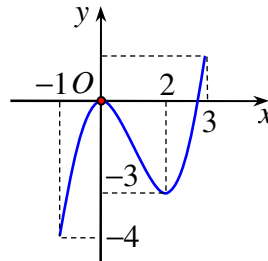


Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ là



- A. $T = (-4; 1)$. B. $T = [-3; 0]$. C. $T = [-4; 1]$. D. $T = (-3; 0)$.

Câu 2: [2D1-1] Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Câu 3: [2D1-2] Số giao điểm của đường cong $y = \frac{x^2}{x+1}$ và đường thẳng $y = x+1$ là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 7$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 5: [2D1-3] Với tất cả các giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0; 1]$?

- A. $m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $m \geq -1$.

Câu 6: [2D12] Đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 + 4$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $m > -1$. B. $m \leq -1$. C. $m < -1$. D. $m \geq -1$.

Câu 7: [2D12] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 2017$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2017]$. Khi đó, phương trình $f(x) = M$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 8: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	$+$
y	$+\infty$	c	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $a < 0$ và $b \geq 0$. B. $a > 0$ và $b \geq 0$. C. $a > 0$ và $b \leq 0$. D. $a < 0$ và $b \leq 0$.

Câu 9: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+1-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2-x-2}}$. Khẳng định nào sau đây về tiệm cận ngang của đồ thị

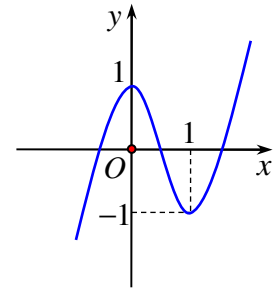
hàm số đã cho là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.
- B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -1$ và $y = 1$.
- C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.
- D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Câu 10: [2D1-2] Biết rằng hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên.

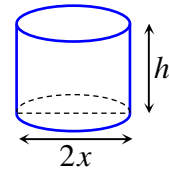
Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 5 cực trị.
- B. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 2 cực trị.
- C. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 3 cực trị.
- D. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 1 cực trị.



Câu 11: [2D1-3] Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100(\text{cm}^3)$, bán kính đáy $x(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?

- A. $h \approx 6,476(\text{cm})$ và $x \approx 2,217(\text{cm})$.
- B. $h \approx 4,128(\text{cm})$ và $x \approx 2,747(\text{cm})$.
- C. $h \approx 5,031(\text{cm})$ và $x \approx 2,515(\text{cm})$.
- D. $h \approx 3,261(\text{cm})$ và $x \approx 3,124(\text{cm})$.



Câu 12: [2D2-1] Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$.
- B. $P = x^{\frac{4}{5}}$.
- C. $P = x^{20}$.
- D. $P = x^9$.

Câu 13: [2D2-1] Phương trình $8^x = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{4}{3}$.
- B. $x = 2$.
- C. $x = 3$.
- D. $x = \frac{3}{4}$.

Câu 14: [2D2-1] Cho a là số thực dương và b là số thực khác 0. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_3 a - 2 \log_3 |b|$.
- B. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 b$.
- C. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a + 2 \log_3 b$.
- D. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 |b|$.

Câu 15: [2D1-2] Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2$, $\log_b 3 = \frac{1}{4}$ và

$\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

- A. $\log_c 3 = \frac{1}{2}$.
- B. $\log_c 3 = 3$.
- C. $\log_c 3 = 2$.
- D. $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

Câu 16: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \log_{x+1}(2-x)$ là:

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 2) \setminus \{0\}$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$.

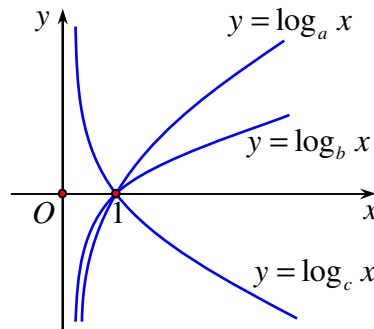
Câu 17: [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{81^x}$ là

- A. $y' = \frac{1-4(x+1)\ln 3}{3^{4x}}$. B. $y' = \frac{4\ln 3 - x - 1}{4\ln 3 \cdot 3^{4x}}$. C. $y' = \frac{1-4(x+1)\ln 3}{3^{x^4}}$. D. $y' = \frac{4\ln 3 - x - 1}{4\ln 3 \cdot 3^{x^4}}$.

Câu 18: [2D1-1] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. $\max_{[2;3]} y = e$. B. $\max_{[2;3]} y = -2 + 2\ln 2$. C. $\max_{[2;3]} y = 4 - 2\ln 2$. D. $\max_{[2;3]} y = 1$.

Câu 19: [2D2-1] Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



- A. $a < b < c$. B. $c < a < b$. C. $c < b < a$. D. $b < c < a$.

Câu 20: [2D2-3] Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo

công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 80%. Niên đại của công trình kiến trúc đó gần với số nào sau đây nhất? (Giả sử khoảng thời gian từ lúc thu hoạch gỗ cho đến khi xây dựng công trình đó là không đáng kể)

- A. 1756 (năm). B. 3574 (năm). C. 2067 (năm). D. 1851 (năm).

Câu 21: [2D2-3] Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S = a + b$ là

- A. $\min S = 12$. B. $\min S = 14$. C. $\min S = 8$. D. $\min S = 16$.

Câu 22: [2D2-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 2^x$ là:

- A. $\int f(x) dx = 1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x + C$.

Câu 23: [2D2-2] Biết một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ là $F(x) = x^2 + 4x + 1$. Khi đó, giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 3$ là

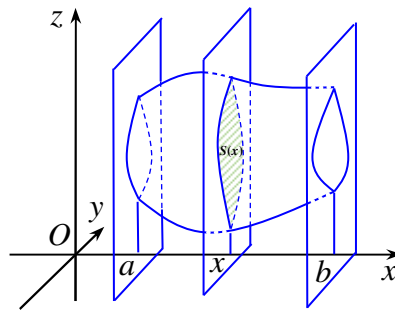
- A. $f(3) = 6$. B. $f(3) = 10$. C. $f(3) = 22$. D. $f(3) = 30$.

Câu 24: [2D2-4] Biết rằng $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{a}{b} e^3 + \frac{c}{d}$, với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Khi đó, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{9}$. B. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{9}$. C. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{3}$.

Câu 25: [2D2-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

- A. $V = \int_a^b S(x) dx$. B. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$.



Câu 26: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = 3 - 2\cos x$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó, giá trị của tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

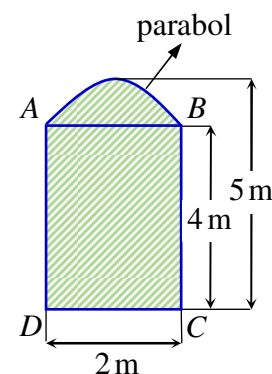
- A. $I = \frac{\pi-1}{3}$. B. $I = \frac{\pi}{2} + 2$. C. $I = \frac{3\pi}{2} - 2$. D. $I = \frac{\pi+1}{2}$.

Câu 27: [2D3-3] Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s^2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

- A. $\frac{45}{2}$ mét. B. 18 mét. C. 36 mét. D. $\frac{27}{4}$ mét.

