

Trên bước đường thành công không  
có dấu chân kẻ lùi nhác.

# Nguyên Hàm Tích Phân Vận Dụng & Vận Dụng Cao 8+ 9+ 10

Gv Ths : Phạm Hùng Hải

Chuyên Toán 10-11-12 & LTTHPTQG

# MỤC LỤC

|                                                                                        |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Chương 3. Nguyên Hàm - Tích Phân</b>                                                | <b>1</b>  |
| Bảng đáp án                                                                            | 8         |
| Bảng đáp án                                                                            | 13        |
| <b>§1 – Nguyên hàm và tích phân của hàm số <math>f(x)</math> và <math>f'(x)</math></b> | <b>13</b> |
| Dạng 1. Dạng tích liên quan đến $f(x)$ và $f'(x)$                                      | 13        |
| Dạng 2. Dạng tổng liên quan đến $f(x)$ và $f'(x)$                                      | 13        |
| Bảng đáp án                                                                            | 17        |
| <b>§2 – Nguyên Hàm 2.2</b>                                                             | <b>18</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 23        |
| <b>§3 – Công thức tính nhanh diện tích hình phẳng</b>                                  | <b>23</b> |
| A Các công thức tính nhanh                                                             | 23        |
| B Bài tập                                                                              | 29        |
| Bảng đáp án                                                                            | 34        |
| Bảng đáp án                                                                            | 41        |
| Bảng đáp án                                                                            | 45        |
| <b>§4 – Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của tích phân</b>                         | <b>45</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 49        |
| <b>§5 – Tính diện tích hình phẳng dựa trên đồ thị hàm số phần 1</b>                    | <b>50</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 61        |
| <b>§6 – Tính diện tích hình phẳng dựa trên đồ thị hàm số phần 2</b>                    | <b>61</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 68        |
| <b>§7 – Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng phần 1</b>                        | <b>68</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 82        |
| <b>§8 – Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng phần 2</b>                        | <b>82</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 92        |
| <b>§9 – Bài toán thực tế diện tích hình phẳng</b>                                      | <b>92</b> |
| Bảng đáp án                                                                            | 100       |



# NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[a; b]$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx.$

(B)  $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b f(a+b-x) dx.$

(C)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b+x) dx.$

(D)  $\int_a^b f(x) dx = - \int_a^b f(a+b+x) dx.$

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_0^1 [2f(x) + 3f(1-x)] dx = 1$ . Tích

phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{1}{2}.$

(B)  $\frac{1}{3}.$

(C)  $\frac{1}{5}.$

(D)  $\frac{1}{6}.$

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 - 2\sin x}, \forall x$ . Tính

$I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$

(A)  $I = 0.$

(B)  $I = 4.$

(C)  $I = 2.$

(D)  $I = 1.$

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + 3f(1-x) = x(e^x - 1), \forall x$ . Tính

tích phân  $I = \int_0^1 f(x) dx.$

(A)  $\frac{1}{2}.$

(B)  $-\frac{1}{8}.$

(C)  $\frac{1}{8}.$

(D)  $-\frac{1}{2}.$

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $2f(x) + 3f(1-x) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [0; 1]$ . Tích

phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{\pi}{8}.$

(B)  $\frac{\pi}{24}.$

(C)  $\frac{\pi}{12}.$

(D)  $\frac{\pi}{20}.$

**Câu 6.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = 2017x^{2016} + 3x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Tính  $\int_{-2}^2 f(x) dx.$

(A)  $2^{2016}.$

(B)  $22018.$

(C)  $2^{2017}.$

(D)  $2020.$

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(-x) + 2f(x) = \cos x$ . Tính  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx.$

(A)  $I = \frac{2}{3}.$

(B)  $I = \frac{4}{3}.$

(C)  $I = \frac{1}{3}.$

(D)  $I = 1.$

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[-1; 1]$  và thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = \frac{1}{2x+3}$ , với mọi  $x \in [-1; 1]$ . Khi đó giá trị của tích phân  $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{1}{2} \ln 5$ . (B)  $2 \ln 5$ . (C)  $\ln 5$ . (D)  $\frac{1}{4} \ln 5$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn điều kiện  $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2 \cos 2x}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $I = -6$ . (B)  $I = 0$ . (C)  $I = -2$ . (D)  $I = 6$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + 2f(-x) = \sqrt{1 - \cos x}$ . Tính phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{4(\sqrt{2} - 1)}{3}$ . (B)  $4(\sqrt{2} - 1)$ . (C)  $12(\sqrt{2} - 1)$ . (D)  $\frac{8(\sqrt{2} - 1)}{3}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(x) + f(\pi - x) = \sqrt{2(1 + \sin 2x)}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$  bằng

- (A)  $I = 4$ . (B)  $I = -2$ . (C)  $I = 2$ . (D)  $I = 0$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = 3 - 2 \cos x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tính phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{\pi}{2} + 2$ . (B)  $\frac{3\pi}{2} - 2$ . (C)  $\frac{\pi - 1}{3}$ . (D)  $\frac{\pi + 1}{2}$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(-x) + 2017f(x) = \cos x$ . Tính  $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{1}{1008}$ . (B)  $\frac{1}{1009}$ . (C)  $\frac{1}{2018}$ . (D)  $\frac{1}{2016}$ .

**Câu 14.** Biết rằng hàm số  $f(x)$  liên tục trên và có nguyên hàm trên  $\mathbb{R}$  đồng thời thỏa mãn điều kiện  $f(x) + f(-x) = \cos x$ . Tích phân  $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx$  bằng

- (A) 0. (B) 2. (C)  $\frac{1}{2}$ . (D) 1.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x+1) = f(x)$ ,  $\forall x$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $\int_0^{2017} f(x) dx = 2017 \int_0^1 f(x) dx$ . (B)  $\int_0^{2017} f(x) dx = - \int_0^1 f(x+2016) dx$ .

(C)  $\int_0^{2017} f(x) dx = \int_0^1 f(x + 2016) dx.$

(D)  $\int_0^{2017} f(x) dx = -2017 \int_0^1 f(x) dx.$

**Câu 16.** Có bao nhiêu số thực  $a \in [-2017; 2017]$  thỏa mãn  $\int_{-a}^a \frac{\cos x}{1 + 2017^x} dx = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

(A) 641.

(B) 642.

(C) 1284.

(D) 1282.

**Câu 17.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $m$  thỏa mãn  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{|4 - m \cos x|}{1 + 2017^x} dx = \left| \int_0^{\pi} 4 - m \cos x dx \right|?$

(A) 4.

(B) 5.

(C) 9.

(D) Vô số.

**Câu 18.** Cho hai số dương  $a, b$  thỏa mãn  $a + b = 6$  và  $\int_a^b \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)} + \sqrt{\ln(x+3)}} dx = 1.$  Tính

$\int_a^b x \cdot \sin \frac{\pi x}{2}.$

(A)  $-\frac{12}{\pi}.$

(B) 0.

(C)  $\frac{12}{\pi}.$

(D)  $-\frac{6\sqrt{2}}{\pi}.$

**Câu 19.** Tính  $\int_0^{2018\pi} \sqrt{1 + \cos 2x} dx.$

(A)  $4036\sqrt{2}.$

(B)  $2018\sqrt{2}.$

(C)  $4036\pi\sqrt{2}.$

(D)  $2018\pi\sqrt{2}.$

**Câu 20.** Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2018}} \frac{1}{1 + e^{\cos 2018x}} dx$  bằng

(A)  $\frac{\pi}{1009}.$

(B)  $\frac{\pi}{4036}.$

(C)  $\frac{\pi}{2018}.$

(D)  $\frac{\pi}{2}.$

**Câu 21.** Cho hàm  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) = f(x + 4)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^4 f(x) dx = 5,$

$\int_1^2 f(3x + 5) dx = 3.$  Tính  $\int_0^7 f(x) dx.$

(A) 6.

(B) 14.

(C) 4.

(D) 7.

**Câu 22.** Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A)  $\int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 2)^{2017} dx = \int_{-1}^3 (x^2 - x)^{2017} dx.$

(B)  $\int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 2)^{2017} dx = \int_{-1}^3 (x^2 + x)^{2017} dx.$

(C)  $\int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 2)^{2017} dx = \int_{-1}^3 (-x^2 - x)^{2017} dx.$

(D)  $\int_{-1}^3 (x^2 - 3x + 2)^{2017} dx = \int_{-1}^3 (-x^2 + x)^{2017} dx.$

**Câu 23.** Cho hàm  $f$  liên tục trên  $[a; b]$  thỏa mãn  $f(x) \cdot f(a + b - x) = 1.$  Tính  $\int_a^b \frac{1}{1 + f(x)} dx.$

(A)  $b - a.$

(B)  $a + b.$

(C)  $\frac{b - a}{2}.$

(D)  $2(b - a).$

**Câu 24.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) \cdot f(2018-x) = 2018$ . Tính  $\int_0^{2018} \frac{1}{\sqrt{2018+f(x)}} dx$ .

- (A)  $\frac{1}{2\sqrt{2018}}$ . (B)  $\frac{1}{\sqrt{2018+2018}}$ . (C)  $\frac{\sqrt{2018}}{2}$ . (D)  $\sqrt{2018}$ .

**Câu 25.** Biết  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1+\tan x) dx = \frac{\pi \ln a}{b}$  với  $a$  là số nguyên tố và  $b$  là số dương. Giá trị của biểu thức  $a+b$  bằng

- (A) 10. (B) 6. (C) 11. (D) 7.

**Câu 26.** Biết  $\int_0^1 \frac{\ln(2-x)}{1+(1-x)^2} dx = \frac{\pi \ln a}{b}$  với  $a$  là số nguyên tố và  $b$  là số nguyên dương. Tính  $a+b$ .

- (A) 10. (B) 6. (C) 11. (D) 7.

**Câu 27.** Cho hai số thức  $a, b \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa mãn  $a+b = \frac{\pi}{4}$  và  $\int_a^b \ln(1+\tan x) dx = \frac{\pi \ln 2}{24}$ . Tích

phân  $\int_a^b x \sin(12x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{\pi}{48}$ . (B)  $\frac{\pi}{48}$ . (C)  $-\frac{1}{72}$ . (D)  $\frac{1}{72}$ .

**Câu 28.** Cho  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln \left[ \frac{(2018+\cos x)^{2018+\sin x}}{(2018+\sin x)^{2018}} \right] dx = a \ln b - b \ln a - 1$  với  $a, b \in \mathbb{N}^*$ . Giá trị của  $a+b$

bằng

- (A) 2015. (B) 4030. (C) 4037. (D) 2025.

**Câu 29.** Cho  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{3+\cos^2 x} dx = \frac{\pi^a}{b\sqrt{c}}$  với  $a, c$  là các số nguyên tố. Giá trị của biểu thức  $a+b+c$

bằng

- (A) 16. (B) 19. (C) 11. (D) 17.

**Câu 30.** Cho hàm số  $f$  liên tục trên  $[a; b]$  thỏa mãn  $f(x) = f(a+b-x)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $\int_a^b x f(x) dx = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$ . (B)  $\int_a^b x f(x) dx = (a+b) \int_a^b f(x) dx$ .  
(C)  $\int_a^b x f(x) dx = -\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$ . (D)  $\int_a^b x f(x) dx = -(a+b) \int_a^b f(x) dx$ .

**Câu 31.** Tích phân  $\int_0^{2018\pi} [\sqrt{1-\cos 2x} + \sqrt{1+\sin 2x}] dx$  bằng

- (A)  $4036\sqrt{3}$ . (B)  $2018\pi\sqrt{2}$ . (C)  $8072\pi\sqrt{2}$ . (D)  $8072\sqrt{2}$ .

**Câu 32.** Cho  $\int_1^9 f(x) dx = 10$ . Biết  $f(x) = f(x+8)$  với mọi  $x$ . Tính  $\int_0^8 f(x) dx$ .

- (A) 10. (B) -6. (C) -10. (D) 6.

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x)$  chẵn, liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} \int_1^2 f(x) dx$ . Tích phân

$$\int_{-2}^2 \frac{f(x)}{1 + 2018^x} dx \text{ bằng}$$

- (A) 6. (B) 3. (C) 4. (D) 8.

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[-1; 1]$  thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = \sqrt{1 - x^2}$ , với mọi  $x \in [-1; 1]$ . Tích phân  $\int_{-1}^1 x f'(x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{\pi}{4}$ . (B)  $1 - \frac{\pi}{4}$ . (C)  $\frac{\pi}{4}$ . (D)  $\frac{\pi}{4} - 1$ .

**Câu 35.** Với mọi số thực  $a$ , tích phân  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(1 + x^2)(1 + e^{ax})}$  bằng

- (A)  $\frac{\pi}{4}$ . (B)  $1 - \frac{\pi}{4}$ . (C)  $\frac{\pi}{8}$ . (D)  $1 - \frac{\pi}{8}$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(-x) + 2009f(x) = 2^x$ ,  $\forall x \in [-1; 1]$ . Tích phân  $\int_{-1}^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2019 \ln 2}$ . (B)  $\frac{3}{4040 \ln 2}$ . (C) 0. (D)  $\frac{5}{2018 \ln 2}$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  thỏa mãn  $f(-x) + 2019f(x) = 2^x$ ,  $\forall x \in [-1; 1]$ . Tích phân  $\int_{-1}^1 x f'(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2} - \frac{3}{4040 \ln 2}$ . (B)  $2 - \frac{3}{4040 \ln 2}$ . (C)  $\frac{3}{4040} - \frac{3}{4040 \ln 2}$ . (D)  $\frac{1}{808} - \frac{3}{4040 \ln 2}$ .

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$  thỏa mãn  $f(x) \cdot f(3 - x) = 1$  và  $f(x) \neq -1$ , với mọi  $x \in [0; 3]$ ,  $f(0) = \frac{1}{2}$ . Tích phân  $\int_0^3 \frac{x f'(x)}{[1 + f(3 - x)]^2 [f(x)]^2} dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B) 1. (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 39.** Cho  $\int_0^\pi \frac{x \sin^{2018} x}{\sin^{2018} x + \cos^{2018} x} dx = \frac{x^a}{b}$ , với  $a; b$  là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức  $2a^2 + 3b^3$  bằng

- (A) 32. (B) 194. (C) 200. (D) 100.

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f(-x) = x^2 + 2x + 2$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_{-3}^3 f(2x) dx$  bằng

- (A) 42. (B) 58. (C) 60. (D) 87.

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(x) \cdot$

$$f(1-x) = e^{x^2-x}, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tích phân bằng } \int_0^1 \frac{(2x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx \text{ bằng}$$

- (A)  $-\frac{1}{60}$ . (B)  $\frac{1}{10}$ . (C)  $-\frac{1}{10}$ . (D)  $\frac{1}{60}$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0; 4]$  thỏa mãn  $f(x) = f(4-x), \forall x \in [0; 4]$  và

$$\int_0^4 xf(x) dx = 10. \text{ Tích phân } \int_0^4 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A) 5. (B) 20. (C)  $\frac{5}{2}$ . (D) 40.

**Câu 43.** Giả sử hàm  $f$  có đạo hàm cấp 2 trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(1) = 1$  và

$$f(1-x) + x^2 f''(x) = 3x^2 - 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tích phân } I = \int_0^1 xf'(x) dx \text{ bằng}$$

- (A) 1. (B) 2. (C)  $\frac{1}{3}$ . (D)  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(x) + f(1-x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x+1}, \forall x \in [0; 1]$ .

$$\text{Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{3}{4} + 2 \ln 2$ . (B)  $3 + \ln 2$ . (C)  $\frac{3}{4} + \ln 2$ . (D)  $\frac{3}{2} + 2 \ln 2$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 3]$  thỏa mãn  $f(4-x) = f(x), \forall x \in [1; 3]$  và

$$\int_1^3 xf(x) dx = -2. \text{ Giá trị } 2 \int_1^3 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A) 1. (B) 2. (C) -1. (D) -2.

**Câu 46.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn

$$2f(x) + 3f(1-x) = x\sqrt{1-x}, \forall x \in [0; 1]. \text{ Tích phân } \int_0^2 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $-\frac{4}{75}$ . (B)  $-\frac{4}{25}$ . (C)  $-\frac{16}{75}$ . (D)  $-\frac{16}{25}$ .

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = 3$  và

$$f(x) + f(2-x) = x^2 - 2x + 2, \forall x \in \mathbb{R}. \text{ Tích phân } \int_0^2 xf'(x) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $-\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{2}{3}$ . (C)  $\frac{5}{3}$ . (D)  $-\frac{10}{3}$ .

**Câu 48.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Tập hợp các số thực  $m$  thỏa mãn

$$\int_0^m f(x) dx = \int_0^m f(m-x) dx \text{ là}$$

- (A)  $(0; +\infty)$ . (B)  $(-\infty; 0)$ . (C)  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . (D)  $\mathbb{R}$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $f(x) + 2f(1-x) = (2x+1)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{1}{3}} f(3x) dx$  bằng

(A)  $\frac{e+1}{3}$ . (B)  $e+1$ . (C)  $\frac{e+1}{9}$ . (D)  $3(e+1)$ .

**Câu 50.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = f'(1-x), \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 1$  và  $f(1) = 2019$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A) 2020. (B) 2019. (C) 1010. (D)  $\sqrt{2019}$ .

**Câu 51.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  để  $\int_0^1 (2x^3 - 3x^2 + x)^m dx = 0$ ?

(A) 1. (B) 0. (C) Vô số. (D) 2.

**Câu 52.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$  để  $\int_1^n (x-1)(x-2)(x-3)\cdots(x-n) dx = 0$ ?

(A) 1. (B) 0. (C) Vô số. (D) 2.

**Câu 53.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$  thỏa mãn  $xf(x) + \frac{1}{x}f\left(\frac{1}{x}\right) = 2$  với mọi  $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ . Tích phân  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$  bằng

(A)  $2 \ln 2$ . (B)  $4 \ln 2$ . (C)  $8 \ln 2$ . (D)  $\frac{1}{2} \ln 2$ .

**Câu 54.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$  thỏa mãn  $f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x^3 - x$  với mọi  $x \in \left[\frac{1}{3}; 3\right]$ . Tích phân  $\int_{\frac{1}{3}}^3 \frac{f(x)}{x^2+x} dx$  bằng

(A)  $\frac{8}{9}$ . (B)  $\frac{16}{9}$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 55.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_{-1}^0 f(x) dx$  bằng

(A)  $-\frac{17}{20}$ . (B)  $-\frac{13}{4}$ . (C)  $\frac{17}{4}$ . (D)  $-1$ .

**Câu 56.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $4[f(x)]^3 + 14f(x) = x^3 + 6x^2 - 16, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_{-5}^1 f(x) dx$  thuộc khoảng nào sau đây?

(A)  $(-2; -1)$ . (B)  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ . (C)  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ . (D)  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 57.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $[f(x)]^3 + 3f(x) = (2x^3 - 3x^2 + x)^{2019}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)**  $(-2; -1)$ .      **(B)**  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ .      **(C)**  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .      **(D)**  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 58.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $[f(x)]^5 + 5f(x) = -2x^3 - 6x^2 - 5x - 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_{-3}^1 f(x) dx$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)**  $(-2; -1)$ .      **(B)**  $\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$ .      **(C)**  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .      **(D)**  $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ .

**Câu 59.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(x^3 + x) + xf(x^2 + 1) = x^9 + 4x^7 + 6x^5 + 2x^3 - x + 1$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_{-2}^2 f(x) dx$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)**  $(0; 3)$ .      **(B)**  $(3; 5)$ .      **(C)**  $(5; 7)$ .      **(D)**  $(7; +\infty)$ .

**Câu 60.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị  $(C)$ . Biết  $(C)$  đi qua điểm  $A(1; 0)$  và nhận điểm  $I(2; 2)$  làm tâm đối xứng. Tích phân  $\int_1^3 x(x-2)[f(x) + f'(x)] dx$  bằng

- (A)**  $-\frac{16}{3}$ .      **(B)**  $\frac{16}{3}$ .      **(C)**  $-\frac{8}{3}$ .      **(D)**  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 61.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(x) + f(1-x) + f(x)f(1-x) = 2020$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 \ln[1 + f(x)] dx$  bằng

- (A)**  $\ln 2021$ .      **(B)**  $\ln \sqrt{2020}$ .      **(C)**  $\ln \sqrt{2021}$ .      **(D)**  $\ln 2020$ .

**Câu 62.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $[f(x)]^3 + 3f(x) = \sin(2x^3 - 3x^2 + x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)**  $(-2; -1)$ .      **(B)**  $(-3; -2)$ .      **(C)**  $(-1; 1)$ .      **(D)**  $(1; 2)$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A  | 2. C  | 3. C  | 4. C  | 5. D  | 7. A  | 8. D  | 9. D  | 10. A | 11. C |
| 12. B | 13. B | 14. C | 15. A | 16. C | 17. C | 18. A | 19. A | 20. B | 21. B |
| 22. A | 24. C | 25. A | 26. A | 27. A | 28. C | 29. C | 30. A | 31. D | 32. A |
| 33. A | 34. A | 35. A | 36. B | 37. D | 38. A | 39. C | 40. C | 41. C | 42. A |
| 43. C | 44. C | 45. D | 46. C | 47. D | 48. D | 49. C | 50. C | 51. C | 52. C |
| 53. A | 54. A | 55. B | 56. C | 57. C | 58. C | 59. B | 60. B | 61. C | 62. C |

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $(x+2)f(x) + (x+1)f'(x) = e^x$  và  $f(0) = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- (A)**  $\frac{e}{3}$ .      **(B)**  $\frac{e}{6}$ .      **(C)**  $\frac{e^2}{3}$ .      **(D)**  $\frac{e^2}{6}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$  thỏa mãn  $f(1) = -2\ln 2$  và  $x(x+1)f'(x) + f(x) = x^2 + x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ . Biết  $f(2) = a + b\ln 3$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị biểu thức  $a^2 + b^2$  bằng

- (A)**  $\frac{25}{4}$ .      **(B)**  $\frac{9}{2}$ .      **(C)**  $\frac{5}{2}$ .      **(D)**  $\frac{13}{4}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn

$$(f(x))^2 = 2 + 3 \int_0^x f(t) dt, \forall x \in [0; 1].$$

Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{3}{4} + \sqrt{2}$ . (B)  $\frac{11}{4}$ . (C)  $\frac{3}{4} + \sqrt{3}$ . (D)  $\frac{15}{4}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) \sin x dx = -4 \text{ và } f(x) = x(\sin x + f'(x)) + \cos x.$$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $11 < f(\pi) < 12$ . (B)  $5 < f(\pi) < 6$ . (C)  $6 < f(\pi) < 7$ . (D)  $12 < f(\pi) < 13$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn

$$[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) \geq 1, \forall x \in [0; 1] \text{ và } f^2(0) + f(0) \cdot f'(0) = \frac{3}{2}.$$

Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 f^2(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{5}{2}$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{11}{6}$ . (D)  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) \cdot [f(x)]^{2018} = x \cdot e^x$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = 1$ . Số nghiệm của phương trình  $f(x) = -\frac{1}{e}$  là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn

$$x^2 f^2(x) + (2x - 1)f(x) = x f'(x) - 1, \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ đồng thời } f(1) = -2.$$

Tính  $\int_1^2 f(x) dx$ .

- (A)  $-\frac{\ln 2}{2} - 1$ . (B)  $-\ln 2 - \frac{1}{2}$ . (C)  $-\ln 2 - \frac{3}{2}$ . (D)  $-\frac{\ln 2}{2} - \frac{3}{2}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$\frac{2f'(x)}{f^2(x)} = \frac{f(x)(x+2)}{x^3}, \forall x > 0 \text{ và } f(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ Tích phân } \int_{\frac{1}{3}}^2 \frac{1}{f^2(x)} dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{11}{2} + \ln 2$ . (B)  $-\frac{1}{2} + \ln 2$ . (C)  $\frac{3}{2} + \ln 2$ . (D)  $\frac{7}{2} + \ln 2$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$f(1) = e \text{ và } (x+2)f(x) = x f'(x) - x^3, \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Tính  $f(2)$ .

- (A)  $4e^2 + 4e - 4$ . (B)  $4e^2 - 2e + 1$ . (C)  $2e^3 - 2e + 2$ . (D)  $4e^2 - 4e + 2$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, thỏa mãn  $f'(x) = \frac{f(x)}{x} + 3x^2$  với mọi  $x \in (0; +\infty)$  và  $\int_1^2 \frac{3x^3}{f^2(x)} dx = \frac{1}{9}$ . Giá trị biểu thức  $f(1) + f(2)$  bằng

(A)  $\frac{27}{2}$ . (B)  $\frac{43}{2}$ . (C)  $\frac{45}{2}$ . (D)  $\frac{49}{2}$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x)$  đồng biến và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và  $(f'(x))^2 = e^x f(x)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Tính  $\int_0^1 f(x) dx$ .

(A)  $e - 2$ . (B)  $e^2 - 2$ . (C)  $e^2 - 1$ . (D)  $e - 1$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$  thỏa mãn  $f'(x) = \tan x \cdot f(x)$ , với mọi  $x \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ ,  $f(0) = 1$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{1+\pi}{4}$ . (B)  $\frac{\pi}{4}$ . (C)  $\ln \frac{\pi+1}{4}$ . (D) 0.

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $f'(x) = e^{-f(x)}(2x+3)$ ,  $f(0) = \ln 2$ . Tích phân  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

(A)  $6 \ln 2 + 2$ . (B)  $6 \ln 2 - 2$ . (C)  $6 \ln 2 - 3$ . (D)  $6 \ln 2 + 3$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $xf'(x) - f(x) = x^2$ , với mọi  $x \in [0; 1]$  và  $f(1) = 1$ . Tích phân  $\int_0^1 xf(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = f(x) + x^2 e^x + 1$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = -1$ . Tính  $f(3)$ .

(A)  $6e^3 + 3$ . (B)  $6e^2 + 2$ . (C)  $3e^2 - 1$ . (D)  $9e^3 - 1$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 3x$  và  $f(1) = 2$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = 2$  là

(A)  $y = 16x + 20$ . (B)  $y = -16x + 20$ . (C)  $y = -16x - 20$ . (D)  $y = 16x - 20$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\frac{[f(x)]^2 \cdot [f'(x)]^2}{e^{2x}} = 1 + [f(x)]^2$ , với mọi  $x \in [0; 1]$ . Biết  $f(0) = 1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $f(1) \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . (B)  $f(1) \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$ . (C)  $f(1) \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$ . (D)  $f(1) \in \left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = -e^x f^2(x)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{1}{2}$ . Tính  $f(\ln 2)$ .

(A)  $\ln 2 + \frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\ln^2 2 + \frac{1}{2}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp 2 liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = -1$ ,  $f(1) = -\frac{2}{3}$  và  $f''(x) \cdot f(x) - 2[f'(x)]^2 = x[f(x)]^3$ , với mọi  $x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 (3x^2 + 2)f(x) dx$  bằng

(A)  $-\ln \frac{3}{2}$ . (B)  $-3 \ln \frac{3}{2}$ . (C)  $-2 \ln \frac{3}{2}$ . (D)  $-6 \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x) > 0, \forall x \geq 0$  và có đạo hàm cấp 2 liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  thỏa mãn  $f''(x) \cdot f(x) - 2[f'(x)]^2 + xf^3(x) = 0$  và  $f'(0) = 0, f(0) = 1$ . Tính  $f(1)$ .

**A**  $\frac{2}{3}$ .

**B**  $\frac{3}{2}$ .

**C**  $\frac{6}{7}$ .

**D**  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{12}$  và  $f(x) + xf'(x) = (x^3 + x^2)f^2(x)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Tích phân  $\int_1^2 \frac{1}{xf(x)} dx$  bằng

**A**  $-\frac{14}{3}$ .

**B**  $\frac{14}{3}$ .

**C**  $-\frac{11}{3}$ .

**D**  $\frac{11}{3}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $[xf'(x)]^2 + 1 = x^2 - x^2 f(x)f''(x)$ , với mọi số thực dương  $x$  và  $f(1) = f'(1) = 1$ . Giá trị  $f^2(2)$  bằng

**A**  $\sqrt{2 \ln 2 + 2}$ .

**B**  $2 \ln 2 + 2$ .

**C**  $\ln 2 + 1$ .

**D**  $\sqrt{\ln 2 + 1}$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn  $[1; 4]$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{3}{2}$  và  $x + 2xf(x) = (f'(x))^2$  với mọi  $x \in [1; 4]$ . Đặt  $a = \int_1^4 f(x) dx$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A**  $a \in (0; 10)$ .

**B**  $a \in [10; 20)$ .

**C**  $a \in [20; 30)$ .

**D**  $a \in [30; 40)$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{1}{2}\right]$  thỏa mãn

$f(0) = 1$  và  $f'(x) - 2xf(x) = 2x^3 f^2(x)$ , với mọi  $x \in \left[0; \frac{1}{2}\right]$ . Giá trị của  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  bằng

**A**  $\frac{4}{3}$ .

**B**  $\frac{5}{2}$ .

**C**  $\frac{3}{2}$ .

**D**  $\frac{7}{4}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) > 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(0) = 1$  và  $f(x) = \sqrt{x+1} f'(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A**  $f(3) > 6$ .

**B**  $2 < f(3) < 4$ .

**C**  $4 < f(3) < 6$ .

**D**  $f(3) < 2$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = \frac{1}{50}$  và  $f'(x) + f(x) = 2x^4 f^2(x)$ , với mọi  $x \in [0; 1]$ . Giá trị của  $f(a)$  bằng

**A**  $\frac{1}{2(65+e)}$ .

**B**  $\frac{1}{2(48+e)}$ .

**C**  $\frac{1}{2(50+e)}$ .

**D**  $\frac{1}{2(54+e)}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x) > 0, \forall x \geq 0$  và có đạo hàm cấp 2 liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  thỏa mãn  $f''(x) \cdot f(x) + x[f'(x)]^4 = 3[f'(x)]^2, \forall x \geq 0$  và  $f'(0) = 0, f(0) = 1$ . Tính  $f(a)$ .

**A**  $\frac{1}{4}$ .

**B**  $\frac{3}{4}$ .

**C**  $\frac{1}{2}$ .

**D**  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị âm và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $xf'(x) - f(x) = (xf(x))^2, \forall x > 0$  và  $f(1) = -\frac{3}{4}$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

**A**  $-\frac{3}{11}$ .

**B**  $-\frac{6}{7}$ .

**C**  $-\frac{3}{7}$ .

**D**  $-\frac{6}{11}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên tập  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{f(x)}{x^2} - \frac{1}{x^3}, \forall x \neq 0$  và  $f(1) = 1$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

**A**  $2\sqrt{e} - 1$ .

**B**  $\sqrt{e} - \frac{1}{2}$ .

**C**  $1 - 2\sqrt{e}$ .

**D**  $\frac{1}{2} - \sqrt{e}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn các điều kiện  $f(0) = 2\sqrt{2}, f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó giá trị  $f(1)$  bằng

**A**  $\sqrt{15}$ .

**B**  $\sqrt{23}$ .

**C**  $\sqrt{24}$ .

**D**  $\sqrt{26}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f'(0) \neq 0$  và  $f(x)f'(x) + 18x^2 = (3x^2 + x)f'(x) + (6x + 1)f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $\int_0^1 (x + 1)e^{f(x)} dx = ae^2 + b$  ( $a, b \in \mathbb{Q}$ ). Giá trị của  $a - b$  bằng

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D)  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa mãn  $f(0) = 0$  và  $(f(x))^2 - 6f'(x) \cos x + \frac{9}{2}(1 + 3 \cos 2x) = 0$ ,  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ . Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A) 3. (B)  $\frac{\pi}{2}$ . (C)  $\pi - 3$ . (D)  $\frac{\pi}{2} - 1$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; \pi]$  thỏa mãn  $f^2(\pi) = \frac{1}{4}$  và  $\int_0^{\pi} f'(x)(\sin x - 2xf(x)) dx = -\frac{3\pi}{8}$ . Giá trị của  $\int_0^{\pi} x^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\pi$ . (B)  $\frac{2\pi^3 + 3\pi}{48}$ . (C)  $\frac{\pi^2}{16}$ . (D)  $\frac{\pi^2}{2} - 2$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và thỏa mãn  $f^2(x) - xf(x)f'(x) = 2x + 4$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ . Biết  $f(1) = 3$ , tích phân  $I = \int_0^1 f^2(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{13}{3}$ . (B) 19. (C) 13. (D)  $\frac{19}{3}$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $3f(x) + f'(x) = \sqrt{1 + 3e^{-2x}}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{11}{3}$ . Giá trị của  $f\left(\frac{1}{2} \ln 6\right)$  bằng

- (A)  $\frac{8}{9\sqrt{6}}$ . (B)  $\frac{5}{3\sqrt{6}}$ . (C)  $\frac{20}{3\sqrt{6}}$ . (D)  $\frac{32}{5\sqrt{6}}$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = e^{-x}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ . Tất cả các nguyên hàm của  $f(x)e^{2x}$  là

- (A)  $(x - 2)e^x + e^x + C$ . (B)  $(x + 2)e^{2x} + e^x + C$ .  
(C)  $(x + 2)e^x + C$ . (D)  $(x + 1)e^x + C$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; \pi]$ . Biết  $f(0) = 2e$  và  $f(x)$  luôn thỏa mãn đẳng thức  $f'(x) + \sin x \cdot f(x) = \cos x \cdot e^{\cos x}$ ,  $\forall x \in [0; \pi]$ . Tính  $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$  (làm tròn đến phần trăm)

- (A) 6, 55. (B) 17, 30. (C) 10, 31. (D) 16, 91.

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm xác định trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f'(x) + 4x - 6xe^{x^2 - f(x) - 2019} = 0$  và  $f(0) = -2019$ . Số nghiệm nghiệm nguyên dương của bất phương trình  $f(x) < 7$  là

- (A) 91. (B) 46. (C) 45. (D) 44.

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 0$  và  $(f'(x))^2 + 4f(x) = 8x^2 + 16x - 8$ ,  $\forall x \in [-1; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{5}{3}$ . (B)  $-\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = 1$  và  $2xf'(x) - f(x) = 2(x^3 + x^2)\sqrt{x}, \forall x > 0$ . Giá trị của  $f(4)$  bằng

(A) 59.

(B) 58.

(C) 56.

(D) 57.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. B  | 3. A  | 4. B  | 5. C  | 6. B  | 7. B  | 8. C  | 9. A  | 10. C |
| 11. D | 12. B | 13. B | 14. B | 15. D | 16. D | 17. A | 18. B | 19. D | 20. C |
| 21. A | 22. B | 23. C | 24. A | 25. A | 26. A | 27. D | 28. D | 29. B | 30. C |
| 31. B | 32. A | 33. A | 34. D | 35. B | 36. D | 37. C | 38. C | 39. A | 40. A |

## BÀI 1. NGUYÊN HÀM VÀ TÍCH PHÂN CỦA HÀM SỐ $F(X)$ VÀ $F'(X)$

### Dạng 1. Dạng tích liên quan đến $f(x)$ và $f'(x)$

$$f'(x) \cdot g(f(x)) = k(x)$$

- ☑ Lấy nguyên hàm hoặc tích phân hai vế, ta có  $\int f'(x)g(f(x)) dx = \int k(x) dx$ .
- ☑ Nguyên hàm hoặc tích phân vế trái được tính bằng phép đổi biến  $t = f(x)$ ; nguyên hàm hoặc tích phân vế phải tính theo nguyên hàm cơ bản.

⚠ Đặc biệt cho trường hợp này là bài toán:  $f'(x) = kf(x) \quad (k \in \mathbb{R}) \Rightarrow f(x) = Ce^{kx}$ .

### Dạng 2. Dạng tổng liên quan đến $f(x)$ và $f'(x)$

$$f'(x) + g(x)f(x) = k(x)$$

- ☑ Gọi  $G(x) = \int g(x) dx$  là một nguyên hàm của  $g(x)$ .

- ☑ Nhân hai vế của đẳng thức với  $e^{G(x)}$ , ta được

$$e^{G(x)} f'(x) + g(x)e^{G(x)} f(x) = k(x)e^{G(x)} \Leftrightarrow (e^{G(x)} f(x))' = k(x)e^{G(x)}.$$

- ☑ Suy ra  $e^{G(x)} f(x) = \int k(x)e^{G(x)} dx \Leftrightarrow f(x) = e^{-G(x)} \int k(x)e^{G(x)} dx$ .

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{5}$  và  $f'(x) = x^3 f^2(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

(A)  $-\frac{4}{35}$ .(B)  $-\frac{79}{20}$ .(C)  $-\frac{4}{5}$ .(D)  $-\frac{71}{20}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{2}{9}$  và  $f'(x) = 2xf^2(x)$  với  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

(A)  $-\frac{35}{36}$ .(B)  $-\frac{2}{3}$ .(C)  $-\frac{19}{36}$ .(D)  $-\frac{2}{15}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = 2f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \sqrt{3}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $2\sqrt{3}(e^2 - 1)$ . (B)  $\sqrt{3}(2e - 1)$ . (C)  $\frac{\sqrt{3}(e^2 - 1)}{2}$ . (D)  $\frac{\sqrt{3}(2e - 1)}{2}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị âm và có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = -1$  và  $f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{1}{6}$ . (B)  $-\ln 2$ . (C)  $-\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ . (D)  $-\frac{\pi\sqrt{3}}{9}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) > 0$ ,  $\forall x \in [0; 1]$  và liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$ ,  $f(x) = [f'(x)]^2$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{5}{4}$ . (B)  $\frac{19}{12}$ . (C)  $\frac{5}{2}$ . (D)  $\frac{19}{3}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f'(0) = -1$  và  $f''(x) = [f'(x)]^2$ . Giá trị của biểu thức  $f(1) - f(0)$  bằng

- (A)  $\ln 2$ . (B)  $-\ln 2$ . (C)  $\frac{1}{2} \ln 2$ . (D)  $-\frac{1}{2} \ln 2$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên khoảng  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = -e^x f^2(x)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = \frac{1}{2}$ . Tính  $f(\ln 2)$ .

- (A)  $\ln 2 + \frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{4}$ . (D)  $\ln^2 2 + \frac{1}{2}$ .

**Câu 8.** Giả sử hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(1) = 1$ ,  $f(x) = f'(x)\sqrt{3x+1}$  với mọi  $x > 0$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $1 < f(5) < 2$ . (B)  $4 < f(5) < 5$ . (C)  $3 < f(5) < 4$ . (D)  $2 < f(5) < 3$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f(3) = \frac{2}{3}$  và  $f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $2613 < f^2(8) < 2614$ . (B)  $2614 < f^2(8) < 2615$ .  
(C)  $2618 < f^2(8) < 2619$ . (D)  $2616 < f^2(8) < 2617$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , thỏa mãn  $f(x) \cdot f'(x) = 3x^5 + 6x^2$ . Biết  $f(0) = 2$ , tính  $f^2(2)$ .

- (A)  $f^2(2) = 144$ . (B)  $f^2(2) = 100$ . (C)  $f^2(2) = 64$ . (D)  $f^2(2) = 81$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x) < 0$ ,  $\forall x > 0$  và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) = (2x + 1)f^2(x)$ ,  $\forall x > 0$  và  $f(1) = -\frac{1}{2}$ . Giá trị của biểu thức  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2018)$  bằng

- (A)  $-\frac{2010}{2019}$ . (B)  $-\frac{2017}{2018}$ . (C)  $-\frac{2016}{2017}$ . (D)  $-\frac{2018}{2019}$ .

**Câu 12.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 4]$  thỏa mãn điều kiện  $f(1) + g(1) = 9e$  và  $f(x) = -e^{x^2}g'(x)$ ;  $g(x) = -x^2f'(x)$ ,  $\forall x \in [1; 4]$ . Tính tích phân

$$\int_1^4 \frac{f(x) + g(x)}{x^2} dx.$$

- (A)  $\frac{9}{e}(e - \sqrt[4]{e})$ . (B)  $9(e - \sqrt[4]{e})$ . (C)  $\frac{e}{9}(e - \sqrt[4]{e})$ . (D)  $\frac{e - \sqrt[4]{e}}{9}$ .

**Câu 13.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 4]$  thỏa mãn  $f(1) + g(1) = 4$  và  $f(x) = -xg'(x)$ ;  $g(x) = -xf'(x)$ . Tích phân  $\int_1^4 [f(x) + g(x)] dx$  bằng

- (A)  $8 \ln 2$ . (B)  $3 \ln 2$ . (C)  $6 \ln 2$ . (D)  $4 \ln 2$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = e^{-x}\sqrt{2x+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $e^4 f(4) - f(0) = \frac{26}{3}$ . (B)  $e^4 f(4) - f(0) = -\frac{26}{3}$ .  
(C)  $e^4 f(4) - f(0) = \frac{4}{3}$ . (D)  $e^4 f(4) - f(0) = -\frac{4}{3}$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 0$  và  $2xf(x) + f'(x) = x(x^2 - 1)$  với mọi  $x \in [0; 1]$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^1 xf(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{e-4}{8e}$ . (B)  $\frac{1}{6}$ . (C)  $\frac{7}{6}$ . (D)  $\frac{e-4}{4e}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; \pi]$  thỏa mãn  $f(0) = \sqrt{3}$  và  $f(x) \cdot f'(x) = \sqrt{1+f^2(x)} \cdot \cos x$ ,  $\forall x \in [0; \pi]$ . Tích phân  $\int_0^\pi f^2(x) dx$  bằng

- (A)  $8 + \frac{11\pi}{2}$ . (B)  $8 + \frac{7\pi}{2}$ . (C)  $\frac{7\pi}{2} - 8$ . (D)  $\frac{11\pi}{2} - 8$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và liên tục trên  $[0; 1]$  và hàm  $g(x)$  thỏa mãn  $g(x) = 1 + 2018 \int_0^x f(t) dt$ ,  $\forall x \in [0; 1]$  và  $g(x) = f^2(x)$ . Tích phân  $\int_0^1 \sqrt{g(x)} dx$  bằng

- (A)  $\frac{1011}{2}$ . (B)  $\frac{1000}{2}$ . (C)  $\frac{2019}{2}$ . (D) 505.

