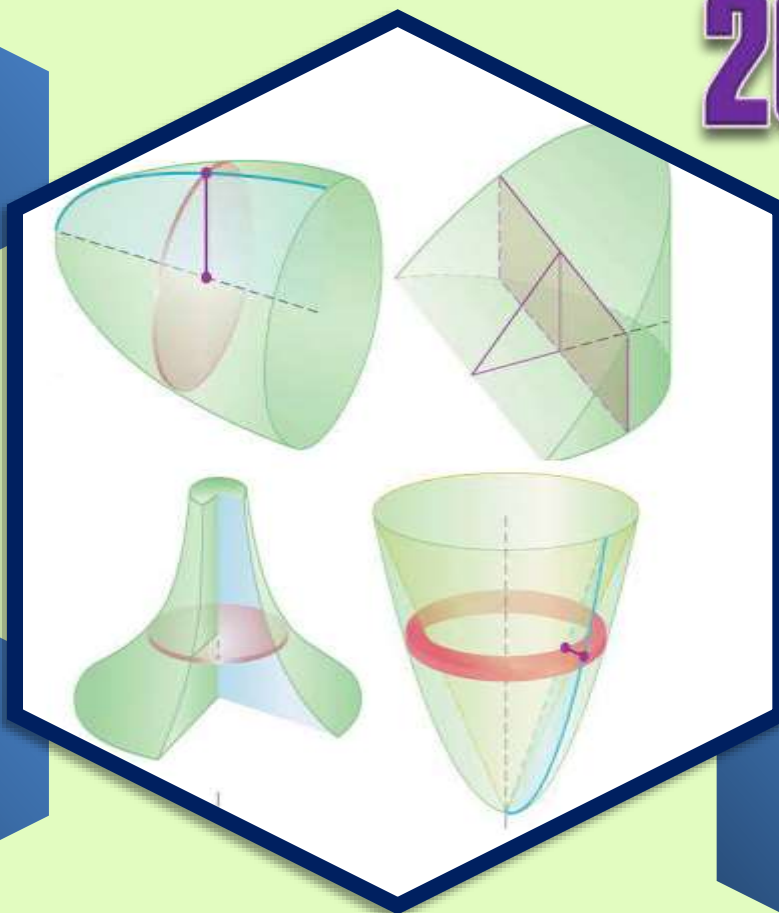


CÁC CHUYÊN ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT QUỐC GIA

2023



ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

Dành cho học sinh mất gốc Toán

Tác giả: LÊ BÁ BẢO
Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế
Admin CLB Giáo viên trẻ TP Huế

Chủ đề:

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TRONG HÌNH HỌC: TÍNH DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Bài toán 1: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx \quad (1)$$

Minh họa các dạng thường gặp:

$f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b].$	$f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b].$	$f(x)$ không mang 1 dấu trên $[a; b].$
$S = \int_a^b f(x) dx$	$S = \int_a^b [-f(x)] dx$	$S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b [-f(x)] dx$

Bài toán 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị của hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx \quad (2)$$

Minh họa các dạng thường gặp:

$f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; b].$	$f(x) \leq g(x), \forall x \in [a; b].$	$f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; c];$ $f(x) \leq g(x), \forall x \in [c; b]; (a < c < b).$
$S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$	$S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$	$S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx$

Lưu ý:

Phương pháp tự luận tính: $S_H = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Bước 1: Giải phương trình $f(x) = g(x)$. Giả sử có hai nghiệm x_1, x_2 ($a < x_1 < x_2 < b$)

Bước 2: Như vậy trên các đoạn $[a; x_1]$, $[x_1; x_2]$, $[x_2; b]$ thì $f(x) - g(x)$ không đổi dấu:

$$\begin{aligned} \text{Tức là: } S_H &= \int_a^b |f(x) - g(x)| dx = \int_a^{x_1} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_1}^{x_2} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_2}^b |f(x) - g(x)| dx \\ &= \left| \int_a^{x_1} [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_{x_1}^{x_2} [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_{x_2}^b [f(x) - g(x)] dx \right| \end{aligned}$$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $-\int_a^b f(x) dx$. B. $\int_b^a f(x) dx$. C. $\int_a^b |f(x)| dx$. D. $\int_a^b f(x) dx$.

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ có diện tích là

- A. $S = \int_2^1 f(x) dx$. B. $S = \int_2^1 |f(x)| dx$. C. $S = \int_1^2 f(x) dx$. D. $S = \int_1^2 |f(x)| dx$.

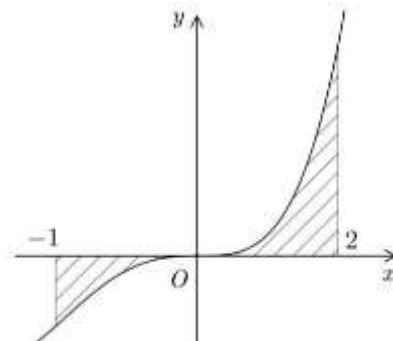
Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$. B. $S = -\int_a^b f(x) dx$. C. $S = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Câu 4: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2x^2, x = 0, x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x - 2x^2) dx$. D. $S = \int_0^1 |2x^2 + x| dx$.

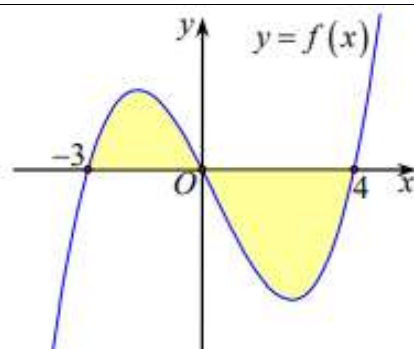
Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ trong hình vẽ bên.



Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx, b = \int_0^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = a + b$. B. $S = -a - b$. C. $S = a - b$. D. $S = b - a$.

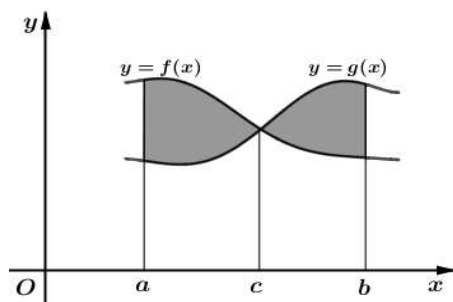
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên dưới. Gọi A_1, A_2 là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox (tham khảo hình vẽ)



Khi đó $\int_{-3}^4 f(x)dx$ bằng

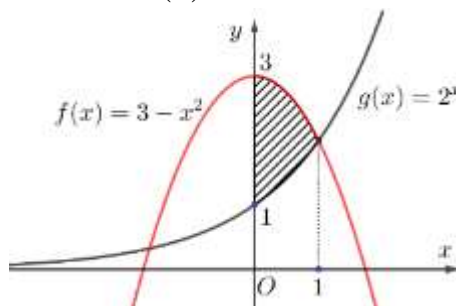
- A. $2A_1 - A_2$. B. $A_1 + A_2$. C. $A_1 - A_2$. D. $A_2 - A_1$.

Câu 7: Công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ như hình vẽ bên dưới:



- A. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)]dx + \int_c^b [g(x) - f(x)]dx$. B. $S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)]dx \right|$.
C. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)]dx + \int_c^b [f(x) - g(x)]dx$. D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)]dx \right|$.

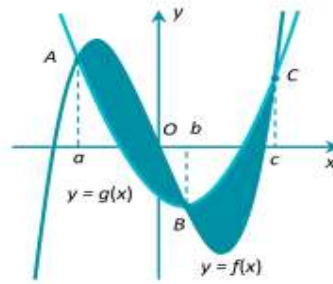
Câu 8: Cho hai đồ thị hàm số $f(x) = 3 - x^2$ và $g(x) = 2^x$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?

- A. $\pi \int_0^1 [(3 - x^2)^2 - 4^x]dx$. B. $\int_0^1 (3 - x^2 - 2^x)dx$.
C. $\int_1^3 (3 - x^2 - 2^x)dx$. D. $\int_1^3 (3 - x^2 - 2^x)dx$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức là

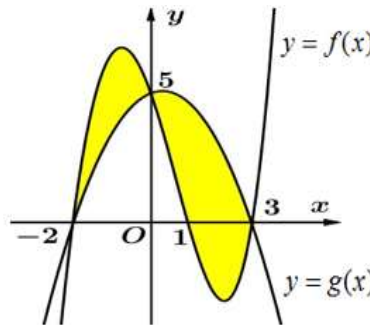
A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|.$

D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

Câu 10: Diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



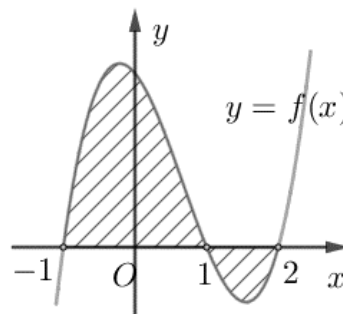
A. $\int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx.$

B. $\int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx.$

C. $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx.$

D. $\int_{-2}^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx.$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

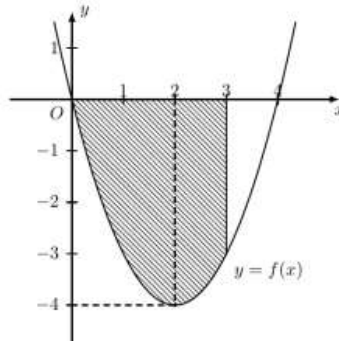
A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

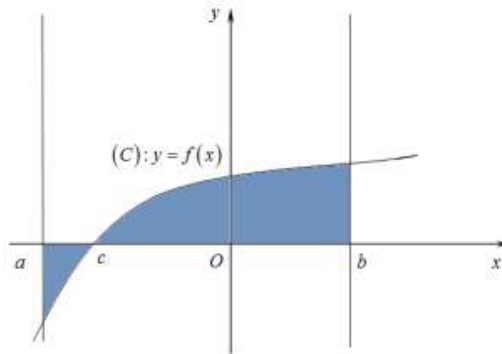
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của miền được tô đậm như hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?

