

(Đề thi có 06 trang)

Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 105

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 7x + 5$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 là:

- A. $y = 5x + 13$. B. $y = -5x - 13$. C. $y = -5x + 13$. D. $y = 5x - 13$.

Câu 2. Giá trị của giới hạn $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1}$ là

- A. -2 . B. Không tồn tại. C. 1 . D. 2 .

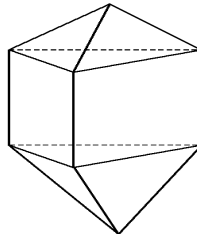
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			1			$+\infty$	

Tìm m để phương trình $2f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt

- A. $m = -1$. B. $m = -2$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

Câu 4. Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên:

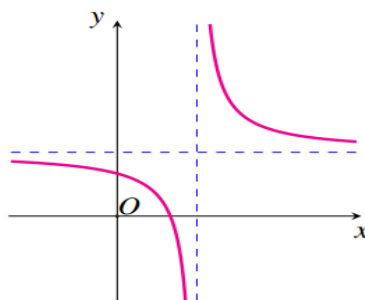


- A. 9. B. 11. C. 10. D. 12.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. C_{10}^4 . B. $9.A_9^3$. C. A_{10}^4 . D. $9.C_9^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. $ab > 0$. B. $ac > 0$. C. $ad > bc$. D. $cd > 0$.

Câu 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ với trục hoành là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 8. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau và $OA = OB = OC = 3a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và OB .

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3a}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

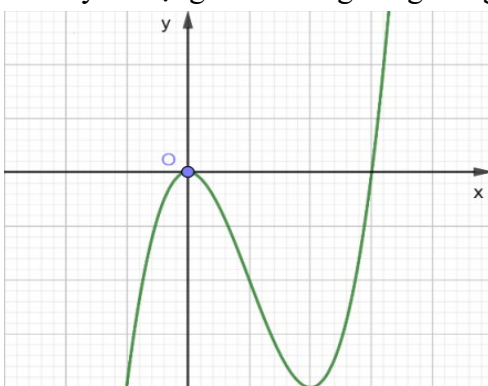
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^2 - 2x$. C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 11. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ sau



- A. $y = x^4 - 3x^2$. B. $y = x^3 - 3x^2$. C. $y = -x^4 + 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

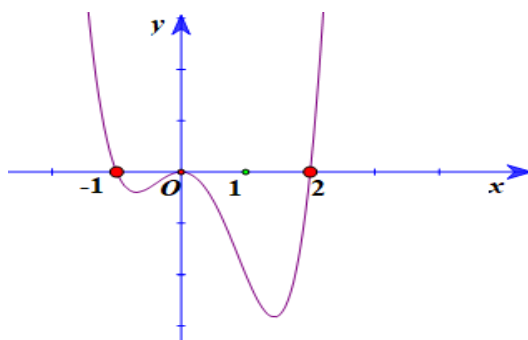
Câu 12. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 13. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích khối chóp đó.

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. 2. C. 4. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm $f'(x)$ như hình vẽ



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng:

- A. 0. B. 21. C. 1. D. 136

Câu 16. Số cách chia 15 học sinh thành 3 nhóm A, B, C lần lượt gồm 4, 5, 6 học sinh là:

- A. $C_{15}^4 + C_{15}^5 + C_{15}^6$. B. $C_{15}^4 \cdot C_{11}^5 \cdot C_6^6$. C. $A_{15}^4 \cdot A_{11}^5 \cdot A_6^6$. D. $C_{15}^4 + C_{11}^5 + C_6^6$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$					2	
			-3				$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = -2$. D. $x = -3$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $V = a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2}, \forall x \neq 0$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0; +\infty)$ là

- A. $f(1)$. B. $f(3)$. C. $f(0)$. D. $f(-2)$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x - 5$. Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là $[a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng

- A. 6. B. -3. C. 5. D. -1.

Câu 22. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$.

- A. $-\frac{4}{27}$. B. $\frac{4}{27}$. C. 5. D. -5.

Câu 23. Hàm số $y = \left| (x-1)^3 (x+1) \right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $20\pi a^2$. B. $\frac{5}{3}\pi a^2$. C. $5\pi a^2$. D. $\frac{20}{3}\pi a^2$.

Câu 25. Đặt $\log_2 5 = a$, $\log_3 2 = b$. Tính $\log_{15} 20$ theo a và b ta được

- A. $\log_{15} 20 = \frac{2b+1}{1+ab}$. B. $\log_{15} 20 = \frac{2b+a}{1+ab}$. C. $\log_{15} 20 = \frac{b+ab+1}{1+ab}$. D. $\log_{15} 20 = \frac{2b+ab}{1+ab}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có ΔABC vuông tại B , $BA = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{5}}{4}$. C. $R = a\sqrt{5}$. D. $R = 2a\sqrt{5}$.

Câu 27. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là:

- A. 30° . B. 90° . C. 45° . D. 60° .

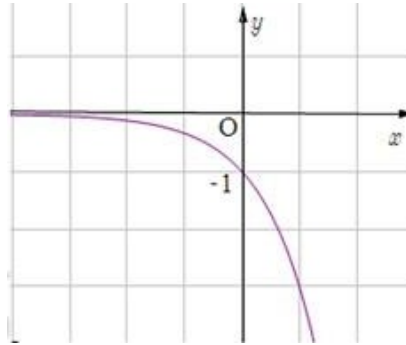
Câu 28. Tính thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài cạnh đáy của lăng trụ bằng 2 đồng thời góc tạo bởi $A'C$ và đáy $(ABCD)$ bằng 30° .

- A. $V = \frac{8\sqrt{6}}{9}$. B. $V = 8\sqrt{6}$. C. $V = 24\sqrt{6}$. D. $V = \frac{8\sqrt{6}}{3}$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA = 3a$, SO vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $2a^3\sqrt{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -\frac{1}{3^x}$. B. $y = \frac{1}{3^x}$. C. $y = -3^x$. D. $y = 3^x$.

Câu 31. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. B. $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. C. $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. D. $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Câu 32. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm của Việt Nam là 1,07%. Năm 2016, dân số của Việt Nam là 93.422.000 người. Hỏi với tỷ lệ tăng dân số như vậy thì năm 2026 dân số Việt Nam gần với kết quả nào nhất?

- A. 122 triệu người. B. 115 triệu người. C. 118 triệu người. D. 120 triệu người.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa $A'D$ và CD' bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 34. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $AB = AC = a$, $AA' = \sqrt{2}a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AB'A'C$ là

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $4\pi a^3$. C. πa^3 . D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AC = a\sqrt{3}$ và $BC = a$. Tính khoảng cách giữa SD và BC .

- A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $2a\sqrt{2}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ có đồ thị là đường cong (H) và đường thẳng Δ có phương trình

$y = x + 1$. Số giá trị nguyên của tham số m nhỏ hơn 10 để đường thẳng Δ cắt đường cong (H) tại hai điểm phân biệt nằm về hai nhánh của đồ thị.

