

Họ và tên thí sinh:

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(-1; 2; 3)$. B. $(1; -2; -3)$. C. $(1; -2; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

Câu 2: Thể tích V của khối trụ tròn xoay có diện tích đáy S và chiều cao h được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $V = Sh$. B. $V = \frac{1}{2}Sh$. C. $V = \frac{1}{3}Sh$. D. $V = 3Sh$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- A. $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$. B. $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$. D. $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$.

Câu 4: Tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = [3; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.
C. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

Câu 6: Hàm số $y = -x^3 + 12x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

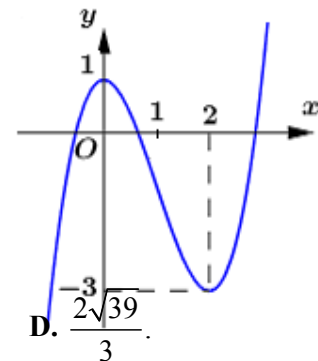
- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-3; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 7: Một trong bốn hàm số cho trong các phương án A, B, C, D sau đây có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có đường kính bằng

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$.



Câu 9: Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 - 2\sqrt{2}i$. Giá trị của biểu thức $P = ab$ bằng

- A. $6\sqrt{2}$. B. $-6\sqrt{2}$. C. $6\sqrt{2}i$. D. $-6\sqrt{2}i$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên nửa khoảng $[-1; 3)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\min_{x \in [-1; 3)} f(x) = -2$. B. $\min_{x \in [-1; 3)} f(x) = -1$.
C. $\max_{x \in [-1; 3)} f(x) = 2$. D. $\max_{x \in [-1; 3)} f(x) = 1$.

x	-1	0	1	3
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	-2	1	-1	2

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		+	-	
y		$-\infty$	2	0

Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 1.
C. 4. D. 3.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(|x|) dx$.

Câu 13: Cho bốn đường cong được kí hiệu là $(C_1), (C_2), (C_3)$ và (C_4) như hình vẽ bên. Hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị là đường cong

- A. (C_1) . B. (C_4) .
C. (C_2) . D. (C_3) .

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị. B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.
C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu $y = 0$. D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 15: Khối bát diện đều có số cạnh là

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 6.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) , $AB = a, SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Cosin của góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 17: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 18: Cho dãy số (u_n) , $n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$. Gọi $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng của n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 3x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

- A. $\int_0^3 (3x - x^2)^2 dx$. B. $\int_0^3 (3x - x^2) dx$. C. $\pi \int_0^3 (3x - x^2) dx$. D. $\pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx$.

Câu 20: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$ là

- A. $\tan \frac{x}{2} + C$. B. $-2 \tan \frac{x}{2} + C$. C. $-\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$. D. $2 \tan \frac{x}{2} + C$.

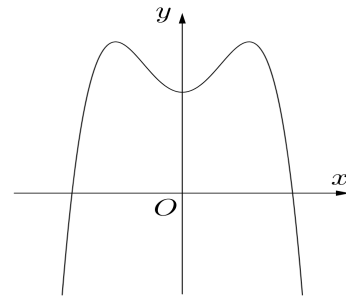
Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $iz = 3 + 4i$. Môđun của số phức z bằng

- A. 4. B. $5\sqrt{2}$. C. 5. D. 3.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = e^{\sqrt{2x}}$ là

- A. $y' = \sqrt{2x} \cdot e^{\sqrt{2x}}$. B. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}$.
C. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{2\sqrt{2x}}$. D. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}$.

Câu 24: Bất phương trình $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

- A. $x \leq -4$. B. $x > -4$. C. $x < -4$. D. $x \geq -4$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1; 4; 3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$. B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.
C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$. D. $12x + 3y + 4y = 0$.

Câu 26: Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1 + 2x)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$, bằng 180. Khi đó n bằng

- A. 8. B. 14. C. 10. D. 12.

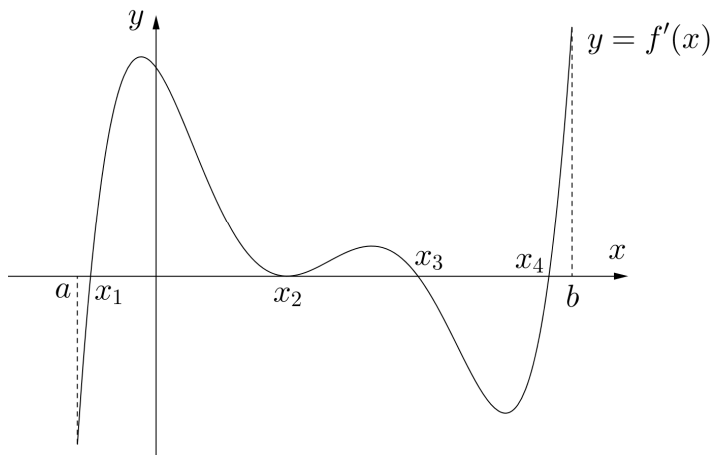
Câu 27: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{27\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{4}$. D. $\frac{9a^3}{4}$.

Câu 28: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5} \sqrt[4]{x}$ với $x > 0$. Khi đó

- A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. B. $P = x^{\frac{21}{12}}$. C. $P = x^{\frac{20}{5}}$. D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Thể tích của khối nón nội tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}}{108}$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{36}$. C. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{108}$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$.

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ nghịch biến trên đoạn $[2; 3]$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $3f(x) - f(-x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$. Tích

phân $\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\ln 3}{2}$. B. $\frac{\ln 3}{3}$. C. $2\ln 3$. D. $\ln 3$.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = BD = AC = AD = 1$, $(ACD) \perp (BCD)$ và $(ABD) \perp (ABC)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{27}$.

Câu 34: Anh An mua một chiếc xe máy theo hình thức trả góp. Anh An sẽ trả tiền mua xe theo bốn đợt, mỗi đợt cách nhau một năm và thời điểm trả tiền đợt đầu là một năm sau ngày mua xe. Số tiền thanh toán mỗi đợt lần lượt là: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Biết lãi suất áp dụng theo hình thức mua xe của anh An là 8%/năm. Hỏi chiếc xe máy anh An mua có giá trị là bao nhiêu tiền?

- A. 35 412 582 đồng. B. 32 412 582 đồng. C. 34 412 582 đồng. D. 33 412 582 đồng.