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương, liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và hàm số  $g(x)$  thỏa mãn  $g(x) = 1 + \int_0^x f(t) dt$ ,  $\forall x \in [0; 1]$  và  $g(x) = f^3(x)$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 \sqrt[3]{g^2(x)} dx$  bằng

- (A)  $\frac{2021}{2}$ . (B)  $\frac{2021}{3}$ . (C)  $\frac{2019}{3}$ . (D)  $\frac{2019}{2}$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn điều kiện  $2018f(x) + xf'(x) \geq x^{2019}$ ,  $\forall x \in [0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{4037}$ . (B)  $\frac{1}{2018 \cdot 4037}$ . (C)  $\frac{1}{2019 \cdot 4037}$ . (D)  $\frac{1}{2020 \cdot 4037}$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $y = f(x)$  thỏa mãn  $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = f'(0) = 1$ . Giá trị của  $f^2(1)$  bằng

- (A) 8. (B)  $\frac{9}{2}$ . (C) 10. (D)  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $2f(x) + xf'(x) \geq 673x^{2017}$  với mọi  $x \in [0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{1}{3 \cdot 2017}$ . (C)  $\frac{1}{3 \cdot 2018}$ . (D)  $\frac{1}{3 \cdot 2019}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$  thỏa mãn  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{(x+1)f(x)}}$  với mọi  $x \geq 0$  và  $f(0) = 1, f(1) = \sqrt[3]{a+b\sqrt{2}}$  với  $a, b$  là các số nguyên.

Tính  $P = ab$ .

- (A)  $P = -66$ . (B)  $P = -3$ . (C)  $P = 6$ . (D)  $P = -36$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa  $f(2) = -\frac{1}{25}$  và  $f'(x) = 4x^3 [f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

- (A)  $-\frac{41}{400}$ . (B)  $-\frac{1}{10}$ . (C)  $-\frac{391}{400}$ . (D)  $-\frac{1}{40}$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = -\frac{1}{3}$  và  $f'(x) = x[f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

- (A)  $-\frac{2}{9}$ . (B)  $-\frac{2}{3}$ . (C)  $-\frac{11}{6}$ . (D)  $-\frac{7}{6}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và  $3f'(x)f^2(x)e^{f^3(x)-x^2-1} - 2x = 0$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^{\sqrt{7}} xf(x) dx$ .

- (A)  $\frac{5\sqrt{7}}{7}$ . (B)  $\frac{45}{8}$ . (C)  $\frac{63}{4}$ . (D)  $\frac{15}{4}$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = 0$  và  $f'(x)f^2(x) = 2x^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

- (A)  $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$ . (B)  $\sqrt[3]{2}$ . (C)  $\sqrt[3]{\frac{2}{3}}$ . (D)  $\sqrt[3]{6}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn  $f(0) = 1, f(2) = 2$  và  $f'(x) = 2\left(\frac{ax+b}{x+4} - 1\right)f^2(x)$ , với mọi  $x \in [0; 2]$ . Tích phân  $\int_0^2 \left(\frac{ax+b}{x+4}\right) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{9}{4}$ . (C)  $\frac{3}{4}$ . (D)  $\frac{11}{4}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 0$  và  $f'(x) = \frac{f(x)}{x} + 4x^3$ , với mọi  $x \in (0; +\infty)$ . Tích phân  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{47}{10}$ . (B)  $\frac{154}{15}$ . (C)  $\frac{94}{15}$ . (D)  $\frac{77}{10}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = 1$  và  $f(x) = 8x^6 [f'(x)]^3$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f^2(1)$  bằng

- (A)  $\frac{125}{216}$ . (B)  $\frac{125}{512}$ . (C)  $\frac{343}{216}$ . (D)  $\frac{1331}{512}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn  $f(2) = 2$  và  $f'(x) + 1 = x^3 (f(x) + x)^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

- (A)  $-\frac{9}{13}$ . (B)  $-\frac{5}{4}$ . (C)  $-\frac{1}{4}$ . (D)  $-\frac{3}{4}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 3]$ ,  $f(x) \neq 0$  với mọi  $x \in [1; 3]$ , đồng thời  $f'(x)[1 + f(x)]^2 = [(f(x))^2(x-1)]^2, \forall x \in [1; 3]$  và  $f(1) = -1$ . Biết rằng

$\int_1^3 f(x) dx = a \ln 3 + b \quad (a, b \in \mathbb{Z})$ , giá trị của  $a + b^2$  bằng

- (A) 2. (B) 0. (C) 4. (D) -1.

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $f(1) = 0$  và  $[f'(x)]^2 + 12xf(x) = 21x^4 - 12x, \forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{3}{4}$ . (B)  $-\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{1}{2}$ . (D)  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(-1; +\infty)$  thoả mãn  $f(x) + 2(x+1)f'(x) = 1, \forall x > -1$ . Biết  $f(0) = 3$ , giá trị của  $f(3)$  bằng

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(-2; +\infty)$ . Biết  $f(-1) = 3$  và  $f(x) + 2(x+2)f'(x) = 1, \forall x > -2$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- (A) 1. (B) 4. (C) 2,5. (D) 2.

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  thoả mãn  $f(1) = 2$  và  $(x-1)f(x) = xf'(x) + 1, \forall x \neq 0$ . Giá trị của  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $(2; 4)$ . (C)  $(4; 6)$ . (D)  $(6; +\infty)$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  có  $f(1) = \sqrt{e}$ , nhận giá trị dương trên khoảng  $(0; +\infty)$  và  $x^2 f'(x) = xf(x) \ln f(x) + f(x), \forall x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $(2; 4)$ . (C)  $(4; 6)$ . (D)  $(6; +\infty)$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(1) = 2\sqrt{3}$ ,  $f^2(x) - xf(x)f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f^2(2)$  bằng

- (A) 28. (B) 16. (C) 24. (D) 36.

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  thoả mãn  $f(x) = x[\sin x + f'(x)] + \cos x$  và  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$ . Giá trị của  $f(\pi)$  bằng

- (A)  $1 + \pi$ . (B)  $-1 + \pi$ . (C)  $1 + \frac{\pi}{2}$ . (D)  $-1 + \frac{\pi}{2}$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  nằm phía trên trục hoành. Hàm số  $f(x)$  thoả các điều kiện  $(f'(x))^2 + f''(x)f(x) = -4$  và  $f(0) = 1, f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành gần nhất với số nào sau đây?

- (A) 0,95. (B) 0,96. (C) 0,98. (D) 0,97.

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thoả mãn  $(f(x))^2 - xf(x)f'(x) = 2x + 4, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(1) = \sqrt{10}$ . Tích phân  $\int_0^1 (x+1)f(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(3; 3,5)$ . (B)  $(2,5; 3)$ . (C)  $(2; 2,5)$ . (D)  $(3,5; 4)$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. B  | 3. C  | 4. D  | 5. B  | 6. B  | 7. B  | 8. C  | 9. A  | 10. B |
| 11. D | 12. B | 13. A | 14. A | 15. A | 16. B | 17. A | 18. B | 19. D | 20. A |
| 21. C | 22. A | 23. B | 24. B | 25. B | 26. A | 27. B | 28. C | 29. A | 30. D |
| 31. D | 32. A | 33. A | 34. D | 35. A | 36. C | 37. A | 38. B | 39. C | 40. D |

## BÀI 2. NGUYÊN HÀM 2.2

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $\cos x f(x) + \sin x f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$  và  $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}$ .

Tích phân  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $\ln\left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ . (B)  $2\ln\left(1 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ . (C)  $\ln\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1\right)$ . (D)  $2\ln\left(\frac{2\sqrt{3}}{3} - 1\right)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = 0$ ,  $f'(x)\sqrt{x^2 + 1} = 2x\sqrt{f(x) + 1}, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(x) > -1, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tính  $f(\sqrt{3})$ .

- (A) 12. (B) 3. (C) 7. (D) 9.

**Câu 3.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và đồng biến trên đoạn  $[1; 4]$ ,  $f(1) = 0$  và

$x + 2xf(x) = [f'(x)]^2, \forall x \in [1; 4]$ . Đặt  $I = \int_1^4 f(x) dx$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A)  $1 < I < 4$ . (B)  $4 < I < 8$ . (C)  $8 < I < 12$ . (D)  $12 < I < 16$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm cấp hai liên tục thỏa mãn  $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = f'(0) = 3$ . Giá trị của  $f^2(1)$  bằng

- (A) 28. (B) 22. (C)  $\frac{19}{2}$ . (D) 10.

**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và  $f'(x) + 2xf(x) = 2xe^{-x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^1 xf(x) dx$  bằng

- (A)  $1 - \frac{3}{2e}$ . (B)  $-\frac{1}{2e}$ . (C)  $1 - \frac{e}{2}$ . (D)  $\frac{e}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{9}{e}$  và  $f'(x) + 3x^2 f(x) = (15x^4 + 12x)e^{-x^3}, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích

phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $3 + \frac{4}{e}$ . (B)  $2e - 1$ . (C)  $3 - \frac{4}{e}$ . (D)  $2e + 1$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f^2(x) \cdot f''(x) + 2f(x) \cdot (f'(x))^2 = 15x^4 + 12x, \forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) =$

$1, f'(0) = 9$ . Tích phân  $\int_0^1 f^3(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{199}{14}$ . (B)  $\frac{227}{42}$ . (C)  $\frac{227}{14}$ . (D)  $\frac{199}{42}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ ,  $f(1) = 0$  và

$x + 2xf(x) = [f'(x)]^3, \forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 (2f(x) + 1)^2 dx$  bằng

- (A) 1. (B)  $\frac{1}{5}$ . (C)  $\frac{1}{3}$ . (D)  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2, \forall x \in [1; 2]$ . Tính giá trị  $f(2)$ .

**(A)** 5.**(B)** 20.**(C)** 15.**(D)** 10.

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) \neq 0$  thỏa mãn điều kiện  $f'(x) = (2x + 3)f^2(x)$  và  $f(0) = -\frac{1}{2}$ . Biết rằng tổng  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2017) + f(2018) = \frac{a}{b}$  với  $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$  và  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

**(A)**  $\frac{a}{b} < -1$ .**(B)**  $\frac{a}{b} > 1$ .**(C)**  $a + b = 1010$ .**(D)**  $b - a = 3029$ .

**Câu 11.** Cho hàm số có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và

$f'(x) = f(x) + e^x + 1, \forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

**(A)**  $2e - 1$ .**(B)**  $2(e - 1)$ .**(C)**  $1 - e$ .**(D)**  $1 - 2e$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm đến cấp 2 liên tục trên đoạn  $[1; 3]$ ,  $f(1) = f'(1) = 1$  và  $f(x) > 0$ ,  $f(x) \cdot f''(x) = (f'(x))^2 - (xf(x))^2, \forall x \in [1; 3]$ . Tính  $\ln f(3)$ .

**(A)**  $-4$ .**(B)**  $-3$ .**(C)**  $4$ .**(D)**  $3$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và

$f'(x) = f(x) + e^x + 1, \forall x \in [0; 1]$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

**(A)**  $0 < f(1) < 1$ .**(B)**  $7 < f(1) < 8$ .**(C)**  $4 < f(1) < 5$ .**(D)**  $2 < f(1) < 3$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(2) = \ln \frac{3}{4}$  và  $f'(x)e^{f(x)} = \frac{2}{x^3}, \forall x \in [2; 2018]$ .

Biết  $f(2) + f(3) + \dots + f(2018) = \ln a - \ln b + \ln c - \ln d$  với  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương và  $a, c, d$  là số nguyên tố và  $a < b < c < d$ . Giá trị biểu thức  $a + b + c + d$  bằng

**(A)** 1968.**(B)** 1698.**(C)** 1689.**(D)** 1986.

**Câu 15.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 2$  và

$[f(x)]^4 \cdot [f'(x)]^2 (1 + x^2) = 1 + [f(x)]^3, \forall x \in [0; 1]$ . Biết  $f'(x) \geq 0; f(x) > 0, \forall x \in [0; 1]$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

**(A)**  $2 < f(1) < 3$ .**(B)**  $3 < f(1) < 4$ .**(C)**  $4 < f(1) < 5$ .**(D)**  $5 < f(1) < 6$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm đến cấp hai liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = f'(0) = 1$  và

$f(x) + 2f'(x) + f''(x) = x^3 + 2x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

**(A)**  $\frac{107}{12} - \frac{21}{e}$ .**(B)**  $\frac{107}{21} - \frac{12}{e}$ .**(C)**  $\frac{107}{12} + \frac{21}{e}$ .**(D)**  $\frac{107}{21} + \frac{12}{e}$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm đến cấp hai liên tục trên đoạn  $[0; 2]$ ,  $f(0) = 1, f(2) = e^4$  và  $f(x) > 0, (f(x))^2 - f(x) \cdot f''(x) + (f'(x))^2 = 0, \forall x \in [0; 2]$ . Tính  $f(1)$ .

**(A)**  $e$ .**(B)**  $e^{\frac{3}{4}}$ .**(C)**  $e^2$ .**(D)**  $e^{\frac{3}{2}}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm tới cấp hai liên tục trên  $[0; 3]$  thỏa mãn  $f(3) = 4$  và  $(f'(x))^2 =$

$8x^2 - 20 - 4f(x), \forall x \in [0; 3]$ . Tích phân  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

**(A)** 9.**(B)**  $-6$ .**(C)** 21.**(D)** 12.

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  đồng biến, có đạo hàm tới cấp hai liên tục trên  $[0; 2]$  thỏa mãn  $f(0) = 1, f(2) = e^6$  và  $f(x) > 0, (f(x))^2 - f(x)f''(x) + (f'(x))^2 = 0, \forall x \in [0; 2]$ . Tính  $f(1)$ .

**(A)**  $e^2$ .**(B)**  $e^{\frac{3}{2}}$ .**(C)**  $e^3$ .**(D)**  $e^{\frac{5}{2}}$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và  $(f'(x))^2 + 4(6x^2 - 1)f(x) = 40x^6 - 44x^4 + 32x^2 - 4, \forall x \in [0; 1]$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{23}{15}$ . (B)  $-\frac{17}{15}$ . (C)  $\frac{13}{15}$ . (D)  $-\frac{7}{15}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{1}{8}$  và  $f'(x) = -2(x^2 + x + 1)(2x + 1)[f(x)]^2$  với mọi  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ . Giá trị biểu thức  $f(2)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{32}$ . (B)  $\frac{1}{50}$ . (C)  $\frac{1}{30}$ . (D)  $\frac{1}{48}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$  thỏa mãn

$$x^2 f^2(x) + (2x - x^2) f(x) = x^3 f'(x) - 1, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\} \text{ đồng thời } f(2) = -\frac{3}{2}.$$

Tích phân  $\int_2^3 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\ln 3$ . (B)  $-\ln 5$ . (C)  $-\ln 6$ . (D)  $-\ln 2$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau  $f(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}; f'(x) = x^3 f^2(x)$  và  $f(0) = 2$ . Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = 1$  là

- (A)  $16x - y - 12 = 0$ . (B)  $x + y - 3 = 0$ . (C)  $12x - y - 12 = 0$ . (D)  $12x - 9y - 1 = 0$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) + \frac{f(x)}{x} = x^2$  và  $f(1) = -1$ . Giá trị của  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{96}$ . (B)  $\frac{1}{64}$ . (C)  $\frac{1}{48}$ . (D)  $\frac{1}{24}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  trên đoạn  $[0; 1]$  và  $(f(x))^4 (f'(x))^2 (x^2 + 1) = 1 + (f(x))^3, \forall x \in [0; 1]$ . Biết  $f(0) = 2, f'(x) > 0, f(x) > 0, \forall x \in [0; 1]$  Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $f(1) \in \left(2; \frac{5}{2}\right)$ . (B)  $f(1) \in \left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . (C)  $f(1) \in \left(3; \frac{7}{2}\right)$ . (D)  $f(1) \in \left(\frac{7}{2}; 4\right)$ .

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 2$  và  $(x^2 + 1)^2 f'(x) = [f(x)]^2 \cdot (x^2 - 1)$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

- (A)  $\frac{2}{5}$ . (B)  $-\frac{2}{5}$ . (C)  $-\frac{5}{2}$ . (D)  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 27.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 4]$  thỏa mãn  $f(1) = -1; f(4) = -8$  và  $\sqrt{x^3}(f'(x))^2 - f(x) = 9\sqrt{x^3} - \sqrt{x} - 3x, \forall x \in [1; 4]$ . Tích phân  $\int_1^4 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-7$ . (B)  $-\frac{89}{6}$ . (C)  $-\frac{79}{6}$ . (D)  $-8$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; e]$  thỏa mãn  $f(1) = -3$  và  $xf'(x) = x(f(x))^2 + 3f(x) + \frac{4}{x}, \forall x \in [1; e]$ . Giá trị của  $f(e)$  bằng

- (A)  $-\frac{3}{2e}$ . (B)  $-\frac{2}{e}$ . (C)  $-\frac{5}{e}$ . (D)  $-\frac{5}{2e}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên  $(0; +\infty)$ ;  $y = f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn  $f(3) = \frac{4}{9}$ ;  $(f'(x))^2 = (x+1)f(x)$ . Tính  $f(8)$ .

- (A)  $f(8) = 49$ . (B)  $f(8) = 256$ . (C)  $f(8) = \frac{1}{16}$ . (D)  $f(8) = \frac{49}{64}$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; e]$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{1}{2}$  và  $xf'(x) = x(f(x))^2 - 3f(x) + \frac{1}{x}$ ,  $\forall x \in [1; e]$ . Giá trị của  $f(e)$  bằng

- (A)  $\frac{3}{2e}$ . (B)  $\frac{4}{3e}$ . (C)  $\frac{3}{4e}$ . (D)  $\frac{2}{3e}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[1; 2]$  thỏa mãn  $f(2) = 0$  và  $(f'(x))^2 + 8f(x) = 16(2x^2 - 4x + 1)$ ,  $\forall x \in [1; 2]$ .

Khi đó  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $-\frac{4}{3}$ . (B)  $\frac{2}{3}$ . (C)  $\frac{1}{5}$ . (D)  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 32.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn

$$f(x) > 0, (x+1)f'(x) = \frac{\sqrt{f(x)}}{x+2} \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \text{ và } f(0) = \left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2.$$

Giá trị  $f(3)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2}(4\ln 2 - \ln 5)^2$ . (B)  $4(4\ln 2 - \ln 5)^2$ . (C)  $\frac{1}{4}(4\ln 2 - \ln 5)^2$ . (D)  $2(4\ln 2 - \ln 5)^2$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ ,  $f(1) = 0$  và  $x^6[f'(x)]^3 + 27[f(x) - 1]^4 = 0$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

Giá trị của  $f(2)$  bằng

- (A)  $-1$ . (B)  $1$ . (C)  $7$ . (D)  $-7$ .

**Câu 34.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f(1) = \frac{1}{2}$ ,  $f(x) \neq 0$ ,  $\forall x > 0$  và  $3xf(x) - x^2f'(x) = 2f^2(x)$ ,  $\forall x \in (0; +\infty)$ . Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[1; 2]$ . Giá trị  $M + m$  bằng

- (A)  $\frac{6}{5}$ . (B)  $\frac{7}{5}$ . (C)  $\frac{21}{10}$ . (D)  $\frac{9}{10}$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(4) = \frac{4}{3}$  và  $f(x) = x\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - f'(x)\right)$ ,  $\forall x > 0$ . Khi đó

$\int_1^4 xf(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1283}{30}$ . (B)  $-\frac{157}{30}$ . (C)  $\frac{157}{30}$ . (D)  $-\frac{1283}{30}$ .

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm, nhận giá trị dương trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$2f'(x^2) = 9x\sqrt{f(x^2)}, \forall x \in (0; +\infty).$$

Biết  $f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$ , giá trị của  $f\left(\frac{1}{3}\right)$  bằng

- (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{1}{12}$ . (D)  $\frac{1}{6}$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$f(x) + 2x \cdot f'(x) = 4x\sqrt{x} - 6\sqrt{x} + 1, \forall x \in (0; +\infty) \text{ và } f(1) = -1.$$

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = 0$  là

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

**Câu 38.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $xf'(x) + (x+1)f(x) = e^{-x}$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Tính  $f'(0)$ .

- (A)  $\frac{1}{e}$ . (B)  $-1$ . (C)  $e$ . (D)  $1$ .

**Câu 39.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f'(x) = (x+1)e^{x-f(x)}$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$  và  $f(0) = 2$ , khi đó  $f(2)$  bằng

- (A)  $3e^2$ . (B)  $2 + \ln 3$ . (C)  $2 + 2e^2$ . (D)  $\ln(2 + 2e^2)$ .

**Câu 40.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn  $f(x)(\ln f(x) - 1) + x(f'(x) - 2f(x)) = 0$  và  $\ln f(2) - \ln f(1) = 1$ . Tích phân  $\int_1^2 xf(x) dx$  thuộc

khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(0; 6)$ . (B)  $(6; 12)$ . (C)  $(12; 18)$ . (D)  $(18; 24)$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; \pi)$  thỏa mãn

$$f'(x) \cdot \sin x = x + f(x) \cdot \cos x, \forall x \in (0; \pi).$$

Biết  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ ,  $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{12}(a + b \ln 2 + c\pi\sqrt{3})$ ,  $(a, b, c \in \mathbb{Z})$ . Giá trị của  $a + b + c$  bằng

- (A) 11. (B) 1. (C)  $-1$ . (D)  $-11$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  thỏa mãn

$$xf'(x) = f(x) + x^3 \ln x, \forall x > 0 \text{ và } f(1) = \frac{3}{4}.$$

Tính  $f(2)$ .

- (A)  $4 \ln 2 + 1$ . (B)  $4 \ln 2$ . (C)  $2 \ln 2 + 1$ . (D)  $2 \ln 2$ .

**Câu 43.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{0\}$  thỏa mãn  $f'(x) + x(e^{f(x)} + 2) + \frac{x}{e^{f(x)}} = 0$ . Biết  $f(1) = 0$ , giá trị của  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  bằng

- (A)  $\ln 7$ . (B)  $\ln 5$ . (C)  $\ln 6$ . (D)  $\ln 3$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị không âm có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn

$f(1) = 3$  và  $[2f(x) - 3x + 1] \cdot f'(x) = 3[1 + f(x)]$ ,  $\forall x \in [1; 2]$ . Tích phân  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{9}{2}$ . (B)  $\frac{7}{2}$ . (C)  $\frac{15}{2}$ . (D)  $\frac{5}{2}$ .

**Câu 45.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f'(x) = f(x) + e^x \cdot \cos 2021x$  và  $f(0) = 0$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm có hoành độ thuộc đoạn  $[-1; 1]$ ?

- (A) 4043. (B) 3. (C) 1. (D) 1287.

**Câu 46.** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có đạo hàm trên đoạn  $[1; 2021]$  thỏa mãn

$$f(2021) = g(2021) = 0; \frac{x}{(x+1)^2}g(x) + 2020x = (x+1)f'(x) \text{ và } \frac{x^3}{x+1}g'(x) + f(x) = 2021x^2$$

với mọi  $x \in [1; 2021]$ . Tích phân  $\int_1^{2021} \left[ \frac{x}{x+1}g(x) - \frac{x+1}{x}f(x) \right] dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2} \cdot 2021^2 - 2021 + \frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{2} \cdot 2020^2 - 2020 + \frac{1}{2}$ .  
(C)  $-\frac{1}{2} \cdot 2020^2 + 2020 - \frac{1}{2}$ . (D)  $-\frac{1}{2} \cdot 2021^2 + 2021 - \frac{1}{2}$ .

**Câu 47.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và  $f(x)$  nhận giá trị dương trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = e^2$ ;  $2 \sin 2x [f(x) + e^{\cos 2x} \cdot \sqrt{f(x)}] + f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ . Khi đó  $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A) (1; 2). (B) (2; 3). (C) (3; 4). (D) (0; 1).

**Câu 48.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên khoảng  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow t} \frac{x \cdot f(t) - t \cdot f(x)}{x^2 - t^2} = 1 \text{ với mọi } t > 0.$$

Biết rằng  $f(1) = 1$ , tính  $f(e)$ .

- (A)  $\frac{3e+1}{2}$ . (B)  $3e$ . (C)  $2e$ . (D)  $-e$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $(0; +\infty)$  và thỏa mãn các điều kiện  $\frac{2f^2(x)}{x^2} -$

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{8}{x^3}\right) f(x) + \frac{8}{x^4} = f'(x), \forall x > 0. \text{ Tích phân } \int_2^4 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $6 - 2 \ln 2$ . (B)  $6 + 4 \ln 2$ . (C)  $6 + 2 \ln 2$ . (D)  $8 + 4 \ln 2$ .

**Câu 50.** Với mọi  $x \in (0; +\infty)$ , hàm số  $f(x)$  liên tục, nhận giá trị dương, thỏa mãn  $f(x) + 2x^3 f^2(x) = -x f'(x)$  và  $f(1) = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $\int_2^3 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\ln \frac{9}{2}$ . (B)  $\ln \frac{9}{8}$ . (C)  $\frac{1}{2} \ln \frac{9}{2}$ . (D)  $\frac{1}{2} \ln \frac{9}{8}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

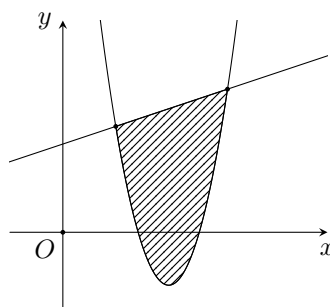
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. B  | 2. B  | 3. D  | 4. A  | 5. A  | 6. C  | 7. C  | 8. B  | 9. B  | 10. D |
| 11. B | 12. A | 13. B | 14. C | 15. A | 16. A | 17. D | 18. B | 19. D | 20. C |
| 21. D | 22. A | 23. A | 24. A | 25. B | 26. D | 27. C | 28. D | 29. A | 30. D |
| 31. A | 32. C | 33. D | 34. C | 35. B | 36. C | 37. D | 38. B | 39. B | 40. D |
| 41. C | 42. B | 43. A | 44. A | 45. D | 46. D | 47. D | 48. D | 49. C | 50. D |

## BÀI 3. CÔNG THỨC TÍNH NHANH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

### A - CÁC CÔNG THỨC TÍNH NHANH

#### 1. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và đường thẳng

Cho đường thẳng  $y = mx + n$  cắt parabol  $y = ax^2 + bx + c$  tại hai điểm phân biệt.



Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^2 + bx + c = mx + n \Leftrightarrow ax^2 + (b - m)x + c - n = 0.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong parabol và đường thẳng xác định bởi công thức

$$S^2 = \frac{\Delta^3}{36a^4} = \frac{((b - m)^2 - 4a(c - n))^3}{36a^4}.$$

**Chứng minh:**

Phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^2 + bx + c = mx + n \Leftrightarrow ax^2 + (b - m)x + c - n = 0. \quad (*)$$

Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi  $\Delta = (b - m)^2 - 4a(c - n) > 0$ .

Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (\*).

Theo định lý Vi-ét

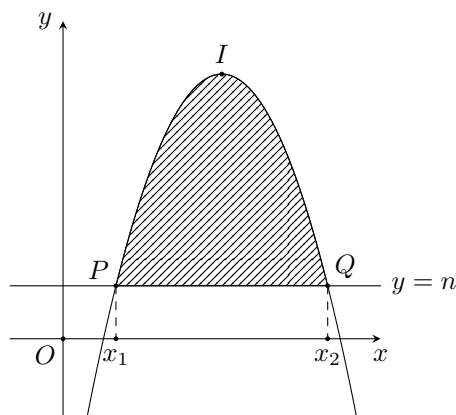
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b - m}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c - n}{a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = \frac{(b - m)^2 - a(c - n)}{a^2} \\ (x_2 - x_1)^2 = \frac{(b - m)^2 - 4a(c - n)}{a^2} \end{cases}$$

Khi đó

$$\begin{aligned} S^2 &= \left[ \int_{x_1}^{x_2} (ax^2 + bx + c - mx - n) dx \right]^2 \\ &= \left[ \int_{x_1}^{x_2} (ax^2 + (b - m)x + c - n) dx \right]^2 \\ &= \left[ \frac{ax^3}{3} \Big|_{x_1}^{x_2} + \frac{(b - m)x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} + (c - n) \Big|_{x_1}^{x_2} \right]^2 \\ &= \left[ (x_2 - x_1) \left( \frac{a}{3}(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) + \frac{b - m}{2}(x_1 + x_2) + c - n \right) \right]^2 \\ &= \left[ (x_2 - x_1) \left( \frac{a}{3}((x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2) + \frac{b - m}{2}(x_1 + x_2) + c - n \right) \right]^2 \\ &= \left[ (x_2 - x_1) \left( \frac{a}{3} \cdot \frac{(b - m)^2 - a(c - n)}{a^2} - \frac{b - m}{2} \cdot \frac{b - m}{a} + c - n \right) \right]^2 \\ &= (x_2 - x_1)^2 \left[ \frac{4a(c - n) - (b - m)^2}{6a} \right]^2 \\ &= \frac{((b - m)^2 - 4a(c - n))^3}{36a^4} = \frac{\Delta^3}{36a^4}. \end{aligned}$$

**Trường hợp đặc biệt:** Khi  $m = 0$ , diện tích hình phẳng được tính theo công thức  $S = \frac{2}{3}dh$ .

Trong đó  $d$  là khoảng cách giữa hai giao điểm,  $h$  là khoảng cách từ đỉnh của parabol  $y = ax^2 + bx + c$  đến đường thẳng  $y = n$ .



**Chứng minh:** Parabol  $y = ax^2 + bx + c$  có tọa độ đỉnh là  $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ .

Phương trình hoành độ giao điểm

$$ax^2 + bx + c = n \Leftrightarrow ax^2 + bx + c - n = 0. \quad (1)$$

Phương trình (1) có  $\Delta = b^2 - 4a(c - n)$ .

Gọi  $P(x_1; n)$ ,  $Q(x_2; n)$  là giao điểm của parabol và đường thẳng  $y = n$ .

Trong đó  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ ;  $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$  là các nghiệm của phương trình (1).

Ta có  $d = PQ = |x_2 - x_1| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$ ;  $h = |y_I - n| = \left| \frac{4ac - b^2}{4a} - n \right| = \frac{\Delta}{4|a|}$ .

Khi đó,  $\frac{2}{3}dh = \sqrt{\frac{\Delta^3}{36a^4}} \Rightarrow S = \frac{2}{3}dh$ .

❖ **Ví dụ 1.** Xét hai điểm  $A, B$  phân biệt trên parabol  $(P): y = x^2$  sao cho  $AB = 3\sqrt{3}$ . Giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  bằng

- A  $27\sqrt{3}$ .
 B  $\frac{81\sqrt{3}}{2}$ .
 C  $15\sqrt{3}$ .
 D  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải.**

Gọi  $A(a; a^2)$ ,  $B(b; b^2)$  ( $a \neq b$ ).

Phương trình đường thẳng qua hai điểm  $A, B$  là  $y = \frac{b^2 - a^2}{b - a}(x - a) + a^2 = (a + b)x - ab$ .

Phương trình hoành độ giao điểm:  $x^2 = (a + b)x - ab \Leftrightarrow x^2 - (a + b)x + ab = 0$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  là

$$S^2 = \frac{\Delta^3}{36 \cdot 1^4} = \frac{((a + b)^2 - 4ab)^3}{36} = \frac{(a - b)^6}{36}.$$

Vì  $AB = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow (a - b)^2 + (a^2 - b^2)^2 = 27 \Leftrightarrow (a - b)^2(1 + (a + b)^2) = 27$ .

Do đó  $(a - b)^2 = \frac{27}{1 + (a + b)^2} \leq 27 \Rightarrow S \leq \sqrt{\frac{27^3}{36}} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

Đẳng thức xảy ra khi  $a = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $b = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$  hoặc  $a = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ,  $b = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ .

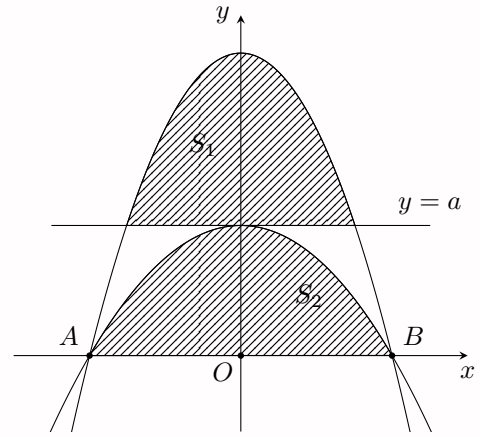
Vậy giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  là  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

Chọn đáp án D

❖ **Ví dụ 2.**

Cho parabol  $(P_1): y = -2x^2 + 4$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  và đường thẳng  $d: y = a$  ( $0 < a < 4$ ). Xét parabol  $(P_2)$  có đỉnh thuộc đường thẳng  $d$  và đi qua hai điểm  $A, B$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$  và đường thẳng  $d$ ;  $(S_2)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_2)$  và trục hoành. Biết rằng  $S_1 = S_2$ . Giá trị của  $a^3 - 8a^2 + 48a$  bằng

- (A) 96. (B) 72. (C) 64. (D) 48.



**Lời giải.**

Ta có  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$  và đường thẳng  $d$  nên

$$S_1 = \frac{(8(4-a))^3}{36(-2)^4} = \frac{(4(a-4))^3}{72}.$$

$(P_2)$  qua các điểm  $A(-\sqrt{2}; 0), B(\sqrt{2}; 0), I(0; a) \Rightarrow (P_2): y = -\frac{a}{2}x^2 + a$ .

$S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_2)$  và trục hoành suy ra

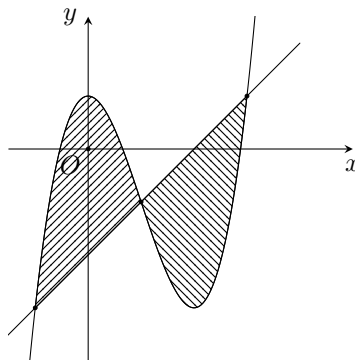
$$S_2 = \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \left(-\frac{a}{2}x^2 + a\right) dx = \frac{4a\sqrt{2}}{3}.$$

Theo giả thiết  $S_1 = S_2 \Leftrightarrow \frac{(4(4-a))^3}{72} = \left(\frac{4a\sqrt{2}}{3}\right)^2 \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64$ .

Chọn đáp án (C) □

## 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong bậc ba và đường thẳng

Khi đường thẳng  $d: y = mx + n$  cắt đường cong bậc ba  $(C): y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  tại ba điểm phân biệt và hình phẳng giới hạn bởi hai đường này gồm phần phía trên và phía dưới đường thẳng có diện tích bằng nhau khi và chỉ khi điểm uốn  $I\left(-\frac{b}{3a}; y\left(-\frac{b}{3a}\right)\right)$  của đường cong bậc ba thuộc đường thẳng  $y = mx + n$ .



**Chứng minh:** Ta biết rằng điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba cũng là tâm đối xứng của hàm số bậc ba.

Giả sử  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt,  $S_1$  là diện tích hình phẳng tạo bởi các đường  $d, (C)$  và nằm phía trên  $d$ ;  $S_2$  là diện tích hình phẳng tạo bởi các đường  $d, (C)$  và nằm phía dưới  $d$ . Ta xét các trường hợp:

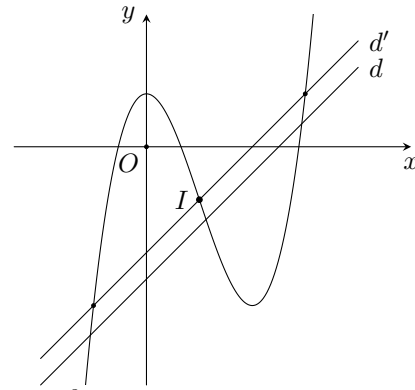
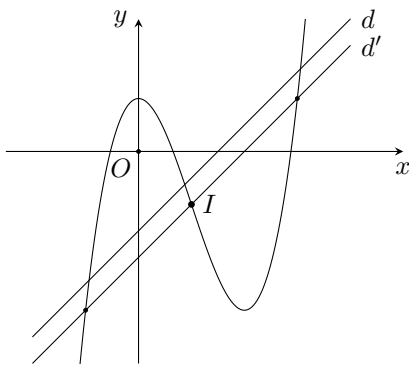
☑  $d$  đi qua  $I$ . Hai hình phẳng phía trên và phía dưới  $d$  đối xứng nhau qua  $I$ , do đó  $S_1 = S_2$ .

☑  $d$  không đi qua  $I$ . Gọi  $d'$  là đường thẳng đi qua  $I$  và song song với  $d$ .

Gọi  $S'_1$  là diện tích hình phẳng tạo bởi các đường  $d'$ ,  $(C)$  và nằm phía trên  $d'$ ;  $S'_2$  là diện tích hình phẳng tạo bởi các đường  $d'$ ,  $(C)$  và nằm phía dưới  $d'$ .  $d'$  đi qua  $I$  nên  $S'_1 = S'_2$ .

Khi  $d$  nằm trên  $d'$ . Dựa trên hình vẽ ta có  $S_1 < S'_1 = S'_2 < S_2$ .

Khi  $d$  nằm dưới  $d'$ . Dựa trên hình vẽ ta có  $S_1 > S'_1 = S'_2 > S_2$ .



Vậy khi  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt, diện tích hai hình phẳng bằng nhau khi và chỉ khi  $d$  đi qua điểm uốn của  $(C)$ .

### ❖ Ví dụ 3.

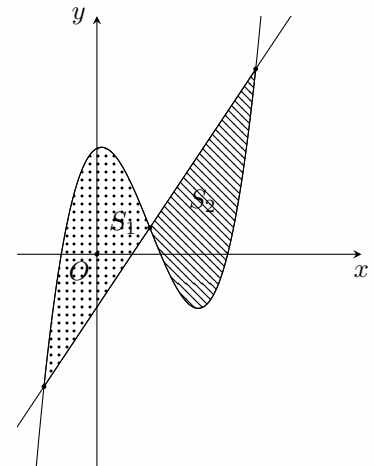
Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + \frac{x}{2} + 2$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d: y = mx - 1$ . Đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt,  $S_1$ ,  $S_2$  là diện tích của hình phẳng tạo bởi  $d$  và  $(C)$  (Hình vẽ bên). Tìm  $m$  để  $S_1 = S_2$ .

**A**  $\frac{1}{2}$ .

**B** 2.

**C**  $\frac{3}{2}$ .

**D**  $\frac{7}{4}$ .



### 💬 Lời giải.

Điểm uốn của  $(C)$  là  $I\left(1; \frac{1}{2}\right)$ .

Theo giả thiết  $S_1 = S_2$  suy ra đường thẳng  $d$  đi qua  $I \Leftrightarrow m \cdot 1 - 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$ .

Khi  $m = \frac{3}{2}$ , phương trình hoành độ giao điểm của  $d$  và  $(C)$  là

$$x^3 - 3x^2 + \frac{x}{2} + 2 = \frac{3x}{2} - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

Do đó  $d$  cắt  $(C)$  tại ba điểm phân biệt.

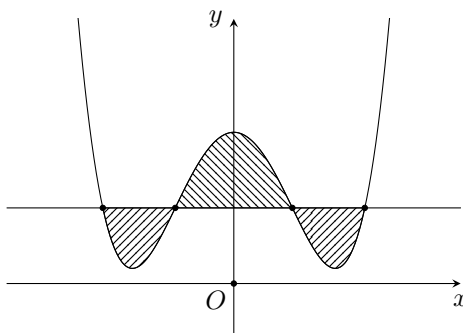
Vậy  $S_1 = S_2$  khi và chỉ khi  $m = \frac{3}{2}$ .

Chọn đáp án **C**

□

### 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong trùng phương và đường thẳng

Khi đường thẳng  $y = m$  cắt đường cong trùng phương  $y = ax^4 + bx^2 + c$  tại bốn điểm phân biệt và hình phẳng giới hạn bởi hai đường này gồm phần phía trên và phía dưới đường thẳng có diện tích bằng nhau khi và chỉ khi  $5b^2 = 36a(c - m)$ .



**Chứng minh:** Không mất tính tổng quát ta giả sử  $a > 0$  và  $b < 0$ .

Xét phương trình hoành độ giao điểm  $ax^4 + bx^2 + c = m \Leftrightarrow ax^4 + bx^2 + c - m = 0$ . (1)

Đặt  $t = x^2 \Rightarrow at^2 + bt + c - m = 0$ . Khi phương trình này có 2 nghiệm dương phân biệt  $t_2 > t_1 > 0$  thì (1) có bốn nghiệm phân biệt là  $x_1 = -\sqrt{t_2}$ ;  $x_2 = -\sqrt{t_1}$ ;  $x_3 = \sqrt{t_1}$ ;  $x_4 = \sqrt{t_2}$ .

Quan sát đồ thị suy ra yêu cầu bài toán tương đương với

$$\int_0^{x_3} (ax^4 + bx^2 + c - m) dx = - \int_{x_3}^{x_4} (ax^4 + bx^2 + c - m) dx.$$

Biến đổi đưa về phương trình

$$\frac{ax_4^5}{5} + \frac{bx_4^3}{3} + (c - m)x_4 = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{5}x_4^5 + \frac{b}{3}x_4^3 + c - m = 0 \Leftrightarrow \frac{a}{5}t_2^2 + \frac{b}{3}t_2 + c - m = 0.$$

Mặt khác  $at_2^2 + bt_2 + c - m = 0$ . Suy ra

$$\begin{aligned} \frac{4}{5}at_2^2 + \frac{2}{3}bt_2 &= 0 \\ \Leftrightarrow t_2 &= -\frac{5b}{6a} \\ \Leftrightarrow \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a(c - m)}}{2a} &= -\frac{5b}{6a} \\ \Leftrightarrow \sqrt{b^2 - 4a(c - m)} &= -\frac{2b}{3} \\ \Leftrightarrow 5b^2 &= 36a(c - m). \end{aligned}$$

❖ **Ví dụ 4.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^4 - 6x^2 + m - 1$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt. Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho với trục hoành và nằm phía trên trục hoành;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho với trục hoành và nằm phía dưới trục hoành. Biết  $S_1 = S_2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)  $3 < m < 5$ .

(B)  $5 < m < 7$ .

(C)  $0 < m < 2$ .

(D)  $7 < m < 9$ .

💬 **Lời giải.**

Phương trình hoành độ giao điểm là  $x^4 - 6x^2 + m - 1 = 0$ .

Áp dụng công thức tính nhanh

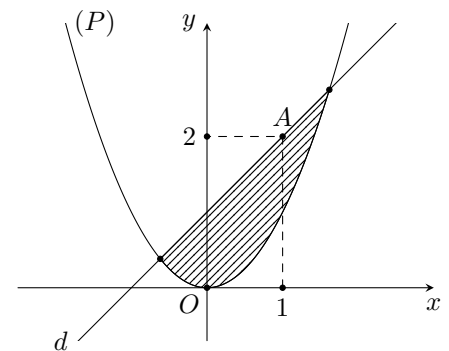
$$S_1 = S_2 \Leftrightarrow 5b^2 = 36ac \Leftrightarrow 5 \cdot 6^2 = 36(m - 1) \Leftrightarrow m = 6.$$

Chọn đáp án (B)

□

**B – BÀI TẬP****Câu 1.**

Cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $d$  có giá trị nhỏ nhất bằng



(A)  $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ .

