

Họ và tên thí sinh:.....
Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u} = (1; -3; -5)$. B. $\vec{u} = (1; -2; 3)$. C. $\vec{u} = (2; 4; 6)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 3)$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai, giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$, đường thẳng $y = -x$ và trục Oy bằng

- A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{11}{6}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 3: Cho các số thực dương a, b, x khác 1, thỏa mãn $\alpha = \log_a x$; $3\alpha = \log_b x$. Giá trị của $\log_{x^3} a^2 b^3$ bằng

- A. $\frac{3}{\alpha}$. B. $\frac{\alpha}{3}$. C. $\frac{1}{\alpha}$. D. $\frac{9}{\alpha}$.

Câu 4: Cho mặt cầu có bán kính $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{3}\pi$. B. 3π . C. $3\sqrt{3}\pi$. D. $\frac{3}{2}\pi$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 - x) \leq 1$ là

- A. $[-1; 0) \cup (1; 2]$. B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $[-1; 2]$. D. $(0; 1)$.

Câu 6: Cho hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $\pi\sqrt{2}a^2$. B. $2\pi\sqrt{2}a^2$. C. $2\pi a^2$. D. πa^2 .

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tọa độ tâm của (S) là

- A. $(1; 2; 3)$. B. $(-1; -2; -3)$. C. $(-1; 2; -3)$. D. $(1; -2; 3)$.

Câu 8: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2 - yi = x + 5i$, trong đó i là đơn vị ảo. Giá trị của x và y là

- A. $x = 2, y = -5$. B. $x = 2, y = -5i$.
C. $x = -5, y = 2$. D. $x = -5i, y = 2$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 11. B. 54. C. 14. D. 162.

A. 120. **B.** 32. **C.** 96. **D.** 60.

A. $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 0) \cap (0; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

A. 1. **B. 0.** **C. 2.** **D. 3.**

A. $x=1013$. **B.** $x=2023$. **C.** $x=1007$. **D.** $x=2017$.

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $y=\frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		+ 0 -		- 0 +	
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	-8	$\searrow -\infty$	$+\infty \searrow$	5 $\nearrow +\infty$

A. -8. **B. 5.** **C. 3.** **D. 1.**

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$			3		2		3		$-\infty$

A. $(-2; 2)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(-2; 0)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Trang 2/6 - Mã đề thi 111

- A. -3. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 18: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 4i$ là

- A. $\bar{z} = -3 - 4i$. B. $\bar{z} = 3 + 4i$. C. $\bar{z} = -3 + 4i$. D. $\bar{z} = 3 - 4i$.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biết $M(-2;1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của số phức $(3 - 2i).z$ bằng

- A. -8. B. 7. C. -1. D. -4.

Câu 20: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$. Giá trị của $\int_1^2 [f(x) + 2x]dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. 4. D. 1.

Câu 21: Cho hình nón có đường kính đáy bằng 2, đường cao bằng 3. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 3π . B. $(\sqrt{10} + 1)\pi$. C. $\sqrt{10}\pi$. D. 6π .

Câu 22: Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x - 2)^8$

- A. $1944C_8^3$. B. $864C_8^3$. C. $-864C_8^3$. D. $-1944C_8^3$.

Câu 23: Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- A. $x = 10$. B. $x = 9$. C. $x = 8$. D. $x = 11$.

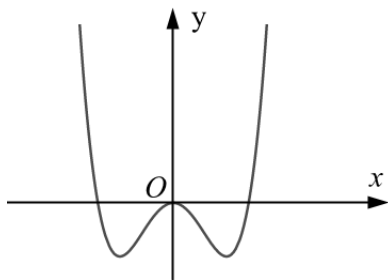
Câu 24: $\int (2x + 5)^9 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{10}(2x + 5)^{10} + C$. B. $18(2x + 5)^8 + C$.
C. $9(2x + 5)^8 + C$. D. $\frac{1}{20}(2x + 5)^{10} + C$.

Câu 25: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. D. a^3 .

Câu 26: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



- A. $y = x^3 - 3x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = -x^3 + 3x^2$ D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5;7;11)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(0;7;11)$. B. $(5;7;0)$. C. $(5;0;0)$. D. $(0;0;11)$.

Câu 28: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2^{x^2} - 16}(x^2 - 5x + 4) \leq 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 29: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 45π . B. 30π . C. 15π . D. 90π .

Câu 30: Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[0;3]$ và có $\int_0^1 f(3x)dx = 3$. Giá trị của $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông, $SA = SB = SC = AB = BC = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{8\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{8\pi a^2}{3}$. C. $\frac{32\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $8\pi a^2$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(3;-1;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
C. $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 2$. D. $(x+2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 34: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos 2x - 5\cos x$ bằng

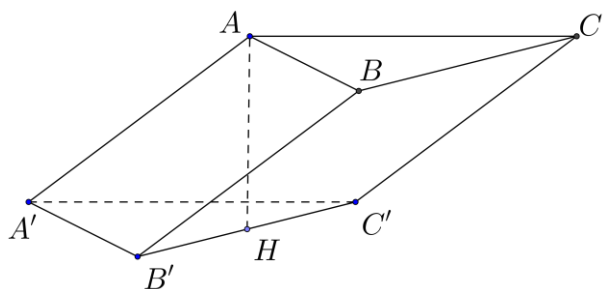
- A. -4 . B. $-\frac{33}{8}$. C. -5 . D. -6 .

Câu 35: Cho hai số phức $z = 4 + 3i$ và $w = 1 - i$. Mô đun của số phức $z \cdot \bar{w}$ bằng:

- A. $5\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. 5. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A ,

$AB = a, AC = a\sqrt{3}, AA' = 2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trung điểm H của đoạn $B'C'$ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' bằng



- A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 37: Một người gửi tiết kiệm 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng?

- A. 8(năm). B. 9(năm). C. 10(năm). D. 11(năm).