- A. 26. B. 10. C. 24. D. 12.

Câu 37. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-3)x^2 + m^2$ không có điểm cực đại là

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 0.

Câu 38. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $3\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 39. Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y = (2m-1)x^4 - mx^2 + 8$ tại điểm có hoành độ $x = 1$ vuông góc với đường thẳng $(d): 2x - y - 3 = 0$.

- A. $m = \frac{9}{2}$. B. $m = -\frac{1}{2}$. C. $m = \frac{7}{12}$. D. $m = 2$.

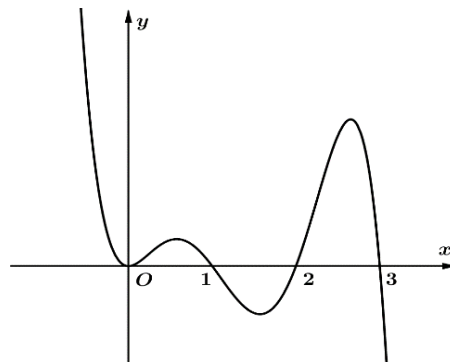
Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , gọi M là trung điểm của cạnh AA' , biết rằng $AB = 2a$; $BC = a\sqrt{7}$ và $AA' = 6a$. Khoảng cách giữa $A'B$ và CM là:

- A. $\frac{a\sqrt{13}}{13}$. B. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$. C. $a\sqrt{13}$. D. $\frac{3a}{\sqrt{13}}$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = 1$, mặt phẳng $(ABC) \perp (ABD)$ và $(ACD) \perp (BCD)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) là:

- A. $2\sqrt{6}$. B. $\frac{6}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 42. Cho hàm đa thức $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Có bao nhiêu giá trị của $m \in [0; 6]$; $2m \in \mathbb{Z}$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 2|x-1| - 2x + m)$ có đúng 9 điểm cực trị?

- A. 7. B. 5. C. 3. D. 6.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)+2}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$	$\nearrow$ 1	$\searrow$	$\nearrow$ $+\infty$
		-2		-3	

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[2;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên

x	2	3	$\frac{7}{2}$	4
$f(x)$	4	3	$\sqrt{11}$	2

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x + 2\sqrt{x^2 - 2x} = m.f(x)$ có nghiệm thuộc đoạn $[2;4]$?

A. 3.

B. 6.

C. 5.

D. 4.

Câu 45. Cho hàm số $y = (x+1)(2x+1)(3x+1)(m+|2x|)$ và $y = -12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3$ có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2020;2020]$ để (C_1) cắt (C_2) tại 3 điểm phân biệt.

A. 2020.

B. 4040.

C. 2021.

D. 4041.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, $BC = y$, $AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng

A. $4\sqrt{3}$.B. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.C. $\sqrt{3}$.D. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 47. Một hộp đựng 3 viên bi màu xanh, 5 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu đen. Chọn ngẫu nhiên đồng thời từ hộp 4 viên bi, tính xác suất để 4 viên bi được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh?

A. $\frac{2295}{5985}$.B. $\frac{2259}{5985}$.C. $\frac{2085}{5985}$.D. $\frac{2058}{5985}$.

Câu 48. Cho 4 số a, b, c, d thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 = 4a + 6b - 9$ và $3c + 4d = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$?

A. $\frac{8}{5}$.B. $\frac{64}{25}$.C. $\frac{7}{5}$.D. $\frac{49}{25}$.

Câu 49. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $\log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+2y)$. Giá trị tỉ số $\frac{x}{y}$ là

A. $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$.B. $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$.C. $\sqrt{2} + 1$.D. $\sqrt{2} - 1$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N là trung điểm của SA, SB . Mặt phẳng $MNCD$ chia hình chóp đã cho thành hai phần. tỉ số thể tích hai phần $S.MNCD$ và $MNABCD$ là

A. 1.

B. $\frac{4}{5}$.C. $\frac{3}{4}$.D. $\frac{3}{5}$.

----- HẾT -----

<https://toanmath.com/>

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Tổng câu trắc nghiệm: 50.

Mã đề Câu	105	216	327	438	5	4	9	660	771	8	8	2
1	C	A	C	D	B	A	A	A	A	A	A	A
2	C	D	A	C	D	D	D	D	D	D	D	D
3	B	C	D	C	C	D	C	C	C	D	D	D
4	A	B	B	B	B	C	C	C	C	C	C	C
5	B	D	B	A	C	B	D	A	A	A	A	A
6	B	B	A	D	D	C	D	B	B	B	B	B
7	D	B	D	A	D	B	A	A	A	A	A	A
8	A	A	D	B	A	D	B	B	B	B	B	B
9	B	D	C	A	C	B	A	A	A	A	A	A
10	A	B	B	D	B	A	C	C	C	C	C	C
11	B	D	A	C	C	A	B	A	A	A	A	A
12	D	A	B	C	B	D	D	D	D	D	D	D
13	A	A	B	D	A	B	B	B	B	B	B	B
14	C	C	D	D	D	B	A	C	C	C	C	C
15	D	D	C	C	B	A	A	A	A	A	A	A
16	B	C	C	A	C	A	C	B	B	B	B	B
17	A	D	A	B	A	A	D	D	D	D	D	D
18	C	C	B	D	B	C	D	C	C	C	C	C
19	A	D	C	B	B	D	C	C	C	C	C	C
20	C	C	B	C	A	C	A	A	A	A	A	A
21	B	C	A	A	C	B	C	B	B	B	B	B
22	D	A	C	B	C	D	B	A	A	A	A	A
23	C	B	D	B	A	D	C	D	D	D	D	D
24	C	B	D	D	D	B	A	C	C	C	C	C
25	D	A	A	A	D	A	B	C	C	C	C	C
26	A	A	C	C	A	C	D	D	D	D	D	D
27	D	C	D	B	A	C	B	C	C	C	C	C
28	D	D	A	A	D	C	C	C	C	C	C	C
29	C	C	D	A	B	C	B	C	C	C	C	C
30	C	B	D	D	B	D	B	D	D	D	D	D
31	C	D	A	D	A	A	D	A	A	A	A	A
32	B	B	B	C	D	D	A	B	B	B	B	B
33	B	D	A	B	B	C	B	C	C	C	C	C

34	D	A	B	A	A	A	D	C
35	A	A	D	B	C	A	A	A
36	B	C	C	D	B	C	D	A
37	A	D	B	D	C	D	B	D
38	A	D	D	B	C	B	B	D
39	C	B	B	B	C	A	A	A
40	D	A	D	A	D	D	A	C
41	D	B	B	D	C	A	D	A
42	D	A	A	D	B	D	A	B
43	A	D	C	C	C	C	B	C
44	C	D	B	B	C	A	C	C
45	C	D	A	B	D	B	A	B
46	D	B	D	A	C	A	C	C
47	A	D	D	A	C	D	A	A
48	D	C	B	C	D	A	A	D
49	D	C	C	B	A	D	C	D
50	D	D	A	D	A	A	C	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1-C	2-C	3-B	4-A	5-B	6-B	7-D	8-A	9-B	10-A
11-B	12-D	13-A	14-C	15-D	16-B	17-A	18-C	19-A	20-C
21-B	22-D	23-C	24-C	25-A	26-A	27-D	28-D	29-C	30-C
31-C	32-B	33-B	34-A	35-A	36-B	37-A	38-A	39-C	40-C
41-D	42-D	43-C	44-D	45-C	46-D	47-A	48-D	49-D	50-D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn C.