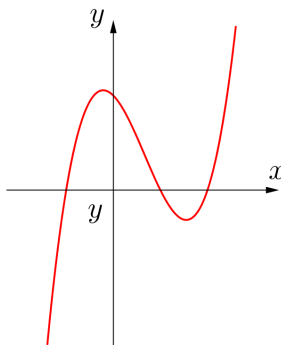
Câu 35: Xét hai điểm A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn các số phức z và $(1 + 3i)z$. Biết rằng diện tích của tam giác OAB bằng 6, môđun của số phức z bằng

- A. 2. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

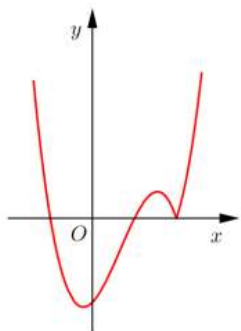
Câu 36: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 3t^2 + 20$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật đạt vận tốc lớn nhất bằng

A. 20 m. B. 28 m. C. 32 m. D. 36 m.

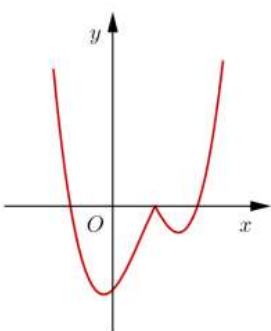
Câu 37: Hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ



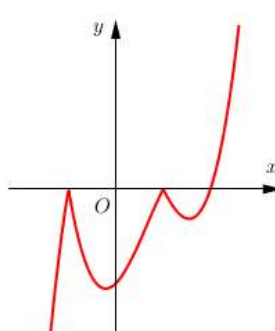
Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



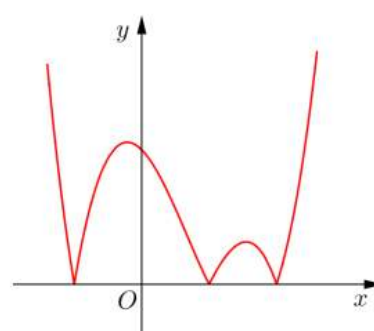
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2.

B. Hình 4.

C. Hình 3.

D. Hình 1.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$, $(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{10}a$.

B. $\frac{\sqrt{30}}{5}a$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

Câu 40: Cho biết $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Biểu thức $T = a^2 + b^2$ bằng

A. 13.

B. 10.

C. 25.

D. 5.

Câu 41: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\sqrt{x}$, $y = x$ và $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng bao nhiêu?

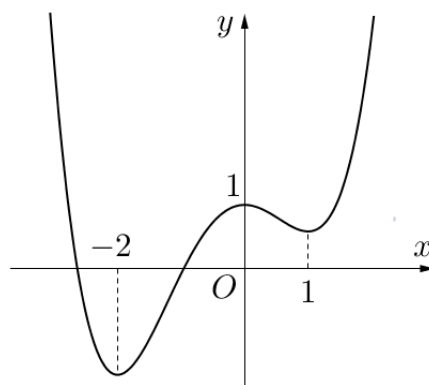
- A. $V = 2\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{2\pi}{3}$. D. $V = \frac{17\pi}{6}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị như hình vẽ. Số cực trị của hàm số $y = f(|x+1|-3)$ là

- A. 7. B. 5.
C. 6. D. 3.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $x^6 [f'(x)]^3 + 27[f(x)-1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. -1. B. 1.
C. 7. D. -7.



Câu 44: Xét tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$, thỏa mãn điều kiện $|f(x)| \leq 1$, với mọi $x \in [-1; 1]$. Gọi m là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\max_{x \in [-2; 2]} f(x) \leq m$. Khi đó m bằng

- A. 8. B. 4. C. 3. D. 7.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2), B(5; 1; 1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 12z + 9 = 0$. Xét đường thẳng d đi qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất. Phương trình của đường thẳng d là

- A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$

Câu 46: Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w + i$ và $2w - 1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $-\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O và có cạnh bằng 1. Gọi S là điểm nằm trên tia $B'O$ sao cho $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{B'O}$. Thể tích của khối đa diện $A'B'C'D'SAB$ bằng

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{6}{7}$.

Câu 48: Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

- A. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. B. $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$. C. $-\frac{1}{4} < m < 0$. D. $5 < m < \frac{21}{4}$.

Câu 49: Có 5 cặp vợ chồng cùng tham gia một trò chơi trải nghiệm. Ban tổ chức yêu cầu chia họ thành 5 đội A, B, C, D, E sao cho mỗi đội có 2 người hoặc là 1 cặp vợ chồng hoặc cùng là nam hoặc cùng là nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia đội?

- A. 6720. B. 6600. C. 22920. D. 120.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là

A. $y - 2z = 0$.

B. $y - z = 0$.

C. $2y + z = 0$.

D. $x + z = 0$.

----- **HẾT** -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	C	A	B	D	B	D	B	A	A	B	D	B	C	C	C	D	D	D	C	A	D	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	C	C	D	A	B	B	A	B	C	B	B	A	B	A	D	D	C	B	C	D	A	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là

- A.** $(-1; 2; 3)$. **B.** $(1; -2; -3)$. **C.** $(1; -2; 0)$. **D.** $(0; 0; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình tổng quát là $z = 0$.

Đường thẳng d đi qua A vuông góc (Oxy) có phương trình
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2, t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$$

Hình chiếu vuông góc của $A(1; -2; 3)$ lên (Oxy) là giao điểm của d và (Oxy) nên là điểm $H(1; -2; 0)$.

Điểm B là điểm đối xứng với A qua (Oxy) nên là điểm đối xứng với A qua H .

Do vậy B có tọa độ là $(1; -2; -3)$.

Câu 2. Thể tích V của khối trụ tròn xoay có diện tích đáy S và chiều cao h được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.** $V = Sh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Sh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **D.** $V = 3Sh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 1 = 0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3?

- A.** $(Q): 2x + 2y - z + 10 = 0$. **B.** $(Q): 2x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$. **D.** $(Q): 2x + 2y - z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; 0; -1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 2; -1)$.

Mặt phẳng (Q) song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3 nên có dạng

$(Q): 2x + 2y - z + d = 0, (d \neq -1)$.

Mặt khác ta có $d(M, (Q)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|1+d|}{\sqrt{4+4+1}} = 3 \Leftrightarrow |d+1| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 8 \\ d = -10 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Do đó $(Q): 2x + 2y - z + 8 = 0$ hoặc $(Q): 2x + 2y - z - 10 = 0$.

Câu 4. Tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A.** $D = (3; +\infty)$. **B.** $D = [3; +\infty)$. **C.** $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số: $x^3 - 27 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = (3; +\infty)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{3}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

C. $\frac{x+2}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+6}{3}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z+3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -3; 6)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-2; 4; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) nhận $\vec{n} = (2; -3; 6)$ làm

vector chỉ phương, khi đó phương trình đường thẳng Δ là: $\frac{x+2}{2} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z-3}{6}$.

Câu 6. Hàm số $y = -x^3 + 12x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-2; 2)$.

C. $(-3; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = -3x^2 + 12.$$

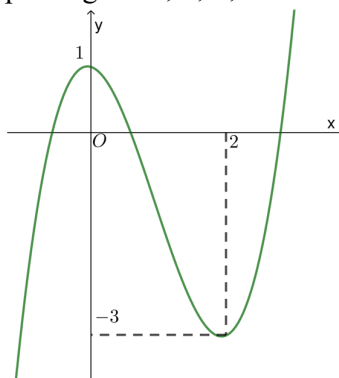
$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$

Dựa vào kết quả xét dấu đạo hàm, ta kết luận: hàm số $y = -x^3 + 12x + 5$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 7. Một trong bốn hàm số cho trong các phương án A, B, C, D sau đây có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = 0$ và $x = 2$ và trong khoảng $(0; 2)$ hàm số nghịch biến nên suy ra chọn đáp án B.

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0$ có đường kính bằng

- A. $\frac{2\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{39}}{3}$. D. $\frac{2\sqrt{39}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(S): 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x + 12y + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + \frac{2}{3} = 0$

Tâm mặt cầu là $I(1; -2; 0)$; Bán kính của mặt cầu là $R = \sqrt{1 + 4 - \frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{13}{3}} = \frac{\sqrt{39}}{3}$.

