

- Thí sinh làm mỗi câu trên một tờ giấy thi riêng và ghi rõ câu số ở trang 1 của tờ giấy thi.
- Thí sinh không được sử dụng máy tính cầm tay.

Câu 1 (4,0 điểm)

1) Giải bất phương trình $(2x - 5 + \sqrt{x - 1})\sqrt{x^2 - 3x + 2} \leq 0$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \frac{8xy}{x + y} = 16 \\ \sqrt{x + y} = x^2 - y \end{cases}$$

Câu 2 (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , Gọi α là góc giữa hai đường trung tuyến BD và CK của tam giác ABC .

1) Chứng minh rằng $BC^2 = 2BD \cdot CK \cdot \cos \alpha$.

2) Tìm điều kiện của tam giác ABC để $\cos \alpha$ đạt giá trị nhỏ nhất và tìm giá trị nhỏ nhất đó.

Câu 3 (3,0 điểm)

Tính ba góc của tam giác ABC để biểu thức T dưới đây đạt giá trị nhỏ nhất

$$T = \frac{\sin A}{\sin B + \sin C - \sin A} + \frac{\sin B}{\sin C + \sin A - \sin B} + \frac{\sin C}{\sin A + \sin B - \sin C}$$

Câu 4 (3,0 điểm)

Tìm tất cả cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn $2xy - 1$ chia hết cho $(x - 1)(y - 1)$.

Câu 5 (3,0 điểm)

Cho 2019 điểm trên mặt phẳng, biết rằng trong mỗi nhóm ba điểm bất kì của các điểm trên bao giờ cũng có thể chọn ra được hai điểm có khoảng cách bé hơn 1. Chứng minh rằng trong các điểm trên có ít nhất 1010 điểm nằm trong một hình tròn có bán kính bằng 1.

Câu 6 (3,0 điểm)

Tìm tất cả các hàm $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ thỏa mãn các điều kiện:

i) $f(f(x) - y) = f(x^2) + f(y) - 2yf(x), \forall x, y \in \mathbb{Z}$.

ii) $f(1) > 0$.

.....HẾT.....

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....