khoản tiết kiệm của mình. Cây guitar Hùng cần mua có giá 400 đô la. Hỏi vào tuần thứ bao nhiêu thì anh ấy có đủ tiền để mua cây guitar đó?

- A.** 47. **B.** 45. **C.** 44. **D.** 46.

Lời giải

Sau tuần đầu, Hùng cần thêm 358 đô la. Như vậy Hùng cần thêm $358 : 8 = 44,75$ tuần.

Vậy đến tuần thứ 46 Hùng đủ tiền.

Câu 106: Một công ti trách nhiệm hữu hạn thực hiện việc trả lương cho các kĩ sư theo phương thức sau: Mức lương của quý làm việc đầu tiên cho công ti là 4,5 triệu đồng/quý, và kể từ quý làm việc thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 0,3 triệu đồng mỗi quý. Hãy tính tổng số tiền lương một kĩ sư nhận được sau 3 năm làm việc cho công ti.

- A.** 83,7. **B.** 78,3. **C.** 73,8. **D.** 87,3.

Lời giải

Ta có 3 năm bằng 12 quý.

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{12}$ là tiền lương kĩ sư đó trong các quý.

Suy ra (u_n) là cấp số cộng với công sai 4,5.

Vậy số tiền lương kĩ sư nhận được là

$$S_{12} = n \frac{2u_1 + (n-1)d}{2} = 12 \frac{2 \times 4,5 + 11 \times 0,3}{2} = 73,8.$$

Câu 107: Người ta trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây....Số hàng cây trong khu vườn là

- A.** 31. **B.** 30. **C.** 29. **D.** 28.

Lời giải

Cách trồng 465 cây trong một khu vườn hình tam giác như trên lập thành một cấp số cộng (u_n) với số u_n là số cây ở hàng thứ n và $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

$$\text{Tổng số cây trồng được là: } S_n = 465 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 465 \Leftrightarrow n^2 + n - 930 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30 \\ n = -31(l) \end{cases}$$

Như vậy số hàng cây trong khu vườn là 30.

Câu 108: Trong sân vận động có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước 4 ghế, hỏi sân vận động đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- A.** 2250. **B.** 1740. **C.** 4380. **D.** 2190.

Lời giải

Gọi $u_1, u_2, \dots, u_{30}$ lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ... và dãy ghế số ba mươi. Ta có công thức truy hồi ta có $u_n = u_{n-1} + 4$ ($n = 2, 3, \dots, 30$).

Ký hiệu: $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30}$, theo công thức tổng các số hạng của một cấp số cộng, ta được:

$$S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + (30-1)4) = 15(2.15 + 29.4) = 2190.$$

Câu 109: Cho 4 số thực a, b, c, d là 4 số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết tổng của chúng bằng 4 và tổng các bình phương của chúng bằng 24. Tính $P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3$.

A. $P = 64$.

B. $P = 80$.

C. $P = 16$.

D. $P = 79$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có:
$$\begin{cases} a + d = b + c \\ a + b + c + d = 4 \end{cases} \Rightarrow a + d = b + c = 2.$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = (a + d)^2 + (b + c)^2 - 2(ad + bc)$$

$$\Rightarrow ad + bc = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (a + d)^2 - (b + c)^2 = -8.$$

$$P = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 = (a + d)(a^2 - ad + d^2) + (b + c)(b^2 - bc + c^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - ad - bc) = 64.$$

Câu 110: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$?

A. -20 .

B. -6 .

C. -8 .

D. -24 .

Lời giải

Ta gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1 = 4(4 + d) + (4 + d)(4 + 2d) + 4(4 + 2d)$$

$$= 2d^2 + 24d + 48 = 2(d + 6)^2 - 24 \geq -24$$

Dấu "=" xảy ra khi $d = -6$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_1$ là -24 .

Câu 111: Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A. $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$.

B. $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$.

C. $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

D. $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng và các cạnh có độ dài lần lượt là $a - d, a, a + d$ ($0 < d < a$)

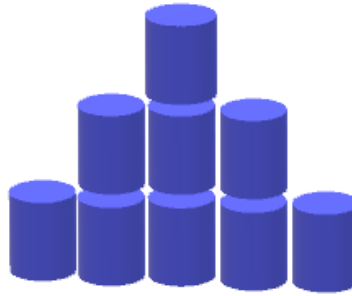
.

Vì tam giác có chu vi bằng 3 nên $3a = 3 \Leftrightarrow a = 1$.

Vì tam giác vuông nên theo định lý Pytago ta có $(1 + d)^2 = (1 - d)^2 + 1^2 \Leftrightarrow 4d = 1 \Leftrightarrow d = \frac{1}{4}$.

Suy ra ba cạnh của tam giác có độ dài là $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$.

Câu 112: Trong hội chợ, một công ty sơn muốn xếp 1089 hộp sơn theo số lượng 1,3,5,... từ trên xuống dưới. Hàng cuối cùng có bao nhiêu hộp sơn?



A. 63.

B. 65.

C. 67.

D. 69.

Lời giải

Giả sử 1089 được xếp thành n hàng. Từ giả thiết ta có số hộp sơn trên mỗi hàng là số hạng của một cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu $u_1 = 1$ công sai $d = 2$. Do đó

$$S_n = 1089 \Leftrightarrow n + n(n-1) = 1089 \Leftrightarrow n = 33.$$

Vậy số hộp sơn ở hàng cuối cùng là: $u_{33} = 1 + 32 \cdot 2 = 65$.

Câu 113: Người ta trồng 1275 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ 2 có 2 cây, hàng thứ 3 có 3 cây, hàng thứ k có k cây ($k \geq 1$). Hỏi có bao nhiêu hàng?

A. 51.

B. 52.

C. 53.

D. 50.

Lời giải

Đặt u_k là hàng thứ k

$$\text{Ta có : } S = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}$$

$$\text{Theo giả thiết ta có : } \frac{k(k+1)}{2} = 1275 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 50 \\ k = -51 < 0 \end{cases}$$

Vậy $k = 50$ nên có 50 hàng.

Câu 114: Người ta trồng 3003 cây theo hình tam giác như sau: Hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,....Hỏi có bao nhiêu hàng cây.

A. 78.

B. 243.

C. 77.

D. 244.

Lời giải

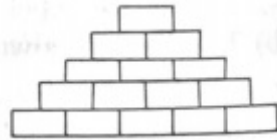
Giả sử có n hàng cây.

Theo đề bài ta có:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = 3003 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 3003 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 77 \text{ (TM)} \\ n = -78 \text{ (L)} \end{cases}.$$

Câu 115: Bà chủ quán trà sữa X muốn trang trí quán cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường bằng gạch với xi măng, biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn

hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



- A. 25250. B. 250500. C. 12550. **D. 125250.**

Lời giải

Ta có số gạch ở mỗi hàng là các số hạng của 1 cấp số cộng: 500, 499, 498, ..., 2, 1.

⇒ Tổng số gạch cần dùng là tổng của cấp số cộng trên, bằng

$$S_{500} = \frac{500(500+1)}{2} = 250.501 = 125250$$

Câu 116: Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

- A. 81. B. 82. **C. 80.** D. 79.

Lời giải

Giả sử trồng được n hàng cây ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$).

Số cây ở mỗi hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 1$ và công sai $d = 1$.

Theo giả thiết:

$$S_n = 3240 \Leftrightarrow \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] = 3240 \Leftrightarrow n(n+1) = 6480 \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 80 \\ n = -81 \end{cases}$$

So với điều kiện, suy ra: $n = 80$.

Vậy có tất cả 80 hàng cây.

Câu 117: Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số cộng có 100 số hạng là 4, 7, 10, 13, 16, ... và 1, 6, 11, 16, 21, ... Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng trên?

- A. 20.** B. 18. C. 21. D. 19.

Lời giải

Cấp số cộng đầu tiên có số hạng tổng quát là $u_n = 4 + (n-1).3 = 3n+1$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

Cấp số cộng thứ hai có số hạng tổng quát là $u_m = 1 + (m-1).5 = 5m-4$ ($m \in \mathbb{N}^*$).

Ta cần có $3n+1 = 5m-4 \Leftrightarrow 3n = 5(m-1)$.

Ta thấy để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì $3n : 5 \Leftrightarrow n : 5$. Vì cấp số cộng có 100 số hạng nên từ đó suy ra có 20 số hạng chung.

Câu 118: Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016, sau đó cứ liên tục ngày

sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã tích lũy được bao nhiêu tiền?.

- A.** 738.100 đồng. **B.** 726.000 đồng. **C.** 714.000 đồng. **D.** 750.300 đồng.

Lời giải

Số ngày bạn An để dành tiền là $31 + 29 + 31 + 30 = 121$ ngày.

Số tiền bỏ ống heo ngày đầu tiên là: $u_1 = 100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ hai là: $u_2 = 100 + 1.100$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ ba là: $u_3 = 100 + 2.100$.

...

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ n là: $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1)100 = 100n$.

Số tiền bỏ ống heo ngày thứ 121 là: $u_{121} = 100.121 = 12100$.

Sau 121 ngày thì số tiền An tích lũy được là tổng của 121 số hạng đầu của cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$, công sai $d = 100$.

Vậy số tiền An tích lũy được là $S_{121} = \frac{121}{2}(u_1 + u_{121}) = \frac{121}{2}(100 + 12100) = 738100$ đồng.

Câu 119: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho $C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

- A.** 12. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện: $k \in \mathbb{N}, k \leq 12$

$C_{14}^k, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng ta có

$$C_{14}^k + C_{14}^{k+2} = 2C_{14}^{k+1} \Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!} + \frac{14!}{(k+2)!(12-k)!} = 2 \frac{14!}{(k+1)!(13-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{2}{(k+1)(13-k)}$$

$$\Leftrightarrow (14-k)(13-k) + (k+1)(k+2) = 2(14-k)(k+2)$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 12k + 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 4 \text{ (tm)} \\ k = 8 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Có $4 + 8 = 12$.

Câu 120: Cho $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{3}xy + y^2$. Tính $S = M + m$

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $x^2; \frac{1}{2}; y^2$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng $x^2 + y^2 = 1$.

Đặt $x = \sin \alpha, y = \cos \alpha$.

$$P = \sqrt{3}xy + y^2 = \sqrt{3} \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2\alpha + \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \Leftrightarrow 2P - 1 = \sqrt{3} \sin 2\alpha + \cos 2\alpha.$$

Giả sử P là giá trị của biểu thức $\Rightarrow 2P - 1 = \sqrt{3} \sin 2\alpha + \cos 2\alpha$ có nghiệm.

$$\Leftrightarrow (2P - 1)^2 \leq (\sqrt{3})^2 + 1^2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } M = \frac{3}{2}; m = -\frac{1}{2} \Rightarrow S = 1.$$

Câu 121: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $u_1 = 2018$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$ với mọi $n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n

để $u_n < \frac{1}{2018}$ bằng

A. 4072325

B. 4072324

C. 4072326

D. 4072327

Lời giải

Từ giả thiết suy ra $u_n > 0, \forall n \geq 1$

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}, \forall n \geq 1 \Leftrightarrow u_{n+1}^2 = \frac{u_n^2}{1+u_n^2} \Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1}^2} = 1 + \frac{1}{u_n^2}$$

Đặt $v_n = \frac{1}{u_n^2}$, khi đó $v_1 = \frac{1}{2018^2}$ và $v_{n+1} = 1 + v_n$ nên (v_n) là cấp số cộng có công sai là 1.

$$v_n = v_1 + (n-1) = \frac{1}{2018^2} + n - 1 \text{ suy ra } \frac{1}{u_n^2} = \frac{1}{2018^2} + n - 1.$$

$$\text{Để } u_n < \frac{1}{2018} \Leftrightarrow \frac{1}{u_n^2} > 2018^2 \Leftrightarrow (n-1) + \frac{1}{2018^2} > 2018^2$$

$$\Leftrightarrow n > 1 - \frac{1}{2018^2} + 2018^2 \Leftrightarrow n > 4072325 - \frac{1}{2018^2}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của n thỏa mãn điều kiện là 4072325.

Câu 122: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$, và cấp số cộng (v_n) có $v_1 = 2$ và công sai $d' = 3$. Gọi X, Y là tập hợp chứa 1000 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số cộng. Chọn ngẫu nhiên 2 phần tử bất kỳ trong tập hợp $X \cup Y$. Xác suất để chọn được 2 phần tử bằng nhau gần với số nào nhất trong các số dưới đây?

A. $0,83.10^{-4}$.

B. $1,52.10^{-4}$.

C. $1,66.10^{-4}$.

D. $0,75.10^{-4}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 phần tử bất kỳ trong tập hợp $X \cup Y$ ta có C_{2000}^2 cách chọn.

Gọi 2 phần tử bằng nhau trong X, Y là u_k và v_l .

$$\text{Do } u_k = v_l \Rightarrow 3 + 2(k-1) = 2 + 3(l-1) \Rightarrow k = \frac{3l}{2} - 1$$

$$\text{Do } 1 \leq k \leq 1000 \Rightarrow 1 \leq l \leq 667. \text{ Mặt khác } l = 2x \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 333,5 \Rightarrow \text{có } 333 \text{ số}$$

$$\text{Vậy xác suất để chọn được 2 phần tử bằng nhau là: } \frac{333}{C_{2000}^2} \approx 1,665832916 \cdot 10^{-4}.$$

Câu 123: Nếu $a+2$, b , $2c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

A. $-4b$; $-2a-4$; $4c$. B. $-2a-2$; $-2b$; $-4c-2$.

C. $2+b$; $2a$; $2c+2$. D. $2a+4$; $4b$; $4c$.

Lời giải

$$\text{Ta có } a+2+2c=2b \Rightarrow -2(a+2+2c) = -2 \cdot (2b) \Leftrightarrow (-2a-2) + (-4c-2) = 2(-2b).$$

Vậy $-2a-2$, $-2b$, $-4c-2$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

Câu 124: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 5$ và tổng của 40 số hạng đầu là 3320. Tìm công sai của cấp số cộng đó.

A. -4 .

B. 8.

C. -8 .

D. 4.

Lời giải

Gọi d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Ta có tổng 40 số hạng đầu của cấp số cộng là: } S_{40} = \frac{40(2u_1 + 39d)}{2} = 3320.$$

$$\Leftrightarrow \frac{40(2 \cdot 5 + 39d)}{2} = 3320 \Leftrightarrow d = 4.$$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN



LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA: Cấp số nhân là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q .

Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q , ta có công thức truy hồi: $u_{n+1} = u_n q$ [với] $n \in \mathbb{N}^*$.

Đặc biệt:

- Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1, 0, 0, \dots, 0, \dots$
- Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng $u_1, u_1, u_1, \dots, u_1, \dots$
- Khi $u_1 = 0$ thì với mọi q , cấp số nhân có dạng $0, 0, 0, \dots, 0, \dots$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ [với] } n \geq 2.$$

Chú ý: Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} \text{ [với] } k \geq 2.$$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ NHÂN

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Khi đó
$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

Chú ý: Nếu $q = 1$ thì cấp số nhân là $u_1, u_1, u_1, \dots, u_1, \dots$ khi đó $S_n = nu_1$.



HỆ THỐNG BÀI TẬP.

Dạng 1: Chứng minh một dãy (u_n) là cấp số nhân.

Dạng 2. Xác định các đại lượng của cấp số nhân

Dạng 3. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân

Dạng 4. Một số bài toán liên quan đến cấp số nhân

DẠNG 1: CHỨNG MINH MỘT DÃY (u_n) LÀ CẤP SỐ NHÂN.



PHƯƠNG PHÁP.

+ Chứng minh $u_{n+1} = u_n q, \forall n \in \mathbb{N}^*$ trong đó q là một số không đổi.

+ Nếu $u_n \neq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì u_n là **một cấp số nhân** $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = q : \text{const} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

+ Để chứng minh dãy (u_n) không phải là cấp số nhân, ta chỉ cần chỉ ra ba số hạng liên tiếp

không tạo thành cấp số nhân, chẳng hạn $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$.

+ Để chứng minh a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSN, ta chứng minh

$$ac = b^2 \text{ hoặc } |b| = \sqrt{ac}$$



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Chứng minh rằng dãy số $(v_n): v_n = (-1)^n \cdot 3^{2n}$ là một cấp số nhân.

Câu 2: Giá trị của a để $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH CÁC ĐẠI LƯỢNG CỦA CẤP SỐ NHÂN



PHƯƠNG PHÁP.

Vận dụng các công thức ở định nghĩa, số hạng tổng quát, tính chất của cấp số nhân.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Tìm u_1 .

