

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**Câu I (2,0 điểm)** Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm k để đường thẳng $y = kx + 2k + 1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho khoảng cách từ A và B đến trục hoành bằng nhau.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải phương trình $\frac{\sin 2x + 2 \cos x - \sin x - 1}{\tan x + \sqrt{3}} = 0$.
2. Giải phương trình $\log_2(8 - x^2) + \log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) - 2 = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$.

Câu III (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^4 \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx$.**Câu IV (1,0 điểm)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BA = 3a$, $BC = 4a$; mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Biết $SB = 2a\sqrt{3}$ và $\widehat{SBC} = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) theo a .**Câu V (1,0 điểm)** Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:
$$\begin{cases} 2x^3 - (y+2)x^2 + xy = m \\ x^2 + x - y = 1 - 2m \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$
PHẦN RIÊNG (3,0 điểm): Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc B)**A. Theo chương trình Chuẩn****Câu VI.a (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $B(-4; 1)$, trọng tâm $G(1; 1)$ và đường thẳng chứa phân giác trong của góc A có phương trình $x - y - 1 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A và C .
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox .**Câu VII.a (1,0 điểm)** Tìm số phức z , biết: $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$.**B. Theo chương trình Nâng cao****Câu VI.b (2,0 điểm)**

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 0)$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông cân tại A .
2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ , bán kính bằng 1 và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

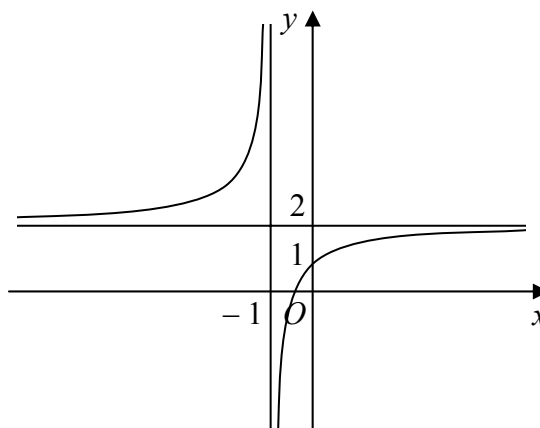
Câu VII.b (1,0 điểm) Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$.

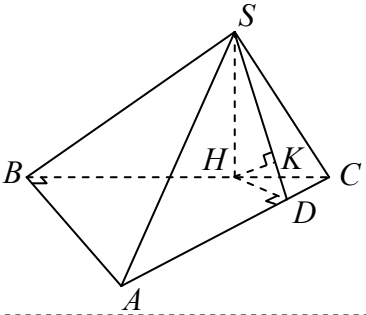
----- Hết -----

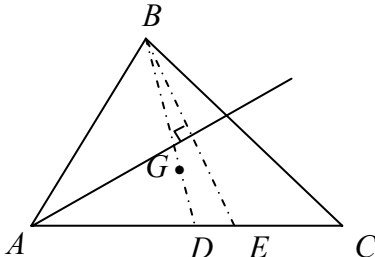
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

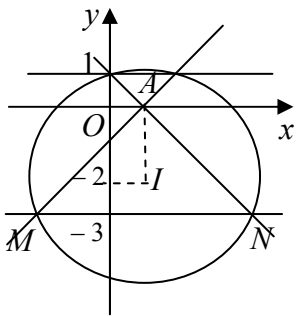
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm												
I (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)													
	- Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. - Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.	0,25												
	Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$. $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = -\infty; \text{tiệm cận đứng: } x = -1.$	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td></td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$	$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
y'	+		+											
y	2	$+\infty$	$-\infty$											
Đồ thị: 	0,25													
2. (1,0 điểm)														
	Gọi $d: y = kx + 2k + 1$, suy ra hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm phương trình: $kx + 2k + 1 = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow 2x + 1 = (x+1)(kx + 2k + 1) \text{ (do } x = -1 \text{ không là nghiệm)}$ $\Leftrightarrow kx^2 + (3k-1)x + 2k = 0 \text{ (1).}$	0,25												
	d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi và chỉ khi (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k^2 - 6k + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ k < 3 - 2\sqrt{2} \vee k > 3 + 2\sqrt{2} \end{cases} \quad (*).$	0,25												
	Khi đó: $A(x_1; kx_1 + 2k + 1)$ và $B(x_2; kx_2 + 2k + 1)$, x_1 và x_2 là nghiệm của (1). $d(A, Ox) = d(B, Ox) \Leftrightarrow kx_1 + 2k + 1 = kx_2 + 2k + 1 $	0,25												

