

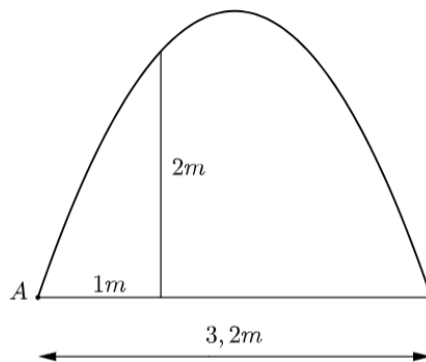
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 02 trang)

Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút

Câu I. (5,0 điểm).

1. Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = mx - m$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2x_1 + m + 3}{x_2} + \frac{2x_2 + m + 3}{x_1} = -4$.

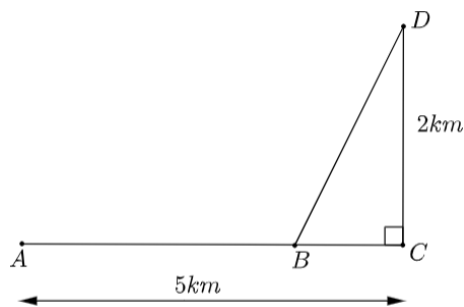
2. Cổng vòm hoa tại một lễ cưới có hình dạng là đường parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng vòm hoa là $3,2m$. Tại vị trí trên cổng vòm hoa có độ cao $2m$ so với mặt đất người ta thả một sợi dây chạm đất cách chân A của cổng vòm hoa một đoạn $1m$ (hình 1). Tính chiều cao của cổng vòm hoa (làm tròn đến hàng phần trăm).



Hình 1

Câu II. (4,0 điểm).

1. Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến một hòn đảo ở vị trí D . Khoảng cách ngắn nhất từ D vào đất liền là $DC = 2km$. Khoảng cách từ A đến C là $5km$. Người ta chọn một vị trí (điểm B) nằm giữa A và C để mắc đường dây điện từ A đến B , rồi từ B đến D (hình 2). Chi phí mắc mỗi km dây điện trên đất liền là $3000USD$, chi phí mắc mỗi km dây điện ngầm dưới biển là $5000USD$. Hỏi điểm B phải cách điểm A bao nhiêu km , biết tổng chi phí mắc dây điện nối từ vị trí A đến vị trí D theo cách trên là $23000USD$.



Hình 2

2. Cho bất phương trình $m(x+1)(x-3) - 2\sqrt{3+2x-x^2} + 3 \geq 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 3]$.

Câu III. (2,0 điểm).

Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện. Một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân, bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân. Mỗi công nhân không làm việc quá 8 giờ một ngày và năng suất lao động của công nhân ở mỗi bộ phận đều như nhau. Thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn. Một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng sản xuất cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất?

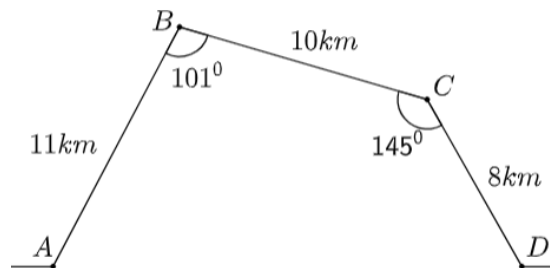
Câu IV. (2,0 điểm).

Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số tự nhiên đó không chia hết cho số 5 nhưng luôn có mặt chữ số 1 và chữ số 5?

Câu V. (4,0 điểm).

1. Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a . Trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm N, M, P sao cho $BN = \frac{a}{3}, CM = \frac{2a}{3}, AP = x$ ($0 < x < a$). Tìm giá trị của x theo a để đường thẳng AN vuông góc với đường thẳng PM .

2. Tại một tỉnh miền núi. Để tránh núi, đường đi phải vòng qua núi như mô hình (hình 3). Biết $AB = 11km$; $BC = 10km$; $CD = 8km$ và $\widehat{ABC} = 101^\circ$; $\widehat{BCD} = 145^\circ$. Tính khoảng cách giữa vị trí A và vị trí D (làm tròn đến hàng phần chục).



Hình 3

Câu VI. (3,0 điểm).