(B)  $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ .

(C)  $\frac{4}{3}$ .

(D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 2.**

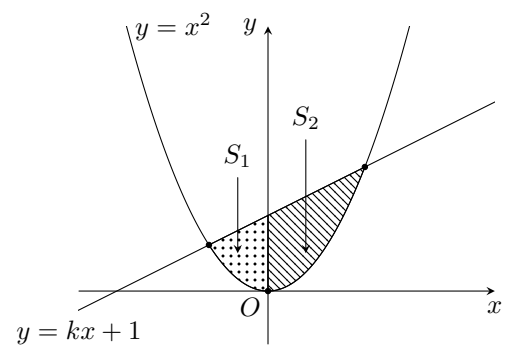
Cho đường thẳng  $y = kx + 1$  cắt parabol  $y = x^2$  tạo thành hình phẳng  $(H)$ . Trục tung chia  $(H)$  thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ. Biết  $S_2 = 2S_1$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $k \in (0; 0,25)$ .

(B)  $k \in (0,25; 0,5)$ .

(C)  $k \in (0,5; 0,75)$ .

(D)  $k \in (0,75; 1)$ .

**Câu 3.**

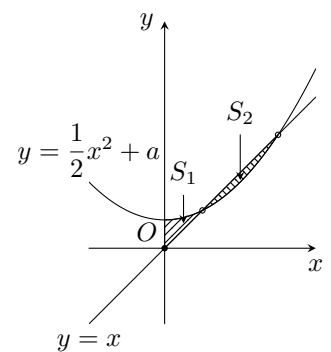
Cho đường thẳng  $y = x$  và parabol  $y = \frac{1}{2}x^2 + a$  ( $a$  là tham số dương). Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

(A)  $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{2}\right)$ .

(B)  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ .

(C)  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ .

(D)  $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right)$ .

**Câu 4.**

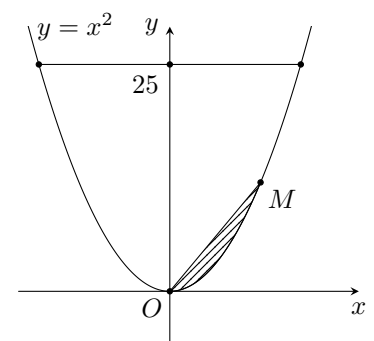
Ông B có một khu vườn giới hạn bởi đường parabol và một đường thẳng. Nếu đặt trong hệ tọa độ  $Oxy$  như hình vẽ bên thì parabol có phương trình  $y = x^2$  và đường thẳng là  $y = 25$ . Ông B dự định dùng một mảnh vườn nhỏ được chia từ khu vườn bởi đường thẳng đi qua  $O$  và điểm  $M$  trên parabol để trồng hoa. Hãy giúp ông B xác định điểm  $M$  bằng cách tính độ dài  $OM$  để diện tích mảnh vườn nhỏ bằng  $\frac{9}{2}$ .

(A)  $OM = 2\sqrt{5}$ .

(B)  $OM = 3\sqrt{10}$ .

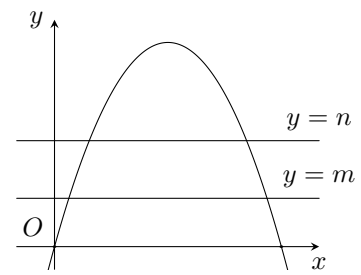
(C)  $OM = 15$ .

(D)  $OM = 10$ .

**Câu 5.**

Gọi  $(H)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = 6x - x^2$  và trục hoành. Các đường thẳng  $y = m$ ,  $y = n$  ( $0 < m < n < 9$ ) chia  $(H)$  thành ba phần có diện tích bằng nhau như hình vẽ bên. Tính giá trị biểu thức  $T = (9 - m)^3 + (9 - n)^3$ .

- (A)  $T = 405$ . (B)  $T = 407$ . (C)  $T = 409$ . (D)  $T = 403$ .



**Câu 6.** Xét hai điểm  $A, B$  phân biệt trên parabol  $(P): y = x^2$  sao cho  $AB = 6\sqrt{3}$ . Giá trị lớn nhất của diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  bằng

- (A)  $108\sqrt{3}$ . (B)  $48\sqrt{3}$ . (C)  $96\sqrt{3}$ . (D)  $72\sqrt{3}$ .

**Câu 7.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  và trục hoành bằng  $\frac{4}{3}$ ?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) Vô số.

**Câu 8.** Kí hiệu  $S(m)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $y = mx$  và parabol  $y = x^2 + 2x - 2$ . Giá trị nhỏ nhất của  $S(m)$  bằng

- (A) 4. (B)  $2\sqrt{2}$ . (C)  $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ . (D) 2.

**Câu 9.** Cho parabol  $(P): y = x^2$  và hai điểm  $A, B$  nằm trên  $(P)$  có hoành độ lần lượt  $a, b$ . Biết  $AB = 3\sqrt{2}$  và diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  bằng  $\sqrt{6}$ . Giá trị biểu thức  $a^2 + b^2$  bằng

- (A) 4. (B) 10. (C) 8. (D) 5.

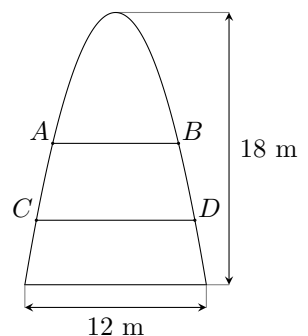
**Câu 10.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ . Xét các điểm  $A, B$  thuộc  $(P)$  sao cho tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A, B$  vuông góc với nhau, diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  bằng  $\frac{9}{4}$ . Gọi  $x_1, x_2$  lần lượt là hoành độ của  $A, B$ . Giá trị biểu thức  $(x_1 + x_2)^2$  bằng

- (A) 5. (B) 11. (C) 13. (D) 7.

**Câu 11.**

Một cổng chào có dạng hình parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí  $AB, CD$  nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỷ số  $\frac{AB}{CD}$  bằng

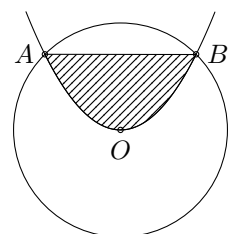
- (A)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . (B)  $\frac{4}{5}$ . (C)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ . (D)  $\frac{3}{1 + 2\sqrt{2}}$ .



**Câu 12.**

Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R = \sqrt{2}$  và một parabol đỉnh  $O$  cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt  $A, B$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol và dây cung  $AB$ . Giá trị lớn nhất của  $S$  bằng

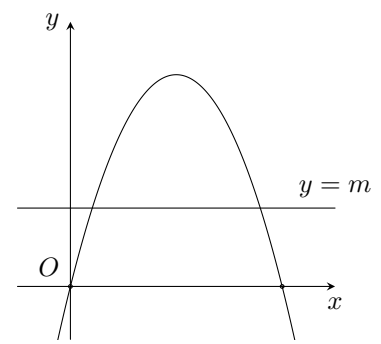
- (A)  $\frac{3}{2}$ . (B)  $\pi - \sqrt{3}$ . (C)  $\frac{4}{3}$ . (D)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .



**Câu 13.**

Cho  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = 4x - x^2$  và trục hoành. Đường thẳng  $y = m$  ( $0 < m < 4$ ) chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích bằng nhau. Biết  $m = a - \sqrt[3]{b}$  với  $a, b$  là các số nguyên dương. Giá trị của biểu thức  $a + b$  bằng

- (A) 7. (B) 21. (C) 9. (D) 20.



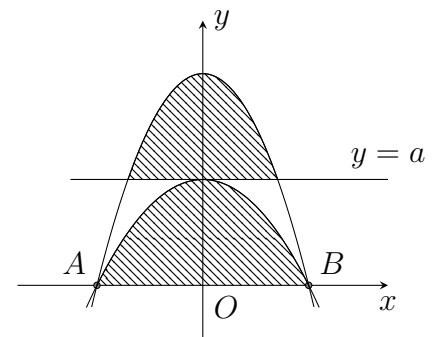
**Câu 14.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để trục hoành chia đường cong  $y = x^3 - 3mx^2 + 4mx - 2$  thành hai miền phẳng (phần phía trên và phần phía dưới trục hoành) có diện tích bằng nhau. Số phần tử của  $S$  là

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

**Câu 15.**

Cho Parabol  $(P_1): y = -x^2 + 4$  cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt  $A, B$  và đường thẳng  $(d): y = a$  ( $0 < a < 4$ ). Xét Parabol  $(P_2)$  có đỉnh thuộc đường thẳng  $d$  và đi qua hai điểm  $A, B$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_1)$  và đường thẳng  $d$ ;  $(S_2)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P_2)$  và trục hoành. Biết rằng  $S_1 = S_2$ . Giá trị của  $a^3 - 8a^2 + 48a$  bằng

- (A) 96. (B) 64. (C) 72. (D) 32.



**Câu 16.** Biết đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3\sqrt{2}x^2 + m$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt. Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3\sqrt{2}x^2 + m$ , trục hoành và phần phía trên trục hoành;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^4 - 3\sqrt{2}x^2 + m$ , trục hoành và phần phía dưới trục hoành. Biết  $S_1 = S_2$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- (A)  $0 < m < 1$ . (B)  $1 < m < 2$ . (C)  $2 < m < 3$ . (D)  $4 < m < 5$ .

**Câu 17.** Biết đường thẳng  $(d): y = mx - m - 3$  chia đường cong  $y = 2x^3 - 3x^2 - 2$  thành hai miền phẳng (phần phía trên và phần phía dưới  $d$ ) có diện tích bằng nhau. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $1 < m < 2$ . (B)  $-2 < m < -1$ . (C)  $0 < m < 1$ . (D)  $m > 2$ .

**Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để trục hoành chia đường cong  $(C): y = x^4 - (m+1)x^2 + 5$  thành hai miền phẳng (phần phía dưới trục hoành và phần phía trên trục hoành) có diện tích bằng nhau.

- (A)  $m = 5, m = 7$ . (B)  $m = 5$ . (C)  $m = 7$ . (D)  $m = -5, m = 7$ .

**Câu 19.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2x - 2$  chia đường cong  $(C): y = x^3 - 3mx^2 + 3mx - 1$  thành hai miền phẳng (phần phía trên và phần phía dưới  $d$ ) có diện tích bằng nhau. Tìm số phần tử của  $S$ .

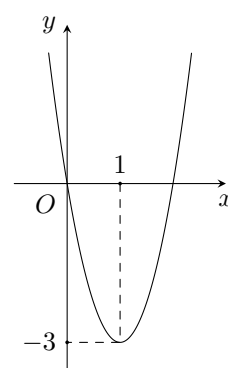
- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

**Câu 20.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi Parabol  $(P): y = 8x - x^2$  và trục hoành. Các đường thẳng  $y = m, y = n$  với  $0 < m < n < 16$  chia  $(H)$  thành ba phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của biểu thức  $T = (16 - m)^3 + (16 - n)^3$  bằng

- (A)  $\frac{20480}{9}$ . (B) 2304. (C)  $\frac{23040}{9}$ . (D) 2048.

**Câu 21.**

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị  $(C)$ . Đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ bên. Biết rằng đường thẳng  $(d): y = x$  cắt  $(C)$  tạo thành hai hình phẳng có diện tích bằng nhau. Giá trị của  $a + b + c + d$  bằng



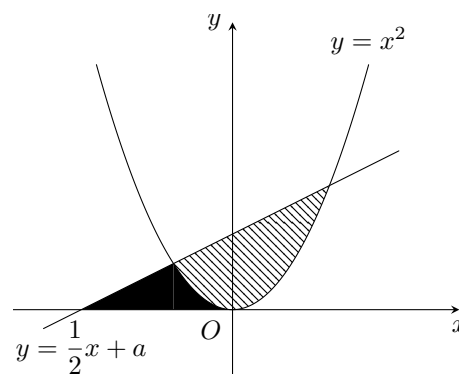
- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

**Câu 22.** Gọi  $S$  là diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi Parabol  $(P): y = 8x^2$  và đường thẳng đi qua  $M(-1; 24)$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt. Giá trị nhỏ nhất của  $S$  bằng

- (A)  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ . (B)  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ . (C)  $\frac{64\sqrt{3}}{3}$ . (D)  $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ .

**Câu 23.**

Cho đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + a$  và parabol  $y = x^2$  ( $a$  là tham số thực). Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được tô đậm và gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?



- (A)  $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$ . (B)  $\left(-\frac{1}{16}; \frac{5}{2}\right)$ .  
(C)  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . (D)  $\left(3; \frac{7}{2}\right)$ .

**Câu 24.** Cho Parabol  $(P): y = ax^2$  ( $a$  là tham số thực khác 0). Xét điểm  $A$  di động trên  $(P)$ , gọi  $d$  là đường thẳng song song với tiếp tuyến của  $(P)$  tại  $A$  và cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt  $M, N$ . Tỷ số của diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P), d$  và diện tích tam giác  $AMN$  bằng

- (A)  $\frac{3}{2}$ . (B)  $\frac{4}{3}$ . (C)  $\frac{5}{4}$ . (D) 2.

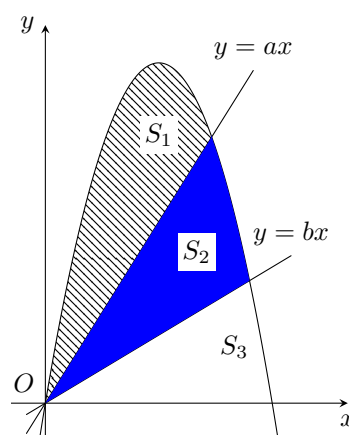
**Câu 25.** Cho parabol  $(P): y = x^2$  và hai điểm phân biệt  $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$  thuộc  $(P)$  sao cho  $AB = 2$ . Khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và đường thẳng  $AB$  đạt giá trị lớn nhất thì  $x_A^2 x_B^2 + y_A^2 y_B^2$  bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

**Câu 26.**

Các đường thẳng  $y = ax, y = bx, y = 0$  ( $a > b > 0$ ) và parabol  $y = 6x - x^2$  tạo thành ba hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2, S_3$  như hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2 = S_3$  thì  $(a - 6)^2 + (b - 6)^2$  bằng

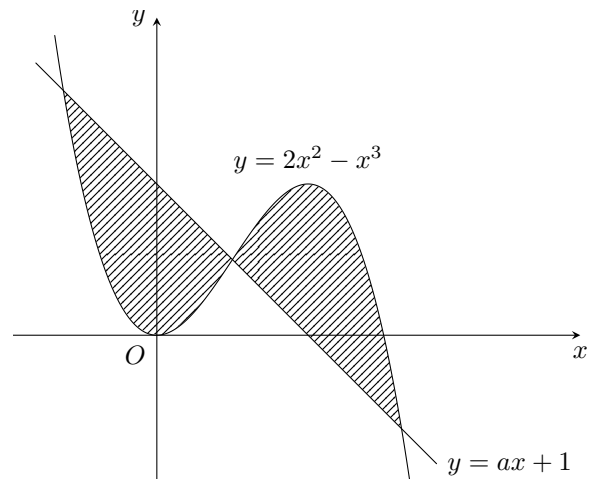
- (A) 10368. (B) 15552. (C) 31104. (D) 25920.



**Câu 27.**

Biết đường thẳng  $y = ax + 1$  cắt đường cong  $y = 2x^2 - x^3$  tại ba điểm phân biệt và chia thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây

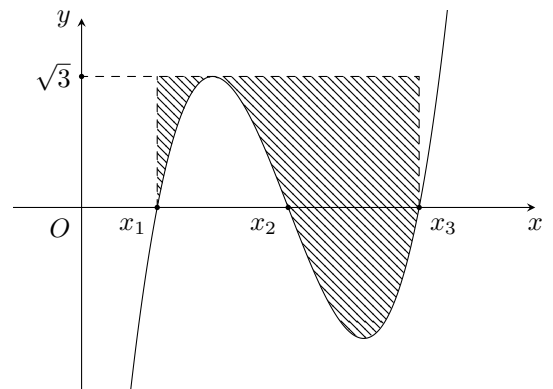
- (A)  $\left(-1; -\frac{4}{5}\right)$ . (B)  $\left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$ .  
(C)  $\left(-\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}\right)$ . (D)  $\left(-\frac{2}{5}; 0\right)$ .



### Câu 28.

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết đồ thị hàm số  $f(x)$  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_3 = x_1 + 2\sqrt{3}$  và  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng

- (A)  $6\sqrt{3}$ . (B)  $4\sqrt{6}$ . (C)  $4\sqrt{3}$ . (D) 6.



**Câu 29.** Biết rằng đồ thị hàm số  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3mx + m - 1$  cùng với trục hoành tạo thành hai hình phẳng, hình phẳng phía trên trục hoành và hình phẳng phía dưới trục hoành có diện tích bằng nhau, khi đó

- (A)  $m = -\frac{2}{3}$ . (B)  $m = \frac{2}{3}$ . (C)  $m = 1$ . (D)  $m = -\frac{1}{4}$ .

**Câu 30.** Gọi  $X$  là tập hợp các giá trị thực của  $m$  để đường thẳng  $d: y = -12m - 7$  cùng với đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - 4x - 1$  tạo thành 2 miền phẳng kín có diện tích lần lượt là  $S_1, S_2$  và  $S_1 = S_2$ . Tích các phần tử của  $X$  bằng

- (A) 9. (B) -9. (C) 27. (D)  $-\frac{9}{2}$ .

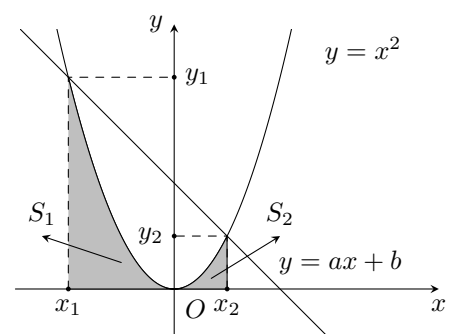
**Câu 31.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 + x - 1$  và đường thẳng  $y = (m + 1)x + 2$  có giá trị nhỏ nhất bằng

- (A)  $5\sqrt{2}$ . (B)  $4\sqrt{3}$ . (C)  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ . (D)  $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ .

### Câu 32.

Biết rằng đường thẳng  $d: y = ax + b$  cắt parabol  $(P): y = x^2$  tại hai điểm  $(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  sao cho  $x_2 = x_1 + 3$  và  $y_1 + y_2 = 5$ . Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Tổng  $S_1 + S_2$  bằng

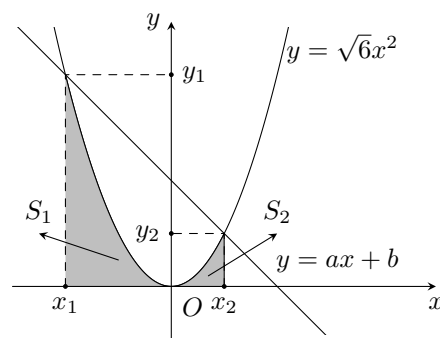
- (A)  $\frac{7}{3}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C) 3. (D)  $\frac{8}{3}$ .



### Câu 33.

Biết rằng đường thẳng  $d: y = ax + b$  cắt parabol  $(P): y = \sqrt{6}x^2$  tại hai điểm  $(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 = 20\sqrt{6}$  và diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(P)$  bằng  $36\sqrt{6}$ . Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Tổng  $S_1 + S_2$  bằng

- (A)  $30\sqrt{6}$ . (B)  $27\sqrt{6}$ . (C)  $18\sqrt{6}$ . (D)  $24\sqrt{6}$ .



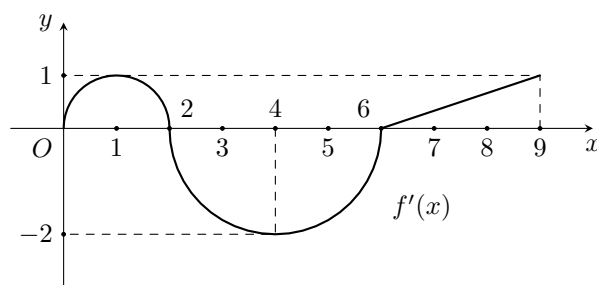
### BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. B  | 3. C  | 4. B  | 5. A  | 6. A  | 7. D  | 8. C  | 9. A  | 10. A |
| 11. C | 12. C | 13. D | 14. D | 15. B | 16. C | 17. B | 18. B | 19. D | 20. A |
| 21. B | 22. D | 23. A | 24. B | 25. B | 26. D | 27. B | 28. D | 29. D | 30. A |
| 31. B | 32. C | 33. D |       |       |       |       |       |       |       |

#### Câu 34.

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  trên đoạn  $[0; 9]$  có đồ thị như hình vẽ bên (là đường nét đậm gồm hai nửa đường tròn và một đoạn thẳng). Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 9]$  bằng

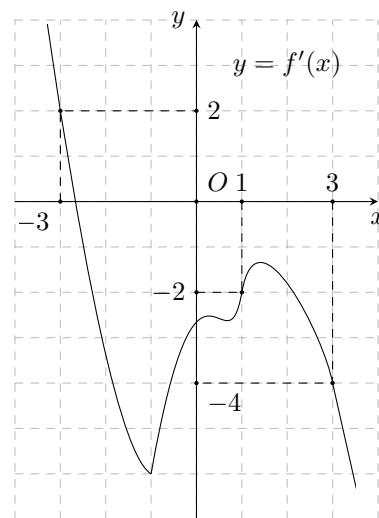
- (A)  $f(0)$ . (B)  $f(6)$ . (C)  $f(9)$ . (D)  $f(2)$ .



#### Câu 35.

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

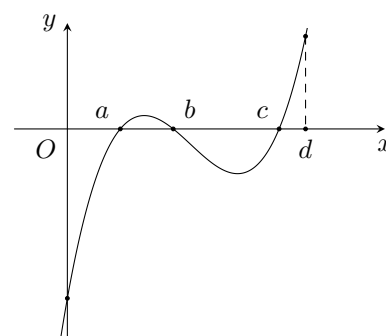
- (A)  $g(1) < g(3) < g(-3)$ . (B)  $g(1) < g(-3) < g(3)$ .  
(C)  $g(3) = g(-3) < g(1)$ . (D)  $g(3) = g(-3) > g(1)$ .



#### Câu 36.

Cho các số thực  $a, b, c, d$  thỏa mãn  $0 < a < b < c < d$  và hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; d]$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

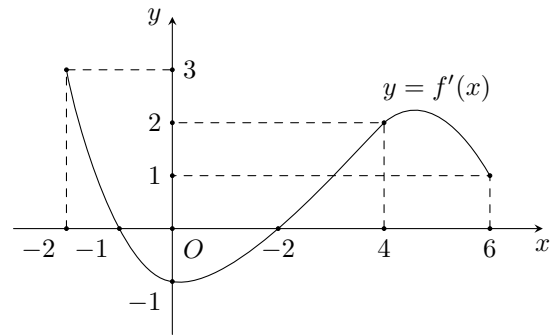
- (A)  $M + m = f(0) + f(c)$ . (B)  $M + m = f(d) + f(c)$ .  
(C)  $M + m = f(b) + f(a)$ . (D)  $M + m = f(0) + f(a)$ .



**Câu 37.**

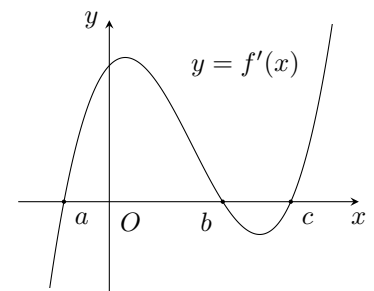
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $f'(x)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-2)$ .      (B)  $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(2)$ .  
 (C)  $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(6)$ .      (D)  $\max_{x \in [-2; 6]} f(x) = f(-1)$ .

**Câu 38.**

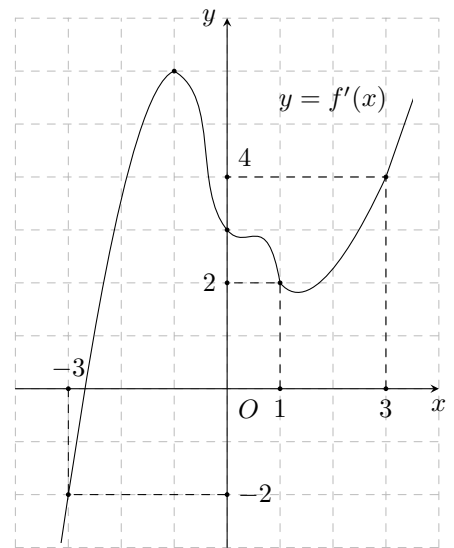
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Điều kiện cần và đủ để phương trình  $f(x) = 0$  có bốn nghiệm thực phân biệt là

- (A)  $\begin{cases} f(b) < 0 \\ f(c) > 0 \end{cases}$ .      (B)  $\begin{cases} f(b) > 0 \\ f(a) < 0 \\ f(c) < 0 \end{cases}$ .      (C)  $\begin{cases} f(b) > 0 \\ f(c) < 0 \end{cases}$ .      (D)  $\begin{cases} f(b) > 0 \\ f(a) < 0 \\ f(c) < 0 \end{cases}$ .

**Câu 39.**

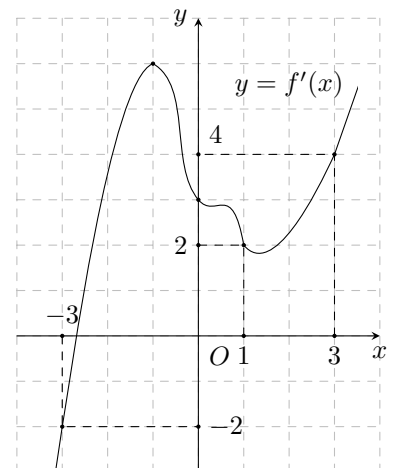
Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Bất phương trình  $2f(x) > (x+1)^2 + m$  nghiệm đúng với mọi  $x \in [-3; 3]$  khi và chỉ khi

- (A)  $m \leq g(3)$ .      (B)  $m < g(-3)$ .  
 (C)  $m < g(1)$ .      (D)  $m \leq g(-3)$ .

**Câu 40.**

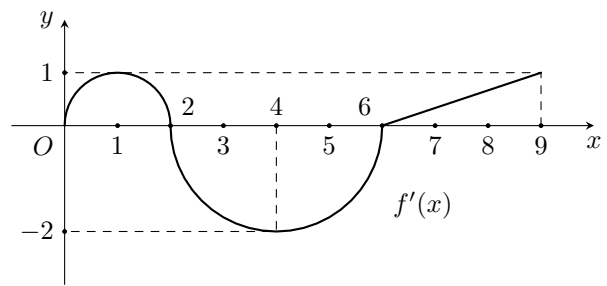
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên và  $f(1) = 6$ . Số nghiệm của phương trình

- (A) 2.      (B) 1.      (C) 0.      (D) 3.

**Câu 41.**

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Hàm số  $y = f'(x)$  trên đoạn  $[0; 9]$  có đồ thị như hình vẽ bên (là đường nét đậm gồm hai nửa đường tròn và một đoạn thẳng). Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 9]$  bằng

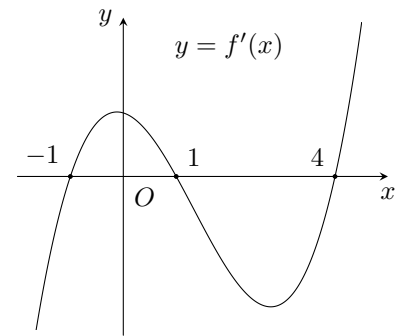
- (A)  $f(2) < f(9)$ . (B)  $f(2) > f(9)$ .  
(C)  $f(2) < f(6)$ . (D)  $f(0) < f(6)$ .



#### Câu 42.

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Bất phương trình  $\log_5(f(x) + m + 2) + f(x) > 4 - m$  nghiệm đúng với mọi số thực  $x \in (-1; 4)$  khi và chỉ khi

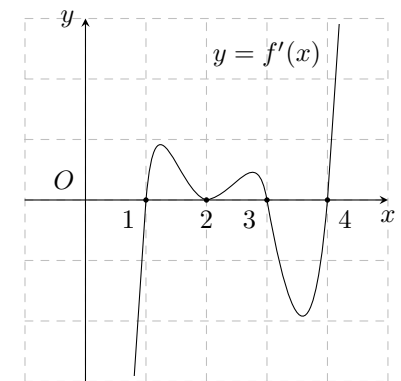
- (A)  $m \geq 4 - f(-1)$ . (B)  $m \geq 3 - f(1)$ .  
(C)  $m < 4 - f(-1)$ . (D)  $m \geq 3 - f(4)$ .



#### Câu 43.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^2 + 1) = f(2)$  là

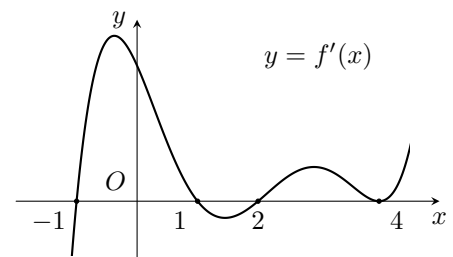
- (A) 2. (B) 6. (C) 4. (D) 8.



#### Câu 44.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Tập nghiệm của phương trình  $f(x) = f(0)$  có số phần tử là

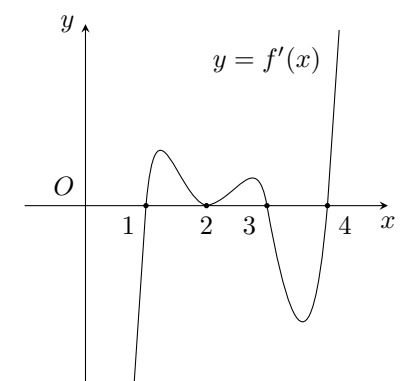
- (A) 5. (B) 2. (C) 4. (D) 3.



#### Câu 45.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x^2 + 1) = f(2)$  là

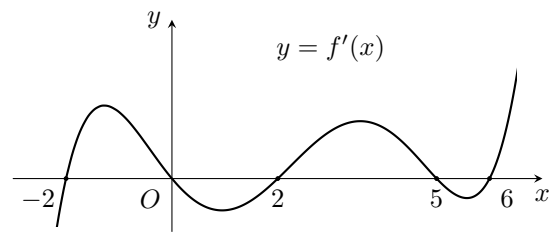
- (A) 2. (B) 6. (C) 4. (D) 8.



#### Câu 46.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x) = f(0)$  trên đoạn  $[-2; 6]$  là

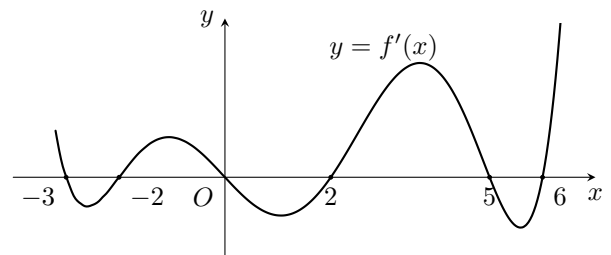
- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 2.



### Câu 47.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f(x) = f(0)$  trên đoạn  $[-3; 6]$  là

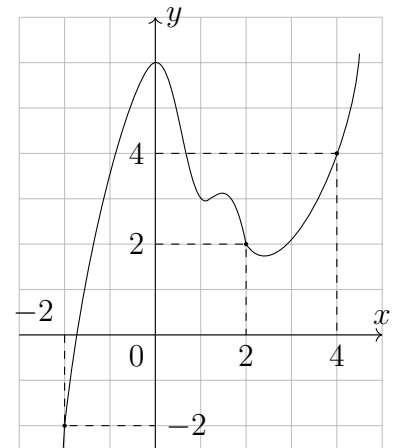
- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 2.



### Câu 48.

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $h(x) = 2f(x) - x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

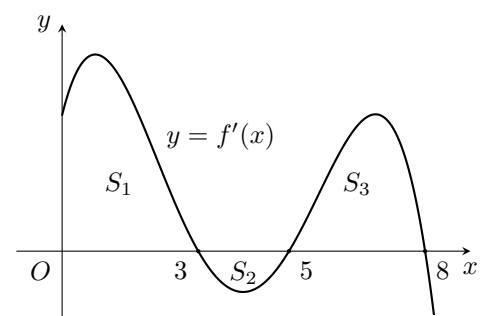
- (A)  $h(4) = h(-2) > h(2)$ . (B)  $h(4) = h(-2) < h(2)$ .  
(C)  $h(2) > h(4) > h(-2)$ . (D)  $h(2) > h(-2) > h(4)$ .



### Câu 49.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; 8]$  và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

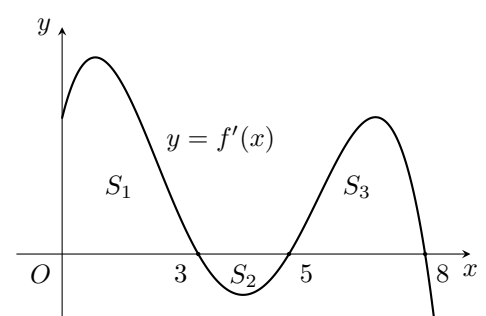
- (A)  $f(0)$ . (B)  $f(3)$ . (C)  $f(5)$ . (D)  $f(8)$ .



### Câu 50.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; 8]$  và có đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ. Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

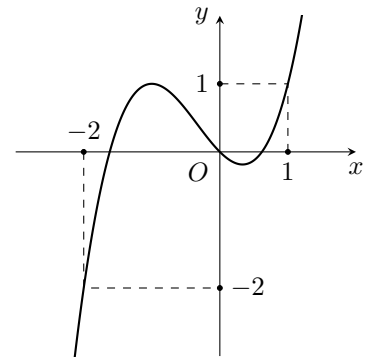
- (A)  $f(0)$ . (B)  $f(3)$ . (C)  $f(5)$ . (D)  $f(8)$ .



### Câu 51.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị của  $f'(x)$  như hình vẽ. Đặt  $g(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$ . Điều kiện cần và đủ để phương trình  $g(x) = 0$  có bốn nghiệm phân biệt là

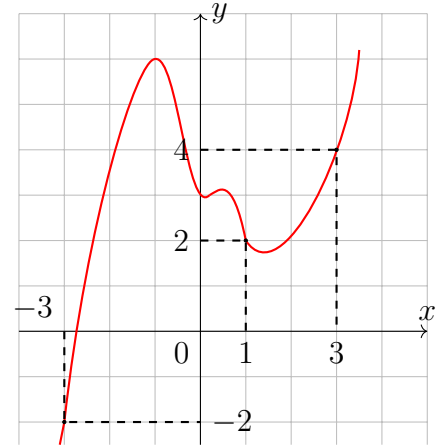
- (A)  $\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(1) < 0 \end{cases}$  . (B)  $\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(-2) > 0 \end{cases}$  .
- (C)  $\begin{cases} g(0) > 0 \\ g(1) < 0 \\ g(-2) < 0 \end{cases}$  . (D)  $\begin{cases} g(0) < 0 \\ g(1) > 0 \\ g(-2) > 0 \end{cases}$  .



### Câu 52.

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

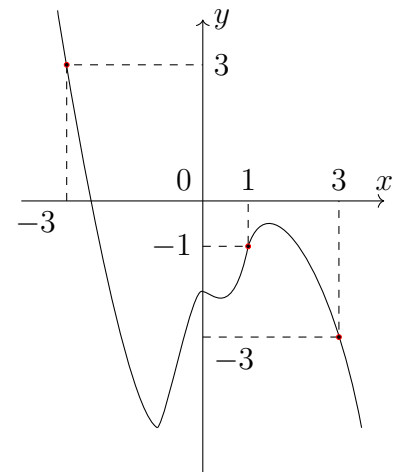
- (A)  $g(-3) > g(3) > g(1)$ . (B)  $g(1) > g(-3) > g(3)$ .
- (C)  $g(3) > g(-3) > g(1)$ . (D)  $g(1) > g(3) > g(-3)$ .



### Câu 53.

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình bên. Đặt  $g(x) = 2f(x) + x^2$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

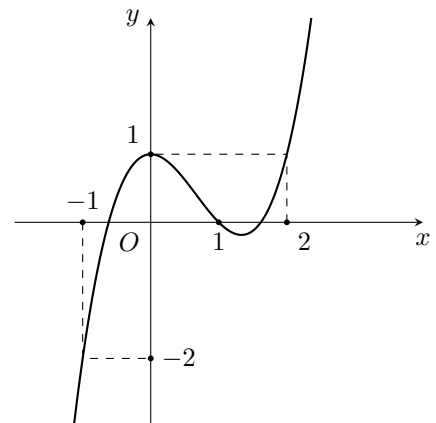
- (A)  $g(3) < g(-3) < g(1)$ . (B)  $g(1) < g(3) < g(-3)$ .
- (C)  $g(1) < g(-3) < g(3)$ . (D)  $g(-3) < g(3) < g(1)$ .



### Câu 54.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $g(x) = 2f(x) - (x-1)^2$  trên đoạn  $[-1; 2]$  bằng

- (A)  $2f(0) - 1$ . (B)  $2f(-1) - 4$ .
- (C)  $2f(1)$ . (D)  $2f(2) - 1$ .



**Câu 55.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x-1)(x-4)^2, \forall x \in \mathbb{R}$ . Tìm số cực trị của hàm số  $y = f(x^2)$ .

(A) 3.

(B) 5.

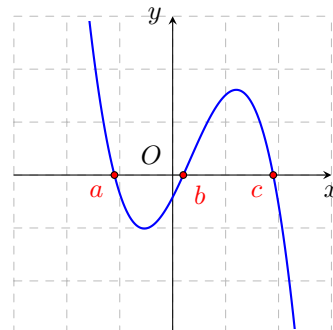
(C) 2.

(D) 4.

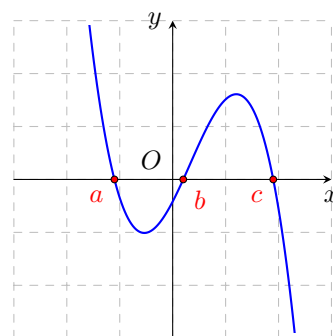
**Câu 56.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm xác định trên  $\mathbb{R}$  là  $f'(x) = x(x^2 - 1)\sqrt{x^2 + 3}$ . Giả sử  $a, b$  là hai số thực thay đổi sao cho  $a < b \leq 1$ . Giá trị nhỏ nhất của  $f(a) - f(b)$  bằng

(A)  $\frac{\sqrt{3} - 64}{15}$ .(B)  $\frac{33\sqrt{3} - 64}{15}$ .(C)  $-\frac{\sqrt{3}}{5}$ .(D)  $-\frac{11\sqrt{3}}{5}$ .**Câu 57.**

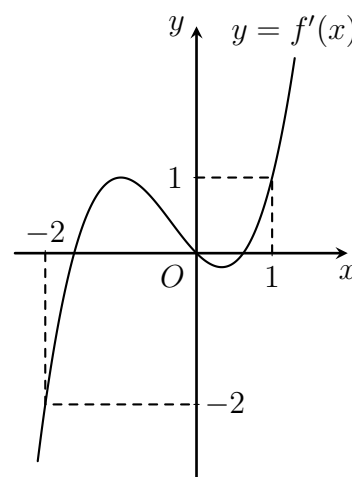
Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A)  $f(a) > f(c) > f(b)$ .(B)  $f(a) > f(b) > f(c)$ .(C)  $f(b) > f(c) > f(a)$ .(D)  $f(c) > f(a) > f(b)$ .**Câu 58.**

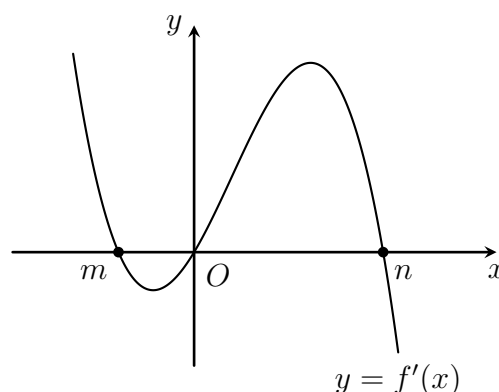
Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ , đồ thị của  $f'(x)$  như hình vẽ bên và hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  với trục hoành có diện tích bằng 1. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A)  $f(c) - f(b) > \frac{1}{2} > f(a) - f(b)$ .(B)  $f(c) - f(b) > f(a) - f(b) > \frac{1}{2}$ .(C)  $f(c) - f(b) < \frac{1}{2} < f(a) - f(b)$ .(D)  $\frac{1}{2} < f(c) - f(b) < f(a) - f(b)$ .**Câu 59.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình  $f(x) = \frac{x^2}{2} + m$  có bốn nghiệm phân biệt khi

(A)  $m > 0$ .(B)  $f(1) - \frac{1}{2} < m < f(0)$ .(C)  $f(-2) - 2 < m < f(0)$ .(D)  $f(-2) - 2 < m < f(1) - \frac{1}{2}$ .**Câu 60.**

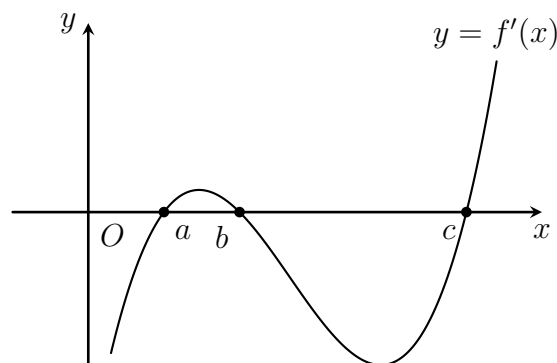
Cho hàm số  $y = f(x)$  là hàm đa thức bậc bốn. Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình  $f(x) = 0$  có bốn nghiệm phân biệt khi

(A)  $f(0) > 0$ .(B)  $f(0) < 0 < f(m)$ .(C)  $f(m) < 0 < f(n)$ .(D)  $f(0) < 0 < f(n)$ .

**Câu 61.**

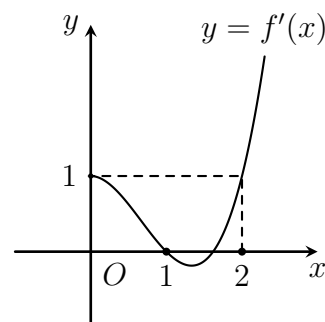
Cho hàm số  $f(x)$  có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A)  $f(b) > f(a) > f(c)$ .      (B)  $f(a) > f(b) > f(c)$ .  
 (C)  $f(c) > f(a) > f(b)$ .      (D)  $f(c) > f(b) > f(a)$ .