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân:

b) Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

Câu 6: Cho tứ giác ABCD có 4 góc tạo thành 1 cấp số nhân có công bội bằng 2. Tìm 4 góc ấy

Câu 7: Cho 5 số lập thành một cấp số nhân. Biết công bội bằng một phân tử số hạng đầu tiên và tổng 2 số hạng đầu bằng 8.

DẠNG 3: TỔNG N SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ NHÂN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Ghi nhớ công thức
$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}, (q \neq 1).$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa:
$$\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$$
. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

Câu 10: Tính các tổng sau: $S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

Câu 11: $S_n = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{88\dots8}_{n \text{ số } 8}$

DẠNG 4: MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CẤP SỐ NHÂN

1 PHƯƠNG PHÁP.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày. Tính khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau 7314 ngày.

Câu 13: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

Câu 14: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

Câu 15: Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm lập thành CSN.

$$x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x - 6m = 0$$

Câu 16: Một người bắt đầu đi làm được nhận được số tiền lương là 7000000đ một tháng. Sau 36 tháng người đó được tăng lương 7%. Hằng tháng người đó tiết kiệm 20% lương để gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,3%/tháng theo hình thức lãi kép. Biết rằng người đó nhận lương vào đầu tháng và số tiền tiết kiệm được chuyển ngay vào ngân hàng.

- a) Hỏi sau 36 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?
- b) Hỏi sau 60 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN

I LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA: Cấp số nhân là một dãy số, trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi q .

Số q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q , ta có công thức truy hồi: $u_{n+1} = u_n q$ [với] $n \in \mathbb{N}^*$.

Đặc biệt:

- Khi $q = 0$, cấp số nhân có dạng $u_1, 0, 0, \dots, 0, \dots$
- Khi $q = 1$, cấp số nhân có dạng $u_1, u_1, u_1, \dots, u_1, \dots$
- Khi $u_1 = 0$ thì với mọi q , cấp số nhân có dạng $0, 0, 0, \dots, 0, \dots$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số nhân có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức

$$u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \text{ [với] } n \geq 2.$$

Chú ý: Trong một cấp số nhân, bình phương của mỗi số hạng đều là tích của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là

$$u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1} \text{ [với] } k \geq 2.$$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ NHÂN

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q \neq 1$. Đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

Khi đó
$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

Chú ý: Nếu $q = 1$ thì cấp số nhân là $u_1, u_1, u_1, \dots, u_1, \dots$ khi đó $S_n = nu_1$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

Dạng 1: Chứng minh một dãy (u_n) là cấp số nhân.

Dạng 2. Xác định các đại lượng của cấp số nhân

Dạng 3. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân

Dạng 4. Một số bài toán liên quan đến cấp số nhân

DẠNG 1: CHỨNG MINH MỘT DÃY (u_n) LÀ CẤP SỐ NHÂN.

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Chứng minh $u_{n+1} = u_n q, \forall n \in \mathbb{N}^*$ trong đó q là một số không đổi.

+ Nếu $u_n \neq 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ thì u_n là **một cấp số nhân** $\Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = q : \text{const} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

+ Để chứng minh dãy (u_n) không phải là cấp số nhân, ta chỉ cần chỉ ra ba số hạng liên tiếp

không tạo thành cấp số nhân, chẳng hạn $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$.

+ Để chứng minh a, b, c theo thứ tự đó lập thành CSN, ta chứng minh

$$ac = b^2 \text{ hoặc } |b| = \sqrt{ac}$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Chứng minh rằng dãy số $(v_n) : v_n = (-1)^n \cdot 3^{2n}$ là một cấp số nhân.

Lời giải

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{(-1)^{n+1} 3^{2(n+1)}}{(-1)^n 3^{2n}} = -9, \forall n \in \mathbb{N}^*. \text{ Vậy } (v_n) : v_n = (-1)^n \cdot 3^{2n} \text{ là một cấp số nhân.}$$

Câu 2: Giá trị của a để $\frac{-1}{5}; a; \frac{-1}{125}$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân?

Lời giải

$$\text{Ta có: } a^2 = \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{125}\right) = \frac{1}{625} \Leftrightarrow a = \pm \frac{1}{25}$$

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH CÁC ĐẠI LƯỢNG CỦA CẤP SỐ NHÂN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Vận dụng các công thức ở định nghĩa, số hạng tổng quát, tính chất của cấp số nhân.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với công bội $q < 0$ và $u_2 = 4, u_4 = 9$. Tìm u_1 .

Lời giải

Vì $q < 0, u_2 > 0$ nên $u_3 < 0$. Do đó $u_3 = -\sqrt{u_2 \cdot u_4} = -\sqrt{4 \cdot 9} = -6$;

$$u_2^2 = u_1 \cdot u_3 \Rightarrow u_1 = \frac{u_2^2}{u_3} = \frac{4^2}{-6} = -\frac{8}{3}. \text{ Chọn đáp án A}$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$. Hỏi số 12288 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân (u_n) ?

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho. Theo đề bài, ta có

$$\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 \\ u_1 q(1 + q^4) = 102 \end{cases} \Rightarrow q = 2 \Rightarrow u_1 = 3 \Rightarrow u_n = 3 \cdot 2^{n-1}.$$

$$\text{Mặt khác } u_n = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{n-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{12} \Leftrightarrow n = 13.$$

Câu 5: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$.

a) Viết năm số hạng đầu của cấp số nhân:

b) Số $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số?

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 \cdot u_1 q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

a) Năm số hạng đầu của cấp số là: $u_1 = 2, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{2}{9}, u_4 = \frac{2}{27}, u_5 = \frac{2}{81}$.

b) Ta có: $u_n = \frac{2}{3^{n-1}} \Rightarrow u_n = \frac{2}{6561} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9$

Vậy $\frac{2}{6561}$ là số hạng thứ 9 của cấp số.

Câu 6: Cho tứ giác ABCD có 4 góc tạo thành 1 cấp số nhân có công bội bằng 2. Tìm 4 góc ấy

Lời giải

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 360^0 \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 \frac{1-q^4}{1-q} = 360^0 \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 = 24^0 \\ q = 2 \end{cases}$$

Vậy 4 góc là: 24, 48, 96, 192.

Câu 7: Cho 5 số lập thành một cấp số nhân. Biết công bội bằng một phần tư số hạng đầu tiên và tổng 2 số hạng đầu bằng 8.

Lời giải

$$\begin{cases} U_1 + U_2 = 8 \\ q = \frac{1}{4}U_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1^2 + 4U_1 = 32 \\ q = \frac{1}{4}U_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} U_1 = -8 \\ U_1 = 4 \\ q = -2 \\ q = 1 \end{cases}$$

Vậy CSN là: -8, 16, -32, 64, -128; 4,4,4,4,4

DẠNG 3: TỔNG N SỐ HẠNG ĐẦU TIÊN CỦA CẤP SỐ NHÂN



PHƯƠNG PHÁP.

Ghi nhớ công thức
$$S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}, (q \neq 1).$$



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 8: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân, biết số hạng đầu bằng 18, số hạng thứ hai bằng 54 và số hạng cuối bằng 39366.

Lời giải

$$u_1 = 18, u_2 = 54 \Rightarrow q = 3.$$

$$u_n = 39366 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 18 \cdot 3^{n-1} = 39366 \Leftrightarrow 3^{n-1} = 3^7 \Leftrightarrow n = 8.$$

$$\text{Vậy } S_8 = 18 \cdot \frac{1-3^8}{1-3} = 59040.$$

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa: $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$. Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số;

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số. Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 \cdot u_1 q^7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

Tổng 10 số hạng đầu của cấp số

$$S_{10} = u_1 \frac{q^{10} - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 3 \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \right] = \frac{59048}{19683}.$$

Câu 10: Tính các tổng sau: $S_n = \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2$

Lời giải.

$$\begin{aligned} S_n &= 2^2 + \frac{1}{2^2} + 2 + 2^4 + \frac{1}{2^4} + 2 + \dots + 2^{2n} + \frac{1}{2^{2n}} + 2 \\ &= (2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2n}) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \dots + \frac{1}{2^{2n}}\right) + 2n \\ &= 4 \cdot \frac{1 - 4^n}{1 - 4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - \frac{1}{4^n}}{1 - \frac{1}{4}} + 2n = \frac{4^n - 1}{3} \left(4 - \frac{1}{4^n}\right) + 2n. \end{aligned}$$

$$S_n = 8 + 88 + 888 + \dots + \underbrace{88\dots8}_{n \text{ số } 8}$$

Câu 11:

Lời giải.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{8}{9} \left(9 + 99 + 999 + \underbrace{99\dots9}_{n \text{ số } 9} \right) \\ &= \frac{8}{9} (10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^n - 1) \\ &= \frac{8}{9} [(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n) - n] \\ &= \frac{8}{9} \left(10 \cdot \frac{1 - 10^n}{1 - 10} - n \right) = \frac{80(10^n - 1)}{81} - \frac{8}{9}n. \end{aligned}$$

DẠNG 4: MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CẤP SỐ NHÂN



PHƯƠNG PHÁP.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 12: Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ poloni 210 là 138 ngày. Tính khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau 7314 ngày.

Lời giải

Kí hiệu u_n là khối lượng còn lại của 20 gam poloni 210 sau n chu kì bán rã.

Ta có 7314 ngày gồm 53 chu kì bán rã. Theo đề bài ra, ta cần tính u_{53} .

Từ giả thiết suy ra dãy (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = \frac{20}{2} = 10$ và công bội

$$q=0,5. \text{ Do đó } u_{53} = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{52} \approx 2,22 \cdot 10^{-15}.$$

Câu 13: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

Lời giải

Diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144. \text{ Khi đó diện tích mặt trên cùng là}$$

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6.$$

Câu 14: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

Lời giải

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần là một cấp số nhân có $u_1 = 20\,000$ và công bội $q = 2$.

Du khách thua trong 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền thua là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1 - p^9)}{1 - p} = 10220000$$

Số tiền mà du khách thắng trong lần thứ 10 là $u_{10} = u_1 \cdot p^9 = 10240000$

Ta có $u_{10} - S_9 = 20\,000 > 0$ nên du khách thắng 20 000.

Câu 15: Tìm m để phương trình sau có 3 nghiệm lập thành CSN.
 $x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x - 6m = 0$

Lời giải

$$x^3 + (5 - m)x^2 + (6 - 5m)x - 6m = 0 \Leftrightarrow (x - m)(x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Đề 3 nghiệm lập thành CSN xét 3 TH

$$\text{TH1: } -3 < m < -2 \Rightarrow m^2 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{6} \\ m = -\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow m = -\sqrt{6}$$

$$\text{TH2: } -3 < -2 < m \Rightarrow 4 = -3m \Leftrightarrow m = -\frac{4}{3}$$

$$\text{TH3: } m < -3 < -2 \Rightarrow 9 = -2m \Leftrightarrow m = -\frac{9}{2}$$

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn

Câu 16: Một người bắt đầu đi làm được nhận được số tiền lương là 7000000đ một tháng. Sau 36 tháng người đó được tăng lương 7%. Hằng tháng người đó tiết kiệm 20% lương để gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,3%/tháng theo hình thức lãi kép. Biết rằng người đó nhận lương vào đầu tháng và số tiền tiết kiệm được chuyển ngay vào ngân hàng.

- a) Hỏi sau 36 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?
b) Hỏi sau 60 tháng tổng số tiền người đó tiết kiệm được là bao nhiêu?

Lời giải

a) Đặt $a = 7.000.000$, $m = 20\%$, $n = 0,3\%$, $t = 7\%$.

Hết tháng thứ nhất, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là $T_1 = am(1+n)^1$.

Hết tháng thứ hai, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là

$$T_2 = (T_1 + am)(1+n) = am(1+n)^2 + am(1+n)^1.$$

.

Hết tháng thứ 36, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là

$$T_{36} = am(1+n)^{36} + am(1+n)^{35} + \dots + am(1+n) = am.(1+n) \frac{(1+n)^{36} - 1}{n}$$

Thay số ta được $T_{36} \approx 53\,297\,648,73$.

b) Hết tháng thứ 37, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là

$$T_{37} = [T_{36} + a(1+t)m](1+n) = T_{36} \cdot (1+n)^1 + a(1+t)m \cdot (1+n)$$

Hết tháng thứ 38, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là

$$T_{38} = [T_{37} + a(1+t)m](1+n) = T_{36} \cdot (1+n)^2 + a(1+t)m[(1+n)^2 + (1+n)].$$

.

Hết tháng thứ 60, người đó có tổng số tiền tiết kiệm là

$$\begin{aligned} T_{60} &= T_{36}(1+n)^{24} + a(1+t)m[(1+n)^{24} + (1+n)^{23} + \dots + (1+n)] \\ &= T_{36}(1+n)^{24} + a(1+t)m \cdot (1+n) \frac{(1+n)^{24} - 1}{n}. \end{aligned}$$

Thay số và tính ta được tổng số tiền tiết kiệm sau 60 tháng của người đó là:

$$T_{60} \approx 94\,602\,156,59.$$



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. NHẬN DIỆN CẤP SỐ NHÂN

- Câu 1:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?
A. $1; -1; 1; -1$. **B.** $1; -3; 9; 10$. **C.** $1; 0; 0; 0$. **D.** $32; 16; 8; 4$.
- Câu 2:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?
A. $1; -3; 9; -27; 54$. **B.** $1; 2; 4; 8; 16$. **C.** $1; -1; 1; -1; 1$. **D.** $1; -2; 4; -8; 16$.
- Câu 3:** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?
A. $1; 2; 3; 4; 5$. **B.** $1; 3; 6; 9; 12$. **C.** $2; 4; 6; 8; 10$. **D.** $2; 2; 2; 2; 2$.
- Câu 4:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
A. $1; 2; 3; 4; 5; 6; \dots$ **B.** $2; 4; 6; 8; 16; 32; \dots$
C. $-2; -3; -4; -5; -6; -7; \dots$ **D.** $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots$
- Câu 5:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?
A. $128; -64; 32; -16; 8; \dots$ **B.** $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$
C. $5; 6; 7; 8; \dots$ **D.** $15; 5; 1; \frac{1}{5}; \dots$
- Câu 6:** Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?
A. $2; 4; 8; 16; \dots$ **B.** $1; -1; 1; -1; \dots$
C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots$ **D.** $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$.
- Câu 7:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?
A. $1; 2; 4; 8; \dots$ **B.** $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$
C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ **D.** $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$
- Câu 8:** Dãy số $u_n = 3 + 3^n$ là một cấp số nhân với:
A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1. **B.** Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.
C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2. **D.** Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.

C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Câu 10: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ...

B. 2; 22; 222; 2222; ...

C. x ; $2x$; $3x$; $4x$; ...

D. 1; $-x^2$; x^4 ; $-x^6$; ...

Câu 11: Trong các số sau, dãy số nào là một cấp số nhân:

A. 1, -3, 9, -27, 81.

B. 1, -3, -6, -9, -12.

C. 1, -2, -4, -8, -16.

D. 0, 3, 9, 27, 81.

Câu 12: Xác định x để 3 số $x-2$; $x+1$; $3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A. Không có giá trị nào của x .

B. $x = \pm 1$.

C. $x = 2$.

D. $x = -3$.

Câu 13: Xác định x để 3 số $2x-1$; x ; $2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A. $x = \pm \frac{1}{3}$.

B. $x = \pm \sqrt{3}$.

C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. Không có giá trị nào của x .

Câu 14: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = n^2 + n + 1$.

B. $u_n = (n+2) \cdot 3^n$.

C.
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

D. $u_n = (-4)^{2n+1}$.

Câu 15: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.

C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.

D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Câu 17: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$. **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$. **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$. **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$.

Câu 18: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = 7 - 3n$. **B.** $u_n = 7 - 3^n$. **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$. **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$.

Câu 19: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.** $u_1; u_3; u_5; \dots$ **B.** $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$
C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ **D.** $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Câu 20: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A.** $u_n = 3n$. **B.** $u_n = 2^n$. **C.** $u_n = \frac{1}{n}$. **D.** $u_n = 2^n + 1$.

Câu 21: u_n được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?

- A.** $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$. **B.** $u_n = n^2 - \frac{1}{2}$. **C.** $u_n = \frac{1}{2^n} - 1$. **D.** $u_n = n^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 22: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.** $u_n = (-1)^n n$. **B.** $u_n = n^2$. **C.** $u_n = 2^n$. **D.** $u_n = \frac{n}{3^n}$.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$ ($\forall n \in \mathbb{N}^*$). Chọn kết luận đúng:

- A.** Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 12$.
B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = 2$.
C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 6$.
D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Câu 24: Dãy nào sau đây là một cấp số nhân?

- A.** 1, 2, 3, 4, ... **B.** 1, 3, 5, 7, ... **C.** 2, 4, 8, 16, ... **D.** 2, 4, 6, 8, ...