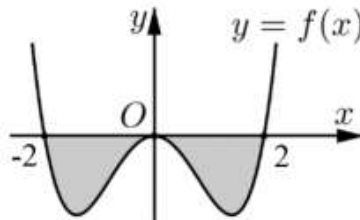
- A. $S = -\int_0^3 f(x)dx$. B. $S = -\int_0^4 f(x)dx$. C. $S = \int_0^3 f(x)dx$. D. $S = \int_0^4 f(x)dx$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm như hình vẽ) được tính theo công thức.



- A. $S = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$. B. $\int_a^b f(x)dx$.
C. $\left| \int_a^b f(x)dx \right|$. D. $S = -\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.

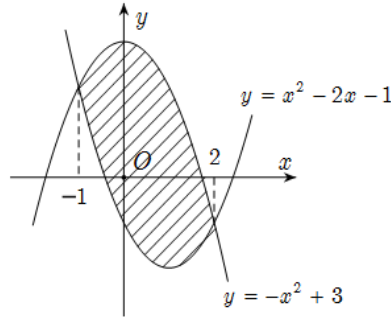
Câu 14: Hình vẽ bên dưới biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $-2; 0; 2$. (tham khảo hình vẽ)



Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây sai?

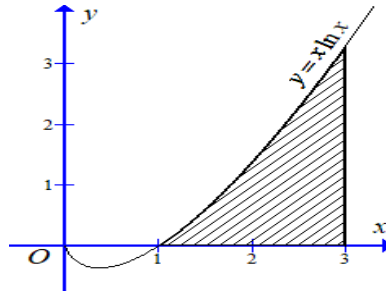
- A. $S = \int_{-2}^0 f(x)dx + \int_0^2 f(x)dx$. B. $S = -\int_{-2}^0 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx$.
C. $S = \int_{-2}^2 |f(x)|dx$. D. $S = \left| \int_{-2}^0 f(x)dx \right| + \left| \int_0^2 f(x)dx \right|$.

Câu 15: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



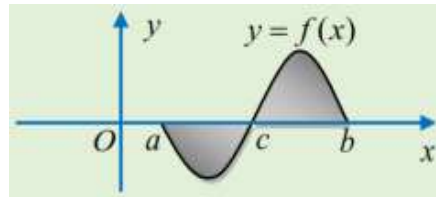
- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$. C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 16: Cho hình phẳng (H) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng (H) .



- A. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$. B. 1. C. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$. D. $\frac{9}{2} \ln 3 + 2$.

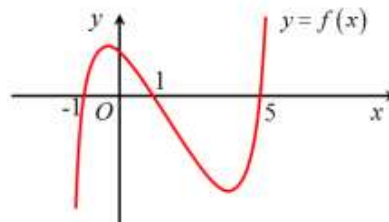
Câu 17: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$, như hình dưới đây:



Biết $\int_a^c f(x) dx = -3$ và $\int_c^b f(x) dx = 5$. Hỏi S bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 5. C. 8. D. 2.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$, như hình vẽ bên dưới đây:



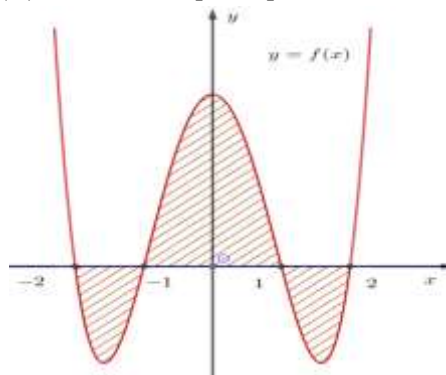
Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 19: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ dưới đây:



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx = \frac{-22}{15}$ và $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{76}{15}$. Diện tích hình phẳng gạch chéo bằng

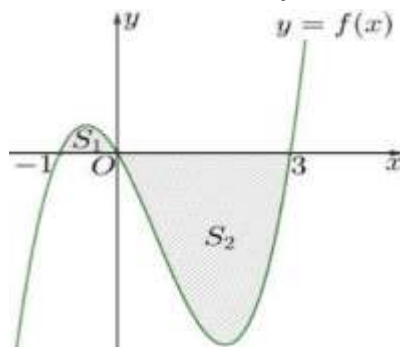
A. $\frac{98}{15}$

B. $\frac{32}{15}$

C. $\frac{18}{5}$

D. 8.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 f(x)dx$.

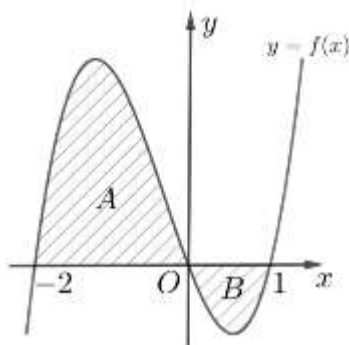
A. $I = \frac{32}{3}$

B. $I = \frac{71}{6}$

C. $I = -\frac{71}{6}$

D. $I = -\frac{32}{3}$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1)dx$ bằng

A. $\frac{13}{3}$

B. 3.

C. 9.

D. 13.

- Câu 22:** Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$.
- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{47}{15}$. C. $S = \frac{5}{3}$. D. $S = \frac{5\pi}{3}$.
- Câu 23:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?
- A. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$.
- Câu 24:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ được tính bằng công thức nào sau đây?
- A. $\pi \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx$. B. $\left| \int_1^2 (x^2 - 2) dx \right|$. C. $\int_1^2 (x^2 - 2) dx$. D. $\int_1^2 |x^2 - 2| dx$.
- Câu 25:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x$, trục hoành, các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.
- A. $\frac{1}{6}$. B. 4. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{29}{6}$.
- Câu 26:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?
- A. $\int_0^4 (x^2 - 4x) dx$. B. $\int_0^4 (-x^2 + 4x) dx$. C. $\int_0^4 (x^2 + 4x) dx$. D. $\int_0^4 (-x^2 - 2x) dx$.
- Câu 27:** Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là
- A. $S = 10$. B. $S = 12$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.
- Câu 28:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành là
- A. $\frac{1}{6}\pi$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{36}$. D. $-\frac{1}{6}$.
- Câu 29:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x$ bằng
- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{125\pi}{6}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{125}{6}$.
- Câu 30:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ bằng
- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. 4. D. $\frac{20}{3}$.
- Câu 31:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$; $g(x) = x - 3$ là
- A. $S = 8$. B. $S = 4$. C. $S = 12$. D. $S = 16$.
- Câu 32:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ là
- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{189}{4}$. C. 6. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 33:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$ bằng
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 34: Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$. C. $S = \frac{793}{4}$. D. $S = \frac{397}{4}$.

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ bằng

- A. $\frac{37}{12}$. B. $I = \frac{9}{4}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13.

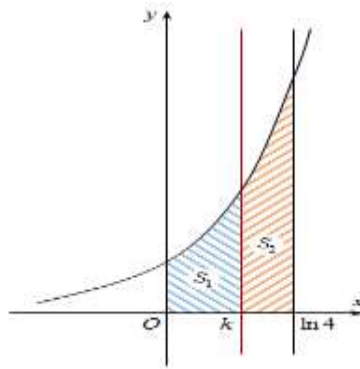
Câu 36: Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (H): $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

- A. $S = \ln 2 + 1$. B. $S = \ln 4 + 1$. C. $S = \ln 4 - 1$. D. $S = \ln 2 - 1$.

Câu 37: Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

- A. $S = \int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx$. B. $S = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx$. C. $S = \left| \int_{-1}^2 (x^2 - 1) dx \right|$. D. $S = \int_1^2 |x^2 - 1| dx$.

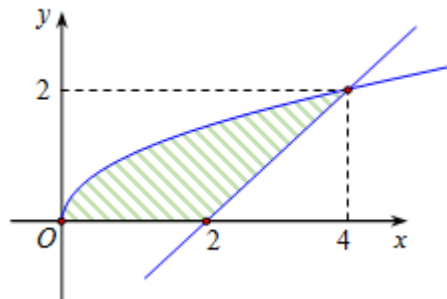
Câu 38: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ dưới đây:



Giá trị k để $S_1 = 2S_2$ là

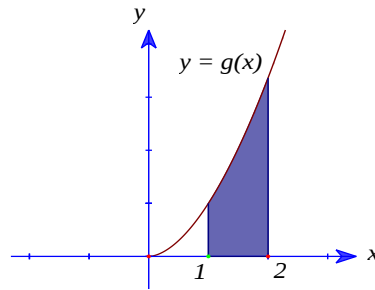
- A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. B. $k = \ln 2$. C. $k = \ln \frac{8}{3}$. D. $k = \ln 3$.

Câu 39: Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $g(x) = x - 2$ như trong hình sau:



- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = \frac{10}{3}$. C. $S = \frac{11}{3}$. D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x) = xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0; 2]$ (như hình vẽ).



Biết diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tích phân $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{5}{4}$. D. 10.

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = f(x)$, trục hoành, các đường thẳng $x = a$, $x = b$ là

- A. $-\int_a^b f(x)dx$. B. $\int_b^a f(x)dx$. C. $\int_a^b |f(x)|dx$. D. $\int_a^b f(x)dx$.