**Câu 62.**

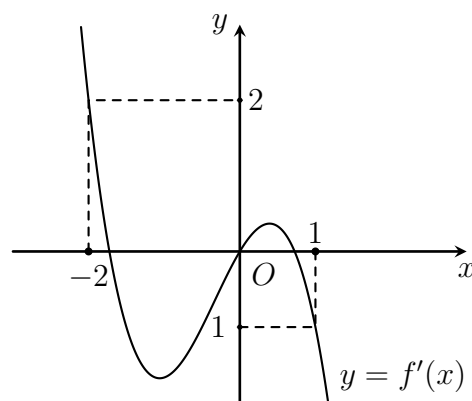
Cho hàm số đa thức  $f(x)$  có đồ thị của đạo hàm  $f'(x)$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  như hình bên. Biết  $f(0) = -1$ ;  $f(1) = 1$ . Trên khoảng  $(0; +\infty)$  hàm số  $g(x) = |3f(x) - \sqrt{2x^3} + 1|$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 7.      (B) 4.      (C) 3.      (D) 5.

**Câu 63.**

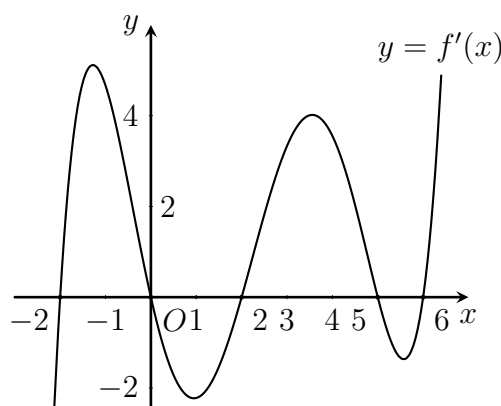
Cho hàm đa thức bậc bốn  $y = f(x)$ , hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Điều kiện để đồ thị hàm số  $g(x) = f(2x - 1) + 2x^2 - 2x + \frac{1}{2}$  cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt là

- (A)  $\begin{cases} g(-2) > 0 \\ g(0) < 0 \end{cases}$ .      (B)  $\begin{cases} g\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \\ g(1) > 0 \end{cases}$ .  
 (C)  $\begin{cases} g(0) < 0 \\ g(1) > 0 \end{cases}$ .      (D)  $\begin{cases} g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0 \\ g\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \end{cases}$ .

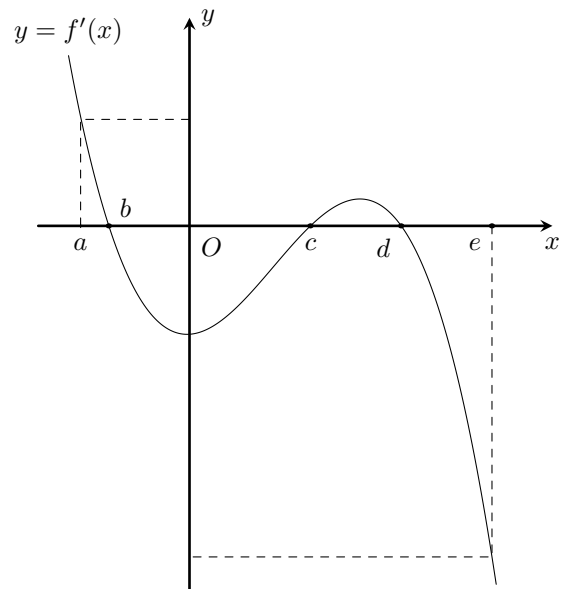
**Câu 64.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 6]$ . Hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[0; 6]$  bằng

- (A)  $f(2)$ .      (B)  $f(0)$ .      (C)  $f(5)$ .      (D)  $f(6)$ .

**Câu 65.**

Cho hàm số  $y = f(x)$ . Biết hàm số  $y = f'(x)$  có đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ lần lượt là  $b, c, d$  ( $a < b < c < d < e$ ) như hình vẽ bên. Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[a; e]$ . Khẳng định nào sau đây đúng?



- ☐ A  $M + m = f(d) + f(c)$ .    ☐ B  $M + m = f(d) + f(a)$ .  
☐ C  $M + m = f(b) + f(a)$ .    ☐ D  $M + m = f(b) + f(e)$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

**Câu 66.** Ký hiệu  $A$  là tập các hàm số  $f$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và nhận giá trị không âm trên đoạn  $[0; 1]$ . Xác định số thực  $c$  nhỏ nhất sao cho  $\int_0^1 f(\sqrt[2018]{x}) dx \leq c \int_0^1 f(x) dx$  với mọi  $f \in A$ .

- ☐ A 2018.    ☐ B 1.    ☐ C  $\frac{1}{2018}$ .    ☐ D  $\sqrt{2018}$ .

**Câu 67.** Cho hàm số  $y = f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 2018f(0)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$M = \int_0^1 \frac{1}{[f(x)]^2} dx + \int_0^1 [f'(x)]^2 dx.$$

- ☐ A  $m = \ln 2018$ .    ☐ B  $m = 2 \ln 2018$ .    ☐ C  $m = 2e$ .    ☐ D  $m = 2018e$ .

**Câu 68.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a < b$  và  $a + b = ab + 4$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $M = \int_a^b |(x-a)^2(x-b)| dx$ .

- ☐ A 12.    ☐ B 0.    ☐ C  $\frac{64}{3}$ .    ☐ D  $\frac{49}{3}$ .

**Câu 69.** Cho hai số thực  $a, b$  thỏa mãn  $a < b$  và  $(a-b)^2 + (a^2-b^2)^2 = 4$ . Tìm giá trị lớn nhất của

$$M = \int_a^b |x^2 - (a+b)x + ab| dx.$$

- ☐ A  $\frac{16}{9}$ .    ☐ B  $\frac{9}{16}$ .    ☐ C  $\frac{4}{3}$ .    ☐ D  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 70.** Cho hàm số  $y = f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = ef(0)$  và

$$\int_0^1 \frac{1}{[f(x)]^2} dx + \int_0^1 [f'(x)]^2 dx \leq 2. \text{ Mệnh đề nào dưới đây đúng?}$$

- ☐ A  $f(1) = \sqrt{\frac{2e}{e-1}}$ .    ☐ B  $f(1) = \frac{2(e-2)}{e-1}$ .    ☐ C  $f(1) = \sqrt{\frac{2e^2}{e-1}}$ .    ☐ D  $f(1) = \sqrt{\frac{2(e-2)}{e-1}}$ .

**Câu 71.** Ký hiệu  $A$  là tập các hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ .

Tìm  $m = \min_{f \in A} \left\{ \int_0^1 x f^2(x) dx - \int_0^1 x^{2018} f(x) dx \right\}$ .

- (A)  $-\frac{1}{2019}$ . (B)  $-\frac{1}{16144}$ . (C)  $-\frac{2017}{2018}$ . (D)  $-\frac{1}{16140}$ .

**Câu 72.** Với  $m$  là tham số thực thuộc đoạn  $[1; 3]$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \int_m^{2m} (x - m)^2 (x - 2m)^2 dx$ . Tính  $T = a + b$ .

- (A)  $T = 31$ . (B)  $T = 36$ . (C)  $T = \frac{122}{15}$ . (D)  $\frac{121}{4}$ .

**Câu 73.** Biết giá trị nhỏ nhất của tích phân  $S = \int_{2m}^{2m^2+2} |x^2 - 2(m^2 + m + 1)x + 4(m^3 + m)| dx$  là  $\frac{a}{b}$  với  $a, b$  là các số nguyên dương và  $\frac{a}{b}$  tối giản. Tính  $T = a + b$ .

- (A)  $T = 7$ . (B)  $T = 337$ . (C)  $T = 25$ . (D)  $T = 91$ .

**Câu 74.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $af(b) + bf(a) \leq \frac{2018}{\pi}$  với mọi  $a, b$  thuộc đoạn  $[0; 1]$ . Tìm giá trị lớn nhất của tích phân  $M = \int_0^1 f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{1009}{\pi}$ . (B)  $\frac{2018}{\pi}$ . (C)  $\frac{1009}{2}$ . (D) 1009.

**Câu 75.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(x) + f[(1 - \sqrt{x})^2] \leq 1$  với mọi  $x \in [0; 1]$ . Tìm giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 (1 - \sqrt{x})f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{1}{8}$ . (B)  $\frac{\pi}{12}$ . (C)  $\frac{1}{6}$ . (D)  $\frac{\pi}{16}$ .

**Câu 76.** Cho  $a, b$  là hai số thực thỏa mãn  $0 \leq a \leq b \leq 1$ . Đặt  $f(a, b) = \int_a^b (2 - x - 3x^2) dx, (a < b)$ . Biết giá trị lớn nhất của  $f(a, b)$  là  $\frac{m}{n}$  với  $m, n$  là các số nguyên dương và  $\frac{m}{n}$  tối giản. Tính  $T = m + n$ .

- (A)  $T = 49$ . (B)  $T = 71$ . (C)  $T = 67$ . (D)  $T = 179$ .

**Câu 77.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 x f^2(x) dx = \int_0^1 x^2 f(x) dx - \frac{1}{16}$ .

Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{5}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{2}{5}$ . (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 78.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 0, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx =$

$-7 \int_0^1 x^3 f'(x) dx - \frac{7}{4}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

**(A)**  $\frac{7}{5}$ .

**(B)**  $\frac{7}{4}$ .

**(C)**  $\frac{7}{8}$ .

**(D)**  $\frac{7}{10}$ .

**Câu 79.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) \leq 1$  với mọi  $x$  và  $f(0) = 0$ . Tìm giá trị lớn nhất của  $f(1)$ .

**(A)**  $e-1$ .

**(B)**  $\frac{e-1}{e}$ .

**(C)**  $\frac{e}{e-1}$ .

**(D)**  $e$ .

**Câu 80.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[1; 8]$  thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 2 \int_1^2 f(x^3) dx = \frac{2}{3} \int_1^8 f(x) dx - \frac{38}{15}$$

. Giá trị của tích phân  $\int_1^8 f(x) dx$  bằng

**(A)**  $\frac{2(3\sqrt[3]{2}-4)}{5}$ .

**(B)**  $\frac{58}{5}$ .

**(C)**  $\frac{490}{3}$ .

**(D)**  $\frac{128}{5}$ .

**Câu 81.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $2f(x) + xf'(x) \geq 673x^{2017}$  với mọi  $x \in [0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

**(A)**  $\frac{1}{3}$ .

**(B)**  $\frac{1}{3 \cdot 2017}$ .

**(C)**  $\frac{1}{3 \cdot 2018}$ .

**(D)**  $\frac{1}{3 \cdot 2019}$ .

**Câu 82.** Cho số thực dương  $a$ , giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_{-2a}^a \left| \frac{2x^2 + 2ax - 4a^2}{1 + a^4} \right| dx$  bằng

**(A)**  $\frac{27}{4}$ .

**(B)**  $\sqrt[4]{3}$ .

**(C)**  $\frac{27}{\sqrt[4]{4}}$ .

**(D)**  $\frac{27}{4\sqrt[4]{3}}$ .

**Câu 83.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx = 1$  và

$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = 4$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$  bằng

**(A)** 10.

**(B)** 8.

**(C)** 1.

**(D)** 80.

**Câu 84.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x^{2018} f(x) dx = 1$ .

Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$  là

**(A)** 4036.

**(B)** 4038.

**(C)** 4034.

**(D)** 4032.

**Câu 85.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 xf(x) dx = 0$  và  $\max_{[0;1]} |f(x)| = 6$ .

Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$  bằng

**(A)** 2.

**(B)**  $2 - \sqrt{2}$ .

**(C)**  $\frac{3}{5}$ .

**(D)**  $\sqrt{2} - 1$ .

**Câu 86.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $\int_0^1 xf(x)dx = 0$  và  $\max_{[0;1]} |f(x)| = 6$ .

Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 x^3 f(x)dx$  bằng

- (A)  $\frac{2}{3}$ . (B)  $\frac{3}{2}$ . (C)  $\frac{3}{5}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .

**Câu 87.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $\int_0^1 x^2 f(x)dx = 0$  và  $\max_{[0;1]} |f(x)| = 6$ .

Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 x^3 f(x)dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{8}$ . (B)  $\frac{3(2 - \sqrt[3]{4})}{4}$ . (C)  $\frac{2 - \sqrt[3]{4}}{16}$ . (D)  $\frac{1}{24}$ .

**Câu 88.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $\int_0^1 xf(x)dx = \int_0^1 \sqrt{x}f(x)dx = 1$  và

$\int_0^1 (f(x))^2 dx = 5$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^1 f(x)dx$  bằng

- (A)  $\frac{5}{6}$ . (B)  $\frac{5}{7}$ . (C)  $\frac{1}{18}$ . (D)  $\frac{1}{21}$ .

**Câu 89.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $3f(x) + xf'(x) \geq x^{2018}$  với mọi  $x \in [0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 f(x)dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{2021 \cdot 2019}$ . (B)  $\frac{1}{2021 \cdot 2022}$ . (C)  $\frac{1}{2021 \cdot 2018}$ . (D)  $\frac{1}{2018 \cdot 2019}$ .

**Câu 90.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $\int_0^1 xf(x)dx = 0$  và  $\max_{[0;1]} |f(x)| = 6$ .

Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 x^4 f(x)dx$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$ . (B)  $\frac{3(4 - \sqrt{2})}{10}$ . (C)  $\frac{4 - \sqrt{2}}{20}$ . (D)  $\frac{\sqrt{2}}{24}$ .

**Câu 91.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thoả mãn  $f'(x) \geq f(x) > 0$  với mọi  $x \in [0; 1]$ .

Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 \frac{1}{f(x)} dx$  bằng

- (A)  $\frac{1}{f(0)}$ . (B)  $\frac{1}{f(1)}$ . (C)  $\frac{1}{f(0)} - \frac{1}{f(1)}$ . (D)  $\frac{1}{2f(0)} + \frac{1}{2f(1)}$ .

**Câu 92.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; \pi]$  thoả mãn  $\int_0^\pi f'(x) \sin x dx = -1$  và  $\int_0^\pi [f(x)]^2 dx =$

$\frac{2}{\pi}$ . Giá trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^\pi xf(x)dx$  bằng

(A)  $-\frac{4}{\pi}$ .

(B)  $-\pi$ .

(C)  $-\frac{2}{\pi}$ .

(D)  $-\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 93.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị **không** âm trên đoạn  $[0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \int_0^1 (2f(x) + 3x)f(x)dx - \int_0^1 (4f(x) + x)\sqrt{xf(x)}dx$  bằng

(A)  $-\frac{1}{24}$ .

(B)  $-\frac{1}{8}$ .

(C)  $-\frac{1}{12}$ .

(D)  $-\frac{1}{6}$ .

**Câu 94.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục và nhận giá trị **không** âm trên đoạn  $[0; 1]$ . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \int_0^1 (2f(x) + 3x)f(x)dx - \int_0^1 (4f(x) + 3x)\sqrt{xf(x)}dx$  bằng

(A)  $-\frac{3 + \sqrt[3]{2}}{8}$ .

(B)  $-\frac{1 + 2\sqrt[3]{2}}{8}$ .

(C)  $-\frac{2 + \sqrt[3]{2}}{12}$ .

(D)  $-\frac{3 + 2\sqrt[3]{2}}{8}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 2. A | 2. B | 2. A | 2. C | 2. C | 2. B | 2. C | 2. C | 2. C | 2. C |
| 2. A | 2. B | 2. D | 2. B | 2. B | 2. C | 2. D | 2. A | 2. B | 2. B |
| 2. D | 2. A | 2. A | 2. A | 2. C | 2. C | 2. A | 2. A | 2. D |      |

## BÀI 4. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA TÍCH PHÂN

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 0$ ,  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$

và  $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{7}{5}$ .

(B) 1.

(C)  $\frac{7}{4}$ .

(D) 4.

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[-1; 1]$  thỏa mãn

$f(-1) = 0$ ,  $\int_{-1}^1 [f'(x)]^2 dx = 112$  và  $\int_{-1}^1 x^2 f(x) dx = \frac{16}{3}$ . Tính tích phân  $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ .

(A)  $I = \frac{168}{5}$ .

(B)  $I = \frac{35}{2}$ .

(C)  $I = \frac{35}{4}$ .

(D)  $I = \frac{84}{5}$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm dương liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 1$  và

$3 \int_0^1 \left( f'(x)f^2(x) + \frac{1}{9} \right) dx \leq 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)}f(x) dx$ . Tích phân  $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$  bằng

(A)  $\frac{3}{2}$ .

(B)  $\frac{5}{4}$ .

(C)  $\frac{5}{6}$ .

(D)  $\frac{7}{6}$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ f^2(x) - 2\sqrt{2}f(x) \sin \left( x - \frac{\pi}{4} \right) \right] dx = \frac{2 - \pi}{2}.$$

Tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A) 1. (B) 0. (C)  $\frac{\pi}{4}$ . (D)  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 5.** Cho  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{4}$  và  $f(1) = 0$ . Tính tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$ .

- (A)  $\frac{e-1}{2}$ . (B)  $\frac{e^2}{4}$ . (C)  $e-2$ . (D)  $I = \frac{e}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$  và

$$\int_0^1 \sqrt{1+x^2} [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{\ln(1+\sqrt{2})}. \text{ Tính phân } \int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{1+x^2}} dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{1}{2} \ln^2(1+\sqrt{2})$ . (B)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2} \ln^2(1+\sqrt{2})$ .  
(C)  $\frac{1}{2} \ln(1+\sqrt{2})$ . (D)  $(\sqrt{2}-1) \ln(1+\sqrt{2})$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 1$ ,  $\int_0^1 x f(x) dx = \frac{4}{15}$ ,

$$\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{49}{45}. \text{ Tính phân } \int_0^1 [f(x)]^2 dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{2}{9}$ . (B)  $\frac{1}{6}$ . (C)  $\frac{4}{63}$ . (D) 1.

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương trên  $[0; 1]$ , có đạo hàm dương và liên tục trên  $[0; 1]$ , thỏa

$$\text{mãn } f(0) = 1 \text{ và } \int_0^1 [f^3(x) + 4[f'(x)]^3] dx \leq 3 \int_0^1 f'(x) f^2(x) dx. \text{ Tính } I = \int_0^1 f(x) dx.$$

- (A)  $I = 2(\sqrt{e} - 1)$ . (B)  $I = 2(e^2 - 1)$ . (C)  $I = \frac{\sqrt{e} - 1}{2}$ . (D)  $I = \frac{e^2 - 1}{2}$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ f^2(x) + 2\sqrt{2} f(x) \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \right] dx = -\frac{\pi+2}{2}.$$

Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ . (B) 0. (C) 2. (D)  $\sqrt{2}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục nhận giá trị không âm trên đoạn  $[0; 1]$  và  $\int_0^1 f(x) dx = 1$ . Giá

trị lớn nhất của tích phân  $\int_0^1 \left( x - \int_0^1 u f(u) du \right)^2 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{1}{4}$ .

(B)  $\frac{3}{4}$ .

(C)  $\frac{2}{3}$ .

(D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 11.** Cho  $f(1) = 1$ ,  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{9}{5}$  và  $\int_0^1 f(\sqrt{x}) dx = \frac{2}{5}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$ .

(A)  $\frac{1}{4}$ .

(B)  $\frac{1}{5}$ .

(C)  $\frac{3}{4}$ .

(D)  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn

$$\int_0^1 \left[ f^2(x) + 2 \ln^2 \frac{2}{e} \right] dx = 2 \int_0^1 f(x) \ln(x+1) dx.$$

Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $\ln \frac{e}{4}$ .

(B)  $\ln \frac{4}{e}$ .

(C)  $\ln \frac{e}{2}$ .

(D)  $\ln \frac{2}{e}$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm nhận giá trị dương và liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn

$$f(1) = 1 \text{ và } 6 \int_0^2 \sqrt{f'(x)} f(x) dx \geq 2 \int_0^2 f'(x) f^2(x) dx + 9. \text{ Tích phân } \int_0^2 f^3(x) dx \text{ bằng}$$

(A)  $\frac{29}{3}$ .

(B)  $\frac{2}{3}$ .

(C) 2.

(D) 29.

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^x f(x) dx = 1$ . Gọi  $m$

là giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)  $0 < m < 1$ .

(B)  $1 < m < 2$ .

(C)  $2 < m < 3$ .

(D)  $3 < m < 4$ .

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn  $[0; 1]$

thỏa mãn  $4f(1) = f(0)$  và  $\int_0^1 f^2(x) dx - 3 \int_0^1 f(x) dx = 2 \int_0^1 \sqrt{(3x+1)f'(x)} f(x) dx$ . Giá trị của  $f(0)$

bằng

(A)  $-\frac{9}{\ln 4}$ .

(B)  $-\frac{15}{\ln 4}$ .

(C)  $-\frac{3}{\ln 4}$ .

(D)  $-\frac{5}{\ln 4}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ ,  $f(x)$  và  $f'(x)$  đều nhận giá trị dương

trên đoạn  $[0; 1]$  và  $f(0) = 2$ ,  $\int_0^1 [f'(x)f^2(x) + 1] dx = 2 \int_0^1 \sqrt{f'(x)f(x)} dx$ . Tích phân  $\int_0^1 f^3(x) dx$

bằng

(A)  $\frac{15}{4}$ .

(B)  $\frac{15}{2}$ .

(C)  $\frac{17}{2}$ .

(D)  $\frac{19}{2}$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[1; 2]$  thỏa mãn  $f(2) = 0$ ,

$\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{5}{12} - \ln \frac{3}{2}$  và  $\int_1^2 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = -\frac{5}{12} + \ln \frac{3}{2}$ . Giá trị của  $f(1)$  bằng

(A)  $\ln \frac{3}{2} - \frac{1}{2}$ .

(B)  $\ln \frac{3}{2} + \frac{1}{2}$ .

(C)  $\frac{1}{2} - \ln \frac{3}{2}$ .

(D)  $-\frac{1}{2} - \ln \frac{3}{2}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 xf(x) dx = 0$  và  $\max_{[0;1]} |f(x)| = 1$ . Tích phân  $\int_0^1 e^x f(x) dx$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(-\infty; -\frac{5}{4})$ . (B)  $(-\frac{5}{4}; \frac{3}{2})$ . (C)  $(\frac{3}{2}; e-1)$ . (D)  $(e-1; +\infty)$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^\pi \sin xf(x) dx = \int_0^\pi \cos xf(x) dx = 1$ .

Giá trị nhỏ nhất của tích phân  $\int_0^x f^2(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{4}{\pi}$ . (B)  $\frac{1}{2\pi}$ . (C)  $\frac{2}{\pi}$ . (D)  $\frac{1}{4\pi}$ .

**Câu 20.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $[4; 8]$  và  $f(x) \neq 0, \forall x \in [4; 8]$  thỏa mãn

$\int_4^8 \frac{[f'(x)]^2}{[f(x)]^4} dx = 1$  và  $f(4) = \frac{1}{4}, f(8) = \frac{1}{2}$ . Tính  $f(6)$ .

- (A)  $\frac{5}{8}$ . (B)  $\frac{2}{3}$ . (C)  $\frac{3}{8}$ . (D)  $\frac{1}{3}$ .

**Câu 21.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(0) = 0, f(1) = 1$  và

$\int_0^1 \frac{[f'(x)]^2}{e^t} dx = \frac{1}{e-1}$ . Giá trị  $f(2)$  bằng

- (A)  $e+2$ . (B)  $e-1$ . (C)  $e-2$ . (D)  $e+1$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  thỏa mãn

$f(0) = 3, f(2) = 12$  và  $\int_0^2 \frac{[f'(x)]^2}{f(x)} dx = 6$ . Tính  $f(1)$ .

- (A)  $\frac{27}{4}$ . (B)  $\frac{25}{4}$ . (C)  $\frac{9}{2}$ . (D)  $\frac{15}{4}$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) > 0, \forall x \in [1; 2]$  thỏa mãn  $f(1) = 1, f(2) = \frac{22}{15}$  và

$\int_1^2 \frac{[f'(x)]^3}{x^4} dx = \frac{7}{375}$ . Giá trị tích phân  $\int_1^2 f(x) dx$  bằng

- (A)  $\frac{7}{5}$ . (B)  $\frac{71}{60}$ . (C)  $\frac{3}{5}$ . (D)  $\frac{4}{5}$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 xf(x) [x^2 + f^2(x)] dx \geq \frac{2}{5}$ . Giá trị

nhỏ nhất của  $\int_0^1 \left[ x^2 + \frac{1}{3} f^2(x) \right]^2 dx$  bằng

- (A)  $\frac{3}{10}$ . (B)  $\frac{16}{45}$ . (C)  $\frac{2}{5}$ . (D)  $\frac{7}{20}$ .

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 xf(x) [x^2 + f^2(x)] dx \geq \frac{2}{5}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $\int_0^1 \left[ x^2 + \frac{1}{2}f^2(x) \right]^2 dx$  bằng

(A)  $\frac{2}{5}$ .

(B)  $\frac{9}{20}$ .

(C)  $\frac{16}{35}$ .

(D)  $\frac{27}{50}$ .

**Câu 26.** Có tất cả bao nhiêu hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 [f(x)]^{2018} dx = \int_0^1 [f(x)]^{2019} dx = \int_0^1 [f(x)]^{2020} dx$ .

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) Vô số.

**Câu 27.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  và thỏa mãn  $f(0) = 0$ . Biết  $\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2}$  và  $\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3\pi}{4}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{6}{\pi}$ .

(B)  $\frac{2}{\pi}$ .

(C)  $\frac{4}{\pi}$ .

(D)  $\frac{1}{\pi}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = f(x)$  nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[0; 3]$  thỏa mãn  $f(0) = 3$ ,  $f(3) = 8$  và  $\int_0^3 \frac{[f'(x)]^2}{f(x) + 1} dx = \frac{4}{3}$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

(A)  $\frac{64}{9}$ .

(B)  $\frac{55}{9}$ .

(C)  $\frac{16}{3}$ .

(D)  $\frac{19}{3}$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ , thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx = 1$  và

$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = 4$ . Giá trị của tích phân  $\int_0^1 [f(x)]^3 dx$  bằng

(A) 2.

(B) 8.

(C) 10.

(D) 1.

**Câu 30.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 3]$  thỏa mãn  $f(3) = 4$ ,  $\int_0^3 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{27}$  và

$\int_0^3 x^3 f(x) dx = \frac{333}{4}$ . Khi đó  $\int_0^3 f(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{3}{2}$ .

(B)  $\frac{153089}{1215}$ .

(C)  $\frac{25}{2}$ .

(D)  $\frac{150893}{21}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(1) = 1$ ,  $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 9$  và

$\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{2}$ . Khi đó  $\int_0^1 xf(x) dx$  bằng

(A)  $\frac{6}{5}$ .

(B)  $\frac{2}{3}$ .

(C)  $\frac{8}{7}$ .

(D)  $\frac{5}{2}$ .

### BẢNG ĐÁP ÁN

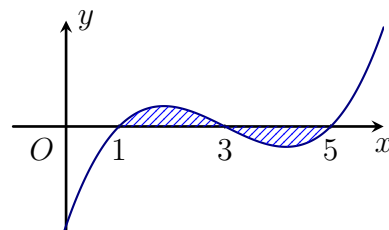
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A  | 2. D  | 3. D  | 4. B  | 5. C  | 6. C  | 7. A  | 8. A  | 9. C  | 10. A |
| 11. A | 12. B | 13. C | 15. A | 16. D | 17. A | 18. B | 19. A | 20. D | 21. D |
| 22. A | 23. B | 24. B | 25. B | 26. A | 27. A | 28. B | 29. C | 30. C | 31. C |

## BÀI 5. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG DỰA TRÊN ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHẦN 1

### Câu 1.

Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ. Biết diện tích hình phẳng tô đậm bằng 1. Giá trị của  $a - b + c - d$  bằng

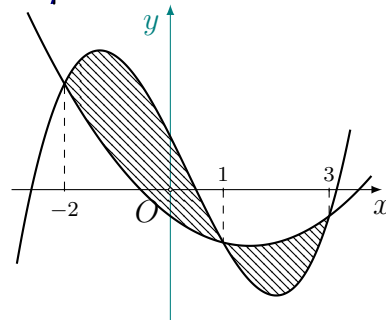
- (A) -6. (B) -8. (C) 6. (D) 8.



### Câu 2.

Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$  và  $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ). Biết rằng đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là -2; 1; 3 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

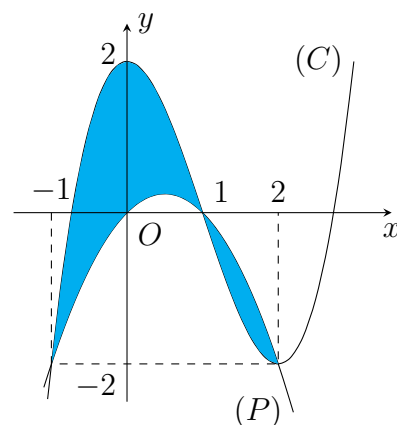
- (A)  $\frac{253}{48}$ . (B)  $\frac{125}{24}$ .  
(C)  $\frac{125}{48}$ . (D)  $\frac{253}{24}$ .



### Câu 3.

Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng

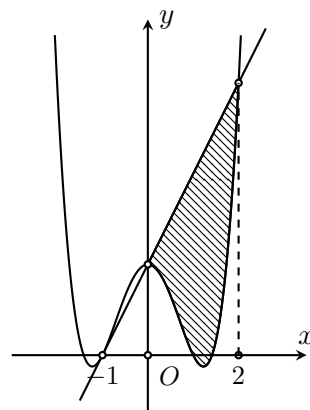
- (A)  $\frac{37}{12}$ . (B)  $\frac{7}{12}$ . (C)  $\frac{11}{12}$ . (D)  $\frac{5}{12}$ .



### Câu 4.

Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị (C), biết rằng (C) đi qua điểm  $A(-1; 0)$ , tiếp tuyến  $d$  tại  $A$  của (C) cắt (C) tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$ , đồ thị (C) và hai đường thẳng  $x = 0, x = 2$  có diện tích bằng  $\frac{28}{5}$  (phần gạch chéo trong hình vẽ). Tính diện tích giới hạn bởi  $d$ , đồ thị (C) và hai đường thẳng  $x = -1, x = 0$ .

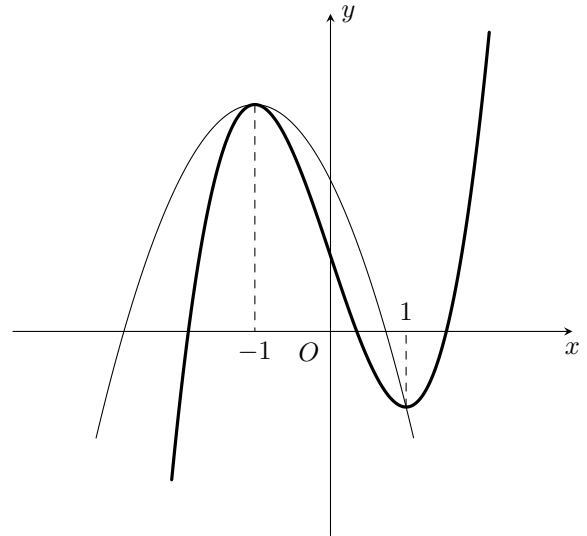
- (A)  $\frac{2}{5}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{2}{9}$ . (D)  $\frac{1}{5}$ .



**Câu 5.**

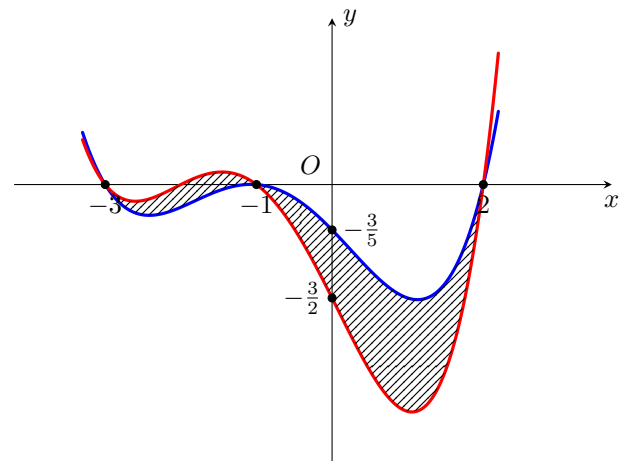
Cho hai hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  và  $y = mx^2 + nx + p$  có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đã cho nằm trong khoảng nào dưới đây?

- (A) (0; 1). (B) (1; 2). (C) (2; 3). (D) (3; 4).

**Câu 6.**

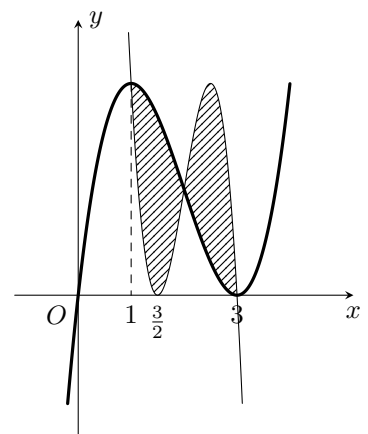
Hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số đa thức bậc bốn  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$ . Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt  $-3; -1; 2$ . Diện tích của hình phẳng ( $H$ ) (phần gạch sọc trên hình vẽ bên) gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- (A) 3,11. (B) 2,45. (C) 3,21. (D) 2,95.

**Câu 7.**

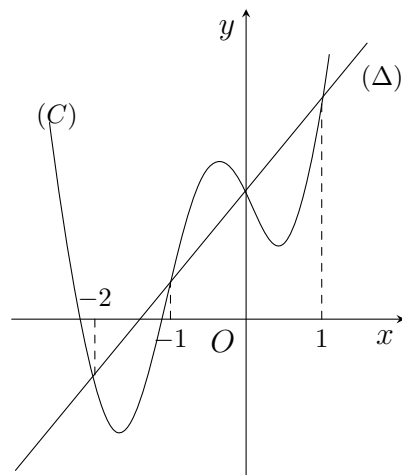
Cho hai hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  và  $g(x) = f(dx + e)$  với  $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

- (A) 4,5. (B) 4,25. (C) 3,63. (D) 3,67.

**Câu 8.**

Cho đường cong bậc bốn  $y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $C$ ) và đường thẳng  $\Delta: y = mx + n$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi ( $C$ ) và  $\Delta$ .

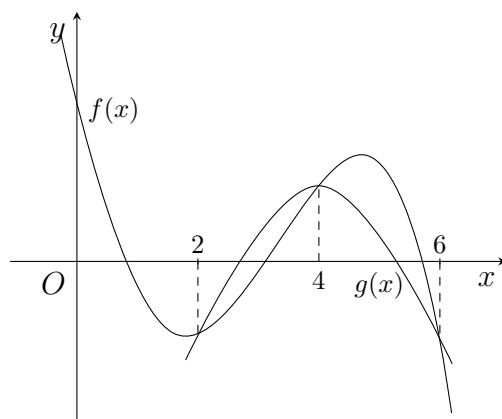
- (A)  $\frac{289}{30}$ . (B)  $\frac{69}{10}$ . (C)  $\frac{281}{30}$ . (D)  $\frac{49}{30}$ .



### Câu 9.

Biết rằng đồ thị hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$  và  $g(x) = dx^2 + ex - 14$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x = 2$ ;  $x = 4$ ;  $x = 6$  (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

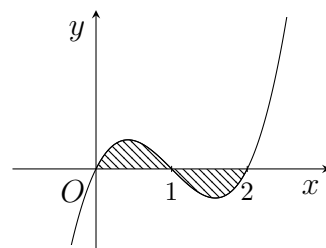
- (A) 3. (B) 2. (C) 8. (D) 6.



### Câu 10.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 3x^2 + ax + b$ . Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có dạng như hình vẽ bên. Diện tích phần gạch chéo ở hình vẽ bên bằng

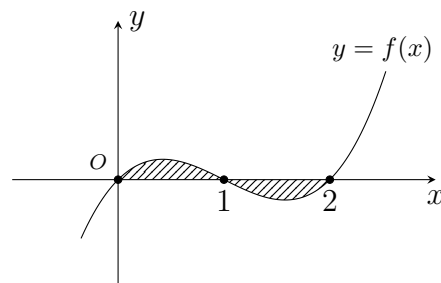
- (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{3}{2}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .



### Câu 11.

Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = ax^2 + bx + 1$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có dạng như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng gạch sọc ở hình vẽ bên bằng

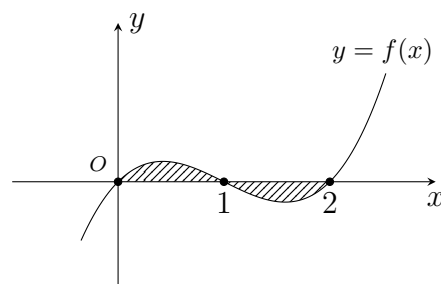
- (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{3}{2}$ . (D)  $\frac{3}{4}$ .



### Câu 12.

Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = ax^2 - \frac{1}{2}x + b$ . Đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  có dạng như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng gạch sọc ở hình vẽ bên bằng

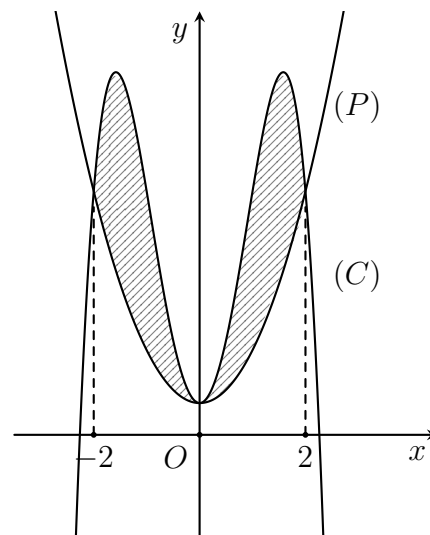
- (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $\frac{1}{2}$ . (C)  $\frac{1}{12}$ . (D)  $\frac{1}{24}$ .



**Câu 13.**

Cho hàm số  $f(x) = -\frac{1}{2}x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị  $(C)$  và hàm số  $g(x) = mx^2 + nx + p$  có đồ thị  $(P)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và  $(C)$  thuộc khoảng nào dưới đây?

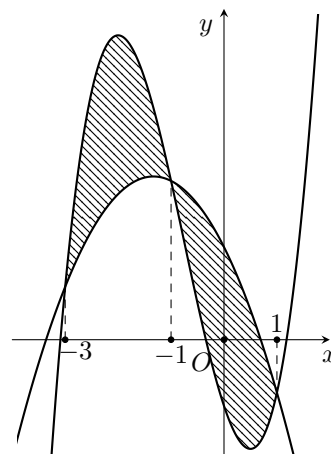
- (A)**  $(4,1; 4,2)$ . **(B)**  $(4,3; 4,4)$ . **(C)**  $(4,3; 4,3)$ . **(D)**  $(4; 4,1)$ .

**Câu 14.**

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ ;  $g(x) = dx^2 + ex + 1$  ( $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ ).

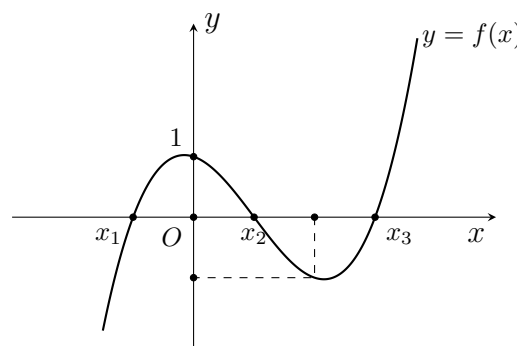
Biết rằng đồ thị của hai hàm số này cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là  $-3$ ;  $-1$ ;  $1$  như hình vẽ bên. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số có diện tích bằng

- (A)**  $\frac{9}{2}$ . **(B)**  $4$ . **(C)**  $5$ . **(D)**  $8$ .

**Câu 15.**

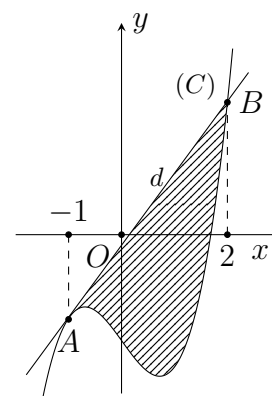
Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ (với  $(0; 1)$  là điểm cực trị của đồ thị  $(C)$ ). Biết đồ thị hàm số đã cho cắt trục  $Ox$  tại ba điểm có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$ . Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục  $Ox$  là  $S$ , diện tích  $S_1$  của hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x) + 1$ ,  $y = -f(x) - 1$ ,  $x = x_1$  và  $x = x_3$  bằng

- (A)**  $S + 2\sqrt{3}$ . **(B)**  $S + 4\sqrt{3}$ .  
**(C)**  $4\sqrt{3}$ . **(D)**  $8\sqrt{3}$ .

**Câu 16.**

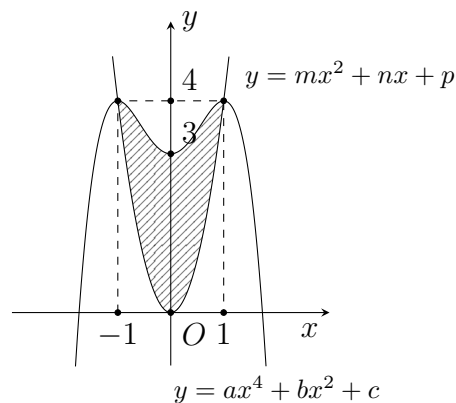
Cho đồ thị hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị  $(C)$ . Đường thẳng  $d$  qua hai điểm  $A, B$  trên hình vẽ là tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $d$  và  $(C)$  bằng

- (A)**  $6,75$ . **(B)**  $4,5$ . **(C)**  $8,45$ . **(D)**  $4,75$ .

**Câu 17.**

Cho hai hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  và  $y = mx^2 + nx + p$  có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên bằng

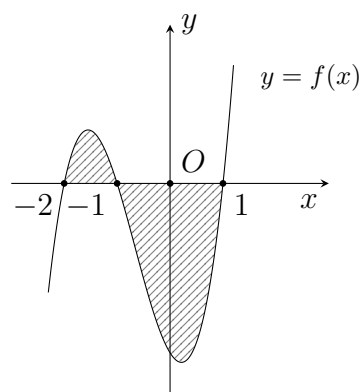
- (A)  $\frac{32}{15}$ . (B)  $\frac{64}{15}$ . (C)  $\frac{104}{15}$ . (D)  $\frac{52}{15}$ .



### Câu 18.

Cho hàm số  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$  có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên thuộc khoảng nào dưới đây?