Câu 25: Cho dãy số: $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.** Dãy số không phải là một cấp số nhân.
B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$.
C. Số hạng tổng quát. $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$
D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Câu 26: Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

- A.** $\{0; 1\}$. **B.** $\emptyset$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{0\}$

Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x để ba số $1; x; x+2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

B. 1.

D. 0.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $2x-1, x, 2x+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

B. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

D. $x = \pm 3$

Câu 29: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

D. Một cặp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Câu 30: Xác định x dương để $2x-3$; x ; $2x+3$ lập thành cấp số nhân.

B. $x = \sqrt{3}$.

D. không có giá trị nào của x .

Câu 31: Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cặp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho dãy số có các số hạng đầu là $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là

B. $\frac{1}{3^{n+2}}$.

D. $\frac{1}{3^{n+1}}$.

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

B. $3 \cdot 2^{n+2}$.

D. $3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in N^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

B. $u_n = n^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 35: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2^{2021}$.

B. 1012.

D. 1011.

DẠNG 2. TÌM CÔNG THỨC CỦA CẤP SỐ NHÂN

Câu 36: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là

B. $q = 2$.

D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 37: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

B. $\frac{1}{3}$.

D. 6.

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. D. 4.

Câu 39: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -12. B. $\frac{1}{5}$. C. 5. D. 12.

Câu 40: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 41: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. C. 6. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 43: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 64. B. 81. C. 12. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 44: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho

- A. $q = 4$. B. $q = -4$. C. $q = 21$. D. $q = 2\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_5 = -162$. Công bội q bằng:

- A. $q = -3$. B. $q = 3$. C. $q = 3; q = -3$. D. $q = -2$.

Câu 47: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

- A. 3. B. 9. C. 27. D. -3.

Câu 48: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Câu 49: : Cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 9$, $u_5 = 81$ có công bội là

- A. 3. B. 72. C. 18. D. 9.

Câu 50: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 51: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A. $q = 3$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{3}{2}$. D. $q = \frac{2}{3}$.

Câu 52: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

- A. $q = \pm \frac{1}{2}$. B. $q = \pm 2$. C. $q = \pm 4$. D. $q = \pm 1$.

Câu 53: Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A. $x = 4$ B. $x = 5$ C. $x = 2$ D. $x = 1$

Câu 54: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A. $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$ B. $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.
C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. D. $u_k = u_1 + (k-1)q$.

Câu 55: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

- A. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$. B. $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$.
C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2)$. D. $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}} \quad (n \geq 2)$.

Câu 56: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{-16}{27}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 57: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

- A. Thứ 5. B. Thứ 6.
C. Thứ 7. D. Không phải là số hạng của cấp số.

Câu 58: Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và u_1 .

- A. $q = \frac{1}{2}$; $u_1 = \frac{1}{2}$. B. $q = -\frac{1}{2}$; $u_1 = -\frac{1}{2}$. C. $q = 4$; $u_1 = \frac{1}{16}$. D. $q = -4$; $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 59: Với x là số nguyên dương, ba số $2x$, $3x+3$, $5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

- A. $-\frac{250}{3}$. B. $\frac{250}{3}$. C. 250. D. -250.

Câu 60: Cho ba số thực x, y, z trong đó $x \neq 0$. Biết rằng $x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng và x, y, z lập thành cấp số nhân; tìm công bội q của cấp số nhân đó.

- A. $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$ C. $q = 2$ D. $q = 1$

DẠNG 3. TÌM HẠNG TỬ TRONG CẤP SỐ NHÂN

- Câu 61:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:
A. $u_2 = -6$. **B.** $u_2 = 6$. **C.** $u_2 = 1$. **D.** $u_2 = -18$.
- Câu 62:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 2$ và $u_9 = 6$. Tính u_{21} .
A. 18. **B.** 54. **C.** 162. **D.** 486.
- Câu 63:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_6 u_8}$ bằng
A. 2.5^6 . **B.** 2.5^7 . **C.** 2.5^8 . **D.** 2.5^5 .
- Câu 64:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Ta có u_5 bằng
A. 24. **B.** 11. **C.** 48. **D.** 9.
- Câu 65:** Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là
A. $u_1 = \frac{1}{6}$. **B.** $u_1 = \frac{1}{16}$. **C.** $u_1 = -\frac{1}{16}$. **D.** $u_1 = \frac{1}{2}$.
- Câu 66:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng
A. 2.3^{2018} . **B.** 3.2^{2018} . **C.** 2.3^{2019} . **D.** 3.2^{2019} .
- Câu 67:** Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?
A. 11. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.
- Câu 68:** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là
A. $u_6 = 320$. **B.** $u_6 = -160$. **C.** $u_6 = -320$. **D.** $u_6 = 160$.
- Câu 69:** Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$
A. $u_1 = 24$. **B.** $u_1 = \frac{1334}{11}$. **C.** $u_1 = 96$. **D.** $u_1 = \frac{217}{3}$.
- Câu 70:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy số trên
A. $u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$. **B.** $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$. **C.** $u_{2018} = 6.2^{2017} + 1$. **D.** $u_{2018} = 6.2^{2018} + 5$.
- Câu 71:** Cho (u_n) là cấp số nhân, công bội $q > 0$. Biết $u_1 = 1, u_3 = 4$. Tìm u_4 .
A. $\frac{11}{2}$. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.
- Câu 72:** Cho cấp số nhân $(u_n), n \geq 1$ với công bội $q = 2$ và có số hạng thứ hai $u_2 = 5$. Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là
A. $u_7 = 320$. **B.** $u_7 = 640$. **C.** $u_7 = 160$. **D.** $u_7 = 80$.
- Câu 73:** Cho một cấp số nhân có số hạng thứ 4 gấp 4096 lần số hạng đầu tiên. Tổng hai số hạng đầu tiên là 34. Số hạng thứ 3 của dãy số có giá trị bằng:
A. 1. **B.** 512. **C.** 1024. **D.** 32.

- Câu 74:** Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 12$, $\frac{u_3}{u_8} = 243$. Tìm u_9 .
- A. $u_9 = \frac{2}{2187}$. B. $u_9 = \frac{4}{6563}$. C. $u_9 = 78732$. D. $u_9 = \frac{4}{2187}$.
- Câu 75:** Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \dots$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó?
- A. $u_1 = 5$, $q = 4$. B. $u_1 = 5$, $q = 6$. C. $u_1 = 4$, $q = 5$. D. $u_1 = 6$, $q = 5$.
- Câu 76:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên.
- A. $u_1 = 9$; $q = 2$. B. $u_1 = 9$; $q = -2$. C. $u_1 = -9$; $q = -2$. D. $u_1 = -9$; $q = 2$.
- Câu 77:** Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 là:
- A. 72. B. -48. C. ± 48 . D. 48.
- Câu 78:** Cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Tìm u_1 , biết rằng $u_1 \leq 100$.
- A. $u_1 = 16$. B. $u_1 = 2$. C. $u_1 = -16$. D. $u_1 = -2$.
- Câu 79:** Cho cấp số nhân $u_1 = -1$, $u_6 = 0,00001$. Khi đó q và số hạng tổng quát là?
- A. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$. B. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = -10^{n-1}$.
C. $q = \frac{-1}{10}$, $u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$. D. $q = \frac{1}{10}$, $u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.
- Câu 80:** Cho cấp số nhân u_n có $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_5 = 16$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 .
- A. $q = \frac{1}{2}$, $u_1 = \frac{1}{2}$. B. $q = -\frac{1}{2}$, $u_1 = -\frac{1}{2}$. C. $q = -4$, $u_1 = -\frac{1}{16}$. D. $q = 4$, $u_1 = \frac{1}{16}$.
- Câu 81:** Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = -2$, công bội $q = \frac{3}{4}$. Số $-\frac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?
- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.
- Câu 82:** Cho dãy số 4, 12, 36, 108, 324, Số hạng thứ 10 của dãy số đó là?
- A. 73872. B. 77832. C. 72873. D. 78732.
- Câu 83:** Cho tứ giác $ABCD$ có bốn góc tạo thành cấp số nhân có công bội $q = 2$, góc có số đo nhỏ nhất trong bốn góc đó là:
- A. 1° B. 30° C. 12° D. 24°
- Câu 84:** Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .
- A. $u_3 = 15$. B. $u_3 = 25$. C. $u_3 = 10$. D. $u_3 = 20$.

- Câu 85:** Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.
A. 120005. **B.** 6840. **C.** 7775. **D.** 6480.
- Câu 86:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.
A. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$. **B.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} + 5$. **C.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} - 5$. **D.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} + 5$.
- Câu 87:** Số hạng đầu và công bội q của CSN với $u_7 = -5, u_{10} = 135$ là:
A. $u_1 = \frac{5}{729}, q = -3$. **B.** $u_1 = -\frac{5}{729}, q = 3$. **C.** $u_1 = \frac{5}{729}, q = 3$. **D.** $u_1 = -\frac{5}{729}, q = -3$.
- Câu 88:** Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$. Tìm số hạng thứ 2019 của dãy số.
A. $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} - 6062$. **B.** $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} + 6062$.
C. $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} - 6062$. **D.** $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} + 6062$.
- Câu 89:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right), n \geq 1$. Giá trị của u_{50} gần nhất với số nào dưới đây?
A. -312540600. **B.** -312540500. **C.** -212540500. **D.** -212540600.

DẠNG 4. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

- Câu 90:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
A. $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = 1023$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = -1025$.
- Câu 91:** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6, u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.
A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. **B.** $2^{12} - 1$. **C.** $3 \cdot 2^{12} - 1$. **D.** $3 \cdot 2^{12}$.
- Câu 92:** Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả
A. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{4039}{2}$. **C.** $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\frac{6057}{2}$.
- Câu 93:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12, u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng
A. 129. **B.** -129. **C.** 128. **D.** -128.
- Câu 94:** Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $S_2 = 4; S_3 = 13$ và $u_2 < 0$, giá trị S_5 bằng
A. 2. **B.** $\frac{181}{16}$. **C.** $\frac{35}{16}$. **D.** 121.

Câu 95: Giá trị của tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

A. $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$. **B.** $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$. **C.** $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$. **D.** $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Câu 96: Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

A. $P = 1$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = 4$.

Câu 97: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .

A. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$. **B.** $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.
C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$. **D.** $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

Câu 98: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5.4^9}$. **B.** $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5.4^8}$. **C.** $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3.2^6}$. **D.** $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3.2^7}$.

Câu 99: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội dương và biểu thức $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$.

A. $S = 2046$. **B.** $S = 2097150$. **C.** $S = 2095104$. **D.** $S = 1047552$.

Câu 100: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tính S_{21} .

A. $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$ **B.** $S_{21} = 3^{21} - 1$. **C.** $S_{21} = 1 - 3^{21}$. **D.** $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Câu 101: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S_n = 4^{n-1}$. **B.** $S_n = \frac{n(1 + 4^{n-1})}{2}$. **C.** $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. **D.** $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Câu 102: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; ...; 2048. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

A. $S = 2047,75$. **B.** $S = 2049,75$. **C.** $S = 4095,75$. **D.** $S = 4096,75$.

Câu 103: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

A. $\frac{63}{20}$. **B.** $\frac{142}{45}$. **C.** $\frac{1}{18}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 104: Tính tổng $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + \dots$

A. $S = \frac{7}{6}$ **B.** $S = -\frac{6}{7}$ **C.** $S = \frac{6}{7}$ **D.** $S = -\frac{7}{6}$

Câu 105: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,121212\dots$ được biểu diễn bởi phân số

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{12}{99}$. C. $\frac{1}{11}$. D. $\frac{3}{22}$.

Câu 106: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A. 215. B. 315. C. 415. D. 515.

Câu 107: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

- A. $S_8 = 1093$. B. $S_8 = 3820$. C. $S_8 = 9841$. D. $S_8 = 3280$.

Câu 108: Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 109: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 2$, $a_{n+1} = -2a_n$, $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

- A. $\frac{2050}{3}$. B. 2046. C. -682. D. -2046.

Câu 110: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048?

- A. $\frac{1365}{2}$. B. $\frac{5416}{2}$. C. $\frac{5461}{2}$. D. $\frac{21845}{2}$.

Câu 111: Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792. Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

- A. 5377. B. 5737. C. 3577. D. 3775.

Câu 112: Tính tổng của số nhân lùi vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^2}{2^n}, \dots$ là.

- A. -1. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 113: Giá trị của tổng $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$ bằng

- A. $\frac{70}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$. B. $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018\right)$.
C. $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$. D. $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$.

Câu 114: Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ bằng

- A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$. B. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$.
C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$. D. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$.

Câu 115: Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3} \left(2u_n + \frac{n-1}{n^2+3n+2} \right); n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

B. $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

D. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

Câu 116: Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1 = \frac{1}{3}$ và $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} U_n$. Tổng $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}.$

B. $\frac{29524}{59049}.$

C. $\frac{25942}{59049}.$

D. $\frac{1}{243}.$

Câu 117: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

A. $2^{20} - 20.$

B. $2^{21} - 22.$

C. $2^{20}.$

D. $2^{21} - 20.$

DẠNG 5. KẾT HỢP CẤP SỐ NHÂN VÀ CẤP SỐ CỘNG

Câu 118: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

A. 2, 6, 18.

B. 4, 8, 20.

C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}.$

D. $4, 4\sqrt{5}, 20.$

Câu 119: Ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 30. Biết $x+2; y+2; z+18$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $T = x^2 + z^2$.

A. $T = 328.$

B. $T = 424.$

C. $T = 296.$

D. $T = 428.$

Câu 120: Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng tăng có tổng bằng 24. Nếu cộng thêm lần lượt các số 1, 4, 13 vào ba số x, y, z ta được ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

A. 200.

B. 210.

C. 220.

D. 190.

Câu 121: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

A. 2, 6, 18.

B. 4, 8, 20.

C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}.$

D. $4, 4\sqrt{5}, 20.$

Câu 122: Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $(a+b+c)$.

A. 12.

B. 18.

C. 3.

D. 9.

Câu 123: Cho ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x-2y|$ bằng

A. $|x-2y| = 10.$

B. $|x-2y| = 9.$

C. $|x-2y| = 6.$

D. $|x-2y| = 8.$

Câu 124: Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$. D. 2.

Câu 125: Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

- A. 20. B. 42. C. 21. D. 17.

DẠNG 6. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 126: Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $8 m^2$. B. $6 m^2$. C. $10 m^2$. D. $12 m^2$.

Câu 127: Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, \dots$. Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

- A. $S = \frac{2^{100}-1}{2^{99}a^2}$. B. $S = \frac{a(2^{100}-1)}{2^{99}}$. C. $S = \frac{a^2(2^{100}-1)}{2^{99}}$. D. $S = \frac{a^2(2^{99}-1)}{2^{99}}$.

Câu 128: Dân số tỉnh Bình Phước theo điều tra vào ngày 1/1/2011 là 905300 người. Nếu duy trì tốc độ tăng trưởng dân số không đổi là 10% một năm thì đến 1/1/2020 dân số của tỉnh Bình Phước là bao nhiêu?

- A. 22582927. B. 02348115. C. 2134650. D. 11940591.

Câu 129: Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A. 40 m. B. 70 m. C. 50 m. D. 80 m.

Câu 130: Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A. 10. B. 11. C. 26. D. 50.

Câu 131: Trên một bàn cờ vua kích thước 8x8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau. Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

- A. 26 B. 23 C. 24 D. 25

Câu 132: Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

- A. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

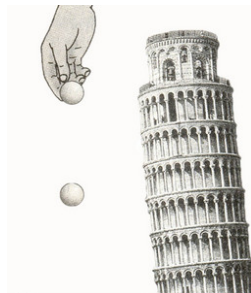
Câu 133: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5$, $a_{n+1} = q \cdot a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha \cdot q^{n-1} + \beta \frac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha + 2\beta$?

- A. 13. B. 9. C. 11. D. 16.

Câu 134: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

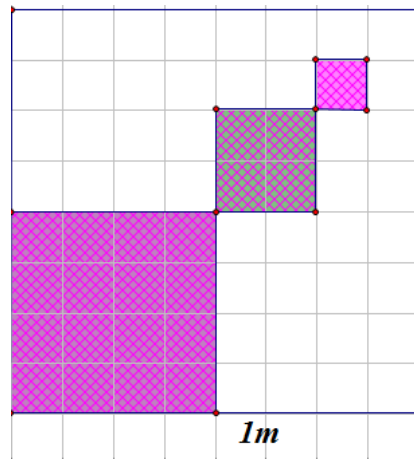
- A. $T = \frac{101}{27}$. B. $T = \frac{100}{27}$. C. $T = -\frac{100}{27}$. D. $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 135: Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A. $(67m; 69m)$. B. $(60m; 63m)$. C. $(64m; 66m)$. D. $(69m; 72m)$.