Suy ra đường kính mặt cầu là: $2R = \frac{2\sqrt{39}}{3}$.

Câu 9. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = 3 - 2\sqrt{2}i$. Giá trị của biểu thức $P = a.b$ bằng

- A. $6\sqrt{2}$. B. $-6\sqrt{2}$. C. $6\sqrt{2}i$. D. $-6\sqrt{2}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = 3 - 2\sqrt{2}i$ nên z có phần thực $a = 3$ và phần ảo $b = -2\sqrt{2}$.

Vậy $P = a.b = 3(-2\sqrt{2}) = -6\sqrt{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên nửa khoảng $[-1; 3)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	-1	0	1	3		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$			1		2	
		-2		-1		

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\min_{x \in [-1; 3)} f(x) = -2$.

B. $\min_{x \in [-1; 3)} f(x) = -1$.

C. $\max_{x \in [-1; 3)} f(x) = 2$.

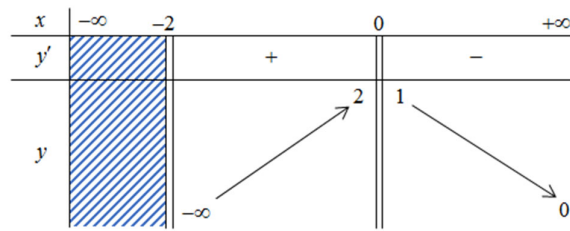
D. $\max_{x \in [-1; 3)} f(x) = 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x) \geq -2 \quad \forall x \in [-1; 3)$ và $f(-1) = -2$ nên $\min_{x \in [-1; 3)} f(x) = -2$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow -2^+} y = -\infty \Rightarrow x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ với $a < b$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

C. $S = \int_a^b f(x) dx$.

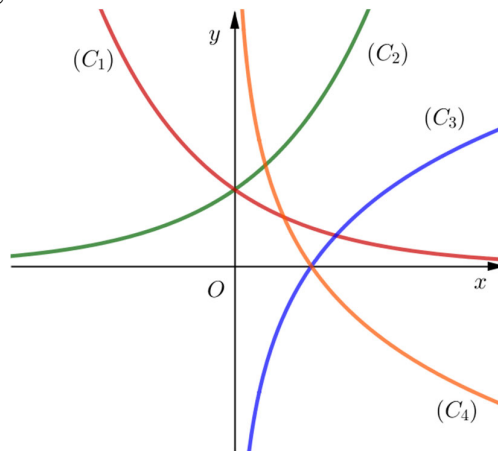
D. $S = \int_a^b f(|x|) dx$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng S : $\begin{cases} y = f(x) \\ Ox: y = 0 \\ x = a \\ x = b \end{cases}$, $(a < b)$ được xác định theo công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 13. Cho bốn đường cong được ký hiệu là (C_1) , (C_2) , (C_3) , (C_4) như hình vẽ bên. Hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị là đường cong



A. (C_1) .

B. (C_4) .

C. (C_2) .

D. (C_3) .

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên tập xác định $D = (0; +\infty)$ nên ta có:

Đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ nằm bên phải trục tung và là đường cong đi lên (tính từ trái sang phải).

Vậy hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị là đường cong (C_3) .

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A.** Hàm số $y = f(x)$ không có cực trị.
B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$.
C. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực tiểu $y = 0$.
D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

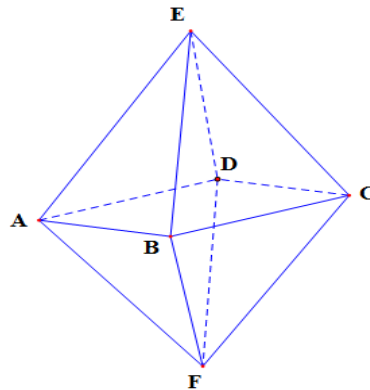
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -2$ nên mệnh đề đúng là B.

Câu 15. Khối bát diện đều có số cạnh là

- A.** 8. **B.** 16. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



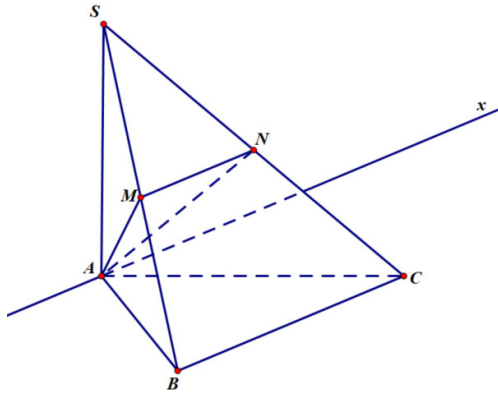
Số cạnh của khối bát diện đều là 12 cạnh.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) , $AB = a$, $SA = 2a$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của SB , SC . Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **C.** $-\frac{\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $MN \parallel BC$ (tính chất đường trung bình) $\Rightarrow MN \parallel (ABC) \Rightarrow (AMN) \cap (ABC) = Ax$.

Dễ thấy, $BC \perp (SAB) \Rightarrow Ax \perp (SAB) \Rightarrow \begin{cases} Ax \perp AB \\ Ax \perp AM \end{cases}$. Vậy góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và

(ABC) là $\widehat{MAB}$. Vì tam giác SAB vuông, nên $\widehat{MAB} = \widehat{SBA}$. Ta có:

$$\cos \widehat{MAB} = \cos \widehat{SBA} = \frac{AB}{SB} = \frac{a}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

- Câu 17.** Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ bằng
- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. 2. D. 4.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Do đó $P = |z_1| + |z_2| = \left| \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| + \left| \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right| = 2$.

- Câu 18.** Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$. Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{-\frac{u_n}{5}}{u_n} = -\frac{1}{5}$ do đó dãy $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$ là một cấp số nhân lùi vô hạn có $u_1 = 3, d = -\frac{1}{5}$.

Suy ra $\lim S_n = \frac{u_1}{1 - q} = \frac{3}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{5}{2}$.

- Câu 19.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 3x - x^2, y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

A. $\int_0^3 (3x - x^2)^2 dx$. B. $\int_0^3 (3x - x^2) dx$. C. $\pi \int_0^3 (3x - x^2) dx$. D. $\pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay có trong đề bài bằng: $V = \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx$.

Câu 20. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 \frac{x}{2}}$ là

- A. $\tan \frac{x}{2} + C$. B. $-2 \tan \frac{x}{2} + C$. C. $-\frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$. **D. $2 \tan \frac{x}{2} + C$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \int f(x) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 \frac{x}{2}} = \int \frac{2d\left(\frac{x}{2}\right)}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 2 \tan \frac{x}{2} + C.$$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $iz = 3 + 4i$. Mô đun của số phức z bằng

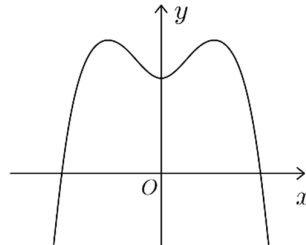
- A. 4. B. $5\sqrt{2}$. **C. 5.** D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } iz = 3 + 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 + 4i}{i} = 4 - 3i. \text{ Khi đó } |z| = \sqrt{4 + (-3)^2} = 5.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0$.** B. $a > 0, b < 0, c > 0$. C. $a < 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$. Suy ra $a < 0$.