Câu 2: Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ có diện tích là

- A. $S = \int_2^1 f(x)dx$. B. $S = \int_2^1 |f(x)|dx$. C. $S = \int_1^2 f(x)dx$. D. $S = \int_1^2 |f(x)|dx$.

Lời giải:

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ có diện tích là $S = \int_1^2 |f(x)|dx$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = -\int_a^b f(x)dx$. C. $S = \pi \int_a^b f(x)dx$. D. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính bằng công thức $S = \int_a^b |f(x)|dx = -\int_a^b f(x)dx$ (Vì $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$).

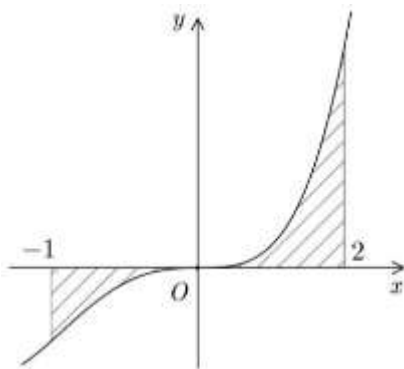
Câu 4: Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2x^2, x = 0, x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_0^1 |2x^2 - x|dx$. B. $S = \int_0^1 (2x^2 - x)dx$. C. $S = \int_0^1 (x - 2x^2)dx$. D. $S = \int_0^1 |2x^2 + x|dx$.

Lời giải:

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2x^2, x = 0, x = 1$ được tính theo công thức $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx = -\int_0^1 (2x^2 - x) dx = \int_0^1 (x - 2x^2) dx$.

Câu 5: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ trong hình vẽ bên.



Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx, b = \int_0^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = a + b$.

B. $S = -a - b$.

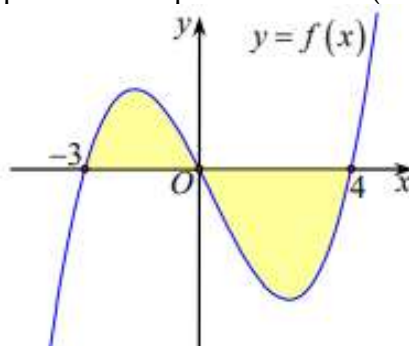
C. $S = a - b$.

D. $S = b - a$.

Lời giải:

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên dưới. Gọi A_1, A_2 là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox (tham khảo hình vẽ)



Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx$ bằng

A. $2A_1 - A_2$.

B. $A_1 + A_2$.

C. $A_1 - A_2$.

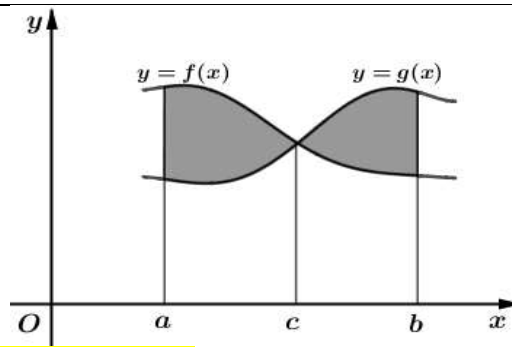
D. $A_2 - A_1$.

Lời giải:

Ta có $A_1 = \int_{-3}^0 f(x) dx; A_2 = -\int_0^4 f(x) dx$.

Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx = \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = A_1 - A_2$.

Câu 7: Công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ như hình vẽ bên dưới:



A. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \right|.$

C. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

Lời giải:

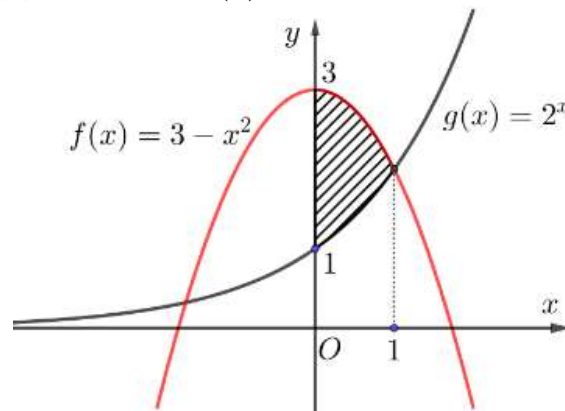
Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$, hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ là:

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Do đó: công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ như hình vẽ là

$$S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx.$$

Câu 8: Cho hai đồ thị hàm số $f(x) = 3 - x^2$ và $g(x) = 2^x$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây ?

A. $\pi \int_0^1 [(3 - x^2)^2 - 4^x] dx .$

B. $\int_0^1 (3 - x^2 - 2^x) dx .$

C. $\int_1^3 (3 - x^2 - 2^x) dx .$

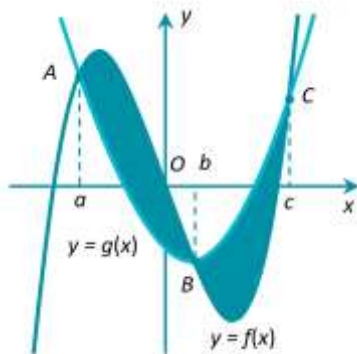
D. $\int_1^3 (3 - x^2 - 2^x) dx .$

Lời giải:

Dựa theo hình vẽ trên, diện tích phần gạch chéo tính theo công thức

$$\int_0^1 |3 - x^2 - 2^x| dx = \int_0^1 (3 - x^2 - 2^x) dx.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức là

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|.$

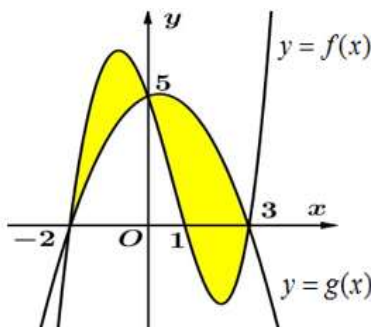
D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

Lời giải:

Áp dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = f(x)$,

$y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = c$ ta có $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 10: Diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-2}^3 (f(x) - g(x)) dx.$

B. $\int_{-2}^3 (g(x) - f(x)) dx.$

C. $\int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx.$

D. $\int_{-2}^0 (g(x) - f(x)) dx + \int_0^3 (f(x) - g(x)) dx.$

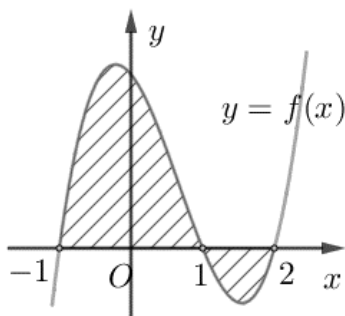
Lời giải:

Từ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ ta có diện tích phần hình phẳng tô đen trong hình vẽ bên dưới được tính là

$$S = \int_{-2}^3 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-2}^0 |f(x) - g(x)| dx + \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx$$

$$= \int_{-2}^0 (f(x) - g(x)) dx + \int_0^3 (g(x) - f(x)) dx.$$

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên).



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$

Lời giải:

Ta có $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$

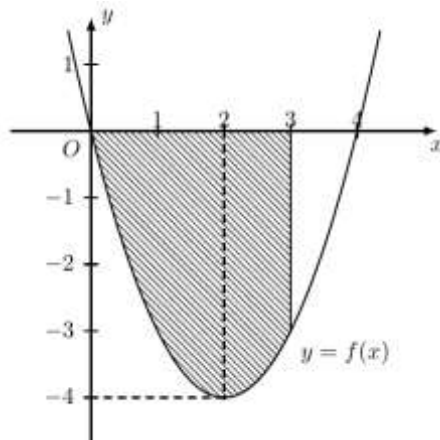
Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1; 1]$ nên

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx; \text{ hàm số } f(x) \text{ liên tục và nhận giá trị không dương trên đoạn } [1; 2] \text{ nên}$$

$$\int_1^2 |f(x)| dx = -\int_1^2 f(x) dx$$

Vậy $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



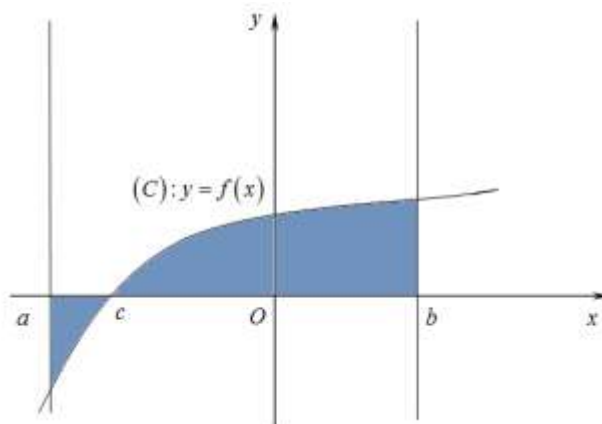
Diện tích S của miền được tô đậm như hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?

A. $S = -\int_0^3 f(x) dx$. **B.** $S = -\int_0^4 f(x) dx$. **C.** $S = \int_0^3 f(x) dx$. **D.** $S = \int_0^4 f(x) dx$.

Lời giải:

Ta có $S = \int_0^3 |f(x)| dx = -\int_0^3 f(x) dx$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) (phần tô đậm như hình vẽ) được tính theo công thức.



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $\int_a^b f(x) dx$.

C. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

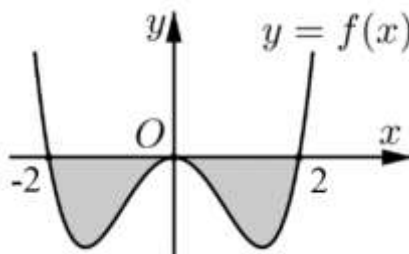
D. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Lời giải:

Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Câu 14: Hình vẽ bên dưới biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $-2; 0; 2$. (tham khảo hình vẽ)



Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx$.