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có điểm $A(1;3)$. Biết điểm $M(6;4)$ thuộc cạnh BC và điểm $N\left(\frac{17}{2}; \frac{9}{2}\right)$ thuộc đường thẳng DC . Chứng minh ba điểm A, M, N thẳng hàng. Tính tỉ số $\frac{NC}{ND}$ và xác định tọa độ các đỉnh B, C, D của hình vuông $ABCD$.

--- HẾT ---

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

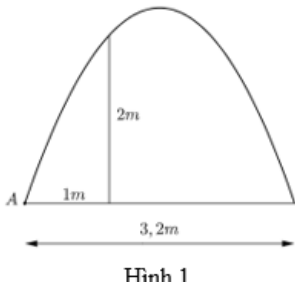
Người coi thi số 1.....Người coi thi số 2.....

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN
(Hướng dẫn chấm gồm 08 trang)

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

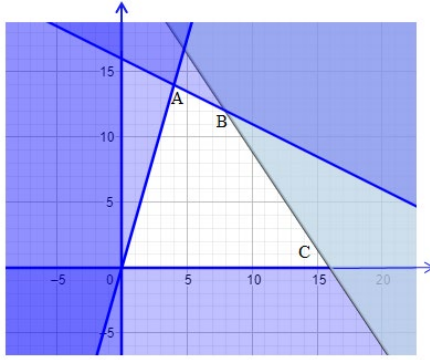
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì vẫn được điểm theo thang điểm tương ứng.
- Đối với bài toán hình học nếu học sinh chứng minh có sử dụng đến hình vẽ thì yêu cầu phải vẽ hình, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không cho điểm phần tương ứng.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

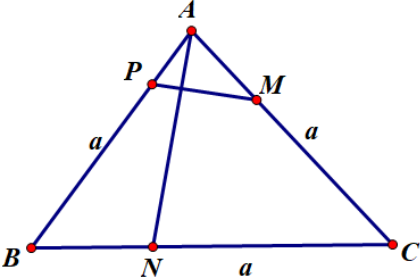
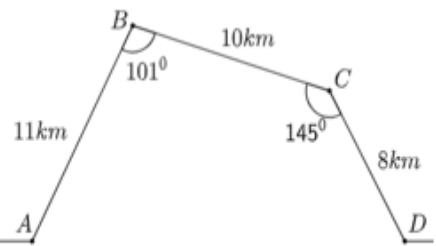
Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
Câu I. (5,0 điểm)	1. Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = mx - m$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{2x_1 + m + 3}{x_2} + \frac{2x_2 + m + 3}{x_1} = -4$.	2,5
	Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x - 3 = mx - m \Leftrightarrow x^2 - (m + 2)x + m - 3 = 0$ (1) d cắt (C) tại hai điểm phân biệt thỏa mãn $\frac{2x_1 + m + 3}{x_2} + \frac{2x_2 + m + 3}{x_1} = -4$ thì phương trình (1) cần phải có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0.	0,5
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0^2 - (m + 2) \cdot 0 + m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-m - 2)^2 - 4(m - 3) > 0 \\ m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 16 > 0 \\ m \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 3$	0,5
	Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) nên: $x_1 + x_2 = m + 2$; $x_1 x_2 = m - 3$ $\frac{2x_1 + m + 3}{x_2} + \frac{2x_2 + m + 3}{x_1} = -4 \Leftrightarrow \frac{2x_1^2 + 2x_2^2 + (m + 3)(x_1 + x_2)}{x_1 x_2} = -4$	0,5
	$\Leftrightarrow 2x_1^2 + 2x_2^2 + (m + 3)(x_1 + x_2) = -4x_1 x_2 \Leftrightarrow 2(x_1 + x_2)^2 + (m + 3)(x_1 + x_2) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow 2(m + 2)^2 + (m + 3)(m + 2) = 0 \Leftrightarrow (m + 2)[2(m + 2) + (m + 3)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -\frac{7}{3} \end{cases}$ Kết hợp điều kiện $m \neq 3$ ta thấy hai giá trị của m đều thỏa mãn. Vậy $m = -2; m = -\frac{7}{3}$.	0,5
	2. Cổng vòm hoa tại một lễ cưới có hình dạng là đường parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng vòm hoa là $3,2m$. Tại vị trí trên cổng vòm hoa có độ cao $2m$ so với mặt đất người ta thả một sợi dây chạm đất cách chân A của cổng vòm hoa một đoạn $1m$ (hình 1). Tính chiều cao của cổng vòm hoa (làm tròn đến hàng phần trăm).	2,5
	 + Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có: $A(0;0)$, $M(1;2)$, $C\left(\frac{16}{5};0\right)$	0,5

