

**Câu 1 (1,0 điểm).** Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số  $y = x^3 - 3x$

**Câu 2 (1,0 điểm).** Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  biết tiếp tuyến đó có hệ số góc  $k = -2$

**Câu 3 (1,0 điểm).**

a) Tìm số phức  $z$  và tính môđun của nó, biết  $z$  thỏa mãn  $iz + 2z = 5i + 2iz$

b) Giải phương trình  $3^{1+x} + 3^{1-x} - 10 = 0$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân sau:  $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1} dx$

**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(0; 0; 5)$ ,  $B(-1; -1; 1)$  và  $C(1; 0; 7)$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C? Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 5?

**Câu 6 (1,0 điểm).**

a) Cho  $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ,  $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ . Tính giá trị của  $A = \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Lớp 12A có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ đi học muộn. Giáo viên chủ nhiệm lớp 12A chọn ngẫu nhiên 7 học sinh trong số 10 học sinh đi học muộn đó để đi lao động. Tính xác suất sao cho trong số 7 học sinh được chọn có số học sinh nam và số học sinh nữ đều lớn hơn 2?

**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại A và B,  $AB = BC = a$ ,  $AD = 2a$ . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SB và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính theo a thể tích của khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC?

**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình vuông  $ABCD$  nội tiếp đường tròn (C) có phương trình  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 40$ . Điểm  $E(5; -5)$  thuộc cạnh BC, DE cắt đường tròn (C) tại giao điểm thứ hai là H, đường thẳng BH cắt đường thẳng DC tại điểm  $K(6; -8)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông  $ABCD$ ?

**Câu 9 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x^2+y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{3}} = x+y \\ 2\sqrt{y^2-2x-1} + \sqrt[3]{x^3-14} = y-2 \end{cases}$$

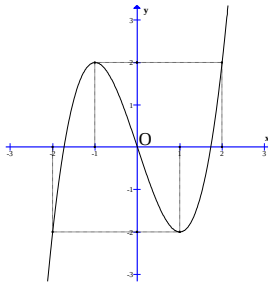
**Câu 10 (1,0 điểm).** Cho  $a, b, c$  là ba số dương thỏa mãn:  $ab + a + b = 3$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{3a}{b+1} + \frac{3b}{a+1} + \frac{ab}{a+b} - 2a^2 - 2b^2$$

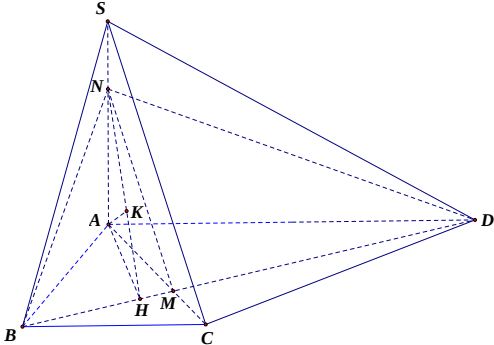
———— Hết ————

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!**

Họ và tên thí sinh: .....; Số báo danh: .....

