

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 4\sqrt{x} - x$ trên đoạn $[1; 9]$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)^2 z = 6 - 8i$. Tính môđun của số phức z .

b) Giải phương trình $3^x + 3^{2-x} = 10$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 x \left(1 + \frac{\ln x}{x} \right) dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ và điểm $A(4; 1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A vuông góc với mặt phẳng (P) và xác định tọa độ điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho góc $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0 \right)$ thỏa mãn $2\cos \alpha - 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan \alpha + \cot \alpha$

b) Trong chương trình hiến máu nhân đạo quý 3 năm 2016, một trường THPT đã đăng kí số lượng học sinh sẽ tham gia tình nguyện hiến máu là 27 em. Tuy nhiên theo kết quả khảo sát ở khối 12, số lượng các học sinh đăng kí tham gia tình nguyện được thống kê ở bảng sau:

Lớp	12A	12B	12C	12D	12E	12G	12H	12I	12K	Tổng số
Nhóm máu AB	6	0	7	0	0	0	7	0	0	20
Nhóm máu O	15	17	10	12	18	9	8	5	8	102
Nhóm máu A	10	10	13	15	9	14	10	17	16	114
Nhóm máu B	4	8	0	3	3	7	5	10	8	48
Tổng số	35	35	30	30	30	30	30	32	32	284

Để lập danh sách 27 học sinh tham gia đợt hiến máu nhân đạo, nhà trường chọn ngẫu nhiên mỗi lớp 3 học sinh đã đăng kí tình nguyện. Tính xác suất để trong 27 em học sinh được chọn chỉ có duy nhất một học sinh có nhóm máu AB.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng 30° . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và H là hình chiếu vuông góc của G trên cạnh AB . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SBD) theo a .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . Gọi $H(-2; 2)$ là hình chiếu vuông góc của A trên BD ; E là hình chiếu vuông góc của D trên AC , M là trung điểm của đoạn BD . Biết phương trình các đường thẳng BC , EM lần lượt là $x - 2y - 2 = 0$ và $3x + 4y + 2 = 0$. Xác định tọa độ điểm A .

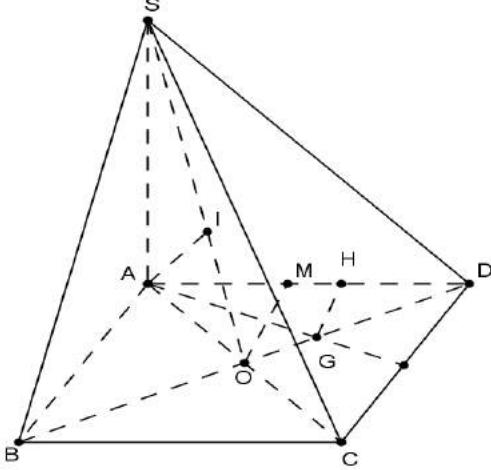
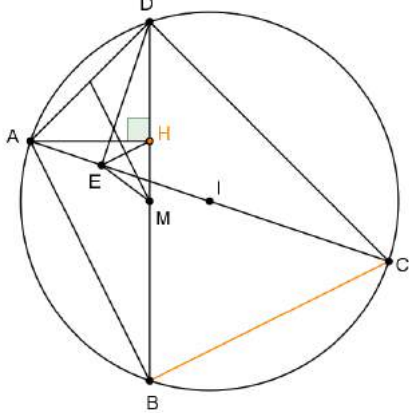
Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x + \sqrt[3]{2-x} \left(\sqrt[3]{2-x} + 2\sqrt{x-1} \right) \leq 2$ (trên tập số thực $\mathbb{R}$).

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện $28(ab + bc + ca) = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{1}{2a} + \frac{1}{4b} + \frac{1}{7c}.$$

Câu	Đáp án	Điểm
1 (2,0 điểm)	Khảo sát hàm số và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$	
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$.	0,25
	Sự biến thiên: +) Đạo hàm $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ +) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$. +) Giới hạn. $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0,25
	+) Bảng biến thiên. 	0,25
	+) Cực trị. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$; $y_{CD} = 4$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$; $y_{CT} = 0$.	
	Đồ thị.	0,25
2 (1,0 điểm)	Hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[1; 9]$. Ta có $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4$.	0,25
	Ta lại có $f(1) = 3$; $f(4) = 4$; $f(9) = 3$. Do đó:	0,25
	$\max_{[1;9]} f(x) = 4$, đạt được $\Leftrightarrow x = 4$.	0,25
	$\min_{[1;9]} f(x) = 3$, đạt được $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$.	0,25