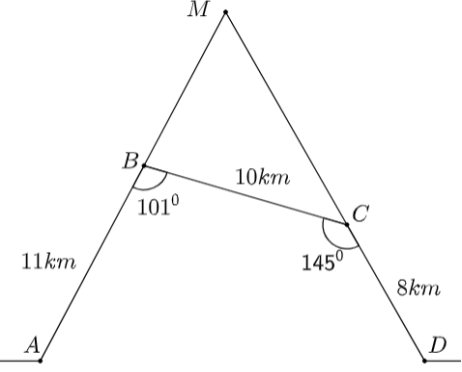
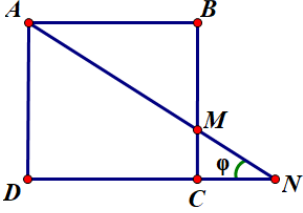
Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	+ Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a < 0$ Parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $A(0;0), M(1;2), C\left(\frac{16}{5};0\right)$ nên ta có: $\begin{cases} 0 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ 2 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = a \cdot \left(\frac{16}{5}\right)^2 + b \cdot \frac{16}{5} + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a + b + c = 2 \\ \left(\frac{16}{5}\right)^2 a + \frac{16}{5}b + c = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow a = -\frac{10}{11}; b = \frac{32}{11}; c = 0$ $\Rightarrow (P): y = -\frac{10}{11}x^2 + \frac{32}{11}x$ Chiều cao của cổng vòm hoa là: $y\left(-\frac{b}{2a}\right) = y\left(\frac{8}{5}\right) = -\frac{10}{11} \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^2 + \frac{32}{11} \cdot \frac{8}{5} = \frac{128}{55} \approx 2,33(m)$	0,5 0,5 0,5
Câu II. (4,0 điểm)	1. Một đường dây điện được nối từ nhà máy điện trên đất liền ở vị trí A đến một hòn đảo ở vị trí D. Khoảng cách ngắn nhất từ D vào đất liền là $DC = 2km$. Khoảng cách từ A đến C là $5km$. Người ta chọn một vị trí (điểm B) nằm giữa A và C để mắc đường dây điện từ A đến B, rồi từ B đến D (hình 2). Chi phí mắc mỗi km dây điện trên đất liền là $3000USD$, chi phí mắc mỗi km dây điện ngầm dưới biển là $5000USD$. Hỏi điểm B phải cách điểm A bao nhiêu km, biết tổng chi phí mắc dây điện nối từ vị trí A đến vị trí D theo cách trên là $23000USD$. Đặt $AB = x(km)$ với $0 < x < 5$. Ta có: $BC = 5 - x(km)$ Xét $\triangle BCD$ vuông tại C ta có: $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{(5-x)^2 + 2^2} = \sqrt{x^2 - 10x + 29}$ Chi phí để mắc dây điện trên đất liền là: $3000x(USD)$ Chi phí để mắc dây điện ngầm dưới biển là: $5000\sqrt{x^2 - 10x + 29}(USD)$ Vì tổng chi phí là $23000(USD)$ nên ta có: $3000x + 5000\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 23000$ $\Leftrightarrow 5000\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 23000 - 3000x \Leftrightarrow 5\sqrt{x^2 - 10x + 29} = 23 - 3x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 23 - 3x \geq 0 \\ 25(x^2 - 10x + 29) = 529 - 138x + 9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{23}{3} \\ 25x^2 - 250x + 725 = 9x^2 - 138x + 529 \end{cases}$	2,0 0,5 0,5 0,5 0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{23}{3} \\ 16x^2 - 112x + 196 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{23}{3} \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3,5. \text{ Vậy điểm } B \text{ cách điểm } A \text{ là: } 3,5(km).$	0,25
	2. Cho bất phương trình $m(x+1)(x-3) - 2\sqrt{3+2x-x^2} + 3 \geq 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;3]$.	2,0
	Xét với $x = -1; x = 3$ ta có: $m \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 3 \geq 0$ luôn đúng $\forall m \in \mathbb{R}$ nên $x = -1; x = 3$ luôn là nghiệm của bất phương trình với mọi m .	0,25
	Xét với $x \in (-1;3)$. Hàm số $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ có bảng biến thiên	0,25
