

Chương 3

Nguyên hàm. Tích phân & Ứng dụng

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên K (khoảng, đoạn hoặc nửa khoảng) chứa đoạn $[a; b]$.

1. Công thức định nghĩa của nguyên hàm, tích phân

- ☑ $F(x)$ là 1 nguyên hàm của $f(x)$ trên $K \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in K$
- ☑ $\int f(x) dx = F(x) + C \Leftrightarrow F'(x) = f(x), \forall x \in K$ (với C là một hằng số thực bất kỳ).
- ☑ $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$. Từ đây ta có $F(b) = F(a) + \int_a^b f(x) dx$.

2. Tích chất của nguyên hàm

- ☑ Mỗi hàm số $f(x)$ liên tục trên K có vô số nguyên hàm trên K . Các nguyên hàm đó chỉ sai khác nhau một hằng số C , nghĩa là nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$ trên K thì $F(x) - G(x) = C, \forall x \in K$.
 - ☑ $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx;$
 - ☑ $\int f'(x) dx = f(x) + C;$
 - ☑ $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}, k \neq 0.$
 - ☑ $\left(\int f(x) dx \right)' = f(x);$
- (giả sử $f(x), g(x)$ là các hàm số liên tục trên K)

3. Tích chất của tích phân

Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên K (khoảng, đoạn, nửa khoảng) chứa a, b, c . Khi đó

- ☑ $\int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a).$
- ☑ $\int_a^a f(x) dx = 0.$
- ☑ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du.$
- ☑ $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx.$
- ☑ $\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx.$
- ☑ $f(x) \geq 0, \forall x \in [a; b] \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \geq 0.$
- ☑ $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, \forall k \in \mathbb{R}$
- ☑ $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b] \Rightarrow \int_a^b f(x) dx \leq 0.$
- ☑ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, \forall a, b, c \in K.$
- ☑ $\left(\int_a^x f(t) dt \right)' = f(x), \forall a \in K.$

4. Bảng nguyên hàm của các hàm số thông dụng

Lưu ý: nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì $\int f(ax+b)dx = \frac{1}{a} \cdot F(ax+b) + C$ ($a \neq 0$).

Nguyên hàm	Nguyên hàm mở rộng (đổi x thành $ax+b, a \neq 0$)
$\int dx = x + C$	$\int a dx = ax + C$
$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$	$\int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \alpha \neq -1$
$\int \frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{x} + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)^2} dx = -\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{ax+b} + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$	$\int \frac{1}{\sqrt{ax+b}} dx = \frac{2}{a} \cdot \sqrt{ax+b} + C$
$\int \sqrt{x} dx = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$	$\int \sqrt{ax+b} dx = \frac{2}{3a} \cdot (ax+b)\sqrt{ax+b} + C$
$\int e^x dx = e^x + C$	$\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot e^{ax+b} + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int a^{mx+n} dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{a^{mx+n}}{\ln a} + C$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$	$\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \cdot \ln ax+b + C$
$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \sin(ax+b) dx = -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C$
$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \cos(ax+b) dx = \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$	$\int \frac{1}{\cos^2(ax+b)} dx = \frac{1}{a} \cdot \tan(ax+b) + C$
$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$	$\int \frac{1}{\sin^2(ax+b)} dx = -\frac{1}{a} \cdot \cot(ax+b) + C$

Một số công thức bổ sung để làm bài trắc nghiệm

$\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$	$\int \frac{1}{(ax+b)(cx+d)} dx = \frac{1}{ad-bc} \ln \left \frac{ax+b}{cx+d} \right + C$
$\int \tan^2 x dx = \tan x - x + C$	$\int \cot^2 x dx = -\cot x - x + C$
$\int \tan x dx = -\ln \cos x + C$	$\int \cot x dx = \ln \sin x + C$
$\int \frac{1}{\sin x} dx = \ln \left \tan \frac{x}{2} \right + C$	$\int \frac{1}{\cos x} dx = \ln \left \tan \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right + C$
$\int \frac{1}{x^n} dx = -\frac{1}{n-1} \cdot \frac{1}{x^{n-1}} + C$	$\int \sqrt[n]{x} dx = \frac{n}{n+1} \cdot x^{\frac{n}{n+1}} + C$
$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$	$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$
$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln \left x + \sqrt{x^2 + a} \right + C$	$\int \sqrt{x^2 + a} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a} + \frac{a}{2} \ln \left x + \sqrt{x^2 + a} \right + C$

5. Công thức nguyên hàm từng phần, tích phân từng phần

Với $u = u(x)$, $v = v(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên K ta có

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int_a^b u dv = (uv)|_a^b - \int_a^b v du$$

☑ Dưới đây là bảng các dạng nguyên hàm (tích phân) từng phần thường gặp:

	$\int P(x).e^{ax+b} dx$	$\int P(x).\sin ax dx$	$\int P(x).\cos ax dx$	$\int e^{ax} \cos x dx$	$\int P(x).\ln x dx$
u	$P(x)$	$P(x)$	$P(x)$	$\cos x$	$\ln x$
dv	$e^{ax+b} dx$	$\sin ax dx$	$\cos ax dx$	$e^{ax} dx$	$P(x)dx$

($P(x)$ là ký hiệu cho một đa thức ẩn x có dạng $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$)

6. Phương pháp đổi biến số trong bài toán nguyên hàm, tích phân

$$\text{Nếu } \int f(x)dx = F(x) + C \text{ thì } \int f[t(x)].t'(x)dx = F[t(x)] + C$$

Dạng tích phân	Đặc điểm nhận dạng	Cách đặt
$\int \frac{a.t(x) + b.t'(x)}{t(x)} dx$	Đặt biểu thức dưới mẫu	$t = t(x)$
$\int f(e^{t(x)}) . t'(x) dx$	Đặt biểu thức ở phần số mũ	$t = t(x)$
$\int f(t(x)).t'(x) dx$	Đặt biểu thức nằm bên trong dấu ngoặc	$t = t(x)$
$\int f(\sqrt[n]{t(x)}) . t'(x) dx$	Đặt căn thức có trong tích phân	$t = \sqrt[n]{t(x)}$
$\int f(\ln x) . \frac{dx}{x}$	Đặt biểu thức chứa lnx	$t = \ln x$
$\int f(\sin x) . \cos^{2n-1} x dx$	Gặp cos (mũ lẻ) x.dx đi kèm biểu thức theo sinx	$t = \sin x$
$\int f(\cos x) . \sin^{2n-1} x dx$	Gặp sin (mũ lẻ) x.dx đi kèm biểu thức theo cosx	$t = \cos x$
$\int f(\tan x) . \frac{dx}{\cos^2 x}$	Gặp $\frac{dx}{\cos^2 x}$ đi kèm biểu thức theo tanx	$t = \tan x$
$\int f(\cot x) . \frac{dx}{\sin^2 x}$	Gặp $\frac{dx}{\sin^2 x}$ đi kèm biểu thức theo cotx	$t = \cot x$
$\int f(e^{ax+b}) . e^{ax+b} dx$	Gặp $e^{ax+b} dx$ đi kèm biểu thức theo e^{ax+b}	$t = e^{ax+b}$
$\int f(x^{\alpha+1}) . x^{\alpha} dx$	Gặp $x^{\alpha} dx$ đi kèm biểu thức theo x^{α+1}	$t = x^{\alpha+1}$
$\int f(x^{\alpha}) . \frac{dx}{x}$	Gặp $\frac{dx}{x}$ đi kèm biểu thức theo x^α	$t = x^{\alpha}$
Đôi khi thay cách đặt $t = t(x)$ bởi $t = m.t(x) + n$ ta sẽ gặp thuận lợi hơn trong tính toán		

7. Phép lượng giác hoá trong phương pháp tích phân (đổi biến số loại 1)

Dấu hiệu	Vi phân kèm theo	Cách đặt (giả sử $a > 0$)
$\sqrt{a^2 - x^2}$	$x^{2n} dx$	$x = a \sin t$, với $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{2ax - x^2}$	$x^{2n} dx$	$x - a = a \sin t$, với $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$a^2 + x^2$	$x^{2n} dx$	$x = a \tan t$, với $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{x^2 - a^2}$	$x^{2n} dx$	$x = \frac{a}{\sin t}$, với $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}, t \neq 0$
$\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}$ hoặc $\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$		$x = a \cos 2t$, với $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{(x-a)(b-x)}$		$x - a = (b - a) \sin^2 t$, với $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$

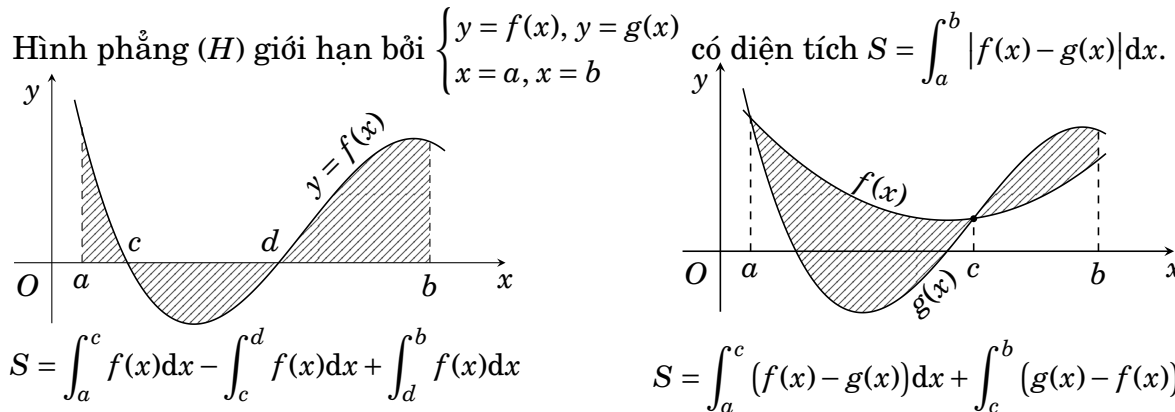
8. Một số dạng tích phân đặc biệt (hàm chẵn, hàm lẻ, hàm tuần hoàn,...)