B. $S = -\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx.$

D. $S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$ đúng.

Trục hoành cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $-2; 0; 2$ nên

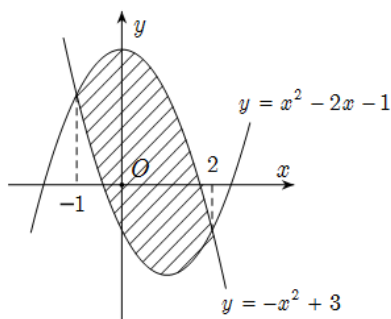
$S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$ đúng.

Theo hình vẽ, đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm bên dưới trục hoành nên

$S = -\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx$ đúng.

Vậy đáp án sai là $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx.$

Câu 15: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên dưới được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

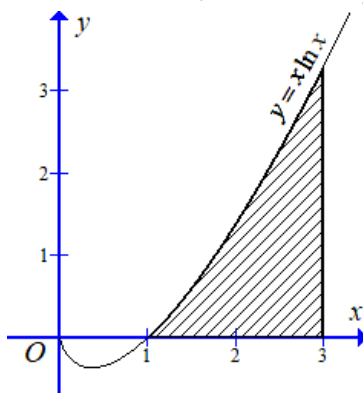
D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Lời giải:

Ta thấy: $\forall x \in [-1; 2] : -x^2 + 3 \geq x^2 - 2x - 1$ nên

$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

Câu 16: Cho hình phẳng (H) như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng (H).



A. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$.

B. 1.

C. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$.

D. $\frac{9}{2} \ln 3 + 2$.

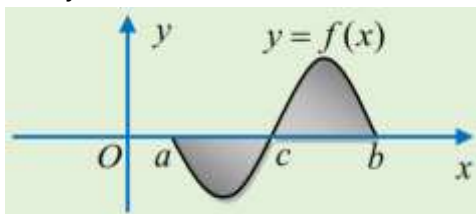
Lời giải:

Diện tích hình phẳng (H) là: $S = \int_1^3 x \ln x$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{1}{2} x^2 \end{cases}$, nên:

$$S = \int_1^3 x \ln x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^3 - \frac{1}{2} \int_1^3 x dx = \frac{1}{2} x^2 \ln x \Big|_1^3 - \frac{1}{4} x^2 \Big|_1^3 = \frac{9}{2} \ln 3 - 2.$$

Câu 17: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$, như hình dưới đây:



Biết $\int_a^c f(x) dx = -3$ và $\int_c^b f(x) dx = 5$. Hỏi S bằng bao nhiêu?

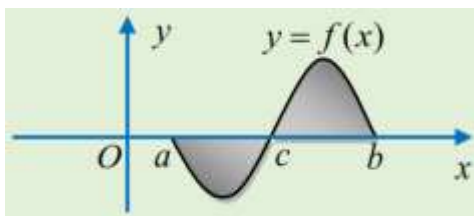
A. 3.

B. 5.

C. 8.

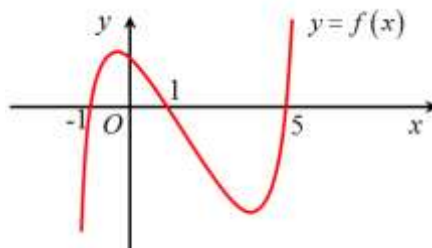
D. 2.

Lời giải:



Dựa vào đồ thị trên hình vẽ ta có: $S = \int_a^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = -(-3) + 5 = 8$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$, như hình vẽ bên dưới đây:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$.

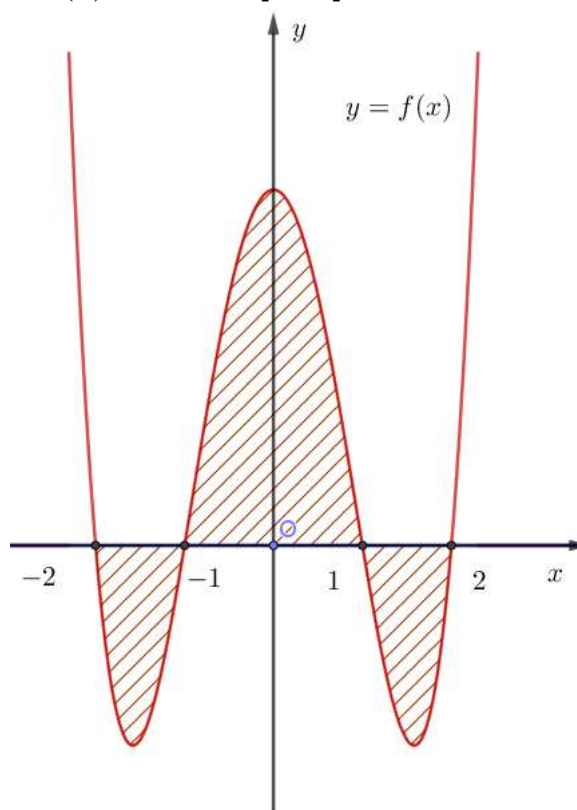
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx + \int_1^5 f(x)dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Lời giải:

Ta có diện tích hình phẳng cần tìm $S = \int_{-1}^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 |f(x)|dx + \int_1^5 |f(x)|dx = \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^5 f(x)dx.$

Câu 19: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ như hình vẽ dưới đây:



Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx = \frac{-22}{15}$ và $\int_{-1}^1 f(x)dx = \frac{76}{15}$. Diện tích hình phẳng gạch chéo bằng

A. $\frac{98}{15}$

B. $\frac{32}{15}$

C. $\frac{18}{5}$

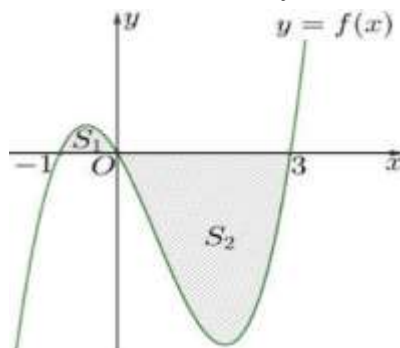
D. 8.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có diện tích hình phẳng bằng

$$\int_{-2}^2 |f(x)|dx = -\int_{-2}^{-1} f(x)dx + \int_{-1}^1 f(x)dx - \int_1^2 f(x)dx = \frac{22}{15} + \frac{76}{15} + \frac{22}{15} = 8.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{32}{3}$. B. $I = \frac{71}{6}$. C. $I = -\frac{71}{6}$. D. $I = -\frac{32}{3}$.

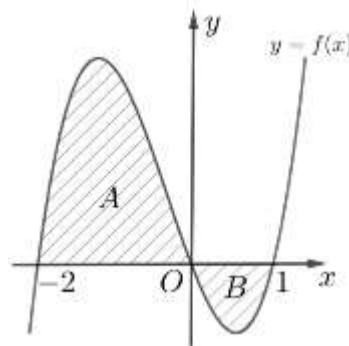
Lời giải:

Dựa trên đồ thị hàm số ta có $S_1 = \int_{-1}^0 f(x) dx = \frac{7}{12}$.

$$S_2 = \int_0^3 -f(x) dx = \frac{45}{4} \Rightarrow \int_0^3 f(x) dx = -\frac{45}{4}.$$

$$\text{Do đó } I = \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \frac{7}{12} - \frac{45}{4} = -\frac{32}{3}.$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$ bằng

- A. $\frac{13}{3}$. B. 3. C. 9. D. 13.

Lời giải:

+) Xét $I = \int_{-1}^0 f(3x+1) dx$, đặt $(3x+1) = t \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$

+) Đổi cận $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow t = -2 \\ x = 0 \Rightarrow t = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{3} \int_{-2}^1 f(t) dt = \frac{1}{3} \left[\int_{-2}^0 f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt \right] = \frac{1}{3} (S_A - S_B) = \frac{1}{3} (11 - 2) = 3.$$

Câu 22: Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$.

- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{47}{15}$. C. $S = \frac{5}{3}$. D. $S = \frac{5\pi}{3}$.

Lời giải:

Ta có $S = \int_0^1 |2x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx = \frac{5}{3}$.

Câu 23: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx$. C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx$. D. $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx$.

Lời giải:

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức $S = \int_0^1 |x^2 - (-1)| dx = \int_0^1 (x^2 + 1) dx$.

Câu 24: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A. $\pi \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx$. B. $\left| \int_1^2 (x^2 - 2) dx \right|$. C. $\int_1^2 (x^2 - 2) dx$. **D. $\int_1^2 |x^2 - 2| dx$.**

Lời giải:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ là: $\int_1^2 |x^2 - 2| dx$

Câu 25: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x$, trục hoành, các đường thẳng $x = -1$, $x = 2$.

- A. $\frac{1}{6}$. B. 4. C. $\frac{9}{2}$. **D. $\frac{29}{6}$.**

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-1}^0 (x^2 + x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^2 + x) dx \right| = \frac{29}{6}.$$

Câu 26: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_0^4 (x^2 - 4x) dx$. **B. $\int_0^4 (-x^2 + 4x) dx$.** C. $\int_0^4 (x^2 + 4x) dx$. D. $\int_0^4 (-x^2 - 2x) dx$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y = x^2 - 3x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ là:

$$x^2 - 3x + 1 = x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x + 1$ và đường thẳng $y = x + 1$ là:

$$S = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx \text{ (do } x^2 - 4x \leq 0 \text{ với mọi } x \in [0; 4]).$$

Câu 27: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

- A. $S = 10$.** B. $S = 12$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.