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0$. Vì $a < 0$ suy ra $b > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; c)$ nằm trên trục hoành. Do đó $c > 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y = e^{\sqrt{2x}}$ là

- A. $y' = \sqrt{2x} \cdot e^{\sqrt{2x}}$. B. $y' = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{2x}}$.
C. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{2\sqrt{2x}}$. **D. $y' = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = \left(e^{\sqrt{2x}} \right)' = \left(\sqrt{2x} \right)' \cdot e^{\sqrt{2x}} = \frac{(2x)'}{2\sqrt{2x}} \cdot e^{\sqrt{2x}} = \frac{e^{\sqrt{2x}}}{\sqrt{2x}}$$

Câu 24. Bất phương trình $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

A. $x \leq -4$.

B. $x > -4$.

C. $x < -4$.

D. $x \geq -4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có :

$$\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$$

$$\Leftrightarrow x-1 \leq 2x+3 \quad (\text{vì } \frac{\pi}{2} > 1)$$

$$\Leftrightarrow x \geq -4$$

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;4;3)$. Mặt phẳng nào sau đây cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm tứ diện $OABC$?

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{12} + \frac{z}{9} = 1$.

B. $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

C. $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 0$.

D. $12x + 3y + 4z = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mp(P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tứ diện } OABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_O}{4} = \frac{a}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_O}{4} = \frac{b}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_O}{4} = \frac{c}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 16 \\ c = 12 \end{cases}$$

Khi đó mp(P) có phương trình là $\frac{x}{4} + \frac{y}{16} + \frac{z}{12} = 1$ hay $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Vậy mp(P) thỏa mãn là $12x + 3y + 4z - 48 = 0$.

Câu 26. Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n, n \in \mathbb{N}^*$, bằng 180. Khi đó n bằng

A. 8.

B. 14.

C. 10.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot (2x)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k \cdot 2^k \cdot x^k$. Khi đó hệ số của x^2 trong khai triển là $C_n^2 \cdot 2^2$.

Theo giả thiết ta có $C_n^2 \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} \cdot 4 = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90 \Leftrightarrow n = 10$.

Vậy $n = 10$ thỏa mãn bài toán.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{2}$.

B. $\frac{27\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{4}$.

D. $\frac{9a^3}{4}$.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{2}$.

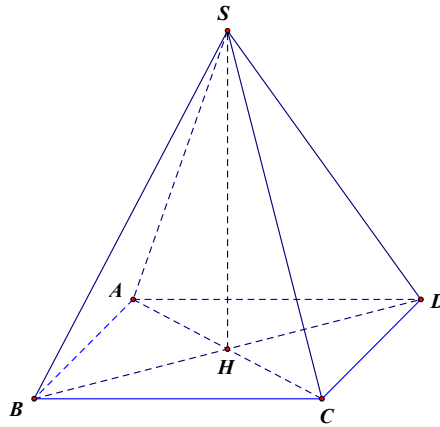
B. $\frac{27\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $\frac{9\sqrt{2}a^3}{4}$.

D. $\frac{9a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có } S_{ABCD} = 9a^2, SH = \sqrt{SB^2 - BH^2} = \sqrt{(3a)^2 - \left(\frac{3a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 9a^2 \cdot \frac{3a\sqrt{2}}{2} = \frac{9a^3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 28. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$. Khi đó

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$.

B. $P = x^{\frac{21}{12}}$.

C. $P = x^{\frac{20}{5}}$.

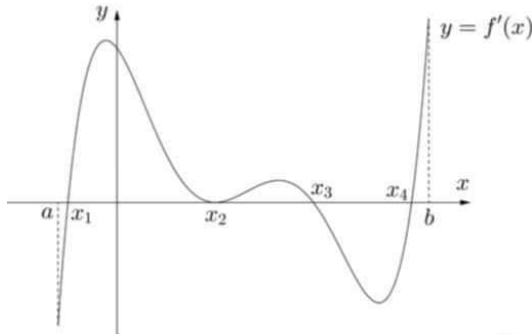
D. $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } P = \sqrt[3]{x^5 \sqrt[4]{x}} = \sqrt[3]{x^5 \cdot x^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{21}{4}}} = x^{\frac{21}{4} \cdot \frac{1}{3}} = x^{\frac{21}{12}}.$$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[a; b]$, có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ là

A. 4.

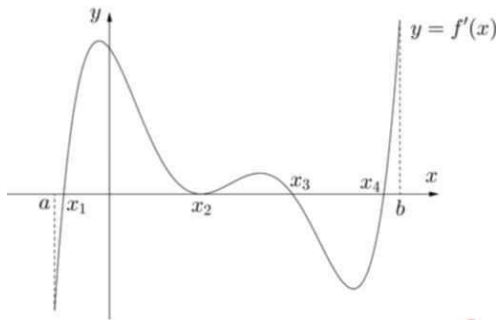
B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn C



Từ đồ thị ta thấy, trên đoạn $[a; b]$, hàm số $y = f'(x)$ đổi dấu khi qua các điểm x_1, x_3, x_4 (không đổi dấu khi đi qua x_2). Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị trên $[a; b]$.

Câu 30. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Thể tích của khối nón nội tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

A. $V = \frac{\pi\sqrt{3}}{108}$.

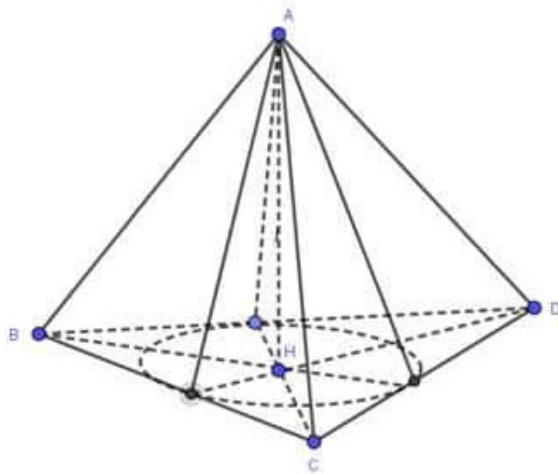
B. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{36}$.

C. $V = \frac{\pi\sqrt{6}}{108}$.

D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Khối nón nội tiếp tứ diện đều $ABCD$ có đỉnh là một đỉnh của tứ diện, giả sử là đỉnh A , và đáy là đường tròn nội tiếp của tam giác BCD . Gọi H là tâm của tam giác đều BCD , khi đó AH là đường cao của tứ diện $ABCD$.

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác } BCD \text{ là } r = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Thể tích của khối nón nội tiếp tứ diện } ABCD \text{ bằng } V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\pi\sqrt{6}}{108}.$$

Câu 31. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ nghịch biến trên $[2; 3]$?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						

$-\infty \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow +\infty$

Ta có: $y' \leq 0 \Leftrightarrow x \in [m; m+2]$.

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$ nghịch biến trên $[2; 3] \Leftrightarrow y' \leq 0, x \in [2; 3]$

$$\Leftrightarrow [2; 3] \subset [m; m+2] \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m+2 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq 2.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $3f(x) - f(-x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$. Tích phân

$\int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{\ln 3}{2}$.

