

Bài 1.

Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x+2y+2\sqrt{4x+y}=1 \\ \sqrt{46-16y(x+y)}-6y+4\sqrt{4x+y}=8-4y \end{cases} (x,y \in \mathbb{R})$$

Bài 2.

Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{a+2b^3} + \frac{b^2}{b+2c^3} + \frac{c^2}{c+2a^3} \geq 1$$

Bài 3.

a. Trong hình vuông có độ dài cạnh bằng 4, cho trước 33 điểm, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Người ta vẽ các đường tròn bán kính đều bằng $\sqrt{2}$ và có tâm tại các điểm đã cho. Hỏi có hay không ba điểm trong số các điểm đã cho cùng thuộc vào phần chung của ba hình tròn có tâm cũng chính là ba điểm đó. (6 điểm)

b. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của đa thức $(1+x+x^2)^7$. (4 điểm)

Bài 4. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$
Tìm công thức của số hạng tổng quát u_n theo n .

Bài 5.

a. Chứng minh rằng $1924^{2003^{2004}} + 1920$ chia hết cho 124, $\forall n \in \mathbb{N}^*$

b. Tìm tất cả các số nguyên dương n sao cho $A = n \cdot 2^n + 3^n$ chia hết cho 5

Bài 6.

Cho tam giác ABC nhọn, không cân và có các đường cao AH, BM, CN. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A và E, F lần lượt là hình chiếu của D lên các cạnh AB, AC.

a. Chứng minh: $\frac{EB}{FC} = \frac{HB}{HC}$.

b. Chứng minh rằng: các đường thẳng MN, EF, BC đồng quy.

.....HẾT.....