Câu 136: Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là $1, 2, 3, \dots, n, \dots$, trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn $\frac{1}{1000} (m^2)$?



- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 137: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 138: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

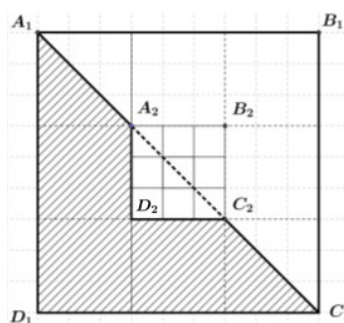
- A. -342. B. -216. C. 344. D. 216.

Câu 139: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

- A. $\frac{1-2^{19}}{15 \cdot 2^{18}}.$ B. $\frac{1-2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}.$ C. $\frac{2^{19}-1}{15 \cdot 2^{18}}.$ D. $\frac{2^{20}-1}{15 \cdot 2^{19}}.$

Câu 140: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



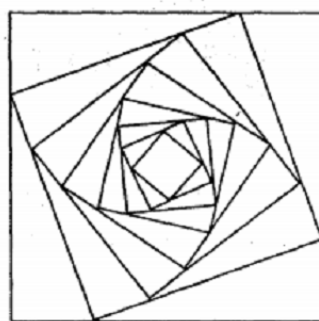
Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

- A. 9 bước. B. 4 bước. C. 8 bước. D. 7 bước.

Câu 141: Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) .



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 142: Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

- A. $|S| = 42$. B. $|S| = 62$. C. $|S| = 32$. D. $|S| = 52$.

Câu 143: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2.3^{2018}$ bằng:

- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2010

Câu 144: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

- A. $m = -7$. B. $m = 1$.
C. $m = -1$ hoặc $m = 7$. D. $m = 1$ hoặc $m = -7$.

Câu 145: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Câu 146: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. $6m^2$. B. $8m^2$. C. $10m^2$. D. $12m^2$.

Câu 147: Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng $\frac{1}{9}$ số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.

- A. $5^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 225^\circ$. B. $9^\circ, 27^\circ, 81^\circ, 243^\circ$. C. $7^\circ, 21^\circ, 63^\circ, 269^\circ$. D. $8^\circ, 32^\circ, 72^\circ, 248^\circ$.

- Câu 148:** Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 7$, $a_6 = 224$ và $S_k = 3577$. Tính giá trị của biểu thức $T = (k+1)a_k$.
A. $T = 17920$. **B.** $T = 8064$. **C.** $T = 39424$. **D.** $T = 86016$.
- Câu 149:** Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.
A. $x^2 + y^2 = 40$. **B.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 100$. **D.** $x^2 + y^2 = 10$.
- Câu 150:** Ba số x ; y ; z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số x ; $2y$; $3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .
A. $q = \frac{1}{3}$. **B.** $q = \frac{1}{9}$. **C.** $q = -\frac{1}{3}$. **D.** $q = -3$.
- Câu 151:** Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời, các số $x+\frac{5}{3}$, $y-1$, $2x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y .
A. $x = -3, y = -1$ hoặc $x = \frac{3}{8}, y = \frac{1}{8}$. **B.** $x = 3, y = 1$ hoặc $x = -\frac{3}{8}, y = -\frac{1}{8}$.
C. $x = 24, y = 8$ hoặc $x = -3, y = -1$. **D.** $x = -24, y = -8$ hoặc $x = 3, y = 1$
- Câu 152:** Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.
A. $F = 389$. hoặc $F = 395$. **B.** $F = 395$. hoặc $F = 179$.
C. $F = 389$. hoặc $F = 179$. **D.** $F = 441$ hoặc $F = 357$.
- Câu 153:** Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a+d=14$ và $b+c=12$.
A. $q = \frac{18+\sqrt{73}}{24}$. **B.** $q = \frac{19+\sqrt{73}}{24}$. **C.** $q = \frac{20+\sqrt{73}}{24}$. **D.** $q = \frac{21+\sqrt{73}}{24}$.
- Câu 154:** Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là 0,7% số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?
A. $10^8 \cdot (0,007)^5$ **B.** $10^8 \cdot (1,007)^5$ **C.** $10^8 \cdot (0,007)^6$ **D.** $10^8 \cdot (1,007)^6$
- Câu 155:** Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là 1,2%. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?
A. 10320 nghìn người. **B.** 3000 nghìn người. **C.** 2227 nghìn người. **D.** 2300 nghìn người.
- Câu 156:** Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?
A. $1024 \cdot 10^{12}$ tế bào. **B.** $256 \cdot 10^{12}$ tế bào. **C.** $512 \cdot 10^{12}$ tế bào. **D.** $512 \cdot 10^{13}$ tế bào.



DÃY SỐ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

BÀI 6: CẤP SỐ NHÂN



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. NHẬN DIỆN CẤP SỐ NHÂN

Câu 1: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với $q = -1$.

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với $q = 0$.

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với $q = \frac{1}{2}$.

Câu 2: Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -3; 9; -27; 54.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội $q = -1$.

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = -2$.

Dãy 1; -3; 9; -27; 54 không phải là cấp số nhân vì $-3 = 1 \cdot (-3); (-27) \cdot (-3) = 81 \neq 54$.

Câu 3: Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. 1; 2; 3; 4; 5.

B. 1; 3; 6; 9; 12.

C. 2; 4; 6; 8; 10.

D. 2; 2; 2; 2; 2.

Lời giải

Ta thấy ở đáp án D có $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = 2$ nên đây là cấp số nhân với công bội $q = 1$.

Câu 4: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** 1;2;3;4;5;6;.... **B.** 2;4;6;8;16;32;....
C. -2;-3;-4;-5;-6;-7;.... **D.** 1;2;4;8;16;32;....

Lời giải

Nhận thấy $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$ nên các dãy số ở đáp án A, B và C không phải là cấp số nhân.

Riêng đối với dãy 1,2,4,8,16,32,... ở đáp án D thỏa mãn: $u_{n+1} = 2.u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy số 1,2,4,8,16,32,... là cấp số nhân với $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$.

Câu 5: Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** 128; -64; 32; -16; 8; ... **B.** $\sqrt{2}$; 2; 4; $4\sqrt{2}$;
C. 5; 6; 7; 8; ... **D.** 15; 5; 1; $\frac{1}{5}$; ...

Câu 6: Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải là một cấp số nhân?

- A.** 2; 4; 8; 16; ... **B.** 1; -1; 1; -1; ...
C. 1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; 4^2 ; ... **D.** a ; a^3 ; a^5 ; a^7 ; ... ($a \neq 0$).

Câu 7: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.** 1; 2; 4; 8; ... **B.** 3 ; 3^2 ; 3^3 ; 3^4 ; ...
C. 4; 2; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; ... **D.** $\frac{1}{\pi}$; $\frac{1}{\pi^2}$; $\frac{1}{\pi^4}$; $\frac{1}{\pi^6}$; ...

Câu 8: Dãy số $u_n = 3 + 3^n$ là một cấp số nhân với:

- A.** Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.
B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.
C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.
D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

Câu 9: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2}.5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (u_n) không phải là cấp số nhân.
B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Câu 10: Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

- A.** 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ... **B.** 2; 22; 222; 2222; ...
C. x ; $2x$; $3x$; $4x$; ... **D.** 1; $-x^2$; x^4 ; $-x^6$; ...

Lời giải

Dãy số : $1; -x^2; x^4; -x^6; \dots$ là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$; công bội $q = -x^2$.

Câu 11: Trong các số sau, dãy số nào là một cấp số nhân:

- A.** $1, -3, 9, -27, 81$. **B.** $1, -3, -6, -9, -12$. **C.** $1, -2, -4, -8, -16$. **D.** $0, 3, 9, 27, 81$.

Lời giải

Câu 12: Xác định x để 3 số $x-2; x+1; 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A.** Không có giá trị nào của x . **B.** $x = \pm 1$.
C. $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Ba số $x-2; x+1; 3-x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân $\Leftrightarrow (x-2)(3-x) = (x+1)^2$
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0$

Câu 13: Xác định x để 3 số $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A.** $x = \pm \frac{1}{3}$. **B.** $x = \pm \sqrt{3}$.
C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** Không có giá trị nào của x .

Lời giải

Ba số: $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2$
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 14: Trong các dãy số (u_n) sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.** $u_n = n^2 + n + 1$. **B.** $u_n = (n+2) \cdot 3^n$.
C. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. **D.** $u_n = (-4)^{2n+1}$.

Lời giải

A. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2 + 3n + 3}{n^2 + n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, không phải là hằng số. Vậy (u_n) không phải là cấp số nhân.

B. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+3) \cdot 3^{n+1}}{(n+2) \cdot 3^n} = \frac{3(n+3)}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, không phải là hằng số. Vậy (u_n) không phải là cấp số nhân.

C. Từ công thức truy hồi của dãy số, suy ra $u_1 = 2; u_2 = 3; u_3 = 2; u_4 = 3; \dots$

Vì $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ nên (u_n) không phải là cấp số nhân.

D. $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-4)^{2(n+1)+1}}{(-4)^{2n+1}} = 16, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vậy (u_n) là một cấp số nhân.

Câu 15: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A.** $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$
- C.** $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

Lời giải

(u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = qu_n \longrightarrow$ **Chọn B**

Câu 16: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (u_n) không phải là cấp số nhân.
- B.** (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$.
- C.** (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$.
- D.** (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$.

Lời giải

$u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$ là cấp số nhân công bội $q = 5$ và $u_1 = \frac{15}{2} \longrightarrow$ **Chọn C**

Câu 17: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ **B.** $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ **C.** $u_n = n + \frac{1}{3}$ **D.** $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$

Lời giải

Dãy $u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$ là cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases} \longrightarrow$ **Chọn A**

Câu 18: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.** $u_n = 7 - 3n$ **B.** $u_n = 7 - 3^n$ **C.** $u_n = \frac{7}{3n}$ **D.** $u_n = 7 \cdot 3^n$

Lời giải.

Dãy $u_n = 7 \cdot 3^n$ là cấp số nhân có $\begin{cases} u_1 = 21 \\ q = 3 \end{cases} \longrightarrow$ **Chọn D**

Câu 19: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.** $u_1; u_3; u_5; \dots$ **B.** $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$
- C.** $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ **D.** $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

Lời giải

Giả sử (u_n) là cấp số nhân công bội q , thì

Dãy $u_1; u_3; u_5; \dots$ là cấp số nhân công bội q^2 .

Dãy $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$ là cấp số nhân công bội $2q$.

Dãy $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$ là cấp số nhân công bội $\frac{1}{q}$.

Dãy $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$ không phải là cấp số nhân. **Chọn D**

Câu 20: Trong các dãy số (u_n) sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A. $u_n = 3n$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = \frac{1}{n}$.

D. $u_n = 2^n + 1$.

Lời giải

Ta thấy, với $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$ dãy số $(u_n) = 2^n$ có tính chất: $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2$ nên là cấp số nhân với công bội $q = 2, u_1 = 2$.

Câu 21: u_n được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?

A. $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$.

B. $u_n = n^2 - \frac{1}{2}$.

C. $u_n = \frac{1}{2^n} - 1$.

D. $u_n = n^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

$u_n = \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ là số hạng tổng quát của một cấp số nhân có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $q = \frac{1}{2}$.

$u_n = n^2 - \frac{1}{2}$ có $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{7}{2} = \frac{1}{2} \cdot 7; u_3 = \frac{17}{2} \neq \frac{1}{2} \cdot 7$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

$u_n = \frac{1}{2^n} - 1$ có $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}; u_3 = -\frac{7}{8} \neq -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

$u_n = n^2 + \frac{1}{2}$ có $u_1 = \frac{3}{2}; u_2 = \frac{9}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3; u_3 = \frac{19}{2} \neq \frac{3}{2} \cdot 3$ nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

Câu 22: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

A. $u_n = (-1)^n n$.

B. $u_n = n^2$.

C. $u_n = 2^n$.

D. $u_n = \frac{n}{3^n}$.

Lời giải

Lập tỉ số $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$ không phải cấp số nhân.

B: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

C: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$ không phải là cấp số nhân.

Câu 23: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3.2^{n+1} \ (\forall n \in \mathbb{N}^*)$. Chọn kết luận đúng:

A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 12$.

B. Dãy số là cấp số cộng có công sai $d = 2$.

C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 6$.

D. Dãy số là cấp số nhân có công bội $q = 3$.

Lời giải

Dãy số (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = 3.2^{n+1} \ (\forall n \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow u_{n+1} = 3.2^{n+2}$.

Xét thương $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3.2^{n+2}}{3.2^{n+1}} = 2 = \text{const}$ với $\forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy số (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 2$ và có số hạng đầu là $u_1 = 3.2^{1+1} = 12$.

Câu 24: Dãy nào sau đây là một cấp số nhân?

A. 1, 2, 3, 4, ...

B. 1, 3, 5, 7, ...

C. 2, 4, 8, 16, ...

D. 2, 4, 6, 8, ...

Lời giải

Ta có: 2, 4, 8, 16, ... là cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 2$.

Câu 25: Cho dãy số: $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.

B. Dãy số này là cấp số nhân có $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$.

C. Số hạng tổng quát. $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

D. Là dãy số không tăng, không giảm.

Lời giải

Ta có: $\frac{1}{3} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right); -\frac{1}{9} = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right); \frac{1}{27} = -\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right); \dots$ Vậy dãy số trên là cấp số nhân với $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có $u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$.

Câu 26: Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

A. $\{0; 1\}$.

B. $\emptyset$.

C. $\{1\}$.

D. $\{0\}$

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân.

Ta có

$$\begin{cases} 2x = x.q \\ x+3 = 2x.q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x.q \\ x+3 = 2.2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Tập hợp các giá trị x thỏa mãn $x, 2x, x+3$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là $\{1\}$.

Câu 27: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x để ba số $1; x; x+2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Để $1; x; x+2$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân thì: $x^2 = 1 \cdot (x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Vậy có đúng 1 số nguyên dương $x = 2$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $2x-1, x, 2x+1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

A. $x = \pm \frac{1}{3}$

B. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $x = \pm \sqrt{3}$

D. $x = \pm 3$

Lời giải

Để ba số đó lập thành một cấp số nhân thì:

$$x^2 = (2x-1)(2x+1) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Câu 29: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là **sai**?

A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.

B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.

C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.

D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

Lời giải

A. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số nhân với công bội $q = 1$.

B. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai $d = 0$.

C. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng có công sai dương nên: $u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$.

D. Sai. Ví dụ dãy $-5; -2; 1; 3; \dots$ là dãy số có $d = 3 > 0$ nhưng không phải là dãy số dương.

Câu 30: Xác định x dương để $2x-3; x; 2x+3$ lập thành cấp số nhân.

A. $x = 3$.

B. $x = \sqrt{3}$.

C. $x = \pm \sqrt{3}$.

D. không có giá trị nào của x .

Lời giải

$$2x-3; x; 2x+3 \text{ lập thành cấp số nhân} \Leftrightarrow x^2 = (2x-3)(2x+3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \\ \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{3}.$$

Vì x dương nên $x = \sqrt{3}$.

Câu 31: Giả sử $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$ theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính $\cos 2\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\cos \alpha \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $\cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow 6 \cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$.

$$\Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha = 0 \Leftrightarrow 6 \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}.$$

Ta có: $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$.

Câu 32: Cho dãy số có các số hạng đầu là $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$ Số hạng tổng quát của dãy số này là

A. $\frac{1}{3^{n-1}}$

B. $\frac{1}{3^{n+2}}$.

C. $\frac{1}{3^n}$.

D. $\frac{1}{3^{n+1}}$.

Lời giải

Ta có

$$u_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3^1}$$

$$u_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3^2}$$

$$u_3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^3}$$

.....

Vậy $u_n = \frac{1}{3^n}$.

Câu 33: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Số hạng tổng quát u_n ($n \geq 2$) bằng

A. $3 \cdot 2^n$.

B. $3 \cdot 2^{n+2}$.

C. $3 \cdot 2^{n+1}$.

D. $3 \cdot 2^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$.

Câu 34: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = n^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_1 = 3$ và $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$

Suy ra dãy số (u_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$

Do đó $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

- Câu 35:** Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2^{2021}$.
- A. 2021. B. 1012. C. 2022. **D. 1011.**

Lời giải

Ta có: $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ nên dãy (u_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

$$\Rightarrow u_2 = 2u_1.$$

$$\text{Mà } 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6$$

$$\Leftrightarrow 3u_1 - u_2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{3u_1 - u_2}\right)^2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3u_1 - u_2} = 2(N) \\ \sqrt{3u_1 - u_2} = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow 3u_1 - u_2 = 4.$$

$$\text{Từ và ta có: } \begin{cases} u_2 = 2u_1 \\ 3u_1 - u_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4$$

$\Rightarrow (u_n)$ là cấp số nhân với công bội $q = 2, u_1 = 4$. Nên số hạng tổng quát là:

$$u_n = 2 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 2^{2(n-1)} = 2^{2n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

$$u_n \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2^{2n-1} \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2n-1 \geq 2021 \Leftrightarrow n \geq 1011.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 1011.