	Dựa vào bảng biến thiên ta có: $0 < f(x) \leq 4$ với $x \in (-1;3)$. $\Rightarrow 0 < \sqrt{3+2x-x^2} \leq 2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} \geq \frac{1}{2}$	0,25
	$m(x^2 - 2x - 3) - 2\sqrt{3+2x-x^2} + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -m(3+2x-x^2) - 2\sqrt{3+2x-x^2} + 3 \geq 0$ $\Leftrightarrow 3\left(\frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}\right)^2 - 2\frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}} \geq m \text{ (do } \sqrt{3+2x-x^2} > 0 \text{)}$	0,25
	Đặt $t = \frac{1}{\sqrt{3+2x-x^2}}, x \in (-1;3) \Leftrightarrow t \geq \frac{1}{2}$. Bất phương trình trở thành $3t^2 - 2t \geq m$ với $t \geq \frac{1}{2}$	0,25
	Lập bảng biến thiên hàm số $g(t) = 3t^2 - 2t$ với $t \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	Từ bảng biến thiên $m \leq -\frac{1}{4}$ thì $3t^2 - 2t \geq m$ với mọi $t \in \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$	0,25
	Vậy $m \leq -\frac{1}{4}$ thì $m(x+1)(x-3) - 2\sqrt{3+2x-x^2} + 3 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1; 3]$	0,25
Câu III. (2,0 điểm)	Một xưởng sản xuất bàn và ghế. Một chiếc bàn cần 1,5 giờ lắp ráp và 1 giờ hoàn thiện. Một chiếc ghế cần 1 giờ lắp ráp và 2 giờ hoàn thiện. Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân, bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân. Mỗi công nhân không làm việc quá 8 giờ một ngày và năng suất lao động của công nhân ở mỗi bộ phận đều như nhau. Thị trường luôn tiêu thụ hết sản phẩm của xưởng và lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn. Một chiếc bàn lãi 600 nghìn đồng, một chiếc ghế lãi 450 nghìn đồng. Hỏi trong một ngày, xưởng sản xuất cần sản xuất bao nhiêu chiếc bàn, bao nhiêu chiếc ghế để thu được tiền lãi cao nhất ?	2,0
	Gọi x là số bàn, y là số ghế mà xưởng sản xuất trong một ngày $x \geq 0; y \geq 0$ ($x, y \in \mathbb{Z}$). Tiền lãi trong một ngày là $F(x; y) = 600x + 450y$ (nghìn đồng)	0,25
	Để sản xuất x chiếc bàn cần: $1,5x$ giờ lắp ráp và x giờ hoàn thiện. Để sản xuất y chiếc ghế cần: y giờ lắp ráp và $2y$ giờ hoàn thiện. Tổng số thời gian lắp ráp x chiếc bàn và y chiếc ghế là: $1,5x + y$ (giờ) Tổng số thời gian hoàn thiện x chiếc bàn và y chiếc ghế là: $x + 2y$ (giờ)	0,25
	Bộ phận lắp ráp có 3 công nhân và mỗi công nhân làm việc không quá 8 giờ một ngày nên ta có: $1,5x + y \leq 3.8 \Leftrightarrow 1,5x + y \leq 24$ Bộ phận hoàn thiện có 4 công nhân và mỗi công nhân làm việc không quá 8 giờ một ngày nên ta có: $x + 2y \leq 4.8 \Leftrightarrow x + 2y \leq 32$ Số lượng ghế tiêu thụ không vượt quá 3,5 lần số bàn nên ta có: $y \leq 3,5x \Leftrightarrow 3,5x - y \geq 0$	0,25
	Ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} 1,5x + y \leq 24 \\ x + 2y \leq 32 \\ 3,5x - y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (I)$	0,25
	+ Bài toán đưa về tìm các số tự nhiên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình (I) sao cho $F(x; y) = 600x + 450y$ có giá trị lớn nhất. + Miền nghiệm (ứng với x, y là hai số thực) của hệ (I) là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0); A(4;14); B(8;12); C(16;0)$	0,5
		