Câu	Đáp án	Điểm
	$\Leftrightarrow k(x_1 + x_2) + 4k + 2 = 0$ (do $x_1 \neq x_2$). Áp dụng định lý Viét đối với (1), suy ra: $(1 - 3k) + 4k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -3$, thỏa mãn (*). Vậy, giá trị cần tìm là: $k = -3$.	0,25
II (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	Điều kiện: $\cos x \neq 0$, $\tan x \neq -\sqrt{3}$ (*).	0,25
	Phương trình đã cho tương đương với: $\sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0$	
	$\Leftrightarrow 2\cos x(\sin x + 1) - (\sin x + 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$.	0,25
	$\Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$ hoặc $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$.	0,25
	Đối chiếu điều kiện (*), suy ra nghiệm: $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$ (*).	
III (1,0 điểm)	Khi đó, phương trình đã cho tương đương với: $\log_2(8 - x^2) = \log_2\left[4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})\right]$	0,25
	$\Leftrightarrow 8 - x^2 = 4(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}) \Leftrightarrow (8 - x^2)^2 = 16(2 + 2\sqrt{1-x^2})$ (1).	0,25
	Đặt $t = \sqrt{1-x^2}$, (1) trở thành: $(7 + t^2)^2 = 32(1 + t) \Leftrightarrow t^4 + 14t^2 - 32t + 17 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (t-1)^2(t^2 + 2t + 17) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.	
	Do đó, (1) $\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0$, thỏa mãn (*).	0,25
	Vậy, phương trình có nghiệm: $x = 0$.	
IV (1,0 điểm)	Đặt $t = \sqrt{2x+1} \Rightarrow 4x = 2(t^2 - 1)$, $dx = tdt$.	0,25
	Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1$; $x = 4 \Rightarrow t = 3$.	
	$I = \int_1^3 \frac{2t^3 - 3t}{t + 2} dt = \int_1^3 \left(2t^2 - 4t + 5 - \frac{10}{t + 2}\right) dt$	0,25
	$= \left(\frac{2t^3}{3} - 2t^2 + 5t - 10\ln t + 2 \right) \Big _1^3$	0,25
V (1,0 điểm)	$= \frac{34}{3} + 10\ln\frac{3}{5}$.	0,25
	Hạ $SH \perp BC$ ($H \in BC$); $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$; $SH = SB \cdot \sin \widehat{SBC} = a\sqrt{3}$.	0,25
		0,25
	Diện tích: $S_{ABC} = \frac{1}{2} BA \cdot BC = 6a^2$. Thể tích: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = 2a^3\sqrt{3}$.	
	Hạ $HD \perp AC$ ($D \in AC$), $HK \perp SD$ ($K \in SD$) $\Rightarrow HK \perp (SAC) \Rightarrow HK = d(H, (SAC))$. $BH = SB \cdot \cos \widehat{SBC} = 3a \Rightarrow BC = 4HC$ $\Rightarrow d(B, (SAC)) = 4 \cdot d(H, (SAC))$.	0,25
V (1,0 điểm)	Ta có $AC = \sqrt{BA^2 + BC^2} = 5a$; $HC = BC - BH = a \Rightarrow HD = BA \cdot \frac{HC}{AC} = \frac{3a}{5}$.	
	$HK = \frac{SH \cdot HD}{\sqrt{SH^2 + HD^2}} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$. Vậy, $d(B, (SAC)) = 4 \cdot HK = \frac{6a\sqrt{7}}{7}$.	0,25
V (1,0 điểm)	Hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} (x^2 - x)(2x - y) = m \\ (x^2 - x) + (2x - y) = 1 - 2m \end{cases}$	0,25