Câu 28: [2D3-3] Ông A muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên. Biết đường cong phía trên là parabol, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và giá thành là 900000 đồng trên 1 m^2 thành phẩm. Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để làm cánh cửa đó?

- A. 8160000 đồng. B. 6000000 đồng.
C. 8400000 đồng. D. 6600000 đồng.



Câu 29: [2D3-1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = -1 + 5i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

- A. $3i$. B. 1 . C. $2i$. D. 3 .

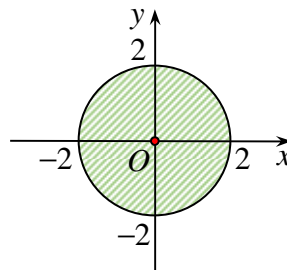
Câu 30: [2D3-2] Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$. D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Câu 31: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

- A. $|z| = \sqrt{3}$. B. $|z| = 5$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = 3$.

Câu 32: [2D4-3] Cho số phức $z = a + bi$, với a và b là hai số thực. Để điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy nằm hẳn bên trong hình tròn tâm O bán kính $R = 2$ như hình bên thì điều kiện cần và đủ của a và b là



- A. $a^2 + b^2 < 2$. B. $a^2 + b^2 < 4$. C. $a + b < 2$. D. $a + b < 4$.

Câu 33: [2D4-2] Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N . Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN . Hỏi z là số phức nào trong các số phức dưới đây?

- A. $z = -3 - 9i$. B. $z = -1 - 3i$. C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Câu 34: [2D4-3] Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 35: [2H2-3] Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0,25\text{ m}^2$ và $1,2\text{ m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

- A. 750000 đồng. B. 500000 đồng. C. 1500000 đồng. D. 3000000 đồng.

Câu 36: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SD hợp với đáy một góc 60° . Hỏi thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37: [2H1-3] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = 1$, $SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Khi đó, thể tích V của khối chóp $S.ABM$ bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Câu 38: [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$. Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

- A. $4\pi a^2\sqrt{6}$. B. $4\pi a^2$. C. $2\pi a^2\sqrt{6}$. D. $\pi a^2\sqrt{6}$.

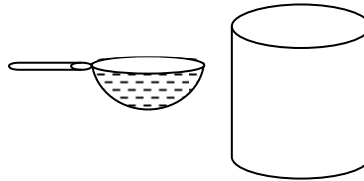
Câu 39: [2H2-2] Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{16}{9}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{9}{16}$.

Câu 40: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $R = \frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $R = \frac{\sqrt{11}}{4}$. C. $R = \frac{\sqrt{7}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{21}}{6}$.

Câu 41: [2H2-1] Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3cm để mức nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 10cm và bán kính đáy bằng 6cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)



- A. 20 lần. B. 10 lần. C. 12 lần. D. 24 lần.

Câu 42: [2H1-1] Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB , AC , AD đôi một vuông góc và có thể tích bằng V . Gọi S_1 , S_2 , S_3 theo thứ tự là diện tích các tam giác ABC , ACD , ADB . Khi đó, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $V = \frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{3}$. B. $V = \frac{\sqrt{2 S_1 S_2 S_3}}{3}$. C. $V = \frac{\sqrt{2 S_1 S_2 S_3}}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{6}$.

Câu 43: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5)$, $N(6; -4; -1)$ và đặt $u = \overrightarrow{MN}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $u = (4; -1; -6)$. B. $u = \sqrt{53}$. C. $u = 3\sqrt{11}$. D. $u = (-4; 1; 6)$.

Câu 44: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

- A. $R = \sqrt{52}$. B. $R = 3\sqrt{2}$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = 2\sqrt{15}$.

Câu 45: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

- Câu 46:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:
A. $y - 2z + 2 = 0$. **B.** $x + 2z - 3 = 0$. **C.** $2y - z + 1 = 0$. **D.** $x + y - z = 0$.
- Câu 47:** [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $M(1;1;2)$. Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:
A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. **B.** $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. **D.** $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
- Câu 48:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;1;1)$ và $E(1;2;3)$. Hỏi từ 5 điểm này tạo được tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 điểm trong 5 điểm đó?
A. 7 mặt phẳng. **B.** 10 mặt phẳng. **C.** 12 mặt phẳng. **D.** 5 mặt phẳng.
- Câu 49:** [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1;2;4)$ và $N(0;1;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?
A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d = \sqrt{3}$. **C.** $d = \frac{1}{3}$. **D.** $d = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.
- Câu 50:** [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;-1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) đồng thời đi qua hai điểm A và O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$. Khi đó, phương trình mặt cầu (S) là phương trình nào sau đây, biết rằng tâm I có cao độ âm?
A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. **B.** $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 17$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. **D.** $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

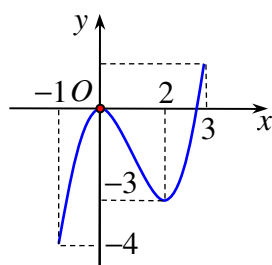
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	B	C	C	C	A	B	C	A	C	A	A	D	D	B	A	A	B	D	B	B	B	C	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	C	D	D	C	B	D	B	C	D	D	C	C	D	A	B	B	C	B	A	D	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: [2D1-1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ là

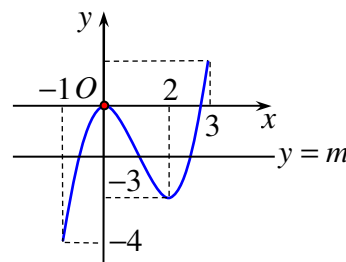


- A. $T = (-4; 1)$. B. $T = [-3; 0]$. C. $T = [-4; 1]$. D. $T = (-3; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 3]$ thì $-3 < m < 0$ hay $m \in (-3; 0)$.



Câu 2: [2D1-1] Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x-2}$?

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $y = 1$. D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y = \frac{1-2x}{x-2} = \frac{-2x+1}{x-2}$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: [2D1-2] Số giao điểm của đường cong $y = \frac{x^2}{x+1}$ và đường thẳng $y = x+1$ là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$$\frac{x^2}{x+1} = x+1, x \neq -1 \Leftrightarrow x^2 = (x+1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x+1 \\ x = -(x+1) \end{cases} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}.$$

Vậy hai đồ thị có 1 điểm chung duy nhất.

Câu 4: [2D1-1] Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 7$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

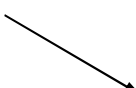
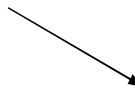
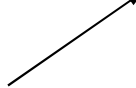
Lời giải

Chọn C.

$$y = x^4 - 2x^2 + 7$$

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y	$+\infty$									$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận được đáp án **C sai**.

Câu 5: [2D1-3] Với tất cả các giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$?