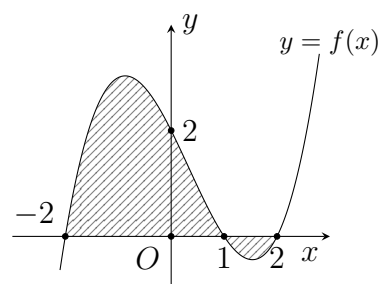
- (A) (4,5; 5). (B) (6; 6,5). (C) (5; 5,5). (D) (5,5; 6).



### Câu 19.

Đồ thị hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ bên bằng

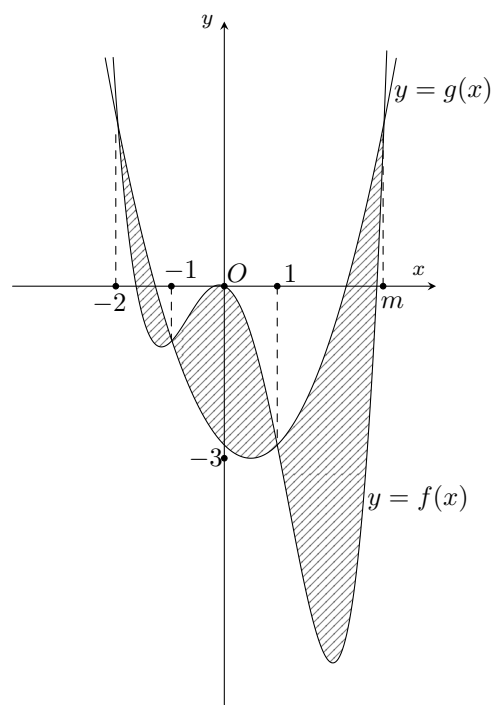
- (A)  $\frac{16}{3}$ . (B)  $\frac{35}{3}$ . (C)  $\frac{71}{12}$ . (D)  $\frac{18}{3}$ .



### Câu 20.

Cho hai hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , ( $a \neq 0$ ) và  $g(x) = px^2 + qx - 3$  có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số  $f(x)$  đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số  $y = g(x)$  tại bốn điểm có hoành độ lần lượt là  $-2$ ;  $-1$ ;  $1$  và  $m$ . Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = f(x) - g(x)$  tại điểm có hoành độ  $x = -2$  và có hệ số góc bằng  $-\frac{15}{2}$ . Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$ . Diện tích  $(H)$  bằng

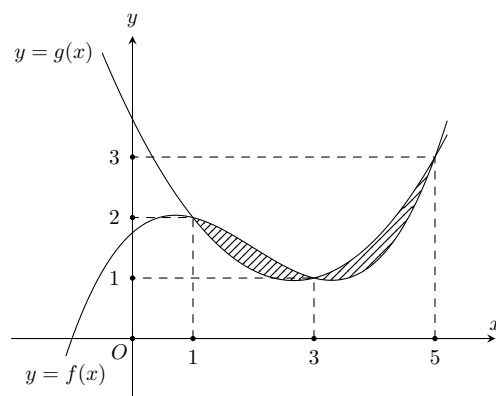
- (A)  $\frac{1553}{120}$ . (B)  $\frac{1553}{240}$ . (C)  $\frac{1553}{60}$ . (D)  $\frac{1553}{30}$ .



**Câu 21.**

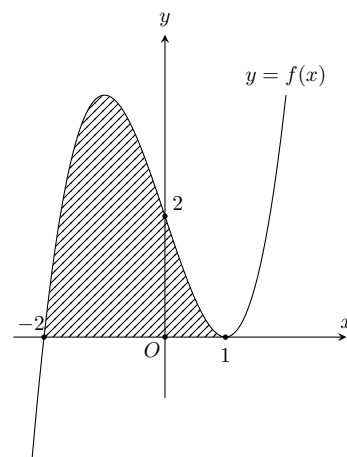
Cho đồ thị của hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $g(x) = mx^2 + nx + p$  như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bằng 1. Giá trị của  $b$  bằng

- (A)  $-\frac{3}{4}$ . (B)  $-\frac{3}{2}$ . (C)  $-\frac{4}{3}$ . (D)  $-\frac{2}{3}$ .

**Câu 22.**

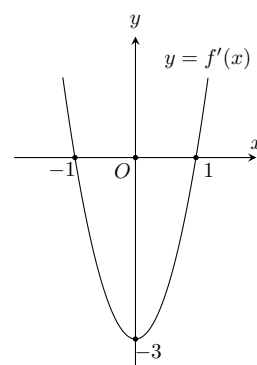
Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục hoành.

- (A)  $S = \frac{31}{5}$ . (B)  $S = \frac{19}{3}$ . (C)  $S = \frac{27}{4}$ . (D)  $S = 6$ .

**Câu 23.**

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị  $(C)$ . Biết đồ thị  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $y = 4$  tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành bằng

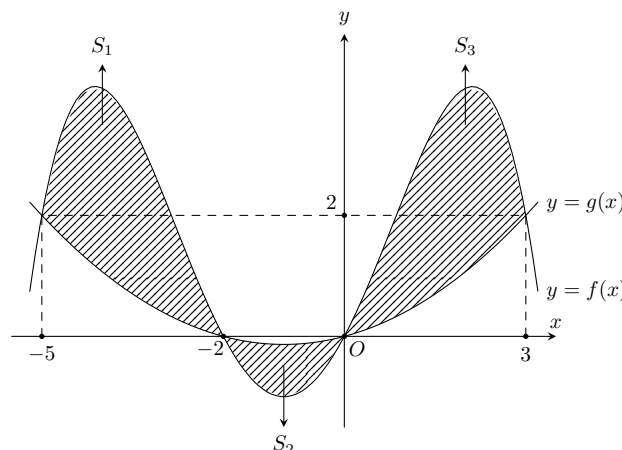
- (A)  $\frac{21}{4}$ . (B)  $\frac{27}{4}$ . (C) 9. (D)  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 24.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-5; 3]$ . Biết rằng diện tích hình phẳng  $S_1, S_2, S_3$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường cong  $g(x) = ax^2 + bx + c$  lần lượt tại  $m, n, p$ . Tích phân

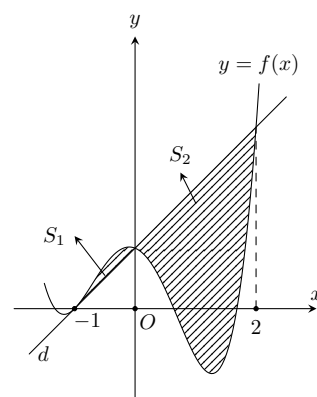
$$\int_{-5}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $-m + n - p - \frac{208}{45}$ . (B)  $m - n + p + \frac{208}{45}$ .  
(C)  $m - n + p - \frac{208}{45}$ . (D)  $-m + n - p + \frac{208}{45}$ .

**Câu 25.**

Cho đường cong  $(C): f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  và đường thẳng  $d$  cắt nhau tạo thành các hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên, trong đó  $d$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$ . Khi  $S_1 = 1$  thì  $S_2$  bằng

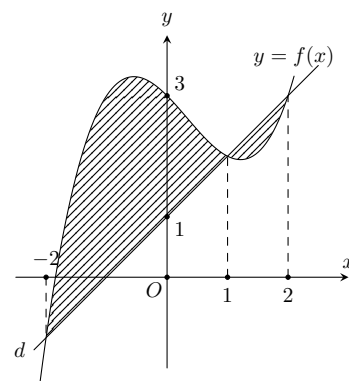
- (A) 28. (B) 27. (C) 29. (D) 30.



### Câu 26.

Đường thẳng  $d$  cắt đường cong  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x = -2, x = 1$  và  $x = 2$  như hình vẽ. Diện tích hình phẳng gạch sọc thuộc khoảng nào dưới đây?

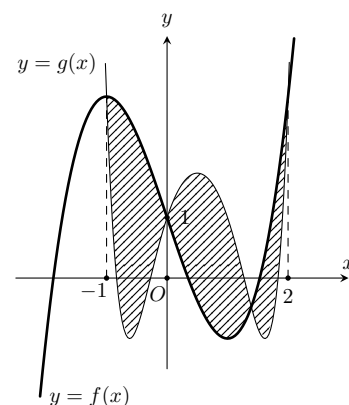
- (A) (4; 5,5). (B) (6; 6,5). (C) (5; 5,5). (D) (5,5; 6).



### Câu 27.

Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax + b$  và  $g(x) = f(cx^2 + dx)$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  gần nhất với kết quả nào dưới đây?

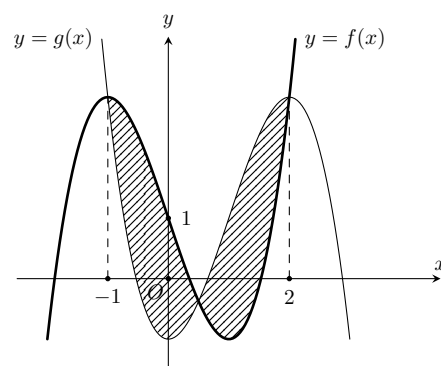
- (A) 7,66. (B) 4,24. (C) 3,63. (D) 5,14.



### Câu 28.

Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax + b$  và  $g(x) = f(cx + d)$  với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó đường cong đậm hơn là đồ thị của hàm số  $y = f(x)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  bằng

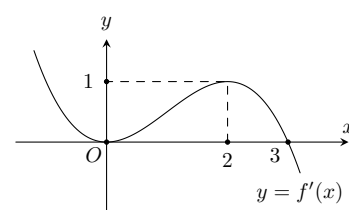
- (A) 5,0625. (B) 5,25. (C) 5,125. (D) 4,875.



### Câu 29.

Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  có đồ thị hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và parabol  $y = \frac{1}{4}x^2 + e$  bằng

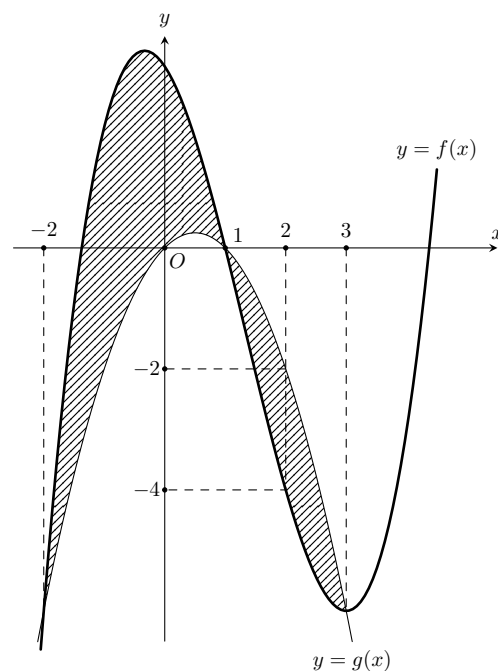
- (A)  $\frac{4}{15}$ . (B)  $\frac{2}{15}$ . (C)  $\frac{1}{15}$ . (D)  $\frac{7}{15}$ .



**Câu 30.**

Cho đồ thị hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $g(x) = mx^2 + nx + p$  cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  $-2$ ,  $1$  và  $3$  như hình vẽ. Diện tích hình phẳng gạch sọc trên hình vẽ thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(10,5; 11)$ . (B)  $(9,5; 10)$ .  
(C)  $(10; 10,5)$ . (D)  $(9; 9,5)$ .



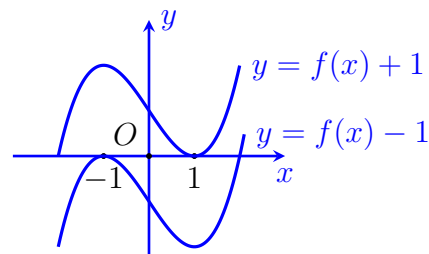
**Câu 31.** Đồ thị của hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đúng ba điểm chung với trục hoành tại các điểm  $M, N, P$  có hoành độ lần lượt là  $m, n, p$  ( $m < n < p$ ). Khi  $f(1) = -\frac{3}{4}$  và  $f'(-1) = 1$  thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{32}{15}$ . (B)  $\frac{16}{15}$ . (C)  $\frac{4}{15}$ . (D)  $\frac{8}{15}$ .

**Câu 32.**

Cho hàm số đa thức bậc ba  $f(x)$ . Biết đồ thị hàm số  $y = f(x) + 1$ ;  $y = f(x) - 1$  như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{9}{4}$ . (B)  $\frac{5}{2}$ . (C)  $2$ . (D)  $\frac{11}{4}$ .



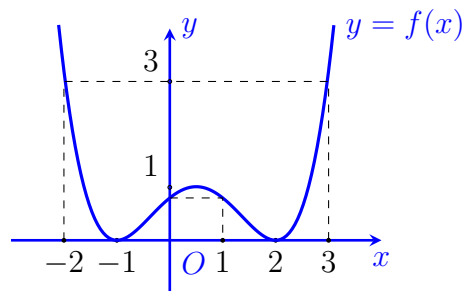
**Câu 33.** Cho đường cong  $(C): f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  và đường thẳng  $d: y = g(x)$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm có hoành độ  $x = -1$ . Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $d$  bằng 108. Giao điểm thứ hai của  $d$  và  $(C)$  có hoành độ  $m > 0$ , khi đó  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $m \in (0; 2)$ . (B)  $m \in (2; 4)$ . (C)  $m \in (4; 6)$ . (D)  $m \in (6; +\infty)$ .

**Câu 34.**

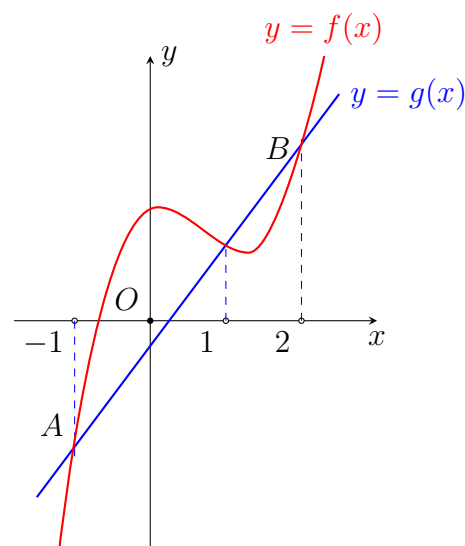
Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $(0; 1)$ . (B)  $(1; \frac{3}{2})$ . (C)  $(\frac{3}{2}; 2)$ . (D)  $(2; \frac{5}{2})$ .

**Câu 35.**

Cho đồ thị hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 - \frac{2}{3}x + c$  và đường thẳng  $y = g(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó  $AB = 5$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường đã cho gần nhất với kết quả nào dưới đây?

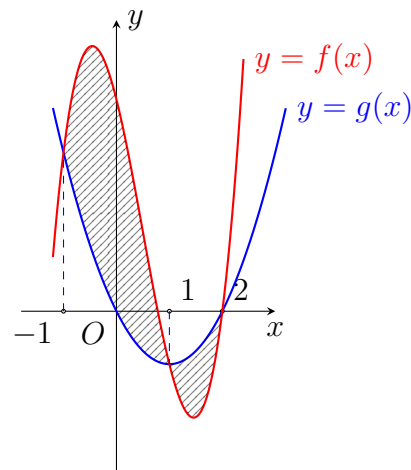
- (A) 3. (B) 6. (C) 4. (D) 8.



### Câu 36.

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$  và  $g(x) = mx^2 + nx$  có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số trên (phần gạch chéo trên hình vẽ) bằng

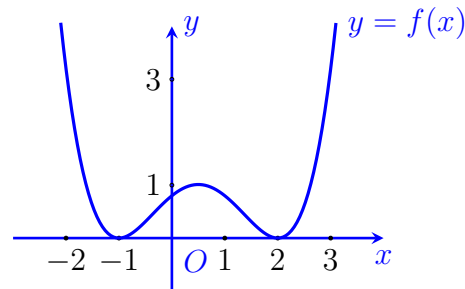
- (A)  $\frac{37}{6}$ . (B)  $\frac{37}{12}$ . (C)  $\frac{9}{2}$ . (D)  $\frac{9}{4}$ .



### Câu 37.

Cho hàm số bậc bốn  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và  $f'(x)$  bằng  $\frac{214}{5}$ . Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{81}{20}$ . (B)  $\frac{81}{10}$ . (C)  $\frac{17334}{635}$ . (D)  $\frac{17334}{1270}$ .

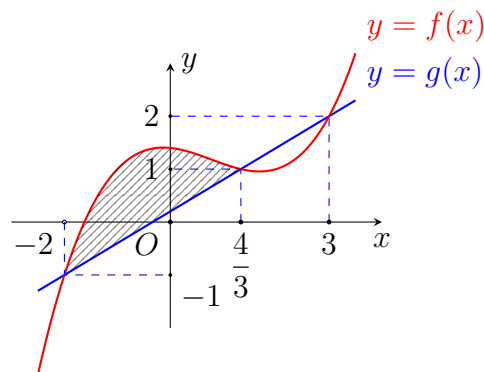


### Câu 38.

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  và hàm số bậc nhất  $g(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình bên

bằng  $\frac{250}{81}$ . Tích phân  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

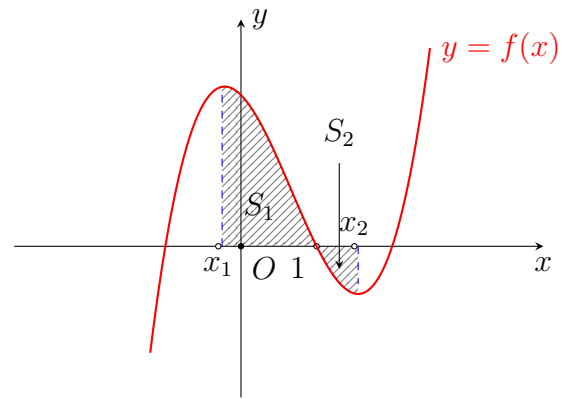
- (A)  $\frac{61}{48}$ . (B)  $\frac{34}{27}$ . (C)  $\frac{17}{15}$ . (D)  $\frac{43}{35}$ .



### Câu 39.

Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới với  $f(1) = 0$ ,  $f''\left(\frac{2}{3}\right) = 0$  và  $\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{20}{27}$ . Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $3x_2 - 6x_1 = 3\sqrt{7} - 2$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên dưới. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  thuộc khoảng nào dưới đây?

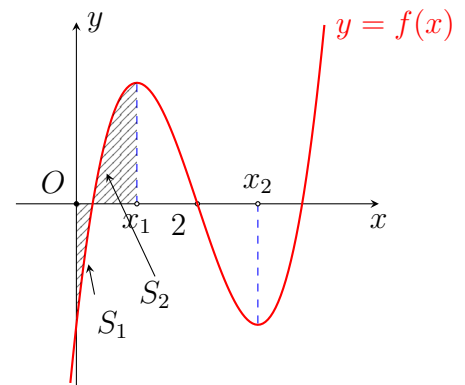
- (A) (7,1; 7,3). (B) (6,5; 6,7).  
(C) (6,7; 6,9). (D) (6,9; 7,1).



#### Câu 40.

Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2$  sao cho  $x_2 - x_1 = 2$  và  $f''(2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

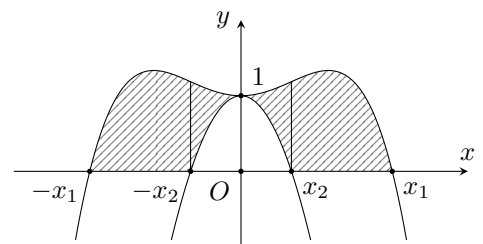
- (A)  $\frac{1}{4}$ . (B)  $\frac{1}{3}$ . (C)  $\frac{2}{5}$ . (D)  $\frac{3}{8}$ .



#### Câu 41.

Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + 1$  mà đồ thị của  $f(x)$  và  $f''(x)$  có đúng 1 điểm chung trên trục tung như hình vẽ bên. Biết  $x_1 = 3x_2$ , diện tích hình phẳng được gạch sọc trên hình vẽ bằng

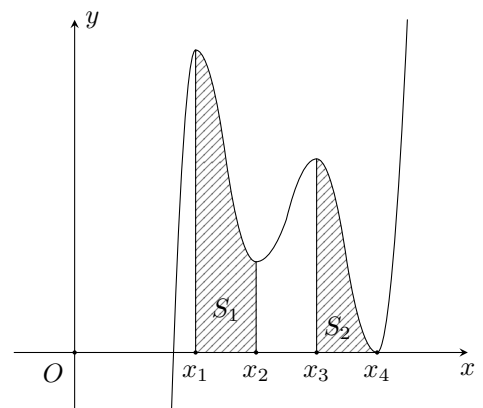
- (A)  $\frac{152}{45}$ . (B)  $\frac{73}{15}$ . (C)  $\frac{152}{15}$ . (D)  $\frac{73}{45}$ .



#### Câu 42.

Cho hàm số bậc năm  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết  $x_1, x_2, x_3, x_4$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng có công sai  $d = 1$ . Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{16}{9}$ . (B)  $\frac{8}{5}$ . (C)  $\frac{11}{7}$ . (D)  $\frac{17}{11}$ .



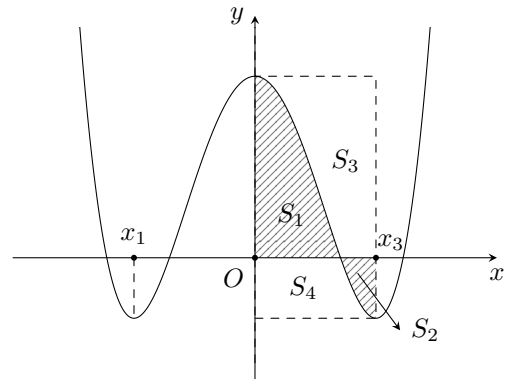
**Câu 43.** Hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C_1)$  đi qua điểm  $A(1; 0)$ , hàm số bậc hai  $g(x)$  có đồ thị  $(C_2)$  đi qua điểm  $B(1; -4)$ . Biết rằng  $(C_1), (C_2)$  cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lần lượt bằng  $-1; 2; 3$ . Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi  $(C_1), (C_2)$  bằng

- (A)  $\frac{32}{3}$ . (B)  $\frac{112}{3}$ . (C)  $\frac{71}{6}$ . (D)  $\frac{115}{3}$ .

#### Câu 44.

Cho hàm số  $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_3 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$ . Gọi  $S_1, S_2, S_3, S_4$  là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ bên. Tỉ số  $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$  gần nhất với kết quả nào dưới đây?

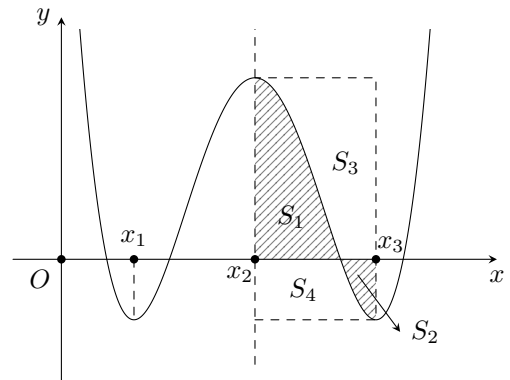
- (A) 0,65. (B) 0,7. (C) 0,55. (D) 0,6.



#### Câu 45.

Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2, x_3$  thỏa mãn  $x_3 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_3) + \frac{2}{3}f(x_2) = 0$  và đồ thị  $f(x)$  nhận đường thẳng  $x = x_2$  làm trục đối xứng. Gọi  $S_1, S_2, S_3, S_4$  là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ bên. Tỉ số  $\frac{S_1 + S_2}{S_3 + S_4}$  gần nhất với kết quả nào dưới đây?

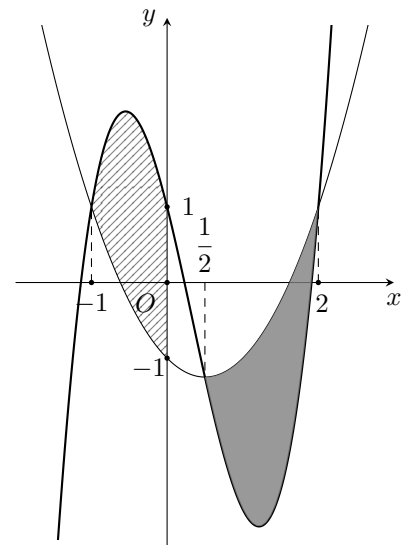
- (A) 0,65. (B) 0,7. (C) 0,55. (D) 0,6.



#### Câu 46.

Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và  $g(x) = mx^2 + nx + k$  có đồ thị cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ là  $-1; \frac{1}{2}; 2$  như hình vẽ. Biết diện tích phần kẻ hình sọc (hình  $S_1$ ) bằng  $\frac{81}{32}$ . Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x), y = g(x)$  và hai đường thẳng  $x = \frac{1}{2}, x = 2$  (phần bôi đen trong hình vẽ) bằng

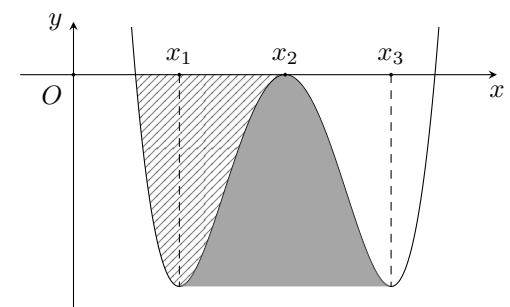
- (A)  $\frac{79}{24}$ . (B)  $\frac{243}{96}$ . (C)  $\frac{81}{32}$ . (D)  $\frac{45}{16}$ .



#### Câu 47.

Cho hàm số bậc bốn  $f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2, x_3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 2. Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng được gạch chéo và  $S_2$  là diện tích hình phẳng được tô đậm trong hình. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

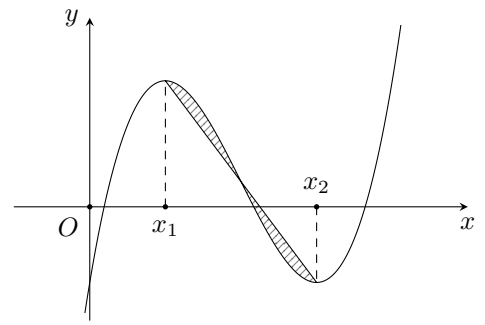
- (A)  $\frac{4}{7}$ . (B)  $\frac{2}{5}$ . (C)  $\frac{7}{15}$ . (D)  $\frac{7}{16}$ .



#### Câu 48.

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C)$  là đường cong trong hình vẽ bên. Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f'\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) = -2$ . Gọi  $d$  là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của  $(C)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $d$  bằng

- (A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{1}{6}$ . (C)  $\frac{2}{3}$ . (D)  $\frac{1}{2}$ .

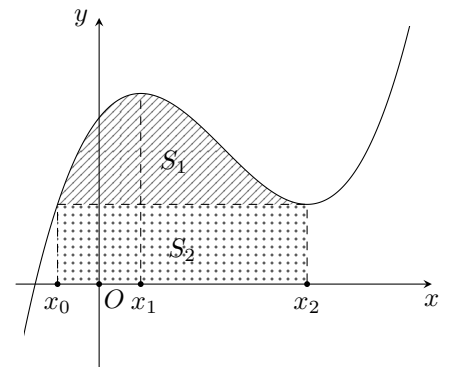


#### Câu 49.

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C)$  là đường cong trong hình vẽ bên. Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại các điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) = 3f(x_2)$ . Đường thẳng qua điểm cực tiểu của  $(C)$  song song với trục hoành cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai có hoành độ  $x_0$  thỏa mãn  $x_1 = x_0 + 1$ . Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng trên hình.

Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{9}{8}$ . (B)  $\frac{5}{4}$ . (C)  $\frac{8}{7}$ . (D)  $\frac{4}{3}$ .

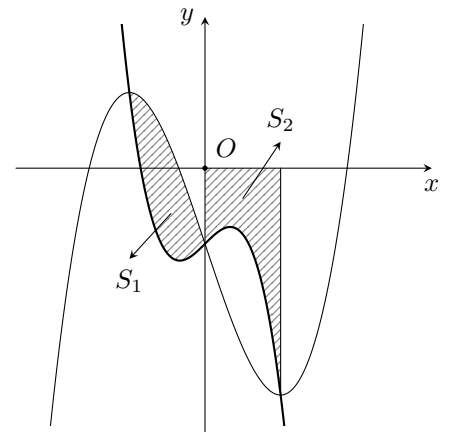


#### Câu 50.

Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + bx + c$ ,  $g(x) = bx^3 + ax + c$ , ( $a > 0$ ) có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích hình phẳng được

gạch trong hình vẽ. Khi  $S_1 + S_2 = 3$  thì  $\int_0^1 f(x) dx$  bằng

- (A) 3. (B) -3. (C) 6. (D) -6.



#### BẢNG ĐÁP ÁN

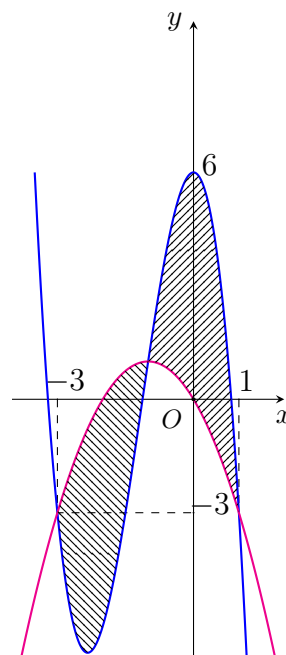
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. A  | 3. A  | 4. D  | 5. B  | 6. A  | 7. A  | 8. D  | 9. A  | 10. B |
| 11. A | 12. D | 13. C | 14. B | 15. C | 16. A | 17. B | 18. B | 19. C | 20. A |
| 21. A | 22. C | 23. B | 24. B | 25. A | 26. D | 27. D | 28. A | 29. C | 30. A |
| 31. A | 32. A | 33. C | 34. C | 35. B | 36. A | 37. A | 38. A | 39. C | 40. A |
| 41. A | 42. C | 43. C | 44. D | 45. D | 46. C | 47. D | 48. A | 49. A | 50. B |

## BÀI 6. TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG DỰA TRÊN ĐỒ THỊ HÀM SỐ PHẦN 2

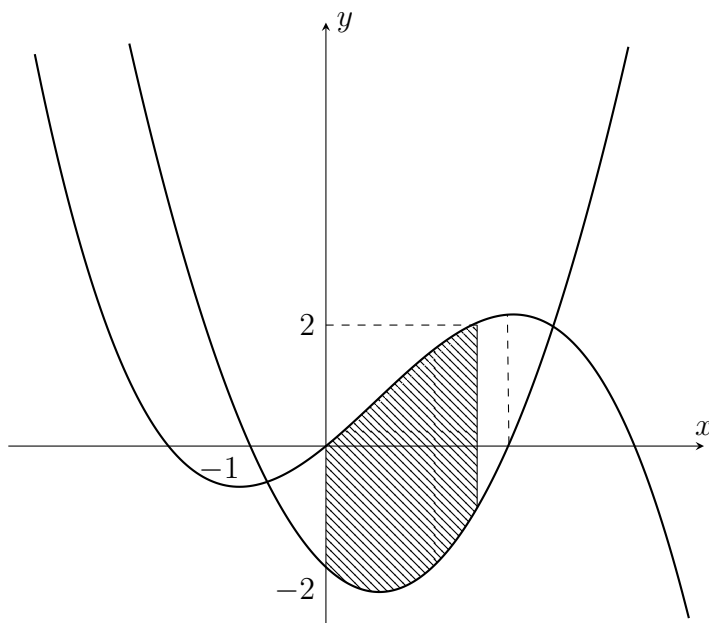
#### Câu 1.

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 6$  và  $g(x) = mx^2 + nx$  có đồ thị trong hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số trên (phần gạch chéo trong hình) bằng

- (A) 16. (B)  $\frac{3}{8}$ . (C) 8. (D)  $\frac{3}{4}$ .



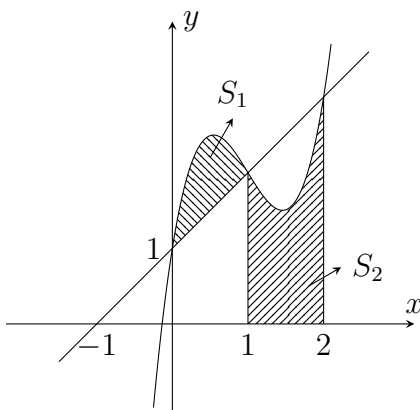
**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $g(x) = mx^2 + nx - 2c$  có đồ thị như hình vẽ bên



Diện tích của hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng  $\frac{37}{6}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $g(x)$  bằng

- (A)  $-\frac{22}{9}$ . (B)  $-\frac{12}{5}$ . (C)  $-\frac{7}{3}$ . (D)  $-\frac{58}{25}$ .

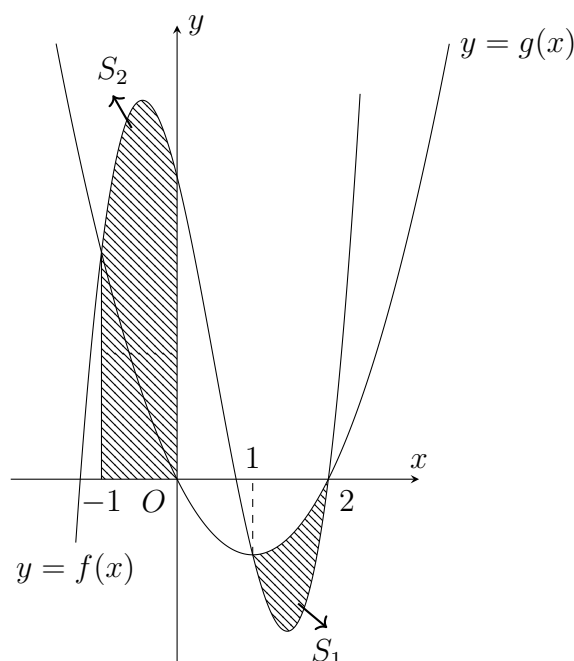
**Câu 3.** Cho hàm số bậc ba  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  và đường thẳng  $d$  có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ, khi  $S_1 = \frac{1}{2}$  thì  $S_2$  bằng

- (A) 2. (B)  $\frac{3}{2}$ . (C)  $\frac{5}{4}$ . (D) 3.

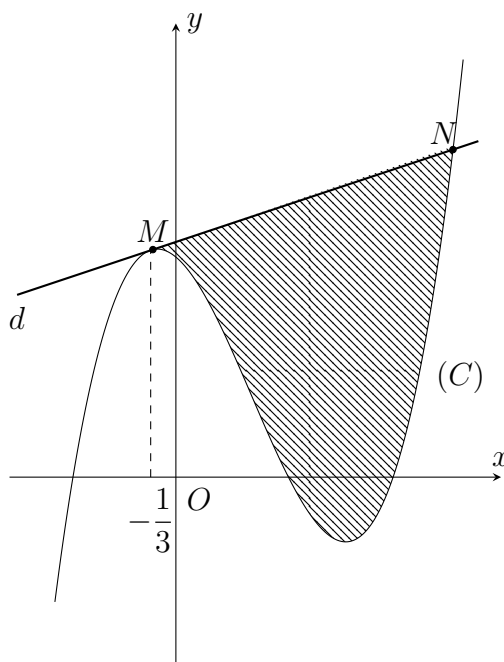
**Câu 4.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $g(x) = mx^2 + nx + p$  có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ, khi  $S_1 = 1$  và  $g(1) = -1$  thì  $S_2$  bằng

- (A)  $\frac{19}{5}$ . (B)  $\frac{77}{15}$ . (C)  $\frac{24}{5}$ . (D)  $\frac{11}{2}$ .

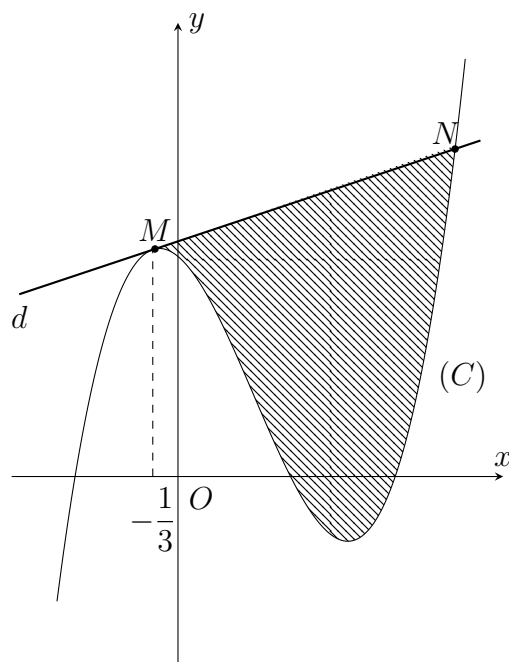
**Câu 5.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 2x^2 + ax + b$  có đồ thị  $(C)$  như hình vẽ bên



Gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M$  có hoành độ bằng  $-\frac{1}{3}$  và  $N$  là giao điểm thứ hai của  $d$  và  $(C)$ . Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng

- (A)  $\frac{2500}{243}$ . (B)  $\frac{25}{4}$ . (C)  $\frac{81}{16}$ . (D)  $\frac{27}{4}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên



Xét điểm  $M$  thuộc  $(C)$ , gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  và  $N$  là giao điểm thứ hai của  $d$  và  $(C)$ . Gọi  $\Delta$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $N$ . Khi diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng 1 thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $\Delta$  bằng

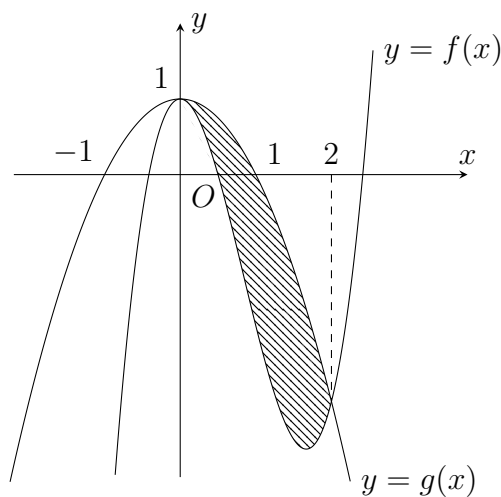
(A) 2.

(B) 4.

(C) 8.

(D) 16.

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $g(x) = mx^2 + nx + p$  có đồ thị như hình vẽ bên



Diện tích của hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng 2. Khi đó  $\min_{[0;2]} f(x)$  bằng

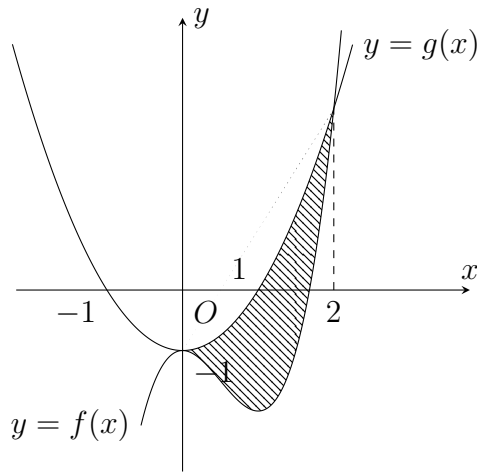
(A)  $-\frac{16}{5}$ .

(B)  $-\frac{781}{243}$ .

(C)  $-\frac{371}{243}$ .

(D)  $-\frac{10}{3}$ .

**Câu 8.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ;  $g(x) = mx^2 + nx + p$  có đồ thị như hình vẽ bên



Diện tích của hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng 2. Khi đó  $f(4)$  bằng

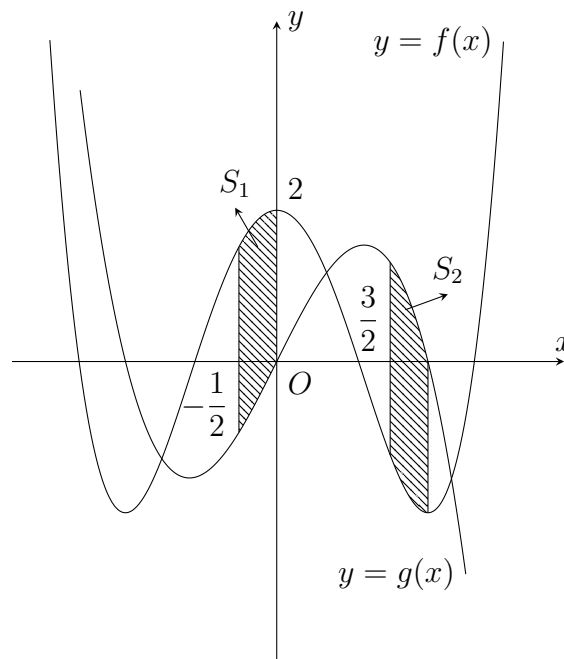
(A) 33.

(B) 63.

(C) 64.

(D) 34.

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = ax^4 - 2x^2 + 2$ ;  $g(x) = bx^3 + cx^2 + 2x$  có đồ thị như hình vẽ bên



Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ, khi  $S_1 = \frac{557}{480}$  thì  $S_2$  bằng

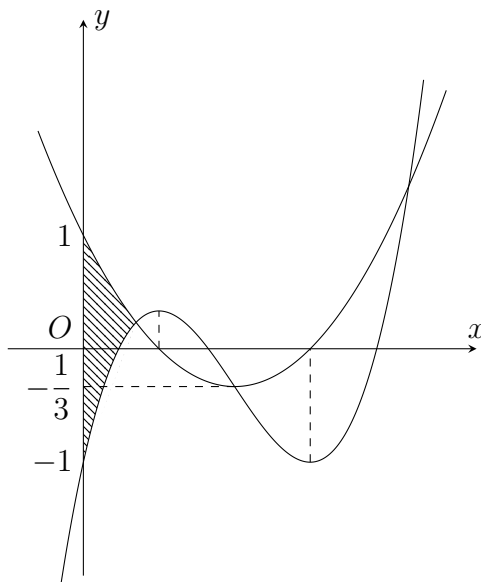
(A)  $\frac{299}{240}$ .

(B)  $\frac{5}{4}$ .

(C)  $\frac{557}{480}$ .

(D)  $\frac{301}{240}$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ ;  $g(x) = mx^2 + nx + 1$  có đồ thị như hình vẽ bên



Biết rằng  $f''(2) = 0$  và hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thoả mãn  $x_1 + x_2 + x_3 = 7$ . Diện tích của hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $\left(0; \frac{2}{5}\right)$ . 
 (B)  $\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$ . 
 (C)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right)$ . 
 (D)  $\left(\frac{3}{5}; 1\right)$ .