Lời giải:

Diện tích S của hình phẳng cần tính là $S = \int_0^2 |3x^2 + 1| dx = 10$ (đvdt).

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành là

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

Lời giải:

Ta có: $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$. Nhận thấy $y = x^2 - x < 0 \quad \forall x \in (0;1)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành là

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}.$$

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{125\pi}{6}$.

C. $\frac{\pi}{6}$.

D. $\frac{125}{6}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^2$ và $y = x$ là:

$$x = x^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\text{Diện tích hình phẳng } S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ bằng

A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. 4.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $-x^2 + 4x + 1 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases}$

$$S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \left| \int_0^2 (x^2 - 2x) dx \right| = \frac{4}{3}.$$

Câu 31: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$; $g(x) = x - 3$ là

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$ và $g(x) = x - 3$:

$$x^3 - 3x - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm 2 \end{cases}$$

Diện tích cần tìm là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8. \end{aligned}$$

Câu 32: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ là

A. $\frac{27}{4}$.

B. $\frac{189}{4}$.

C. 6.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$x^3 - 2x^2 + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S = \int_0^3 |x^3 - 3x^2| dx = \frac{27}{4}$.

Câu 33: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = -2x^3 + x^2 + x + 5$ và đồ thị (C') của hàm số $y = x^2 - x + 5$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $-2x^3 + x^2 + x + 5 = x^2 - x + 5 \Leftrightarrow 2x^3 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$

Diện tích hình phẳng là: $S = \int_{-1}^1 |2x^3 + 2x| dx = \int_{-1}^0 |2x^3 + 2x| dx + \int_0^1 |2x^3 + 2x| dx.$

$$= \left| \int_{-1}^0 (2x^3 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (2x^3 - 2x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{2} - x^2 \right) \right|_{-1}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{2} - x^2 \right) \right|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Câu 34: Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là

A. $S = \frac{937}{12}$.

B. $S = \frac{343}{12}$.

C. $S = \frac{793}{4}$.

D. $S = \frac{397}{4}$.

Lời giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Diện tích cần tìm là: $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$

$$= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_{-3}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_0^4$$

$$= \left| \frac{-99}{4} \right| + \left| \frac{-160}{3} \right| = \frac{937}{12}.$$

Câu 35: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $I = \frac{9}{4}$.

C. $\frac{81}{12}$.

D. 13.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 - x - (x - x^2)| dx = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$$

$$= \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^1 = -\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{37}{12}.$$

Câu 36: Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $S = \ln 2 + 1$.

B. $S = \ln 4 + 1$.

C. $S = \ln 4 - 1$.

D. $S = \ln 2 - 1$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm (H) và trục Ox là: $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 1$.

Giao điểm (H) và trục Oy là: $(0; -1)$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ là:

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \left| \int_0^1 \left(1 - \frac{2}{x+1} \right) dx \right| = \left| \left(x - 2\ln(x+1) \right) \Big|_0^1 \right| = 2\ln 2 - 1 = \ln 4 - 1.$$

Câu 37: Công thức tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - 1$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

A. $S = \int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx$.

B. $S = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx$.

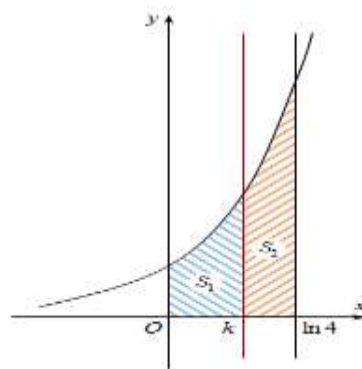
C. $S = \left| \int_{-1}^2 (x^2 - 1) dx \right|$.

D. $S = \int_1^2 |x^2 - 1| dx$.

Lời giải:

Xét phương trình: $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \Rightarrow S = \int_{-1}^2 |x^2 - 1| dx$.

Câu 38: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0, x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ dưới đây:



Giá trị k để $S_1 = 2S_2$ là

A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

B. $k = \ln 2$.

C. $k = \ln \frac{8}{3}$.

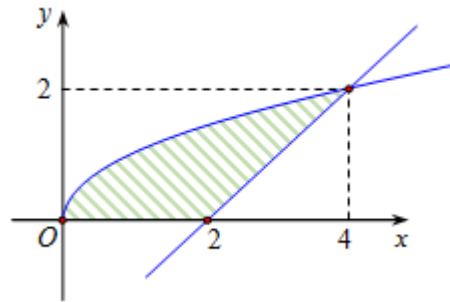
D. $k = \ln 3$.

Lời giải:

Ta có $S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1$ và $S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_k^{\ln 4} = 4 - e^k$.

Ta có $S_1 = 2S_2 \Leftrightarrow e^k - 1 = 2(4 - e^k) \Leftrightarrow k = \ln 3$.

Câu 39: Tính diện tích S của hình phẳng (phần gạch sọc) giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f(x) = \sqrt{x}$ và $g(x) = x - 2$ như trong hình sau:



A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = \frac{10}{3}$.

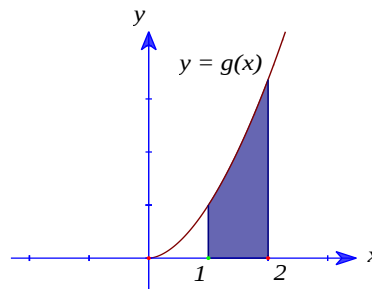
C. $S = \frac{11}{3}$.

D. $S = \frac{7}{3}$.

Lời giải:

$$S = \int_0^4 |\sqrt{x} - (x - 2)| dx = \int_0^4 \sqrt{x} - (x - 2) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^2}{2} + 2x \right) \Big|_0^4 = \frac{10}{3}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = g(x) = xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0; 2]$ (như hình vẽ).



Biết diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tích phân $\int_1^4 f(x) dx$ bằng

A. 5.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{5}{4}$.

D. 10.

Lời giải:

Ta có diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, nên $S = \int_1^2 |xf(x^2)| dx = \int_1^2 xf(x^2) dx = \frac{5}{2}$.

Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2x dx$, khi $x = 1 \Rightarrow t = 1$, khi $x = 2 \Rightarrow t = 4$.

Vì thế $\frac{5}{2} = \int_1^2 xf(x^2) dx = \frac{1}{2} \int_1^4 f(t) dt \Rightarrow \int_1^4 f(t) dt = 5$. Vậy $\int_1^4 f(x) dx = 5$.

Chủ đề:

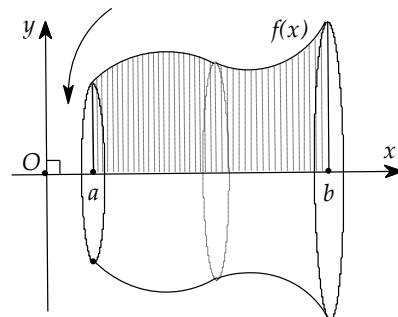
ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN TRONG HÌNH HỌC: TÍNH THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Một hình phẳng quay quanh một trục nào đó tạo nên một **khối tròn xoay**.

Dạng 1: (Hình phẳng quay quanh Ox) Cho hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quay quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là:

$$V_x = \pi \int_a^b f^2(x) dx \quad (6)$$



Dạng 2: Thể tích khối tròn xoay có được khi quay nhiều đồ thị hàm số quanh một trục.

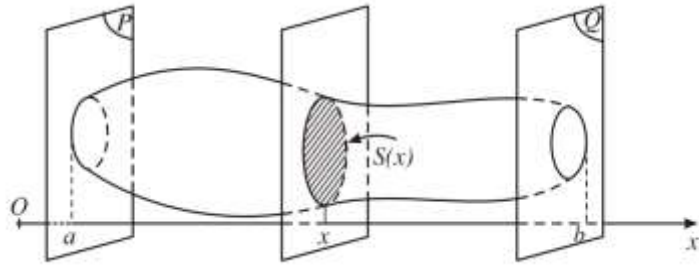
Ta tiến hành chia phần thể tích V thành các phần thể tích thành phần $V_1, V_2, \dots$ mà mỗi phần được tính bằng các công thức (6), (7).

Minh họa các dạng thường gặp:

$f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; b].$ $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$	$g(x) \geq f(x), \forall x \in [a; b].$ $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx$
$f(x) \geq g(x), \forall x \in [a; c]; \quad g(x) \geq f(x), \forall x \in [c; b].$ $V = \pi \int_a^c [f^2(x) - g^2(x)] dx + \pi \int_c^b [g^2(x) - f^2(x)] dx$	$f(x) \geq h(x), \forall x \in [a; c];$ $g(x) \geq h(x), \forall x \in [c; b].$ $V = \pi \int_a^c [f^2(x) - h^2(x)] dx + \pi \int_c^b [g^2(x) - h^2(x)] dx$

Dạng 3:

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$.



Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MINH HỌA

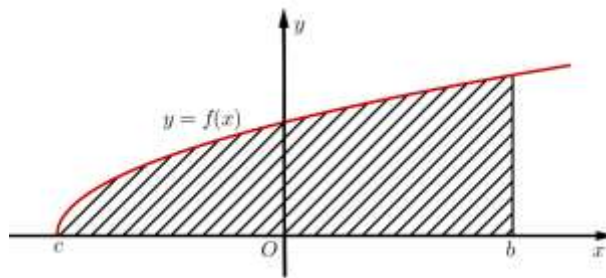
Câu 1: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=a, x=b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0, x=4$ quay quanh trục Ox là:

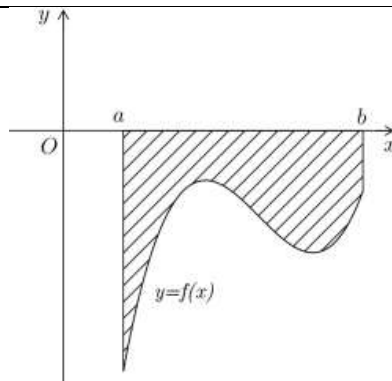
A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 3: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x=b$ (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?