B. $\frac{\ln 3}{3}$.

C. $2 \ln 3$.

D. $\ln 3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $3f(x) - f(-x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} \Rightarrow \int_{-1}^1 [3f(x) - f(-x)] dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}} dx$

$$\Leftrightarrow 3 \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 f(-x) dx = \ln 3. (*)$$

Xét tích phân $\int_{-1}^1 f(-x) dx$

Đặt $t = -x \Leftrightarrow x = -t \Leftrightarrow dx = -dt$.

Đổi cận: $x = -1 \Rightarrow t = 1; x = 1 \Rightarrow t = -1$.

Khi đó: $\int_{-1}^1 f(-x) dx = - \int_1^{-1} f(t) dt = \int_{-1}^1 f(t) dt = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

Do đó: $(*) \Leftrightarrow 3 \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx = \ln 3 \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = \frac{\ln 3}{2}$.

Câu 33. Cho tứ diện $ABCD$ có $BC = BD = AC = AD = 1, (ACD) \perp (BCD)$ và $(ABD) \perp (ABC)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

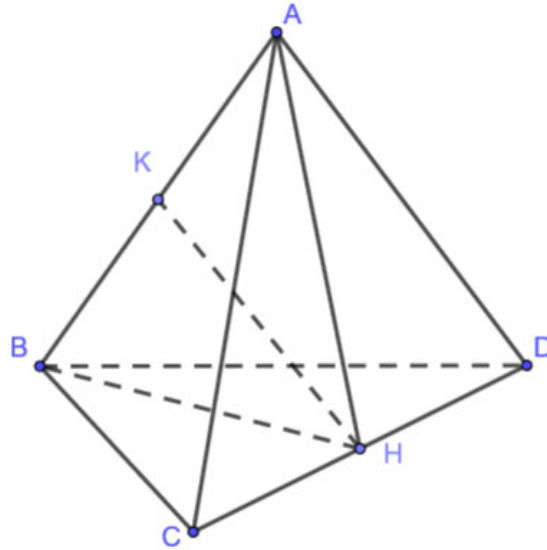
B. $\frac{\sqrt{3}}{27}$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{27}$.

D. $\frac{2\sqrt{2}}{27}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh CD, AB .

Đặt $AH = x, (x > 0)$

- ΔACD và ΔBCD lần lượt cân tại A và D nên AH và BH là hai đường cao tương ứng.

$$\begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ (ACD) \cap (BCD) = CD \Rightarrow AH \perp (BCD) \\ (ACD) \supset AH \perp CD \end{cases}$$

Do đó $AH \perp BH$ (1)

$\Delta ACD = \Delta BCD$ (c.c.c) do đó $AH = BH$ (2 đường cao tương ứng) (2)

Từ (1), (2) suy ra ΔAHB vuông cân tại H .

$$\Rightarrow AB = AH\sqrt{2} = x\sqrt{2} \quad (3)$$

- Chứng minh tương tự ta được ΔCKD vuông cân tại K .

$$\Rightarrow CK = \frac{CD}{\sqrt{2}} = \frac{2.HD}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - x^2}$$

Mặt khác, ΔACD cân tại A có CK là đường cao nên:

$$AB = 2AK = 2\sqrt{AC^2 - CK^2} = 2\sqrt{1 - 2(1 - x^2)} \quad (4)$$

Từ (3), (4) ta có:

$$x\sqrt{2} = 2\sqrt{1 - 2(1 - x^2)}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 4(2x^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (x > 0)$$

$$CD = 2.HD = 2\sqrt{1 - AH^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{3} AH \cdot S_{\Delta BCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{27}$$

Câu 34. Anh An cần mua một chiếc xe máy theo hình thức trả góp. Anh An sẽ trả tiền theo bốn đợt, mỗi đợt cách nhau một năm và thời điểm trả tiền đợt đầu là một năm sau ngày mua xe. Số tiền thanh toán mỗi đợt lần lượt là: 5.000.000 đồng, 6.000.000 đồng, 10.000.000 đồng và 20.000.000 đồng. Biết

lãi suất áp dụng theo hình thức mua xe của anh An là 8% / năm. Hỏi chiếc xe máy anh An mua có giá trị là bao nhiêu tiền?

A. 35412582 đồng. **B.** 32412582 đồng. **C.** 34412582 đồng. **D.** 33412582 đồng.

Lời giải

Chọn B

Gọi A (triệu đồng) là số tiền xe máy anh An mua lúc đầu.

Sau 1 năm, số tiền còn nợ là $A.1,08 - 5$ (triệu đồng).

Sau 2 năm, số tiền còn nợ là $(A.1,08 - 5).1,08 - 6$ (triệu đồng).

Sau 3 năm, số tiền còn nợ là $((A.1,08 - 5).1,08 - 6).1,08 - 10$ (triệu đồng).

Sau 4 năm, số tiền còn nợ là $((((A.1,08 - 5).1,08 - 6).1,08 - 10).1,08 - 20$ (triệu đồng).

Vì đã trả hết nợ sau 4 năm nên:

$$(((A.1,08 - 5).1,08 - 6).1,08 - 10).1,08 - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow A \approx 32,412582 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy ta chọn đáp án **B**.

Câu 35. Xét hai điểm A, B lần lượt là các điểm trong mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn các số phức z và $(1+3i)z$. Biết rằng diện tích của tam giác OAB bằng 6, môđun của số phức z bằng

A. 2.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } OA = |z|, OB = |(1+3i)z| = \sqrt{10}|z|, AB = |z(1+3i-1)| = |3iz| = 3|z|.$$

$$\text{Ta thấy } OB^2 = AB^2 + OA^2 = 10|z|^2 \Rightarrow \triangle OAB \text{ vuông tại } A.$$

$$\text{Do đó } S_{OAB} = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB.OA = \frac{1}{2} 3|z|.|z| = 6 \Rightarrow |z| = 2.$$

Câu 36. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 3t^2 + 20$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Quãng đường vật đi được tính từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc vật đạt vận tốc lớn nhất bằng

A. 20 m.

B. 28 m.

C. 32 m.

D. 36 m.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } v(t) = s' = -\frac{3}{2}t^2 + 6t. \text{ Ta đi tìm } \max_{(0; +\infty)} v(t).$$

$$v'(t) = -3t + 6 \Rightarrow v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

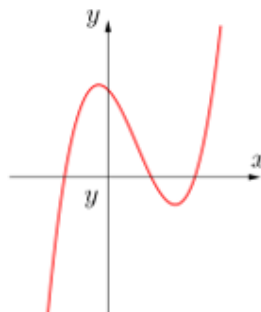
BBT

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	6	$-\infty$

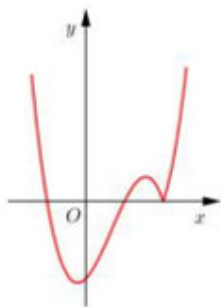
$$\Rightarrow \max_{(0; +\infty)} v(t) = v(2) = 6.$$

$$\text{Vậy quãng đường vật đi được là: } s = -\frac{1}{2}.2^3 + 3.2^2 + 20 = 28 \text{ m.}$$

Câu 37. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ

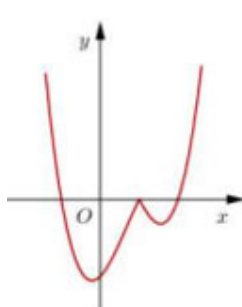


Một trong bốn hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$. Hỏi đó là hình nào?