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(0;2;1)$ và $C(1;-1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{1}$. B. $x-3y+z-1=0$. C. $x-3y+z+1=0$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = x^3$ có đồ thị (C_1) và hàm số $g(x) = 3x^2 + k$ có đồ thị (C_2) . Có bao nhiêu giá trị của k để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung?

A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

Câu 40: Gọi S là tập hợp các giá trị của x để ba số $\log_8(4x)$; $1 + \log_4 x$; $\log_2 x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 41: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên không âm của m để hàm số $y = \frac{\ln x - 10}{\ln x - m}$ đồng biến trên khoảng $(1; e^3)$. Số phần tử của S bằng

A. 7. B. 6. C. 8. D. 9.

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của BC . Mặt phẳng (P) vuông góc với các cạnh bên và cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại D, E, F . Biết mặt phẳng $(ABB'A')$ vuông góc với mặt phẳng $(ACC'A')$ và chu vi của tam giác DEF bằng 4, thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $12(10 - 7\sqrt{2})$. B. $4(10 + 7\sqrt{2})$. C. $6(10 - 7\sqrt{2})$. D. $12(10 + 7\sqrt{2})$.

Câu 43: Cho hàm số bậc bốn trùng phương $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

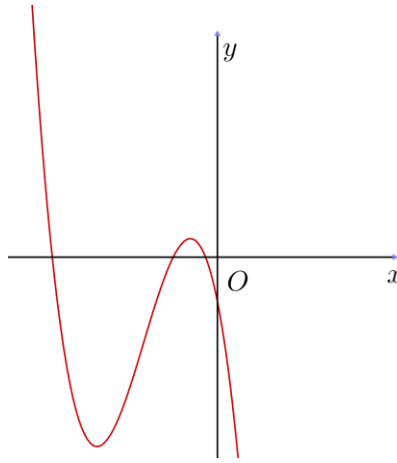
Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{1}{x^4} \cdot [f(x) - 1]^4$ là

A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 12$ cm, $AB = 5$ cm, $AC = 9$ cm, $SB = 13$ cm, $SC = 15$ cm và $BC = 10$ cm. Tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{10}$. B. $\frac{10\sqrt{14}}{14}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{12}{5}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 46: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x(x+3)}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa

mãn $F(1) = \ln 3$. Giá trị của $e^{F(2021)} - e^{F(2020)}$ thuộc khoảng nào?

- A. $\left(0; \frac{1}{10}\right)$. B. $\left(\frac{1}{10}; \frac{1}{5}\right)$. C. $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 47: Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?

- A. $16.(4!)^2$. B. $16.8!$. C. $32.(4!)^2$. D. $32.8!$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa

mãn $f^3(x) + 3f(x) = \sin(2x^3 - 3x^2 + x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$ thuộc khoảng nào?

- A. $(-3; -2)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 2)$.

Câu 49: Cho a, b, c là ba số thực dương đôi một phân biệt. Có bao nhiêu bộ $(a; b; c)$ thỏa mãn $a^{b+2} \leq b^{a+2}; b^{c+2} \leq c^{b+2}; c^{a+2} \leq a^{c+2}$

- A. 1. B. 3. C. 6. D. 0.

Câu 50: Xét các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a)$. Giá trị nhỏ nhất

của biểu thức $P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)}$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	2-A	3-C	4-B	5-A	6-A	7-D	8-A	9-A	10-C
11-C	12-C	13-C	14-C	15-B	16-B	17-B	18-B	19-D	20-B
21-C	22-D	23-A	24-D	25-B	26-D	27-D	28-A	29-A	30-A
31-D	32-B	33-A	34-A	35-A	36-D	37-B	38-C	39-A	40-A
41-C	42-A	43-D	44-B	45-A	46-A	47-C	48-C	49-D	50-B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB)

Phương pháp:

- Đường thẳng $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ có 1 VTCP là $\vec{u} = (a; b; c)$

- Mọi vector cùng phương với $\vec{u}$ đều là 1 VTCP của đường thẳng d .

Cách giải:

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+5}{-6}$ có 1 VTCP là $\vec{u} = (2; -4; -6) = -2(-1; 2; 3)$ nên $\vec{v} = (-1; 2; 3)$ cũng là 1 VTCP của đường thẳng d .

Chọn D.

Câu 2 (TH)

Phương pháp:

- Xác định các đường giới hạn hình phẳng.

- Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x), x = a, x = b$ là $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2 - x^2 = -x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

Vì hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai nên $x < 0 \Rightarrow x = -1$.

Khi đó diện tích hình phẳng thuộc góc phần tư thứ hai, giới hạn bởi parabol $y = 2 - x^2$, đường thẳng $y = -x$ và trục Oy giới hạn bởi các đường $y = 2 - x^2, y = -x, x = -1, x = 0$ nên $S = \int_{-1}^0 |2 - x^2 + x| dx = \frac{7}{6}$.

Chọn A.

Câu 3 (TH)**Phương pháp:**

Sử dụng các công thức

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b \quad (0 < a \neq 1, b > 0)$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (0 < a, b \neq 1)$$

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} & \log_{x^3} a^2 b^3 \\ &= \frac{1}{3} (\log_x a^2 + \log_x b^3) \\ &= \frac{2}{3} \log_x a + \log_x b \\ &= \frac{2}{3 \log_a x} + \frac{1}{\log_b x} \\ &= \frac{3}{2\alpha} + \frac{1}{3\alpha} = \frac{1}{\alpha} \end{aligned}$$

Chọn C.

Câu 4 (NB)**Phương pháp:**

Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ bằng: $S = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi$.

Chọn B.

Câu 5 (TH)**Phương pháp:**

Với $a > 0$, giải bất phương trình logarit: $\log_a f(x) \leq b \Leftrightarrow 0 \leq f(x) \leq a^b$.