- ☑ Nếu $f(x)$ là hàm số **lẻ**, liên tục trên khoảng K chứa $[-a; a]$ thì $\int_{-a}^a f(x) dx = 0$.
- ☑ Nếu $f(x)$ là hàm số **chẵn**, liên tục trên khoảng K chứa $[-a; a]$ thì
 - ▶ $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$.
 - ▶ $\int_{-a}^a \frac{f(x)}{1 + b^x} dx = \frac{1}{2} \int_{-a}^a f(x) dx$.
- ☑ Nếu $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì
 - ▶ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x) dx$.
 - ▶ $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$.
 - ▶ $\int_0^{\pi} f(\sin x) dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx$.
 - ▶ $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a + b - x) dx$.
- ☑ Nếu hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và tuần hoàn với chu kỳ T thì $\int_a^{a+T} f(x) dx = \int_0^T f(x) dx$.
- ☑ Hai công thức tính tích phân đặc biệt:
 - ▶ $\int_a^b (u(x) + u'(x))e^x dx = (u(x)e^x) \Big|_a^b$
 - ▶ $\int_a^b (m \cdot u(x) + u'(x))e^{mx} dx = (u(x)e^{mx}) \Big|_a^b$

9. Ứng dụng tích phân giải bài toán về tốc độ thay đổi của một đại lượng

- ☑ Kiến thức chung: $f'(x)$ đặc trưng cho tốc độ thay đổi của đại lượng $f(x)$ theo biến số x .
 Khi đó $f(b) = f(a) + \int_a^b f'(x) dx$
- ☑ Bài toán chuyển động: $s(t_2) = s(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$ (lưu ý: $s(t) = \int v(t) dt$, $v(t) = \int a(t) dt$)
 $s(t)$, $v(t)$, $a(t)$ lần lượt là quãng đường, vận tốc, gia tốc của chuyển động tại thời điểm t .
- ☑ Bài toán sinh học: $N(t_2) = N(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} N'(t) dt$, trong đó
 $N(t)$, $N'(t)$ lần lượt là số lượng cá thể và tốc độ sinh sôi của chúng tại thời điểm t .

10. Ứng dụng tích phân tính diện tích hình phẳng

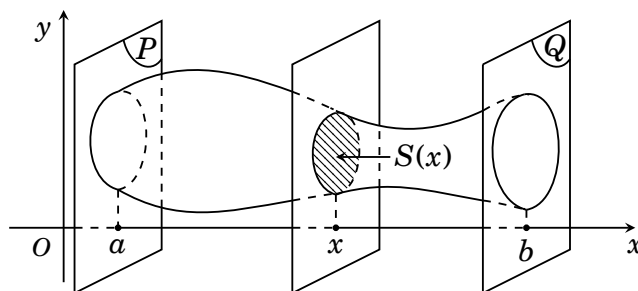


★ Một số lưu ý về cách xử lý dấu $|\cdot|$ trong dấu tích phân khi tính diện tích hình phẳng:

- ▶ Phương trình của trục hoành là $y = 0$, phương trình của trục tung là $x = 0$.
- ▶ Nếu có đồ thị của các hàm số (như hai hình minh họa trên đây), ta xác định hình phẳng cần tính diện tích rồi lập công thức tính diện tích dựa trên hình đã vẽ đó.
- ▶ Nếu $s(x) \geq 0, \forall x \in [a; b]$ thì $\int_a^b |s(x)| dx = \int_a^b s(x) dx$.
- ▶ Nếu $s(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$ thì $\int_a^b |s(x)| dx = -\int_a^b s(x) dx$.
- ▶ Chỉ khi phương trình $s(x) = 0$ không có nghiệm nào ở giữa a và b ta mới được sử dụng công thức $\int_a^b |s(x)| dx = \left| \int_a^b s(x) dx \right|$.
- ▶ Nếu phương trình $s(x) = 0$ có nghiệm ở giữa a và b (giả sử chỉ có một nghiệm $x_0 \in (a; b)$) ta cần dùng nghiệm x_0 đó chia đoạn $[a; b]$ thành các đoạn nhỏ hơn và biến đổi tích phân theo kiểu như sau $\int_a^b |s(x)| dx = \left| \int_a^{x_0} s(x) dx \right| + \left| \int_{x_0}^b s(x) dx \right|$.

11. Ứng dụng tích phân tính thể tích của một vật thể

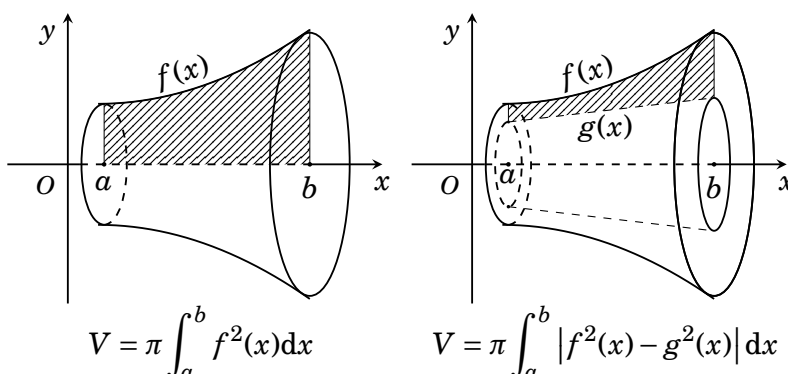
★ Công thức tính thể tích của một vật thể dựa vào diện tích mặt cắt



$$V = \int_a^b S(x) dx$$

Trong đó $S(x)$ là diện tích của thiết diện được tạo ra bởi vật thể và mặt phẳng vuông góc với Ox , cắt Ox tại x .

★ Các công thức tính thể tích của vật thể tròn xoay (khi quay hình (H) **quanh** Ox)



Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường $x = a, x = b$ ($a < b$). Khi quay hình (H) quanh Ox , phải có điều kiện $f(x), g(x) \geq 0$ với mọi $x \in [a; b]$ ta mới được sử dụng công thức ghi bên đây để tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành.

II. CÁC VÍ DỤ GIẢI TOÁN ĐIỂN HÌNH

Ví dụ 1. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x+1}$ trên khoảng $(-\frac{1}{2}; +\infty)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Tính $F(4)$.

Lời giải

✓ Xét $\int f(x) dx = \int \sqrt{2x+1} dx = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C \Rightarrow F(x) = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + C$.

Do $F(0) = 1$ nên $\frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

Vậy $F(x) = \frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} + \frac{2}{3}$, suy ra $F(4) = \frac{29}{3}$.

✓ Cách 2

Ta có $F(4) = F(0) + \int_0^4 f(x) dx = 1 + \int_0^4 \sqrt{2x+1} dx = 1 + \left(\frac{1}{3}(2x+1)\sqrt{2x+1} \right) \Big|_0^4 = \frac{29}{3}$.

Ví dụ 2. Hàm số nào trong các hàm số dưới đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$?

A. $F(x) = \frac{x^2}{x+1}$. B. $G(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1}$. C. $H(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1}$. D. $K(x) = \frac{x^2-x-1}{x+1}$

Lời giải

✓ Hướng 1 (giải tìm họ nguyên hàm của $f(x)$)

Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{x(x+2)}{(x+1)^2} dx = \int \left(1 - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = x + \frac{1}{x+1} + C = \frac{x^2 + (C+1)x + (C+1)}{x+1}$.

Như vậy $H(x)$ không phải là nguyên hàm của $f(x)$ do không có dạng đã tìm được.