3 (1,0 điểm)	a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)^2 z = 6-8i$. Tính môđun của số phức z.	
	Ta có $(1-i)^2 z = 6-8i \Leftrightarrow (-2i)z = 6-8i \Leftrightarrow z = \frac{6-8i}{-2i} \Leftrightarrow z = 4+3i$.	0,25
	Vậy $ z = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.	0,25
	b) Giải phương trình $3^x + 3^{2-x} = 10$	
	Ta có $3^x + 3^{2-x} = 10 \Leftrightarrow 3^x + \frac{9}{3^x} = 10 \Leftrightarrow 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases}$	
	Thay trở lại ta tìm được tập nghiệm của phương trình đã cho $T = \{0; 2\}$.	0,25
4 (1,0 điểm)	Ta có $I = \int_1^2 x dx + \int_1^2 \ln x dx = \left(\frac{x^2}{2} \right)_1^2 + \int_1^2 \ln x dx = \frac{3}{2} + \int_1^2 \ln x dx$	0,25
	Với $I_1 = \int_1^2 \ln x dx$ đặt $\begin{cases} \ln x = u \\ dx = dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \\ v = x \end{cases}$ do đó:	0,25
	$I_1 = (x \ln x) \Big _1^2 - \int_1^2 dx = 2 \ln 2 - (x) \Big _1^2 = 2 \ln 2 - 1$	0,25
	Vậy $I = \frac{3}{2} + (2 \ln 2 - 1) = 2 \ln 2 + \frac{1}{2}$.	0,25
5 (1,0 điểm)	Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (P) nên có phương trình: $\begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \ (t \in R) \\ z = 3-t \end{cases}$	0,5
	Tọa độ giao điểm $\{I\} = \Delta \cap (P)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 4+t \\ y = 1+t \\ z = 3-t \\ x+y-z+1=0 \end{cases} \Rightarrow I(3; 0; 4)$	0,25
	Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(P) \Rightarrow A'(2; -1; 5)$.	0,25
6 (1,0 điểm)	a) Cho góc $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ thỏa mãn $2\cos\alpha - 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = \tan\alpha + \cot\alpha$	
	Theo bài ra ta có $\begin{cases} 2\cos\alpha = 1 \\ \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; 0\right) \end{cases} \Rightarrow \alpha = -\frac{\pi}{3}$	0,25
	Do đó $P = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$.	0,25
	b) ...	
	Số phần tử không gian mẫu: $n_\Omega = \left(C_{35}^3\right)^2 \cdot \left(C_{30}^3\right)^5 \cdot \left(C_{32}^3\right)^2$ Gọi A là biến cố “trong tất cả 27 học sinh được chọn chỉ có đúng 1 học sinh có nhóm máu AB”	0,25
	Ta có $n(A) = C_{35}^3 \left(C_{30}^3\right)^3 \left(C_{32}^3\right)^2 \left[C_6^1 \cdot C_{29}^2 \cdot \left(C_{23}^3\right)^2 + 2C_7^1 \cdot C_{23}^2 \cdot C_{29}^3 \cdot C_{23}^3 \right]$ Vậy xác suất để xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{C_{35}^3 \left(C_{30}^3\right)^3 \left(C_{32}^3\right)^2 \left[C_6^1 \cdot C_{29}^2 \cdot \left(C_{23}^3\right)^2 + 2\left(C_7^1 \cdot C_{23}^2\right) \cdot C_{29}^3 \cdot C_{23}^3 \right]}{\left(C_{35}^3\right)^2 \cdot \left(C_{30}^3\right)^5 \cdot \left(C_{32}^3\right)^2}$	0,25

	$= \frac{(C_6^1 \cdot C_{29}^2)(C_{23}^3)^2 + 2C_7^1 \cdot C_{23}^3 \cdot C_{29}^3 \cdot C_{23}^2}{C_{35}^3 \cdot (C_{30}^3)^2} \approx 0,283.$	
7.a (1,0 điểm)	 Diện tích đáy $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là $SBA = 30^\circ$	0,25
	Trong tam giác SAB có $SA = AB \cdot \tan(SBA) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.	0,25
	Ta có $d(H; (SBD)) = \frac{1}{3} d(A; (SBD))$ Gọi $\{O\} = AC \cap BD$, kẻ $AI \perp SO \Rightarrow AI \perp (SBD)$. Do vậy $d(A; (SBD)) = AI$	0,25
	Trong tam giác vuông SAO có $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AO^2} + \frac{1}{AS^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. Vậy $d(H; (SBD)) = \frac{1}{3} d(A; (SBD)) = \frac{a\sqrt{5}}{15}$.	0,25
8 (1,0 điểm)	Do tứ giác $AEHD$ nội tiếp nên $EHM = DAE$, lại do tứ giác $ABCD$ nội tiếp nên $DAC = DBC$ Từ đó suy ra $EHM = DBC \Rightarrow EH \parallel BC$ Phương trình đường thẳng $EH: x - 2y + 6 = 0$ 	0,25
	Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 2y = -6 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{14}{5}; \frac{8}{5}\right)$. Gọi N là trung điểm $AD \Rightarrow NE = NH$ Lại do $BC \perp AB \Rightarrow HE \perp AB$ mà $MN \parallel AB \Rightarrow MN \perp EH$	0,25
	Từ đó suy ra MN là đường trung trực của đoạn EH Suy ra phương trình đường thẳng $MN: 2x + y + 3 = 0$ Suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x + y = -3 \\ 3x + 4y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2; 1)$.	0,25
	Do đó phương trình đường thẳng $BD: x = -2$ và tọa độ điểm $B(-2; -2)$. Phương trình đường thẳng $AH: y = 2$ Phương trình đường thẳng $AB: 4x + 2y + 12 = 0$	0,25