- A. $m \leq 0$. B. $-1 < m < 0$. C. $-1 \leq m \leq 0$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

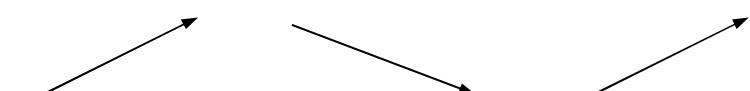
Chọn C.

$$y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x$$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3m(m+2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases} \quad (m < m+2, \forall m)$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				$+\infty$

Theo Bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên đoạn $[0;1]$ khi và chỉ khi $y' \leq 0, \forall x \in [0;1]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m+2 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 0.$$

Câu 6: [2D12] Đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 + 4$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

- A. $m > -1$. B. $m \leq -1$. C. $m < -1$. D. $m \geq -1$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 + 2(m+1)x. \text{ Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi } 4.2(m+1) < 0 \Leftrightarrow m < -1.$$

Câu 7: [2D12] Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 2017$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 2017]$. Khi đó, phương trình $f(x) = M$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x + 7$. Suy ra $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x + 2017$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do vậy phương trình $f(x) = M \Leftrightarrow f(x) = f(2017)$ có đúng 1 nghiệm.

Câu 8: [2D1-2] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	$+$
y	$+\infty$	c	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $a < 0$ và $b \geq 0$. B. $a > 0$ và $b \geq 0$. C. $a > 0$ và $b \leq 0$. D. $a < 0$ và $b \leq 0$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow a > 0$

Hàm số có một cực trị $\Rightarrow a.b \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$.

Câu 9: [2D1-2] Cho hàm số $y = \frac{x+1-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2-x-2}}$. Khẳng định nào sau đây về tiệm cận ngang của đồ thị

hàm số đã cho là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.
 B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = -1$ và $y = 1$.
 C. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.
 D. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

Lời giải

Chọn C.

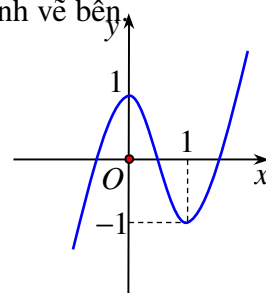
Tập xác định: $D = (-\infty; -1)$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x^2-x-2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}+\sqrt{\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}}}{-\sqrt{1-\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}} = -1$$

Vậy: Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.

Câu 10: [2D1-2] Biết rằng hàm số $y = 4x^3 - 6x^2 + 1$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 5 cực trị.
 B. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 2 cực trị.
 C. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 3 cực trị.
 D. Đồ thị hàm số $y = |4x^3 - 6x^2 + 1|$ có 1 cực trị.



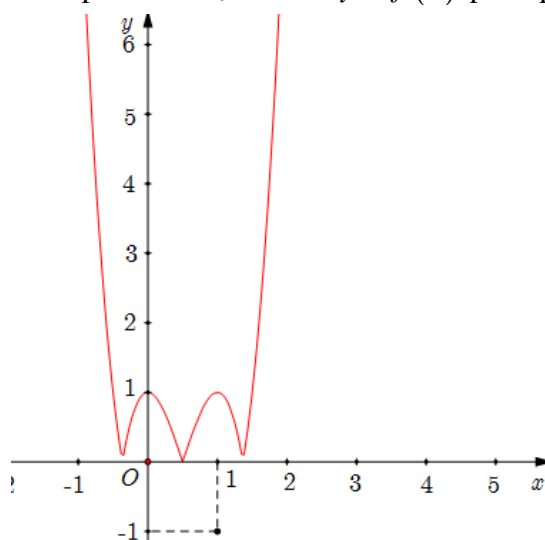
Lời giải

Chọn A.

Ta vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

+) Giữ nguyên đồ thị hàm số $y = f(x)$ phần phía trên trục hoành.

+) Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ phần phía dưới trục hoành.



Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 5 cực trị.

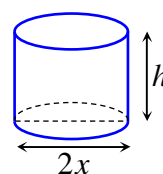
Câu 11: [2D1-3] Công ty X muốn thiết kế các hộp chứa sản phẩm dạng hình trụ có nắp với dung tích bằng $100(\text{cm}^3)$, bán kính đáy $x(\text{cm})$, chiều cao $h(\text{cm})$ (xem hình bên). Khi thiết kế, công ty X luôn đặt mục tiêu sao cho vật liệu làm vỏ hộp là ít nhất, nghĩa là diện tích toàn phần hình trụ là nhỏ nhất. Khi đó, kích thước của x và h gần bằng số nào nhất trong các số dưới đây để công ty X tiết kiệm được vật liệu nhất?

A. $h \approx 6,476(\text{ cm})$ và $x \approx 2,217(\text{ cm})$.

B. $h \approx 4,128(\text{ cm})$ và $x \approx 2,747(\text{ cm})$.

C. $h \approx 5,031(\text{ cm})$ và $x \approx 2,515(\text{ cm})$.

D. $h \approx 3,261(\text{ cm})$ và $x \approx 3,124(\text{ cm})$.



Lời giải

Chọn C.

Ta có thể tích của hộp là $V = \pi x^2 h = 100 \Rightarrow h = \frac{100}{\pi x^2}$

Ta có diện tích toàn phần của vỏ hộp là $S_{tp} = 2\pi xh + 2\pi x^2 = 2\pi x^2 + \frac{200}{x}$ (với $x > 0$)

Đặt $f(x) = 2\pi x^2 + \frac{200}{x}$

Ta có $f'(x) = 4\pi x - \frac{200}{x^2} = \frac{4\pi x^3 - 200}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4\pi x^3 - 200 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$

Bảng biến thiên

x	0	$\sqrt[3]{\frac{50}{\pi}}$	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$				

Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \sqrt[3]{\frac{50}{\pi}} \approx 2,515(\text{cm})$ suy ra $h \approx 5,031(\text{cm})$.

Câu 12: [2D2-1] Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^5}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $P = x^{\frac{5}{4}}$. B. $P = x^{\frac{4}{5}}$. C. $P = x^{20}$. D. $P = x^9$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $P = \sqrt[4]{x^5} = x^{\frac{5}{4}}$.

Câu 13: [2D2-1] Phương trình $8^x = 16$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{4}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $8^x = 16 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^4 \Leftrightarrow 3x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$

Vậy $x = \frac{4}{3}$ là nghiệm của phương trình.

Câu 14: [2D2-1] Cho a là số thực dương và b là số thực khác 0. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_3 a - 2 \log_3 |b|$. B. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 b$.
C. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a + 2 \log_3 b$. D. $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 |b|$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_3 \left(\frac{3a^3}{b^2} \right) = \log_3 (3a^3) - \log_3 b^2 = \log_3 3 + \log_3 a^3 - \log_3 b$
 $= \log_3 3 + \log_3 a^3 - \log_3 b = 1 + 3 \log_3 a - 2 \log_3 |b|$.

Câu 15: [2D1-2] Cho a, b, c là ba số thực dương, khác 1 và $abc \neq 1$. Biết $\log_a 3 = 2$, $\log_b 3 = \frac{1}{4}$ và

$\log_{abc} 3 = \frac{2}{15}$. Khi đó, giá trị của $\log_c 3$ bằng bao nhiêu?

- A. $\log_c 3 = \frac{1}{2}$. B. $\log_c 3 = 3$. C. $\log_c 3 = 2$. D. $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_a 3 = 2 \Rightarrow \log_3 a = \frac{1}{2}$, $\log_b 3 = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_3 b = 4$

$$\text{Khi đó ta có } \log_{abc} 3 = \frac{2}{15} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 a + \log_3 b + \log_3 c} = \frac{2}{15}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{9 + 2\log_3 c} = \frac{2}{15} \Leftrightarrow 4\log_3 c + 18 = 30$$

$$\log_3 c = 3 \Leftrightarrow \log_c 3 = \frac{1}{3}$$

Vậy $\log_c 3 = \frac{1}{3}$.