**Câu 11.** Cho hai hàm số  $f(x) = ax^3 + 2x^2 + bx + 1$ ;  $g(x) = cx^2 + 4x + d$  có bảng biến thiên như sau

| $x$    | $-\infty$ | $\alpha$ | $\beta$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|----------|---------|-----------|
| $g(x)$ | $-\infty$ | 0        | 1       | $-\infty$ |
| $f(x)$ | $+\infty$ |          |         | $-\infty$ |

Biết rằng đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ  $x_1, x_2, x_3$  thoả mãn  $x_1 + x_2 + x_3 = 9$ . Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ;  $y = g(x)$ ;  $x = 1$ ;  $x = 2$  bằng

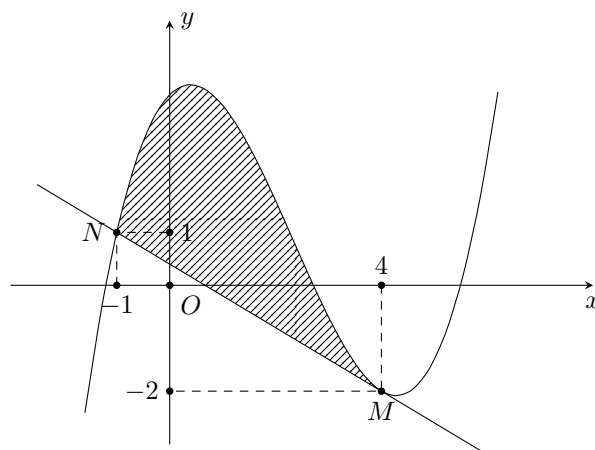
- (A)  $\frac{3}{4}$ . 
 (B)  $\frac{3}{2}$ . 
 (C)  $\frac{1}{4}$ . 
 (D)  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 12.**

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị là  $(C)$  và  $\Delta$  là tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(4; -2)$ , biết  $\Delta$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $N(-1; 1)$  (tham khảo hình vẽ). Khi diện tích hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bằng  $\frac{125}{12}$  thì

$\int_1^3 f(x)dx$  bằng

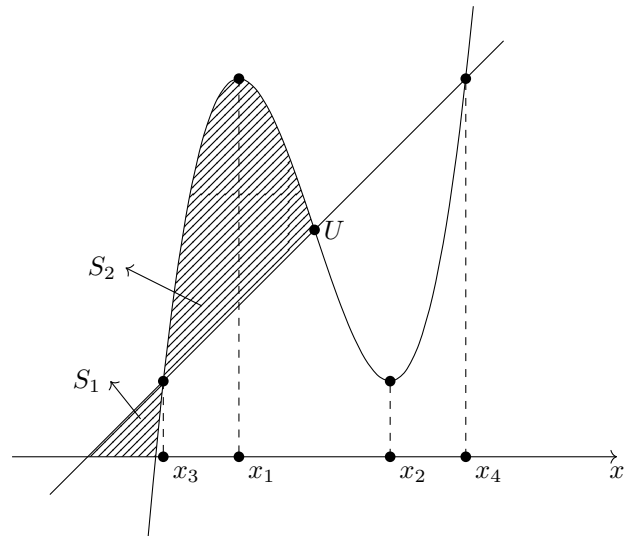
- (A)  $\frac{10}{3}$ . 
 (B)  $\frac{14}{3}$ . 
 (C)  $\frac{94}{15}$ . 
 (D)  $\frac{46}{15}$ .



**Câu 13.**

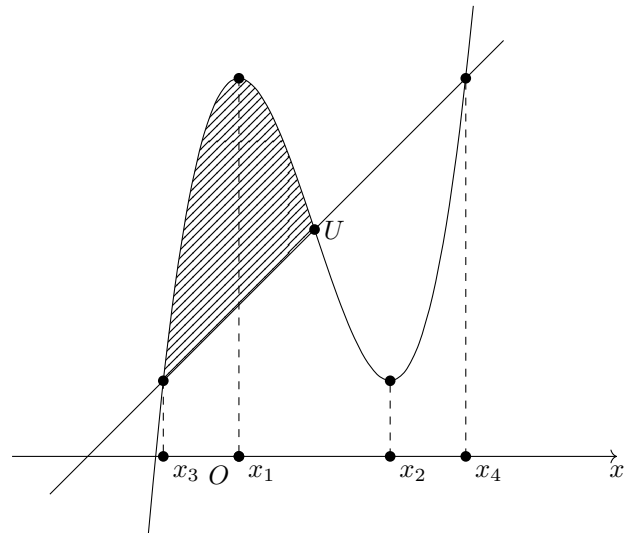
Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C)$ . Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $4f(x_1) = 5f(x_2)$ . Đường thẳng  $d$  qua điểm uốn  $U$  của  $(C)$  và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất cắt  $(C)$  tại hai điểm khác  $U$  có hoành độ  $x_3, x_4$  thỏa mãn  $x_4 - x_3 = 4$ . Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình vẽ (tham khảo hình vẽ). Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  gần nhất với giá trị nào sau đây?

- (A) 32.      (B) 31.      (C) 30.      (D) 29.

**Câu 14.**

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C)$ . Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $4f(x_1) = 5f(x_2)$ . Đường thẳng  $d$  qua điểm uốn  $U$  của  $(C)$  và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất cắt  $(C)$  tại hai điểm khác  $U$  có hoành độ  $x_3, x_4$  thỏa mãn  $x_4 - x_3 = 4\sqrt{2}$ . Diện tích hình phẳng gạch sọc trên hình vẽ bằng

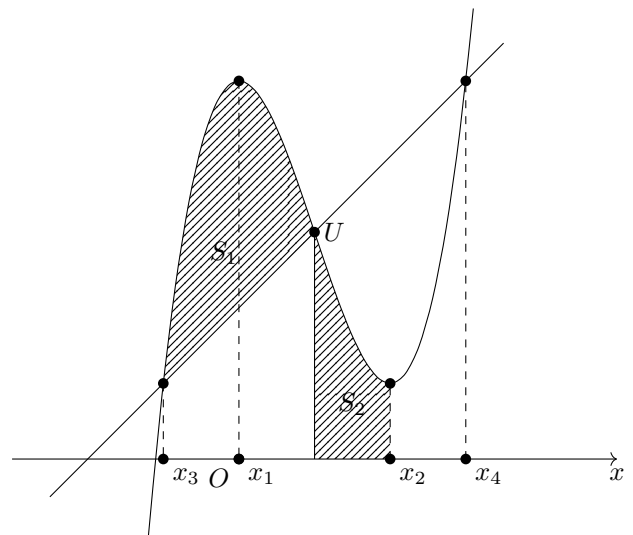
- (A)  $\frac{16}{5}$ .      (B) 4.      (C)  $\frac{13}{5}$ .      (D) 3.

**Câu 15.**

Cho hàm số bậc ba  $f(x)$  có đồ thị  $(C)$ . Biết  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) = 2f(x_2)$ . Đường thẳng  $d$  qua điểm uốn  $U$  của  $(C)$  cắt  $(C)$  tại hai điểm khác  $U$  có hoành độ  $x_3, x_4$  thỏa mãn  $x_4 = x_3 + 2\sqrt{5}$ .

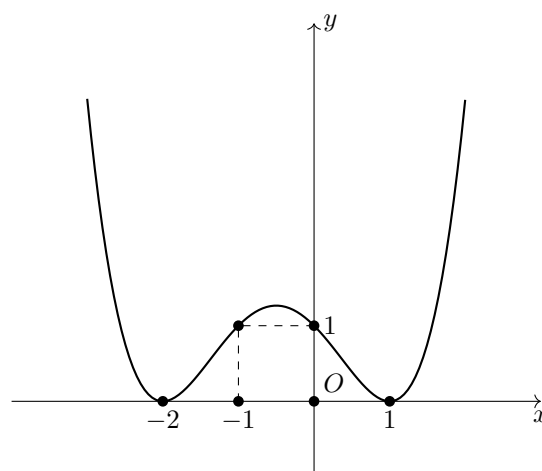
Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng được gạch trên hình vẽ. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{25}{19}$ .      (B)  $\frac{25}{16}$ .      (C)  $\frac{27}{19}$ .      (D)  $\frac{27}{16}$ .

**Câu 16.**

Cho  $f(x)$  là hàm đa thức bậc bốn và có đồ thị như hình vẽ. Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = f'(x)$  có diện tích bằng

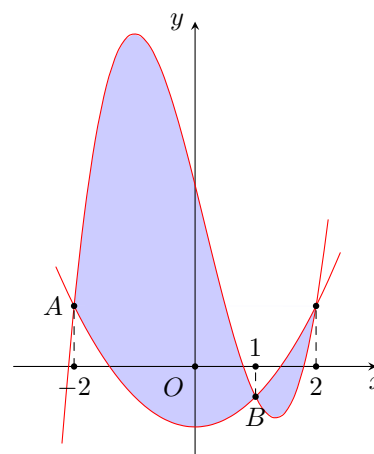
- (A)  $\frac{127}{40}$ . (B)  $\frac{107}{5}$ . (C)  $\frac{87}{40}$ . (D)  $\frac{127}{10}$ .



### Câu 17.

Cho hàm số  $y = ax^3 - \frac{1}{2}x^2 + cx + d$  và parabol  $y = g(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau. Khi  $AB = 3\sqrt{5}$ , diện tích hình phẳng được gạch trên hình vẽ bằng

- (A)  $\frac{71}{6}$ . (B)  $\frac{71}{12}$ . (C)  $\frac{355}{12}$ . (D)  $\frac{71}{4}$ .



### BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |      |      |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|-------|
| 1. A  | 2. C  | 3. A  | 4. B  | 5. D  | 6. D  | 7. B  | 8. B | 9. A | 10. C |
| 11. A | 12. D | 13. C | 14. A | 15. A | 16. B | 17. C |      |      |       |

## BÀI 7. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG PHẦN 1

**Câu 1.** Với công thức tính diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi trục hoành và đồ thị hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ).

- (A)  $S = \int_a^b |f(x)| dx$ . (B)  $S = \int_a^b f^2(x) dx$ . (C)  $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$ . (D)  $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .

**Câu 2.** Với công thức tính diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và hai đường thẳng  $x = a$ ,  $x = b$  ( $a < b$ ).

- (A)  $S = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx$ . (B)  $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ .  
 (C)  $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$ . (D)  $S = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x-2}{x+1}$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng  $y = 2x - \frac{5}{2}$  bằng

- (A)  $\frac{55}{16} - 3 \ln \frac{8}{3}$ . (B)  $\frac{55}{8} - 6 \ln \frac{8}{3}$ . (C)  $\frac{27}{8} - 6 \ln \frac{8}{5}$ . (D)  $\frac{27}{8} + 6 \ln \frac{8}{5}$ .

**Câu 4.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{1-x^2}$  đã cho và đường thẳng  $y = x$  bằng

- (A)  $1 + \ln 2$ . (B)  $\frac{1}{2} - \ln \sqrt{2}$ . (C)  $1 - \ln 2$ . (D)  $\frac{1}{2} + \ln \sqrt{2}$ .

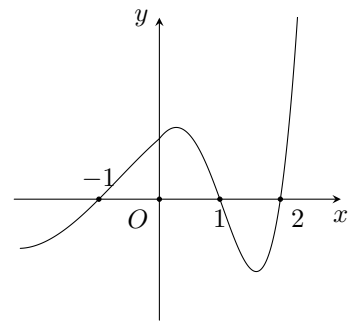
**Câu 5.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong bậc ba  $y = x^3 - 3x$  và trục hoành bằng

- (A)  $\frac{9}{2}$ . (B)  $\frac{45}{4}$ . (C)  $\frac{9}{4}$ . (D)  $\frac{45}{8}$ .

**Câu 6.**

Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành như hình vẽ bên. Đặt  $a = \int_{-1}^1 f(x) dx$ ,  $b = \int_1^2 f(x) dx$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

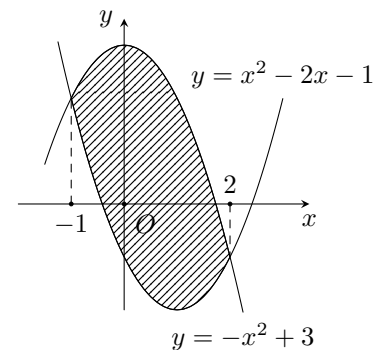
- (A)  $S = a + b$ . (B)  $S = a - b$ . (C)  $S = -a + b$ . (D)  $S = -a - b$ .



**Câu 7.**

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên bằng

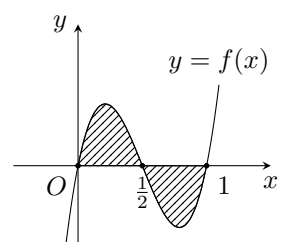
- (A)  $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$ . (B)  $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$ .  
(C)  $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$ . (D)  $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$ .



**Câu 8.**

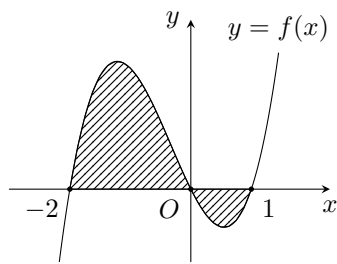
Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  có đồ thị như hình vẽ bên, ký hiệu  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A)  $S = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$ . (B)  $S = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$ .  
(C)  $S = -\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$ . (D)  $S = -\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx - \int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$ .



**Câu 9.**

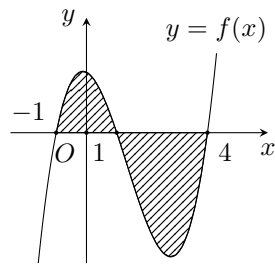
Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành bằng



- (A)  $\int_{-2}^1 f(x) dx$ .  
 (B)  $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ .  
 (C)  $-\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$ .  
 (D)  $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$ .

### Câu 10.

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Gọi  $S$  là diện tích giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 4$  (như hình vẽ). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

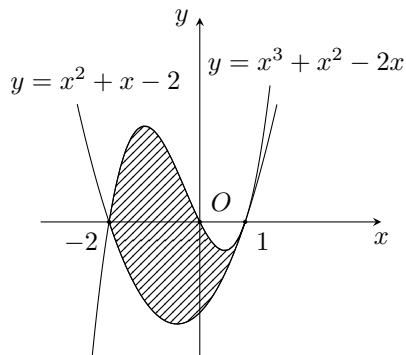


- (A)  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$ .  
 (B)  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$ .  
 (C)  $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$ .  
 (D)  $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$ .

### Câu 11.

Diện tích hình phẳng gạch chéo trên hình vẽ bên bằng

- (A)  $\int_{-2}^1 (x^3 - 3x + 2) dx$ .  
 (B)  $\int_{-2}^1 (x^3 + 2x^2 - x - 2) dx$ .  
 (C)  $\int_{-2}^1 (-x^3 + 3x - 2) dx$ .  
 (D)  $\int_{-2}^1 (-x^3 - 2x^2 + x + 2) dx$ .



**Câu 12.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 4x + 3$  và trục hoành bằng

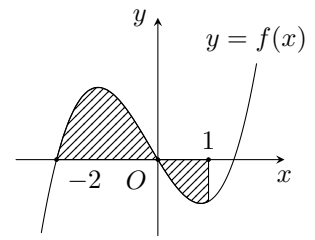
- (A)  $\int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx$ .  
 (B)  $\int_{-3}^{-1} |x^2 - 4x + 3| dx$ .  
 (C)  $\int_0^1 |x^2 - 4x + 3| dx$ .  
 (D)  $\int_0^3 |x^2 - 4x + 3| dx$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 4]$  và  $f(x) \geq 0, \forall x \in [0; 2]; f(x) \leq 0, \forall x \in [2; 4]$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$  và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 4$  bằng

- (A)  $\int_0^4 f(x) dx$ .  
 (B)  $-\int_0^4 f(x) dx$ .  
 (C)  $\int_0^2 f(x) dx - \int_2^4 f(x) dx$ .  
 (D)  $-\int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx$ .

### Câu 14.

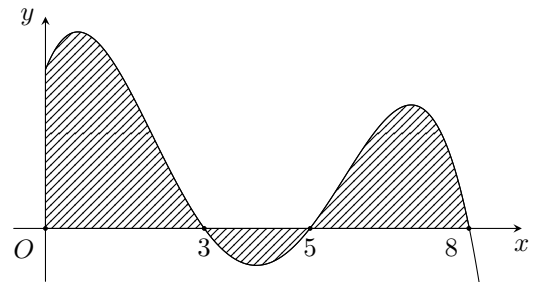
Cho hình phẳng  $H$  được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 1$  như hình vẽ bên. Tính diện tích  $S$  của hình phẳng  $H$ .



- (A)  $S = - \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$     (B)  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx.$   
 (C)  $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx.$     (D)  $S = \int_{-2}^1 f(x) dx.$

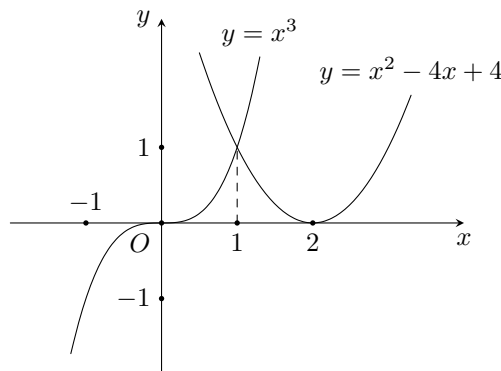
### Câu 15.

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 8]$  và có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ;  $y = 0$ ;  $x = 0$ ;  $x = 8$  là



- (A)  $\int_0^8 f(x) dx.$   
 (B)  $\int_0^3 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx - \int_5^8 f(x) dx.$   
 (C)  $\int_0^3 f(x) dx - \int_3^5 f(x) dx + \int_5^8 f(x) dx.$   
 (D)  $-\int_0^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx - \int_5^8 f(x) dx.$

**Câu 16.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong  $y = x^3$ ; parabol  $y = x^2 - 4x + 4$  và trục hoành (tham khảo hình vẽ bên) bằng



- (A)  $\int_0^2 |x^3 - (x^2 - 4x + 4)| dx.$     (B)  $-\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx.$   
 (C)  $\int_0^1 x^3 dx - \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx.$     (D)  $\int_0^1 x^3 dx + \int_1^2 (x^2 - 4x + 4) dx.$

**Câu 17.** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = 4x - x^2$  và trục hoành.

- (A)  $S = \frac{32\pi}{3}.$     (B)  $S = \frac{512}{15}.$     (C)  $S = \frac{32}{3}.$     (D)  $S = \frac{512\pi}{15}.$

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(-1) > 0 > f(0)$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = f(x)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$  và  $x = 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\textcircled{A} S = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 |f(x)| dx.$$

$$\textcircled{B} S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx.$$

$$\textcircled{C} S = \int_{-1}^1 f(x) dx.$$

$$\textcircled{D} S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right|.$$

**Câu 19.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng  $H$  được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = (1 + e^x)x$  và  $y = (e + 1)x$ .

$$\textcircled{A} S = \frac{e - 2}{2}.$$

$$\textcircled{B} S = \frac{e - 1}{2}.$$

$$\textcircled{C} S = \frac{e + 2}{2}.$$

$$\textcircled{D} S = \frac{e + 1}{2}.$$

**Câu 20.** Tính diện tích  $S$  của hình phẳng được giới hạn bởi cung tròn  $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$  và parabol  $y = \frac{x^2}{4\sqrt{2}}$ .

$$\textcircled{A} S = 2\pi - \frac{4}{3}.$$

$$\textcircled{B} S = 2\pi + \frac{2}{3}.$$

$$\textcircled{C} S = 2\pi + \frac{4}{3}.$$

$$\textcircled{D} S = 2\pi - \frac{2}{3}.$$

**Câu 21.**

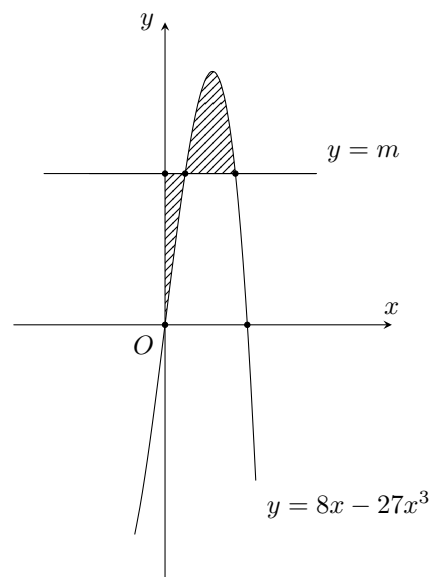
Cho đường cong  $(C): y = 8x - 27x^3$  và đường thẳng  $y = m$  cắt  $(C)$  tại hai điểm phân biệt nằm trong góc phần tư thứ nhất của hệ trục toạ độ  $Oxy$  và chia thành 2 miền phẳng có diện tích  $S_1 = S_2$  như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\textcircled{A} 0 < m < \frac{1}{2}.$$

$$\textcircled{B} \frac{1}{2} < m < 1.$$

$$\textcircled{C} 1 < m < \frac{3}{2}.$$

$$\textcircled{D} \frac{3}{2} < m < 2.$$



**Câu 22.**

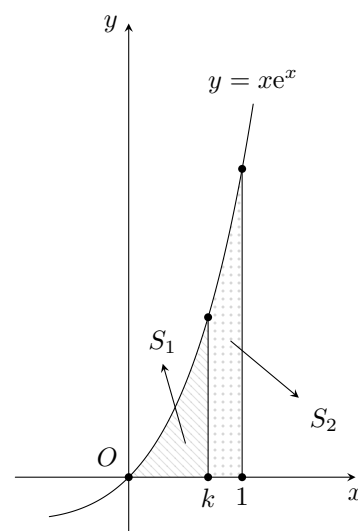
Kí hiệu  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = xe^x$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = 1$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $0 < k < 1$ ) chia  $(H)$  thành hai phần có diện tích tương ứng  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên, biết  $S_1 = S_2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\textcircled{A} e^k = \frac{1}{2(1-k)}.$$

$$\textcircled{B} e^k = \frac{1}{2(1+k)}.$$

$$\textcircled{C} e^k = \frac{2}{1-k}.$$

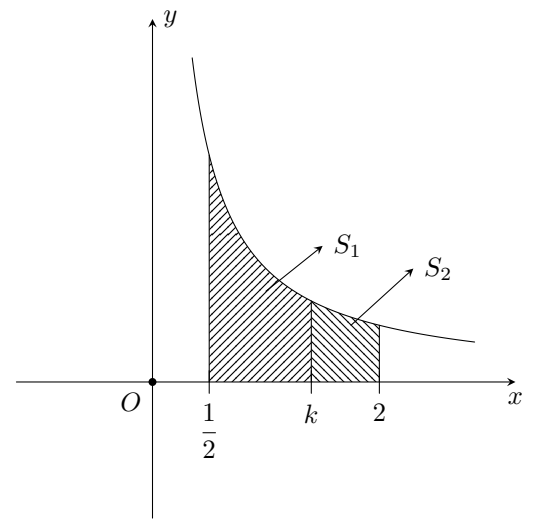
$$\textcircled{D} e^k = \frac{2}{1+k}.$$



**Câu 23.**

Cho hình thang cong ( $H$ ) giới hạn bởi các đường  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = 2$  và trục hoành. Đường thẳng  $x = k$  ( $\frac{1}{2} < k < 2$ ) chia ( $H$ ) thành hai phần có diện tích là  $S_1$  và  $S_2$  như hình vẽ bên. Tìm tất cả giá trị thực của  $k$  để  $S_1 = 3S_2$ .

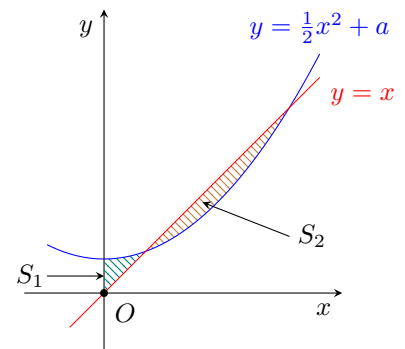
- (A)  $k = \sqrt{2}$ . (B)  $k = 1$ . (C)  $k = \frac{7}{5}$ . (D)  $k = \sqrt{3}$ .



#### Câu 24.

Cho đường thẳng  $y = x$  và parabol  $y = \frac{1}{2}x^2 + a$  ( $a$  là tham số thực dương). Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

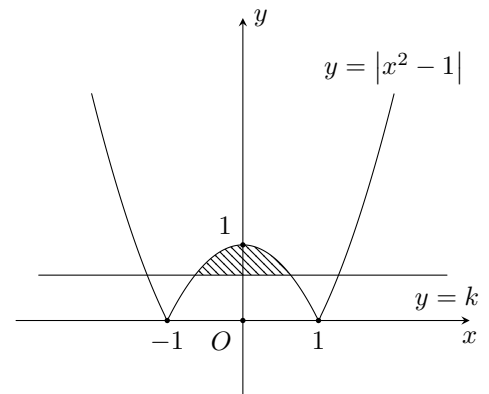
- (A)  $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{2}\right)$ . (B)  $\left(0; \frac{1}{3}\right)$ . (C)  $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$ . (D)  $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right)$ .



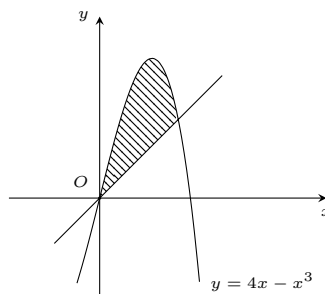
#### Câu 25.

Cho hình phẳng ( $H$ ) được giới hạn bởi các đường  $y = |x^2 - 1|$ ,  $y = k$  ( $0 < k < 1$ ). Tìm  $k$  để diện tích của hình phẳng ( $H$ ) gấp đôi diện tích của miền phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên.

- (A)  $k = \sqrt[3]{4}$ . (B)  $k = \sqrt[3]{2} - 1$ .  
(C)  $k = \frac{1}{2}$ . (D)  $k = \sqrt[3]{4} - 1$ .

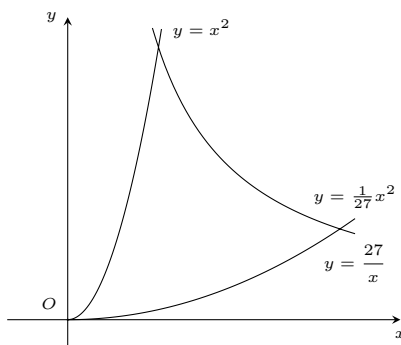


**Câu 26.** Cho hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = 4x - x^3$  trục hoành và hai đường thẳng  $x = 0$ ,  $x = 2$ . Đường thẳng  $y = (a - \sqrt{b})x$  (với  $a, b$  là các số nguyên dương) chia ( $H$ ) thành hai phần có diện tích bằng nhau. Giá trị của biểu thức  $a + b$  bằng



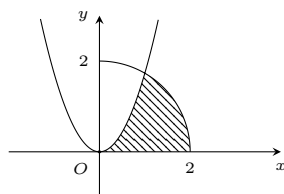
- (A) 12. (B) 4. (C) 16. (D) 14.

**Câu 27.** Diện tích của hình phẳng ( $H$ ) giới hạn bởi ba đường  $y = x^2$ ,  $y = \frac{x^2}{27}$ ,  $y = \frac{27}{x}$  (tham khảo hình vẽ dưới) bằng



- (A)  $27 \ln 3 + \frac{26}{3}$ .      (B)  $27 \ln 3$ .      (C)  $\frac{26}{3}$ .      (D)  $27 \ln 3 - \frac{26}{3}$ .

**Câu 28.** Cho ( $H$ ) là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = \sqrt{3}x^2$ , cung tròn có phương trình  $y = \sqrt{4 - x^2}$  (với  $0 \leq x \leq 2$ ) và trục hoành (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của ( $H$ ) bằng

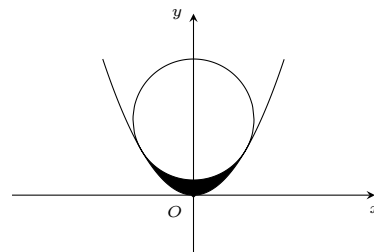


- (A)  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$ .      (B)  $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$ .      (C)  $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$ .      (D)  $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$ .

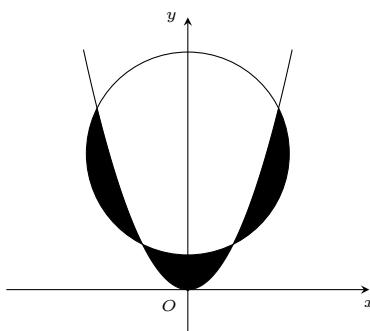
**Câu 29.**

Cho parabol ( $P$ ):  $y = x^2$  và đường tròn ( $C$ ) có tâm thuộc trục tung, bán kính bằng 1 tiếp xúc với ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ( $C$ ) và ( $P$ ) (phần tô đậm trong hình vẽ dưới) bằng

- (A)  $\frac{14 - 3\sqrt{3} - 2\pi}{12}$ .      (B)  $\frac{2\pi + 3\sqrt{3} - 8}{12}$ .  
 (C)  $\frac{4\pi - 3\sqrt{3} - 8}{12}$ .      (D)  $\frac{9\sqrt{3} - 4\pi}{12}$ .

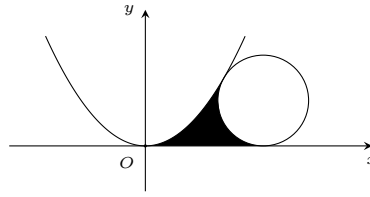


**Câu 30.** Cho parabol ( $P$ ):  $y = x^2$  và đường tròn ( $C$ ) có tâm  $A(0; 3)$ , bán kính  $\sqrt{5}$  như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa ( $P$ ) và ( $C$ ) gần nhất với kết quả nào dưới đây?



- (A) 3,44.      (B) 1,51.      (C) 3,54.      (D) 1,77.

**Câu 31.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$  và đường tròn  $(C)$  có bán kính bằng 1 tiếp xúc với trục hoành đồng thời có chung một điểm  $A$  duy nhất với  $(P)$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ ,  $(P)$  và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ dưới) bằng

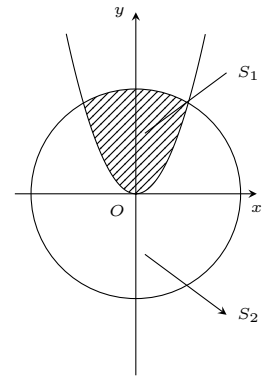


- (A)  $\frac{3\sqrt{3} + 2 - \pi}{3}$ . 
 (B)  $\frac{29\sqrt{3} - 9\pi}{24}$ . 
 (C)  $\frac{9\sqrt{3} + 9 - 4\pi}{12}$ . 
 (D)  $\frac{27\sqrt{3} - 8\pi}{24}$ .

**Câu 32.**

Biết parabol  $y = x^2$  chia đường tròn  $x^2 + y^2 = 12$  thành hai phần có diện tích tương ứng  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên. Tính  $S_2 - S_1$ .

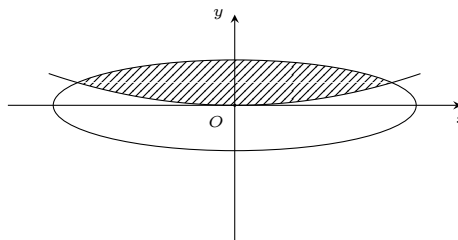
- (A)  $S_2 - S_1 = 8\pi - 2\sqrt{3}$ . 
 (B)  $S_2 - S_1 = 10\pi - 2\sqrt{3}$ . 
 (C)  $S_2 - S_1 = 10\pi - \sqrt{3}$ . 
 (D)  $S_2 - S_1 = 6\pi - 2\sqrt{3}$ .



**Câu 33.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2 - 9x + 18$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = -15, x = 15$  bằng

- (A) 2790. 
 (B) 2799. 
 (C) 2795. 
 (D) 2780.

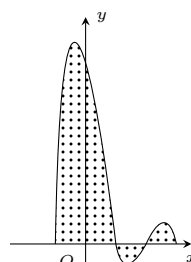
**Câu 34.** Biết parabol  $(P): y = \frac{1}{24}x^2$  chia elip  $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$  thành hai phần có diện tích bằng  $S_1, S_2$  ( $S_1 < S_2$ ). Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



- (A)  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{8\pi - \sqrt{3}}$ . 
 (B)  $\frac{4\pi - \sqrt{2}}{8\pi - \sqrt{2}}$ . 
 (C)  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12\pi}$ . 
 (D)  $\frac{8\pi - \sqrt{3}}{12\pi}$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-2; 6]$  và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích

các hình phẳng  $A, B, C$  lần lượt bằng 32; 2; 3. Tích phân  $\int_{-2}^2 (f(2x+2) + 1) dx$  bằng



A 22,5.

B 19,5.

C 37.

D 20,5.

**Câu 36.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = x^2$  và đường thẳng  $y = kx$  ( $k > 0$ ) bằng 9. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

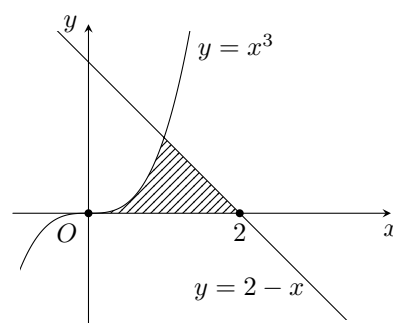
A  $k \in (1; 3)$ .B  $k \in (6; 9)$ .C  $k \in (9; 12)$ .D  $k \in (3; 6)$ .

**Câu 37.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = (x + 1)e^x$  và  $y = x + 1$  bằng

A  $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ .B  $\frac{1}{2} + \frac{1}{e}$ .C  $e - \frac{1}{e}$ .D  $1 - \frac{1}{e}$ .

**Câu 38.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = x^3$ ,  $y = 2 - x$  và  $y = 0$  (tham khảo hình vẽ bên) bằng

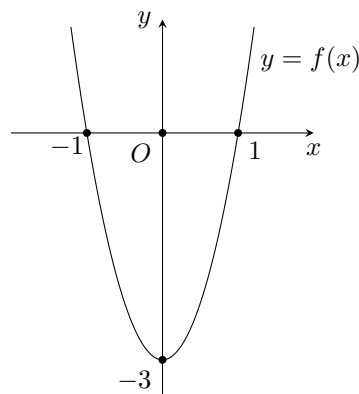
A  $\frac{3}{4}$ .B  $\frac{9}{2}$ .C  $\frac{15}{4}$ .D  $\frac{5}{4}$ .

**Câu 39.**

Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị  $(C)$ . Biết đồ thị  $(C)$  tiếp xúc với đường thẳng  $y = 4$  tại điểm có hoành độ âm và đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành bằng

A  $\frac{21}{4}$ .B  $\frac{27}{4}$ .

C 9.

D  $\frac{5}{4}$ .

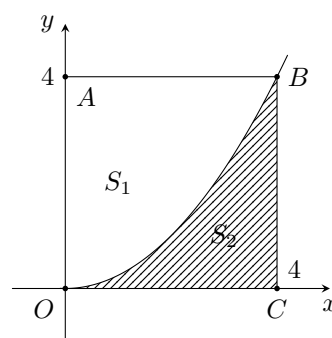
**Câu 40.**

Cho hình vuông  $OABC$  có độ dài cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong  $(C): y = \frac{1}{4}x^2$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của phần

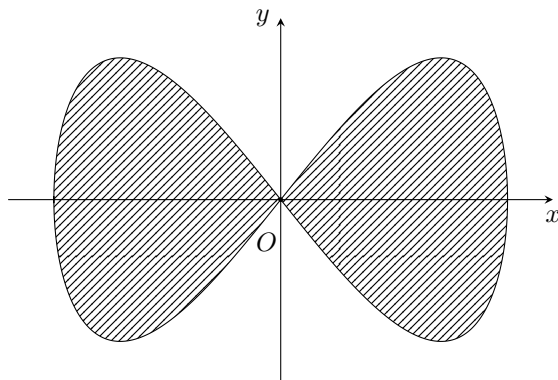
không bị gạch và phần bị gạch (tham khảo hình vẽ bên). Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

A  $\frac{3}{4}$ .B  $\frac{1}{2}$ .

C 2.

D  $\frac{4}{3}$ .

**Câu 41.** Trong công viên toán học có những mảnh đất mang hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh đất được trồng một loài hoa và nó được tạo thành bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất mang tên Bernoulli, nó được tạo thành từ những đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ  $Oxy$  là  $16y^2 = x^2(25 - x^2)$  như hình vẽ bên dưới. Tính diện tích  $S$  mảnh đất Bernoulli biết rằng mỗi đơn vị trong hệ trục tọa độ  $Oxy$  tương ứng với chiều dài 1 mét.



(A)  $S = \frac{125}{6} \text{ (m}^2\text{)}.$

(B)  $S = \frac{125}{4} \text{ (m}^2\text{)}.$

(C)  $S = \frac{250}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$

(D)  $S = \frac{125}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$

**Câu 42.**

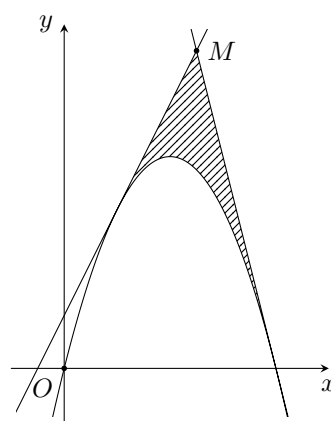
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = -x^2 + 4x$  và các tiếp tuyến của  $(P)$  qua điểm  $M\left(\frac{5}{2}; 6\right)$  bằng

(A) 2,5.

(B) 2,25.

(C) 2,125.

(D) 1,875.



**Câu 43.** Cho  $m$  là tham số thực,  $m \in [1; 3]$ . Gọi  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số  $y = \frac{2}{3}x^3 - 3mx^2 - 2m^3$  và  $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 5m^2x$ . Gọi  $a, b$  lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của  $S$ . Tính tổng  $a + b$ .

(A)  $a + b = \frac{41}{6}.$

(B)  $a + b = 1.$

(C)  $a + b = \frac{21}{4}.$

(D)  $a + b = 2.$

**Câu 44.**

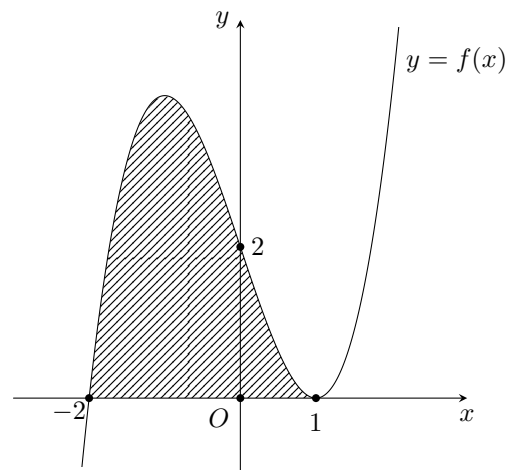
Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tính diện tích  $S$  của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục hoành.

(A)  $S = \frac{31}{5}.$

(B)  $S = \frac{19}{3}.$

(C)  $S = \frac{27}{4}.$

(D)  $S = 6.$



**Câu 45.**

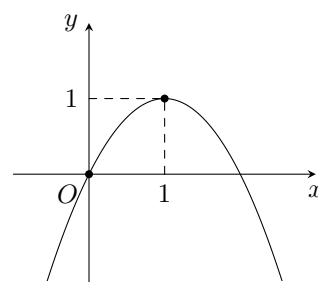
Cho hàm số bậc hai  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và  $Ox$ .

(A)  $\frac{4}{3}.$

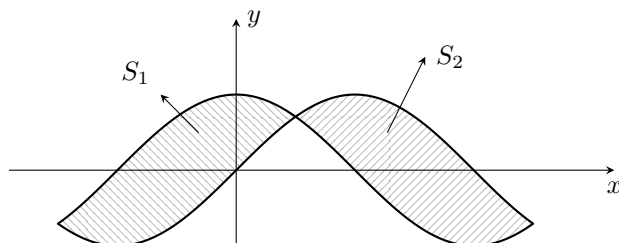
(B)  $\frac{2}{3}.$

(C)  $\frac{16}{5}.$

(D)  $\frac{12}{15}.$



**Câu 46.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi các đường  $y = \sin x, y = \cos x$  và  $S_1, S_2$  là diện tích của các phần được gạch chéo như hình vẽ. Tính  $S_1^2 + S_2^2$ .



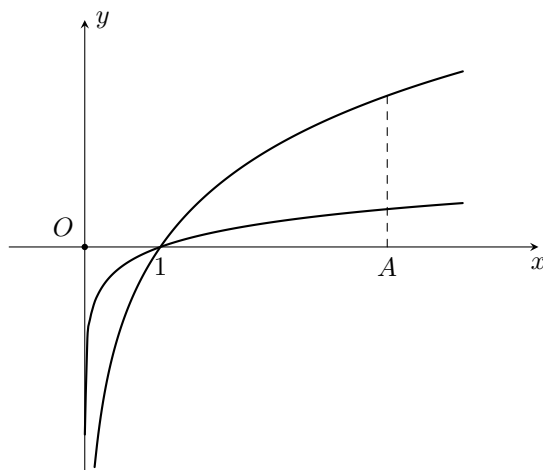
(A)  $S_1^2 + S_2^2 = 10 + 2\sqrt{2}$ .

(B)  $S_1^2 + S_2^2 = 8$ .

(C)  $S_1^2 + S_2^2 = 11 + 2\sqrt{2}$ .

(D)  $S_1^2 + S_2^2 = 16$ .

**Câu 47.** Cho hai số thực dương  $a, b$  khác 1 và đồ thị của các hàm số  $y = \log_a x, y = \log_b x$  như hình vẽ. Gọi  $d$  là đường thẳng song song với trục  $Oy$  và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ  $x = k (k > 1)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = \log_a x, d$  và trục hoành;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $y = \log_b x, d$  và trục hoành. Biết  $S_1 = 4S_2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A)  $b = a^4$ .

(B)  $a = b^4$ .

(C)  $b = a^4 \ln 2$ .

(D)  $a = b^4 \ln 2$ .

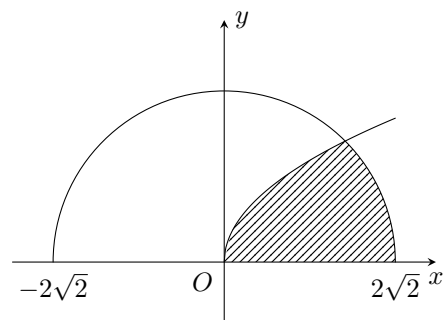
**Câu 48.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi cung tròn  $y = \sqrt{8 - x^2}$ , đường cong  $y = \sqrt{2x}$  và trục hoành (phần gạch chéo) bằng

(A)  $3\pi - \frac{2}{3}$ .