	Do đó tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x + 2y = -12 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-4; 2).$	
9 (1,0 điểm)	Điều kiện $x \geq 1$. Đặt $\begin{cases} \sqrt[3]{2-x} = t, t \leq 1 \\ \sqrt{x-1} = a (a \geq 0) \end{cases}$ ta có $t^2 + 2at + a^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (t+a)^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (t+a+1)(t+a-1) \leq 0$ Thay trở lại ta có $(\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} + 1)(\sqrt[3]{2-x} + \sqrt{x-1} - 1) \leq 0$ (*)	0,25
	Với $t = \sqrt[3]{2-x} (t \leq 1) \Rightarrow x = 2 - t^3$, thay vào (*) cho ta $(t+1+\sqrt{1-t^3})(t-1+\sqrt{1-t^3}) \leq 0$ (**) +) Nếu $t \geq 0$ hiển nhiên $t+1+\sqrt{1-t^3} > 0$ +) Nếu $t < 0 \Rightarrow (1-t^3) > 1 \Rightarrow \sqrt{1-t^3} > \sqrt[3]{1-t^3}$ suy ra $t+1+\sqrt{1-t^3} > t+1+\sqrt[3]{1-t^3}$ Ta lại có : $t+1+\sqrt[3]{1-t^3} = \frac{(t+1)^3 + (1-t^3)}{(t+1)^2 - (t+1)\sqrt{1-t^3} + \sqrt{(1-t^3)^2}}$ $= \frac{3t^2 + 3t + 2}{(t+1)^2 - (t+1)\sqrt{1-t^3} + \sqrt{(1-t^3)^2}} = \frac{3\left(t + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}}{(t+1)^2 - (t+1)\sqrt{1-t^3} + \sqrt{(1-t^3)^2}} > 0, \forall t \leq 1$	0,25
	Từ đó (**) $\Leftrightarrow \sqrt{1-t^3} \leq 1-t \Leftrightarrow \begin{cases} 1-t \geq 0 \\ 1-t^3 \leq (1-t)^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ 1-t^3 \leq 1-2t+t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t^3+t^2-2t \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t(t-1)(t+2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq 1 \\ t \geq 1 \\ -2 \leq t \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ -2 \leq t \leq 0 \end{cases}$	0,25
	Thay trở lại ta tìm được tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = \{1\} \cup [2; 10]$.	0,25
10 (1,0 điểm)	Đặt $\frac{1}{2a} = x; \frac{1}{4b} = y; \frac{1}{7c} = z$. Bài toán đã cho trở thành : Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $2x + 4y + 7z = 2xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y + z$. Từ giả thiết cho ta $z = \frac{2x+4y}{2xy-7}$ và $2xy-7 > 0$. Khi đó : $P = x + y + \frac{2x+4y}{2xy-7} = x + \frac{11}{2x} + \left(y - \frac{7}{2x}\right) + \left(\frac{2x+4y}{2xy-7} - \frac{2}{x}\right)$	0,25
	$= \left(x + \frac{11}{2x}\right) + \frac{2xy-7}{2x} + \frac{2(x^2+7)}{x(2xy-7)} \stackrel{AM-GM}{\geq} \left(x + \frac{11}{2x}\right) + 2\sqrt{1 + \frac{7}{x^2}}$	0,25
	Đặt $\frac{1}{x} = t, t > 0$. Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{t} + \frac{11}{2}t + 2\sqrt{1+7t^2}, t > 0$ Ta có $f'(t) = \frac{11}{2} + \frac{14t}{\sqrt{1+7t^2}} - \frac{1}{t^2}$ Lại có $f''(t) = 14 \cdot \frac{\sqrt{1+7t^2} - \frac{7t^2}{\sqrt{1+7t^2}}}{(1+7t^2)} + \frac{2}{t^3} = \frac{1}{\sqrt{1+7t^2}(1+7t^2)} + \frac{2}{t^3} > 0$	0,25

	Suy ra phương trình $f'(t) = 0$ có nghiệm duy nhất $t = \frac{1}{3}$. Lập bảng biến thiên suy ra $\min_{(0;\infty)} f(t) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{15}{2}$. Vậy $\min P = \frac{15}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{5}{2}; z = 2 \end{cases}$ hay $a = \frac{1}{6}; b = \frac{1}{10}; c = \frac{1}{14}$.	0,25
--	---	------