Câu 16: [2D2-1] Tập xác định của hàm số $y = \log_{x+1}(2-x)$ là:

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; 2) \setminus \{0\}$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có hàm số xác định khi } \begin{cases} 2-x > 0 \\ x+1 > 0 \\ x+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 \\ x \neq 0 \end{cases}.$$

Câu 17: [2D2-2] Đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{81^x}$ là

- A. $y' = \frac{1-4(x+1)\ln 3}{3^{4x}}$. B. $y' = \frac{4\ln 3 - x - 1}{4\ln 3 \cdot 3^{4x}}$. C. $y' = \frac{1-4(x+1)\ln 3}{3^{x^4}}$. D. $y' = \frac{4\ln 3 - x - 1}{4\ln 3 \cdot 3^{x^4}}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } y' = \left(\frac{x+1}{81^x} \right)' = \frac{81^x - (x+1) \cdot 81^x \cdot \ln 81}{81^{2x}} = \frac{1 - (x+1)\ln 3^4}{81^x} = \frac{1 - 4(x+1)\ln 3}{3^{4x}}.$$

Câu 18: [2D1-1] Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. $\max_{[2;3]} y = e$. B. $\max_{[2;3]} y = -2 + 2\ln 2$. C. $\max_{[2;3]} y = 4 - 2\ln 2$. D. $\max_{[2;3]} y = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y' = 2 - (\ln x + 1) = 1 - \ln x$. Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = e \in [2; 3]$.

$$y(2) = 4 - 2\ln 2; y(3) = 6 - 3\ln 3; y(e) = e.$$

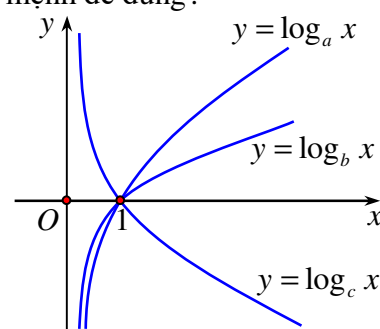
Do đó $\max_{[2;3]} y = e$.

Câu 19: [2D2-1] Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $a < b < c$.
B. $c < a < b$.
C. $c < b < a$.
D. $b < c < a$.

Lời giải

Chọn B.



Ta thấy đồ thị hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến nên $0 < c < 1$; đồ thị hai hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ đồng biến nên $a > 1, b < 1$.

Mặt khác, với $x > 1$, ta thấy $\log_a x > \log_b x$ nên suy ra được $a < b$.

Vậy $c < a < b$.

Câu 20: [2D2-3] Các loài cây xanh trong quá trình quang hợp sẽ nhận được một lượng nhỏ cacbon 14 (một đồng vị của cacbon). Khi một bộ phận của cây bị chết thì hiện tượng quang hợp cũng ngưng và nó sẽ không nhận thêm cacbon 14 nữa. Lượng cacbon 14 của bộ phận đó sẽ phân hủy một cách chậm chạp, chuyển hóa thành nitơ 14. Biết rằng nếu gọi $P(t)$ là số phần trăm cacbon 14 còn lại trong bộ phận của một cây sinh trưởng từ t năm trước đây thì $P(t)$ được tính theo

công thức $P(t) = 100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} (\%)$. Phân tích một mẫu gỗ từ một công trình kiến trúc cổ, người ta thấy lượng cacbon 14 còn lại trong mẫu gỗ đó là 80%. Niên đại của công trình kiến trúc đó gần với số nào sau đây nhất? (Giả sử khoảng thời gian từ lúc thu hoạch gỗ cho đến khi xây dựng công trình đó là không đáng kể)

- A. 1756 (năm). B. 3574 (năm). C. 2067 (năm). D. 1851 (năm).

Lời giải

Chọn D.

Theo giả thiết của bài toán ta có phương trình

$$100 \cdot (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 80 \Leftrightarrow (0,5)^{\frac{t}{5750}} = 0,8 \Leftrightarrow \frac{t}{5750} = \log_{0,5} 0,8 \Leftrightarrow t \approx 1851.$$

Câu 21: [2D2-3] Cho 2 số dương a và b thỏa mãn $\log_2(a+1) + \log_2(b+1) \geq 6$. Giá trị nhỏ nhất của $S = a + b$ là

- A. $\min S = 12$. B. $\min S = 14$. C. $\min S = 8$. D. $\min S = 16$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_2(a+1) = x \\ \log_2(b+1) = y \end{cases} \Rightarrow x + y \geq 6$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} a+1 = 2^x \\ b+1 = 2^y \end{cases} \Rightarrow a+b+2 = 2^x + 2^y \geq 2\sqrt{2^{x+y}} = 2\sqrt{2^6} = 16 \Rightarrow a+b \geq 14.$$

Câu 22: [2D2-1] Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + 2^x$ là:

- A. $\int f(x) dx = 1 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x \ln 2 + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + 2^x + C$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng bảng nguyên hàm của các hàm số thường gặp ta có

$$\int f(x) dx = \int (x + 2^x) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2^x}{\ln 2} + C.$$

Câu 23: [2D2-2] Biết một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ là $F(x) = x^2 + 4x + 1$. Khi đó, giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = 3$ là

- A. $f(3) = 6$. B. $f(3) = 10$. C. $f(3) = 22$. D. $f(3) = 30$.

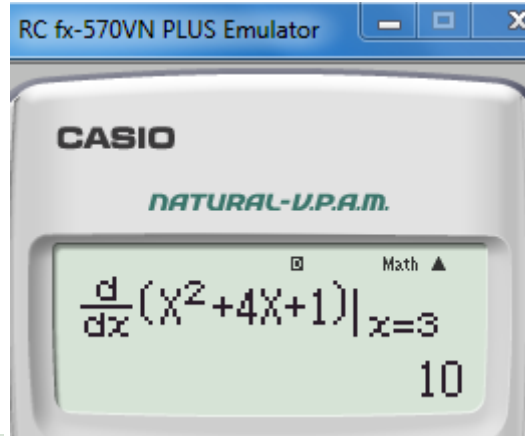
Lời giải

Chọn B

Ta có: $F'(x) = f(x) \Rightarrow f(x) = (x^2 + 4x + 1)' = 2x + 4$

$$f(3) = 2 \cdot 3 + 4 = 10.$$

Cách 2: sử dụng máy tính



Câu 24: [2D2-4] Biết rằng $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{a}{b}e^3 + \frac{c}{d}$, với $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là hai phân số tối giản. Khi đó, $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{9}$.

B. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{9}$.

C. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$.

D. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt: } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^2 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$$

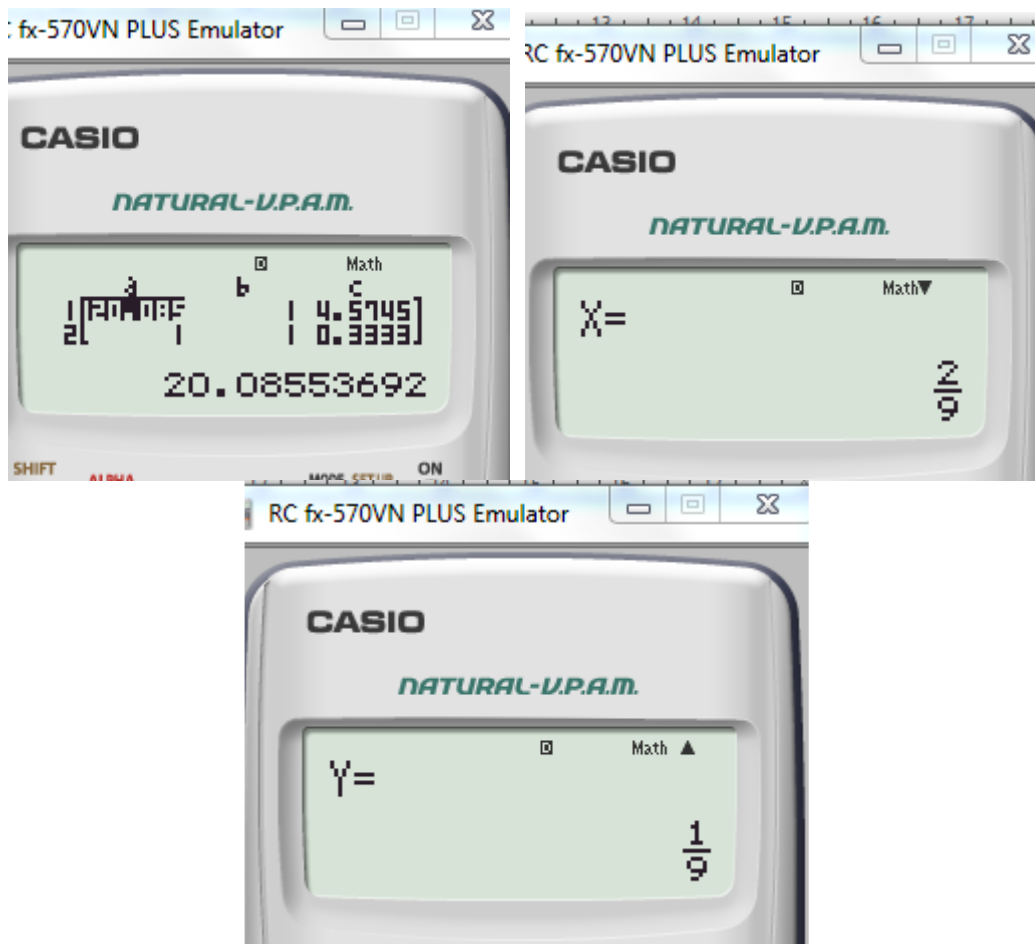
$$I = \int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{x^3}{3} \cdot \ln x \Big|_1^e - \frac{1}{3} \int_1^e x^2 dx = \frac{e^3}{3} - \frac{e^3}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2e^3}{9} + \frac{1}{9}.$$

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{2}{9} \\ \frac{c}{d} = \frac{1}{9} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

Cách 2: sử dụng máy tính

Bước 1:

Bước 2: Bấm giải hệ và thử các đáp án thấy đáp án C thỏa mãn



Câu 25: [2D2-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

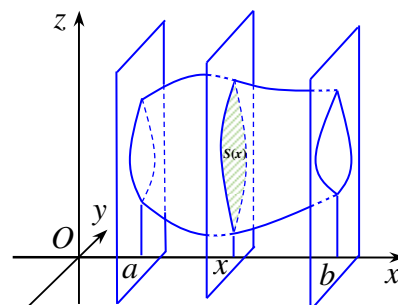
A. $V = \int_a^b S(x) dx$. **B.** $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. **C.** $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$.

Lời giải

Chọn A

Từ định nghĩa suy ra thể tích V của vật thể (H) được

cho bởi công thức: $V = \int_a^b S(x) dx$



Câu 26: [2D3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = 3 - 2\cos x$, với

mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó, giá trị của tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng bao nhiêu?

A. $I = \frac{\pi - 1}{3}$.

B. $I = \frac{\pi}{2} + 2$.

C. $I = \frac{3\pi}{2} - 2$.

D. $I = \frac{\pi + 1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $t = -x \Rightarrow dt = -dx$.

Đổi cận: $x = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = -\frac{\pi}{2}$. Suy ra: $I = \int_{\frac{\pi}{2}}^{-\frac{\pi}{2}} f(-t) dt$.

Mặt khác: $f(t) + f(-t) = 3 - 2\cos t$ (thay $x = t$).

Ta có: $2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} [f(t) + f(-t)] dt = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3 - \cos t) dt$.

Suy ra: $I = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3 - 2\cos t) dt$.

$$I = \frac{1}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (3 - 2\cos t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 - 2\cos t) dt. \text{ (Do } 3 - 2\cos t \text{ là hàm số chẵn trên đoạn } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]).$$

$$= (3t - 2\sin t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3\pi}{2} - 2.$$

Câu 27: [2D3-3] Một ô tô đang dừng và bắt đầu chuyển động theo một đường thẳng với gia tốc $a(t) = 6 - 2t$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu chuyển động. Hỏi quãng đường ô tô đi được kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến khi vận tốc của ô tô đạt giá trị lớn nhất là bao nhiêu mét?

A. $\frac{45}{2}$ mét.

B. 18 mét.

C. 36 mét.

D. $\frac{27}{4}$ mét.

Lời giải

Chọn B.

$$v(t) = \int (6 - 2t) dt = 6t - t^2 + C.$$

$$v(t) = 6t - t^2 = 9 - (3 - t)^2 \leq 9 \text{ khi } t = 3.$$

$$S = \int_0^3 (6t - t^2) dt = 18.$$

Câu 28: [2D3-3] Ông A muốn làm một cánh cửa bằng sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên. Biết đường cong phía trên là parabol, tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật và giá thành là 900 000 đồng trên 1 m² thành phẩm. Hỏi ông A phải trả bao nhiêu tiền để làm cánh cửa đó?

A. 8160 000 đồng.

B. 6000 000 đồng.

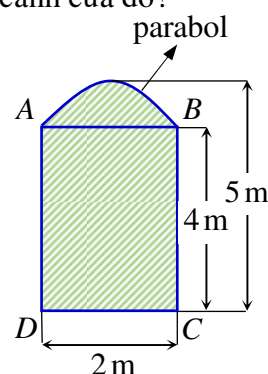
C. 8400 000 đồng.

D. 6600 000 đồng.

Lời giải

Chọn C.

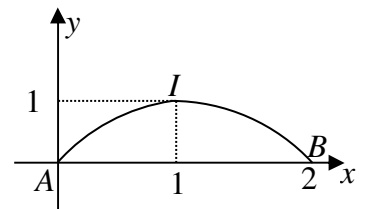
Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$.



Vì (P) đi qua điểm $A(0;0); B(2;0)$ và có đỉnh $I(1;1)$ nên
 $(P): y = -x^2 + 2x$.