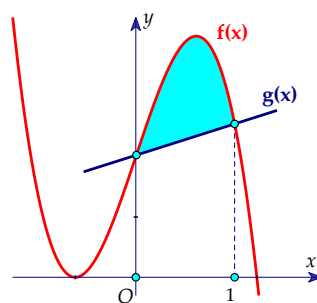
A. $V = \int_b^c [f(x)]^2 dx$. B. $V = \int_c^b |f(x)| dx$. C. $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_b^c [f(x)] dx$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x=a, x=b$ và trục hoành quanh Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là



A. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $\int_a^b [f(x)]^2 dx$. C. $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $-\int_a^b f(x) dx$.

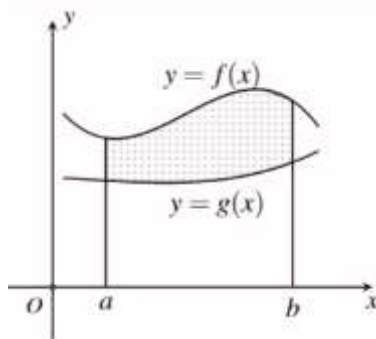
Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn với đường cong $y = f(x)$, đường thẳng $y = g(x)$, $Oy, x=1$ (tham khảo hình vẽ).



Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx + \pi \int_a^b g^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx - \int_a^b g^2(x) dx$.
C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx - \pi \int_a^b g^2(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.
C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx$.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[3;4]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=3$, $x=4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi \int_3^4 f^2(x) dx$. B. $V = \pi^2 \int_3^4 f^2(x) dx$. C. $V = \int_3^4 f(x) dx$. D. $V = \int_3^4 f^2(x) dx$.

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \cos x$, $y=0$, $x=0$, $x=\frac{\pi}{4}$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi(\pi+2)}{4}$. B. $\frac{\pi+2}{8}$. C. $\frac{\pi(\pi+2)}{8}$. D. $\frac{\pi^2+1}{4}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=a$ và $x=b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 10: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=-1$ và $x=1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{1-x^4}$.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{2}{5}$. C. 4. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 11: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. 3π .

Câu 12: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$; $x=2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($0 \leq x \leq 2$) ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\frac{\pi(13e^4-1)}{4}$. B. $\frac{13e^4-1}{4}$. C. $2e^2$. D. $2\pi e^2$.

Câu 13: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=-2$ và $x=2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2;2]$) là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 14: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin x + 2$.

A. $\frac{7\pi}{6} + 1$. B. $\frac{9\pi}{8} + 1$. C. $\frac{7\pi}{6} + 2$. D. $\frac{9\pi}{8} + 2$.

Câu 15: Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. $V=3$. B. $V=18$. C. $V=22$. D. $V=20$.

Câu 16: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $21\sqrt{3}$. B. 21 . C. $63\sqrt{3}$. D. 63 .

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sqrt{-e^x+4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$; V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V=\pi\int_1^2(e^x-4x)dx$. B. $V=\pi\int_1^2(4x-e^x)dx$. C. $V=\int_1^2(e^x-4x)dx$. D. $V=\int_1^2(4x-e^x)dx$.

Câu 18: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=e^x$, $y=-3$, $x=0$, $x=2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S=\pi\int_0^2(e^x+3)^2dx$. B. $S=\int_0^2(e^x-3)dx$. C. $S=\int_0^2(e^x+3)dx$. D. $S=\pi\int_0^2(e^x+3)dx$.

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=3x-x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V=\frac{81}{10}\pi$. B. $V=\frac{81}{10}$. C. $V=\frac{9}{2}$. D. $V=\frac{9}{2}\pi$.

Câu 20: Giả sử D là hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y=x^2-3x+2$ và trục hoành. Quay D quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V=\frac{\pi}{30}$. B. $V=\frac{1}{6}$. C. $V=\frac{\pi}{6}$. D. $V=\frac{1}{30}$.

Câu 21: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=-x^2-2x+3$ và trục Ox quanh trục Ox là:

A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{16\pi^3}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

Câu 22: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2$ và $y=2x+3$ quanh trục Ox là:

A. $\frac{1088\pi}{15}$. B. $\frac{138\pi}{5}$. C. $\frac{9\pi}{2}$. D. $\frac{72\pi}{5}$.

Câu 23: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y=(2x-1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x=e$. Thể tích V khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\int_1^e(2x-1)^2\ln x dx$. B. $V=\int_{\frac{1}{2}}^e(2x-1)^2\ln x dx$.

C. $V = \pi \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

D. $V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^e (2x-1)^2 \ln x dx.$

Câu 24: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x+1}$ trục hoành và đường thẳng $x=1$ là

A. $3\pi \ln 3.$

B. $\pi(3\ln 3 - 2).$

C. $3\ln 3 - 1.$

D. $\pi(3\ln 3 - 1).$

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

A. $V = \frac{4}{3}\pi.$

B. $V = \frac{16}{15}\pi.$

C. $V = \frac{16}{15}.$

D. $V = \frac{4}{3}.$

Câu 27: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $\frac{9}{8}.$

B. $\frac{81}{80}.$

C. $\frac{81\pi}{80}.$

D. $\frac{9\pi}{8}.$

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

A. $V = 4 - 2e.$

B. $V = (4 - 2e)\pi.$

C. $V = e^2 - 5.$

D. $V = (e^2 - 5)\pi.$

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng d : $y = 2x$ quay xung quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx.$

B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx.$

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx.$

D. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_0^1 xe^x dx.$

B. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$

C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx.$

D. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$

Câu 31: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{68\pi^2}{3}.$

B. $\frac{28\pi}{3}.$

C. $\frac{68\pi}{3}.$

D. $\frac{28\pi^2}{3}.$

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3} - 1).$

B. $\pi \ln \sqrt{3}.$

C. $\frac{8\pi}{9}.$

D. $\pi \ln 3.$

Câu 33: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = 6 - e^2 - e$. **B.** $V = \pi(6 - e^2 + e)$. **C.** $V = \pi(6 - e^2 - e)$. **D.** $V = 6 - e^2 + e$.

Câu 34: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^{2x}, y = 0, x = 1, x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 3^{4x} dx$. **B.** $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$. **C.** $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$. **D.** $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$.

Câu 35: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 5^x, y = 0, x = -2, x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$. **B.** $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$. **C.** $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$. **D.** $V = 2\pi \int_0^2 5^{2x} dx$.

Câu 36: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, x = -1, x = 1$ và trục hoành bằng?

A. $\frac{2\pi}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 37: Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x},$ trục Ox và hai đường thẳng $x=1; x=4$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = 3\pi^2 \int_1^4 x dx$. **B.** $V = 3\pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. **C.** $V = 9\pi \int_1^4 x dx$. **D.** $V = 3 \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Câu 38: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x},$ trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$. **B.** $V = 2\pi(\pi + 1)$. **C.** $V = 2\pi^2$. **D.** $V = 2\pi$.

Câu 39: Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1},$ trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$. **B.** $V = 2\pi$. **C.** $V = \frac{4}{3}$. **D.** $V = 2$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x),$ các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}f(x),$ các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1 = 9V_2$. **B.** $V_2 = 9V_1$. **C.** $V_1 = 3V_2$. **D.** $V_2 = 3V_1$.

III. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. **B.** $V = \int_a^b f^2(x) dx$. **C.** $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. **D.** $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

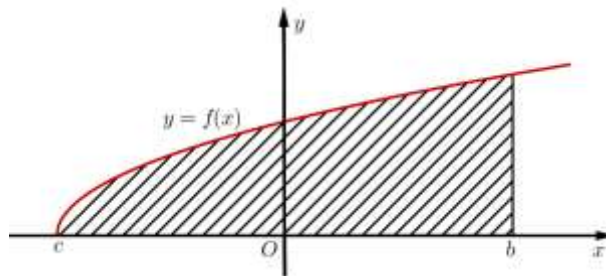
Lời giải:

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án A.**

Câu 2: Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx$. **B.** $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx$. **C.** $V = \pi \int_0^4 f(x) dx$. **D.** $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx$.

Câu 3: Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = b$ (phần gạch chéo trong hình vẽ) quay xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

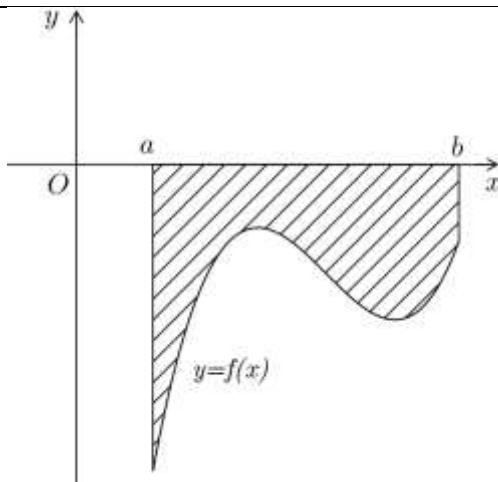


A. $V = \int_b^c [f(x)]^2 dx$. **B.** $V = \int_c^b |f(x)| dx$. **C.** $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_b^c [f(x)] dx$.