| ĐÁP ÁN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           | ĐIỂM       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|------------|-----------|-----------|-----|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------|-----|------|-----------|------|
| <b>Câu 1 (1,0 điểm).</b> Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = x^3 - 3x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           | <b>1,0</b> |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| TXĐ: $D = \mathbb{R}$ ;<br>$y' = 3x^2 - 3$ ; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ ; hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$<br>Hàm số đạt cực đại tại $x = -1; y(-1) = 2$ ; Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1; y(1) = -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ ; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$<br><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-1</math></td><td><math>1</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td></tr><tr><td><math>y</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>2</math></td><td><math>-2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> |           | $x$        | $-\infty$ | $-1$      | $1$ | $+\infty$ | $y'$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $y$ | $+\infty$ | $2$ | $-2$ | $+\infty$ | 0,25 |
| $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $-\infty$ | $-1$       | $1$       | $+\infty$ |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| $y'$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $+$       | $0$        | $-$       | $0$       |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| $y$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $+\infty$ | $2$        | $-2$      | $+\infty$ |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Đồ thị: Đồ thị hàm số nhận $O(0;0)$ làm tâm đối xứng và đi qua các điểm $(-2; -2), (2; 2)$<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| <b>Câu 2 (1,0 điểm).</b> Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ biết tiếp tuyến đó có hệ số góc $k = -2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           | <b>1,0</b> |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Ta có $y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$<br>Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho, $\Delta$ là tiếp tuyến cần viết phương trình, $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của $\Delta$ và (C)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Vì $\Delta$ có hệ số góc $k = -2$ nên $y'(x_0) = -2 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 2 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Với $x_0 = 0$ thì $\Delta: y = -2x - 1$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| Với $x_0 = 2$ thì $\Delta: y = -2x + 7$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| <b>Câu 3 (1,0 điểm).</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |           | <b>1,0</b> |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| a) Tìm số phức $z$ và tính môđun của nó, biết $z$ thỏa mãn $iz + 2z = 5i + 2iz$<br>b) Giải phương trình $3^{1+x} + 3^{1-x} - 10 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |           |            |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| a) $iz + 2z = 5i + 2iz \Leftrightarrow (2-i)z = 5i \Leftrightarrow z = \frac{5i}{2-i} \Leftrightarrow z = -1 + 2i$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |
| $ z  = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |           | 0,25       |           |           |     |           |      |     |     |     |     |     |           |     |      |           |      |

| DÁP ÁN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | ĐIỂM       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| b) $3^{1+x} + 3^{1-x} - 10 = 0 \Leftrightarrow 3.3^x + \frac{3}{3^x} - 10 = 0 \Leftrightarrow 3.3^{2x} - 10.3^x + 3 = 0$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,25       |
| $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm <math>x = 1</math> và <math>x = -1</math></p>                                                                                                                                                                                                                 | 0,25       |
| <b>Câu 4 (1,0 điểm).</b> Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}+1} dx$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <b>1,0</b> |
| <p>Đặt <math>t = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow t^2 = x^2+1 \Rightarrow tdt = xdx</math></p> <p>Đổi cận <math>x = 0 \Rightarrow t = 1</math>; <math>x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                   | 0,5        |
| $I = \int_1^2 \frac{t}{t+1} dt = \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt = \left(t - \ln t+1 \right) \Big _1^2 = 1 - \ln \frac{3}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 0,5        |
| <b>Câu 5 (1,0 điểm)</b> Trong hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0;0;5)$ , $B(-1;-1;1)$ và $C(1;0;7)$ . Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C? Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 5?                                                                                                                                                                                            | <b>1,0</b> |
| <p>Ta có <math>\overrightarrow{AB} = (-1; -1; -4)</math>; <math>\overrightarrow{AC} = (1; 0; 2)</math></p> <p>Ta có <math>[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-2; -2; 1)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                             | 0,25       |
| <p>Ta có <math>\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}</math> là hai vector không cùng phương có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P) nên <math>\vec{n} = -[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 2; -1)</math> là một vtpt của (P)</p> <p>Mặt phẳng (P) có phương trình: <math>2x + 2y - z + 5 = 0</math></p>                                                                                                           | 0,25       |
| $M(0; b; 0) \in Oy$ ta có $d(M, (P)) = 5 \Leftrightarrow \frac{ 2b+5 }{3} = 5 \Leftrightarrow  2b+5  = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ b = -10 \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                     | 0,25       |
| Vậy $M(0; 5; 0)$ hoặc $M(0; -10; 0)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 0,25       |
| <b>Câu 6 (1,0 điểm)</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <b>1,0</b> |
| <p>a) Cho <math>\sin \alpha = \frac{3}{5}, \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})</math>. Tính giá trị của <math>A = \cos(2\alpha + \frac{\pi}{4})</math></p> <p>b) Lớp 12A có 5 học sinh nam và 5 học sinh nữ đi học muộn. Giáo viên chủ nhiệm lớp 12A chọn ngẫu nhiên 7 học sinh trong số 10 học sinh đi học muộn đó để đi lao động. Tính xác suất sao cho trong số 7 học sinh được chọn có số học sinh nam và số học sinh nữ đều lớn hơn 2?</p> |            |
| <p>Ta có <math>\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}</math></p> <p>Suy ra <math>\cos \alpha = \frac{4}{5}</math> vì <math>\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})</math>.</p>                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |
| <p>Ta có <math>A = \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 2\alpha - \sin 2\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - 2\sin \alpha \cos \alpha)</math></p> <p><math>= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{16}{25} - \frac{9}{25} - \frac{2.3.4}{25}\right) = -\frac{17\sqrt{2}}{50}</math></p>                                                                                                     | 0,25       |
| <p>b) Phép thử: “Chọn ngẫu nhiên 7 học sinh trong số 10 học sinh đi học muộn của lớp 12A”</p> <p>Ta có <math>n(\Omega) = C_{10}^7 = 120</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 0,25       |