Diện tích cánh cửa là $S = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx + S_{ABCD} = \frac{4}{3} + 8 = \frac{28}{3}$.

Số tiền ông A phải trả là $\frac{28}{3} \times 900\,000 = 8\,400\,000$.



Câu 29: [2D3-1] Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = -1 + 5i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$ bằng

A. $3i$.

B. 1.

C. $2i$.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$w = z_1 + z_2 = 2 - 3i - 1 + 5i = 1 + 2i.$$

$$\Rightarrow 1 + 2 = 3.$$

Câu 30: [2D3-2] Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 3i)z - 5 = 7i$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $\bar{z} = -\frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

B. $\bar{z} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{13}{5} - \frac{4}{5}i$.

D. $\bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn D.

$$(1 + 3i)z - 5 = 7i \Leftrightarrow z = \frac{5 + 7i}{1 + 3i} = \frac{13}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{13}{5} + \frac{4}{5}i.$$

Câu 31: [2D4-3] Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i$. Khi đó, môđun của z bằng bao nhiêu?

A. $|z| = \sqrt{3}$.

B. $|z| = 5$.

C. $|z| = \sqrt{5}$.

D. $|z| = 3$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$(1 - i)z + 4\bar{z} = 7 - 7i \Leftrightarrow (1 - i)(a + bi) + 4(a - bi) = 7 - 7i$$

$$\Leftrightarrow a + bi - ai + b + 4a - 4bi = 7 - 7i \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + b = 7 \\ -a - 3b = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + 2i$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{5}.$$

Câu 32: [2D4-3] Cho số phức $z = a + bi$, với a và b là hai số thực. Để điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ Oxy nằm hẳn bên trong hình tròn tâm O bán kính $R = 2$ như hình bên thì điều kiện cần và đủ của a và b là

A. $a^2 + b^2 < 2$.

B. $a^2 + b^2 < 4$.

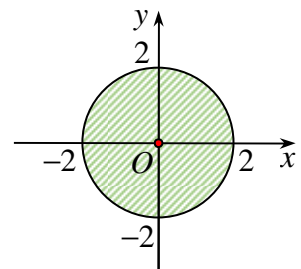
C. $a + b < 2$.

D. $a + b < 4$.

Lời giải

Chọn B.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phần bên trong hình tròn tâm O bán kính $R = 2$ có dạng: $x^2 + y^2 < 4$ mà điểm biểu diễn của $z = a + bi$ là $M(a; b)$ nằm bên trong đường tròn nên $a^2 + b^2 < 4$.



Câu 33: [2D4-2] Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$, $z_2 = -4 - 6i$ có các điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ lần lượt là hai điểm M và N . Gọi z là số phức mà có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn MN . Hỏi z là số phức nào trong các số phức dưới đây?

- A. $z = -3 - 9i$. B. $z = -1 - 3i$. C. $z = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $M(1; -3)$, $N(-4; -6)$. Suy ra trung điểm I của MN là $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$

Do đó I là điểm biểu diễn của số phức $z = -\frac{3}{2} - \frac{9}{2}i$.

Câu 34: [2D4-3] Cho số phức z thỏa điều kiện $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z^2 + 4| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |z^2 - (2i)^2| = |z(z + 2i)| \Leftrightarrow |(z - 2i)(z + 2i)| = |z(z + 2i)|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z + 2i = 0 & (1) \\ |z - 2i| = |z| & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow z = -2i. \text{ Suy ra } |z + i| = |-2i + i| = |-i| = 1.$$

$$(2) \Leftrightarrow |x + yi - 2i| = |x + yi| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y - 2)^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4y + 4 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow y = 1.$$

$$\text{Suy ra } |z + i| = |x + yi + i| = \sqrt{x^2 + (y + 1)^2} = \sqrt{x^2 + 4} \geq 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $|z + i|$ bằng 1.

Câu 35: [2H2-3] Một khối gỗ có dạng là lăng trụ, biết diện tích đáy và chiều cao lần lượt là $0,25\text{ m}^2$ và $1,2\text{ m}$. Mỗi mét khối gỗ này trị giá 5 triệu đồng. Hỏi khối gỗ đó có giá bao nhiêu tiền?

- A. 750000 đồng. B. 500000 đồng. C. 1500000 đồng. D. 3000000 đồng.

Lời giải

Chọn C.

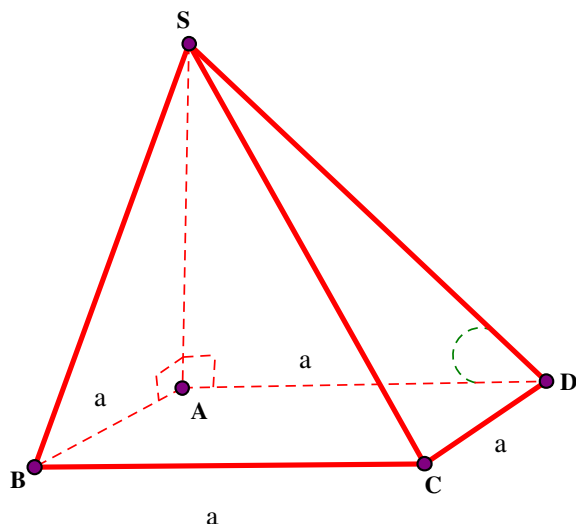
$$\text{Thể tích của khối gỗ là } V = S.h = 0,25.1,2 = \frac{3}{10} (\text{m}^3).$$

$$\text{Vậy khối gỗ đó có giá : } V.5000000 = \frac{3}{10}.5000000 = 1500000.$$

Câu 36: [2H1-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SD hợp với đáy một góc 60° . Hỏi thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = a^3\sqrt{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Chọn D.

Theo đề có : $\widehat{SDA} = 60^\circ \Rightarrow SA = AD \cdot \tan 60 = a\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} dt_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37: [2H1-3] Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ$, $\widehat{ASC} = 90^\circ$, $SA = SB = 1$, $SC = 3$. Gọi M là điểm trên cạnh SC sao cho $SM = \frac{1}{3}SC$. Khi đó, thể tích V của khối chóp $S.ABM$ bằng

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $V = \frac{\sqrt{3}}{36}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{36}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Lời giải

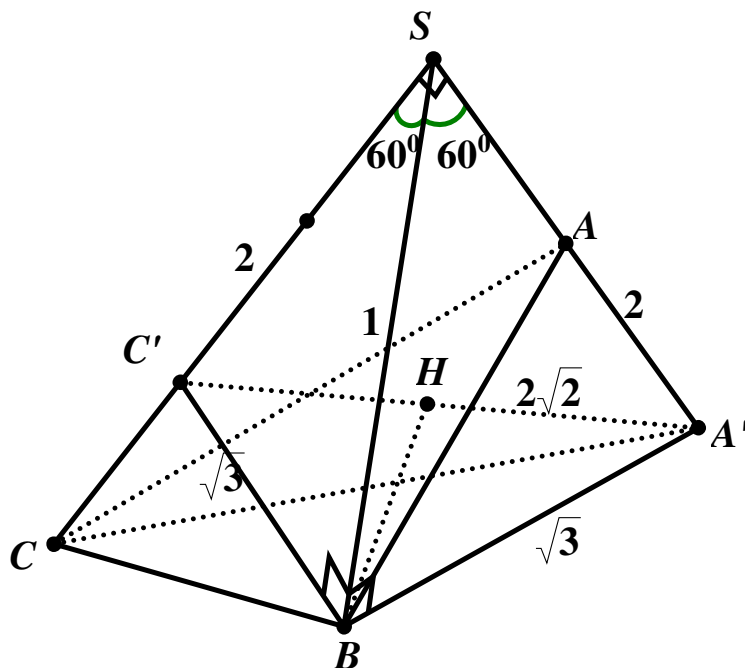
Chọn D.