✓ Hướng 2 (dùng định nghĩa của nguyên hàm)

Theo hướng này ta cần tìm ra hàm số có đạo hàm **không đồng nhất** với $f(x)$.

Nếu dùng công thức tính nhanh $\left(\frac{ax^2+bx+c}{mx+n} \right)' = \frac{amx^2+2anx+bn-cm}{(mx+n)^2}$ ta tìm được

$H'(x) = \frac{x^2+2x+2}{(x+1)^2} \neq f(x)$ nên $H(x)$ không phải là một nguyên hàm của $f(x)$.

✓ Hướng 3 (dùng mối liên hệ giữa các nguyên hàm của cùng 1 hàm số)

Theo phát biểu của đề bài, trong 4 hàm số $F(x), G(x), H(x), K(x)$ chắc chắn có 3 hàm số là nguyên hàm của $f(x)$ và 1 hàm số không phải là nguyên hàm của $f(x)$.

Như vậy khi ta tìm hiệu của hai trong 4 hàm số đó có mà kết quả thu gọn là một hằng số thì cả hai hàm số được xét đều là nguyên hàm của $f(x)$.

► $G(x) - F(x) = \frac{x^2+x+1}{x+1} - \frac{x^2}{x+1} = 1, \forall x$ do đó $F(x), G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$.

► $H(x) - F(x) = \frac{x^2+x-1}{x+1} - \frac{x^2}{x+1} = \frac{x-1}{x+1} \neq C \Rightarrow H(x)$ không là nguyên hàm của $f(x)$.

Ví dụ 3. Biết $\int \frac{x^5}{1+x^2} dx = mx^4 + nx^2 + p \ln(x^2 + 1) + C$, trong đó C là hằng số thực; m, n, p là các hệ số hữu tỷ. Hãy tính $T = m + n + p$.

Lời giải

Cách 1: dùng phương pháp đổi biến số tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^5}{1+x^2}$.

$$\text{Xét } I = \int \frac{x^5}{1+x^2} dx = \int \frac{x^4}{1+x^2} \cdot x dx. \quad \oplus \quad \text{Đặt } t = x^2 \text{ thì } dt = 2x dx \Rightarrow \frac{1}{2} dt = x dx.$$

$$\begin{aligned} \text{Từ đó } I &= \frac{1}{2} \int \frac{t^2}{1+t} dt = \frac{1}{2} \int \left(t - 1 + \frac{1}{1+t} \right) dt = \frac{1}{2} \left(\frac{t^2}{2} - t + \ln|1+t| \right) + C \\ &= \frac{1}{4} t^2 - \frac{1}{2} t + \frac{1}{2} \ln|1+t| + C = \frac{1}{4} x^4 - \frac{1}{2} x^2 + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C. \end{aligned}$$

$$\text{Như vậy, } m = \frac{1}{4}, n = -\frac{1}{2}, p = \frac{1}{2} \Rightarrow T = m + n + p = \frac{1}{4}.$$

Cách 2: dùng định nghĩa nguyên hàm

$$\begin{aligned} \int \frac{x^5}{1+x^2} dx &= mx^4 + nx^2 + p \ln(x^2 + 1) + C \Rightarrow \frac{x^5}{1+x^2} = (mx^4 + nx^2 + p \ln(x^2 + 1))', \forall x \in \mathbb{R} \\ \Rightarrow \frac{x^5}{1+x^2} &= 4mx^3 + 2nx + \frac{2px}{1+x^2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^5 = 4mx^5 + (4m + 2n)x^3 + (2n + 2p)x, \forall x \in \mathbb{R} \\ &\Rightarrow \begin{cases} 4m = 1 \\ 4m + 2n = 0 \\ 2n + 2p = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ n = -\frac{1}{2} \\ p = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow T = m + n + p = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Ví dụ 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x - 1)e^{3x}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Xét } \int f(x) dx &= \int (2x - 1)e^{3x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = 2x - 1 \\ dv = e^{3x} \end{cases} \text{ ta có } \begin{cases} du = 2 dx \\ v = \frac{1}{3} e^{3x} \end{cases} \\ \text{nên } \int f(x) dx &= \frac{(2x - 1)e^{3x}}{3} - \int \frac{2}{3} e^{3x} dx = \frac{(2x - 1)e^{3x}}{3} - \frac{2e^{3x}}{9} + C. \end{aligned}$$

Ví dụ 5. Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x) \cdot \ln x$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Do } F(x) = -\frac{1}{3x^3} \text{ là nguyên hàm của hàm số } \frac{f(x)}{x} \text{ trên } \mathbb{R}^+ \text{ nên } (F(x))' &= \frac{f(x)}{x}, \forall x > 0 \\ \text{hay } \left(-\frac{1}{3x^3} \right)' &= \frac{f(x)}{x} \Leftrightarrow \frac{1}{x^4} = \frac{f(x)}{x}. \text{ Suy ra } f(x) = \frac{1}{x^3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xét } \int f'(x) \ln x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \text{ ta có } \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = f(x) \end{cases} \text{ do đó} \\ \int f'(x) \ln x dx &= f(x) \ln x - \int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{\ln x}{x^3} - \int \frac{1}{x^4} dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C. \end{aligned}$$

Ví dụ 6. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{2x^2 - 5x}{2x + 1} dx$.

Lời giải

$$\begin{array}{r} \boxed{=} \frac{2x^2 - 5x}{2x^2 + x} \quad \boxed{=} \frac{2x+1}{x-3} \\ \boxed{=} \frac{-6x}{-6x-3} \\ \boxed{=} \frac{-6x-3}{-6x-3} \quad \boxed{=} \textcircled{3} \end{array}$$

✓ Thực hiện phép chia đa thức $2x^2 - 5x$ cho $2x + 1$ ta được thương là $x - 3$ và phần dư là 3.

✓ $I = \int_0^2 \left(x - 3 + \frac{3}{2x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - 3x + \frac{3}{2} \ln|2x+1| \right) \Big|_0^2 = \frac{3}{2} \ln 5 - 4.$

Ví dụ 7. Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{11-x}{(2x-1)(3x+2)} dx$.

Lời giải

✓ Ngoài nháp ta viết $\frac{11-x}{(2x-1)(3x+2)} = \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{3x+2}$ và tìm được $A = 3, B = -5$.

✓ $I = \int_1^3 \frac{11-x}{(2x-1)(3x+2)} dx = \int_1^3 \left(\frac{3}{2x-1} - \frac{5}{3x+2} \right) dx = \left(\frac{3}{2} \ln|2x-1| - \frac{5}{3} \ln|3x+2| \right) \Big|_1^3$
 $= \left(\frac{3}{2} \ln 5 - \frac{5}{3} \ln 11 \right) - \left(\frac{3}{2} \ln 1 - \frac{5}{3} \ln 5 \right) = \frac{19}{6} \ln 5 - \frac{5}{3} \ln 11.$

Ví dụ 8. Tính tích phân $I = \int_1^3 \frac{x^2 + 5x - 5}{x^3 + 1} dx$.

Lời giải

✓ Ngoài nháp ta viết $\frac{x^2 + 5x + 5}{x^3 + 1} = \frac{x^2 + 5x + 5}{(x+1)(x^2 - x + 1)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2 - x + 1}$

và tìm được $A = -3, B = 4, C = -2$.

✓ Như vậy $I = \int_1^3 \left(\frac{4x-2}{x^2-x+1} - \frac{3}{x+1} \right) dx = \int_1^3 \frac{4x-2}{x^2-x+1} dx - (3 \ln|x+1|) \Big|_1^3 = A - 3 \ln 2.$

Với $A = \int_1^3 \frac{2(2x-1)}{x^2-x+1} dx$. Đặt $t = x^2 - x + 1$ thì $dt = (2x-1)dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x=1 \Rightarrow t=1 \\ x=3 \Rightarrow t=7 \end{cases}$. Suy ra $A = \int_1^7 \frac{2}{t} dt = (2 \ln|t|) \Big|_1^7 = 2 \ln 7$. Như vậy $I = 2 \ln 7 - 3 \ln 2$.

Ví dụ 9. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{2x^2 + 3x + 3}{(x+1)(2x+1)^2} dx$

Lời giải

✓ Viết nháp: $\frac{2x^2 + 3x + 3}{(x+1)(2x+1)^2} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{2x+1} + \frac{C}{(2x+1)^2}$ ta tìm được $A = 2, B = -3, C = 4$.