Cách giải:

Ta có:

$$\log_2(x^2 - 1) \leq 1$$

$$\Leftrightarrow 0 < x^2 - x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x > 0 \\ x^2 - x - 2 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 0 \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in [-1; 0) \cup (1; 2].$$

Chọn A.

Câu 6 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng tính chất tam giác vuông cân tính độ dài đường sinh và bán kính đáy hình nón.
- Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi rl$.

Cách giải:

Vì hình nón có thiết diện qua trục là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a$ nên độ dài đường sinh của hình nón là $l = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$ và bán kính đáy của hình nón $r = \frac{2a}{2} = a$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \pi\sqrt{2}a^2$.

Chọn A.

Câu 7 (NB)

Phương pháp:

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tọa độ tâm là $I(a; b; c)$

Cách giải:

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ có tọa độ tâm là $I(1; -2; 3)$.

Chọn D.

Câu 8 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng định nghĩa hai số phức bằng nhau: $z_1 = a_1 + b_1i; z_2 = a_2 + b_2i \Rightarrow z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 = b_2 \end{cases}$.

Cách giải:

Ta có $2 - yi = x + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$.

Chọn A.

Câu 9 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức SHTQ của CSC: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Cách giải:

Ta có $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.3 = 11$.

Chọn A.

Câu 10 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng định lý Pytago tính BC .
- Thể tích khối hộp chữ nhật có 3 kích thước a, b, c là $V = abc$.

Cách giải:

Xét tam giác vuông ABC ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.BC.AA' = 3.4.8 = 96$.

Chọn C.

Câu 11 (NB)

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định khi và chỉ khi $f(x)$ xác định và $f(x) > 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = \log_5 |x|$ xác định khi $|x| > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Vậy TXĐ của hàm số đã cho là $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 12 (NB)

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 2$ song song với trục hoành.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm thực.

Chọn C.

Câu 13 (TH)

Phương pháp:

- Đưa về cùng cơ số.

- Giải phương trình mũ $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.

Cách giải:

Ta có:

$$4^{x+3} = 2^{2020} \Leftrightarrow 2^{2x+6} = 2^{2020}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 6 = 2020 \Leftrightarrow x = 1007$$

Chọn C.

Câu 14 (NB)

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có TCD $x = -\frac{d}{c}$.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ có TCD $x = \frac{1}{2}$.

Chọn C.

Câu 15 (NB)

Phương pháp:

- Dựa vào BBT xác định điểm cực tiểu của hàm số là điểm mà tại đó hàm số xác định và qua đó đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương.

- Giá trị cực tiểu của hàm số là giá trị tại điểm cực tiểu của hàm số.

Cách giải:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ và giá trị cực tiểu là $x_{CT} = y(3) = 5$.

Chọn B.

Câu 16 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định khoảng đồng biến là khoảng mà hàm số liên tục và có đạo hàm dương.

Cách giải:

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Chọn B.**Câu 17 (TH)****Phương pháp:**

- Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với (P) .

- Tìm $H = \Delta \cap (P)$.

- Tìm a, b, c và tính tổng.

Cách giải:

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) , phương trình đường thẳng Δ là:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \ (\Delta) \\ z = -2 - t \end{cases}$$

Vì H là hình chiếu vuông góc của A trên (P) nên $H = \Delta \cap (P) \Rightarrow$ Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \\ 2x - 2y - z + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \\ 2 + 4t - 2 + 4t + 2 + t + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 - t \\ 9t + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ z = -1 \\ y = 3 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 3; -1)$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 3, c = -1.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = -1 + 3 - 1 = 1.$$

Chọn B.**Câu 18 (NB)****Phương pháp:**

Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ là $\bar{z} = a - bi$.

Cách giải:

Số phức liên hợp của số phức $z = 3 - 4i$ là $\bar{z} = 3 + 4i$.

Chọn B.

Câu 19 (TH)**Phương pháp:**

- Điểm $M(a; b)$ là điểm biểu diễn số phức $z = a + bi$. Từ đó tìm số phức z .
- Thực hiện phép nhân tìm số phức $(3 - 2i)z$.

Cách giải:

Vì $M(-2; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z nên $z = -2 + i$.

$$\Rightarrow (3 - 2i)z = (3 - 2i)(-2 + i) = -4 + 7i$$

Vậy số phức $(3 - 2i)z$ có phần thực là -4 .

Chọn D.

Câu 20 (TH)**Phương pháp:**

Sử dụng tính chất tích phân: $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx$.

Cách giải:

Ta có

$$\begin{aligned} \int_1^2 [f(x) + 2x] dx &= \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 2x dx \\ &= 2 + x^2 \Big|_1^2 = 2 + 4 - 1 = 5 \end{aligned}$$

Chọn B.

Câu 21 (TH)**Phương pháp:**

- Tính độ dài đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2}$.
- Diện tích xung quanh của hình nón có đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = \pi rl$.

Cách giải:

Hình nón đã cho có bán kính đáy $r = 1$ và đường cao $h = 3$ nên độ dài đường sinh $l = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 1 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{10}\pi$.

Chọn C.

Câu 22 (TH)

Phương pháp:

- Khai triển nhị thức Niu-ton: $(a+b)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k a^k b^{n-k}$.

- Tìm k tương ứng với hệ số của số hạng chứa x^5 , giải phương trình tìm k .

- Suy ra hệ số của x^5 .

Cách giải:

$$\text{Ta có } (3x-2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k (3x)^{8-k} (-2)^k = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot (-2)^k \cdot x^{8-k}$$

$\Rightarrow$ Hệ số của số hạng chứa x^5 ứng với $8-k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(3x-2)^8$ là $C_8^3 3^5 (-2)^3 = -1944 C_8^3$.

Chọn D.

Câu 23 (NB)

Phương pháp:

Giải phương trình logarit: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

Cách giải:

$$\log_3 (x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 9 \Leftrightarrow x = 10.$$

Chọn A.