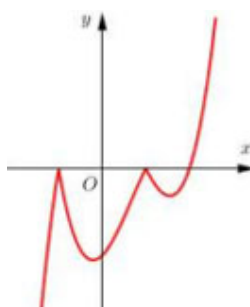
Hình 1

A. Hình 2.



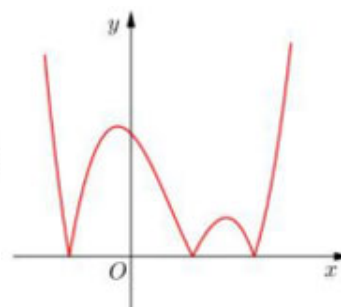
Hình 2

B. Hình 4.



Hình 3

C. Hình 3.



Hình 4

D. Hình 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = (x-2)(x^2-1)$.

$$\text{Ta có } y = (x-2)|x^2-1| = \begin{cases} (x-2)(x^2-1) & \text{khi } x \leq -1 \text{ hay } x \geq 1 \\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } -1 < x < 1 \end{cases}.$$

Cách vẽ đồ thị như sau :

+ Giữ nguyên phần đồ (C) ứng với $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ ta được (C_1) .

+ Lấy đối xứng phần (C) ứng với $x \in (-1; 1)$ qua trục hoành ta được (C_2) .

Khi đó đồ thị hàm số $y = (x-2)|x^2-1|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-1=0$,

$(\beta): 2x+y-z=0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A và song song với cả hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{-2}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}.$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{1}.$

Lời giải

Chọn B

mp (α) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -2; 1)$, mp (β) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

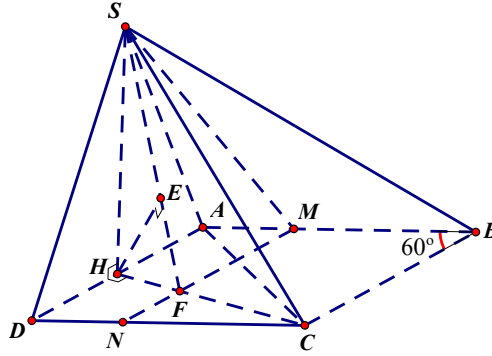
Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (1; 3; 5)$.

Phương trình của đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}.$

- Câu 39.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh là $2a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tam giác SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng
- A. $\frac{\sqrt{30}}{10}a$. B. $\frac{\sqrt{30}}{5}a$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a$.

Lời giải

Chọn B



$$\begin{aligned} \text{Dựng } MN \text{ song song } BC &\Rightarrow d(SM, BC) = d(BC, (SMN)) = d(C, (SMN)) \\ FC = 2FH, HE \perp (SMN) &\Rightarrow d(C, (SMN)) = 2d(H, (SMN)) = 2HE \\ HC = a\sqrt{3} &\Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SH = a\sqrt{3} \\ \frac{1}{HE^2} &= \frac{1}{HF^2} + \frac{1}{HS^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{10}{3a^2} \Rightarrow HE = \frac{\sqrt{30}}{10}a \Rightarrow d(SM, BC) = \frac{\sqrt{30}}{5}a. \end{aligned}$$

- Câu 40.** Cho biết $\int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx = a \ln 5 + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = a^2 + b^2$ bằng
- A. 13. B. 10. C. 25. D. 5.

Lời giải

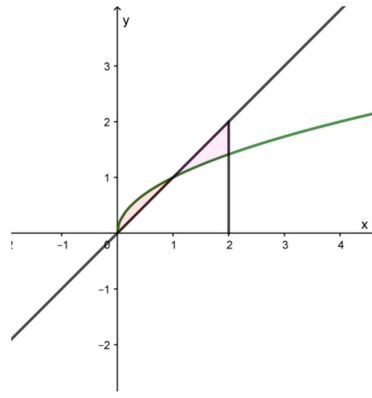
Chọn A

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{x-1}{x^2+4x+3} &= \frac{x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} \\ A &= \frac{x-1}{x+3} \Big|_{x=-1} = -1, B = \frac{x-1}{x+1} \Big|_{x=-3} = 2 \\ \int_0^2 \frac{x-1}{x^2+4x+3} dx &= \int_0^2 \left(\frac{-1}{x+1} + \frac{2}{x+3} \right) dx = -\ln|x+1| \Big|_0^2 + 2\ln|x+3| \Big|_0^2 = -\ln 3 + 2\ln 5 - 2\ln 3 \\ &= 2\ln 5 - 3\ln 3 = a \ln 5 + b \ln 3 \\ &\Rightarrow a = 2, b = -3 \Rightarrow T = 13. \end{aligned}$$

- Câu 41.** Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\sqrt{x}$, $y = x$ và $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng bao nhiêu?
- A. $V = 2\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{2\pi}{3}$. D. $V = \frac{17\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có nhận xét sau, hai đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ và $y = -\sqrt{x}$ khi quay quanh trục Ox sẽ tạo ra hai khối tròn xoay có thể tích bằng nhau.

Do đó, hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -\sqrt{x}$, $y = x$ và $x = 2$ sẽ có cùng thể tích với hình phẳng giới hạn bởi các $y = \sqrt{x}$, $y = x$ và $x = 2$.

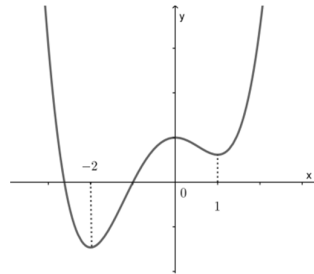
Ta có, phương trình hoành độ giao điểm là $\sqrt{x} = x \Leftrightarrow x = 0, x = 1$.

Vậy, dựa vào hình vẽ

$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - x) dx + \pi \int_1^2 (x - x^2) dx .$$

$$= \pi \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 + \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \pi .$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị như hình vẽ.



Số cực trị của hàm số $y = f(|x+1|-3)$ là

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$y = f(|x+1|-3) = \begin{cases} f(x-2) & ; x \geq -1 \\ f(-x-4) & ; x < -1 \end{cases} .$$

$$\Rightarrow y' = f'(|x+1|-3) = \begin{cases} f'(x-2) & ; x \geq -1 \\ -f'(-x-4) & ; x < -1 \end{cases} .$$

Dựa, vào đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$,

ta có $f'(x) = 0 \Rightarrow x = -2; x = 0; x = 1$.

$$\text{Mặt khác: } f'(x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2 < x < 0 \\ x > 1 \end{cases} \text{ và } f'(x) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 1 \\ x < -2 \end{cases} .$$