	$F(0;0) = 0; F(4;14) = 8700; F(8;12) = 10200; F(16;0) = 9600$	0,25
	Vậy để thu được tiền lãi cao nhất thì một ngày, xưởng sản xuất 8 chiếc bàn và 12 chiếc ghế. Khi đó tiền lãi mỗi ngày là 10200000 đồng	0,25
Câu	Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Từ tập hợp A có thể lập được bao nhiêu số	2,0

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
IV. (2,0 điểm)	tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số tự nhiên đó không chia hết cho số 5 nhưng luôn có mặt chữ số 1 và chữ số 5?	
	Gọi số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ với $a_i \in A, i \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$, các chữ số a_i đôi một khác nhau. Vì số tự nhiên n không chia hết cho 5 nên: $a_7 \notin \{0;5\} \Rightarrow a_7 \in \{1;2;3;4;6;7;8;9\}$	0,5
	Trường hợp 1 : Nếu $a_7 = 1$ $a_1 = 5$, có A_8^5 cách chọn 5 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{1;5\}$ $a_1 \neq 5$ + Có 5 vị trí cho chữ số 5. + Có 7 cách chọn a_1 (do $a_1 \in A \setminus \{0;5;1\}$) + Có A_7^4 cách chọn 4 chữ số còn lại từ 7 chữ số của tập $A \setminus \{1;5;a_1\}$ $\Rightarrow$ có $5.7.A_7^4$ số. $\Rightarrow$ Trường hợp 1 có: $A_8^5 + 5.7.A_7^4 = 36120$ số.	0,5
	Trường hợp 2: Nếu $a_7 \neq 1$ - Số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau, luôn có số 1 và số 5, có số 0. + Chọn a_7 có 7 cách chọn (do $a_7 \notin \{0;1;5\}$) + Có 5 vị trí cho chữ số 0 + Có A_5^2 vị trí cho hai chữ số 1;5 + Có A_6^3 cách chọn 3 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;0;1;5\}$ $\Rightarrow$ có $7.5.A_5^2.A_6^3$ số. - Số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau, luôn có chữ số 1 và chữ số 5, không có chữ số 0. + Chọn a_7 có 7 cách chọn (do $a_7 \notin \{0;1;5\}$) + Có A_6^2 vị trí cho hai chữ số 1;5 + Có A_6^4 cách chọn 4 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;0;1;5\}$ $\Rightarrow$ có $7.A_6^2.A_6^4$ số. $\Rightarrow$ Trường hợp 2 có: $7.5.A_5^2.A_6^3 + 7.A_6^2.A_6^4 = 159600$ số.	0,5
	Vậy có tất cả: $36120 + 159600 = 195720$ số	0,5
	Tham khảo hướng giải khác: $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ với $a_i \in A, i \in \{1;2;3;4;5;6;7\}$, các chữ số a_i đôi một khác nhau. Vì số tự nhiên n không chia hết cho 5 nên: $a_7 \notin \{0;5\} \Rightarrow a_7 \in \{1;2;3;4;6;7;8;9\}$ Trường hợp 1: $a_7 = 1$. - Xét các số tự nhiên $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó a_1 có thể bằng 0 hoặc khác không. + Chọn a_7 có 1 cách. + Có 6 cách xếp vị trí cho chữ số 5. + Có A_8^5 cách chọn 5 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;5\}$. $\Rightarrow$ có $6.A_8^5$ số. - Xét các số tự nhiên $n = \overline{0a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$ trong đó: + Chọn a_7 có 1 cách. + Có 5 cách xếp vị trí cho chữ số 5. + Có A_7^4 cách chọn 4 số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7;5;0\}$.	