✓ Ghi: $I = \int_1^2 \left(\frac{2}{x+1} - \frac{3}{2x+1} + \frac{4}{(2x+1)^2} \right) dx = \left(2 \ln|x+1| - \frac{3}{2} \ln|2x+1| - \frac{2}{2x+1} \right) \Big|_1^2$
 $= \left(2 \ln 3 - \frac{3}{2} \ln 5 - \frac{2}{5} \right) - \left(2 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3 - \frac{2}{3} \right) = \frac{7}{2} \ln 3 - \frac{3}{2} \ln 5 - 2 \ln 2 + \frac{4}{15}.$

▮ Ví dụ 10. Tính các tích phân sau đây

$$\text{a) } A = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2 \sin x}{1 + 3 \cos x} dx \quad \text{b) } B = \int_0^2 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx \quad \text{c) } C = \int_1^2 \frac{1}{x(x^3 + 2)^2} dx$$

✎ Lời giải

Câu a. $A = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2 \sin x}{1 + 3 \cos x} dx$. Đặt $t = 1 + 3 \cos x \Rightarrow dt = -3 \sin x dx \Rightarrow -\frac{1}{3} dt = \sin x dx$.

Đổi cận và thay vào tích phân A ta được $A = -\frac{1}{3} \int_4^{\frac{5}{2}} \frac{2}{t} dt = -\frac{2}{3} \ln |t| \Big|_4^{\frac{5}{2}} = \frac{2}{3} \ln \frac{8}{5}$.

Câu b. $B = \int_0^2 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx = \int_0^2 x^2 \sqrt{x^2 + 1} \cdot x dx$

Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow 2t dt = 2x dx$ hay $t dt = x dx$.

Đổi cận và thay vào tích phân B ta được

$$B = \int_1^{\sqrt{5}} (t^2 - 1) \cdot t \cdot t dt = \int_1^{\sqrt{5}} (t^4 - t^2) dt = \left(\frac{1}{5} t^5 - \frac{1}{3} t^3 \right) \Big|_1^{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{3} + \frac{2}{15}.$$

Câu c. $C = \int_1^2 \frac{1}{x(x^3 + 2)^2} dx = \frac{1}{3} \int_1^2 \frac{3x^2}{x^3(x^3 + 2)^2} dx$.

Đặt $t = x^3 + 2 \Rightarrow dt = 3x^2 dx$. Đổi cận và thay vào tích phân C ta được

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{3} \int_3^{10} \frac{1}{(t-2)t^2} dt = \frac{1}{12} \int_3^{10} \left(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t} - \frac{2}{t^2} \right) dt = \frac{1}{12} \left(\ln |t-2| - \ln |t| + \frac{2}{t} \right) \Big|_3^{10} \\ &= \frac{1}{12} \left(\ln 8 - \ln 10 + \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{12} \left(\ln 1 - \ln 3 + \frac{2}{3} \right) = \frac{1}{12} \ln \frac{12}{5} - \frac{7}{180}. \end{aligned}$$

▮ Ví dụ 11. Tính các tích phân sau đây:

$$\text{a) } A = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx \quad \text{b) } B = \int_0^2 x \ln(x^2 + 3) dx \quad \text{c) } C = \int_0^\pi e^x \cos x dx$$

✎ Lời giải

Câu a. $A = \int_0^1 (2x + 1)e^x dx$. Đặt $\begin{cases} u = 2x + 1 \\ dv = e^x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = 2 dx \\ v = e^x \end{cases}$ ta được

$$A = (2x + 1)e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 2e^x dx = 3e - 1 - 2e^x \Big|_0^1 = e + 1.$$

Câu b. $B = \int_0^2 x \ln(x^2 + 3) dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2 + 3) \\ dv = x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 3} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$ ta được

$$B = \frac{x^2 \ln(x^2 + 3)}{2} \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^3}{x^2 + 3} dx \Rightarrow B = 2 \ln 7 - \int_0^2 \frac{x^2}{x^2 + 3} \cdot x dx$$

Đặt $t = x^2 + 3 \Rightarrow dt = 2x dx \Rightarrow \frac{1}{2} dt = x dx$. Đổi cận và thay vào B và được

$$B = 2 \ln 7 - \frac{1}{2} \int_3^7 \frac{t-3}{t} dt = 2 \ln 7 - \frac{1}{2} \int_3^7 \left(1 - \frac{3}{t} \right) dt = \frac{7}{2} \ln 7 - \frac{3}{2} \ln 3 - 2.$$

Nhận xét: cách giải trên đây quá dài lại phải dùng phương pháp đổi biến số. Thực ra khi đặt $dv = x dx$ thì $v = \frac{x^2}{2} + C$. Nếu chọn $C = \frac{3}{2}$ thay vì $C = 0$ bài giải sẽ hay hơn.

Giải lại: $B = \int_0^2 x \ln(x^2 + 3) dx$. Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2 + 3) \\ dv = x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = \frac{2x}{x^2 + 3} dx \\ v = \frac{x^2 + 3}{2} \end{cases}$ và được

$$B = \frac{(x^2 + 3) \ln(x^2 + 3)}{2} \Big|_0^2 - \int_0^2 x dx = \frac{7}{2} \ln 7 - \frac{3}{2} \ln 3 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^2 = \frac{7}{2} \ln 7 - \frac{3}{2} \ln 3 - 2.$$

Câu c. $C = \int_0^\pi e^x \cos x dx$. Đặt $\begin{cases} u = \cos x \\ dv = e^x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = -\sin x dx \\ v = e^x \end{cases}$ và được

$$C = e^x \cos x \Big|_0^\pi + \int_0^\pi e^x \sin x dx = -e^\pi - 1 + C_1 \quad (1)$$

Trong đó $C_1 = \int_0^\pi e^x \sin x dx$. Lại đặt $\begin{cases} u_1 = \sin x \\ dv_1 = e^x dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du_1 = \cos x \\ v_1 = e^x \end{cases}$ và được

$$C_1 = e^x \sin x \Big|_0^\pi - \int_0^\pi e^x \cos x dx = 0 - C \quad (2)$$

Kết hợp (1) và (2) ta được $C = -e^\pi - 1 - C \Rightarrow 2C = -e^\pi - 1 \Rightarrow C = \frac{-e^\pi - 1}{2}$.

Ví dụ 12. Cho $f(x)$ là một hàm số chẵn, liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-2}^1 f(x) dx = 2$ và $\int_{-3}^1 f(2x) dx = 10$. Tính $I = \int_1^6 f(x) dx$.

Lời giải

✓ Xét $A = \int_{-3}^1 f(2x) dx = 10$. Đặt $t = -2x$ thì $dt = -2 dx \Rightarrow -\frac{1}{2} dt = dx$.

Đổi cận và thay vào A ta được $A = -\frac{1}{2} \int_6^{-2} f(-t) dt = \frac{1}{2} \int_{-2}^6 f(-t) dt$.

Do $f(x)$ là hàm số chẵn nên $f(-t) = f(t)$ và do đó $A = \frac{1}{2} \int_{-2}^6 f(t) dt$.

Suy ra $\int_{-2}^6 f(x) dx = \int_{-2}^6 f(t) dt = 2A = 20$.

✓ Vậy $\int_1^6 f(x) dx = \int_1^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^6 f(x) dx = -2 + 20 = 18$.

Ví dụ 13. Cho $f(x)$ là hàm số có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f(2) + f(-1) = 1$ và $\int_{-1}^2 (2x - 1)f'(x) dx = 2$. Tính $\int_{-1}^2 f(x) dx$.

Lời giải

✓ **Cách 1:** Áp dụng phương pháp tích phân từng phần cho I và làm xuất hiện giả thiết.

Xét $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$. Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(2x - 1) \end{cases}$ và như thế thì

$$I = \frac{1}{2}(2x - 1)f(x) \Big|_{-1}^2 - \frac{1}{2} \int_{-1}^2 (2x - 1)f'(x) dx = \frac{1}{2}(3f(2) + 3f(-1)) - \frac{1}{2} \cdot 2 = \frac{1}{2} \cdot 3 - 1 = \frac{1}{2}.$$

✓ **Cách 2:** Áp dụng tích phân từng phần cho tích phân của giả thiết.

Xét $A = \int_{-1}^2 (2x - 1)f'(x) dx = 2$. Đặt $\begin{cases} u = 2x - 1 \\ dv = f'(x) dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = 2 dx \\ v = f(x) \end{cases}$ và như thế thì

$$A = (2x - 1)f(x) \Big|_{-1}^2 - 2 \int_{-1}^2 f(x) dx = 3f(2) + 3f(-1) - 2I \Rightarrow A = 3 - 2I \Rightarrow I = \frac{3 - A}{2} = \frac{1}{2}.$$

Ví dụ 14. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$.

Lời giải

Cách 1: Phương pháp liên hợp tích phân

Xét hai tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$ và $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx$. Khi đó

$$\triangleright I + J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx = x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}.$$

$$\triangleright I - J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = -\ln |\sin x + \cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 0.$$

$$\text{Như vậy } 2I = (I + J) + (I - J) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}.$$

Cách 2: Dùng công thức biến đổi $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$ (*).