DẠNG 2. TÌM CÔNG THỨC CỦA CẤP SỐ NHÂN

- Câu 36:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đã cho là
- A. $q = \frac{1}{2}$. **B. $q = 2$.** C. $q = -2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{1} = 2.$$

- Câu 37:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
- A. -6. B. $\frac{1}{3}$. **C. 3.** D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3.$$

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 9. B. -9. C. $\frac{1}{4}$. **D. 4.**

Lời giải

Công bội của cấp số nhân đã cho là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{12}{3} = 4$

Câu 39: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -12. B. $\frac{1}{5}$. **C. 5.** D. 12.

Lời giải

Từ định nghĩa cấp số nhân ta có $q = \frac{u_2}{u_1} = 5$.

Câu 40: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3.** B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Công bội của cấp số nhân là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 41: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 8. B. 9. **C. 6.** D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 2 = 6$.

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6.** B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 43: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 64. B. 81. **C. 12.** D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = 3 \cdot 4 = 12$.

Câu 44: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{16}{\frac{1}{2}} = 32 \Rightarrow q = 2.$$

Câu 45: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 1$, $u_4 = 64$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho

- A. $q = 4$. B. $q = -4$. C. $q = 21$. D. $q = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_4 = 64 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 64 \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4.$$

Câu 46: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_5 = -162$. Công bội q bằng:

- A. $q = -3$. B. $q = 3$.
C. $q = 3; q = -3$. D. $q = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_5 = -162 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^4 = -162 \Leftrightarrow q^4 = \frac{-162}{u_1} = \frac{-162}{-2} = 81 \Leftrightarrow q = \pm 3.$$

Câu 47: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

- A. 3. B. 9. C. 27. D. -3.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{u_4}{u_1} = q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = \sqrt[3]{27} = 3$$

Câu 48: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Lời giải

$$\text{Có } u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54.$$

Câu 49: : Cấp số nhân (u_n) có $u_4 = 9$, $u_5 = 81$ có công bội là

- A. 3. B. 72. C. 18. D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có công bội } q = \frac{u_5}{u_4} = \frac{81}{9} = 9.$$

Câu 50: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \cdot q^5 \Leftrightarrow q = 2$.

Câu 51: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

- A.** $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \frac{3}{2}$. **D.** $q = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Theo đề ra ta có: $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ 486 = u_1 \cdot q^5 \end{cases} \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3$.

Câu 52: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

- A.** $q = \pm \frac{1}{2}$. **B.** $q = \pm 2$. **C.** $q = \pm 4$. **D.** $q = \pm 1$.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}$$

Câu 53: Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

- A.** $x = 4$ **B.** $x = 5$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = 1$

Lời giải

Do ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được

$$x^2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 54: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.** $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$ **B.** $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$.
C. $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$. **D.** $u_k = u_1 + (k-1)q$.

Lời giải

Theo tính chất các số hạng của cấp số nhân.

Câu 55: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$. Chọn hệ thức đúng:

- A.** (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$. **B.** $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$.
C. $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2)$. **D.** $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}} \quad (n \geq 2)$.

Lời giải

Ta có: $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{1}{10}$ nên (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = -\frac{1}{10}$.

Câu 56: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

A. $u_5 = \frac{-27}{16}$.

B. $u_5 = \frac{-16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$.

Câu 57: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.

B. Thứ 6.

C. Thứ 7.

D. Không phải là số hạng của cấp số.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ n của cấp số này.

Ta có: $u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow (-3) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow n = 6$.

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 58: Cho cấp số nhân có $u_2 = \frac{1}{4}$; $u_5 = 16$. Tìm q và u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}$; $u_1 = \frac{1}{2}$.

B. $q = -\frac{1}{2}$; $u_1 = -\frac{1}{2}$.

C. $q = 4$; $u_1 = \frac{1}{16}$.

D. $q = -4$; $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow \frac{1}{4} = u_1 \cdot q$; $u_5 = u_1 \cdot q^4 \Leftrightarrow 16 = u_1 \cdot q^4$

Suy ra: $q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4$. Từ đó: $u_1 = \frac{1}{16}$.

Câu 59: Với x là số nguyên dương, ba số $2x$, $3x+3$, $5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

A. $-\frac{250}{3}$.

B. $\frac{250}{3}$.

C. 250.

D. -250.

Lời giải

Ba số $2x$, $3x+3$, $5x+5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$2x(5x+5) = (3x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 9.$$

Với $x = 9$, suy ra $q = \frac{3 \cdot 9 + 3}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$

Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là: $(5 \cdot 9 + 5) \cdot \frac{5}{3} = \frac{250}{3}$.

Câu 60: Cho ba số thực x, y, z trong đó $x \neq 0$. Biết rằng $x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng và x, y, z lập thành cấp số nhân; tìm công bội q của cấp số nhân đó.

A. $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

B. $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$

C. $q = 2$

D. $q = 1$

Lời giải

x, y, z lập thành cấp số nhân công bội q nên $y = qx; z = q^2x$

$x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng nên $2y = \frac{x+3z}{2} \Rightarrow 2qx = \frac{x+3q^2x}{2}$

Vì $x \neq 0$ nên $2qx = \frac{x+3q^2x}{2} \Rightarrow 4q = 1 + 3q^2 \Rightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

DẠNG 3. TÌM HẠNG TỬ TRONG CẤP SỐ NHÂN

Câu 61: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là:

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 1$.

D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Số hạng u_2 là: $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Câu 62: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_5 = 2$ và $u_9 = 6$. Tính u_{21} .

A. 18.

B. 54.

C. 162.

D. 486.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_5 = 2 \\ u_9 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^4 = 2 \\ u_1 q^8 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{2}{3} \\ q^4 = 3 \end{cases}$

Suy ra $u_{21} = u_1 q^{20} = u_1 (q^4)^5 = \frac{2}{3} \cdot 3^5 = 162$.

Câu 63: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_6 u_8}$ bằng

A. $2 \cdot 5^6$.

B. $2 \cdot 5^7$.

C. $2 \cdot 5^8$.

D. $2 \cdot 5^5$.

Lời giải

Vì (u_n) là cấp số nhân nên $u_6 u_8 = u_7^2$, suy ra $\sqrt{u_6 u_8} = |u_7| = |u_1 \cdot q^6| = 2 \cdot 5^6$.

Câu 64: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Ta có u_5 bằng

- A. 24. B. 11. C. 48. D. 9.

Lời giải

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Do đó $u_5 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Câu 65: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_4 = 4$. Giá trị của u_1 là

- A. $u_1 = \frac{1}{6}$. B. $u_1 = \frac{1}{16}$. C. $u_1 = -\frac{1}{16}$. D. $u_1 = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số nhân với $k \geq 2$ thì $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$ ta suy ra

$$u_3^2 = u_2 \cdot u_4 = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 = 1 \\ u_3 = -1 \end{cases}$$

Vì (u_n) là cấp số nhân có công bội dương nên $u_3 = 1$. Gọi q là công bội ta được $q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{4}{1} = 4$

$$\text{Từ đó ta có } u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16}.$$

Câu 66: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng

- A. $2 \cdot 3^{2018}$. B. $3 \cdot 2^{2018}$. C. $2 \cdot 3^{2019}$. D. $3 \cdot 2^{2019}$.

Lời giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{2018}$.

Câu 67: Cho cấp số nhân (u_n) ; $u_1 = 1, q = 2$. Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

- A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1 \cdot 2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11$.

Câu 68: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = -2$. Số hạng thứ sáu của (u_n) là

- A. $u_6 = 320$. B. $u_6 = -160$. C. $u_6 = -320$. D. $u_6 = 160$.

Lời giải

Ta có: $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160$.

Câu 69: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

- A. $u_1 = 24$. B. $u_1 = \frac{1334}{11}$. C. $u_1 = 96$. D. $u_1 = \frac{217}{3}$.

Lời giải

$$\text{Ta có : } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 168 \\ u_1 q^3(1 + q + q^2) = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1 + q + q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy $u_1 = 96$,

Câu 70: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2018 của dãy số trên

A. $u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$. **B.** $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$. **C.** $u_{2018} = 6.2^{2017} + 1$. **D.** $u_{2018} = 6.2^{2018} + 5$.

Lời giải

Ta có $u_n = v_n - 5$, $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow v_{n+1} - 5 = 2(v_n - 5) + 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 2v_n$.

Do đó v_n là cấp số nhân với $v_1 = 6$, $q = 2$, $v_n = 6.q^{n-1}$, $v_{2018} = 6.2^{2017} \Rightarrow u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$.

Câu 71: Cho (u_n) là cấp số nhân, công bội $q > 0$. Biết $u_1 = 1, u_3 = 4$. Tìm u_4 .

A. $\frac{11}{2}$. **B.** 2. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_3 = 4 \\ q > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_1 \cdot q^2 = 4 \\ q > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow u_4 = u_1 \cdot q^3 = 8.$$

Câu 72: Cho cấp số nhân $(u_n), n \geq 1$ với công bội $q = 2$ và có số hạng thứ hai $u_2 = 5$. Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là

A. $u_7 = 320$. **B.** $u_7 = 640$. **C.** $u_7 = 160$. **D.** $u_7 = 80$.

Lời giải

Ta có $(u_n), n \geq 1$ là cấp số nhân có công bội $q = 2$ nên có số hạng tổng quát $u_n = q^{n-1} \cdot u_1$.

$$\text{Vì } u_2 = 5 = u_1 \cdot 2 \Rightarrow u_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow u_7 = \frac{5}{2} \cdot 2^6 = 160.$$

Vậy số hạng thứ 7 của cấp số là 160. Đáp án **C**.

Câu 73: Cho một cấp số nhân có số hạng thứ 4 gấp 4096 lần số hạng đầu tiên. Tổng hai số hạng đầu tiên là 34. Số hạng thứ 3 của dãy số có giá trị bằng:

- A.** 1. **B.** 512. **C.** 1024. **D.** 32.

Lời giải

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} u_4 = 4096.u_1 \\ u_1 + u_2 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 4096 \\ u_1.(1+q) = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 16 \\ 17.u_1 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 16 \\ u_1 = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_3 = u_1.q^2 = 2.16^2 = 512.$$

Câu 74: Cho cấp số nhân (u_n) , biết $u_1 = 12$, $\frac{u_3}{u_8} = 243$. Tìm u_9 .

- A.** $u_9 = \frac{2}{2187}$. **B.** $u_9 = \frac{4}{6563}$. **C.** $u_9 = 78732$. **D.** $u_9 = \frac{4}{2187}$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Ta có } u_3 = u_1 q^2, u_8 = u_1 q^7 \Rightarrow \frac{u_3}{u_8} = \frac{1}{q^5} = 243 \Rightarrow q = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Do đó } u_9 = u_1 q^8 = 12. \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}.$$

Câu 75: Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$ với $n = 1, 2, \dots$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đó?

- A.** $u_1 = 5, q = 4$. **B.** $u_1 = 5, q = 6$. **C.** $u_1 = 4, q = 5$. **D.** $u_1 = 6, q = 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = S_1 = 5 - 1 = 4 \\ u_1 + u_2 = S_2 = 5^2 - 1 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_2 = 24 - u_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4, q = \frac{u_2}{u_1} = 5.$$

Câu 76: Cho cấp số nhân (u_n) biết $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân trên.

- A.** $u_1 = 9; q = 2$. **B.** $u_1 = 9; q = -2$. **C.** $u_1 = -9; q = -2$. **D.** $u_1 = -9; q = 2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } u_1 = 9; q = 2.$$

Câu 77: Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có $u_1 = 3$. Khi đó u_5 là:

- A.** 72. **B.** -48. **C.** ± 48 . **D.** 48.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_1 = 3 \text{ và } u_9 = 768 \text{ nên } 768 = 3.q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2.$$

Do đó $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$.

Câu 78: Cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Tìm u_1 , biết rằng $u_1 \leq 100$.

A. $u_1 = 16$.

B. $u_1 = 2$.

C. $u_1 = -16$.

D. $u_1 = -2$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8u_1 q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{16} (q^3 - 8) = 0(1) \\ u_1 (1 + q^4) = 272(2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (2) suy ra } u_1 \neq 0 \text{ do đó: } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = 2 \end{cases}$$

Nếu $q = 0$ thì $(2) \Leftrightarrow u_1 = 272$ không thỏa điều kiện $u_1 \leq 100$.

Nếu $q = 2$ thì $(2) \Leftrightarrow u_1 = 16$ thỏa điều kiện $u_1 \leq 100$.

Câu 79: Cho cấp số nhân $u_1 = -1$, $u_6 = 0,00001$. Khi đó q và số hạng tổng quát là?

A. $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$. **B.** $q = \frac{-1}{10}, u_n = -10^{n-1}$.

C. $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$. **D.** $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 0,00001 \Leftrightarrow q^5 = \frac{-1}{10^5} \Leftrightarrow q = \frac{-1}{10}$$

$$\Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$$

Vậy đáp án đúng là: **C.**

Câu 80: Cho cấp số nhân u_n có $u_2 = \frac{1}{4}$, $u_5 = 16$. Tìm công bội q và số hạng đầu u_1 .

A. $q = \frac{1}{2}, u_1 = \frac{1}{2}$. **B.** $q = -\frac{1}{2}, u_1 = -\frac{1}{2}$. **C.** $q = -4, u_1 = -\frac{1}{16}$. **D.** $q = 4, u_1 = \frac{1}{16}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} & (1) \\ u_1 \cdot q^4 = 16 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Chia hai vế của (2) cho (1) ta được } q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{16}$$

Câu 81: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = -2$, công bội $q = \frac{3}{4}$. Số $-\frac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Áp dụng công thức cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow -\frac{81}{128} = -2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \Leftrightarrow n = 5$.

Câu 82: Cho dãy số 4,12,36,108,324,... Số hạng thứ 10 của dãy số đó là?

- A. 73872. B. 77832. C. 72873. **D. 78732.**

Lời giải

Xét dãy số 4,12,36,108,324,... là cấp số nhân có $u_1 = 4$, $q = 3$.

Số hạng thứ 10 của dãy số là $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 4 \cdot 3^9 = 78732$.

Câu 83: Cho tứ giác ABCD có bốn góc tạo thành cấp số nhân có công bội $q = 2$, góc có số đo nhỏ nhất trong bốn góc đó là:

- A. 1^0 B. 30^0 C. 12^0 **D. 24^0**

Lời giải

Giả sử: Bốn góc A, B, C, D theo thứ tự lập thành cấp số nhân và A nhỏ nhất.

Khi đó $B = 2A, C = 4A, D = 8A$

Nên $A + 2A + 4A + 8A = 360^0 \Rightarrow A = 24^0$

Câu 84: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

- A. $u_3 = 15$. B. $u_3 = 25$. C. $u_3 = 10$. **D. $u_3 = 20$.**

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - u_1 \cdot q^2 + u_1 \cdot q^4 = 65 \\ u_1 + u_1 \cdot q^6 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \quad (1) \\ u_1(1 + q^6) = 325 \quad (2) \end{cases}$

Chia từng vế của (1) cho (2) ta được phương trình :

$$\frac{1 - q^2 + q^4}{1 + q^6} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow q^6 - 5q^4 + 5q^2 - 4 = 0 \quad (*)$$

Đặt $t = q^2, t \geq 0$.

Phương trình (*) trở thành : $t^3 - 5t^2 + 5t - 4 = 0 \Leftrightarrow (t - 4)(t^2 - t + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t^2 - t + 1 = 0 (vn) \end{cases}$

Với $t = 4 \Rightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = \pm 2$.

Với $q = \pm 2$ thay vào (2) ta được $u_1 = 5$.

Vậy $u_3 = u_1 \cdot q^2 = 5 \cdot 4 = 20$.

Câu 85: Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 6^n - 1$. Tìm số hạng thứ năm của cấp số nhân đã cho.

- A. 120005. B. 6840. C. 7775. **D. 6480.**

Lời giải

Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q .

Do $S_n = 6^n - 1$ nên $q \neq 1$. Khi đó $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = 6^n - 1$.

Ta có: $S_1 = \frac{u_1(1-q)}{1-q} = 6 - 1 \Leftrightarrow u_1 = 5$.