Lời giải:

Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = b$ là $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ và trục hoành quanh Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là



A. $\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

B. $\int_a^b [f(x)]^2 dx.$

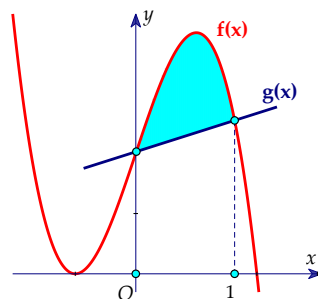
C. $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $-\int_a^b f(x) dx.$

Lời giải:

Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, đường thẳng $x = a, x = b$ và trục hoành quanh Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

Câu 5: Cho hình phẳng (H) giới hạn với đường cong $y = f(x)$, đường thẳng $y = g(x), Oy, x = 1$ (tham khảo hình vẽ).



Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V được tính bởi công thức nào dưới đây?

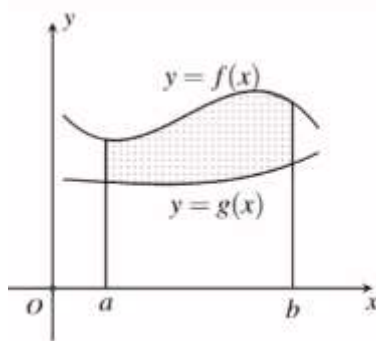
A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx + \pi \int_a^b g^2(x) dx.$

B. $V = \int_a^b f^2(x) dx - \int_a^b g^2(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx - \pi \int_a^b g^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x), y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$ (có đồ thị như hình vẽ). Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay hình phẳng H quay quanh trục Ox : $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[3; 4]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 3$, $x = 4$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi \int_3^4 f^2(x) dx.$

B. $V = \pi^2 \int_3^4 f^2(x) dx.$

C. $V = \int_3^4 f(x) dx.$

D. $V = \int_3^4 f^2(x) dx.$

Lời giải:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục hoành, ta được khối tròn xoay có thể tích V được tính theo công thức: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

Câu 8: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi(\pi + 2)}{4}.$

B. $\frac{\pi + 2}{8}.$

C. $\frac{\pi(\pi + 2)}{8}.$

D. $\frac{\pi^2 + 1}{4}.$

Lời giải:

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x) dx = \frac{\pi}{2} \left(x + \frac{\sin 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \right) = \frac{\pi(\pi + 2)}{8}.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx.$

D. $V = \int_a^b S(x) dx.$

Lời giải:

Câu 10: Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{1-x^4}$.

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. 4.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải:

Gọi độ dài cạnh tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sqrt{1-x^4}$ là $\frac{\sqrt{1-x^4}}{\sqrt{2}}$

Ta có diện tích thiết diện được cho bằng: $S(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{1-x^4}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{1}{4} (1-x^4)$

Thể tích vật thể cần tìm là: $V = \int_{-1}^1 S(x) \cdot dx = \int_{-1}^1 \frac{1}{4} (1-x^4) dx = \frac{2}{5}$.

Câu 11: Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

A. $2\pi\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3π .

Lời giải:

Ta có $V = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (2\sqrt{\sin x})^2 dx = \int_0^\pi \sqrt{3} \cdot \sin x dx = -\sqrt{3} \cos x \Big|_0^\pi = 2\sqrt{3}$.

Câu 12: Cho vật thể (T) giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$; $x = 2$. Cắt vật thể (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại x ($0 \leq x \leq 2$) ta thu được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $(x+1)e^x$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\frac{\pi(13e^4 - 1)}{4}$.

B. $\frac{13e^4 - 1}{4}$.

C. $2e^2$.

D. $2\pi e^2$.

Lời giải:

Diện tích thiết diện là $S(x) = (x+1)^2 e^{2x}$.

Thể tích của vật thể (T) là $V = \int_0^2 S(x) dx = \int_0^2 (x+1)^2 e^{2x} dx$.

$$V = \frac{1}{2} (x+1)^2 e^{2x} \Big|_0^2 - \int_0^2 (x+1) e^{2x} dx = \frac{9e^4 - 1}{2} - \left(\frac{x+1}{2} e^{2x} \Big|_0^2 - \frac{1}{2} \int_0^2 e^{2x} dx \right)$$

$$= \frac{9e^4 - 1}{2} - \frac{3e^4 - 1}{2} + \frac{1}{4} e^{2x} \Big|_0^2 = 3e^4 + \frac{1}{4} e^4 - \frac{1}{4} = \frac{13e^4 - 1}{4}.$$

Câu 13: Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2; 2]$) là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

A. π .

B. $\frac{32}{3}$.

C. $\frac{32\pi}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Thể tích của vật thể } (T) \text{ là } V = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{4-x^2} \right)^2 dx = \int_{-2}^2 (4-x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{32}{3}.$$

Câu 14: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$, $x=\pi$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin x + 2$.

A. $\frac{7\pi}{6} + 1$.

B. $\frac{9\pi}{8} + 1$.

C. $\frac{7\pi}{6} + 2$.

D. $\frac{9\pi}{8} + 2$.

Lời giải:

Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$), a là cạnh góc vuông của tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $\sin x + 2$. Ta có: $a^2 + a^2 = (\sin x + 2)^2 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2}(\sin x + 2)^2 \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{4}(\sin x + 2)^2$.

Vậy thể tích vật thể là

$$\begin{aligned} V &= \int_0^\pi S(x) dx = \int_0^\pi \frac{1}{4}(\sin x + 2)^2 dx = \frac{1}{4} \int_0^\pi (\sin^2 x + 4\sin x + 4) dx = \frac{1}{4} \int_0^\pi \left(\frac{1 - \cos 2x}{2} + 4\sin x + 4 \right) dx \\ &= \frac{1}{8} \int_0^\pi (-\cos 2x + 8\sin x + 9) dx = \frac{1}{8} \left(-\frac{\sin 2x}{2} - 8\cos x + 9x \right) \Big|_{x=0}^{x=\pi} = \frac{9\pi}{8} + 2. \end{aligned}$$

Câu 15: Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. $V = 3$.

B. $V = 18$.

C. $V = 22$.

D. $V = 20$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } V = \int_0^3 2x\sqrt{9-x^2} dx \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{9-x^2} \Rightarrow t^2 = 9-x^2 \Rightarrow -tdt = xdx.$$

Đổi cận:

x	0	3
t	3	0

$$\text{Khi đó: } V = \int_3^0 2t(-tdt) = \int_0^3 2t^2 dt = 2 \frac{t^3}{3} \Big|_0^3 = 18.$$

Câu 16: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

A. $21\sqrt{3}$.

B. 21.

C. $63\sqrt{3}$.

D. 63.

Lời giải:

Diện tích thiết diện tạo ra khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) là $S(x) = 3 \cdot \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = 3x^2 \sqrt{3}$ nên thể tích vật thể là

$$V = \int_1^4 3x^2 \sqrt{3} dx = 63\sqrt{3}.$$

Câu 17: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1, x=2$; V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_1^2 (e^x - 4x) dx$. **B.** $V = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx$. **C.** $V = \int_1^2 (e^x - 4x) dx$. **D.** $V = \int_1^2 (4x - e^x) dx$.

Lời giải:

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_1^2 \left(\sqrt{-e^x + 4x} \right)^2 dx = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx.$$

Câu 18: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = -3$, $x = 0$, $x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)^2 dx$. **B.** $S = \int_0^2 (e^x - 3) dx$. **C.** $S = \int_0^2 (e^x + 3) dx$. **D.** $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3) dx$.

Lời giải:

$$S = \int_0^2 |e^x - (-3)| dx = \int_0^2 |e^x + 3| dx = \int_0^2 (e^x + 3) dx.$$

Câu 19: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{81}{10} \pi$. **B.** $V = \frac{81}{10}$. **C.** $V = \frac{9}{2}$. **D.** $V = \frac{9}{2} \pi$.

Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } 3x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}.$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 (3x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^3 (9x^2 - 6x^3 + x^4) dx = \pi \left(3x^3 - \frac{3}{2}x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^3 \\ &= \pi \left(3 \cdot 3^3 - \frac{3}{2} \cdot 3^4 + \frac{3^5}{5} \right) = \frac{81}{10} \pi. \end{aligned}$$

Câu 20: Giả sử D là hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành. Quay D quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{\pi}{30}$. **B.** $V = \frac{1}{6}$. **C.** $V = \frac{\pi}{6}$. **D.** $V = \frac{1}{30}$.

Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Thể tích của vật thể là: } V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx = \pi \int_1^2 (x^4 + 9x^2 + 4 - 6x^3 + 4x^2 - 12x) dx$$

$$= \pi \left(\frac{x^5}{5} + 3x^3 + 4x - \frac{3}{2}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - 6x^2 \right) \Big|_1^2 = \frac{\pi}{30}.$$

Câu 21: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 - 2x + 3$ và trục Ox quanh trục Ox là:

A. $\frac{16}{15}$.

B. $\frac{512\pi}{15}$.

C. $\frac{16\pi^3}{15}$.

D. $\frac{16\pi}{15}$.

Lời giải:

Hoành độ giao điểm của đường $y = -x^2 - 2x + 3$ với $y = 0$ là $x = 1; x = -3$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3)^2 dx = \frac{512\pi}{15}$.

Câu 22: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ quanh trục Ox là:

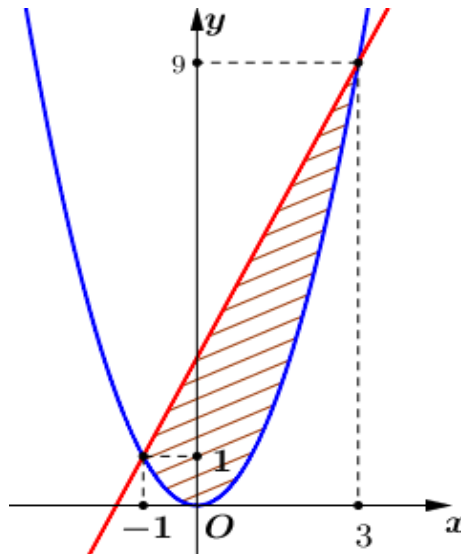
A. $\frac{1088\pi}{15}$.