Cách 1: Áp dụng công thức $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot abc \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \varphi + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \varphi}$

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2:



Gọi A' , C' lần lượt là các điểm trên SA và SC sao cho $SA' = SC' = 2$. Khi đó $\widehat{SBA'} = \widehat{SBC'} = 90^\circ$ hay $SB \perp (A'BC')$.

Tam giác $A'BC'$ cân tại B , gọi H là hình chiếu của B trên $A'C'$ ta có: $A'C' = 2\sqrt{2}$, $BH = 1$.

$$V_{S.A'BC'} = \frac{1}{3} \cdot SB \cdot \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AC = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'BC'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SC}{SC'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

$$\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SC} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABM} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 38: [2H2-2] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông cân tại B , $AB = a\sqrt{2}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{6}$. Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

A. $4\pi a^2\sqrt{6}$.

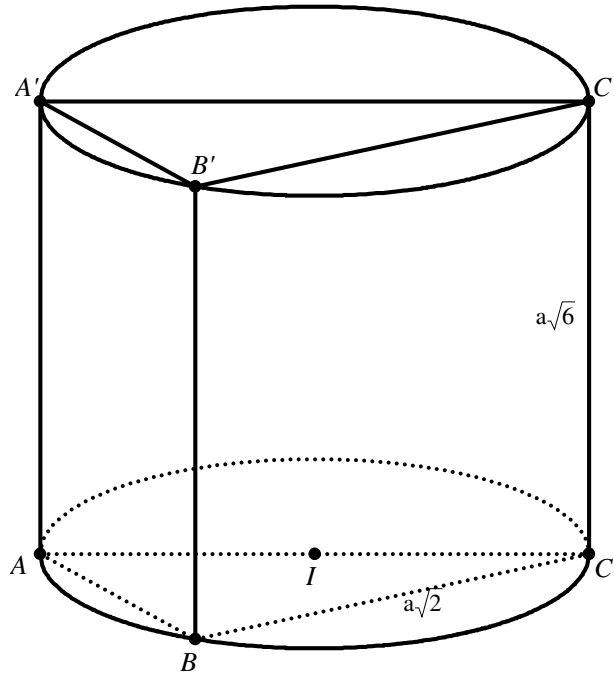
B. $4\pi a^2$.

C. $2\pi a^2\sqrt{6}$.

D. $\pi a^2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C.



Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn bán kính

$$R = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = a.$$

Hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho có chiều cao $h = l = AA' = a\sqrt{6}$.

Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi \cdot r \cdot l = 2\pi \cdot a \cdot a\sqrt{6} = 2\pi a^2 \sqrt{6}$.

Câu 39: [2H2-2] Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Gọi V_1 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB và V_2 là thể tích khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC . Khi đó, tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{16}{9}$.

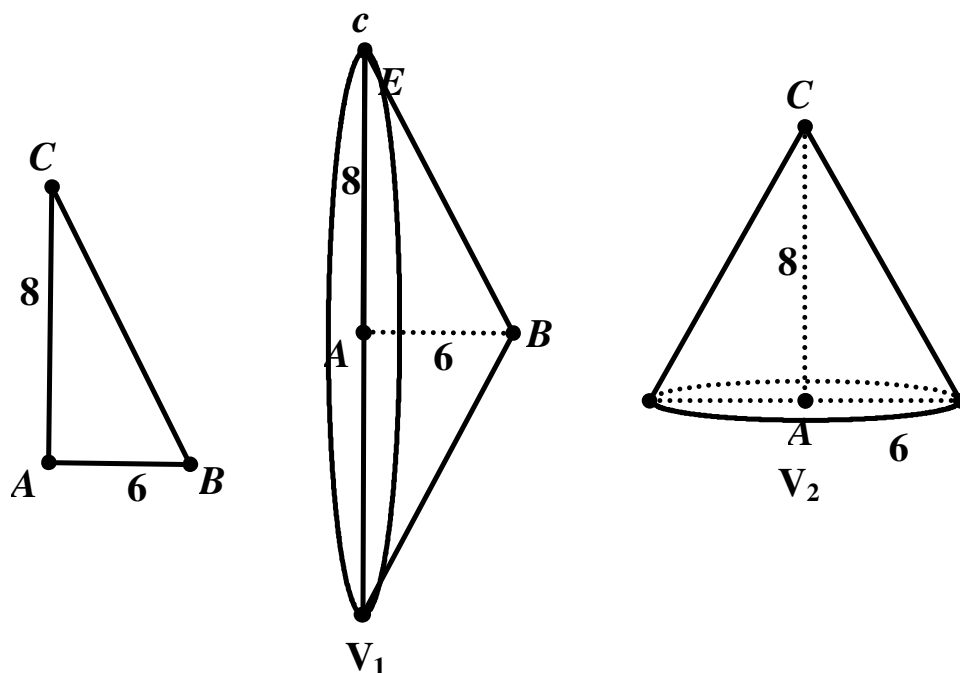
B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn C.



Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB có bán kính đáy bằng $r_1 = 8$ và chiều cao bằng $h_1 = 6$. Khối nón tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC có bán kính đáy bằng $r_2 = 6$ và chiều cao bằng $h_2 = 8$ nên ta có:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r_1^2 h_1}{\pi r_2^2 h_2} = \frac{\pi \cdot 8^2 \cdot 6}{\pi \cdot 6^2 \cdot 8} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}.$$

Câu 40: [2H2-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Hỏi bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A. $R = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

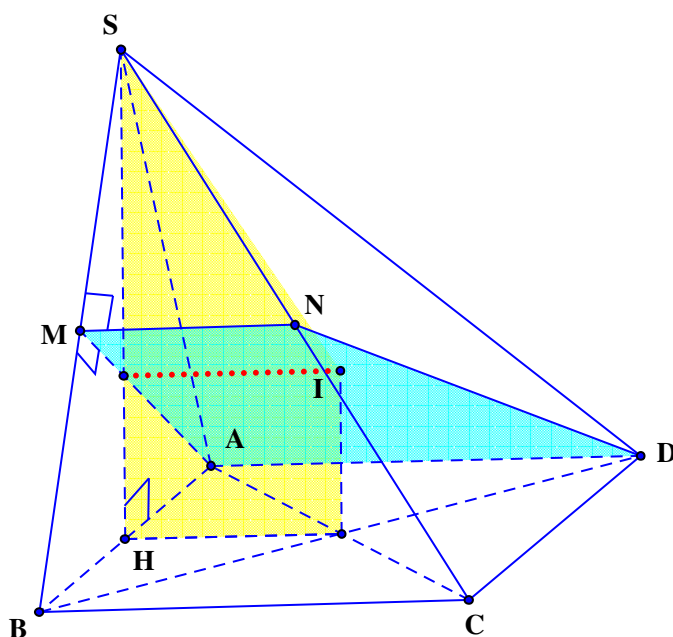
B. $R = \frac{\sqrt{11}}{4}.$

C. $R = \frac{\sqrt{7}}{4}.$

D. $R = \frac{\sqrt{21}}{6}.$

Lời giải

Chọn D.