$S_2 = \frac{u_1(1-q^2)}{1-q} = 6^2 - 1 \Leftrightarrow q = 6$.

Vậy $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 6^4 = 6480$.

Câu 86: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.

A. $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$. **B.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} + 5$. **C.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} - 5$. **D.** $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} + 5$.

Lời giải

Đặt $u_n = v_n - 5 \Rightarrow v_{n+1} - 5 = 2(v_n - 5) + 5 \Rightarrow v_{n+1} = 2v_n$

Có $u_1 = 1 \Rightarrow v_1 = 6 \Rightarrow u_n + 5 = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 5$

Vậy $u_{2020} = 6 \cdot 2^{2019} - 5 = 3 \cdot 2^{2020} - 5$

Câu 87: Số hạng đầu và công bội q của CSN với $u_7 = -5, u_{10} = 135$ là:

A. $u_1 = \frac{5}{729}, q = -3$. **B.** $u_1 = -\frac{5}{729}, q = 3$. **C.** $u_1 = \frac{5}{729}, q = 3$. **D.** $u_1 = -\frac{5}{729}, q = -3$.

Lời giải

Vì (u_n) là CSN nên: $u_7 = u_1 \cdot q^6 = -5, u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 135$

$\Rightarrow \frac{u_{10}}{u_7} = \frac{135}{-5} \Leftrightarrow \frac{u_1 q^9}{u_1 q^6} = -27 \Rightarrow q = -3 \Rightarrow u_1 = \frac{u_7}{q^6} = -\frac{5}{729}$.

Câu 88: Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$. Tìm số hạng thứ 2019 của dãy số.

A. $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} - 6062$. **B.** $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} + 6062$.

C. $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} - 6062$. **D.** $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} + 6062$.

Lời giải

Ta có $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \Leftrightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$, với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Đặt $v_n = u_n + 3n + 5$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Như vậy, (v_n) là cấp số nhân với công bội $q = 2$ và $v_1 = 10$, do đó $v_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$.

Do đó $u_n + 3n + 5 = 5 \cdot 2^n$, hay $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$ với $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$.

Nên $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} - 6062$.

- Câu 89:** Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right), n \geq 1$. Giá trị của u_{50} gần nhất với số nào dưới đây?
A. -312540600 . **B.** -312540500 . **C.** -212540500 . **D.** -212540600 .

Lời giải

Ta có

$$u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right) \Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{3}{n+1} + \frac{2}{n+2} \right) \Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{3}{n+2} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{3}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{3}{n+1}, n \geq 1$, ta có $v_1 = u_1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$ và từ (1) thu được $v_{n+1} = \frac{3}{2} v_n$.

Suy ra dãy số (v_n) là một cấp số nhân với công bội $q = \frac{3}{2}$, ta có $v_n = v_1 \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1} = \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1}$

Từ đó ta được $u_n = \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(\frac{3}{2} \right)^{n-1} + \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{50} \approx -212540500$

DẠNG 4. TÍNH TỔNG VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

- Câu 90:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.
A. $S_{10} = -511$. **B.** $S_{10} = 1023$. **C.** $S_{10} = 1025$. **D.** $S_{10} = -1025$.

Lời giải

Ta có: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = -3 \cdot \frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = 1023$.

- Câu 91:** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 6, u_4 = 24$. Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.
A. $3 \cdot 2^{12} - 3$. **B.** $2^{12} - 1$. **C.** $3 \cdot 2^{12} - 1$. **D.** $3 \cdot 2^{12}$.

Lời giải

Gọi công bội của CSN bằng q . Suy ra $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 2$.

Ta có $S_{12} = u_1 \cdot \frac{1-q^{12}}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-2^{12}}{1-2} = 3(2^{12} - 1)$.

- Câu 92:** Cho dãy (u_n) với $u_n = \left(\frac{1}{2} \right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$, ta được kết quả
A. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{4039}{2}$. **C.** $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$. **D.** $\frac{6057}{2}$.

Lời giải

$$S_{2019} = 2019 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} = 2019 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}}{1 - \frac{1}{2}} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}.$$

Câu 93: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$, $u_5 = 48$, có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 129. **B.** -129. **C.** 128. **D.** -128.

Lời giải

Ta có: $u_4^2 = u_3 \cdot u_5 = 576$.

Vì $u_3 > 0, u_5 > 0$ và công bội âm nên: $u_4 = -24 \Rightarrow q = -2$.

Lại có: $u_3 = u_1 q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$.

Áp dụng công thức ta có: $S_7 = u_1 \frac{1 - q^7}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - (-2)^7}{1 - (-2)} = 129$.

Câu 94: Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $S_2 = 4; S_3 = 13$ và $u_2 < 0$, giá trị S_5 bằng

- A.** 2. **B.** $\frac{181}{16}$. **C.** $\frac{35}{16}$. **D.** 121.

Lời giải

Gọi u_1, q lần lượt là số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân cần tìm.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} S_2 = 4 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1(1+q+q^2) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ q = 3 \\ q = \frac{-3}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} u_2 < 0 \\ u_3 = S_3 - S_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_3}{u_2} < 0 \text{ nên cấp số nhân cần tìm có } \begin{cases} u_1 = 16 \\ q = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } S_5 = u_1 \left(\frac{1 - q^5}{1 - q} \right) = \frac{181}{16}.$$

Câu 95: Giá trị của tổng $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$ bằng

- A.** $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$. **B.** $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$. **C.** $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$. **D.** $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$.

Lời giải

Ta thấy S là tổng của 2019 số hạng đầu tiên của cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = 1$, công bội $q = 3$.

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân ta có $S = 1 \cdot \frac{1-3^{2019}}{1-3} = \frac{3^{2019}-1}{2}$.

Câu 96: Biết rằng $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$. Tính $P = a + \frac{b}{4}$.

A. $P = 1$.

B. $P = 2$.

C. $P = 3$.

D. $P = 4$.

Lời giải

Từ giả thiết suy ra $3S = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + 11.3^{11}$. Do đó

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10.3^{11} = \frac{1-3^{11}}{1-3} - 10.3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21.3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4}.3^{11}.$$

Vì $S = \frac{1}{4} + \frac{21.3^{11}}{4} = a + \frac{21.3^b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 11 \longrightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3$.

Câu 97: Cho cấp số nhân (u_n) có $S_2 = 4$ và $S_3 = 13$. Tìm S_5 .

A. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{181}{16}$.

B. $S_5 = 121$ hoặc $S_5 = \frac{35}{16}$.

C. $S_5 = 114$ hoặc $S_5 = \frac{185}{16}$.

D. $S_5 = 141$ hoặc $S_5 = \frac{183}{16}$.

Lời giải

Ta có $u_3 = S_3 - S_2 = 9 \Rightarrow u_1 q^2 = 9 \Rightarrow u_1 = \frac{9}{q^2}$

Vì $S_2 = 4$ nên $u_1 + u_1 q = 4$. Do đó $\frac{9}{q^2} + \frac{9}{q} = 4 \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3$ hoặc $q = -\frac{3}{4}$.

+ Với $q = 3$ thì $u_1 = 1, u_6 = u_1 q^5 = 243$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{1 - 243}{1 - 3} = 121$.

+ Với $q = -\frac{3}{4}$ thì $u_1 = 16, u_6 = -\frac{243}{64}$. Suy ra $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{181}{16}$.

Câu 98: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 8$ và biểu thức $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính S_{10} .

A. $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5.4^9}$.

B. $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5.4^8}$.

C. $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3.2^6}$.

D. $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3.2^7}$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân. Khi đó $4u_3 + 2u_2 - 15u_1 = 2(4q + 1)^2 - 122 \geq -122, \forall q$.

Dấu bằng xảy ra khi $4q + 1 = 0 \Leftrightarrow q = -\frac{1}{4}$. Suy ra: $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 8 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{10}}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{2(4^{10} - 1)}{5.4^8}$

Câu 99: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội dương và biểu thức $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$.

- A. $S = 2046$. B. $S = 2097150$. C. $S = 2095104$. D. $S = 1047552$.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân, $q > 0$. Ta có $u_4 + \frac{1024}{u_7} = 2q^3 + \frac{512}{q^6}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $2q^3 + \frac{512}{q^6} = q^3 + q^3 + \frac{512}{q^6} \geq 3\sqrt[3]{q^3 \cdot q^3 \cdot \frac{512}{q^6}} = 24$.

Suy ra $u_4 + \frac{1024}{u_7}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 24 khi $q^3 = \frac{512}{q^6} \Leftrightarrow q = 2$.

Ta có $S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = 2^{11} - 2$; $S_{20} = \frac{u_1(1-q^{20})}{1-q} = 2^{21} - 2$.

Do đó $S = S_{20} - S_{10} = 2095104$. Vậy phương án đúng là C.

Câu 100: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$. Tính S_{21} .

- A. $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$ B. $S_{21} = 3^{21} - 1$. C. $S_{21} = 1 - 3^{21}$. D. $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Lời giải

Ta có $u_4 + u_6 = -540 \Leftrightarrow (u_3 + u_5)q = -540$.

Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được $q = -3$. Lại có $u_3 + u_5 = 180$

$\Leftrightarrow u_1(q^2 + q^4) = 180$.

Vì $q = -3$ nên $u_1 = 2$. Suy ra $S_{21} = \frac{u_1(1-q^{21})}{1-q} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 101: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_n = 4^{n-1}$. B. $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$. C. $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$. D. $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$.

Lời giải

Cấp số nhân đã cho có $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 4 \end{cases} \longrightarrow S_n = u_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-4^n}{1-4} = \frac{4^n - 1}{3}$.

Câu 102: Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; ...; 2048. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

A. $S = 2047,75.$

B. $S = 2049,75.$

C. $S = 4095,75.$

D. $S = 4096,75.$

Lời giải

Cấp số nhân đã cho có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{4} \\ q = 2 \end{cases} \longrightarrow 2048 = 2^{11} = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2} \Leftrightarrow n = 13.$$

Vậy cấp số nhân đã cho có tất cả 13 số hạng. Vậy

$$S_{13} = u_1 \cdot \frac{1-q^{13}}{1-q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1-2^{13}}{1-2} = 2047,75 \longrightarrow$$

Câu 103: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,1555... = 3,1(5)$ viết dưới dạng số hữu tỉ là:

A. $\frac{63}{20}.$

B. $\frac{142}{45}.$

C. $\frac{1}{18}.$

D. $\frac{7}{2}.$

Lời giải

$$3,1555... = 3,1 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + ...$$

Dãy số $0,05; 0,005; 0,0005; 0,00005; ...$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 0,05$; $q = 0,1$.

$$\text{Vậy } 3,1555... = 3,1 + \frac{0,05}{1-0,1} = \frac{142}{45}.$$

Câu 104: Tính tổng $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + ... + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + ...$

A. $S = \frac{7}{6}$

B. $S = -\frac{6}{7}$

C. $S = \frac{6}{7}$

D. $S = -\frac{7}{6}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = ... = -\frac{1}{6} (|q| < 1). \text{ Do đó: } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{-1}{1+\frac{1}{6}} = \frac{-6}{7}$$

Câu 105: Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,121212...$ được biểu diễn bởi phân số

A. $\frac{3}{25}.$

B. $\frac{12}{99}.$

C. $\frac{1}{11}.$

D. $\frac{3}{22}.$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 0,121212... &= \frac{12}{10^2} + \frac{12}{10^4} + \frac{12}{10^6} + ... + \frac{12}{10^{2n}} + ... = 12 \left(\frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + ... + \frac{1}{10^{2n}} + ... \right) \\ &= 12 \left(\frac{\frac{1}{100}}{1-\frac{1}{100}} \right) = \frac{4}{33} = \frac{12}{99}. \end{aligned}$$

Câu 106: Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.

B. 315.

C. 415.

D. 515.

Lời giải

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}.$

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là: $S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{\frac{1}{2}} = 315.$

Câu 107: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093.$

B. $S_8 = 3820.$

C. $S_8 = 9841.$

D. $S_8 = 3280.$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 13 \\ u_1 \cdot q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ u_1 \cdot (q-1)(1+q+q^2) = 26 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}.$

Vậy tổng $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280.$

Câu 108: Tổng $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ có giá trị là:

A. $\frac{1}{9}.$

B. $\frac{1}{4}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Lời giải

Ta có $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) với $u_n = \frac{1}{3^n}$ có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{3}$, công sai $q = \frac{1}{3}$.

Do đó $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}.$

Câu 109: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 2, a_{n+1} = -2a_n, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

A. $\frac{2050}{3}.$

B. 2046.

C. -682.

D. -2046.

Lời giải

Vì $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$ suy ra (a_n) là một cấp số nhân với $\begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}.$

Suy ra $S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = -682$.

Câu 110: Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là $\frac{1}{2}$, số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048 ?

- A. $\frac{1365}{2}$. B. $\frac{5416}{2}$. C. $\frac{5461}{2}$. D. $\frac{21845}{2}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có $u_1 = \frac{1}{2}$, $u_4 = 32$ và $u_n = 2048$.

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

Khi đó tổng của cấp số nhân này là $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-4^7)}{1-4} = \frac{5461}{2}$.

Câu 111: Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792. Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

- A. 5377. B. 5737. C. 3577. D. 3775.

Lời giải

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$$\Rightarrow 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow n = 9 \Rightarrow S_9 = 3577$$

Câu 112: Tính tổng của số nhân lùi vô hạn $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^2}{2^n}, \dots$ là.

- A. -1. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Cấp số nhân có $u_1 = -\frac{1}{2}$ công bội $q = -\frac{1}{2}$ nên tổng của cấp số nhân lùi vô hạn là.

$$\lim S_n = \lim \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{u_1}{1-q} = -\frac{1}{3}$$

Câu 113: Giá trị của tổng $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$ bằng

- A. $\frac{70}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$. B. $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018\right)$.
C. $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$. D. $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$.

Lời giải

Ta có $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9) = \frac{7}{9}(10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{2018} - 1)$$

$$= \frac{7}{9}(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018)$$

Mặt khác, ta có $10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng của một cấp số nhân với $u_1 = 10$ và công bội

$$q = 10 \Rightarrow 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} = 10 \frac{10^{2018} - 1}{9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{7}{9}(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018) = \frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$$

Câu 114: Giá trị của tổng $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ bằng

A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018.$

B. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$

C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right).$

D. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1).$

Lời giải

Đặt $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$. Ta có:

$$\frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018.$$

Với $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu

$$u_1 = 10, \text{ công bội } q = 10 \text{ nên ta có } A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right).$$

Câu 115: Cho dãy số xác định bởi $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2}\right); n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó u_{2018} bằng:

A. $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$ **B.** $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

C. $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$ **D.** $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2}\right) = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1}\right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left(u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt $v_n = u_n - \frac{1}{n+1}$, từ (1) ta suy ra: $v_{n+1} = \frac{2}{3} v_n$.

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, công bội $q = \frac{2}{3}$.

Suy ra: $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}$.

Vậy $u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$.

Câu 116: Cho dãy số (U_n) xác định bởi: $U_1 = \frac{1}{3}$ và $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot U_n$. Tổng $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10}$ bằng:

A. $\frac{3280}{6561}$.

B. $\frac{29524}{59049}$.

C. $\frac{25942}{59049}$.

D. $\frac{1}{243}$.

Lời giải

Theo đề ta có: $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} \cdot U_n \Leftrightarrow \frac{U_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{U_n}{n}$ mà $U_1 = \frac{1}{3}$ hay $\frac{U_1}{1} = \frac{1}{3}$

Nên ta có $\frac{U_2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3} \right)^2$; $\frac{U_3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^3$; ...; $\frac{U_{10}}{10} = \left(\frac{1}{3} \right)^{10}$.

Hay dãy $\left(\frac{U_n}{n} \right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $U_1 = \frac{1}{3}$, công bội $q = \frac{1}{3}$.

Khi đó $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10} = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{59048}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{29524}{59049}$.

Câu 117: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$. Tổng $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$ bằng

A. $2^{20} - 20$.

B. $2^{21} - 22$.

C. 2^{20} .

D. $2^{21} - 20$.

Lời giải

$u_n = 2u_{n-1} + 1 \Leftrightarrow u_n + 1 = 2(u_{n-1} + 1)$

Đặt $v_n = u_n + 1$, ta có $v_n = 2v_{n-1}$ trong đó $v_1 = 2$

Vậy (v_n) là cấp số nhân có số hạng đầu $v_1 = 2$ và công bội bằng 2, nên số hạng tổng quát

$v_n = 2^n \Rightarrow u_n = v_n - 1 = 2^n - 1$

$\Rightarrow S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + \dots + (2^{20} - 1) = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20}) - 20$

$S = 2 \cdot (2^{20} - 1) - 20 = 2^{21} - 22$.