Ta có $y' = 3x^2 - 12x + 7, x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 3, y'(2) = -5$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M_0(2;3)$ có dạng $y = f'(x_0)(x - x_0) + y_0$ thay số vào ta được $y = -5(x - 2) + 3 \Leftrightarrow y = -5x + 13$.

Câu 2: Chọn C.

Vì hàm số $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1}$ xác định tại $x = -1$ nên $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 1}{x^2 + 1} = \frac{(-1)^3 + 2 \cdot (-1)^2 + 1}{(-1)^2 + 1} = 1$.

Câu 3: Chọn B.

Xét phương trình $2f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{m}{2}$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y = -\frac{m}{2}$ cắt đồ thị

$y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -\frac{m}{2} = 1 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 4: Chọn A.

Câu 5: Chọn B.

Gọi số cần tìm có dạng: $x = \overline{abcd}$

Chọn $a \neq 0$ có 9 cách.

Chọn $\overline{bcd}$ có A_9^3 cách.

Vậy có $9 \cdot A_9^3$ cách chọn được số cần tìm.

Câu 6: Chọn B.

Giao của đồ thị với trục hoành là $x = -\frac{b}{a}$. Dựa vào đồ thị ta có $x = -\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$ nên loại **A**.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{a}{c}$ nên $y = \frac{a}{c}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị. Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0$ nên chọn **B**.

$y = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$. Dựa vào đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad < bc$ do đó loại **C**.

Do $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{d}{c}\right)^+} y = +\infty$ nên $x = -\frac{d}{c}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị. Dựa vào đồ thị ta có đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \Leftrightarrow cd < 0$ nên loại **D**.

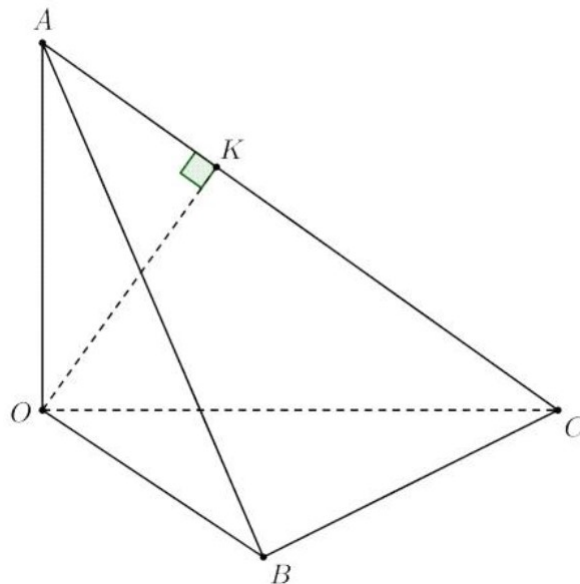
Câu 7: Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$ và trục hoành là

$$x^3 - 3x^2 - 9x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \approx -1,67 \\ x \approx -0,24. \\ x \approx 4,91 \end{cases}$$

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành là 3.

Câu 8: Chọn A.



Trong mặt phẳng (OAC) , kẻ $OK \perp AC(1)$.

Vì OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau nên $\begin{cases} OB \perp AC \\ OB \perp OA \end{cases} \Rightarrow OB \perp (OAC).$

Mà $OK \subset (OAC) \Rightarrow OB \perp OK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $d(AC, OB) = OK = \frac{OA \cdot OC}{\sqrt{OA^2 + OC^2}} = \frac{3a \cdot 3a}{\sqrt{(3a)^2 + (3a)^2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$

Câu 9: Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty).$

Câu 10: Chọn A.

Hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ có $y' = 3x^2 + 3 = 0$ vô nghiệm.

Vậy hàm số $y = x^3 + 3x + 1$ không có cực trị.

Câu 11: Chọn B.

Đồ thị hàm số trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$. Vậy chọn đáp án B.

Câu 12: Chọn D.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x-2} = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3}{x-2} = +\infty$. Suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 13: Chọn A.

Ta có: $B = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ (đvtt) $\Rightarrow V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (đvtt).

Câu 14: Chọn C.

Từ đồ thị hàm $f'(x)$ suy ra $x = -1$ là điểm cực đại, $x = 2$ là điểm cực tiểu của hàm số đã cho.

Câu 15: Chọn D.

$$f'(x) = 8x^3 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [0; 3] \\ x = \frac{\sqrt{3}}{2} \in [0; 3] \\ x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \notin [0; 3] \end{cases}$$

$$f(0)=1$$

$$f(3)=136$$

$$f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{1}{8}$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ bằng 136.

Câu 16: Chọn B.

Số cách chia học sinh vào nhóm $A: C_{15}^4$.

Số cách chia học sinh vào nhóm $B: C_{11}^5$.

Số cách chia học sinh vào nhóm $C: C_6^6$.

Theo quy tắc nhân ta có số cách chia 15 học sinh vào 3 nhóm là: $C_{15}^4.C_{11}^5.C_6^6$

Câu 17: Chọn A.

Nhìn vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.

Câu 18: Chọn C.

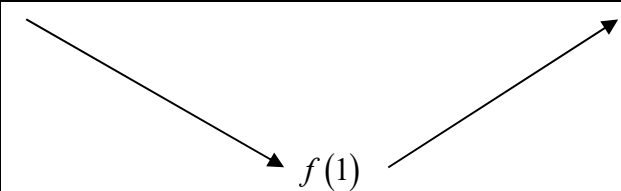
Trong tam giác vuông SBA ta có: $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt).

Câu 19: Chọn A.

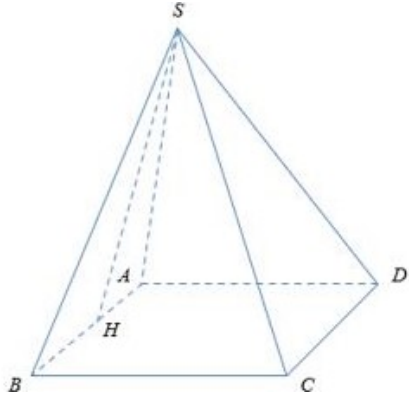
Ta có $f'(x)=2x-\frac{2}{x^2}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên của $f(x)$ trên $(0;+\infty)$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

Câu 20: Chọn C.



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow h = SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 21: Chọn B.