Câu 24 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng phương pháp đưa biến vào vi phân.

- Sử dụng công thức tính nguyên hàm $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C (n \neq -1)$.

Cách giải:

$$\int (2x+5)^9 dx = \frac{1}{2} \int (2x+5)^9 d(2x+5)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(2x+5)^{10}}{10} + C = \frac{1}{20} (2x+5)^{10} + C.$$

Chọn D.

Câu 25 (TH)

Phương pháp:

- Diện tích tam giác đều cạnh a là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
- Thể tích khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân chiều cao.

Cách giải:

Diện tích đáy lăng trụ là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích lăng trụ là $V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Chọn B.

Câu 26 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra dạng đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a > 0$ nên chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 27 (NB)

Phương pháp:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(a; b; c)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; c)$.

Cách giải:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(5; 7; 11)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0; 0; 11)$.

Chọn D.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ của bất phương trình.
- Giải phương trình tích $\sqrt{A} \cdot B \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B \leq 0 \end{cases}$.

- Kết hợp ĐKXĐ suy ra tập nghiệm và đếm số nghiệm nguyên của bất phương trình.

Cách giải:

$$\text{ĐKXĐ } 2^{x^2} - 16 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -2 \end{cases}.$$

Ta có:

$$\sqrt{2^{x^2} - 16} (x^2 - 5x + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x^2} - 16 = 0 \\ x^2 - 5x + 4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ 1 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Kết hợp ĐKXĐ ta có $x \in [2; 4] \cup \{-2\}$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 4.

Chọn A.

Câu 29 (NB)

Phương pháp:

Thể tích khối trụ có bán kính đáy r và đường sinh l là $V = \pi r^2 l$.

Cách giải:

Thể tích khối nón là $V = \pi r^2 l = \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 45\pi$.

Chọn A.

Câu 30 (TH)

Phương pháp:

Đổi biến số, đặt $t = 3x$.

Cách giải:

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$.

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 3 \end{cases}$$

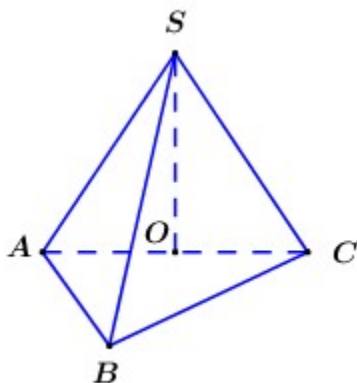
$$\Rightarrow \int_0^1 f(3x) dx = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \int_0^3 f(t) dt = 3 \Leftrightarrow \int_0^3 f(x) dx = 9.$$

Chọn A.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp có các cạnh bên bằng nhau là $R = \frac{(\text{cạnh bên})^2}{2h}$ với h là chiều cao của hình chóp.
- Diện tích mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Cách giải:

Gọi O trung điểm của AC .

Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ nên $SO \perp (ABC)$.

Tam giác ABC vuông cân tại B có $AB = BC = 2a \Rightarrow AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OA = a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông SOA : $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp là $R = \frac{SA^2}{2 \cdot SO} = \frac{(2a)^2}{2 \cdot a\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp chóp là $S = 4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Chọn D.

Câu 32 (TH)**Phương pháp:**

- Mặt cầu đường kính AB có tâm là trung điểm của AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.
- Mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

Cách giải:

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(2; 0; 1)$.

Ta có $AB = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 0^2} = 2\sqrt{2}$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm là $I(2;0;1)$ và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$.

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là: $(x-2)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Chọn B.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

Xác định số điểm cực trị là số điểm mà tại đó hàm số liên tục và qua đó đạo hàm đổi dấu.

Cách giải:

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$, và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x = -3, x = -2, x = 1$. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn A.

Chú ý khi giải: Hàm số vẫn đạt cực trị tại $x = -2$, không nhất thiết $f'(-2) = 0$.

Câu 34 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng công thức nhân đôi $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$
- Đặt ẩn phụ $t = \cos x, t \in [-1;1]$, đưa về bài toán tìm GTNN của hàm số $y = f(t)$ trên $[-1;1]$.
- Tính $f'(t)$, xác định các nghiệm $t_i \in [-1;1]$.
- Tính các giá trị $f(-1), f(1), f(t_i)$.
- KL: $\min_{[-1;1]} f(t) = \min \{f(-1), f(1), f(t_i)\}$.

Cách giải:

Ta có $f(x) = \cos 2x - 5\cos x = 2\cos^2 x - 5\cos x - 1$.

Đặt $t = \cos x, t \in [-1;1]$, bài toán trở thành tìm GTNN của hàm số $y = f(t) = 2t^2 - 5t - 1$ trên $[-1;1]$.

Ta có: $f'(t) = 4t - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{4} \notin [-1;1]$.

Lại có $f(-1) = 6, f(1) = -4$.

Vậy $\min_{[-1;1]} f(t) = -4$.

Chọn A.

Câu 35 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng công thức $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ và $|\overline{z}| = |z|$.

Cách giải:

Ta có:

$$\begin{aligned} |z \cdot \overline{w}| &= |z| \cdot |\overline{w}| = |z| \cdot |w| \\ &= \sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2} = 5\sqrt{2}. \end{aligned}$$

Chọn A.

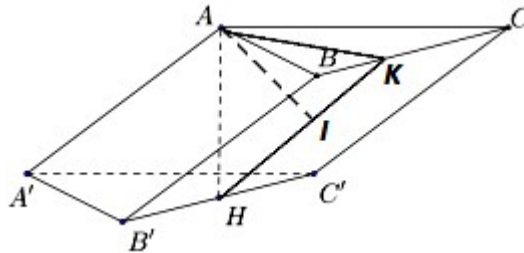
Câu 36 (VD)

Phương pháp:

- Chứng minh $d(AA'; BC') = d(A; (BCC'B'))$, sử dụng định lý khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau bằng khoảng cách từ đường thẳng này đến mặt phẳng song song và chứa đường thẳng kia.
- Trong (ABC) kẻ $AK \perp BC (K \in BC)$, trong (AHK) kẻ $AI \perp HK (I \in HK)$, chứng minh $AI \perp (BCC'B')$
- Sử dụng định lý Pytago và hệ thức lượng trong tam giác vuông tính khoảng cách.