| ĐÁP ÁN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                         | ĐIỂM |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Gọi A là biến cố: “Trong 7 học sinh được chọn có số học sinh nam và số học sinh nữ đều lớn hơn 2”                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                         |      |
| Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^3 C_5^4 + C_5^4 C_5^3 = 100$<br>Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{100}{C_{10}^7} = \frac{5}{6}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
| <b>Câu 7 (1,0 điểm)</b> Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$ , $AD = 2a$ . Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, góc giữa SB và mặt đáy bằng $60^\circ$ . Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1,0  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <p>+) Ta có <math>S_{ABCD} = \frac{1}{2} AB.(BC + AD) = \frac{3a^2}{2}</math></p> <p>Ta có <math>SA \perp (ABCD)</math> nên AB là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (ABCD). Suy ra</p> <p><math>\angle ABS = \angle (AB, SB) = \angle (SB, (ABCD)) = 60^\circ</math></p> | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <p><math>SA = AB \tan 60^\circ = a\sqrt{3}</math></p> <p><math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} . SA . S_{ABCD} = \frac{1}{3} . a\sqrt{3} . \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}</math> (đvtt)</p>                                                                            | 0,25 |
| <p>Gọi <math>M = BD \cap AC</math></p> <p>Dựng <math>Mx // SC</math>, Gọi <math>N = Mx \cap SA</math>,</p> <p>Ta có <math>MN // SC \Rightarrow SC // (BDN) \Rightarrow d(SC, BD) = d(C, (BDN))</math></p> <p>Ta có <math>\begin{cases} BC // AD \\ AD = 2a = 2BC \end{cases}</math> nên <math>\frac{MC}{AM} = \frac{BC}{AD} = \frac{1}{2}</math></p> <p>Suy ra <math>d(SC, DB) = d(C, (BDN)) = \frac{1}{2} d(A, (BDN))</math></p> <p>Dựng <math>AH \perp DB</math>, <math>AK \perp NH</math></p> <p>Ta có <math>AN \perp (ABCD) \Rightarrow AN \perp DB</math>, lại có <math>DB \perp AH</math> nên <math>BD \perp (AHN) \Rightarrow BD \perp AK</math></p> <p>Ta có: <math>\begin{cases} BD \perp AK \\ NM \perp AK \end{cases} \Rightarrow AK \perp (BDN) \Rightarrow d(A, (BDN)) = AK</math></p> |                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
| <p>Ta có tam giác ABD vuông tại A và AH là đường cao nên</p> $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2}$ <p>Ta có <math>MN // SC</math> nên <math>\frac{AN}{AS} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow AN = \frac{2}{3} AS = \frac{2a\sqrt{3}}{3}</math></p> <p>Ta có tam giác ANH vuông tại A và AK là đường cao nên</p> $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{5}{4a^2} + \frac{3}{4a^2} = \frac{2}{a^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ <p>Vậy <math>d(SC, BD) = \frac{1}{2} AK = \frac{a\sqrt{2}}{2}</math></p>                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                         | 0,25 |
| <b>Câu 8 (1,0 điểm)</b> Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD nội tiếp đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 40$ . Điểm $E(5; -5)$ thuộc cạnh BC, DE cắt đường tròn (C)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1,0  |