Ta có $f'(x) = -x^2 + 2mx + 3m + 2$. Để thỏa mãn yêu cầu của đề bài, ta cần có:

$$f'(x) = -x^2 + 2mx + 3m + 2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} = -1 < 0 \\ \Delta'_{y'} = m^2 + 3m + 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m \leq -1.$$

Suy ra $a = -2; b = -1 \Rightarrow 2a - b = -3$.

Câu 22: Chọn D.

Biến đổi phương trình, ta có: $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0 \Leftrightarrow (3^{x+4})^2 - 12 \cdot 3^{x+4} + 27 = 0$.

Đặt $t = 3^{x+4} (t > 0)$, phương trình trở thành $t^2 - 12t + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 9 \\ t = 3 \end{cases}$.

* Với $t = 9$, ta có $3^{x+4} = 9 \Leftrightarrow 3^{x+4} = 3^2 \Leftrightarrow x + 4 = 2 \Leftrightarrow x = -2$.

* Với $t = 3$, ta có $3^{x+4} = 3 \Leftrightarrow x + 4 = 1 \Leftrightarrow x = -3$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên là -5 .

Câu 23: Chọn C.

$$f(x) = (x-1)^3(x+1).$$

$$f'(x) = 3(x-1)^2(x+1) + (x-1)^3 = (x-1)^2(4x+2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(4x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow y = -\frac{27}{16} \end{cases}$$

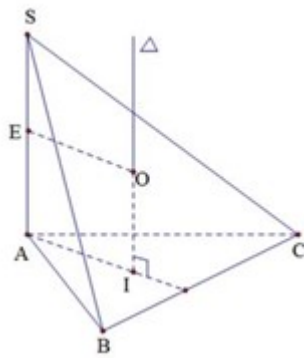
$$f'(-1) = 0.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$+\infty$				
$f'(x)$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\frac{27}{16}$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
$ f(x) $	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{27}{16}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = \left| (x-1)^3 (x+1) \right|$ có 3 cực trị.

Câu 24: Chọn C.



Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

$\Rightarrow \Delta$ là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Gọi E là trung điểm SA .

Trong (SA, Δ) , gọi O là giao điểm của Δ với đường trung trực cạnh SA .

Ta có $\begin{cases} OA = OB = OC (O \in \Delta) \\ OS = OA (O \text{ thuộc đường trung trực cạnh SA}) \end{cases}.$

$$\Rightarrow OS = OA = OB = OC$$

$\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, bán kính $R = OA$.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos 60^\circ = 3a^2.$$

$$\Rightarrow BC = a\sqrt{3}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC.\sin 60^\circ = \frac{1}{2}.a.2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB.AC.BC}{4R_{(ABC)}} \Leftrightarrow R_{(ABC)} = \frac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{a.2a.a\sqrt{3}}{4.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = a.$$

$$\Rightarrow AI = a.$$

Tứ giá $AEOI$ là hình chữ nhật $\Rightarrow AO = \sqrt{AE^2 + AI^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

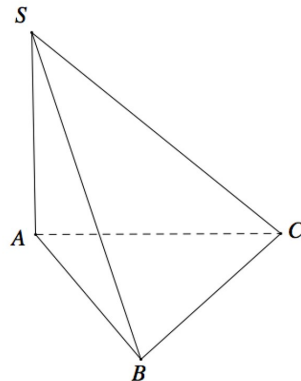
$$\Rightarrow R = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 5\pi a^2.$

Câu 25: Chọn A.

Ta có: $\log_{15} 20 = \frac{\log_2 20}{\log_2 15} = \frac{2 + \log_2 5}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{2 + a}{\frac{1}{b} + a} = \frac{2b + ab}{1 + ab}$

Câu 26: Chọn A.

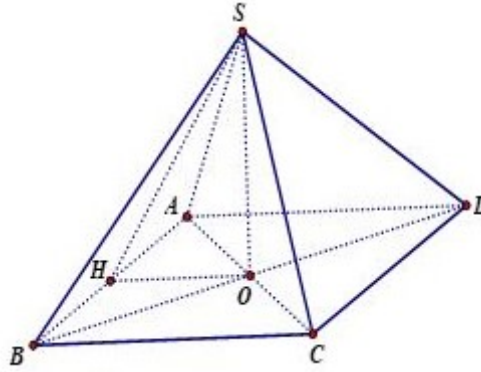


Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $R = \sqrt{R_1^2 + \left(\frac{SA}{2}\right)^2}.$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy: $R_1 = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Ta có: $R = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 27: Chọn D.



Gọi O là giao điểm của AC và BD .

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm của AB .

Ta có $\begin{cases} SO \perp AB \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHO) \Rightarrow \widehat{SHO} = \widehat{((SAB); (ABCD))}$.

$$OH = \frac{1}{2} AD = \frac{a}{2}$$

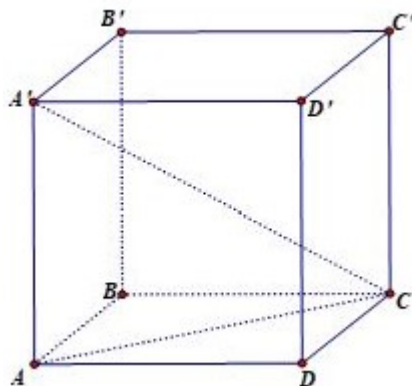
$$OA = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Trong tam giác vuông SOA có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\tan \widehat{SHO} = \frac{SO}{OH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SHO} = 60^\circ.$$

Số đo góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là 60° .

Câu 28: Chọn D.



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là khối trụ tứ giác đều nên đáy là hình vuông và cạnh bên vuông góc với mặt đáy.

Hình chiếu của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC .

$$\Rightarrow \widehat{(A'C; (ABCD))} = \widehat{(A'C; AC)} = \widehat{A'CA} = 30^\circ.$$

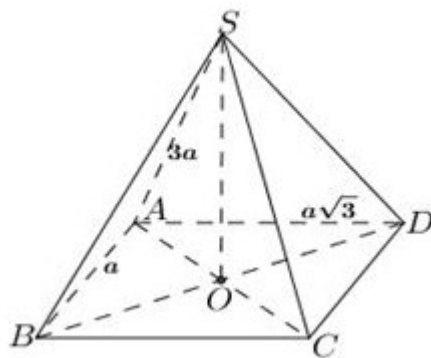
Trong tam giác vuông $A'AC$ có $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$$A'A = AC \cdot \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$S_{ABCD} = AB^2 = 4$$

Thể tích V của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = S_{ABCD} \cdot A'A = \frac{8\sqrt{6}}{3}$.

Câu 29: Chọn C.



$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{S_{ABCD}}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{V_{S.ABCD}}{2}.$$

$$\text{Ta có } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Thể tích chóp } S.ABC \text{ bằng } V_{S.ABC} = \frac{V_{S.ABCD}}{2} = \frac{1}{6} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{2}a \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 30: Chọn C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$ vì toàn bộ đồ thị nằm phía dưới Ox , tức là $y < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên chọn C.

Câu 31: Chọn C.

Xét đáp án A có $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} = a^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{a}} < 1, \forall a > 1$ nên loại.