DẠNG 5. KẾT HỢP CẤP SỐ NHÂN VÀ CẤP SỐ CỘNG

Câu 118: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

A. 2, 6, 18.

B. 4, 8, 20.

C. $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$.

D. $4, 4\sqrt{5}, 20$.

Lời giải

Ta gọi ba số đó lần lượt là a, b, c và d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} c = a + 16 \\ c = a + 4d \end{cases} \Rightarrow d = 4.$$

$$\text{Ngoài ra } b^2 = ac \Leftrightarrow (a + 4)^2 = a(a + 16) \Leftrightarrow a = 2$$

$$\text{Suy ra } b = 6, c = 18.$$

Vậy các số cần tìm là 2, 6, 18.

Câu 119: Ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 30. Biết $x + 2; y + 2; z + 18$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Tính $T = x^2 + z^2$.

A. $T = 328$.

B. $T = 424$.

C. $T = 296$.

D. $T = 428$.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x + z = 2y$.

Kết hợp với giả thiết $x + y + z = 30$, ta suy ra $3y = 30 \Leftrightarrow y = 10$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x = y - d = 10 - d$ và $z = y + d = 10 + d$.

$x + 2; y + 2; z + 18$ là cấp số nhân hay $12 - d; 12; 28 + d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có: $(12 - d)(28 + d) = 12^2 \Leftrightarrow d^2 + 16d - 192 = 0$.

$$\begin{cases} d = 8 \Rightarrow (x; y; z) = (2; 10; 18) \\ d = -24 \Rightarrow (x; y; z) = (34; 10; -14) \end{cases} (I)$$

$$T = x^2 + z^2 = 18^2 + 2^2 = 328.$$

Câu 120: Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng tăng có tổng bằng 24. Nếu cộng thêm lần lượt các số 1, 4, 13 vào ba số x, y, z ta được ba số theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = x^2 + y^2 + z^2$.

A. 200.

B. 210.

C. 220.

D. 190.

Lời giải

Ba số x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có tổng bằng 24 nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x+y+z=24 \\ x+z=2y \end{cases} \Rightarrow 3y=24 \Rightarrow y=8.$$

Ta viết lại 3 số x, y, z lần lượt bằng $8-d, 8, 8+d$.

Nếu cộng thêm lần lượt các số $1, 4, 13$ vào ba số x, y, z ta được ba số là $9-d, 12, 21+d$.

Vì ba số này theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên ta có phương trình

$$(9-d)(21+d)=12^2$$

$$\Leftrightarrow d^2+12d-45=0 \Leftrightarrow \begin{cases} d=3 \\ d=-15 \end{cases}.$$

Vì cấp số cộng tăng nên $d > 0 \Rightarrow d=3 \Rightarrow$ ba số x, y, z lần lượt bằng $5, 8, 11$.

Suy ra $P = x^2 + y^2 + z^2 = 5^2 + 8^2 + 11^2 = 210$.

Câu 121: Ba số theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có số hạng cuối lớn hơn số hạng đầu 16 đơn vị. Ba số đó là các số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ năm của một cấp số cộng. Tìm ba số đó.

- A.** 2, 6, 18. **B.** 4, 8, 20. **C.** $\frac{1}{3}, \frac{7}{3}, \frac{49}{3}$. **D.** $4, 4\sqrt{5}, 20$.

Lời giải

Ta gọi ba số đó lần lượt là a, b, c và d là công sai của cấp số cộng.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} c = a+16 \\ c = a+4d \end{cases} \Rightarrow d = 4.$$

$$\text{Ngoài ra } b^2 = ac \Leftrightarrow (a+4)^2 = a(a+16) \Leftrightarrow a = 2$$

Suy ra $b = 6, c = 18$.

Vậy các số cần tìm là $2, 6, 18$.

Câu 122: Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ hai thêm 1 và tăng số thứ ba thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $(a+b+c)$.

- A.** 12. **B.** 18. **C.** 3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

$$+) a, b, c \text{ là ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng có công sai bằng } d=2 \Rightarrow \begin{cases} b=a+2 \\ c=a+4 \end{cases}.$$

+) Ba số $a+1, a+3, a+7$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân

$$\Leftrightarrow (a+3)^2 = (a+1).(a+7) \Leftrightarrow a^2+6a+9 = a^2+8a+7 \Leftrightarrow 2a=2 \Leftrightarrow a=1.$$

$$\Rightarrow T = a + b + c = 3a + 6 = 9.$$

Câu 123: Cho ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x - 2y|$ bằng

- A. $|x - 2y| = 10$. B. $|x - 2y| = 9$. C. $|x - 2y| = 6$. D. $|x - 2y| = 8$.

Lời giải

Do ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, ta có: $S = x + 2y = 10$ (1)

Ta lại có ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên: $P = x.2y = 16$ (2)

Từ (1), (2) suy ra hai số $x; 2y$ là nghiệm của phương trình $X^2 - S.X + P = 0$ hay

$$X^2 - 10X + 16 = 0 \Rightarrow \begin{cases} X = 2 \\ X = 8 \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán $|x - 2y| = |2 - 8| = 6$

Câu 124: Tính tổng của cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) biết $u_1 = 1$ và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng.

- A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}-1}$. D. 2.

Lời giải

(u_n) là cấp số nhân lùi vô hạn có công bội q , suy ra $|q| < 1$ và $u_3 = u_1.q^2 = q^2, u_4 = u_1.q^3 = q^3$.

Mà và u_1, u_3, u_4 theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng nên $u_1 + u_4 = 2.u_3$.

Từ đó ta có $1 + q^3 = 2.q^2 \Leftrightarrow q^3 - 2.q^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (q-1)(q^2 - q - 1) = 0 \Leftrightarrow q^2 - q - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{1-\sqrt{5}}{2}. \text{ Vậy } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1-\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Câu 125: Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

- A. 20. B. 42. C. 21. D. 17.

Lời giải

Gọi ba số đó là x, y, z . Do ba số là các số hạng thứ 2, thứ 9 và thứ 44 của một cấp số cộng nên ta có: $x; y = x + 7d; z = x + 42d$.

Theo giả thiết, ta có: $x + y + z = x + x + 7d + x + 42d = 3x + 49d = 217$.

Mặt khác, do x, y, z là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên:

$$y^2 = xz \Leftrightarrow (x+7d)^2 = x(x+42d) \Leftrightarrow d(-4x+7d) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ -4x+7d = 0 \end{cases}$$

Với $d = 0$, ta có: $x = y = z = \frac{217}{3}$. Suy ra $n = 820 : \frac{217}{3} = \frac{2460}{217} \notin \mathbb{N}$.

Với $-4x+7d = 0$, ta có: $\begin{cases} -4x+7d = 0 \\ 3x+49d = 217 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ d = 4 \end{cases}$. Suy ra $u_1 = 7 - 4 = 3$.

$$\text{Do đó, } S_n = 820 \Leftrightarrow \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \frac{[2.3 + 4(n-1)]n}{2} = 820 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \\ n = -\frac{41}{2} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

DẠNG 6. BÀI TOÁN THỰC TẾ VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN KHÁC

Câu 126: Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

A. 8 m^2 .

B. 6 m^2 .

C. 10 m^2 .

D. 12 m^2 .

Lời giải

Gọi $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{11}$ lần lượt là diện tích mặt trên của đế tháp, tầng 1, tầng 2, ..., tầng 11.

Khi đó ta có: $a_0 = 12288; a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} = a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n, n = 1, 2, \dots, 11$.

Diện tích mặt trên tầng trên cùng là: $a_{11} = a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 12288 \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 6 \text{ (m}^2\text{)}$

Câu 127: Một hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = a$, diện tích S_1 . Nối 4 trung điểm A_1, B_1, C_1, D_1 theo thứ tự của 4 cạnh AB, BC, CD, DA ta được hình vuông thứ hai là $A_1B_1C_1D_1$ có diện tích S_2 . Tiếp tục như thế ta được hình vuông thứ ba $A_2B_2C_2D_2$ có diện tích S_3 và cứ tiếp tục như thế, ta được diện tích $S_4, S_5, \dots$. Tính $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{100}$.

A. $S = \frac{2^{100} - 1}{2^{99} a^2}$.

B. $S = \frac{a(2^{100} - 1)}{2^{99}}$.

C. $S = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}$.

D. $S = \frac{a^2(2^{99} - 1)}{2^{99}}$.

Lời giải

Dễ thấy: $S_1 = a^2; S_2 = \frac{a^2}{2}; S_3 = \frac{a^2}{4}; \dots; S_{100} = \frac{a^2}{2^{99}}$.

Như vậy $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$ là cấp số nhân với công bội $q = \frac{1}{2}$.

$$S = S_1 + S_2 + \dots + S_{100} = a^2 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{99}} \right) = \frac{a^2(2^{100} - 1)}{2^{99}}.$$

Câu 128: Dân số tỉnh Bình Phước theo điều tra vào ngày 1/1/2011 là 905300 người. Nếu duy trì tốc độ tăng trưởng dân số không đổi là 10% một năm thì đến 1/1/2020 dân số của tỉnh Bình Phước là bao nhiêu?

- A.** 22582927. **B.** 02348115. **C.** 2134650. **D.** 11940591.

Lời giải

Sau 9 năm thì số dân của tỉnh Bình Phước là: $905300.1,1^9 \approx 2134650$ người.

Câu 129: Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A.** 40 m. **B.** 70 m. **C.** 50 m. **D.** 80 m.

Lời giải

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 10$ và $q = \frac{3}{4}$.

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40.$$

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn $2S - 10 = 70$.

Câu 130: Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A.** 10. **B.** 11. **C.** 26. **D.** 50.

Lời giải

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có:

$$u_6 = 64000 \Rightarrow u_1.q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1.q^n = 2048000 \Rightarrow 2000.2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 131: Trên một bàn cờ vua kích thước 8x8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau. Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

- A.** 26 **B.** 23 **C.** 24 **D.** 25

Lời giải

Số thóc ở ô sau gấp đôi ở ô trước, đặt u_n là số thóc ở ô thứ n thì số thóc ở mỗi ô sẽ lập thành

một cấp số nhân:
$$\begin{cases} u_1 = 1 = 2^0 \\ u_{n+1} = 2u_n = 2^n \end{cases}$$

Khi đó tổng số thóc từ ô đầu tới ô thứ k là $S_k = u_1 + u_2 + \dots + u_k = 1 + 2^1 + \dots + 2^{k-1}$

Vậy $S_k = \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2^k - 1$

Theo đề ta có: $2^k - 1 > 20172018 \Leftrightarrow 2^k > 20172019 \Leftrightarrow k > \log_2 20172019$

Vậy phải lấy tối thiểu từ ô thứ 25

Câu 132: Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A , biết độ dài cạnh đáy BC , đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q . Giá trị của q^2 bằng

A. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2} - 1}{2}$

Lời giải

Đặt $BC = a$; $AB = AC = b$; $AH = h$. Theo giả thiết ta có a, h, b lập cấp số nhân, suy ra

$$h^2 = ab. \text{ Mặt khác tam giác } ABC \text{ cân tại đỉnh } A \text{ nên } h^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

Do đó $\frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4} = ab \Leftrightarrow a^2 + 4ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow a = (2\sqrt{2} - 2)b$

Lại có $b = q^2 a$ nên suy ra $q^2 = \frac{b}{a} = \frac{1}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$.

Câu 133: Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5$, $a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0$

, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta \frac{1 - q^{n-1}}{1 - q}$

. Tính $\alpha + 2\beta$?

A. 13. B. 9. C. 11. D. 16.

Lời giải

Cách 1. Ta có: $a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \frac{3}{1 - q}$

Đặt $v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = q.v_n = q^2.v_{n-1} = \dots = q^n.v_1$

Khi đó $v_n = q^{n-1}.v_1 = q^{n-1}.(a_1 - k) = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1 - q} \right)$

Vậy $a_n = v_n + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1 - q} \right) + k = q^{n-1}. \left(5 - \frac{3}{1 - q} \right) + \frac{3}{1 - q} = 5.q^{n-1} + 3. \frac{1 - q^{n-1}}{1 - q}$.

Do đó: $\alpha = 5$; $\beta = 3 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$.

Cách 2. Theo giả thiết ta có $a_1 = 5, a_2 = 5q + 3$. Áp dụng công thức tổng quát, ta được

$$\begin{cases} a_1 = \alpha \cdot q^{1-1} + \beta \frac{1-q^{1-1}}{1-q} = \alpha \\ a_2 = \alpha \cdot q^{2-1} + \beta \frac{1-q^{2-1}}{1-q} = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} 5 = \alpha \\ 5q + 3 = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ hay } \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2 \cdot 3 = 11$$

Câu 134: Cho bốn số a, b, c, d theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = \frac{101}{27}$. **B.** $T = \frac{100}{27}$. **C.** $T = -\frac{100}{27}$. **D.** $T = -\frac{101}{27}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ bd = c^2 & (2) \\ a + b + c = \frac{148}{9} & (3) \end{cases}$

Và cấp số cộng có $u_1 = a, u_4 = b, u_8 = c$. Gọi x là công sai của cấp số cộng. Vì cấp số nhân có công bội khác 1 nên $x \neq 0$.

Ta có : $\begin{cases} b = a + 3x \\ c = a + 7x \end{cases} \quad (4).$

Từ (1) và (4) ta được : $a(a + 7x) = (a + 3x)^2 \Leftrightarrow ax - 9x^2 = 0$.

Do $x \neq 0$ nên $a = 9x$.

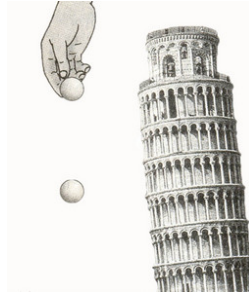
Từ (3) và (4), suy ra $3a + 10x = \frac{148}{9}$.

Do đó : $\begin{cases} a = 4 \\ x = \frac{4}{9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{16}{3} \\ c = \frac{64}{9} \\ d = \frac{256}{27} \end{cases}$.

Vậy $T = a - b + c - d = -\frac{100}{27}$.

Câu 135: Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng $\frac{1}{10}$ độ cao mà quả bóng đạt trước

đo. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



- A.** $(67m; 69m)$. **B.** $(60m; 63m)$. **C.** $(64m; 66m)$. **D.** $(69m; 72m)$.

Lời giải

Gọi h_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần rơi xuống thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

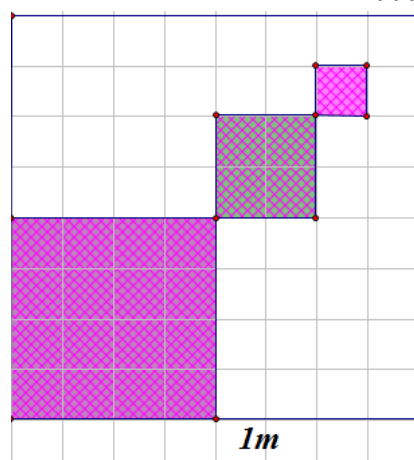
Gọi l_n là độ dài đường đi của quả bóng ở lần nảy lên thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

Theo bài ra ta có $h_1 = 55,8$, $l_1 = \frac{1}{10} \cdot 55,8 = 5,58$ và các dãy số (h_n) , (l_n) là các cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{10}$.

Từ đó ta suy ra tổng độ dài đường đi của quả bóng là:

$$S = \frac{h_1}{1 - \frac{1}{10}} + \frac{l_1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{10}{9}(h_1 + l_1) = 68,2(m).$$

Câu 136: Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là $1, 2, 3, \dots, n, \dots$, trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn $\frac{1}{1000} (m^2)$?



- A.** 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Diện tích của hình vuông lập thành cấp số nhân với số hạng đầu tiên là $u_1 = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{4}$.

Do đó số hạng tổng quát là $u_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \frac{1}{4^n} (n \geq 1)$. Để diện tích của hình vuông tô màu nhỏ hơn $\frac{1}{1000} \Leftrightarrow \frac{1}{4^n} < \frac{1}{1000} \Leftrightarrow 4^n > 1000 \Rightarrow n \geq 5$. Vậy tô màu từ hình vuông thứ 5 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 137: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (x-1)(x-3)(x-m)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=m \end{cases}.$$

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì: $m \notin \{1; 3\}$.

Trường hợp 1: $m < 1 < 3$.

Để 3 số $m; 1; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $m \cdot 3 = 1^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$

Cấp số nhân tăng đó là: $\frac{1}{3}; 1; 3$

Trường hợp 2: $1 < m < 3$.

Để 3 số $1; m; 3$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot 3 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \sqrt{3} \\ m = -\sqrt{3} \end{cases}$

Đối chiếu điều kiện $1 < m < 3$ ta chọn $m = \sqrt{3}$.

