

Câu 1. (4,0 điểm)

1. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau trên $[0; 1000\pi]$

$$\frac{2 \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4} \right) - \cos \left(x + \frac{3\pi}{4} \right) \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - 3}{2 \cos x - \sqrt{2}} = 0.$$

2. Tìm m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m - \sin x - \cos x - 2 \sin x \cos x}{\sin^{2017} x - \cos^{2019} x + \sqrt{2}}}$ xác định với mọi $x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right]$.

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Một người A đứng tại gốc O của trục số $x'Ox$. Do say rượu nên người A bước ngẫu nhiên sang trái hoặc sang phải trên trục tọa độ với độ dài mỗi bước là 1 đơn vị. Tính xác suất để sau $n (n \geq 2)$ bước thì người A quay lại gốc tọa độ O .

2. Cho hình vuông cỡ 9.9 tâm O được tạo từ 9.9 hình vuông đơn vị. Hai hình vuông đơn vị được gọi là kề bên nếu chúng có một cạnh chung. Một con bọ ban đầu ở O . Mỗi lần di chuyển con bọ sẽ nhảy ngẫu nhiên từ tâm hình vuông đơn vị nó đứng sang tâm hình vuông đơn vị kề bên. Tính xác suất để con bọ sau 4 bước nhảy sẽ quay lại điểm O .

3. Cho hình lập phương tâm O được ghép từ 9.9.9 hình lập phương đơn vị. Hai hình lập phương đơn vị được gọi là kề bên nếu chúng có chung một mặt. Con bọ ban đầu ở tâm O . Mỗi bước nhảy con bọ sẽ nhảy từ tâm khối lập phương đơn vị nó đứng sang tâm khối lập phương đơn vị kề bên. Tính xác suất để con bọ sau 4 bước nhảy sẽ quay lại điểm O .

Câu 3. (2,0 điểm) Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 2019 \\ u_{n+1} = 2u_n - n + 1 \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$.

Tìm công thức tổng quát của dãy số (u_n) . Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{3^n}$.

Câu 4. (2,0 điểm) Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt[3]{3x+1}}{x^2}$.

Câu 5. (8,0 điểm).

1. Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Lấy hai điểm M, N sao cho $\overline{AM} = k \overline{AC'}$, $\overline{CN} = t \overline{CD'}$ với $t, k \neq 0$. Tính độ dài MN theo a khi MN song song với $B'D$.

2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm di động trên cạnh BC (M khác với B và C). Mặt phẳng (α) đi qua M và song song với hai đường thẳng SB, AC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi $mp(\alpha)$. Xác định vị trí của M để thiết diện có diện tích lớn nhất.

3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O cạnh có độ dài bằng 1. Gọi M, P là hai điểm sao cho $\overline{AM} = \frac{3}{4} \overline{AA'}$, $\overline{CP} = \frac{1}{4} \overline{CC'}$. Mặt phẳng (α) thay đổi đi qua M và P đồng thời cắt hai cạnh BB', DD' lần lượt tại N và Q . Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của chu vi tứ giác $MNPQ$.

Hết

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....
Người coi thi số 1:.....Người coi thi số 2:.....