Cách giải:

Ta có $AA' // BB' \Rightarrow AA' // (BCC'B') \supset BC' \Rightarrow d(AA'; BC') = d(AA'; (BCC'B')) = d(A; (BCC'B'))$



Trong (ABC) kẻ $AK \perp BC (K \in BC)$, trong (AHK) kẻ $AI \perp HK (I \in HK)$ ta có:

$$\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHK) \Rightarrow BC \perp AI$$

$$\begin{cases} AI \perp HK \\ AI \perp BC \end{cases} \Rightarrow AI \perp (BCC'B')$$

$$\Rightarrow d(A; (BCC'B')) = AI = d(AA'; BC').$$

$$\text{Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông } ABC \text{ ta có } AK = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } A'B'C' \text{ có } B'C' = \sqrt{A'B'^2 + A'C'^2} = 2a \Rightarrow A'H = \frac{1}{2} B'C' = a.$$

$$\Rightarrow AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHK ta có: $AI = \frac{AH \cdot AK}{\sqrt{AH^2 + AK^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3a^2 + \frac{3a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$

Vậy $d(AA'; BC') = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$

Chọn D.

Câu 37 (TH)

Phương pháp:

- Giả sử sau n năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng, tính số tiền có được sau n năm $A_n = A(1+r)^n$ với A là số tiền ban đầu, r là lãi suất 1 kì hạn, n là số kì hạn gửi.
- Giải bất phương trình $A_n > 300$, tìm n là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn.

Cách giải:

Giả sử sau n năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

Số tiền có được sau n năm $A_n = A(1+r)^n = 200(1+0,05)^n.$

Ta có: $A_n > 300 \Leftrightarrow 200(1+0,05)^n > 300 \Leftrightarrow n > 8,31.$

Vậy sau ít nhất 9 năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 300 triệu đồng.

Chọn B.

Câu 38 (TH)

Phương pháp:

- Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC}$ là 1 VTPT.
- Phương trình mặt phẳng đi qua $A(x_0; y_0; z_0)$ và có 1 VTPT $\vec{n}(a; b; c)$ có phương trình là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Cách giải:

Ta có $\overrightarrow{BC} = (1; -3; 1)$ là 1 VTPT của mặt phẳng cần tìm.

Phương trình mặt phẳng cần tìm: $1(x-1) - 3(y-1) + 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y + z + 1 = 0.$

Chọn C.

Câu 39 (TH)

Phương pháp:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm.
- Cô lập m , đưa phương trình về dạng $k = h(x)(*)$.
- Sử dụng tương giao đồ thị hàm số tìm điều kiện của k để $(*)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 = 3x^2 + k \Leftrightarrow k = x^3 - 3x^2 = h(x)(*)$.

$$\text{Ta có } h'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

BBT:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
$h'(x)$		+	0	-	0	+
$h(x)$						

$-\infty$ $\nearrow$ 0 $\searrow$ -4 $\nearrow$ $+\infty$

Để (C_1) và (C_2) có đúng hai điểm chung thì phương trình $(*)$ phải có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow \begin{cases} k = -4 \\ k = 0 \end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị của k thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Điều kiện để 3 số a, b, c theo thứ tự lập thành 1 CSN là $ac = b^2$.
- Đưa về cùng cơ số 2, sử dụng các công thức $\log_a b = \frac{1}{n} \log_a b$ ($0 < a \neq 1, b > 0$). $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$ ($0 < a \neq 1, x, y > 0$).
- Đưa về phương trình bậc hai đối với hàm số logarit, giải phương trình tìm x .

Cách giải:

Để ba số $\log_8(4x), 1 + \log_4 x, \log_2 x$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

$$\log_8(4x) \cdot \log_2 x = (1 + \log_4 x)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2(4x) \cdot \log_2 x = \left(1 + \frac{1}{2} \log_2 x\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}(\log_2 4 + \log_2 x) \cdot \log_2 x = \frac{1}{4} \log_2^2 x + \log_2 x + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3} \log_2 x + \frac{1}{3} \log_2^2 x = \frac{1}{4} \log_2^2 x + \log_2 x + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12} \log_2^2 x - \frac{1}{3} \log_2 x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 6 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^6 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{ 2^6; \frac{1}{4} \right\}.$$

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chọn A.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t = \ln x$, tìm khoảng giá trị của t và xét tính cùng tăng giảm của x, t .

- Đưa bài toán về dạng tìm m để hàm số $y = \frac{at+b}{ct+d}$ đồng biến trên khoảng $(m; n) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (m; n) \end{cases}$.

- Đối chiếu điều kiện đề bài tìm m .

Cách giải:

Đặt $t = \ln x$, với $x \in (1; e^3)$ thì $t \in (0; 3)$, x, t cùng tính tăng giảm.

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = \frac{t-10}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

Ta có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$ và $y' = \frac{-m+10}{(t-m)^2}$.