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{\sin(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{\pi}{2} - x)} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx.$$

$$\text{Như vậy } 2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 1 dx = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}.$$

★ **Chú ý:** Xuất phát từ $\int_a^b f(x) dx$, dùng phương pháp đổi biến số với phép đặt $t = a + b - x$ ta sẽ chứng minh được (*) là công thức đúng.

Ví dụ 15. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây:
 $y = x^3 - 3x$, trục hoành, $x = -1$ và $x = \sqrt{3}$

Lời giải

Diện tích cần tìm được tính theo công thức: $S = \int_{-1}^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx$

$$\text{Cho } x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases} \text{ (trong kết quả giải được có } x = 0 \text{ nằm giữa } -1 \text{ và } \sqrt{3})$$

► Xử lý dấu $|\cdot|$ bằng cách xét dấu biểu thức trong dấu giá trị tuyệt đối

x	$-\infty$	-1	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x^3 - 3x$			+	-	

$$S = \int_{-1}^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx = \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx - \int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx = \frac{5}{4} - \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{7}{2}.$$

► Xử lý dấu $|\cdot|$ bằng cách lấy giá trị tuyệt đối của kết quả tính tích phân

$$S = \int_{-1}^{\sqrt{3}} |x^3 - 3x| dx = \left| \int_{-1}^0 (x^3 - 3x) dx \right| + \left| \int_0^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx \right| = \left| \frac{5}{4} \right| + \left| -\frac{9}{4} \right| = \frac{7}{2}.$$

★ **Chú ý:** ghi $S = \left| \int_{-1}^{\sqrt{3}} (x^3 - 3x) dx \right|$ là **SAI** vì $x^3 - 3x$ có nghiệm $x = 0$ ở giữa -1 và $\sqrt{3}$

Ví dụ 16. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = \sqrt{x+1}$, $y = x-1$ và trục hoành. Tính diện tích của hình phẳng (H) .

Lời giải

✓ Trước tiên ta vẽ đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x+1}$, $y = x-1$ trên cùng 1 hệ trục tọa độ và xác định hình phẳng (H) .

✓ Sau đó ta xây dựng công thức tính diện tích của (H) :

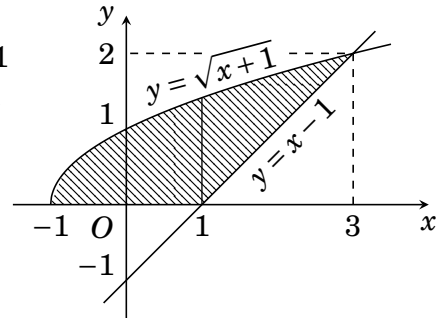
► **Cách 1:** chia nhỏ hình (H) bởi đường thẳng $x = 1$

$$S = S_1 + S_2 = \int_{-1}^1 \sqrt{x+1} dx + \int_1^3 (\sqrt{x+1} - (x-1)) dx$$

$$= \frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} \Big|_{-1}^1 + \left(\frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} - \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_1^3 = \frac{4}{3}\sqrt{2} + \left(\frac{10}{3} - \frac{4}{3}\sqrt{2} \right) = \frac{10}{3}$$

► **Cách 2:** dùng phương pháp phần bù

$$S = S_{\text{lớn}} - S_{\text{du}} = \int_{-1}^3 \sqrt{x+1} dx - \int_1^3 (x-1) dx = \frac{2}{3}(x+1)\sqrt{x+1} \Big|_{-1}^3 - \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_1^3 = \frac{10}{3}.$$



★ **Chú ý:** với một hình phẳng có từ 3 đường biên dạng $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ trở lên như ví dụ này thì phương pháp giải cơ bản là phương pháp vẽ đồ thị, phác thảo hình phẳng và xây dựng công thức tính diện tích như bài giải trên đây. Riêng với hình phẳng trong ví dụ này ta còn có thể giải bằng một phương pháp khác (không cần vẽ đồ thị của các hàm số). Dưới đây là cách giải đó (xem x là hàm số theo biến y).

► Đổi vai trò của x và y : $\begin{cases} y = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x = y^2 - 1 \\ y = x - 1 \Leftrightarrow x = y + 1 \\ \text{trục hoành: } y = 0 \end{cases}$

► Phương trình tung độ giao điểm của $x = y^2 - 1$ ($y \geq 0$) và $x = y + 1$

$$y^2 - 1 = y + 1 \quad (y \geq 0) \Leftrightarrow y = 2$$

► Diện tích cần tìm: $S = \int_0^2 |(y^2 - 1) - (y + 1)| dy = \frac{10}{3}$

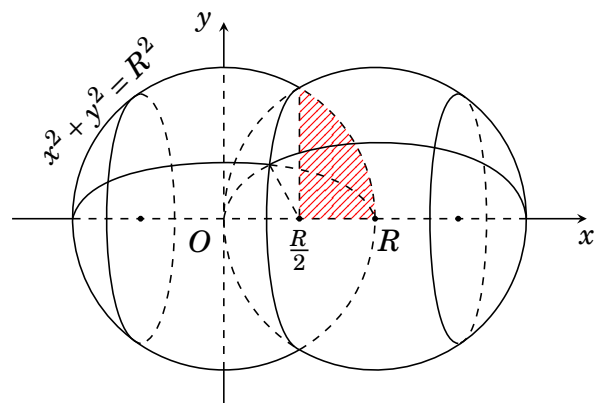
Ví dụ 17. Cho hai mặt cầu (S_1) , (S_2) có cùng bán kính R thỏa mãn tính chất: tâm của (S_1) thuộc (S_2) và ngược lại. Tính thể tích phần chung V của hai khối cầu tạo bởi (S_1) và (S_2) .

Lời giải

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi (H) là hình phẳng được đánh dấu (tô nền) như trên hình. Khi đó thể tích cần tính gấp đôi thể tích của vật thể tròn xoay được tạo ra khi quay (H) quanh Ox . Khối cầu $S(O, R)$ chứa một đường tròn lớn là $(C): x^2 + y^2 = R^2$

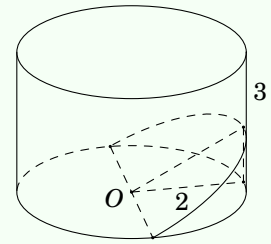
Dựa vào hình vẽ, thể tích cần tính là

$$V = 2 \cdot \pi \int_{\frac{R}{2}}^R (R^2 - x^2) dx = 2\pi \left(R^2 x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{\frac{R}{2}}^R = \frac{5\pi R^3}{12}.$$

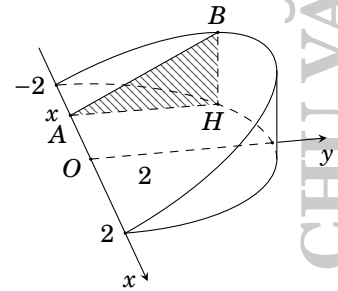


📌 Ví dụ 18.

Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 2, đường cao bằng 3. Một mặt phẳng qua tâm của mặt đáy hình trụ, hợp với mặt đáy một góc 30° chia hình trụ thành hai khối vật thể có thể tích khác nhau. Gọi (N) là vật thể có thể tích nhỏ hơn trong hai vật thể đó. Tính thể tích của (N) .

**🔑 Lời giải****★ Chú ý:**

- ▶ Để tính thể tích của vật thể này, ta cần gắn hệ trục tọa độ vào hình vẽ để sử dụng công thức tính thể tích vật thể dựa vào diện tích mặt cắt.
- ▶ Điều quan trọng nhất khi chọn hệ trục tọa độ là phải làm sao đảm bảo các mặt phẳng vuông góc với trục Ox đều cắt vật thể tạo ra thiết diện là một miền dễ tính được diện tích.



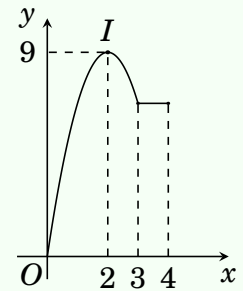
- ★ Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Một mặt phẳng (P) thay đổi vuông góc với Ox cắt Ox tại x , cắt vật thể theo thiết diện là tam giác ABH vuông tại H .

$$\text{Ta có } AH = \sqrt{4-x^2} \text{ và } \widehat{BAH} = 30^\circ \text{ nên } BH = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} AB \cdot BH = \frac{4-x^2}{2\sqrt{3}}$$

$$\text{Thể tích vật thể cần tìm là } V = \int_{-2}^2 S_{\triangle ABH} dx = \int_{-2}^2 \frac{4-x^2}{2\sqrt{3}} dx = \left(\frac{2x}{\sqrt{3}} - \frac{x^3}{6\sqrt{3}} \right) \Big|_{-2}^2 = \frac{16\sqrt{3}}{9}.$$

📌 Ví dụ 19.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình vẽ. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật chuyển động trong 4 giờ đó.