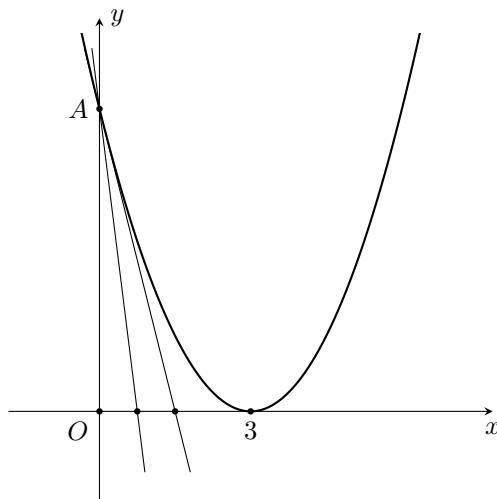
(B)  $\pi + \frac{4}{3}$ .

(C)  $3\pi - \frac{4}{3}$ .

(D)  $\pi + \frac{2}{3}$ .



**Câu 49.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi parabol  $y = (x - 3)^2$ , trục hoành và trục tung. Gọi  $k_1, k_2 (k_1 > k_2)$  lần lượt là hệ số góc của các đường thẳng qua điểm  $A(0; 9)$  và chia  $(H)$  thành ba hình phẳng có diện tích bằng nhau (tham khảo hình vẽ). Giá trị của  $k_1 - k_2$  bằng



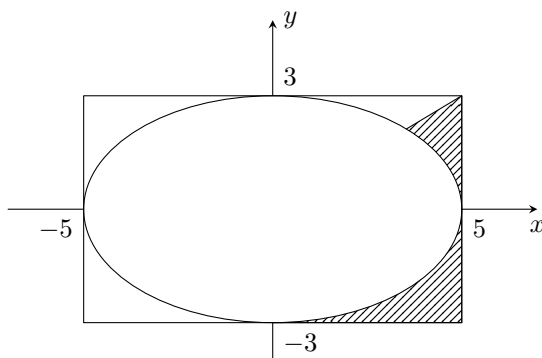
(A)  $\frac{13}{2}$ .

(B) 7.

(C)  $\frac{25}{4}$ .

(D)  $\frac{27}{4}$ .

**Câu 50.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho elip chính tắc có độ dài trục lớn bằng 10 và độ dài trục nhỏ bằng 6 và hình chữ nhật ngoại tiếp elip đã cho. Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo (tham khảo hình vẽ) bằng



(A)  $\frac{45(4 - \pi)}{8}$ .

(B)  $5(\pi - 2)$ .

(C)  $5(4 - \pi)$ .

(D)  $\frac{45(\pi - 2)}{8}$ .

**Câu 51.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2 - x^2$ ;  $y = -x$ ; trục  $Oy$  và nằm trong góc phần tư thứ hai của hệ tọa độ  $Oxy$  bằng

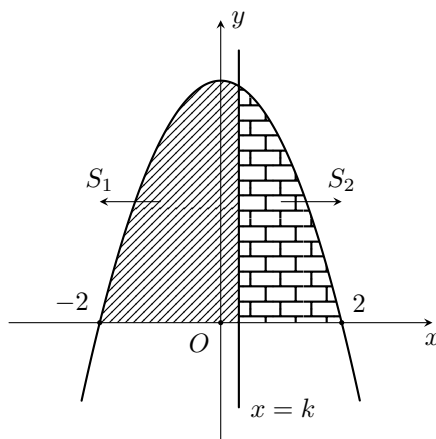
(A)  $\frac{7}{6}$ .

(B)  $\frac{5}{6}$ .

(C)  $\frac{11}{6}$ .

(D)  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 52.** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi parabol  $y = 4 - x^2$  và trục hoành. Đường thẳng  $x = k$ ,  $(-2 < k < 2)$  chia  $(H)$  thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ. Khi  $S_1 = \frac{20}{7}S_2$  thì  $k$  thuộc khoảng nào dưới đây?

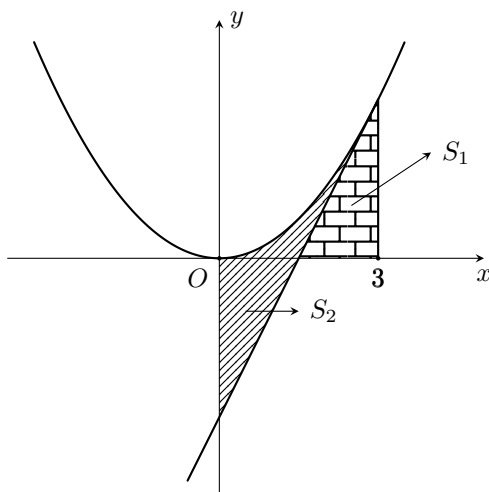


- (A)  $(-2; -1)$ . (B)  $(0; 1)$ . (C)  $(-1; 0)$ . (D)  $(1; 2)$ .

**Câu 53.** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = |x^2 - 4x + 3|$  và đường thẳng  $y = 3$  có diện tích bằng

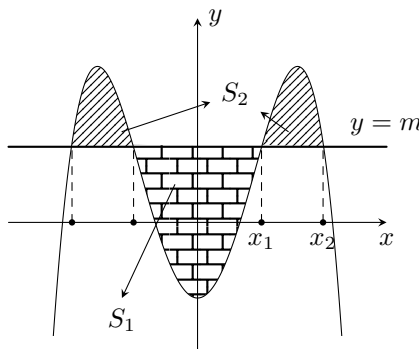
- (A) 8. (B) 10. (C)  $\frac{32}{3}$ . (D)  $\frac{28}{3}$ .

**Câu 54.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{3}x^2$  và gọi  $d$  là tiếp tuyến của  $(P)$  tại điểm có hoành độ  $x = 3$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ, tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng



- (A)  $\frac{3}{4}$ . (B)  $\frac{2}{3}$ . (C)  $\frac{3}{5}$ . (D)  $\frac{4}{5}$ .

**Câu 55.** Đường thẳng  $y = m$  cắt đồ thị hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  tại bốn điểm phân biệt như hình vẽ, trong đó  $x_2 = 2x_1$ . Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng trong hình vẽ, tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

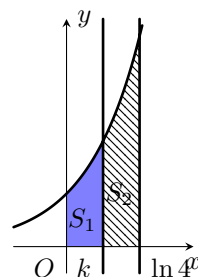


- (A)  $\frac{19}{8}$ . (B)  $\frac{30}{11}$ . (C)  $\frac{19}{11}$ . (D)  $\frac{30}{19}$ .

**Câu 56.**

Cho hình phẳng  $(H)$  được giới hạn bởi các đường thẳng  $y = e^x, y = 0, x = 0$  và  $x = \ln 4$ . Đường thẳng  $x = k$  ( $k \in \mathbb{R}, 0 < k < \ln 4$ ) chia hình phẳng  $(H)$  thành hai phần có diện tích là  $S_1, S_2$  (xem hình vẽ). Tìm  $k$  để  $S_1 = 2 \cdot S_2$

- (A)  $k = \ln 2$ . (B)  $k = \ln 3$ . (C)  $k = \ln \frac{8}{3}$ . (D)  $\frac{2}{3} \cdot \ln 4$ .



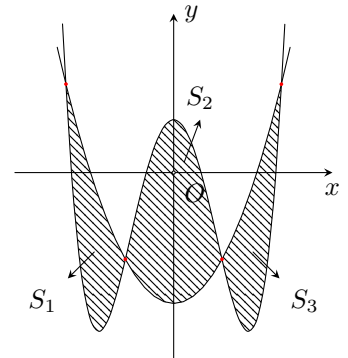
**Câu 57.** Cho đường cong  $(C) : y = \sqrt{x}$ , xét điểm  $M$  có hoành độ dương thuộc  $(C)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và đường thẳng qua  $M$  vuông góc với trục hoành;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $OM$ . Khi đó  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A) 3. (B) 4. (C) 6. (D) 9.

**Câu 58.**

Cho hàm số bậc bốn  $y = x^4 - 4x^2 + 1$  và parabol  $y = x^2 - k, (k \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi  $S_1, S_2, S_3$  là diện tích các hình phẳng trên hình vẽ. Khi  $S_1 + S_3 = S_2$  thì  $k$  thuộc khoảng nào dưới đây ?

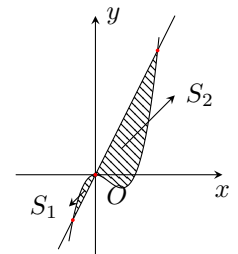
- (A)  $\left(\frac{9}{5}; \frac{11}{4}\right)$ . (B)  $\left(0; \frac{3}{7}\right)$ .  
(C)  $\left(\frac{11}{4}; 3\right)$ . (D)  $\left(\frac{3}{7}; \frac{9}{5}\right)$ .



**Câu 59.**

Cho đường cong  $(C) : y = 4x^3 - 3x^2$  và đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ tạo thành hai hình phẳng được gạch trong hình có diện tích  $S_1$  và  $S_2$ . Khi  $S_2 = 12$  thì  $S_1$  bằng

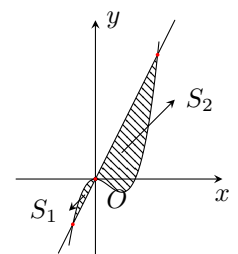
- (A)  $I = \frac{875}{256}$ . (B)  $I = \frac{875}{128}$ . (C) 2. (D) 3.



**Câu 60.**

Cho đường cong  $(C) : y = 4x^3 - 3x^2$  và đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ tạo thành hai hình phẳng được gạch trong hình có diện tích  $S_1$  và  $S_2$ . Khi  $S_1 = \frac{27}{4}$  thì  $S_2$  bằng

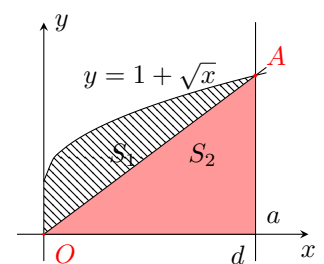
- (A)  $I = \frac{5103}{256}$ . (B)  $I = \frac{135}{2}$ . (C) 20. (D)  $\frac{3375}{256}$ .



**Câu 61.**

Cho đường cong  $(C) : y = 1 + \sqrt{x}$  và đường thẳng  $d : x = a, (a > 0)$  cắt  $(C)$  tại  $A$  (tham khảo hình vẽ). Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Khi  $S_1 = \frac{1}{2}S_2$ , thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây ?

- (A)  $(0; 4)$ . (B)  $(4; 8)$ . (C)  $(8; 16)$ . (D)  $16; +\infty$ .

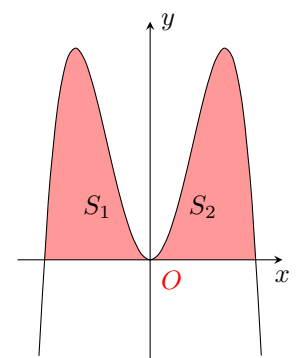


**Câu 62.**

cho hàm số  $y = -x^4 + mx^2$  có đồ thị  $(C_m)$  với tham số  $m > 0$  được cho như hình vẽ. Giả sử  $(C_m)$  cắt trục  $Ox$  tại ba điểm phân biệt như hình vẽ. Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là diện tích các miền được giới hạn bởi đồ thị hàm số  $(C_m)$  và trục  $Ox$ .

Biết  $m_0$  là giá trị để  $S_1 + S_2 = \frac{10\sqrt{5}}{3}$ , hỏi  $m_0$  thuộc khoảng nào sau đây?

- (A)  $(15; 30)$ . (B)  $(5; 10)$ . (C)  $(0; 3)$ . (D)  $(2; 6)$ .

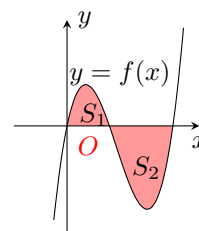


**Câu 63.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Kí hiệu  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành (tham khảo hình vẽ bên). Biết  $S_2 = 4S_1 = 8$ . Giá trị tích phân

$$\int_0^{\sqrt{2}} (x^3 - x) f'(x^2) dx \text{ bằng}$$

- (A) 3. (B) -3. (C) 5. (D) 10.

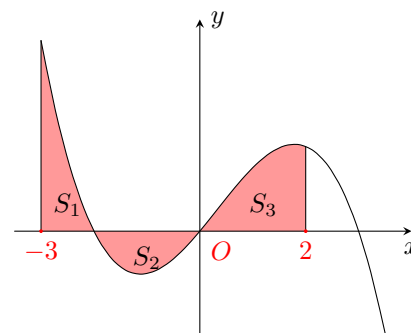
**Câu 64.**

Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau:

Gọi  $S_1, S_2, S_3$  là diện tích các hình phẳng được gạch trong hình. Khi

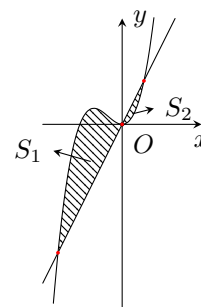
$$S_1 = S_3 = 3, S_2 = 2 \text{ thì } \int_0^1 f(5x - 3) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{4}{5}$ . (B)  $\frac{8}{5}$ . (C) 40. (D) 20.

**Câu 65.**

Cho hàm số  $f(x) = 4x^3 - 3mx$  có đồ thị  $(C)$  và đường thẳng  $d$  đi qua gốc tọa độ  $O$  tạo thành hai hình phẳng được gạch trong hình có diện tích  $S_1, S_2$ . Khi  $S_1 = 32$  và  $S_2 = 5$  thì giá trị của  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $\left(\frac{7}{4}; +\infty\right)$ . (B)  $\left(-\frac{7}{4}; -\frac{1}{2}\right)$ . (C)  $\left(-\infty; -\frac{7}{4}\right)$ . (D)  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{7}{4}\right)$ .

**BẢNG ĐÁP ÁN**

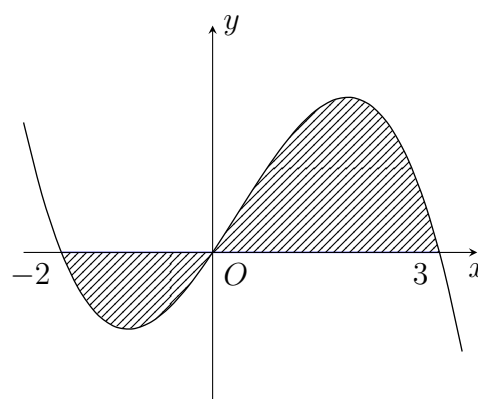
## BÀI 8. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG PHẦN 2

**Câu 1.**

Cho đồ thị hàm số  $y = f(x)$  như hình bên. Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với trục  $Ox$  nằm phía trên và phía dưới trục  $Ox$  lần lượt là 3 và 1. Khi đó

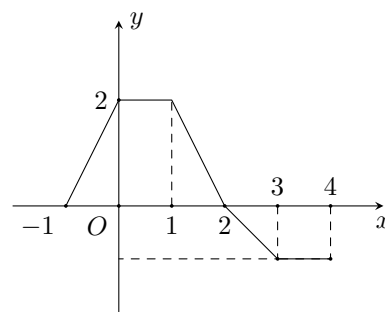
$$\int_{-2}^3 f(x) dx \text{ bằng}$$

- (A) 2. (B) -2. (C) 3. (D) 4.



**Câu 2.**

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 4]$  và có đồ thị trên đoạn  $[-1; 4]$  như hình vẽ bên. Tích phân  $\int_{-1}^4 f(x) dx$  bằng



(A)  $\frac{5}{2}$ .

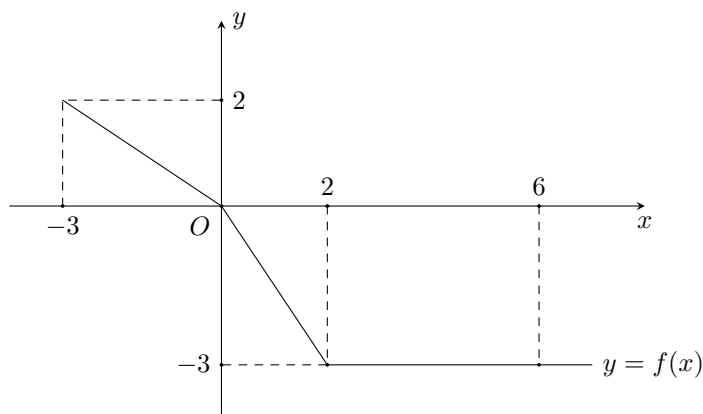
(B)  $\frac{11}{2}$ .

(C) 5.

(D) 2.

**Câu 3.**

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ. Tích phân  $\int_{-3}^6 f(x) dx$



(A) 12.

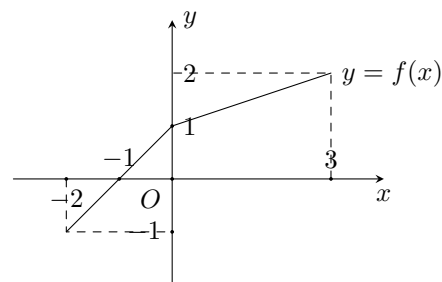
(B) -15.

(C) -12.

(D) 15.

**Câu 4.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tích phân  $\int_{-2}^3 f(x) dx$  bằng



(A)  $\frac{11}{2}$ .

(B) 4.

(C) 5.

(D)  $\frac{9}{2}$ .

**Câu 5.** Hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $y = x \cdot e^x$  và đường thẳng  $y = ex$ . Diện tích của  $(H)$  bằng

(A)  $\frac{e-2}{2}$ .

(B)  $e-1$ .

(C)  $e+1$ .

(D)  $\frac{e+2}{2}$ .

**Câu 6.** Diện tích hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong bậc ba  $y = x^2(x-6)$  và trục hoành bằng

(A) 108.

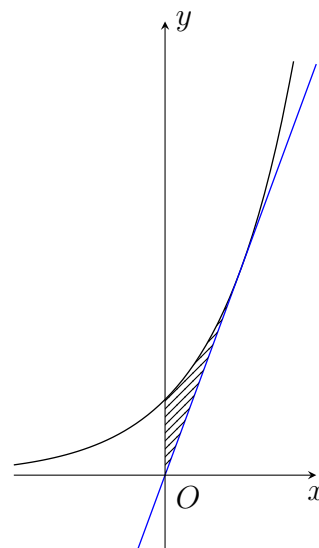
(B) 216.

(C) 72.

(D) 144.

**Câu 7.**

Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đường cong  $(C): y = e^x$ , tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1; e)$  và trục  $Oy$ . Diện tích hình  $(H)$  bằng



**A**  $\frac{e+2}{2}$ .

**B**  $\frac{e-1}{2}$ .

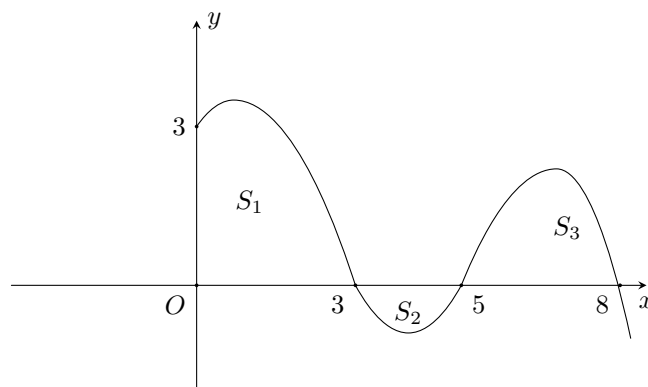
**C**  $\frac{e+1}{2}$ .

**D**  $\frac{e-2}{2}$ .

### Câu 8.

Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $[0; 8]$ . Diện tích các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành như hình vẽ bên. Tích phân

$\int_0^8 f(x) dx$  bằng



**A**  $S_1 + S_2 + S_3$ .

**B**  $S_1 - S_2 + S_3$ .

**C**  $S_1 - S_2 - S_3$ .

**D**  $-S_1 + S_2 + S_3$ .

### Câu 9.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và trục hoành gồm 2 phần; phần phía trên trục hoành có diện tích  $S_1 = 2$  và phần phía dưới trục hoành có diện tích  $S_2 = 5$

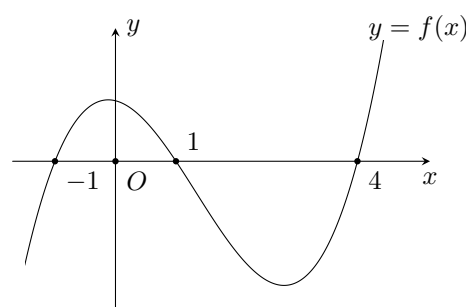
(tham khảo hình vẽ bên). Tích phân  $\int_{-6}^4 f\left(\frac{x}{2} + 2\right) dx$  bằng

**A** 14.

**B**  $-\frac{3}{2}$ .

**C**  $\frac{7}{2}$ .

**D** -6.



### Câu 10.

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ, trong đó phần đường cong là một phần của parabol có trục đối xứng song song với trục

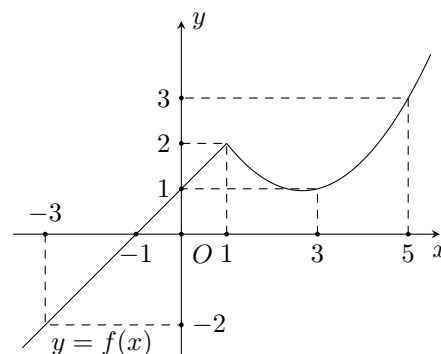
tung. Tích phân  $\int_{-3}^5 f(x) dx$  bằng

**A** 10.

**B** 4.

**C** 8.

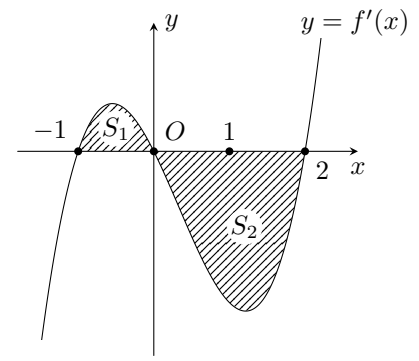
**D** 6.



### Câu 11.

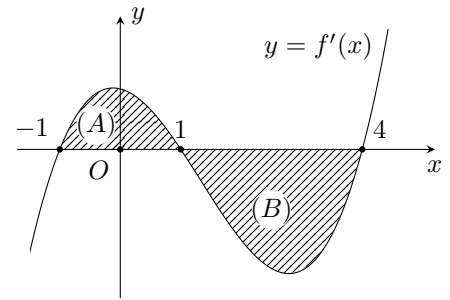
Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Biết rằng  $f(-1) = \frac{19}{12}$  và diện tích các hình phẳng  $(K)$ ,  $(H)$  lần lượt bằng  $\frac{5}{12}$  và  $\frac{8}{3}$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

(A)  $\frac{11}{6}$ . (B)  $-\frac{2}{3}$ . (C) 3. (D) 0.

**Câu 12.**

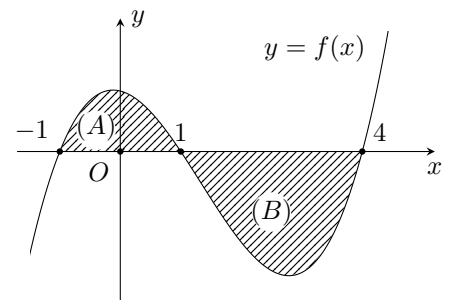
Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ bên. Biết rằng  $f(-1) = 2$  và diện tích các hình phẳng  $(A)$ ,  $(B)$  lần lượt bằng 3 và 7. Giá trị của  $f(4)$  bằng

(A) 6. (B) 8. (C) -2. (D) -4.

**Câu 13.**

Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng diện tích các hình phẳng  $(A)$ ,  $(B)$  lần lượt bằng 3 và 7. Tích phân  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(5 \sin x - 1) dx$  bằng

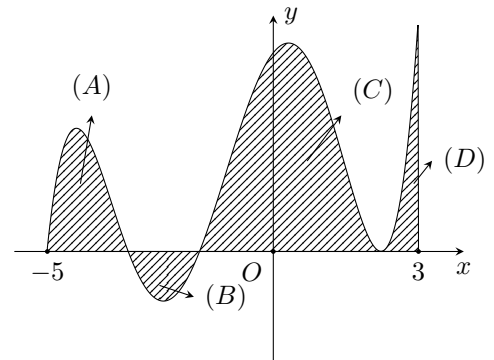
(A)  $-\frac{4}{5}$ . (B) 2. (C)  $\frac{4}{5}$ . (D) -2.

**Câu 14.**

Cho hàm số  $f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-5; 3]$  có đồ thị như hình vẽ bên. Biết diện tích các hình phẳng  $(A)$ ,  $(B)$ ,  $(C)$ ,  $(D)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(x)$  và trục hoành lượt

bằng 6; 3; 12; 2. Tích phân  $\int_{-3}^1 [2f(2x+1) + 1] dx$  bằng

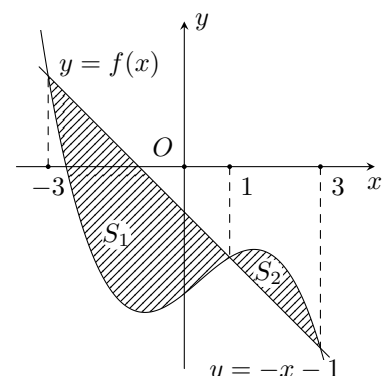
(A) 27. (B) 25. (C) 17. (D) 21.

**Câu 15.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định và liên tục trên đoạn  $[-3; 3]$ . Biết rằng diện tích hình phẳng  $S_1$ ,  $S_2$  (tham khảo hình vẽ) giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -x - 1$  lần lượt là  $M$  và  $m$ . Tích

phân  $\int_{-3}^3 f(x) dx$  bằng

(A)  $6 + m - M$ . (B)  $6 - m - M$ .  
(C)  $M - m + 6$ . (D)  $m - M - 6$ .



**Câu 16.** Cho hàm số  $y = x^2 - mx$  ( $0 < m < 4$ ) có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = m$ ,  $x = 4$ . Biết  $S_1 = S_2$ , giá trị của  $m$  bằng

- (A)  $\frac{10}{3}$ . (B) 2. (C) 3. (D)  $\frac{8}{3}$ .

**Câu 17.** Cho số phức  $z = m + (m^3 - m)i$ , với  $m$  là tham số thực thay đổi. Tập hợp điểm biểu diễn số phức  $z$  là đường cong  $(C)$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành.

- (A)  $\frac{1}{2}$ . (B)  $\frac{1}{4}$ . (C)  $\frac{3}{4}$ . (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 18.** Cho số phức  $z = m - 2 + (m^2 - 1)i$ , với  $m$  là tham số thực thay đổi. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức  $z$  nằm trên đường cong  $(C)$ . Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và trục hoành.

- (A)  $\frac{1}{3}$ . (B)  $\frac{8}{3}$ . (C)  $\frac{4}{3}$ . (D)  $\frac{2}{3}$ .

**Câu 19.** Cho  $(H)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = \frac{x^2}{12}$  và cung tròn  $y = \sqrt{4 - \frac{x^2}{4}}$ .

Diện tích của  $(H)$  bằng

- (A)  $\frac{2(4\pi + \sqrt{3})}{3}$ . (B)  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$ . (C)  $\frac{\pi + 4\sqrt{3}}{6}$ . (D)  $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 20.** Parabol  $(P): y = x^2$  chia đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 2$  thành hai phần có tỷ số diện tích (phần nhỏ chia phần lớn) bằng

- (A)  $\frac{3\pi + 2}{12\pi}$ . (B)  $\frac{3\pi + 2}{9\pi - 2}$ . (C)  $\frac{9\pi - 2}{12\pi}$ . (D)  $\frac{9\pi - 2}{18\pi + 12}$ .

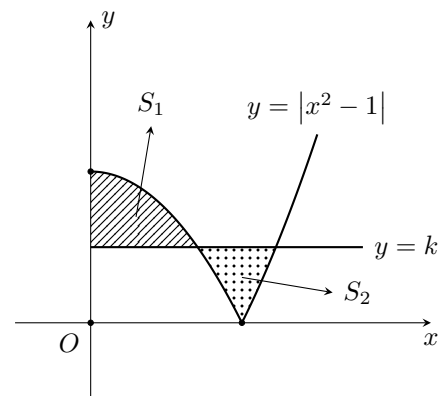
**Câu 21.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol  $(P): y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$  và trục hoành bằng  $\frac{4}{3}$ ?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) Vô số.

**Câu 22.**

Đường thẳng  $y = k$  ( $0 < k < 1$ ) cắt đường cong  $y = |x^2 - 1|$  tại hai điểm phân biệt thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ  $Oxy$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $k$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $\left(0; \frac{1}{4}\right)$ . (B)  $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$ . (C)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$ . (D)  $\left(\frac{3}{4}; 1\right)$ .

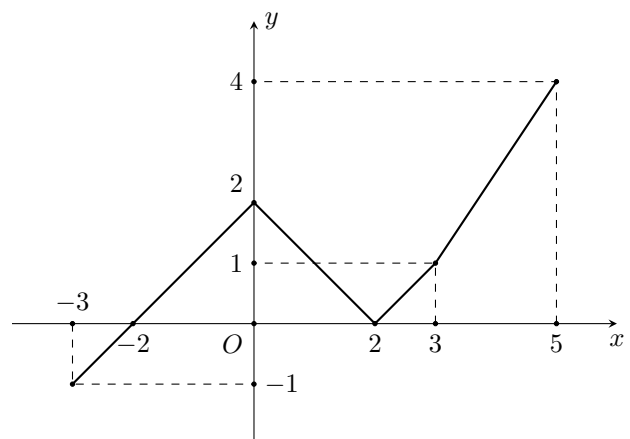


**Câu 23.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên  $[-3; 5]$  như hình

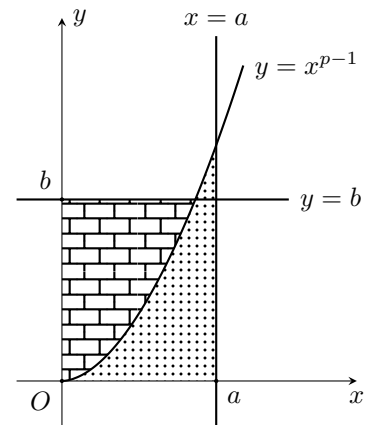
vẽ bên. Tích phân  $I = \int_{-3}^5 f(x) dx$  bằng

- (A) 6. (B) 5. (C) 7. (D) 9.



**Câu 24.**

Cho các số  $p, q$  thỏa mãn các điều kiện:  $p > 1, q > 1, \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$  và các số dương  $a, b$ . Xét hàm số  $y = x^{p-1}$  ( $x > 0$ ) có đồ thị  $(C)$ . Gọi  $S_1$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục hoành và đường thẳng  $x = a$ ;  $S_2$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$ , trục tung và đường thẳng  $y = b$ ;  $S$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi trục hoành, trục tung và hai đường thẳng  $x = a, y = b$ . Khi so sánh  $S_1 + S_2$  và  $S$ , ta nhận được bất đẳng thức nào trong các bất đẳng thức dưới đây?



(A)  $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \leq ab.$

(B)  $\frac{a^{p-1}}{p-1} + \frac{b^{q-1}}{q-1} \geq ab.$

(C)  $\frac{a^{p+1}}{p+1} + \frac{b^{q+1}}{q+1} \leq ab.$

(D)  $\frac{a^p}{p} + \frac{b^q}{q} \geq ab.$

**Câu 25.** Cho hàm số  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  có đồ thị  $(C)$  và  $M$  là một điểm bất kì thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $N$ ; tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $N$  cắt  $(C)$  tại điểm thứ hai  $P$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng  $MN$  và  $(C)$ ; đường thẳng  $NP$  và  $(C)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $S_1 = 8S_2.$

(B)  $S_2 = 8S_1.$

(C)  $S_2 = 16S_1.$

(D)  $S_1 = 16S_2.$

**Câu 26.**

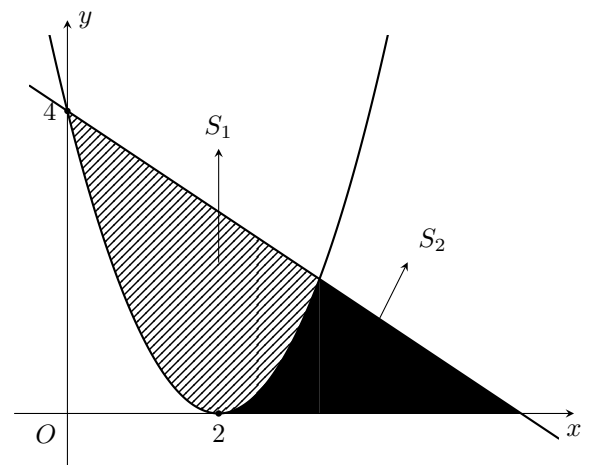
Đường thẳng  $y = kx + 4$  cắt parabol  $y = (x-2)^2$  tại hai điểm phân biệt và diện tích các hình phẳng  $S_1, S_2$  bằng nhau như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $k \in (-6; -4).$

(B)  $k \in \left(-1; -\frac{1}{2}\right).$

(C)  $k \in (-2; -1).$

(D)  $k \in \left(-\frac{1}{2}; 0\right).$

**Câu 27.**

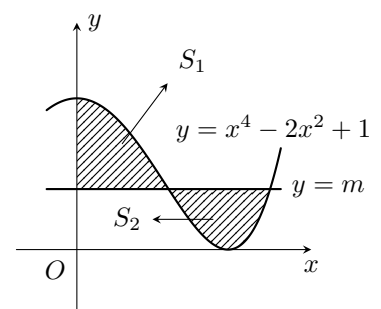
Đường thẳng  $y = m$  ( $0 < m < 1$ ) cắt đường cong  $y = x^4 - 2x^2 + 1$  tại hai điểm phân biệt thuộc góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ  $Oxy$  và chia thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ. Biết  $S_1 = S_2$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A)  $m \in \left(0; \frac{2}{5}\right).$

(B)  $m \in \left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right).$

(C)  $m \in \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{5}\right).$

(D)  $m \in \left(\frac{3}{5}; 1\right).$

**Câu 28.**

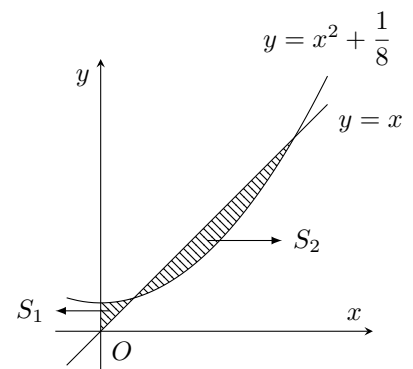
Đường thẳng  $y = x$  và parabol  $y = x^2 + \frac{1}{8}$  tạo thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên. Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  thuộc khoảng nào dưới đây?

(A)  $(7; 8).$

(B)  $(4; 5).$

(C)  $(5; 6).$

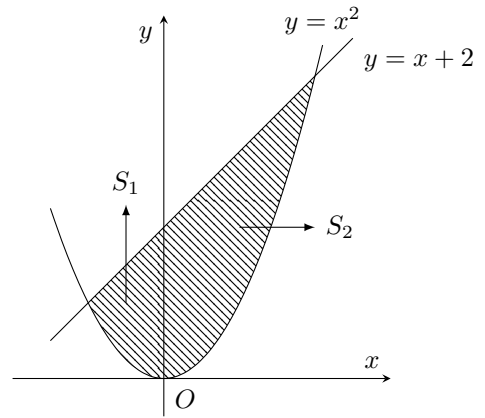
(D)  $(6; 7).$



**Câu 29.**

Đường thẳng  $y = x + 2$ , trục tung và parabol  $y = x^2$  tạo thành các hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên. Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

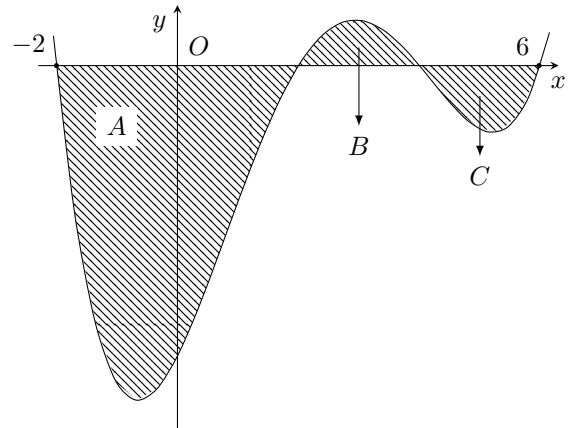
- (A) 0,35. (B) 0,45. (C) 0,4. (D) 0,5.

**Câu 30.**

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị trên đoạn  $[-2; 6]$  như hình vẽ bên. Biết các hình phẳng  $A, B, C$  có diện tích lần lượt bằng 32; 2; 3. Tích phân

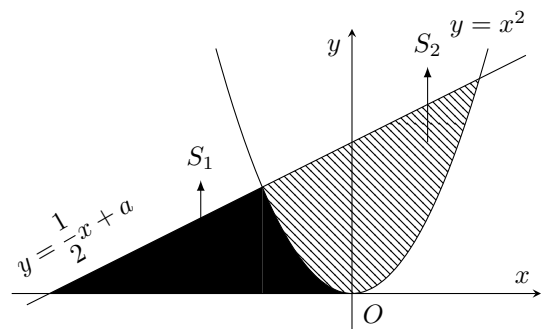
$$\int_{-2}^2 (3x - 4) \left( 1 + f \left( -\frac{3}{4}x^2 + 2x + 5 \right) \right) dx \text{ bằng}$$

- (A) 38. (B) -82. (C) 66. (D) 50.

**Câu 31.**

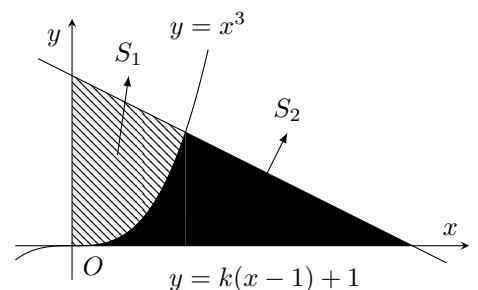
Cho đường thẳng  $y = \frac{1}{2}x + a$  và parabol  $y = x^2$  ( $a$  là tham số thực). Gọi  $S_1, S_2$  là diện tích của hai hình phẳng được tô đậm và gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây

- (A)  $\left(\frac{7}{2}; 4\right)$ . (B)  $\left(-\frac{1}{16}; \frac{5}{2}\right)$ .  
(C)  $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$ . (D)  $\left(3; \frac{7}{2}\right)$ .

**Câu 32.**

Cho đường thẳng  $y = k(x - 1) + 1$  ( $k$  là tham số thực) và đường cong  $y = x^3$ . Gọi  $S_1, S_2$  lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo và tô đậm trong hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $k$  thuộc khoảng nào dưới đây

- (A)  $(0; 2)$ . (B)  $\left(-\frac{3}{5}; 0\right)$ .  
(C)  $\left(-1; -\frac{3}{5}\right)$ . (D)  $(-2; -1)$ .



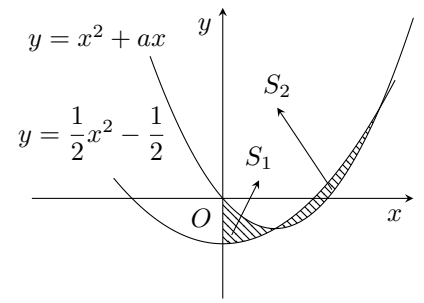
**Câu 33.** Cho đường cong  $(C): y = x^3$ . Xét điểm  $A$  có hoành độ dương thuộc  $(C)$ , tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $A$  tạo với  $(C)$  một hình phẳng có diện tích bằng 27. Hoành độ điểm  $A$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ . (B)  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$ . (C)  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$ . (D)  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$ .

**Câu 34.**

Hai parabol  $y = x^2 + ax$  và  $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$  cùng với trục tung tạo thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1, S_2$  như hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$  thì  $a$  thuộc khoảng nào dưới đây?

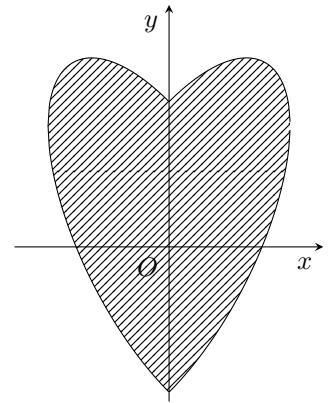
- (A)  $\left(-\frac{5}{4}; -1\right)$ .      (B)  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{4}\right)$ .  
 (C)  $\left(-\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}\right)$ .      (D)  $\left(-2; -\frac{7}{4}\right)$ .



### Câu 35.

Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên giới hạn bởi hai đường cong  $y = |x| + \frac{6}{5}\sqrt{16-x^2}$  và  $y = |x| - \frac{6}{5}\sqrt{16-x^2}$  bằng

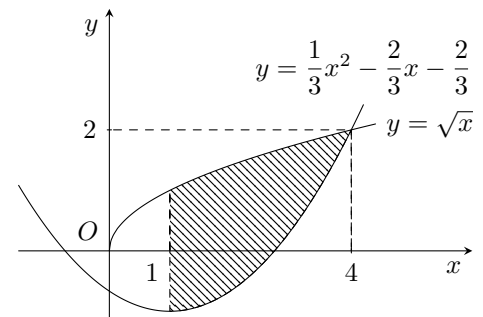
- (A)  $\frac{96\pi}{5}$ .      (B)  $\frac{64\pi}{5}$ .      (C)  $\frac{16\pi}{5}$ .      (D)  $\frac{72\pi}{5}$ .



### Câu 36.

Diện tích phần gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$ ,  $y = \sqrt{x}$  và đường thẳng  $x = 1$  được tính bởi công thức

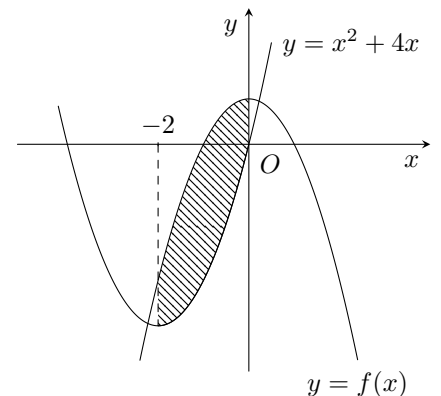
- (A)  $S = \int_1^4 \left( \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x} \right) dx$ .  
 (B)  $S = \frac{1}{3} \int_1^4 (3\sqrt{x} - x^2 + 2x + 2) dx$ .  
 (C)  $S = \int_0^4 \left( \sqrt{x} - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} \right) dx$ .  
 (D)  $S = \int_0^4 \left( \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \sqrt{x} \right) dx$ .