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	$\Rightarrow$ có $1.5.A_7^4$ số. Vậy trường hợp 1 có $6.A_8^5 - 1.5.A_7^4 = 36120$ số. Trường hợp 2: $a_7 \notin \{0; 1; 5\}$. - Xét các số tự nhiên $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$ trong đó a_1 có thể bằng 0 hoặc khác không. - Chọn a_7 có 7 cách. - Có A_6^2 cách xếp vị trí cho chữ số 1 và chữ số 5 vào 6 vị trí còn lại. - Có A_7^4 cách chọn 4 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7; 1; 5\}$. $\Rightarrow$ có $7.A_6^2.A_7^4$ số. - Xét các số tự nhiên $n = \overline{0a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$ trong đó - Chọn a_7 có 7 cách. - Có A_5^2 cách xếp vị trí cho chữ số 1 và chữ số 5 vào 5 vị trí còn lại. - Có A_6^3 cách chọn 3 chữ số còn lại từ tập $A \setminus \{a_7; 1; 5; 0\}$. $\Rightarrow$ có $7.A_5^2.A_6^3$ số. Vậy trường hợp 2 có $7.A_6^2.A_7^4 - 7.A_5^2.A_6^3 = 159600$ số. Vậy có tất cả: $36120 + 159600 = 195720$ số.	
Câu V. (4,0 điểm)	1. Cho tam giác ABC đều có độ dài cạnh bằng a. Trên các cạnh BC, CA, AB lần lượt lấy các điểm N, M, P sao cho $BN = \frac{a}{3}$, $CM = \frac{2a}{3}$, $AP = x$ ($0 < x < a$). Tìm giá trị của x theo a để đường thẳng AN vuông góc với đường thẳng PM.	2,0
	 Ta có $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	0,5
	Ta lại có $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AM} = -\frac{x}{a}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$	0,5
	$AN \perp PM \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{PM} = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) \cdot \left(-\frac{x}{a}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right) = 0$	0,5
	$\Leftrightarrow -\frac{2x}{3a}\overrightarrow{AB}^2 + \frac{2}{9}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \frac{x}{3a}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{9}\overrightarrow{AC}^2 = 0$ $\Leftrightarrow -\frac{2x}{3a}.a^2 + \frac{2}{9}.a^2 \cdot \frac{1}{2} - \frac{x}{3a}.a^2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{9}.a^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{2a^2}{9} - \frac{5xa}{6} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4a}{15}$	0,5
	2. Tại một tỉnh miền núi. Để tránh núi, đường đi phải vòng qua núi như mô hình (hình 3). Biết $AB = 11km$; $BC = 10km$; $CD = 8km$ và $\widehat{ABC} = 101^\circ$; $\widehat{BCD} = 145^\circ$. Tính khoảng cách giữa vị trí A và vị trí D (làm tròn đến hàng phần chục).  Hình 3	2,0
	Gọi M là giao điểm của AB và CD.	0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	 $\widehat{MBC} = 180^\circ - 101^\circ = 79^\circ$; $\widehat{MCB} = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$ Trong tam giác MBC ta có: $\widehat{BMC} = 180^\circ - \widehat{MBC} - \widehat{MCB} = 180^\circ - 79^\circ - 35^\circ = 66^\circ$ $\widehat{AMD} = \widehat{BMC} = 66^\circ$ Áp dụng định lí sin trong tam giác MBC ta có: $\frac{BC}{\sin \widehat{BMC}} = \frac{BM}{\sin \widehat{MCB}} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin 66^\circ} = \frac{BM}{\sin 35^\circ} \Rightarrow BM = \frac{10 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 66^\circ}$ $\frac{BC}{\sin \widehat{BMC}} = \frac{CM}{\sin \widehat{MBC}} \Leftrightarrow \frac{10}{\sin 66^\circ} = \frac{CM}{\sin 79^\circ} \Rightarrow CM = \frac{10 \cdot \sin 79^\circ}{\sin 66^\circ}$ $AM = AB + BM = 11 + \frac{10 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 66^\circ}$; $DM = DC + CM = 8 + \frac{10 \cdot \sin 79^\circ}{\sin 66^\circ}$ Xét tam giác AMD có: $AD^2 = MA^2 + MD^2 - 2.MA.MD.\cos \widehat{AMD}$ $\Rightarrow AD = \sqrt{MA^2 + MD^2 - 2.MA.MD.\cos \widehat{AMD}} \approx 19,7(km)$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,5 0,25
Câu VI. (3,0 điểm)	Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có điểm $A(1;3)$. Biết điểm $M(6;4)$ thuộc cạnh BC và điểm $N\left(\frac{17}{2}; \frac{9}{2}\right)$ thuộc đường thẳng DC. Chứng minh A, M, N thẳng hàng. Tính tỉ số $\frac{NC}{ND}$ và xác định tọa độ các đỉnh B, C, D của hình vuông $ABCD$. Với $A(1;3)$, $M(6;4)$, $N\left(\frac{17}{2}; \frac{9}{2}\right)$ ta có: $\overrightarrow{AN} = \left(\frac{15}{2}; \frac{3}{2}\right)$; $\overrightarrow{MN} = \left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ Vì $\overrightarrow{AN} = 3.\overrightarrow{MN}$ nên A, M, N thẳng hàng Do điểm M thuộc cạnh BC nên ta có hình vẽ.  $MC \parallel AD$ nên $\triangle NCM$ đồng dạng với $\triangle NDA$ $\Rightarrow \frac{NC}{ND} = \frac{NM}{NA} = \frac{ \overrightarrow{NM} }{ \overrightarrow{NA} } = \frac{ \overrightarrow{MN} }{ \overrightarrow{AN} } = \frac{1}{3}$ Xét hình vuông $ABCD$ có cạnh có độ dài bằng $a(a > 0)$ $ND = 3NC \Leftrightarrow NC + CD = 3NC \Leftrightarrow CD = 2NC \Leftrightarrow NC = \frac{CD}{2} \Leftrightarrow NC = \frac{a}{2}$ $ND = NC + CD = \frac{a}{2} + a = \frac{3a}{2}; \cos \widehat{DNA} = \frac{ND}{AN} = \frac{ND}{\sqrt{ND^2 + AD^2}} = \frac{\frac{3a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$	3,0 0,5 0,5 0,25