**🔑 Lời giải**

$$\checkmark \text{ Trên đoạn } [0;3], v(t) = at^2 + bt + c, \text{ trong đó } \begin{cases} v(0) = 0 \\ v(2) = 9 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{9}{4} \\ b = 9 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t.$$

Trên đoạn $[3;4]$ thì $v(t) = v(3) = \frac{27}{4}$ (vì $v(t)$ là hằng số khi xét trên đoạn $[3;4]$).

$$\checkmark \text{ Như vậy } s(4) = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^3 v(t) dt + \int_3^4 v(t) dt = \int_0^3 \left(-\frac{9}{4}t^2 + 9t \right) dt + \int_3^4 \frac{27}{4} dt = 27 \text{ (km).}$$

★ **Chú ý:** parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

✎ Ví dụ 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.

✎ Lời giải

☑ **Cách 1:** xét tích phân $\int_0^1 x^2 f(x) dx$. Đặt $\begin{cases} u = f(x) \\ dv = x^2 dx \end{cases}$ ta có $\begin{cases} du = f'(x) dx \\ v = \frac{x^3}{3} \end{cases}$

$$\text{Do đó } \frac{1}{3} = \int_0^1 x^2 f(x) dx = \left[\frac{x^3}{3} f(x) \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{x^3}{3} f'(x) dx. \text{ Suy ra } \int_0^1 x^3 f'(x) dx = -1. \quad (1)$$

Mặt khác, do $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^6 dx = \frac{1}{7}$ nên

$$\int_0^1 ([f'(x)]^2 + 14x^3 f'(x) + 49x^6) dx = 0 \text{ hay } \int_0^1 (f'(x) + 7x^3)^2 dx = 0 \quad (2).$$

Suy ra $f'(x) + 7x^3 = 0, \forall x \in [0; 1] \Rightarrow f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C$.

Mà $f(1) = 0$ nên $C = \frac{7}{4}$, suy ra $f(x) = \frac{7}{4}(1 - x^4)$. Như vậy $\int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{5}$.

Lưu ý:

Có thể giải thích vì sao từ $\int_0^1 (f'(x) + 7x^3)^2 dx = 0$ ta suy ra được $f'(x) + 7x^3 = 0, \forall x \in [0; 1]$

như sau: theo giả thiết, hàm số $y = (f'(x) + 7x^3)^2$ liên tục và không âm trên đoạn $[0; 1]$ do đó, đồ thị của hàm số này là một đường nét liền trên đoạn $[0; 1]$ và không có điểm nào nằm bên dưới trục Ox).

Tích phân ở (2) có giá trị bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (f'(x) + 7x^3)^2$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = 1$.

Mà theo (2) thì hình phẳng này có diện tích bằng 0 nên $f'(x) + 7x^3 = 0, \forall x \in [0; 1]$.

☑ **Cách 2: (tiếp nối từ (1))**

Dưới đây là bất đẳng thức Bunyakovski đối với tích phân:

Nếu hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ thì ta luôn có

$$\left(\int_a^b f(x).g(x) dx \right)^2 \leq \left(\int_a^b [f(x)]^2 dx \right) \cdot \int_a^b [g(x)]^2 dx.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $g(x) = kf(x), \forall x \in [a; b]$.

.....
 Trở lại bài toán: từ (1), ta có

$$1 = \left(\int_0^1 x^3 f'(x) dx \right)^2 \leq \int_0^1 x^6 dx \cdot \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \frac{1}{7} \cdot 7 = 1.$$

Như vậy dấu "=" xảy ra, tức là $f'(x) = kx^3$.

Thay trở lại vào (1), ta được $k \int_0^1 x^6 dx = -1 \Rightarrow \frac{k}{7} = -1 \Rightarrow k = -7$.

Vậy $f'(x) = -7x^3 \Rightarrow f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + C \stackrel{\text{do } f(1)=0}{\Rightarrow} f(x) = -\frac{7}{4}x^4 + \frac{7}{4}$.

Do đó $\int_0^1 f(x) dx = \frac{7}{5}$.

MỘT SỐ CÂU HỎI ĐIỀN KHUYẾT

- Câu 1.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$ là
- Câu 2.** Tìm $\int \sin 3x \, dx$
- Câu 3.** Họ nguyên hàm của hàm số $y = 10^{2x}$ là
- Câu 4.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 1$ là
- Câu 5.** Tính nguyên hàm $\int \cos 3x \, dx$
- Câu 6.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 3x^2$ là
- Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ là
- Câu 8.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là
- Câu 9.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+1}$ là
- Câu 10.** Tính $F(x) = \int \pi^2 \, dx$
- Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(2x + 1)$ là
- Câu 12.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2019x}$
- Câu 13.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + 2x$ là
- Câu 14.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + 1$ là
- Câu 15.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7x^6 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - 2$ là
- Câu 16.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 2x}$
- Câu 17.** Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{1-2x}$ là
- Câu 18.** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 10^{2x}$
- Câu 19.** $\int \frac{dx}{2-3x}$ bằng
- Câu 20.** Tìm nguyên hàm của hàm số $y = 12^{12x}$
- Câu 21.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 3x^2$ là
- Câu 22.** Tìm nguyên hàm $\int \sqrt{2x+1} \, dx$
- Câu 23.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x^2}$
- Câu 24.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 - \frac{1}{x^2} + 2^x$ là
- Câu 25.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \sin x$
- Câu 26.** Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+1}$
- Câu 27.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-2018x}$ là
- Câu 28.** Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 + x + 1$
- Câu 29.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 2018$ là
- Câu 30.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{4x^3}{3}$ là

LUYỆN TẬP VỀ NGUYÊN HÀM**Bài 1.** Tìm các họ nguyên hàm sau đây:

a) $\int (2x-1)(x^2+1)dx.$	b) $\int t^2(t^3-1)^2 dt.$	c) $\int \left(\frac{1}{x}-1\right)\left(\frac{x^2}{2}+\frac{1}{x^3}\right)dx.$
d) $\int (2\cos x + \sin 3x)dx.$	e) $\int \cos 3x \cdot \cos x dx.$	f) $\int \sin 4x \cdot \sin x dx.$
g) $\int (e^{2x}-2^x)dx.$	h) $\int (e^x-2)^2 dx.$	i) $\int (\sqrt{e^x}-2^x \cdot 3^x) dx.$
j) $\int \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{3x-1}\right) dx.$	k) $\int \left(2x-1 + \frac{5}{x+1}\right) dx.$	l) $\int \left(\frac{4}{1-3x} + \frac{1}{x^2}\right) dx.$

Bài 2. Tìm các họ nguyên hàm sau đây:

a) $\int \frac{3x+1}{x-2} dx.$	b) $\int \frac{2x^2-x+2}{x+1} dx.$	c) $\int \frac{4x^3-5x+1}{2x-1} dx.$
d) $\int \frac{9x+13}{(2x-1)(3x+2)} dx.$	e) $\int \frac{7x-1}{(x-1)(2x+1)} dx.$	f) $\int \frac{x}{2x^2+5x-3} dx.$

Bài 3. Tìm các họ nguyên hàm sau đây bằng phương pháp đổi biến số:

a) $\int \frac{2\sin x}{1+3\cos x} dx$ (HD: đặt $t = 1+3\cos x$).	b) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ (HD: đặt $t = \sqrt{x}$).
c) $\int (2x^3-1)^7 \cdot x^2 dx$ (HD: đặt $t = 2x^3-1$).	d) $\int \sqrt[3]{x^2+1} \cdot x dx$ (HD: đặt $t = \sqrt[3]{x^2+1}$).
e) $\int \frac{3\ln^2 x - 1}{x} dx$ (HD: đặt $t = \ln x$).	f) $\int \frac{1}{x(2x^4+1)} dx$ (HD: đặt $t = x^4$).

Bài 4. Tìm các họ nguyên hàm sau đây bằng phương pháp nguyên hàm từng phần:

a) $\int (2x+1)e^x dx.$	b) $\int x \cos 2x dx.$	c) $\int (x+1) \sin x dx.$	d) $\int x \ln x dx.$
-------------------------	-------------------------	----------------------------	-----------------------

Bài 5. Biết $\int f(x)dx = 2x \ln(3x-1) + C$. Tìm họ nguyên hàm $\int f(3x)dx$.**Bài 6.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3\sin x - 1$ biết rằng $F(\pi) = 1$.**Bài 7.** Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{x^3+3x^2+3x-2}{2}$, biết rằng $F(1) = \frac{113}{2}$.**Bài 8.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ và $F(\pi) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.**Bài 9.** Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(1-2x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) = 1$. Tìm $F(x)$.**Bài 10.** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x)dx = (ax+b)e^x + C$ với a, b, C là các hằng số. Tính $a+b$.**Bài 11.** Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = 1 - 4\sin 2x$ và $f(0) = 0$. Tính $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$.**Bài 12.** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $F(e) - F(1)$.**Bài 13.** Biết $F(x) = (ax^2+bx+c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2e^x$. Tính $a+2b+3c$.**Bài 14.** Với phép đặt $t = \sqrt{2x+1}$, họ nguyên hàm $\int \frac{4x-1}{\sqrt{2x+1}+2} dx$ được đổi biến trở thành $\int \left(P(t) - \frac{10}{t+2}\right) dt$, trong đó $P(t)$ là một đa thức theo biến t . Tính $P(1)$.