Để hàm số $y = \frac{t-10}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$ thì $\begin{cases} y' > 0 \\ m \notin (0; 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+10 > 0 \\ m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \leq m \leq 10 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

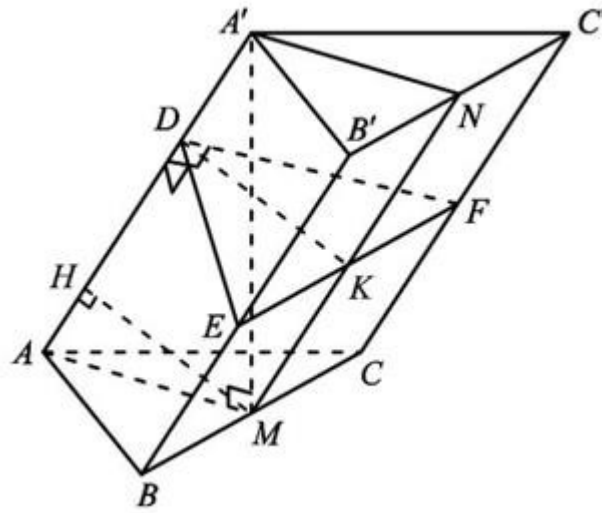
Mà m là số nguyên không âm nên $S = \{0; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Vậy tập hợp S có 8 phần tử.

Chọn C.

Câu 42 (VD)

Cách giải:



- *Sưu tầm FB Nguyễn Duy Tân* -

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$.

Gọi $K = MN \cap EF$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'M \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMNA') \Rightarrow BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp BB'$.

Do $(DEF) \perp BB'$ nên $EF \perp BB'$.

Trong $(BCC'B')$ có $\begin{cases} EF \perp BB' \\ BC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow BC \parallel EF$, suy ra K là trung điểm của EF .

Lại có $BC \perp (AMNA') \Rightarrow BC \perp DK \Rightarrow EF \perp DK$. Suy ra $\triangle DEF$ cân tại D .

Vì $(ABB'A') \perp (ACC'A') \Rightarrow \angle EDF = 90^\circ \Rightarrow \triangle DEF$ vuông cân tại D .

Theo bài ra ta có: $C_{\triangle DEF} = 4 \Rightarrow DE + DF + EF = 4$

$$\Rightarrow \frac{EF}{\sqrt{2}} + \frac{EF}{\sqrt{2}} + EF = 4 \Leftrightarrow EF = 4(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow BC = EF = 4(\sqrt{2} - 1).$$

Vì $\triangle ABC$ đều nên $AM = \frac{BC\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}(\sqrt{2} - 1)$.

Kẻ $MH \perp AA'$ ta có $MH = DK = \frac{1}{2}EF = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $A'MA$ ta có:

$$\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MA^2} + \frac{1}{A'M^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{1}{12(\sqrt{2}-1)^2} + \frac{1}{A'M^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{A'M^2} = \frac{1}{6(\sqrt{2}-1)^2} \Rightarrow A'M = \sqrt{6}(\sqrt{2}-1)$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = A'M.S_{ABC} = A'M.\frac{1}{2}AM.BC = 12(10-7\sqrt{2}).$$

Chọn A.

Câu 43 (VDC)

Phương pháp:

- Tính y' , sử dụng quy tắc tính đạo hàm một tích.

- Sử dụng tương giao, phương pháp lấy nguyên hàm hai vế xác định số nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$ và suy ra số điểm cực trị của hàm số.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x \neq 0$.

Ta có

$$y = \frac{1}{x^4} [f(x) - 1]^4$$

$$\Rightarrow y' = \frac{-4}{x^5} [f(x) - 1]^4 + \frac{1}{x^4} \cdot 4 [f(x) - 1]^3 f'(x)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{4}{x^5} [f(x) - 1]^3 [-f(x) + 1 + x.f'(x)]$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 & (1) \\ x.f'(x) - f(x) + 1 = 0 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào BBT ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt trong đó $x = 0$ là nghiệm bội chẵn.

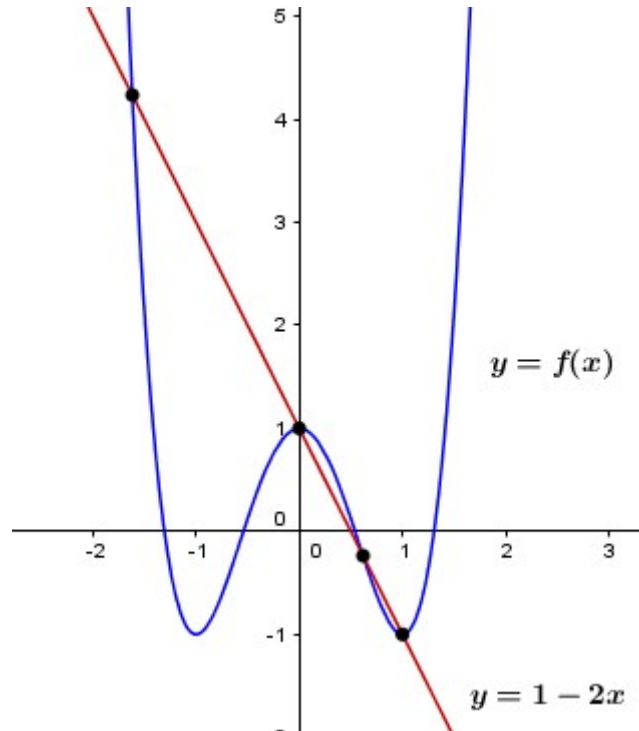
Xét phương trình (2): $x.f'(x) - f(x) + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x).x - f(x).x'}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{f(x)}{x} \right]' = -\frac{1}{x^2}$$

Lấy nguyên hàm hai vế ta có $\frac{f(x)}{x} = \int -\frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$.

Dựa vào BBT ta thấy $f(1) = -1$ nên $\frac{-1}{1} = \frac{1}{1} + C \Leftrightarrow C = -2$, do đó $f(x) = 1 - 2x$ (*).



Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy (*) có 4 nghiệm phân biệt trong đó $x = 0$ không thỏa mãn.

Tóm lại, phương trình $y' = 0$ có 4 nghiệm bội lẻ phân biệt.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Chọn D.