Cấp số nhân tăng đó là: $1; \sqrt{3}; 3$

Trường hợp 3: $1 < 3 < m$.

Để 3 số $1; 3; m$ lập thành cấp số nhân tăng thì: $1 \cdot m = 3^2 \Leftrightarrow m = 9$

Cấp số nhân tăng đó là: $1; 3; 9$

Vậy $m \in \left\{ \frac{1}{3}; \sqrt{3}; 9 \right\}$ thì phương trình $(x-1)(x-3)(x-m)=0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng.

Câu 138: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

A. -342.

B. -216.

C. 344.

D. 216.

Lời giải

Giả sử phương trình đã cho có 3 nghiệm là: x_1, x_2, x_3 .

Theo định lí Viet, tích 3 nghiệm: $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} = 8$.

Vì ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1 x_3$. Do đó ta có: $x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

Thay $x = 2$ vào phương trình ta được: $4(m^2 + 6m) = 28 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$.

Theo giả thiết hai giá trị này của m đều nhận.

Tổng lập phương của hai giá trị m là: $1^3 + (-7)^3 = -342$.

Câu 139: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

A. $\frac{1-2^{19}}{15.2^{18}}$.

B. $\frac{1-2^{20}}{15.2^{19}}$.

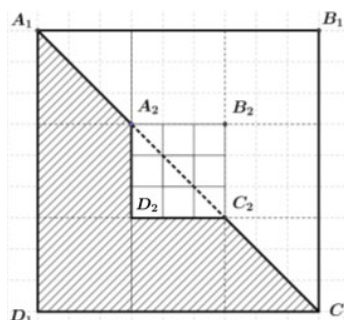
C. $\frac{2^{19}-1}{15.2^{18}}$.

D. $\frac{2^{20}-1}{15.2^{19}}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}} \\ &= \frac{1}{u_1(1-q^4)} + \frac{1}{u_2(1-q^4)} + \frac{1}{u_3(1-q^4)} + \dots + \frac{1}{u_{20}(1-q^4)} \\ &= \frac{1}{1-q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1 q} + \frac{1}{u_1 q^2} + \dots + \frac{1}{u_1 q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \left(1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{19}} \right) \\ &= \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{20} - 1}{\frac{1}{q} - 1} = \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1-(q)^{20}}{(1-q)q^{19}} = \frac{1-2^{20}}{15.2^{19}} \end{aligned}$$

Câu 140: Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu “đẹp” cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99%.

A. 9 bước.

B. 4 bước.

C. 8 bước.

D. 7 bước.

Lời giải

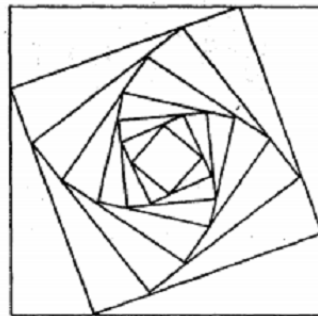
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n , $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \frac{4}{9}$ và công bội $q = \frac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 141: Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) .



Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết $T = \frac{32}{3}$, tính a ?

A. 2.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Cạnh của hình vuông (C_2) là: $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$. Do đó diện tích $S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1$.

Cạnh của hình vuông (C_3) là: $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$. Do đó diện tích

$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2$. Lý luận tương tự ta có các $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$ tạo thành một dãy cấp số

nhân lùi vô hạn có $u_1 = S_1$ và công bội $q = \frac{5}{8}$.

$$T = \frac{S_1}{1-q} = \frac{8a^2}{3}. \text{ Với } T = \frac{32}{3} \text{ ta có } a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2.$$

Câu 142: Cho năm số a, b, c, d, e tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$ và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị $|S|$ với $S = abcde$.

- A. $|S| = 42$. B. $|S| = 62$. C. $|S| = 32$. D. $|S| = 52$.

Lời giải

Gọi q ($q \neq 0$) là công bội của cấp số nhân a, b, c, d, e . Khi đó $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$ là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{q}$.

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=40 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^5}{1-\frac{1}{q}} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{q^5-1}{q^4(q-1)} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 q^4 = 4.$$

Ta có $S = abcde = a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 \cdot aq^4 = a^5 q^{10}$.

Nên $S^2 = (a^5 q^{10})^2 = (a^2 q^4)^5 = 4^5$.

Suy ra $|S| = \sqrt{4^5} = 32$.

Câu 143: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Giá trị nhỏ nhất của n để $u_n \geq 2.3^{2018}$ bằng:

- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2010

Lời giải

$$\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 & (1) \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* & (2) \end{cases}$$

Từ (1) có $5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \Leftrightarrow \left(\sqrt{5u_1 - u_2}\right)^2 + \sqrt{5u_1 - u_2} - 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5u_1 - u_2} = 2 \Leftrightarrow 5u_1 - u_2 = 4.$$

Từ (2) có $u_{n+1} = 3u_n \Rightarrow u_2 = 3u_1$. Giải hệ $\begin{cases} 5u_1 - u_2 = 4 \\ u_2 = 3u_1 \end{cases}$ được $u_1 = 2$.

Dãy (u_n) là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$ có SHTQ: $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$ với $n \in \mathbb{N}^*$

$$u_n \geq 2 \cdot 3^{2018} \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{n-1} \geq 2 \cdot 3^{2018} \Leftrightarrow n-1 \geq 2018 \Leftrightarrow n \geq 2019.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 2019.

Câu 144: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân: $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$.

A. $m = -7$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$ hoặc $m = 7$. **D.** $m = 1$ hoặc $m = -7$.

Lời giải

+ Điều kiện cần: Giả sử phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 lập thành một cấp số nhân.

Theo định lý Vi-ét, ta có $x_1 x_2 x_3 = 8$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $x_1 x_3 = x_2^2$. Suy ra ta có $x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$.

$$m^2 + 6m - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -7 \end{cases}$$

Với nghiệm $x=2$, ta có

+ Điều kiện đủ: Với $m = 1$ hoặc $m = -7$ thì $m^2 + 6m = 7$ nên ta có phương trình

$$x^3 - 7x^2 + 14x - 8 = 0.$$

Giải phương trình này, ta được các nghiệm là 1, 2, 4. Hiển nhiên ba nghiệm này lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Vậy $m = 1$ và $m = -7$ là các giá trị cần tìm. Chọn đáp án **D**.

Câu 145: Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

A. 56° .

B. 102° .

C. 252° .

D. 168° .

Lời giải.

Giả sử 4 góc A, B, C, D theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội q . Ta có

$$\begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ D = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ A = 9 \\ D = Aq^3 = 243 \end{cases} \Rightarrow A + D = 252.$$

Câu 146: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A.** $6m^2$. **B.** $8m^2$. **C.** $10m^2$. **D.** $12m^2$.

Lời giải

Diện tích bề mặt của mỗi tầng lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144. \text{ Khi đó diện tích mặt trên cùng là}$$

$$u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6$$

Câu 147: Một tứ giác lồi có số đo các góc lập thành một cấp số nhân. Biết rằng số đo của góc nhỏ nhất bằng $\frac{1}{9}$ số đo của góc nhỏ thứ ba. Hãy tính số đo của các góc trong tứ giác đó.

- A.** $5^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 225^\circ$. **B.** $9^\circ, 27^\circ, 81^\circ, 243^\circ$. **C.** $7^\circ, 21^\circ, 63^\circ, 269^\circ$. **D.** $8^\circ, 32^\circ, 72^\circ, 248^\circ$.

Lời giải

Gọi các góc của tứ giác là a, aq, aq^2, aq^3 , trong đó $q > 1$.

Theo giả thiết, ta có $a = \frac{1}{9}aq^2$ nên $q = 3$.

Suy ra các góc của tứ giác là $a, 3a, 9a, 27a$.

Vì tổng các góc trong tứ giác bằng 360° nên ta có: $a + 3a + 9a + 27a = 360^\circ \Leftrightarrow a = 9^\circ$.

Do đó, phương án đúng là B.

Câu 148: Cho cấp số nhân (a_n) có $a_1 = 7$, $a_6 = 224$ và $S_k = 3577$. Tính giá trị của biểu thức $T = (k+1)a_k$.

- A.** $T = 17920$. **B.** $T = 8064$. **C.** $T = 39424$. **D.** $T = 86016$.

Lời giải

Ta có $a_6 = 224 \Leftrightarrow a_1 q^5 = 224 \Rightarrow q = 2$.

$$\text{Do } S_k = \frac{a_1(1-q^k)}{1-q} = 7(2^k - 1) \text{ nên } S_k = 3577 \Leftrightarrow 7(2^k - 1) = 3577 \Leftrightarrow 2^k = 2^9 \Leftrightarrow k = 9.$$

Suy ra $T = 10a_9 = 10a_1 q^8 = 17920$.

Vậy phương án đúng là A.

Câu 149: Các số $x+6y$, $5x+2y$, $8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1$, $y+2$, $x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

- A.** $x^2 + y^2 = 40$. **B.** $x^2 + y^2 = 25$. **C.** $x^2 + y^2 = 100$. **D.** $x^2 + y^2 = 10$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có
$$\begin{cases} (x+6y)+(8x+y)=2(5x+2y) \\ (x-1)(x-3y)=(y+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ (3y-1)(3y-3y)=(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ 0=(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-2 \end{cases}$$

Suy ra $x^2 + y^2 = 40$. **Chọn A**

Câu 150: Ba số $x; y; z$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số $x; 2y; 3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .

A. $q = \frac{1}{3}$.

B. $q = \frac{1}{9}$.

C. $q = -\frac{1}{3}$.

D. $q = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} y=xq; z=xq^2 \\ x+3z=2(2y) \end{cases} \Rightarrow x+3xq^2=4xq \Rightarrow x(3q^2-4q+1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 3q^2-4q+1=0 \end{cases}$$

Nếu $x=0 \Rightarrow y=z=0 \Rightarrow$ công sai của cấp số cộng: $x; 2y; 3z$ bằng 0.

$$\text{Nếu } 3q^2-4q+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} q=1 \\ q=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow q=\frac{1}{3} (q \neq 1).$$

Câu 151: Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng, đồng thời, các số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Hãy tìm x và y .

A. $x=-3, y=-1$ hoặc $x=\frac{3}{8}, y=\frac{1}{8}$. **B.** $x=3, y=1$ hoặc $x=-\frac{3}{8}, y=-\frac{1}{8}$.

C. $x=24, y=8$ hoặc $x=-3, y=-1$. **D.** $x=-24, y=-8$ hoặc $x=3, y=1$

Lời giải

+ Ba số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ lập thành cấp số cộng nên

$$(x+6y)+(8x+y)=2(5x+2y) \Leftrightarrow x=3y.$$

+ Ba số $x+\frac{5}{3}, y-1, 2x-3y$ lập thành cấp số nhân nên $\left(x+\frac{5}{3}\right)(2x-3y)=(y-1)^2$.

Thay $x=3y$ vào ta được $8y^2+7y-1=0 \Leftrightarrow y=-1$ hoặc $y=\frac{1}{8}$.

Với $y=-1$ thì $x=-3$; với $y=\frac{1}{8}$ thì $x=\frac{3}{8}$.

Câu 152: Ba số x, y, z lập thành một cấp số cộng và có tổng bằng 21. Nếu lần lượt thêm các số 2; 3; 9 vào ba số đó thì được ba số lập thành một cấp số nhân. Tính $F = x^2 + y^2 + z^2$.

A. $F = 389$. hoặc $F = 395$.

B. $F = 395$. hoặc $F = 179$.

C. $F = 389$. hoặc $F = 179$.

D. $F = 441$ hoặc $F = 357$.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có $x + z = 2y$.

Kết hợp với giả thiết $x + y + z = 21$, ta suy ra $3y = 21 \Leftrightarrow y = 7$.

Gọi d là công sai của cấp số cộng thì $x = y - d = 7 - d$ và $z = y + d = 7 + d$.

Sau khi thêm các số $2; 3; 9$ vào ba số x, y, z ta được ba số là $x + 2, y + 3, z + 9$ hay $9 - d, 10, 16 + d$.

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có $(9 - d)(16 + d) = 10^2 \Leftrightarrow d^2 + 7d - 44 = 0$.

Giải phương trình ta được $d = -11$ hoặc $d = 4$.

Với $d = -11$, cấp số cộng $18, 7, -4$. Lúc này $F = 389$.

Với $d = 4$, cấp số cộng $3, 7, 11$. Lúc này $F = 179$.

Câu 153: Cho bốn số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

A. $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$.

B. $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$.

C. $q = \frac{20 + \sqrt{73}}{24}$.

D. $q = \frac{21 + \sqrt{73}}{24}$.

Lời giải

Giả sử a, b, c lập thành cấp số cộng công bội q . Khi đó theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} b = aq, c = aq^2 \\ b + d = 2c \\ a + d = 14 \\ b + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} aq + d = 2aq^2 & (1) \\ a + d = 14 & (2) \\ a(q + q^2) = 12 & (3) \end{cases}$$

Nếu $q = 0 \Rightarrow b = c = 0 = d$

Nếu $q = -1 \Rightarrow b = -a; c = a \Rightarrow b + c = 0$.

Vậy $q \neq 0, q \neq -1$, từ và ta có: $d = 14 - a$ và $a = \frac{12}{q + q^2}$ thay vào ta được:

$$\begin{aligned} \frac{12q}{q + q^2} + \frac{14q^2 + 14q - 12}{q + q^2} &= \frac{24q^3}{q + q^2} \Leftrightarrow 12q^3 - 7q^2 - 13q + 6 = 0 \\ \Leftrightarrow (q + 1)(12q^2 - 19q + 6) &= 0 \Leftrightarrow q = \frac{19 \pm \sqrt{73}}{24} \end{aligned}$$

Vì $q > 1$ nên $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$. **Chọn B**

Câu 154: Một người đem 100 triệu đồng đi gửi tiết kiệm với kỳ hạn 6 tháng, mỗi tháng lãi suất là 0,7% số tiền mà người đó có. Hỏi sau khi hết kỳ hạn, người đó được lĩnh về bao nhiêu tiền?

A. $10^8 \cdot (0,007)^5$

B. $10^8 \cdot (1,007)^5$

C. $10^8 \cdot (0,007)^6$

D. $10^8 \cdot (1,007)^6$

Lời giải

Số tiền ban đầu là $M_0 = 10^8$.

Đặt $r = 0,7\% = 0,007$.

Số tiền sau tháng thứ nhất là $M_1 = M_0 + M_0 r = M_0 (1 + r)$.

Số tiền sau tháng thứ hai là $M_2 = M_1 + M_1 r = M_0 (1+r)^2$.

Lập luận tương tự, ta có số tiền sau tháng thứ sáu là $M_6 = M_0 (1+r)^6$.

Do đó $M_6 = 10^8 (1,007)^6$.

Câu 155: Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh M là 1,2%. Biết rằng số dân của tỉnh M hiện nay là 2 triệu người. Nếu lấy kết quả chính xác đến hàng nghìn thì sau 9 năm nữa số dân của tỉnh M sẽ là bao nhiêu?

A. 10320 nghìn người. **B.** 3000 nghìn người. **C.** 2227 nghìn người. **D.** 2300 nghìn người.

Lời giải

Đặt $P_0 = 2000000 = 2 \cdot 10^6$ và $r = 1,2\% = 0,012$.

Gọi P_n là số dân của tỉnh M sau n năm nữa.

Ta có: $P_{n+1} = P_n + P_n r = P_n (1+r)$.

Suy ra (P_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu P_0 và công bội $q = 1+r$.

Do đó số dân của tỉnh M sau 10 năm nữa là: $P_9 = M_0 (1+r)^9 = 2 \cdot 10^6 (1,012)^9 \approx 2227000$.

Câu 156: Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại nhân đôi một lần. Nếu lúc đầu có 10^{12} tế bào thì sau 3 giờ sẽ phân chia thành bao nhiêu tế bào?

A. $1024 \cdot 10^{12}$ tế bào. **B.** $256 \cdot 10^{12}$ tế bào. **C.** $512 \cdot 10^{12}$ tế bào. **D.** $512 \cdot 10^{13}$ tế bào.

Lời giải

Lúc đầu có 10^{22} tế bào và mỗi lần phân chia thì một tế bào tách thành hai tế bào nên ta có cấp số nhân với $u_1 = 10^{22}$ và công bội $q = 2$.

Do cứ 20 phút phân đôi một lần nên sau 3 giờ sẽ có 9 lần phân chia tế bào. Ta có u_{10} là số tế bào nhận được sau 3 giờ. Vậy, số tế bào nhận được sau 3 giờ là $u_{10} = u_1 q^9 = 512 \cdot 10^{12}$.