Gọi O là tâm của đáy, Δ là trục của đáy $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và d là trục của mặt bên SAB .

Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$. Ta có I là giao điểm của Δ và d .

$$\text{Ta có } R = IS = \sqrt{IG^2 + SG^2} = \sqrt{\left(\frac{AD}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

Câu 41: [2H2-1] Một người dùng một cái ca hình bán cầu có bán kính là 3cm để mức nước đổ vào trong một thùng hình trụ chiều cao 10cm và bán kính đáy bằng 6cm. Hỏi người ấy sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)

A. 20 lần.

B. 10 lần.

C. 12 lần.

D. 24 lần.

Lời giải

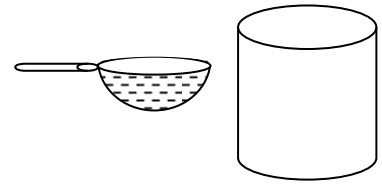
Chọn A.

Gọi thể tích khối cầu là V_1 ; thể tích khối trụ là V_2 .

$$\text{Thể tích cái ca là: } V_{ca} = \frac{1}{2}V_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 18\pi.$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V_2 = \pi r^2 h = \pi \cdot 6^2 \cdot 10 = 360\pi.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_2}{V_{ca}} = \frac{360\pi}{18\pi} = 20.$$



Câu 42: [2H1-1] Cho khối tứ diện $ABCD$ có ba cạnh AB , AC , AD đôi một vuông góc và có thể tích bằng V . Gọi S_1 , S_2 , S_3 theo thứ tự là diện tích các tam giác ABC , ACD , ADB . Khi đó, khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $V = \frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{3}.$

B. $V = \frac{\sqrt{2S_1 S_2 S_3}}{3}.$

C. $V = \frac{\sqrt{2S_1 S_2 S_3}}{6}.$

D. $V = \frac{\sqrt{S_1 S_2 S_3}}{6}.$

Lời giải

Chọn B.

$$V = \frac{1}{3} \cdot AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{8 \cdot \frac{1}{8} \cdot AB^2 \cdot AD^2 \cdot AC^2} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{8 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \cdot AD \cdot AC \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AD} = \frac{\sqrt{8S_1 S_2 S_3}}{6}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\sqrt{2S_1 S_2 S_3}}{3}.$$

Câu 43: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; -3; 5)$, $N(6; -4; -1)$ và đặt $u = \overrightarrow{MN}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. $u = (4; -1; -6).$

B. $u = \sqrt{53}.$

C. $u = 3\sqrt{11}.$

D. $u = (-4; 1; 6).$

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{MN}(4; -1; -6) \Rightarrow |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{4^2 + 1 + 36} = \sqrt{53}.$$

Câu 44: [2H3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{52}.$

B. $R = 3\sqrt{2}.$

C. $R = \sqrt{10}.$

D. $R = 2\sqrt{15}.$

Lời giải

Chọn C.

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 4 = 0 \text{ có bán kính là } R = \sqrt{2^2 + 1^2 + 3^2 - 4} = \sqrt{10}.$$

Câu 45: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$. B. $m = 1$. C. $m = 3$. D. $m = -1$.

Lời giải

Chọn B.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): \vec{n}(1; m+1; -2)$.

Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(Q): \vec{m}(2; -1; 0)$.

Theo yêu cầu bài toán: $\vec{n} \cdot \vec{m} = 0 \Leftrightarrow 2 - (m+1) = 0 \Leftrightarrow 2 - m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 46: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:

- A. $y - 2z + 2 = 0$. B. $x + 2z - 3 = 0$. C. $2y - z + 1 = 0$. D. $x + y - z = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; 1)$

Mặt phẳng (P) cần tìm có vector pháp tuyến là: $\vec{n}_p = [\overrightarrow{AB}, \vec{i}] = (0; 1; -2)$

Suy ra: $(P): (y-0) - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow y - 2z + 2 = 0$.

Câu 47: [2H3-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và điểm $M(1;1;2)$. Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

- A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{2}$. B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$. D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: (d) có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \vec{n}_p = (1; -2; 1)$ nên $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 48: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;1;1)$ và $E(1;2;3)$. Hỏi từ 5 điểm này tạo được tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 điểm trong 5 điểm đó?

- A. 7 mặt phẳng. B. 10 mặt phẳng. C. 12 mặt phẳng. D. 5 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn A.

Mặt phẳng qua A, B, C là: $(ABC): \frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$

Dễ thấy $D \in (P)$ và $E \notin (P)$

Nhận thấy $\overrightarrow{AD} = (-2; 1; 1)$, $\overrightarrow{BD} = (1; -2; 1)$, $\overrightarrow{CD} = (1; 1; -2)$ không có vectơ nào cùng phương nên không có 3 điểm nào thẳng hàng.

Vậy ta có các mặt phẳng: $(ABCD)$, (EAB) , (EAC) , (EAD) , (EBC) , (EBD) , (ECD) .

Câu 49: [2H3-3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 4)$ và $N(0; 1; 5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M sao cho khoảng cách từ N đến (P) là lớn nhất. Khi đó, khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (P) bằng bao nhiêu?

- A. $d = \frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $d = \sqrt{3}$. C. $d = \frac{1}{3}$. D. $d = -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (P) . Khi đó, tam giác MNH vuông tại H nên $NH \leq NM$. Do đó, để khoảng cách từ N đến mặt phẳng (P) lớn nhất thì $M \equiv H$ hay (P) qua M và có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{MN} = (1; -1; 1)$.

Suy ra: $(P): (x+1) - (y-2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow x - y + z - 1 = 0$

$$\text{Vậy } d(O; (P)) = \frac{|-1|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 50: [2H3-4] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) đồng thời đi qua hai điểm A và O sao cho chu vi tam giác OIA bằng $6 + \sqrt{2}$. Khi đó, phương trình mặt cầu (S) là phương trình nào sau đây, biết rằng tâm I có cao độ âm?

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 17$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 5$. D. $(x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $OA = \sqrt{2}$ và $IA = IO$ nên $IA = IO = 3$

Gọi $I(x; -x+z+3; z) \in (P)$, tọa độ I thỏa hệ:

$$\begin{cases} IO = 3 \\ IA = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (-x+z+3)^2 + z^2 = 9 \\ (1-x)^2 + (-x+z+3)^2 + (-1-z)^2 = 9 \end{cases}$$

Ta trừ hai phương trình với nhau và giải hệ ta có: $z = -2$ (do I có cao độ âm)

Vậy $I(-1; 2; -2)$ hay $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$.

----- HẾT -----