Bài 15. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{4x^3 + 1}{x^4 + x + 1}$ biết $F(0) = 2$.

Bài 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 \cdot \frac{1}{x^2}$ có dạng $F(x) = \frac{m}{x^4} + \frac{n}{x^3} + \frac{p}{x^2} + \frac{q}{x} + C$, trong đó C là hằng số thực; m, n, p, q là các hệ số hữu tỷ. Tính $S = m + n + p + q$.

Bài 17. Cho hàm số $f(x) = 3\sqrt{2 + \sin x}$. Tìm họ nguyên hàm $\int f'(2x + 1) dx$.

Bài 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ sao cho $f(1) = e$, $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}^+$ và $f'(x) = f(x) \cdot \sqrt{3x + 1}$. Tính $f(0)$.

Bài 19. Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của $g(x) = f'(x)e^{2x}$.

Bài 20. Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + 2x$ là

- A. $2\ln|x| + x^2 + C$. B. $\ln|x| + 2x^2 + C$. C. $\ln|x| + x^2 + C$. D. $\ln|x^2| + 2x + C$.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$?

- A. $F(x) = x \cdot 2^{x-1}$. B. $F(x) = \frac{2^x + 1}{\ln 2}$. C. $F(x) = 2^x + 1$. D. $F(x) = 2^x \ln 2$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x + \frac{1}{x^2}$ là

- A. $3^x + \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{3^x}{\ln 3} + \frac{1}{x} + C$. C. $3^x - \frac{1}{x} + C$. D. $\frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x} + C$.

Câu 4. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x(x + 1)$.

- A. $x(x + 1) + C$. B. $2x + 1 + C$. C. $x^3 + x^2 + C$. D. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{1-4x}$.

- A. $y = \frac{1}{4}e^{1-4x}$. B. $y = -4e^{1-4x}$. C. $y = e^{1-4x}$. D. $y = -\frac{1}{4}e^{1-4x}$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 1)^3$.

- A. $3(x - 1) + C$. B. $\frac{1}{4}(x - 1)^4 + C$. C. $4(x - 1)^4 + C$. D. $\frac{1}{4}(x - 1)^3 + C$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x + 1}$?

- A. $F(x) = \ln|2x + 1| + 1$. B. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|2x + 1| + 2$.
C. $F(x) = \frac{1}{2}\ln|4x + 2| + 3$. D. $F(x) = \frac{1}{4}\ln(4x^2 + 4x + 1) + 3$.

Câu 8. Khẳng định nào trong các khẳng định sau đây là **sai**?

- A. $\int \ln x dx = \frac{1}{x} + C, (x > 0)$. B. $\int \cos x dx = \sin x + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C, (x > 0)$. D. $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int 2^x dx = 2^x \cdot \ln 2 + C$. B. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
C. $\int 2^x dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int 2^x dx = -\frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 10. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là **sai**?

A. $\int e^x dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$. B. $\int x^2 dx = \frac{x^3}{3} + C$. C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. D. $\int x^7 dx = \frac{x^8}{8} + C$.

Câu 11. Hàm số $y = \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

A. $y = -\frac{\cos 2x}{2}$. B. $y = -2 \cos 2x$. C. $y = 2 \cos 2x$. D. $y = \frac{\cos 2x}{2}$.

Câu 12. Hàm số $F(x) = \ln x + \frac{1}{x}$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $y = \ln x + 1$. B. $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x^2}$. C. $y = \frac{1}{2} \ln^2 x - \frac{1}{x}$. D. $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}$.

Câu 13. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Khi đó $\int (3f(x) + x) dx$ bằng

A. $3F(x) + \frac{x^2}{2} + C$. B. $3xF(x) + \frac{x^2}{2} + C$. C. $\frac{1}{3}F(x) + \frac{x^2}{2} + C$. D. $\frac{1}{3}F(3x) + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 14. Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $y = x^3$?

A. $y = \frac{x^4}{4} + 3$. B. $y = \frac{x^4}{4} + 1$. C. $y = \frac{x^4}{4} + 2$. D. $y = 3x^2$.

Câu 15. Hàm số $F(x) = e^{x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x) = x^2 e^{x^2} - 1$. B. $f(x) = \frac{e^{x^2}}{2x}$. C. $f(x) = 2x e^{x^2}$. D. $f(x) = e^{2x}$.

Câu 16. Hàm số nào sau đây **không phải** là nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x-2)^5$?

A. $F(x) = \frac{(x-2)^6}{6} + 2x$. B. $F(x) = \frac{(x-2)^6}{6} + 2$.
C. $F(x) = \frac{(x-2)^6}{6} + 2017$. D. $F(x) = \frac{(x-2)^6}{6} - 2018$.

Câu 17. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{x} - 1$ trên $(0; +\infty)$?

A. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt[3]{x^2} - x + 1$. B. $F(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x^3} - x + 2$.
C. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. D. $F(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - x$.

Câu 18. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$, biết $F(0) = 4$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = e^x + 2$. B. $F(x) = e^x + 3$. C. $F(x) = e^x + 4$. D. $F(x) = e^x + 1$.

Câu 19. Cho $F(x) = \cos 2x - \sin x + C$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tính $f(\pi)$.

A. $f(\pi) = -3$. B. $f(\pi) = 1$. C. $f(\pi) = -1$. D. $f(\pi) = 0$.

Câu 20. Tìm hàm số $f(x)$, biết rằng $f'(x) = 4\sqrt{x} - x$ và $f(4) = 0$.

A. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} - \frac{x^2}{2} - \frac{40}{3}$. B. $f(x) = \frac{8x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^2}{2} - \frac{88}{3}$.
C. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - \frac{x^2}{2} + 1$. D. $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} - 1$.

Câu 21. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x}{e^3}$.

A. $\frac{3^x}{e^3 \ln \frac{3}{e}} + C$. B. $\frac{3^x}{-2 \ln 3 \cdot e^2} + C$. C. $\frac{3^x \ln 3}{e^3} + C$. D. $\frac{3^x}{e^3 \ln 3} + C$.

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos(2x + 3)$.

A. $\int f(x) dx = -\sin(2x + 3) + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin(2x + 3) + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin(2x + 3) + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin(2x + 3) + C$.

Câu 23. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Câu 24. Biết $\int f(2x) dx = \sin^2 x + \ln x + C$, tìm nguyên hàm $\int f(x) dx$.

- A. $\int f(x) dx = \sin^2 \frac{x}{2} + \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + 2 \ln x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 x + 2 \ln x - \ln 2 + C$. D. $\int f(x) dx = 2 \sin^2 2x + 2 \ln x - \ln 2 + C$.

Câu 25. Mệnh đề nào trong bốn mệnh đề sau **sai**?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int 0 dx = C$.
C. $\int e^x dx = e^x + C$. D. $\int \cos x dx = \sin x + C$.

Câu 26. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = 1 + 2x + 3x^2$ thỏa $F(1) = 2$. Tính $F(0) + F(-1)$.

- A. -3 . B. -4 . C. 3 . D. 4 .

Câu 27. Tìm họ nguyên $F(x)$ của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + 2x$.

- A. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$. B. $F(x) = -\frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$.
C. $F(x) = \cos 2x + 2 + C$. D. $F(x) = -\cos 2x + x^2 + C$.

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x} - \frac{1}{x^2}$ là

- A. $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{x} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. C. $e^{2x} + \frac{1}{x} + C$. D. $e^{2x} - \frac{1}{x} + C$.

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x + \sin^2 x$ là

- A. $\frac{4^x}{\ln 4} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$. B. $4^x \ln x + \frac{\sin^3 x}{3} + C$.
C. $4^x \ln x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$. D. $\frac{4^x}{\ln 4} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + C$.

Câu 30. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K . Chọn mệnh đề **sai**.

- A. $\left(x \int f(x) dx\right)' = f'(x)$. B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x)$.
C. $\left(\int f(x) dx\right)' = F'(x)$. D. $\int f(x) dx = F(x) + C$.

Câu 31. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{2x+1}$.

- A. $(2x+1)3^{2x} + C$. B. $\frac{3^{2x+1}}{\ln 3} + C$. C. $3^{2x+1} \ln 3 + C$. D. $\frac{3^{2x+1}}{\ln 9} + C$.

Câu 32. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(2x) dx = 2F(2x) + C$. B. $\int f(2x) dx = \frac{1}{2}F(2x) + C$.
C. $\int f(2x) dx = \frac{1}{2}F(x) + C$. D. $\int f(2x) dx = F(x) + C$.