Xét đáp án B có $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}, \forall a > 1$ nên loại.

Xét đáp án C có $a^{-\sqrt{3}} = \frac{1}{a^{\sqrt{3}}}$ mà $0 < a^{\sqrt{3}} < a^{\sqrt{5}}, \forall a > 1$ do $\sqrt{3} < \sqrt{5} \Rightarrow \frac{1}{a^{\sqrt{3}}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$

Nên chọn C.

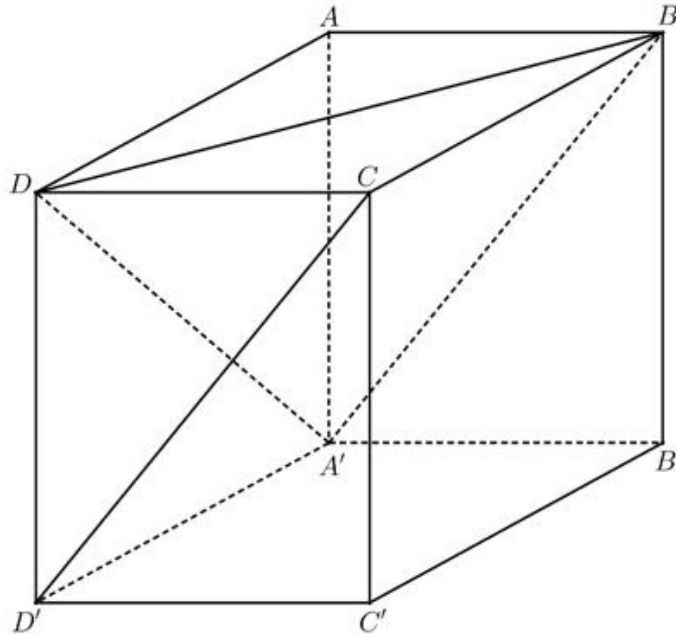
Xét đáp án D có $a^{2016} < a^{2017}, \forall a > 1 \Rightarrow \frac{1}{a^{2016}} > \frac{1}{a^{2017}}$ nên loại.

Câu 32: Chọn B.

Đến năm 2026 tức là sau 10 năm.

Theo công thức $S = A.e^{Nr} = 93422000.e^{10.1,07\%} \approx 103972544$ người nên chọn đáp án B.

Câu 33: Chọn B.



Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow BC // A'D'$ và $BC = A'D'$

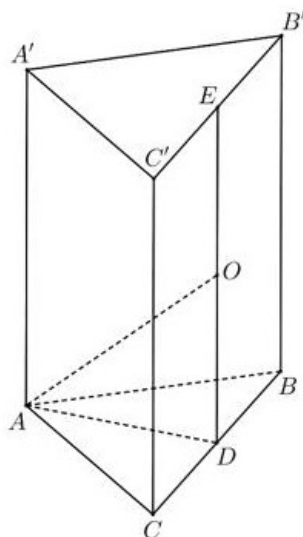
$\Rightarrow$ Tứ giác $BCD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow A'B // CD' \Rightarrow (A'D; CD') = (A'D; A'B) = \widehat{DA'B}$

Mặt khác: $A'D = A'B = DB$ (3 đường chéo của 3 hình vuông có cạnh bằng nhau)

$\Rightarrow \Delta A'DB$ là tam giác đều $\Rightarrow \widehat{DA'B} = 60^\circ \Rightarrow (A'D; CD') = 60^\circ$

Vậy góc giữa $A'D$ và CD' bằng 60° .

Câu 34: Chọn A.



Khối cầu ngoại tiếp tứ diện $AB'A'C$ là khối cầu ngoại tiếp lăng trụ $BAC.A'B'C'$

Gọi D, E lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$; O là trung điểm của DE

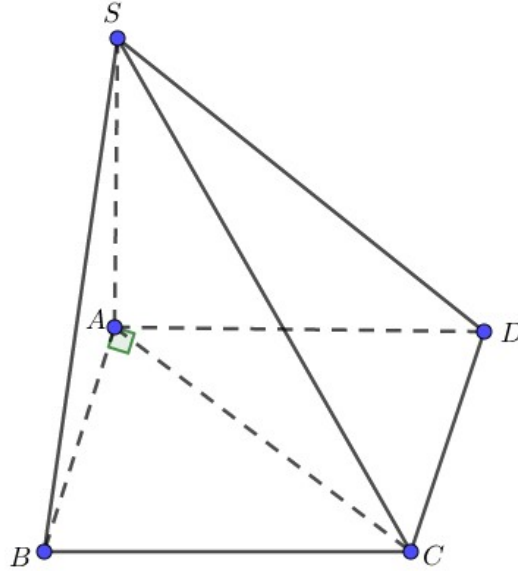
$\Rightarrow O$ là tâm khối cầu ngoại tiếp lăng trụ $BAC.A'B'C'$ (do đáy là ΔABC vuông cân tại A)

$$\text{Ta có: } OD = \frac{AA'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ và } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \text{Bán kính khối cầu ngoại tiếp lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } R = OA = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{a^2} = a$$

$$\text{Vậy thể tích khối cầu cần tính là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Câu 35: Chọn A.



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên

$$BC \parallel AD \Rightarrow BC \parallel (SAD) \Rightarrow d(BC, SD) = d(BC, (SAD)) = d(B, (SAD))$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow d(B, (SAD)) = AB$$

Xét hình chữ nhật $ABCD$ ta có: $AB^2 = AC^2 - BC^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy: } d(BC, SD) = a\sqrt{2}.$$

Câu 36: Chọn B.

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{x+m}{x-1} = x+1 \Leftrightarrow g(x) = x^2 - x - m - 1 = 0(1)(x \neq 1)$$

Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn: $x_1 < 1 < x_2$

$$g(1) < 0 \Leftrightarrow -m-1 < 0 \Leftrightarrow m > -1$$

Do m nguyên nhỏ hơn 10 nên số giá trị nguyên của m là 10.

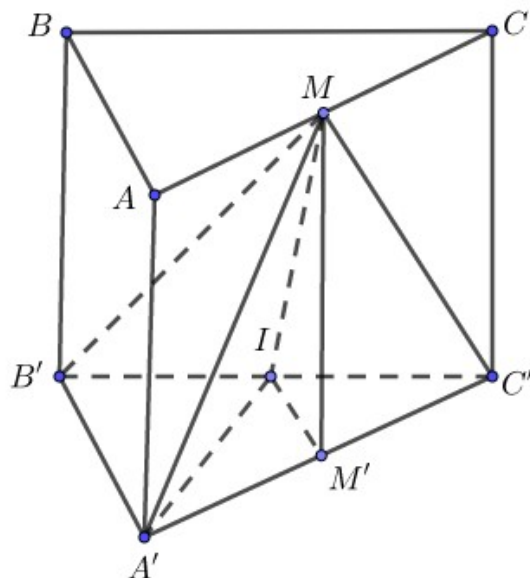
Câu 37: Chọn A.