Ta có:

$$f'(|x+1|-3) = 0 \Rightarrow f'(x-2) = 0 \Rightarrow x-2 = 0; x-2 = 1 \Rightarrow x = 2; x = 3$$

$$\text{hay } -f'(-x-4)=0 \Rightarrow -x-4=-2 \Rightarrow x=-2.$$

Ta lại có:

$$* f'(|x+1|-3) > 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x-2) > 0 \\ f'(-x-4) < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x-2) > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2 < x-2 < 0 \\ x-2 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 3 \end{cases}.$$

$$\text{Hay } f'(-x-4) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 < -x-4 < 1 \\ -x-4 < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 < x < -4 \\ -2 < x \end{cases}.$$

$$* f'(|x+1|-3) < 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x-2) < 0 \\ f'(-x-4) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x-2) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 0 < x-2 < 1 \\ x-2 < -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 < x < 3 \\ x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Hay } f'(-x-4) > 0 \Rightarrow \begin{cases} -2 < -x-4 < 0 \\ -x-4 > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 < x < -2 \\ -5 < x \end{cases}.$$

Ta sẽ có bảng xét dấu của hàm số $y = f(|x+1|-3)$ như sau

x	$-\infty$	-5	-4	-2	-1	0	2	3	$+\infty$				
$f'(x+1 -3)$		-	+	-	+		-	0	+	0	-	0	+

Vậy, số cực trị của hàm số là 7.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện

$$x^6 [f'(x)]^3 + 27 [f(x)-1]^4 = 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ và } f(1) = 0. \text{ Giá trị của } f(2) \text{ bằng}$$

A. -1.

B. 1.

C. 7.

D. -7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } x^6 [f'(x)]^3 + 27 [f(x)-1]^4 = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{-3(f(x)-1)\sqrt[3]{f(x)-1}} = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow \left[\frac{1}{\sqrt[3]{f(x)-1}} \right]' = \frac{1}{x^2}.$$

$$\text{Do đó } \int \left[\frac{1}{\sqrt[3]{f(x)-1}} \right]' dx = \int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C. \text{ Suy ra } \frac{1}{\sqrt[3]{f(x)-1}} = -\frac{1}{x} + C.$$

$$\text{Có } f(1) = 0 \Rightarrow C = 0. \text{ Do đó } f(x) = 1 - x^3.$$

$$\text{Khi đó } f(2) = -7.$$

Câu 44. Xét tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$, thỏa mãn điều kiện $|f(x)| \leq 1$, với mọi $x \in [-1; 1]$. Gọi m là số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\max_{[-2; 2]} f(x) \leq m$. Khi đó m bằng

A. 8.

B. 4.

C. 3.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Vì } |f(x)| \leq 1, \text{ với mọi } x \in [-1; 1]$$

$$\text{nên } |f(0)| = |c| \leq 1; |f(1)| = |a+b+c| \leq 1; |f(-1)| = |a-b+c| \leq 1.$$

Ta có

$$|f(2)| = |4a + 2b + c| \leq 3|a + b + c| + |a - b + c| + 3|c| \leq 7.$$

$$|f(-2)| = |4a - 2b + c| \leq |a + b + c| + 3|a - b + c| + 3|c| \leq 7.$$

$$|2b| = |(a + b + c) - (a - b + c)| \leq |a + b + c| + |a - b + c| \leq 2 \Rightarrow |b| \leq 1.$$

$$\text{Nếu } -\frac{b}{2a} \notin [-2; 2] \text{ thì } \max_{[-2; 2]} f(x) = \max\{f(2), f(-2)\} \leq 7.$$

$$\text{Nếu } -\frac{b}{2a} \in [-2; 2] \text{ thì } \max_{[-2; 2]} f(x) = \max\left\{f(2), f(-2), f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right\}.$$

Ta có

$$-\frac{b}{2a} \in [-2; 2] \Rightarrow \left|\frac{b}{2a}\right| \leq 2 \Leftrightarrow \left|\frac{b}{4a}\right| \leq 1.$$

$$\left|f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right| = \left|\frac{4ac - b^2}{4a}\right| \leq |c| + \left|\frac{b^2}{4a}\right| \leq 1 + \left|\frac{b}{4a}\right| \leq 2.$$

$$\text{Do đó } \max_{[-2; 2]} f(x) \leq 7 \Rightarrow m = 7.$$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -2)$, $B(5; 1; 1)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 + 6y + 12z + 9 = 0$. Xét đường thẳng d đi qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất. Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 - 4t \\ z = -2 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = -2 - t \end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -3; -6)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + 6^2 - 9} = 6$.

Vì $IA = R$ nên $A \in (S) \Rightarrow d$ đi qua A và vuông góc với $IA \Rightarrow d$ nằm trong (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với IA . Ta có $(P): x + 2y + 2z = 0$.

Mặt khác, ta luôn có: $d(B, d) \geq d(B, (P)) = 3$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow d$ là hình chiếu của đường thẳng AB trên (P) .

Ta tìm hình chiếu H của B trên (P) :

$$\text{Gọi } \Delta \text{ là đường thẳng qua } B \text{ và vuông góc với } (P) \Rightarrow \Delta: \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}.$$

$$\text{Vì } H \text{ là giao điểm của } \Delta \text{ và } (P) \text{ nên tọa độ } H \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} \frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2} \\ x + 2y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow H(4; -1; -1).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2; -2; 1).$$

$$\text{Do đó, } d \text{ là đường thẳng đi qua hai điểm } A \text{ và } H \text{ nên có phương trình: } \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Câu 46. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w+i$ và $2w-1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. $\frac{5}{9}$. B. $-\frac{5}{9}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $w = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Vì $a, b \in \mathbb{R}$ và phương trình $z^2 + az + b = 0$ có hai nghiệm là

$$z_1 = w + i, z_2 = 2w - 1 \text{ nên } z_1 = \overline{z_2} \Leftrightarrow w + i = \overline{2w - 1} \Leftrightarrow x + yi + i = \overline{2(x + yi) - 1}$$

$$\Leftrightarrow x + (y + 1)i = (2x - 1) - 2yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x - 1 \\ y + 1 = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow w = 1 - \frac{1}{3}i \Rightarrow \begin{cases} z_1 = w + i = 1 + \frac{2}{3}i \\ z_2 = 2w - 1 = 1 - \frac{2}{3}i \end{cases}.$$

$$\text{Theo định lý Viet: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -a \\ z_1 \cdot z_2 = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 = -a \\ 1 + \frac{4}{9} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = \frac{13}{9} \end{cases}.$$

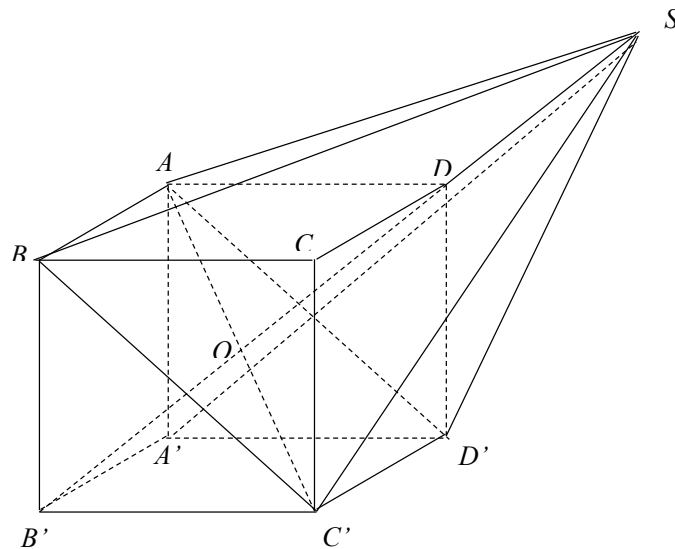
$$\text{Vậy } S = a + b = -\frac{5}{9}.$$

Câu 47. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O và có cạnh bằng 1. Gọi S là điểm nằm trên tia $B'O$ sao cho $\overrightarrow{OS} = 2\overrightarrow{B'O}$. Thể tích của khối đa diện $A'B'C'D'SAB$ bằng

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{A'B'C'D'SAB} = V_{AA'D'.BB'C'} + V_{S.ABC'D'}$.