Câu 44 (VD)

Phương pháp:

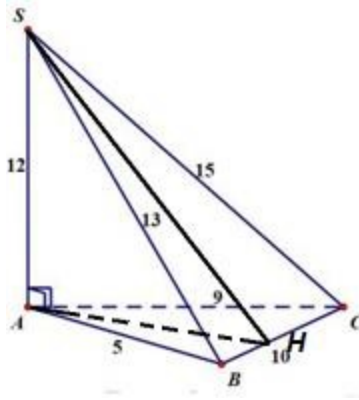
- Chứng minh $\triangle SAB, \triangle SAC$ vuông tại A . Suy ra $SA \perp (ABC)$.

- Xác định góc giữa hai mặt phẳng là góc giữa hai đường thẳng lần lượt thuộc hai mặt phẳng và cùng vuông góc với giao tuyến.

- Tính $S_{\triangle ABC}$ nhờ công thức Hê-rông, từ đó tính $AH = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}$.

- Tính tan của góc trong tam giác vuông.

Cách giải:



Áp dụng định lý Pytago đảo ta chứng minh được $\Delta SAB, \Delta SAC$ vuông tại A .

$$\Rightarrow \begin{cases} SA \perp AB \\ SA \perp AC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

Trong (ABC) dựng $AH \perp BC$ ta có: $\begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAH) \Rightarrow BC \perp SH$.

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SH \subset (SBC), SH \perp BC \Rightarrow \angle((SBC); (ABC)) = \angle(SH; AH) = \angleSHA. \\ AH \subset (ABC), AH \perp BC \end{cases}$$

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)} = 6\sqrt{14}$ với p là nửa chu vi tam giác ABC , $p = 12$.

$$\Rightarrow AH = \frac{2S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{14}}{10} = \frac{6\sqrt{14}}{5}$$

$$SH = \frac{2S_{\Delta SBC}}{BC} = \frac{2 \cdot 6\sqrt{114}}{10} = \frac{6\sqrt{114}}{5}.$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAH \text{ ta có } \tan \angle SHA = \frac{SA}{AH} = \frac{12}{\frac{6\sqrt{14}}{5}} = \frac{10\sqrt{14}}{14}.$$

$$\text{Vậy } \tan \angle((SBC); (ABC)) = \frac{10\sqrt{14}}{14}.$$

Chọn B.

Câu 45 (VD)

Phương pháp:

- Dựa vào $\lim_{x \rightarrow +\infty} y$ tìm dấu hệ số a .

- Dựa vào giao điểm của đồ thị với trục tung suy ra dấu của hệ số d .

- Dựa vào các điểm cực trị của hàm số suy ra dấu của hệ số b, c .

Cách giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Vì hàm số có 2 điểm cực trị âm nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm âm phân biệt $\Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases}$

Mà $a < 0$ nên $b < 0, c < 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d không có số dương nào.

Chọn A.

Câu 46 (VDC)**Phương pháp:**

Đặt $t = x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}$.

Cách giải:

Đặt $t = x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}$.

$$\Rightarrow dt = \left(1 + \frac{2x+3}{2\sqrt{x(x+3)}} \right) dx$$

$$\Rightarrow dt = \frac{2\sqrt{x(x+3)} + 2x+3}{2\sqrt{x(x+3)}} dx$$

$$\Rightarrow dt = \frac{x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)}}{\sqrt{x(x+3)}} dx$$

$$\Rightarrow dt = \frac{t}{\sqrt{x(x+3)}} dx$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{\sqrt{x(x+3)}} = \frac{dt}{t}$$

Khi đó ta có:

$$F(x) = \int \frac{1}{2\sqrt{x(x+3)}} dx = \frac{1}{2} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{2} \ln|t| + C$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \right| + C$$

$$\text{Lại có } F(1) = \ln 3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \ln \left| 1 + \frac{3}{2} + \sqrt{4} \right| + C = \ln 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln \frac{9}{2} + C = \ln 3$$

$$\Leftrightarrow \ln 9 - \ln 2 + 2C = \ln 9$$

$$\Leftrightarrow 2C = \ln 2 \Leftrightarrow C = \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \right| + \frac{1}{2} \ln 2$$

$$\Rightarrow e^{F(x)} = e^{\frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \right| + \frac{1}{2} \ln 2}$$

$$= \left(e^{\ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \right|} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot (e^{\ln 2})^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{\left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x(x+3)} \right|}$$

$$= \sqrt{\left| 2x + 3 + 2\sqrt{x(x+3)} \right|}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} e^{F(2021)} = \sqrt{\left| 2 \cdot 2021 + 3 + 2\sqrt{2021(2021+3)} \right|} \\ e^{F(2020)} = \sqrt{\left| 2 \cdot 2020 + 3 + 2\sqrt{2020(2020+3)} \right|} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } e^{F(2021)} - e^{F(2020)} \approx 0,022.$$

Chọn A.

Câu 47 (VDC)

Cách giải:

- Sơ đồ tâm FB -

Xếp 10 học sinh sao có nam nữ ngồi xen kẽ.

Xếp 5 học sinh nam có $5!$ cách, xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách. Đổi chỗ nam và nữ có 2 cách.

$\Rightarrow$ Có $2.(5!)^2$ cách xếp 10 học sinh sao cho nam nữ ngồi xen kẽ.

* Xếp 8 học sinh không có An và Bình trước:

TH1:

+ Học sinh nam đứng đầu hàng, có $(4!)^2$ cách.

+ Xếp An và Bình vào 1 trong 9 vị trí gồm 7 vị trí giữa 2 học sinh liên kề nhau và 2 vị trí biên. Ứng với mỗi vị trí có 1 cách xếp An và Bình sao cho thỏa mãn yêu cầu, do đó có 9 cách xếp.

$\Rightarrow$ Có $9.(4!)^2$ cách.

TH2:

+ Học sinh nữ đứng đầu hàng, tương tự TH1 có $9.(4!)^2$ cách.