Trường hợp 1. $m = 0$, khi đó hàm số có dạng $y = 3x^2$. Hàm số này không có điểm cực đại nên $m = 0$ thỏa mãn.

$$\text{Trường hợp 2. } m \neq 0. \text{ Để hàm số không có cực đại thì } \begin{cases} m > 0 \\ -(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 3 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn bài.

Câu 38: Chọn A.



Gọi I là trung điểm của cạnh $B'C'$. Khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'B'C'$.

Gọi M' là trung điểm của cạnh $A'C'$. Khi đó $MM' \perp (A'B'C')$.

Do $MA' = MC' = a\sqrt{2}$ nên $\Delta MA'C'$ vuông tại M , do đó M' là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$ nên IM' là trục của đường tròn ngoại tiếp $\Delta MA'C'$. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $M.A'B'C'$.

Bán kính mặt cầu là $r = IB' = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 5\pi a^2$.

Câu 39: Chọn C.

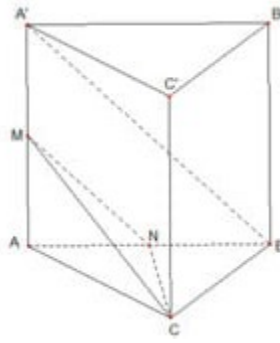
Có $y' = 4(2m-1)x^3 - 2mx$ nên hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x = 1$ là

$$k_1 = y'(1) = 4(2m-1) - 2m = 6m - 4.$$

Hệ số góc của đường thẳng $(d): 2x - y - 3 = 0$ là $k_2 = 2$

Để thỏa mãn yêu cầu bài toán ta phải có $k_1 k_2 = -1 \Leftrightarrow (6m - 4) \cdot 2 = -1 \Leftrightarrow m = \frac{7}{12}$.

Câu 40: Chọn C.



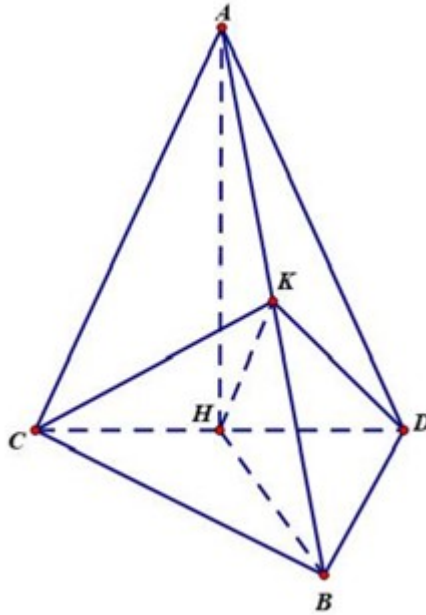
Có $AC^2 = BC^2 - AB^2 \Leftrightarrow AC^2 = 7a^2 - 4a^2 \Leftrightarrow AC = a\sqrt{3}$

Gọi N là trung điểm của AB suy ra $A'B \parallel (MNC)$ nên $d(A'B, CM) = d(A'B, (CMN)) = d(B, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d$.

Xét tứ diện $AMNC$ có AM, AN, AC đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} \Leftrightarrow \frac{1}{d^2} = \frac{13}{9a^2} \Leftrightarrow d = \frac{3a}{\sqrt{13}}.$$

Câu 41: Chọn D.



Gọi H, K lần lượt là trung điểm của CD và AB .

$\triangle ACD$ cân tại A nên $AH \perp CD \Rightarrow AH \perp (BCD) \Rightarrow d(A, (BCD)) = AH$

Đặt $AH = x$.

$$HD = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{1 - x^2}.$$

$\triangle BCD = \triangle ACD \Rightarrow HB = HA = x$ (hai đường cao tương ứng bằng nhau).

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{2}{x^2} \Rightarrow HK = \frac{x\sqrt{2}}{2}.$$

Mặt khác, ta lại có:

$\triangle ABD$ cân tại D nên $DK \perp AB \Rightarrow AH \perp (ABC) \Rightarrow DK \perp CK \Rightarrow \triangle KCD$ là tam giác vuông tại K .

$$\text{Suy ra } HK = \frac{1}{2}CD \Leftrightarrow HK = HD = \frac{x\sqrt{2}}{2} = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 42: Chọn D.

Cách 1:

Ta có:

$$g(x) = f(|x-1|^2 - 2|x-1| + m - 1)$$

$$\text{Đặt } t = x - 1 \Rightarrow g(t) = f(t^2 - 2t + m - 1)$$

$$\text{Xét } g_1(t) = f(t^2 - 2t + m - 1)$$

$$\Rightarrow g_1'(t) = f'(t^2 - 2t + m - 1)$$

$$\Rightarrow g_1'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ f'(t^2 - 2t + m - 1) = 0 \end{cases}$$

$g(x)$ có 9 cực trị khi $g(t)$ có 9 cực trị.

$\Leftrightarrow g_1(t)$ có 4 cực trị dương.

$$g_1'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t^2 - 2t + m - 1 = 1 \\ t^2 - 2t + m - 1 = 0 \\ t^2 - 2t + m - 1 = 2 \\ t^2 - 2t + m - 1 = 3 \end{cases}$$

$$g_1(t) \text{ có 4 cực trị dương khi: } \begin{cases} m - 2 \geq 1 \\ 0 < m - 3 < 1 \\ m - 4 \leq 0 \\ m - 2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m < 4 \\ m \leq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Mà } m \in [0, 6], 2m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{7}{2}\right\}$$

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn đề bài

Cách 2: Dùng ghép trực

Đặt $t(x) = x^2 - 2x - 2|x - 1| + m$

$$\Rightarrow t(x) = \begin{cases} x^2 + m - 2 & \text{khi } x < 1 \\ x^2 - 4x + 2 + m & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow t'(x) = \begin{cases} 2x & \text{khi } x < 1 \\ 2x - 4 & \text{khi } x > 1 \end{cases}, t'(x) \text{ không xác định tại } x=1$$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
t'(x)	-	0	+		-	0	+
t(x)	$+\infty$						$+\infty$
			</				

Ta xét các trường hợp sau, sử dụng phương pháp ghép trực:

TH1: $m - 1 < 1 \Leftrightarrow m < 2$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	2	1	$m-2$	$m-1$	$m-2$	1	2	3	$+\infty$
$f(t)$		$-\infty$									

$\Rightarrow$ Hàm số có 9 cực trị $\Rightarrow$ thỏa mãn

TH2: $m = 2$

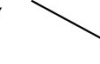
Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	2	1	0	1	0	1	2	3	$+\infty$
$f(t)$											

$\Rightarrow$ Hàm số có 9 cực trị $\Rightarrow$ thỏa mãn

TH3: $2 < m < 3 \Leftrightarrow 0 < m - 2 < 1 < m - 1 < 2$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	2	1	$m-2$	1	$m-1$	1	$m-2$	1	2	3	$+\infty$
f(t)													