- $ABA'B'C'D'$ là khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân, có thể tích bằng một nửa thể tích của khối lập phương, tức là $V_{ABA'B'C'D'} = \frac{1}{2}$.
- $S.ABC'D'$ là khối chóp có đáy là hình chữ nhật $ABC'D'$ với $S_{ABC'D'} = AB \cdot BC' = \sqrt{2}$.

Theo giả thiết, ta có $SO = 2B'O$ nên

$$d(S, (ABC'D')) = 2d(B', (ABC'D')) = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } V_{SABC'D'} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC'D'} \cdot d(S, (ABC'D')) = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Vậy: } V_{A'B'C'D'SAB} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}.$$

Câu 48. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3(1-x^2) + \log_{\frac{1}{3}}(x+m-4) = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. $-\frac{1}{4} \leq m \leq 2$. **B.** $5 \leq m \leq \frac{21}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4} < m < 0$. **D.** $5 < m < \frac{21}{4}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x+m-4 > 0 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho tương đương với: $\log_3(1-x^2) = \log_3(x+m-4)$ (1)

$$\Leftrightarrow 1-x^2 = x+m-4 \Leftrightarrow m = -x^2 - x + 5$$

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y = m$ cắt parabol $y = -x^2 - x + 5$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc khoảng $(-1; 1)$.

Xét hàm số $y = -x^2 - x + 5, x \in (-1; 1)$, có $y' = -2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
y'	$+$	0	$-$
y	5	$\frac{21}{4}$	3

Từ đó suy ra bài toán được thỏa mãn khi $5 < m < \frac{21}{4}$.

Câu 49. Có 5 cặp vợ chồng cùng tham gia một trò chơi trải nghiệm. Ban tổ chức yêu cầu chia họ thành 5 đội A, B, C, D, E sao cho mỗi đội có 2 người hoặc là một cặp vợ chồng hoặc cùng nam hoặc cùng nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chia đội.

A. 6720. **B.** 6600. **C.** 22920. **D.** 120.

Lời giải

Chọn A.

TH1 : Mỗi đội là một cặp vợ chồng nên chia 5 đội có $5! = 120$ (cách)

TH2 : - Chọn đội có 1 cặp vợ chồng có : 5 (cách),

- Chọn 2 đội, mỗi đội có 2 nam có : C_4^2 ,

- Chọn 2 đội, mỗi đội có hai nữ có : 1 cách

- Chọn người cho đội có 1 cặp vợ chồng có 5 cách.

- Chọn người cho đội có 2 nam có $C_4^2 \cdot C_2^2$

- Chọn người cho đội có 2 nữ có $C_4^2 \cdot C_2^2$

Nên có $5 \cdot (C_4^2 \cdot C_2^2)^2 \cdot C_4^2 \cdot 5$

TH3: Có 3 đội, mỗi đội là một cặp vợ chồng, 2 đội còn lại một đội có 2 nam và 1 đội có 2 nữ

- Chọn 3 cặp vợ chồng có : C_5^3 (cách)
- Chọn tên đội cho ba cặp vợ chồng có : A_5^3 (cách)
 - Chọn 2 nam có : 1 (cách)
 - Chọn tên đội cho đội 2 nam có : 2 (cách)
 - Chọn 2 nữ có : 1 (cách)
 - Chọn tên đội cho đội 2 nữ có : 1 (cách)
- Nên có $C_5^3 \cdot 2 \cdot A_5^3$

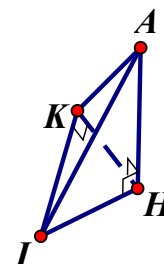
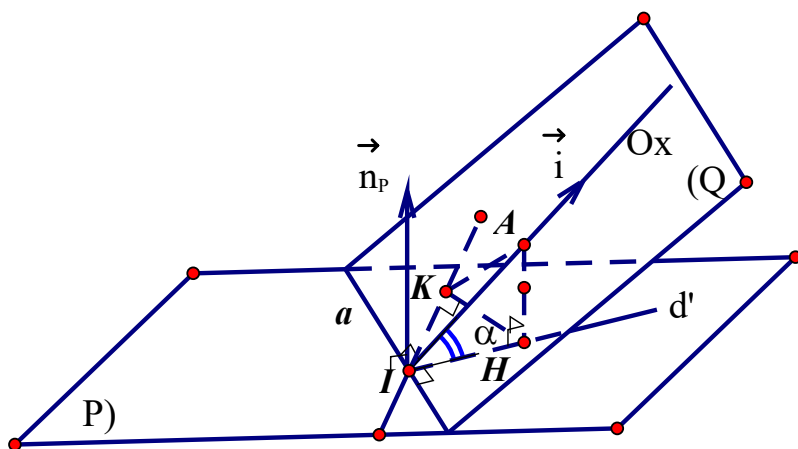
Vậy có $120 + 5400 + 1200 = 6720$.

Câu 50. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục hoành và tạo với (P) một góc nhỏ nhất là

A. $y - 2z = 0$. **B.** $y - z = 0$. **C.** $2y + z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Lời giải

Chọn A



Chứng minh góc giữa (P) và (Q) bé nhất là góc giữa Ox và (P) .

Giả sử $(Q) \equiv (AKI)$. Ta có $((P), (Q)) = \widehat{AKI}$, $(Ox, (P)) = \widehat{AIH}$

Xét $\triangle AHI, \triangle AHK$ là tam giác vuông chung cạnh AH .

$$\triangle IHK, \widehat{K} = 90^\circ \Rightarrow HK \leq HI \Rightarrow \widehat{KAH} \leq \widehat{IAH} \Leftrightarrow 90^\circ - \widehat{AKH} \leq 90^\circ - \widehat{AIH} \Rightarrow \widehat{AKH} \geq \widehat{AIH}$$

Ox có VTCP $\vec{i}(1;0;0)$

(P) có VTPT $\vec{n}_p = (1; -1; 2)$

$$\text{Góc giữa } Ox \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ là } \alpha : \sin \alpha = \frac{|\vec{i} \cdot \vec{n}_p|}{|\vec{i}| \cdot |\vec{n}_p|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\text{Góc giữa } (Q) \text{ và mặt phẳng } (P) \text{ thỏa : } \cos \alpha = \frac{|\vec{n}_p \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_p| \cdot |\vec{n}_Q|} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}.$$

Phương trình mặt phẳng $(Q): By + Cz = 0$

$$\text{Ta có : } \frac{|-B + 2C|}{\sqrt{B^2 + C^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow |-B + 2C| = \sqrt{5B^2 + 5C^2}$$

$$\Leftrightarrow 4B^2 + 4BC + C^2 = 0 \Leftrightarrow C = -2B$$

Chọn $B = 1, C = -2$.

----- **HẾT** -----