B. $\frac{138\pi}{5}$.

C. $\frac{9\pi}{2}$.

D. $\frac{72\pi}{5}$.

Lời giải:



Hoành độ giao điểm của đường $y = x^2$ với $y = 2x + 3$ là $x = -1; x = 3$. Vậy thể tích của khối tròn xoay cần tính là: $V = \pi \int_{-1}^3 (2x + 3)^2 dx - \pi \int_{-1}^3 (x^2)^2 dx = \frac{1088\pi}{15}$.

Câu 23: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $y = (2x - 1)\sqrt{\ln x}$, trục hoành và đường thẳng $x = e$. Thể tích V khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_1^e (2x - 1)^2 \ln x dx$.

B. $V = \int_{\frac{1}{2}}^e (2x - 1)^2 \ln x dx$.

C. $V = \pi \int_1^e (2x - 1)^2 \ln x dx$.

D. $V = \pi \int_{\frac{1}{2}}^e (2x - 1)^2 \ln x dx$.

Lời giải:

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } (2x-1)\sqrt{\ln x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1. \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy nên thể tích cần tính là } V = \pi \int_1^e (2x-1)^2 \ln x dx.$$

Câu 24: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x+1}$ trục hoành và đường thẳng $x=1$ là

- A. $3\pi \ln 3$. B. $\pi(3\ln 3 - 2)$. C. $3\ln 3 - 1$. D. $\pi(3\ln 3 - 1)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có phương trình hoành độ giao điểm: } \frac{\sqrt{3x+1}}{x+1} = 0 \Leftrightarrow 3x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tính là } V = \pi \int_{-\frac{1}{3}}^1 f^2(x) dx = \pi \int_{-\frac{1}{3}}^1 \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx$$

$$\begin{aligned} \text{Xét tích phân } I &= \int_{-\frac{1}{3}}^1 \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx = \int_{-\frac{1}{3}}^1 \frac{3(x+1)-2}{(x+1)^2} dx = \int_{-\frac{1}{3}}^1 \left[\frac{3}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} \right] dx \\ &= \left(3\ln|x+1| + \frac{2}{x+1} \right) \Big|_{-\frac{1}{3}}^1 = 3\ln 2 + 1 - 3\ln \frac{2}{3} - 3 = 3\ln 3 - 2 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } V = \pi(3\ln 3 - 2).$$

Câu 25: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Lời giải:

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 26: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

- A. $V = \frac{4}{3}\pi$. B. $V = \frac{16}{15}\pi$. C. $V = \frac{16}{15}$. D. $V = \frac{4}{3}$.

Lời giải:

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (H) \text{ với trục hoành: } 2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases}.$$

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra do (H) quay quanh Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi.$$

Câu 27: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x - 1$ và trục hoành. Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành bằng

- A. $\frac{9}{8}$. B. $\frac{81}{80}$. C. $\frac{81\pi}{80}$. D. $\frac{9\pi}{8}$.

Lời giải:

+ Phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

+ Thể tích cần tìm là $V = \pi \int_{-\frac{1}{2}}^1 (2x^2 - x - 1)^2 dx = \frac{81\pi}{80}$.

Câu 28: Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = 4 - 2e$. B. $V = (4 - 2e)\pi$. C. $V = e^2 - 5$. D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Lời giải:

Phương trình hoành độ giao điểm $2(x-1)e^x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 [2(x-1)e^x]^2 dx = 4\pi \int_0^1 (x-1)^2 e^{2x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = (x-1)^2 \\ dv = e^{2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2(x-1)dx \\ v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 2(x-1) \frac{e^{2x}}{2} dx = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$$

Gọi $I_1 = \int_0^1 (x-1)e^{2x} dx$. Đặt $\begin{cases} u = x-1 \Rightarrow du = dx \\ dv = e^{2x} dx \Rightarrow v = \frac{e^{2x}}{2} \end{cases}$

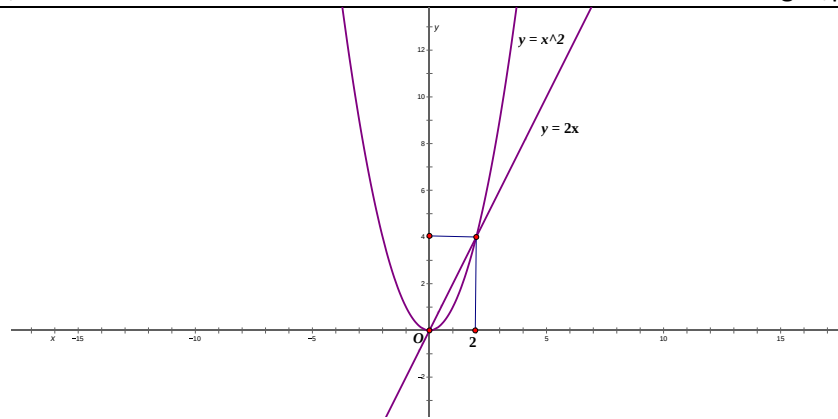
$$\Rightarrow I_1 = 4\pi (x-1) \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - 4\pi \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx = 2\pi - \pi e^{2x} \Big|_0^1 = 2\pi - \pi e^2 + \pi = 3\pi - \pi e^2$$

Vậy $V = 4\pi (x-1)^2 \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 - I_1 = -2\pi - (3\pi - \pi e^2) = \pi(e^2 - 5)$.

Câu 29: Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) : $y = x^2$ và đường thẳng d: $y = 2x$ quay xung quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$. B. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

Lời giải:



Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$$

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

A. $V = \pi \int_0^1 xe^x dx$. B. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$. D. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình phẳng quay quanh trục Ox .

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx.$$

Câu 31: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1 + \sqrt{x}$, Ox , $x = 0$, $x = 4$ quay quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\frac{68\pi^2}{3}$. B. $\frac{28\pi}{3}$. C. $\frac{68\pi}{3}$. D. $\frac{28\pi^2}{3}$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay tạo thành là:

$$V = \pi \int_0^4 (1 + \sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 (x + 1 + 2\sqrt{x}) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} + x + \frac{4}{3} x\sqrt{x} \right) \Big|_0^4 = \frac{68\pi}{3}.$$

Câu 32: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Quay hình phẳng

(H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. D. $\pi \ln 3$.

Lời giải:

$$\text{Thể tích khối tròn xoay bằng } V = \pi \int_0^2 \left[\frac{1}{\sqrt{x+1}} \right]^2 dx = \pi \int_0^2 \frac{1}{x+1} dx = \pi \ln(x+1) \Big|_0^2 = \pi \ln 3.$$

Câu 33: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = 6 - e^2 - e$. B. $V = \pi(6 - e^2 + e)$. C. $V = \pi(6 - e^2 - e)$. D. $V = 6 - e^2 + e$.

Lời giải:

Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) quanh trục hoành là:

$$V = \pi \int_1^2 (\sqrt{-e^x + 4x})^2 dx = \pi \int_1^2 (4x - e^x) dx = \pi (2x^2 - e^x) \Big|_1^2 = \pi(6 - e^2 + e).$$

Câu 34: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^{2x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 3^{4x} dx$. B. $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$. C. $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$.

Lời giải:

Câu 35: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$. B. $V = \int_{-2}^2 5^{2x} dx$. C. $V = \int_{-2}^2 |5^x| dx$. D. $V = 2\pi \int_0^2 5^{2x} dx$.

Lời giải:

Ta có thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ ($a < b$) sinh ra khi quay quanh trục Ox là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Áp dụng công thức ta có: $V = \pi \int_{-2}^2 (5^x)^2 dx = \pi \int_{-2}^2 25^x dx$.

Câu 36: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $x = -1$, $x = 1$ và trục hoành bằng?

A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $V = \pi \int_{-1}^1 x^2 dx = \pi \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^1 = \pi \left[\frac{1}{3} - \frac{(-1)^3}{3} \right] = \frac{2\pi}{3}$.

Câu 37: Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $V = 3\pi^2 \int_1^4 x dx$. B. $V = 3\pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$. C. $V = 9\pi \int_1^4 x dx$. D. $V = 3 \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

Lời giải:

Áp dụng công thức ta có $V = \pi \int_1^4 (3\sqrt{x})^2 dx = 9\pi \int_1^4 x dx$.

Câu 38: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2(\pi + 1)$.

B. $V = 2\pi(\pi + 1)$.

C. $V = 2\pi^2$.

D. $V = 2\pi$.

Lời giải:

Ta có: $V = \pi \int_0^\pi (\sqrt{2 + \sin x})^2 dx = \pi \int_0^\pi (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^\pi = 2\pi(\pi + 1)$.

Câu 39: Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{4\pi}{3}$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = \frac{4}{3}$.

D. $V = 2$.

Lời giải:

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x^2 + 1})^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3} f(x)$, các đường $x = 0, x = 1$ và trục Ox . Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $V_1 = 9V_2$.

B. $V_2 = 9V_1$.

C. $V_1 = 3V_2$.

D. $V_2 = 3V_1$.

Lời giải:

Ta có $V_1 = \pi \int_0^1 f^2(x) dx$ và $V_2 = \pi \int_0^1 \left[\frac{1}{3} f(x) \right]^2 dx = \frac{1}{9} \pi \int_0^1 f^2(x) dx$.

Vậy $V_2 = \frac{1}{9} V_1$ hay $V_1 = 9V_2$.