$\Rightarrow$ Hàm số có 11 cực trị $\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH4: $m = 3$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	2	1	2	1	2	3	$+\infty$
f(t)									

$\Rightarrow$ Hàm số có 7 cực trị $\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH5: $3 < m < 4 \Leftrightarrow 1 < m-2 < 2 < m-1 < 3$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	$m-1$	2	$m-2$	2	$m-1$	2	$m-2$	2	$m-1$	3	$+\infty$
f(t)													

$\Rightarrow$ Hàm số có 11 cực trị $\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH6: $m = 4$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	3	2	3	2	3	$+\infty$
f(t)							

$\Rightarrow$ Hàm số có 5 cực trị $\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH7: $m > 4, m < 5 \Leftrightarrow 2 < m-2 < 3 < m-1$

Ta có bảng biến thiên sau:

t	$+\infty$	$m-1$	3	$m-2$	3	$m-1$	3	$m-2$	3	$m-1$	$+\infty$
f(t)											

$\Rightarrow$ Hàm số có 9 cực trị $\Rightarrow$ thỏa mãn

TH8: $m = 5$. Tương tự $\Rightarrow$ Không thỏa mãn

TH9: $m > 5 \Leftrightarrow 3 < m-2 < m-1$. Tương tự $\Rightarrow$ Không thỏa mãn

Kết hợp các trường hợp ta được:

$$\begin{cases} m < 2 \\ m = 2 \\ 4 < m < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ 4 < m < 5 \end{cases}$$

$$\text{Mà } 2m \in \mathbb{Z} \text{ và } 0 \leq m \leq 6 \Rightarrow m = \left\{0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{9}{2}\right\}$$

Vậy có 6 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 43: Chọn C.

Xét phương trình $f(x) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -2$ số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ bằng số giao điểm của hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -2$.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) + 2 = 0$ có ba nghiệm phân biệt đó là:

$$x_1 = -1, x_2 \in (0; 2), x_3 \in (2; +\infty)$$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -1^+} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_1^+} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_2^+} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = +\infty$$

Suy ra hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$ có ba đường tiệm cận đứng.

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = \frac{1}{4}; \lim_{x \rightarrow x_1^+} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{f(x) + 2} \right] = 0$$

Suy ra hàm số $y = \frac{1}{f(x) + 2}$ có hai đường tiệm cận ngang.

Vậy hàm số có 5 đường tiệm cận, vì vậy ta chọn đáp án A.

Câu 44: Chọn D.

Ta có: $x + 2\sqrt{x^2 - 2x} = mf(x) \Leftrightarrow m = \frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)}$

Số nghiệm của phương trình $m = \frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)}$ bằng số giao điểm của hàm số $y = \frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)}$ với đường thẳng $y = m$.

Đặt $g(x) = x + 2\sqrt{x^2 - 2x}$

Ta có $\min_{[2;4]} g(x) = 2$ tại $x = 2$, $\max_{[2;4]} g(x) = 4 + 4\sqrt{2}$ tại $x = 4$

$\min_{[2;4]} f(x) = 2$ tại $x = 4$, $\max_{[2;4]} f(x) = 4$ tại $x = 2$

Do $\min_{[2;4]} g(x) = 2$ và $\max_{[2;4]} f(x) = 4$ đều đồng thời xảy ra tại $x = 2$

Suy ra: $\min_{[2;4]} \left(\frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)} \right) = \frac{\min_{[2;4]} g(x)}{\max_{[2;4]} f(x)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Do $\min_{[2;4]} f(x) = 2$ và $\max_{[2;4]} g(x) = 4 + 4\sqrt{2}$ đều đồng thời xảy ra tại $x = 4$

Suy ra: $\max_{[2;4]} \left(\frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)} \right) = \frac{\max_{[2;4]} g(x)}{\min_{[2;4]} f(x)} = \frac{4 + 4\sqrt{2}}{2} = 2 + 2\sqrt{2}$

Mà hàm số $y = \frac{x + 2\sqrt{x^2 - 2x}}{f(x)}$ liên tục trên đoạn $[2; 4]$.

Vậy $\frac{1}{2} \leq m \leq 2 + 2\sqrt{2}$, mà m nguyên nên m nhận các giá trị $\{1; 2; 3; 4\}$ nên chọn đáp án D.

Câu 45: Chọn C.

Nhận thấy $-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}$ không là nghiệm của phương trình:

$$-12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3 = (x+1)(2x+1)(3x+1)(m+2|x|)(1).$$

Nên (1) $\Rightarrow m + 2|x| = \frac{-12x^4 - 22x^3 - x^2 + 10x + 3}{(x+1)(2x+1)(3x+1)} = -2x + \frac{11x^2 + 12x + 3}{(x+1)(2x+1)(3x+1)}.$

$$\Leftrightarrow m = -2|x| - 2x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}.$$

Xét hàm số $f(x) = -2|x| - 2x + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{3x+1}$ trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$.

Ta có: $f'(x) = \frac{-2x}{|x|} - 2 - \frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(2x+1)^2} - \frac{3}{(3x+1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$

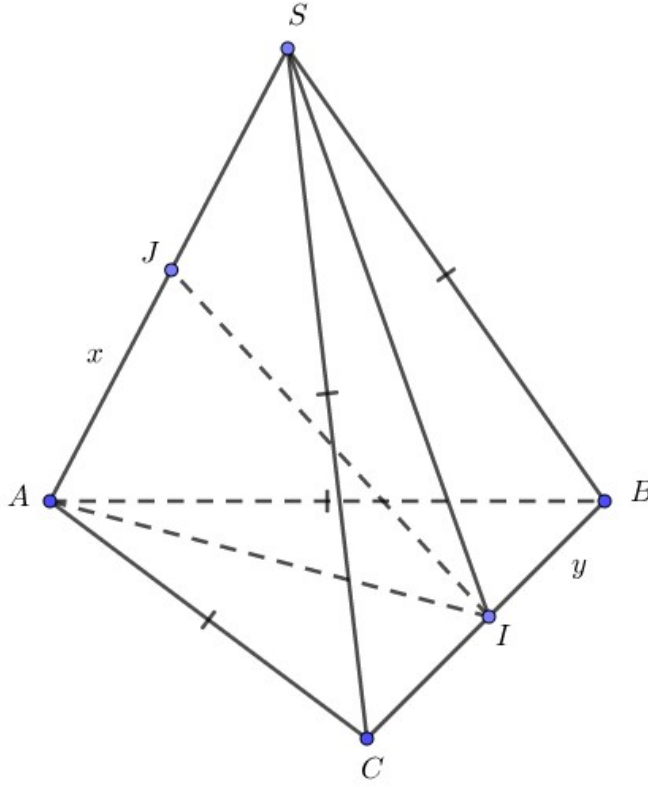
Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	0	$+\infty$
y'	-		-	-	-	-
y	0 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ $-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình $m = f(x)$ có 3 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right\}$ khi và chỉ khi $m \geq 0$.