Câu	Sơ lược lời giải	Điểm
	+ $A(1;3), M(6;4) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (5;1)$ là 1 vtcp của $AM \Rightarrow \overrightarrow{n_{AM}} = (1;-5)$ là 1 vtpt của AM Gọi $\vec{n}(a;b)$ là vtpt của đường thẳng CD với $a^2 + b^2 > 0$ $\cos \widehat{AND} = \left \cos(\overrightarrow{n_{AM}}, \vec{n}) \right = \frac{ \overrightarrow{n_{AM}} \cdot \vec{n} }{ \overrightarrow{n_{AM}} \cdot \vec{n} }$	0,25
	$\frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{ 1 \cdot a - 5 \cdot b }{\sqrt{1^2 + (-5)^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow \frac{9}{13} = \frac{a^2 - 10ab + 25b^2}{26(a^2 + b^2)}$ $\Leftrightarrow 18a^2 + 18b^2 = a^2 - 10ab + 25b^2 \Leftrightarrow 17a^2 + 10ab - 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ a = \frac{7}{17}b \end{cases}$	0,25
	Nếu $b = 0$ thì $a = 0$ (loại vì không thỏa mãn $a^2 + b^2 > 0$). Với $b \neq 0$, chọn $b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{7}{17} \end{cases}$	0,25
	Trường hợp 1: $a = -1; b = 1$. Đường thẳng CD đi qua điểm $N\left(\frac{17}{2}; \frac{9}{2}\right)$, nhận $\vec{n}(-1;1)$ làm một vectơ pháp tuyến $\Rightarrow CD: x - y - 4 = 0$ AB đi qua $A(1;3)$ và $AB // CD \Rightarrow AB: x - y + 2 = 0$ AD đi qua $A(1;3)$ và $AD \perp CD \Rightarrow AD: x + y - 4 = 0$ BC đi qua $M(6;4)$ và $BC \perp CD \Rightarrow BC: x + y - 10 = 0$	0,25
	$AD \cap CD = \{D\} \Rightarrow D$ có toạ độ là nghiệm của $\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow D(4;0)$ $AB \cap BC = \{B\} \Rightarrow B$ có toạ độ là nghiệm của $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow B(4;6)$ $CD \cap BC = \{C\} \Rightarrow C$ có toạ độ là nghiệm của $\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow C(7;3)$	0,25
	Trường hợp 2: $a = \frac{7}{17}; b = 1$. Cách làm tương tự trường hợp 1 ta có: $CD: 7x + 17y - 136 = 0; AB: 7x + 17y - 58 = 0;$ $AD: 17x - 7y + 4 = 0; BC: 17x - 7y - 74 = 0$	0,25
	$D\left(\frac{34}{13}; \frac{90}{13}\right); B\left(\frac{64}{13}; \frac{18}{13}\right); C\left(\frac{85}{13}; \frac{69}{13}\right)$. Kiểm tra thấy điểm M nằm trên cạnh BC nên cả hai trường hợp đều thỏa mãn.	0,25

---HẾT---