| ĐÁP ÁN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                               | ĐIỂM |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| tại $H$ , đường thẳng $BH$ cắt đường thẳng $DC$ tại điểm $K(6; -8)$ . Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông $ABCD$ ?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                               |      |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Đường tròn $(C)$ có tâm $I(2; -1)$ bán kính $R = 2\sqrt{10}$<br>Ta có góc $DHB$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $DHB = 90^\circ$<br>Xét tam giác $BDK$ có $BC \perp DK$ , $DH \perp BK$ nên $E$ là trực tâm của tam giác $BDK$ , suy ra $EK \perp BD$ | 0,25 |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | $BD$ đi qua $I$ nhận $\overrightarrow{EK} = (1; -3)$ làm vtpt nên $BD$ có phương trình $x - 3y - 5 = 0$<br>$AC$ đi qua $I$ nhận $\overrightarrow{EK} = (1; -3)$ làm vtcp nên $AC$ có phương trình $3x + y - 5 = 0$                                            | 0,25 |
| Tọa độ của $B, D$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - 3y - 5 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \\ x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$<br>Nếu $B(8; 1), D(-4; -3)$ thì thỏa mãn (vì $B$ và $E$ cùng phía so với đường thẳng $AC$ )<br>Nếu $B(-4; -3), D(8; 1)$ thì không thỏa mãn (vì $B$ và $E$ không cùng phía so với $AC$ )                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| Tọa độ của $A, C$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x + y - 5 = 0 \\ (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -7 \\ x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$<br>Nếu $C(4; -7), A(0; 5)$ thì thỏa mãn (vì $C$ và $E$ cùng phía so với đường thẳng $BD$ )<br>Nếu $A(4; -7), C(0; 5)$ thì không thỏa mãn (vì $C$ và $E$ không cùng phía so với $BD$ )<br>Vậy $A(0; 5), B(8; 1), C(4; -7), D(-4; -3)$                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,25 |
| <b>Câu 9</b> (1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} + \sqrt{\frac{x^2 + xy + y^2}{3}} = x + y & (1) \\ 2\sqrt{y^2 - 2x - 1} + \sqrt[3]{x^3 - 14} = y - 2 & (2) \end{cases}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                               | 1,0  |
| ĐK: $y^2 \geq 2x + 1$<br>Ta thấy điều kiện có nghiệm của phương trình (1) là $x + y \geq 0$<br>Khi đó áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có $\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} = \sqrt{\frac{(1^2 + 1^2)(x^2 + y^2)}{4}} \geq \sqrt{\frac{(x + y)^2}{4}} \text{ hay } \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}} \geq \frac{x + y}{2} \quad (3)$ $\sqrt{\frac{x^2 + xy + y^2}{3}} = \sqrt{\frac{\left(1^2 + \frac{1}{3}\right)\left(\left(x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \frac{3}{4}y^2\right)}{3 \cdot \frac{4}{3}}} \geq \sqrt{\frac{\left(x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}y\right)^2}{4}}$ hay $\sqrt{\frac{x^2 + xy + y^2}{3}} \geq \frac{x + y}{2} \quad (4)$<br>(Chú ý: Ta có thể chứng minh (3), (4) bằng phương pháp biến đổi tương đương) |                                                                                                                                                                                                                                                               | 0,5  |