Mặt khác: $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2020; 2020] \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 1; \dots; 2020\}$. Vậy có 2021 giá trị m cần tìm.

Câu 46: Chọn D.



Gọi I, J lần lượt là trung điểm BC, SA nên $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp SI \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAI)$.

Hai tam giác cân ABC, SBC bằng nhau nên $IA = IS$ suy ra ΔISA cân tại I .

Trong ΔSBI vuông tại I ta có $SI = \sqrt{SB^2 - BI^2} = \sqrt{1^2 - \frac{y^2}{4}}$.

Trong ΔSAI cân tại I ta có $IJ = \sqrt{SI^2 - SJ^2} = \sqrt{1^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.BC.S_{SAI} = \frac{1}{3}.BC.AI.IJ = \frac{1}{6}xy\sqrt{1 - \frac{y^2 + x^2}{4}}$

Ta có $x^2 + y^2 \geq 2xy, \forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow V \leq \frac{1}{6}xy\sqrt{1 - \frac{xy}{2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12}\sqrt{xy}.\sqrt{xy}.\sqrt{4-2xy} \leq \frac{1}{12}\left(\frac{xy+xy+4-2xy}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \leq \frac{2\sqrt{3}}{27}$$

Dấu “=” xảy ra tại $x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$ suy ra $x + y = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Câu 47: Chọn A.

Gọi A là biến cố để 4 viên bi được chọn không nhiều hơn 3 màu và luôn có bi màu xanh.

Gọi $\overline{A}$ là biến cố để 4 viên bi được chọn có đủ 4 màu hoặc không có bi màu xanh.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{21}^4 = 5985$.

Trường hợp 1: 4 bi được chọn có đủ 4 màu: có $3.5.6.7 = 630$ cách chọn.

Số phần tử biến cố $\overline{A}$: $n(\overline{A}) = 630 + 3060 = 3690$.

Số phần tử biến cố A : $n(A) = n(\Omega) - n(\overline{A}) = 5985 - 3690 = 2295$.

Xác suất của biến cố A : $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2295}{5985}$.

Câu 48: Chọn D.

Ta có: $a^2 + b^2 = 4a + 6b - 9 \Leftrightarrow (a-2)^2 + (b-3)^2 = 2^2$.

Trong hệ trục tọa độ Oxy gọi $A(a;b), B(c;d)$.

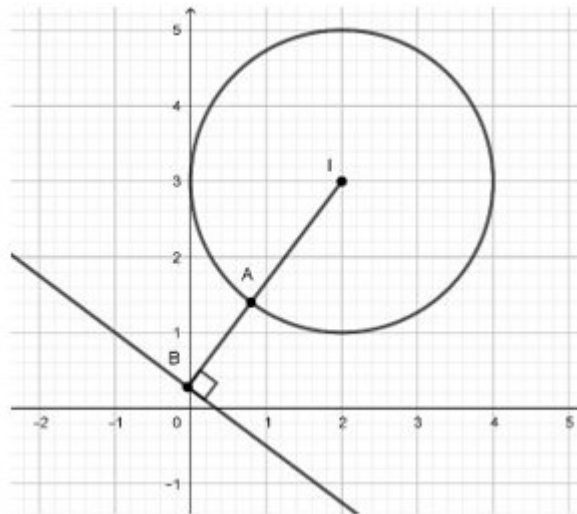
Khi đó $A(a;b)$ nằm trên đường tròn tâm $I(2;3)$ bán kính $R=2$ có phương trình: $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 2^2$.

$B(c;d)$ nằm trên đường thẳng: $3x + 4y = 1$.

Vì $\overline{BA} = (a-c; b-d)$ nên $P = (a-c)^2 + (b-d)^2 = |\overline{BA}|^2$. Khi đó P đạt giá trị nhỏ nhất khi $|\overline{BA}|$ nhỏ nhất.

Khoảng cách từ I đến (Δ) : $d_{(I,(\Delta))} = \frac{3.2 + 4.3 - 1}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{17}{5}$. Vì $d_{(I,(\Delta))} > R$ nên (I) và (Δ) không giao nhau.

Suy ra $|\overline{BA}|$ nhỏ nhất khi I, A, B thẳng hàng và A nằm giữa I, B và $IB \perp (\Delta)$ như hình sau.



$$\min(|\overline{BA}|) = d_{(\tau, (\Delta))} - R = \frac{17}{5} - 2 = \frac{7}{5}.$$

$$\min(P) = \min(|\overline{BA}|^2) = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{49}{25}.$$

Câu 49: Chọn D.

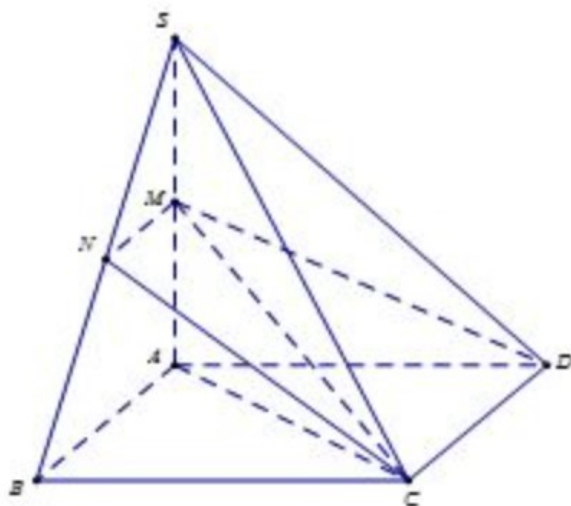
$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_{12} y = \log_{16} (x+2y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 12^t \\ x+2y = 16^t \end{cases}. \text{ Khi đó } \frac{x}{y} = \frac{9^t}{12^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^t.$$

Mặt khác ta có phương trình:

$$9^t + 2 \cdot 12^t = 16^t \Leftrightarrow \left(\frac{16}{9}\right)^t - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{3}\right)^t = 1 + \sqrt{2} \text{ (nhận)} \\ \left(\frac{4}{3}\right)^t = 1 - \sqrt{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1.$$

Câu 50: Chọn D.



$$\text{Ta có } V_{S.MNCD} = V_{S.MCD} + V_{S.MNC}$$

$$+ \frac{V_{S.MCD}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SC}{SC} \cdot \frac{SD}{SD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MCD} = \frac{1}{2} V_{S.ACD} = \frac{1}{4} V_{S.ABCD}.$$

$$+ \frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{1}{8} V_{S.ABCD}.$$

$$\Rightarrow V_{S.MNCD} = V_{S.MCD} + V_{S.MNC} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD} + \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{3}{8}V_{S.ABCD}.$$

$$\Rightarrow V_{MNABCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNCD} = V_{S.ABCD} - \frac{3}{8}V_{S.ABCD} = \frac{5}{8}V_{S.ABCD}.$$

Do đó $\frac{V_{S.MNCD}}{V_{MNABCD}} = \frac{\frac{3}{8}V_{S.ABCD}}{\frac{5}{8}V_{S.ABCD}} = \frac{3}{5}.$