### Câu 37.

Diện tích hình phẳng  $(H)$  được gạch chéo trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = x^2 + 4x$  và hai đường thẳng  $x = -2$ ,  $x = 0$ . Biết  $\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$ , diện tích hình phẳng

- (H) là  
 (A)  $\frac{7}{3}$ .      (B)  $\frac{16}{3}$ .      (C)  $\frac{4}{3}$ .      (D)  $\frac{20}{3}$ .

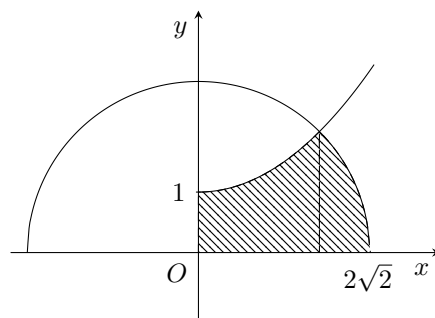


### Câu 38.

Cho hình phẳng tô đậm trong hình vẽ bên giới hạn bởi đường cong

$$y = \sqrt{8 - x^2}; y = \frac{1}{4}x^2 + 1; y = 0; x = 0 \text{ bằng}$$

- (A)  $\pi - \frac{2}{3}$ . (B)  $\pi + \frac{2}{3}$ . (C)  $\pi - \frac{4}{3}$ . (D)  $\pi + \frac{4}{3}$ .



**Câu 39.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = x^2 - 4$  và  $y = 2x - 4$  bằng

- (A) 36. (B)  $\frac{4}{3}$ . (C)  $\frac{4\pi}{3}$ . (D)  $36\pi$ .

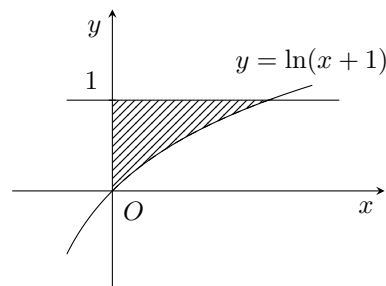
**Câu 40.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số  $y = x^2 + x$  và đường thẳng  $y = 2x + 2$  bằng

- (A)  $\frac{9}{2}$ . (B)  $\frac{53}{6}$ . (C)  $\frac{1}{6}$ . (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 41.**

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = \ln(x + 1)$ , đường thẳng  $y = 1$  và trục tung bằng

- (A)  $\ln 2$ . (B)  $e - 1$ . (C) 1. (D)  $e - 2$ .



**Câu 42.** Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số  $y = x^2$ ;  $y = 2 - x^2$  được tính bởi công thức nào dưới đây?

- (A)  $S = \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$ . (B)  $S = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$ .  
(C)  $S = 4 \int_0^1 (1 - x^2) dx$ . (D)  $S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$ .

**Câu 43.** Cho parabol  $(P) : y = -2x^2 + 4x - 3$ . Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(P)$  và hai tiếp tuyến của  $(P)$  tại các điểm  $A(-1; -9)$ ,  $B(4; -19)$  bằng

- (A)  $\frac{125}{6}$ . (B)  $\frac{500}{3}$ . (C) 21. (D) 125.

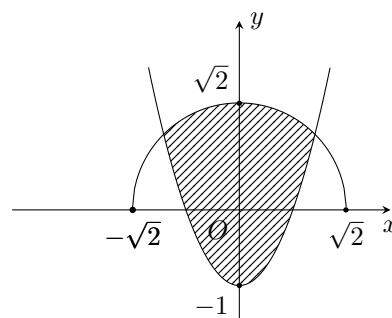
**Câu 44.** Biết rằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường  $y = ax^2 - 2$ ;  $y = 4 - 2ax^2$ ,  $(a > 0)$  bằng 16. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $a \in \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ . (B)  $a \in \left(0; \frac{1}{3}\right)$ . (C)  $a \in \left(\frac{1}{3}; \frac{3}{5}\right)$ . (D)  $a \in \left(\frac{3}{5}; \frac{3}{2}\right)$ .

**Câu 45.**

Hình giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn tâm  $O$  bán kính bằng  $\sqrt{2}$  (phần gạch sọc) trong hình vẽ bên có diện tích bằng

- (A)  $\frac{5}{3} + \frac{\pi}{2}$ . (B)  $\frac{7}{3} + \frac{\pi}{2}$ . (C)  $\frac{4}{3} + \frac{\pi}{2}$ . (D)  $\frac{2}{3} + \frac{\pi}{2}$ .

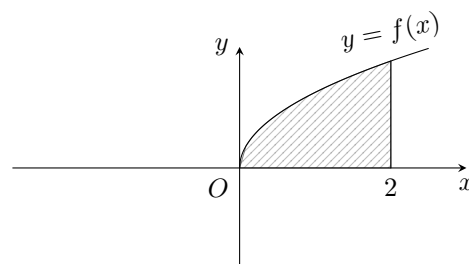


**Câu 46.**

Giả sử hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $[0; +\infty)$  và diện tích phần hình phẳng được gạch sọc trong hình vẽ bên bằng 3. Tích phân

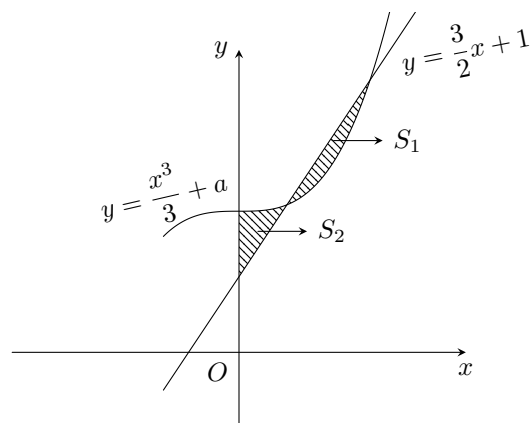
$$\int_0^1 f(2x) dx \text{ bằng}$$

- (A)  $\frac{4}{3}$ .      (B) 3.      (C) 2.      (D)  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 47.**

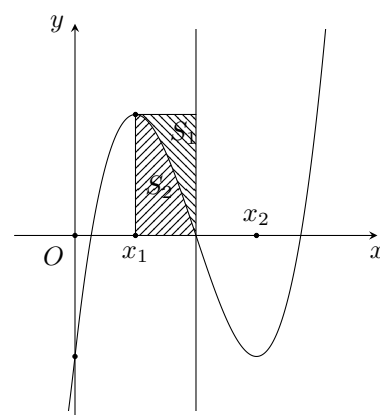
Đường thẳng  $y = \frac{3}{2}x + 1$ , trục tung và đường cong  $y = \frac{x^3}{3} + a$ , ( $a > 1$ ) tạo thành hai hình phẳng có diện tích  $S_1$ ,  $S_2$  như hình vẽ bên. Khi  $S_1 = S_2$ , mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A)  $a \in (1, 5; 1, 6)$ .      (B)  $a \in (1, 6; 1, 7)$ .  
(C)  $a \in (1, 7; 1, 8)$ .      (D)  $a \in (1, 8; 1, 9)$ .

**Câu 48.**

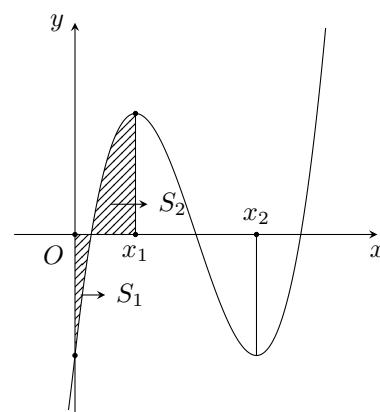
Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{3}{4}$ .      (B)  $\frac{5}{8}$ .      (C)  $\frac{3}{8}$ .      (D)  $\frac{3}{5}$ .

**Câu 49.**

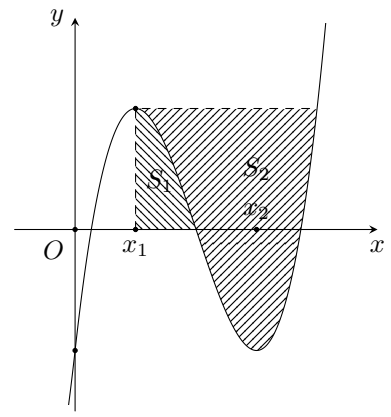
Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1 = 1, x_2 = 3$  và  $f(x_1) + f(x_2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỷ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{1}{4}$ .      (B)  $\frac{1}{3}$ .      (C)  $\frac{2}{5}$ .      (D)  $\frac{3}{8}$ .

**Câu 50.**

Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong trong hình bên. Biết hàm số  $f(x)$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_2 = x_1 + 2$  và  $f(x_1) + f(x_2) = 0$ . Gọi  $S_1$  và  $S_2$  là hai hình phẳng được gạch trong hình bên. Tỉ số  $\frac{S_1}{S_2}$  bằng

- (A)  $\frac{5}{27}$ . (B)  $\frac{3}{16}$ . (C)  $\frac{5}{24}$ . (D)  $\frac{3}{20}$ .



### BẢNG ĐÁP ÁN

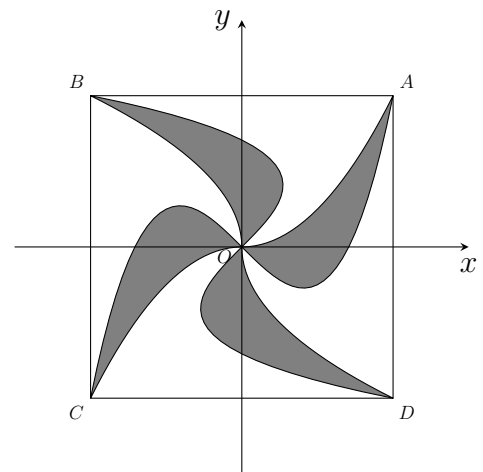
|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A  | 2. A  | 3. C  | 4. D  | 5. A  | 6. A  | 7. D  | 8. B  | 9. D  | 10. D |
| 11. B | 12. C | 13. A | 14. D | 15. D | 16. D | 17. A | 18. C | 19. A | 20. B |
| 21. D | 22. C | 23. D | 24. D | 25. C | 26. D | 27. B | 28. D | 29. A | 30. D |
| 31. A | 32. B | 33. C | 34. A | 35. A | 36. B | 37. D | 38. B | 39. B | 40. A |
| 41. D | 42. C | 43. A | 44. C | 45. A | 46. D | 47. D | 48. D | 49. A | 50. A |

## BÀI 9. BÀI TOÁN THỰC TẾ DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

### Câu 1.

Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông  $ABCD$  cạnh 2m được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ tọa độ  $Oxy$  với  $O$  là tâm hình vuông sao cho  $A(1; 1)$  như hình vẽ bên thì các đường cong  $OA$  có phương trình  $y = x^2$  và  $y = ax^3 + bx$ . Giá trị của  $a.b$  khi diện tích trang trí màu sẫm chiếm  $\frac{1}{3}$  diện tích mặt sàn là

- (A) -2. (B) 2. (C) -3. (D) 3.

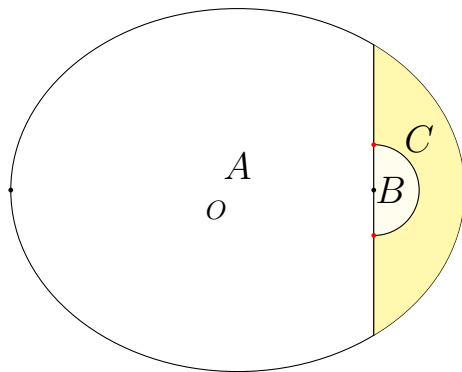


**Câu 2.** Cổng Parabol của trường đại học Bách Khoa Hà Nội được xây dựng từ những năm 70 của thế kỷ trước, là niềm tự hào của nhiều thế hệ sinh viên Bách Khoa Hà Nội. Chiều cao của cổng (khoảng cách cao nhất từ mặt đất đến đỉnh) là 7,62 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 9 m. Hỏi diện tích thiết diện của chiếc cổng này là

- (A)  $S = 45,72\text{m}^2$ . (B)  $S = 102,87\text{m}^2$ . (C)  $S = 91,44\text{m}^2$ . (D)  $S = 51,435\text{m}^2$ .

### Câu 3.

Một bể bơi hình elip, có độ dài trục lớn bằng 10m và trục nhỏ bằng 8m. Khu vực  $A$  là nước, khu vực  $B$  là bậc thang lên xuống bể bơi, là nửa đường tròn có tâm là một tiêu điểm của elip, bán kính bằng 1m. Phần còn lại là khu vực  $C$  (phần tô đậm) người ta lát gạch như hình vẽ. Nếu chi phí lát gạch cho mỗi mét vuông là 400 nghìn đồng thì chi phí lát gạch ở khu vực  $C$  là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng nghìn)

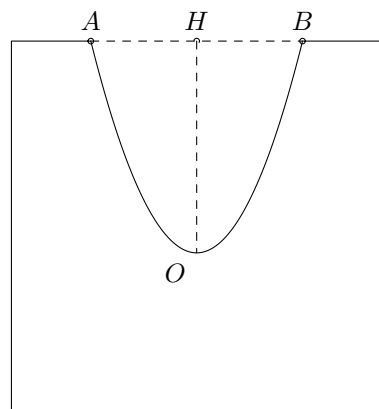


- (A) 2950000 đồng. (B) 3578000 đồng.  
(C) 1360000 đồng. (D) 680000 đồng.

#### Câu 4.

Bề mặt của một chi tiết máy có dạng một hình vuông cạnh 10cm và bị khoét bỏ một phần có hình dạng parabol như hình vẽ. Biết  $AB = 6$  cm, đỉnh  $O$  của parabol cách đoạn  $AB$  một khoảng  $OH = 5$  (cm). Diện tích bề mặt của chi tiết máy đã cho bằng

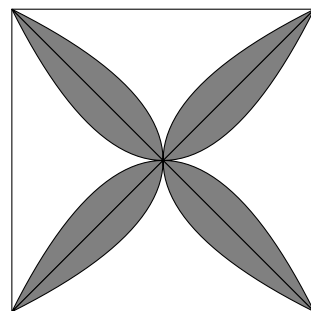
- (A)  $75\text{cm}^2$ . (B)  $80\text{cm}^2$ . (C)  $85\text{cm}^2$ . (D)  $90\text{cm}^2$ .



#### Câu 5.

Một viên gạch hình vuông cạnh 40cm. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

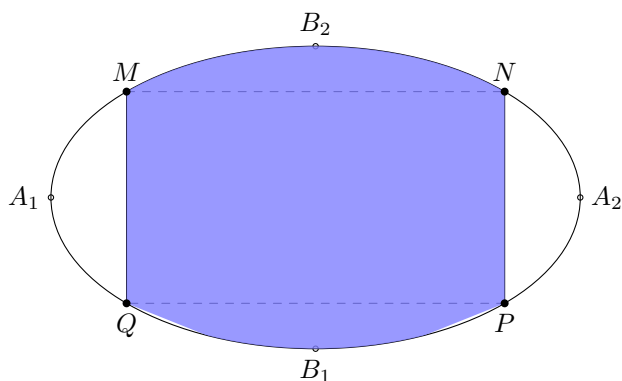
- (A)  $\frac{800}{3}\text{cm}^2$ . (B)  $\frac{400}{3}\text{cm}^2$ . (C)  $250\text{cm}^2$ . (D)  $800\text{cm}^2$ .



#### Câu 6.

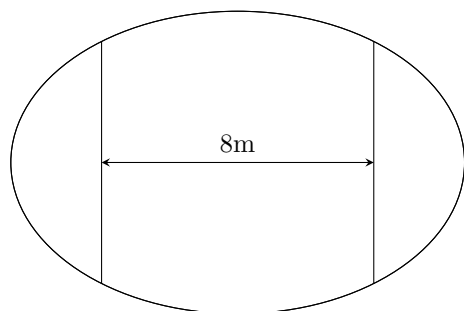
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là  $200000$  đồng/ $\text{m}^2$  và phần còn lại là  $100000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết  $A_1A_2 = 8\text{m}$ ,  $B_1B_2 = 6\text{m}$  và tứ giác  $MNPQ$  là hình chữ nhật có  $MQ = 3\text{m}$ ?

- (A) 7322000 đồng. (B) 7213000 đồng.  
(C) 5526000 đồng. (D) 5782000 đồng.



#### Câu 7.

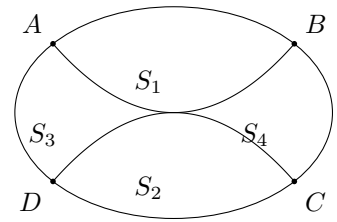
Ông An có một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (hình vẽ bên). Biết kinh phí trồng hoa là  $100000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)



- (A) 7862000 đồng. (B) 7653000 đồng.  
(C) 7128000 đồng. (D) 7826000 đồng.

**Câu 8.**

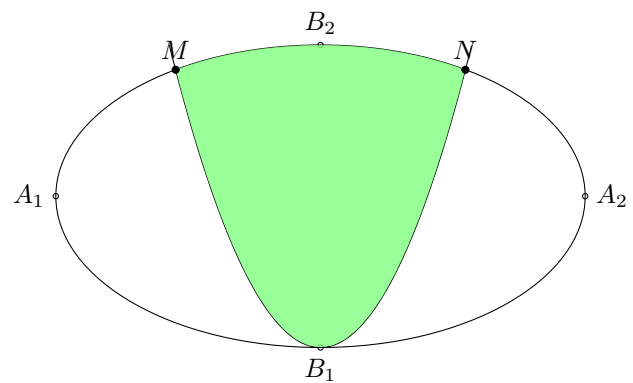
Một bồn hoa hình elip tâm  $O$  có độ dài trục lớn bằng 6m, độ dài trục bé bằng 4m. Người ta chia bồn hoa thành 4 phần  $S_1, S_2, S_3, S_4$  bởi hai Parabol có cùng đỉnh  $O$  và đối xứng qua  $O$  như hình vẽ bên. Hai đường Parabol này cắt đường elip tại bốn điểm  $A, B, C, D$  tạo thành một hình chữ nhật có  $AB = 3\sqrt{3}\text{m}$ ,  $AD = 2\text{m}$ . Biết kinh phí để trồng hoa trên các phần  $S_1$  và  $S_2$  là 100000 đồng / $\text{m}^2$ , kinh phí để trồng hoa trên các phần  $S_3$  và  $S_4$  là 120000 đồng / $\text{m}^2$ . Hỏi số tiền để trồng hoa gần nhất với số tiền nào dưới đây?



- (A) 1980000 đồng. (B) 1900000 đồng.  
(C) 2050000 đồng. (D) 2100000 đồng.

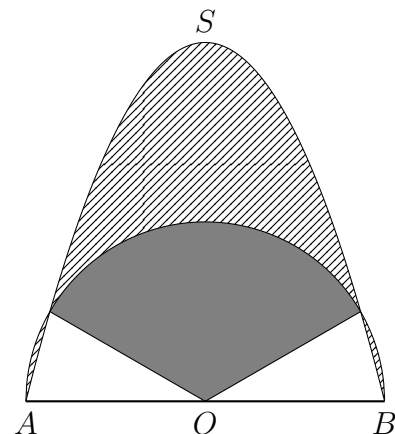
**Câu 9.**

Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh  $A_1, A_2, B_1, B_2$  như hình vẽ bên. Người ta chia elip bởi parabol có đỉnh  $B_1$ , trục đối xứng  $B_1B_2$  và đi qua các điểm  $M, N$ . Sau đó sơn phần tô đậm với giá 200000 đồng/ $\text{m}^2$  và trang trí đèn led phần còn lại với giá 500000 đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi kinh phí sử dụng gần nhất với giá trị nào dưới đây? Biết rằng  $A_1A_2 = 4\text{m}$ ,  $B_1B_2 = 2\text{m}$ ,  $MN = 2\text{m}$ .



- (A) 2341000 đồng. (B) 2057000 đồng.  
(C) 2760000 đồng. (D) 1664000 đồng.

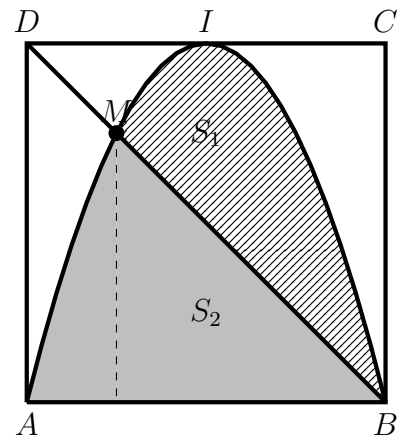
**Câu 10.** Trên bức tường cần trang trí một mặt phẳng dạng parabol đỉnh  $S$  như hình vẽ, biết  $OS = AB = 4\text{m}$ ,  $O$  là trung điểm  $AB$ . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 140.000 đồng/ $\text{m}^2$ , phần giữa là hình quạt tâm  $O$ , bán kính 2m được tô đậm 150.000 đồng/ $\text{m}^2$ , phần còn lại 160.000 đồng/ $\text{m}^2$ . Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số nào sau đây?



- (A) 1.597.000 đồng.  
(B) 1.625.000 đồng.  
(C) 1.575.000 đồng.  
(D) 1.600.000 đồng.

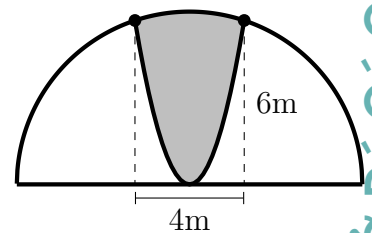
**Câu 11.** Một biển quảng cáo dạng hình vuông  $ABCD$  và  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $CD$ . Trên tấm biển đó có đường parabol đỉnh  $I$  đi qua  $A, B$  và cắt đường chéo  $BD$  tại  $M$ . Chi phí để sơn phần gạch sọc (có diện tích  $S_1$ ) là 200.000 đồng/ $\text{m}^2$ , chi phí sơn phần tô đậm (có diện tích  $S_2$ ) là 150.000 đồng/ $\text{m}^2$  và phần còn lại là 100.000 đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết  $AB = 4\text{m}$ ?

- (A) 2,51 triệu đồng.  
 (B) 2,34 triệu đồng.  
 (C) 2,36 triệu đồng.  
 (D) 2,58 triệu đồng.



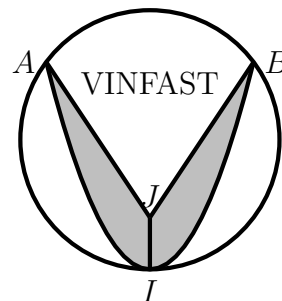
**Câu 12.** Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người ta thiết kế phần trồng hoa hồng có dạng một hình parabol có đỉnh trùng với tâm hình tròn và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa đường tròn, hai đầu mút của parabol nằm trên đường tròn và cách nhau một khoảng 4 mét (phần tô đậm). Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dùng để trồng hoa cúc. Biết các kích thước cho như hình vẽ. Chi phí để trồng hoa hồng và hoa cúc lần lượt là 120.000 đồng/m<sup>2</sup> và 80.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi chi phí trồng hoa khuôn viên đó gần nhất với số tiền nào dưới đây (làm tròn đến nghìn đồng)?

- (A) 6.847.000 đồng.  
 (B) 6.865.000 đồng.  
 (C) 5.710.000 đồng.  
 (D) 5.701.000 đồng.



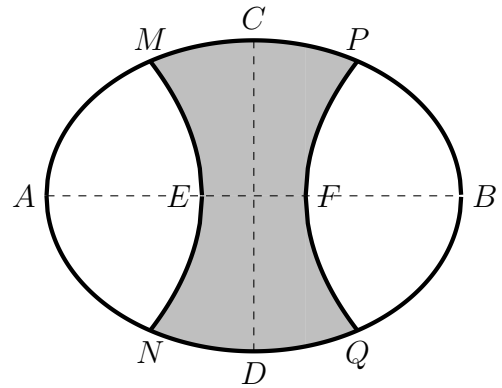
**Câu 13.** Lô gô gắn tại các Showroom của một hãng ô tô là một hình tròn như hình vẽ bên. Phần tô đậm nằm giữa parabol đỉnh  $I$  và đường gấp khúc  $AJB$  được dát bạc với chi phí 10 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Phần còn lại được phủ sơn với chi phí 2 triệu đồng/m<sup>2</sup>. Biết  $AB = 2\text{m}$ ,  $IA = IB = \sqrt{5}\text{m}$  và  $JA = JB = \frac{\sqrt{13}}{2}\text{m}$ , hỏi tổng số tiền để dát bạc và phủ sơn của lô gô nói trên gần với kết quả nào dưới đây?

- (A) 19.250.000 đồng.  
 (B) 19.050.000 đồng.  
 (C) 19.150.000 đồng.  
 (D) 19.500.000 đồng.



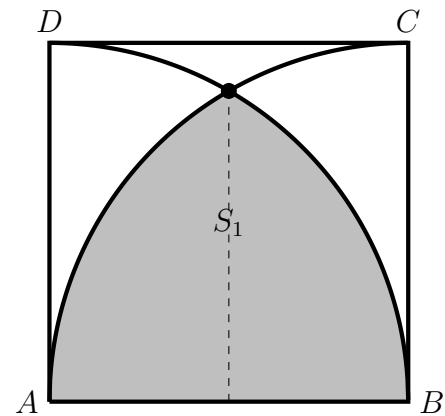
**Câu 14.** Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh  $A, B, C, D$  và hai đường parabol có các đỉnh lần lượt là  $E, F$  (phần tô đậm của hình vẽ bên). Hai đường parabol có cùng trục đối xứng  $AB$ , đối xứng với nhau qua trục  $CD$ , hai parabol cắt elip tại các điểm  $M, N, P, Q$ . Biết  $AB = 8\text{m}$ ,  $CD = 6\text{m}$ ,  $MN = PQ = 3\sqrt{3}\text{m}$ ,  $EF = 2\text{m}$ . Chi phí để trồng hoa trên vườn là 300.000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi số tiền trồng hoa của vườn gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- (A) 4.477.800 đồng.  
 (B) 4.477.000 đồng.  
 (C) 4.477.815 đồng.  
 (D) 4.809.142 đồng.



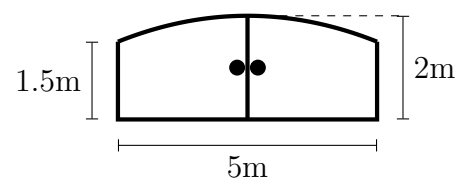
**Câu 15.** Một biển quảng cáo hình vuông  $ABCD$  cạnh  $AB = 4\text{m}$ . Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm  $A$  và đường tròn tâm  $B$  cùng bán kính  $R = 4\text{m}$  cắt nhau như hình vẽ tạo thành hình phẳng  $S_1$ . Chi phí để sơn phần tô màu (có diện tích  $S_1$ ) là  $150.000$  đồng/ $\text{m}^2$ , chi phí sơn phần còn lại (có diện tích  $S_2$ ) là  $100.000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

- (A) 2,09 triệu đồng.  
 (B) 1,86 triệu đồng.  
 (C) 2,36 triệu đồng.  
 (D) 2,02 triệu đồng.



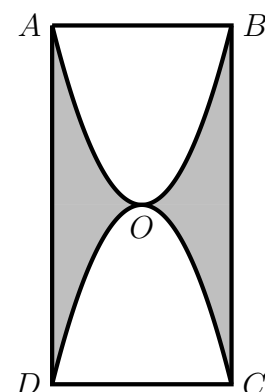
**Câu 16.** Một cửa sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết các đường con phía trên là một parabol có trục đối xứng song song với thành cửa. Biết rằng chi phí hoàn thiện cho mỗi mét vuông cửa sắt này là  $700.000$  đồng, số tiền cần dùng để hoàn thiện chiếc cửa sắt đã cho gần nhất với kết quả nào dưới đây?

- (A) 6,52 triệu đồng.  
 (B) 6,32 triệu đồng.  
 (C) 6,42 triệu đồng.  
 (D) 6,62 triệu đồng.



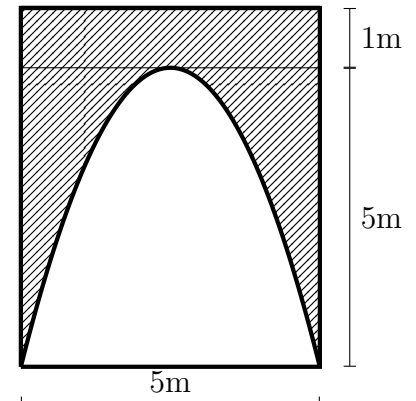
**Câu 17.** Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên. Phần tô đậm được đính đá với giá thành  $500.000$  đồng/ $\text{m}^2$  và phần còn lại được tô màu với giá thành  $250.000$  đồng/ $\text{m}^2$ . Cho  $AB = 4\text{dm}$ ,  $BC = 8\text{dm}$ . Để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây?

- (A) 106.666.667 đồng.  
 (B) 107.665.667 đồng.  
 (C) 108.665.667 đồng.  
 (D) 106.660.667 đồng.



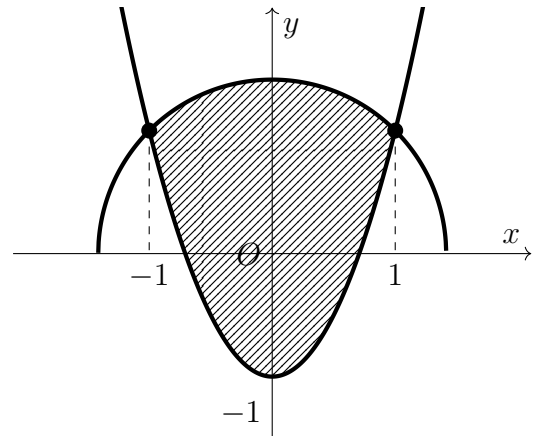
**Câu 18.** Ông A có một các cổng hình chữ nhật, lối vào cổng có dạng parabol có kích thước như hình vẽ. Ông A cần trang trí bề mặt (phần gạch chéo) của cổng. Ông A cần bao nhiêu tiền để trang trí, biết giá thành trang trí là 1.200.000 đồng/m<sup>2</sup>?

- (A) 20 triệu đồng.  
(B) 16 triệu đồng.  
(C) 10 triệu đồng.  
(D) 8 triệu đồng.

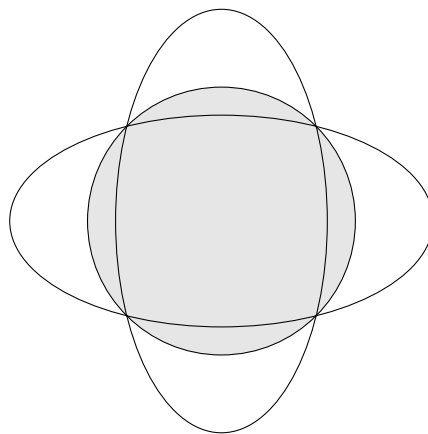


**Câu 19.** Người ta cần trồng một vườn hoa theo hình giới hạn bởi một đường parabol và một nửa đường tròn tâm  $O$  bán kính bằng  $\sqrt{2}$ m (phần gạch sọc trong hình bên). Biết rằng mỗi mét vuông cần ít nhất 250.000 đồng, số tiền tối thiểu để trồng vườn hoa đã cho bằng

- (A) 893.000 đồng.  
(B) 476.000 đồng.  
(C) 809.000 đồng.  
(D) 559.000 đồng.



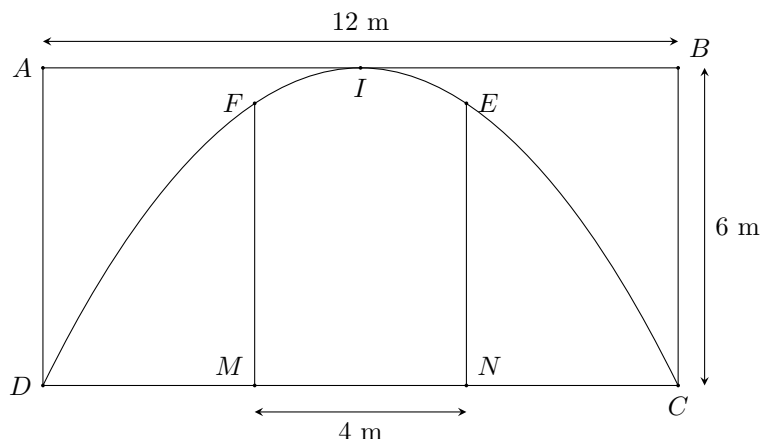
**Câu 20.** Một chiếc bồn hoa gồm hai Elip bằng nhau có độ dài trục lớn bằng 8 m, độ dài trục nhỏ bằng 4 m, đặt chồng lên nhau sao cho trục lớn của Elip này trùng với trục nhỏ của Elip kia và ngược lại (như hình vẽ). Phần diện tích nằm trong đường tròn đi qua giao điểm của hai Elip dùng để trồng cỏ, phần diện tích bốn cánh hoa nằm giữa hình tròn vào Elip dùng để trồng hoa. Biết kinh phí để trồng hoa là 300 000 mỗi mét vuông và kinh phí để trồng cỏ là 200 000 đồng mỗi mét vuông. Tổng số tiền dùng để trồng hoa và trồng cỏ cho bồn hoa gần với số nào nhất trong các số sau?



- (A) 8 200 000 đồng. (B) 6 200 000 đồng. (C) 8 600 000 đồng. (D) 8 100 000 đồng.

**Câu 21.** Một công ty quảng cáo  $X$  muốn làm một bức tranh trang trí hình  $MNEIF$  ở chính giữa một bức tường hình chữ nhật  $ABCD$  có chiều cao  $BC = 6$  m, chiều dài  $CD = 12$  m (như hình vẽ).

Cho biết  $MNEF$  là hình chữ nhật có  $MN = 4$  m, cung  $EIF$  có hình dạng là một phần của cung parabol có đỉnh  $I$  là trung điểm của cạnh  $AB$  và đi qua hai điểm  $C, D$ . Kinh phí làm bức tranh là 900 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi công ty  $X$  cần bao nhiêu tiền để làm bức tranh này?

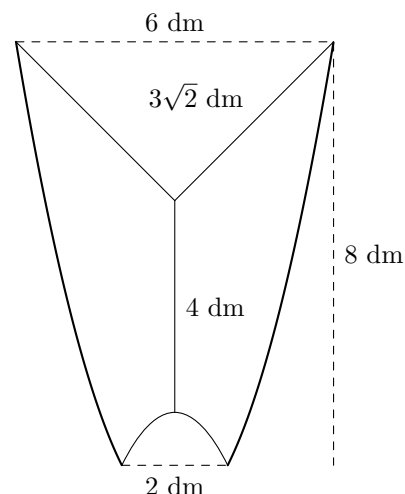


- (A) 20 000 000 đồng. (B) 20 600 000 đồng. (C) 20 800 000 đồng. (D) 21 200 000 đồng.

### Câu 22.

Ông  $T$  làm một logo bằng một tấm nhựa phẳng có hình dạng là một hình có trục đối xứng. Biết đường viền hai bên là hai nhánh của một parabol và phần lõm phía trên đáy cũng là một phần của một parabol, hai nhánh phía trên là hai đoạn thẳng như hình bên. Diện tích của logo đó bằng

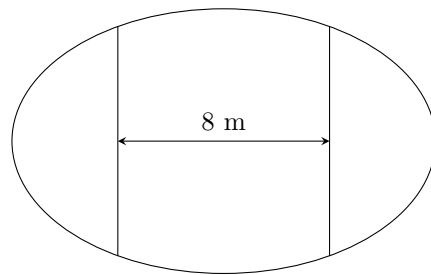
- (A)  $\frac{73}{6}$  dm<sup>2</sup>. (B)  $\frac{73}{3}$  dm<sup>2</sup>. (C)  $\frac{27}{2}$  dm<sup>2</sup>. (D) 27 dm<sup>2</sup>.



### Câu 23.

Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16 m và độ dài trục bé bằng 10 m. Ông muốn để một dải đất rộng 8 m và nhận trục bé làm trục đối xứng để làm sân và lối đi (hình vẽ). Phần còn lại trồng hoa, biết kinh phí trồng hoa là 100 000 đồng/m<sup>2</sup>. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)

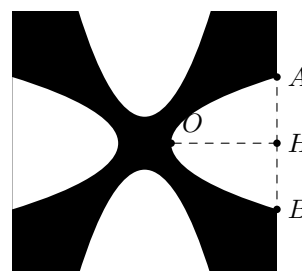
- (A) 7 652 000 đồng. (B) 4 913 000 đồng.  
(C) 4 914 000 đồng. (D) 7 653 000 đồng.



### Câu 24.

Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh 10 cm bằng cách khoét bỏ đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết  $AB = 5$  m,  $OH = 4$  m. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó.

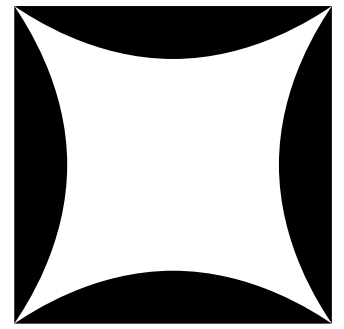
- (A)  $\frac{140}{3}$  cm<sup>2</sup>. (B)  $\frac{40}{3}$  cm<sup>2</sup>. (C)  $\frac{160}{3}$  cm<sup>2</sup>. (D) 50 cm<sup>2</sup>.



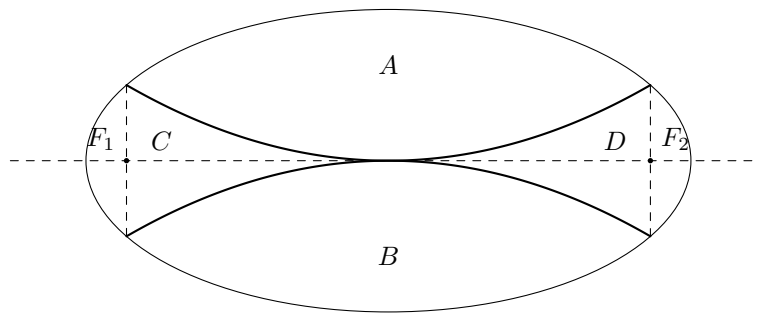
### Câu 25.

Một viên gạch men hình vuông có kích thước  $60 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ . Phần tô màu được giới hạn bởi các cạnh hình vuông và các parabol có đỉnh cách tâm hình vuông  $20 \text{ cm}$  (như hình vẽ). Diện tích phần tô màu bằng

- (A)  $2800 \text{ cm}^2$ . (B)  $1700 \text{ cm}^2$ . (C)  $1400 \text{ cm}^2$ . (D)  $1600 \text{ cm}^2$ .

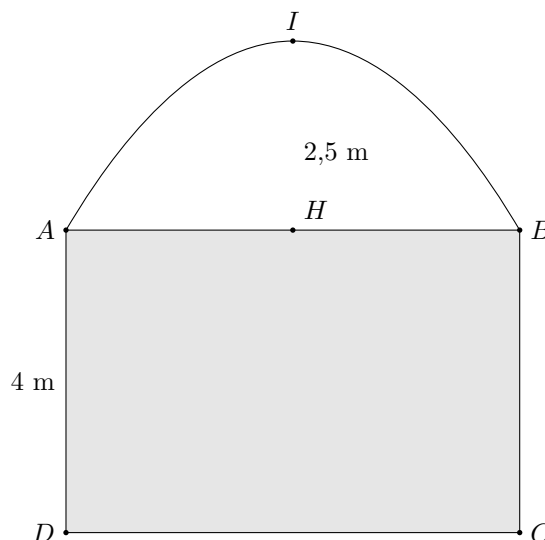


**Câu 26.** Ông An dự định làm một vườn hoa dạng hình Elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường Parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục lớn của Elip như hình vẽ bên. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của Elip lần lượt là  $8 \text{ m}$ ,  $4 \text{ m}$ ;  $F_1, F_2$  là hai tiêu điểm của Elip. Phần  $A, B$  dùng để trồng hoa, phần  $C, D$  dùng để trồng cỏ. Chi phí để trồng hoa là  $250\,000$  đồng mỗi mét vuông và chi phí trồng cỏ là  $150\,000$  đồng mỗi mét vuông. Số tiền để hoàn thành vườn hoa trên gần nhất với kết quả nào dưới đây?



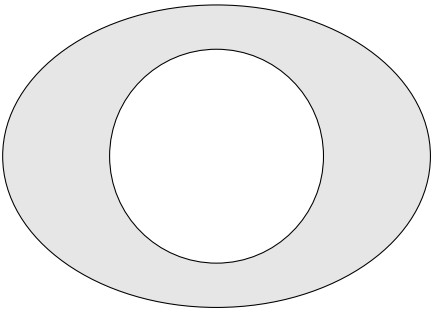
- (A)  $5\,676\,000$  đồng. (B)  $4\,656\,000$  đồng. (C)  $5\,455\,000$  đồng. (D)  $4\,766\,000$  đồng.

**Câu 27.** Một gia đình muốn làm cánh cổng (như hình vẽ). Phần phía trên cổng có hình dạng là một parabol với  $IH = 2,5 \text{ m}$ , phần phía dưới là một hình chữ nhật kích thước cạnh là  $AD = 4 \text{ m}$ ,  $AB = 6 \text{ m}$ . Giả sử giá để làm phần cổng được tô màu là  $1\,000\,000$  đồng mỗi mét vuông và giá để làm phần cổng phía trên là  $1\,200\,000$  đồng mỗi mét vuông. Số tiền gia đình đó phải trả là



- (A)  $24\,400\,000$  đồng. (B)  $36\,000\,000$  đồng. (C)  $38\,000\,000$  đồng. (D)  $38\,800\,000$  đồng.

**Câu 28.** Người ta cần trồng hoa tại phần đất nằm ngoài đường tròn có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  và phía trong elip có độ dài trục lớn bằng  $2\sqrt{2}$  và độ dài trục nhỏ là  $2$ . Biết mỗi đơn vị diện tích cần bón  $\frac{100}{(2\sqrt{2} - 1)\pi}$  kg phân hữu cơ. Cần sử dụng bao nhiêu kg phân bón hữu cơ để bón cho hoa đã trồng?



- A

30 kg.
- B

40 kg.
- C

50 kg.
- D

45 kg.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. A  | 2. A  | 3. A  | 4. B  | 5. B  | 6. A  | 7. B  | 8. A  | 9. A  | 10. C |
| 11. C | 12. D | 13. C | 14. D | 15. A | 16. C | 17. A | 18. B | 19. C | 20. C |
| 21. C | 23. B | 24. A | 25. D | 26. A | 27. B | 28. C |       |       |       |