| ĐÁP ÁN                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                | ĐIỂM       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|------------|----------------|-----------|------|--|---|-----|--|---|------|
| <p>Dấu bằng ở (3) và (4) xảy ra khi <math>x = y</math> (5)</p> <p>Từ (3), (4), (5) suy ra <math>(1) \Leftrightarrow x = y</math>.</p> <p>Với <math>x = y</math> thay vào (2) ta có phương trình <math>2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \sqrt[3]{x^3 - 14} = x - 2</math></p> $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} + \left(\sqrt[3]{x^3 - 14} - x + 2\right) = 0 \quad (6)$ <p>ĐK: <math>\begin{cases} x \geq 1 + \sqrt{2} \\ x \leq 1 - \sqrt{2} \end{cases}</math>. Kết hợp với điều kiện <math>x + y \geq 0</math> và <math>x = y</math> ta được điều kiện <math>x \geq 1 + \sqrt{2}</math></p> <p>Xét hàm số <math>f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 14} - x + 2</math> trên tập <math>[1 + \sqrt{2}; +\infty)</math></p> $f'(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 14)^2}} - 1; \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt[3]{(x^3 - 14)^2} \Leftrightarrow x^6 = (x^3 - 14)^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{7}$ |                |            |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <div><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>1 + \sqrt{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>y'</math></td><td></td><td>+</td></tr><tr><td><math>y</math></td><td></td><td>2</td></tr></table></div> <p>Suy ra <math>f(x) \geq 0, \forall x \in [1 + \sqrt{2}; +\infty)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                | $x$        | $1 + \sqrt{2}$ | $+\infty$ | $y'$ |  | + | $y$ |  | 2 | 0,25 |
| $x$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | $1 + \sqrt{2}$ | $+\infty$  |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| $y'$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |                | +          |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| $y$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                | 2          |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p>Ta có <math>\begin{cases} 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} \geq 0, \forall x \in [1 + \sqrt{2}; +\infty) \\ \sqrt[3]{x^3 - 14} - x + 2 \geq 0, \forall x \in [1 + \sqrt{2}; +\infty) \end{cases}</math> nên <math>(6) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x^2 - 2x - 1} = 0 \\ \sqrt[3]{x^3 - 14} - x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{2}</math></p> <p>Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm <math>x = y = 1 + \sqrt{2}</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                | 0,25       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p><b>Câu 10 (1,0 điểm):</b> Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: <math>ab + a + b = 3</math>. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức <math>P = \frac{3a}{b+1} + \frac{3b}{a+1} + \frac{ab}{a+b} - 2a^2 - 2b^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                | <b>1,0</b> |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p>Đặt <math>t = a + b</math> ta có <math>ab + a + b = 3 \Leftrightarrow t = 3 - ab</math> (1)</p> <p>Ta có a, b, c là các số dương nên từ (1) suy ra <math>0 &lt; t &lt; 3</math> (2)</p> <p>Ta lại có <math>t = 3 - ab \geq 3 - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2</math> hay <math>t \geq 3 - \frac{t^2}{4} \Leftrightarrow t^2 + 4t - 12 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t \leq -6 \end{cases}</math> (3)</p> <p>Từ (2) và (3) suy ra <math>2 \leq t &lt; 3</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                | 0,25       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p>Ta có <math>P = \frac{3(a^2 + b^2) + 3(a+b)}{a+b+ab+1} + \frac{ab}{a+b} - 2(a^2 + b^2) = \frac{-5(a+b)^2 + 3(a+b)}{4} + \frac{ab}{a+b} + \frac{5ab}{2}</math></p> $\leq \frac{-5(a+b)^2 + 3(a+b)}{4} + \frac{\left(\frac{a+b}{2}\right)^2}{a+b} + \frac{5\left(\frac{a+b}{2}\right)^2}{2} \quad \text{Hay } P \leq t - \frac{5t^2}{8}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                | 0,25       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p>Xét hàm số <math>f(t) = t - \frac{5t^2}{8}</math> trên <math>[2; 3)</math></p> <p>Có <math>f'(t) = 1 - \frac{5t}{4} &lt; 0, \forall t \in [2; 3)</math> suy ra hàm số <math>f'(t)</math> nghịch biến trên <math>[2; 3)</math></p> <p>Suy ra <math>f(t) \leq f(2), \forall t \in [2; 3)</math> hay <math>f(t) \leq -\frac{1}{2}, \forall t \in [2; 3)</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                | 0,25       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |
| <p>Vậy P lớn nhất bằng <math>-\frac{1}{2}</math> khi <math>a = b = 1</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                | 0,25       |                |           |      |  |   |     |  |   |      |