$\Rightarrow$ Số cách xếp 10 học sinh xen kẽ mà An luôn cạnh Bình là $2.9.(4!)^2$ cách.

Vậy số cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình là:

$$2.(5!)^2 - 2.9.(4!)^2 = 2.5.5.(4!)^2 - 18.(4!)^2 = 32.(4!)^2 \text{ cách.}$$

Chọn C.

Câu 48 (VDC)

Phương pháp:

- Từ giả thiết $f^3(x) + 3f(x) = \sin(2x^3 - 3x^2 + x)$ thay x bởi $1-x$ và chứng minh $f(x) = -f(1-x)$.

- Chứng minh $\int_0^1 f(1-x) dx = \int_0^1 f(x) dx$, từ đó tính I .

Cách giải:

- Sự tâm FB Lưu Thêm -

Theo bài ra ta có:

$$f^3(1-x) + 3f(1-x) = \sin[2(1-x)^3 - 3(1-x)^2 + 1-x]$$

$$\Leftrightarrow f^3(1-x) + 3f(1-x) = \sin(2 - 6x + 6x^2 - 2x^3 - 3 + 6x - 3x^2 + 1 - x)$$

$$\Leftrightarrow f^3(1-x) + 3f(1-x) = \sin(-2x^3 + 3x^2 - x)$$

$$\Leftrightarrow f^3(1-x) + 3f(1-x) = -\sin(2x^3 - 3x^2 + x)$$

$$\Leftrightarrow f^3(1-x) + 3f(1-x) = -f^3(x) - 3f(x)$$

$$\Leftrightarrow f^3(1-x) + f^3(x) + 3f(1-x) + 3f(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow [f(1-x) + f(x)][f^2(1-x) - f(1-x)f(x) + f^2(x)] + 3[f(1-x) + f(x)] = 0$$

$$\Leftrightarrow [f(1-x) + f(x)][f^2(1-x) - f(1-x)f(x) + f^2(x) + 3] = 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -f(1-x)$$

$$\text{Suy ra } \int_0^1 f(x) dx = -\int_0^1 f(1-x) dx.$$

$$\text{Ta lại có } \int_0^1 f(1-x) dx = -\int_0^1 f(x) d(1-x) = -\int_1^0 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^1 f(x) dx = -\int_0^1 f(x) dx \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = 0.$$

Vậy $I(-1;1)$.

Chọn C.

Câu 49 (VDC)

Cách giải:

- Sư tâm FB Trần Minh Quang -

Với mọi bộ số $(a; b; c)$ thỏa mãn $a + b + c = 1$ ta có:
$$\begin{cases} a^b b^c c^a \leq ab + bc + ca \\ a^c b^a c^b \leq ab + bc + ca \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2} \leq (abc)^2 (ab + bc + ca) (1) \\ a^{c+2} \cdot b^{a+2} \cdot c^{b+2} \leq (abc)^2 (ab + bc + ca) (2) \end{cases}$$

Cộng vế theo vế BĐT (1) và (2) ta có $a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2} + a^{c+2} \cdot b^{a+2} \cdot c^{b+2} \leq 2(abc)^2 (ab + bc + ca) (*)$.

Mà $b^{a+2} \geq a^{b+2}, c^{b+2} \geq b^{c+2}, c^{a+2} \geq a^{c+2}$ nên từ (*) ta có $2(abc)^2 (ab + bc + ca) \geq (a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2})^2$

$$\Leftrightarrow abc \sqrt{2(ab + bc + ca)} \geq a^{b+2} \cdot b^{c+2} \cdot c^{a+2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab + bc + ca)} \geq a^{b+1} \cdot b^{c+1} \cdot c^{a+1} \geq (b+1)a + (c+1)b + (a+1)c$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab + bc + ca)} \geq (ab + bc + ca) + a + b + c$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2(ab + bc + ca)} \geq (ab + bc + ca) + 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{ab + bc + ca} \right)^2 - \sqrt{2} \sqrt{ab + bc + ca} + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{ab+bc+ca} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{2} \leq 0 \text{ (vô lý).}$$

Vậy không có bộ số $(a; b; c)$ nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn D.

Câu 50 (VDC)

Cách giải:

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} b-a > 0 \\ a, b > 0 \end{cases}.$$

Ta có:

$$\log_3(1+ab) = \frac{1}{2} + \log_3(b-a)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(1+ab) - \log_3(b-a) = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{1+ab}{b-a} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1+ab}{b-a} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 1+ab = \sqrt{3}(b-a)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a} + b = \sqrt{3} \left(\frac{b}{a} - 1 \right)$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô-si ta có } \frac{1}{a} + b \geq 2\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ nên } \sqrt{2} \left(\frac{b}{a} - 1 \right) \geq 2\sqrt{\frac{b}{a}} \Leftrightarrow \sqrt{3} \frac{b}{a} - 2\sqrt{\frac{b}{a}} - \sqrt{3} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{b}{a}} \geq \sqrt{3} \\ \sqrt{\frac{b}{a}} \leq -\frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (Loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{b}{a}} \geq \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{b}{a} \geq 3$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{(1+a^2)(1+b^2)}{a(a+b)} = \frac{1+a^2+b^2+a^2b^2}{a(a+b)}$$

$$\text{Áp dụng BĐT Cô-si ta có } 1+a^2b^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2ab \text{ nên } 1+a^2+b^2+a^2b^2 \geq a^2+b^2+2ab = (a+b)^2$$

$$\Rightarrow P = \frac{1+a^2+b^2+a^2b^2}{a(a+b)} \geq \frac{(a+b)^2}{a(a+b)} = \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} \geq 4.$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = b \\ \frac{b}{a} = 3 \\ a, b > 0, b - a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = 3a \\ b = 3a \\ a, b > 0, b - a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ b = \sqrt{3} \end{cases}.$$

Chọn B.

HẾT

<https://toanmath.com/>