Câu	Đáp án	Điểm												
	Đặt $u = x^2 - x, u \geq -\frac{1}{4}; v = 2x - y$. Hệ đã cho trở thành: $\begin{cases} uv = m \\ u + v = 1 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^2 + (2m - 1)u + m = 0 \quad (1) \\ v = 1 - 2m - u. \end{cases}$ Hệ đã cho có nghiệm, khi và chỉ khi (1) có nghiệm thỏa mãn $u \geq -\frac{1}{4}$.	0,25												
	Với $u \geq -\frac{1}{4}$, ta có: $(1) \Leftrightarrow m(2u + 1) = -u^2 + u \Leftrightarrow m = \frac{-u^2 + u}{2u + 1}$. Xét hàm $f(u) = \frac{-u^2 + u}{2u + 1}$, với $u \geq -\frac{1}{4}$; ta có: $f'(u) = -\frac{2u^2 + 2u - 1}{(2u + 1)^2}; f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \frac{-1 + \sqrt{3}}{2}.$	0,25												
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>u</td><td>$-\frac{1}{4}$</td><td>$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(u)$</td><td></td><td>+</td><td>0 -</td></tr><tr><td>$f(u)$</td><td></td><td>$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$</td><td>$-\infty$</td></tr></table> Suy ra giá trị cần tìm là: $m \leq \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.	u	$-\frac{1}{4}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$	$f'(u)$		+	0 -	$f(u)$		$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$-\infty$	0,25
u	$-\frac{1}{4}$	$\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$	$+\infty$											
$f'(u)$		+	0 -											
$f(u)$		$\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$	$-\infty$											
VI.a (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)  Gọi $D(x; y)$ là trung điểm AC, ta có: $\overrightarrow{BD} = 3\overrightarrow{GD}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = 3(x - 1) \\ y - 1 = 3(y - 1) \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{7}{2}; 1\right).$ Gọi $E(x; y)$ là điểm đối xứng của B qua phân giác trong $d: x - y - 1 = 0$ của góc A. Ta có EB vuông góc với d và trung điểm I của EB thuộc d nên tọa độ E là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 1(x + 4) + 1(y - 1) = 0 \\ \frac{x - 4}{2} - \frac{y + 1}{2} - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3 = 0 \\ x - y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow E(2; -5).$ Đường thẳng AC đi qua D và E, có phương trình: $4x - y - 13 = 0$. Tọa độ $A(x; y)$ thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 4x - y - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(4; 3)$. Suy ra: $C(3; -1)$.	0,25												
	2. (1,0 điểm) Mặt phẳng (P) đi qua A, vuông góc với d, có phương trình: $2x + y - 2z + 2 = 0$. Gọi B là giao điểm của trục Ox với (P), suy ra Δ là đường thẳng đi qua các điểm A, B. $B \in Ox$, có tọa độ $B(b; 0; 0)$ thỏa mãn phương trình $2b + 2 = 0 \Rightarrow B(-1; 0; 0)$. Phương trình Δ: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + 3t. \end{cases}$	0,25												
VII.a	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có: $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i \Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i$	0,25												

Câu	Đáp án	Điểm
(1,0 điểm)	$\Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b)i = 1 - 9i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1. \end{cases}$ Vậy $z = 2 - i$.	0,25
VI.b (2,0 điểm)	1. (1,0 điểm)	
	 Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính bằng $\sqrt{10}$. Ta có: $IM = IN$ và $AM = AN \Rightarrow AI \perp MN$; suy ra phương trình Δ có dạng: $y = m$. Hoành độ M, N là nghiệm phương trình: $x^2 - 2x + m^2 + 4m - 5 = 0$ (1). (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2, khi và chỉ khi: $m^2 + 4m - 6 < 0$ (*); khi đó ta có: $M(x_1; m)$ và $N(x_2; m)$.	0,25
	$AM \perp AN \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{AN} = 0 \Leftrightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow x_1x_2 - (x_1 + x_2) + m^2 + 1 = 0$.	0,25
	Áp dụng định lý Viét đối với (1), suy ra: $2m^2 + 4m - 6 = 0$ $\Leftrightarrow m = 1$ hoặc $m = -3$, thỏa mãn (*). Vậy, phương trình Δ : $y = 1$ hoặc $y = -3$.	0,25
	2. (1,0 điểm)	
	Gọi I là tâm của mặt cầu. $I \in \Delta$, suy ra tọa độ I có dạng: $I(1 + 2t; 3 + 4t; t)$.	0,25
	Mặt cầu tiếp xúc với (P) , khi và chỉ khi: $d(I, (P)) = 1$ $\Leftrightarrow \frac{ 2(1 + 2t) - (3 + 4t) + 2t }{3} = 1$	0,25
	$\Leftrightarrow t = 2$ hoặc $t = -1$. Suy ra: $I(5; 11; 2)$ hoặc $I(-1; -1; -1)$.	0,25
	Phương trình mặt cầu: $(x - 5)^2 + (y - 11)^2 + (z - 2)^2 = 1$ hoặc $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 1$.	0,25
VII.b (1,0 điểm)	$y' = \frac{2x^2 + 4x}{(x + 1)^2}$;	0,25
	$y' = 0 \Leftrightarrow x = -2$ hoặc $x = 0$.	0,25
	$y(0) = 3, y(2) = \frac{17}{3}$.	0,25
	Vậy: $\min_{[0; 2]} y = 3$, tại $x = 0$; $\max_{[0; 2]} y = \frac{17}{3}$, tại $x = 2$.	0,25

----- Hết -----