Câu 33. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \frac{(x+1)^3}{x^3}, (x \neq 0)$.

- A. $F(x) = x - 3 \ln |x| - \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$. B. $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} + \frac{1}{2x^2} + C$.
C. $F(x) = x + 3 \ln |x| - \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$. D. $F(x) = x - 3 \ln |x| + \frac{3}{x} - \frac{1}{2x^2} + C$.

Câu 34. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ thỏa mãn $f'(x) = \cot x$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$ và $f\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = 1$. Giá trị của biểu thức $f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f\left(-\frac{7\pi}{4}\right)$ bằng

A. $1 + \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $3 + \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $1 - \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\ln \frac{1}{2} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 + x - 2}$, $f(-3) - f(3) = 0$ và $f(0) = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + f(-1) - f(4)$ bằng

A. $\frac{1}{3} \ln 2 + \frac{1}{3}$. B. $\ln 80 + 1$. C. $\frac{1}{3} \ln \frac{4}{5} + \ln 2 + 1$. D. $\frac{1}{3} \ln \frac{8}{5} + 1$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f^2(x) \cdot f'(x) = 3x^2 + 2x - 2$ và $f(0) = 1$. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 37. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x}$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Có bao nhiêu số thực $x \in (0; 2018\pi)$ để $F(x) = 1$.

A. 2018. B. 1009. C. 2017. D. 2016.

Câu 38. Biết $\int (\sin 2x - \cos 2x)^2 dx = x + \frac{a}{b} \cos 4x + C$, với a, b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $C \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 5. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f'(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ và $f(1) = 4$. Tính $f(2)$.

A. 5. B. 20. C. 10. D. 15.

Câu 40. Biết $\int \frac{2x+2}{(2x+1)^2} dx = \frac{1}{mx+n} + p \ln|2x+1| + C$ với $m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tổng $m + n + p$ bằng

A. $-\frac{11}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{13}{2}$. D. $-\frac{13}{2}$.

Câu 41. Cho hai hàm số $F(x) = (x^2 + ax + b)e^{-x}$ và $f(x) = (-x^2 + 3x + 6)e^{-x}$. Tìm a và b để $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

A. $a = 1, b = -7$. B. $a = 1, b = 7$. C. $a = -1, b = 7$. D. $a = -1, b = -7$.

Câu 42. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. $F(x) = 2\sqrt{x^2+1} + C$. B. $F(x) = \sqrt{x^2+1} + C$.
C. $F(x) = \ln \sqrt{x^2+1} + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+1} + C$.

Câu 43. Cho nguyên hàm $\int \frac{dx}{\sqrt{x+2018} + \sqrt{x+2017}} = m(x+2018)\sqrt{x+2018} + n(x+2017)\sqrt{x+2017} + C$. Khi đó $4m - n$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int \frac{f(\sqrt{x+1})}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{2(\sqrt{x+1}+3)}{x+5} + C$. Nguyên hàm của hàm số $f(2x)$ trên tập $\mathbb{R}^+$ là

A. $\frac{x+3}{2(x^2+4)} + C$. B. $\frac{x+3}{x^2+4} + C$. C. $\frac{2x+3}{4(x^2+1)} + C$. D. $\frac{2x+3}{8(x^2+1)} + C$.

LUYỆN TẬP VỀ TÍCH PHÂN**Bài 1.** Tính các tích phân sau đây:

a) $\int_0^1 (2x - x^2 + 1) dx.$

b) $\int_{-1}^1 t^2(t^3 - 1) dt.$

c) $\int_0^\pi (2 \cos x + \sin 3x) dx.$

d) $\int_{-\pi}^{\frac{\pi}{2}} \cos 4x \cdot \cos x dx.$

e) $\int_\pi^0 \sin 3x \cdot \sin x dx.$

f) $\int_0^1 (e^{2x} - 3^x) dx.$

g) $\int_0^1 (e^x - 2)^2 dx.$

h) $\int_1^2 \left(\frac{3}{x} + \frac{1}{2x-1} \right) dx.$

i) $\int_1^2 \left(\frac{4}{1-3x} + \frac{1}{x^2} \right) dx.$

Bài 2. Tính các tích phân sau đây:

a) $\int_{-2}^1 \frac{3x-1}{x-2} dx.$

b) $\int_0^1 \frac{7x+12}{2x^2+5x+3} dx$

c) $\int_1^2 \frac{x^3-x-4}{x^2+4x} dx.$

Bài 3. Tính các tích phân sau đây bằng phương pháp đổi biến số:

a) $\int_{-1}^1 \frac{2x^2}{2+x^3} dx.$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{e^{\tan x}}{\cos^2 x} dx.$

c) $\int_{-3}^{-1} (x+2)^{2019} x dx.$

d) $\int_1^3 \frac{\sqrt{x^2+3}}{x} dx.$

e) $\int_2^e \frac{3 \ln x - 1}{x \ln x} dx.$

f) $\int_1^2 \frac{x^3-1}{x^4+x} dx.$

Bài 4. Tính các tích phân sau đây bằng phương pháp tích phân từng phần:

a) $\int_0^1 (2x-1)e^x dx.$

b) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \sin 2x dx.$

c) $\int_\pi^\pi (x-1) \cos x dx.$

d) $\int_{-1}^2 x \ln(9-x^2) dx.$

Bài 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ và $F(0) = \pi$. Tính $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$.**Bài 6.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ và $f(1) = 3$, $f(2) = -1$. Tính $\int_{-1}^2 f'(x) dx$.**Bài 7.** Biết $\int_a^b f(x) dx = 10$ và $\int_a^b g(x) dx = 5$. Tính tích phân $I = \int_a^b [3f(x) - 5g(x)] dx$.**Bài 8.** Cho $\int_0^3 f(x) dx = 9$ và $\int_0^1 f(x) dx = 3$. Tính các tích phân $\int_1^3 f(x) dx$ và $\int_0^1 f(3x) dx$.**Bài 9.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 6]$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_1^6 f(x) dx = 5$. Tính

a) $\int_1^2 \left[2f(x) - \frac{1}{x} \right] dx$

b) $\int_3^6 f(3x) dx$

c) $\int_1^3 f(2x) dx.$

Bài 10. Biết $\int_1^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $P = a + b + c$.**Bài 11.** Biết tích phân $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{3x+1} + \sqrt{2x+1}} dx = \frac{a+b\sqrt{3}}{9}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $T = a + b$.**Bài 12.** Biết $\int_1^e \frac{(x+1)\ln x + 2}{1+x \ln x} dx = ae + b \ln\left(\frac{e+1}{e}\right)$ trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$.**Bài 13.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x-2)f'(x) dx = 6$ và $f(0) = 6$. Tính tích phân $\int_0^1 f(x) dx$.**Bài 14.** Cho $\int_3^4 \frac{1}{x^2-3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + 3b$.**Bài 15.** Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua mạch điện dao động LC lí tưởng có phương trình $i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Tính từ lúc $t = 0$, điện lượng chạy qua tiết diện thẳng của dây dẫn của mạch trong thời gian $\frac{\pi}{2\omega}$ là bao nhiêu?

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 45. Tích phân $\int_0^1 e^{-x} dx$ bằng

- A. $e - 1$. B. $\frac{1}{e} - 1$. C. $\frac{1}{e}$. D. $\frac{e-1}{e}$.

Câu 46. Tích phân $\int_0^1 dx$ có giá trị bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Câu 47. Giá trị tích phân $\int_0^1 \frac{x+4}{x+3} dx$ bằng

- A. $\ln \frac{5}{3}$. B. $1 + \ln \frac{4}{3}$. C. $\ln \frac{3}{5}$. D. $1 - \ln \frac{3}{5}$.

Câu 48. Tích phân $\int_0^{\ln 2} e^{2x} dx$ bằng

- A. 4 . B. $\frac{3}{2}$. C. 3 . D. $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$.

Câu 49. Tính tích phân $\int_0^1 8^x dx$.

- A. $I = 8$. B. $I = \frac{8}{3 \ln 2}$. C. $I = \frac{7}{3 \ln 2}$. D. $I = 7$.

Câu 50. Tích phân $\int_0^{2018} 2^x dx$ bằng

- A. $2^{2018} - 1$. B. $\frac{2^{2018} - 1}{\ln 2}$. C. $\frac{2^{2018}}{\ln 2}$. D. 2^{2018} .

Câu 51. Tính $I = \int_0^{2018} e^x dx$.

- A. $I = e^{2018} - 1$. B. $I = e^{2019} - 1$. C. $I = e^{2019}$. D. $I = e^{2018}$.

Câu 52. Tính tích phân $\int_{-1}^2 (2x+1)^{2018} dx$.

- A. $\frac{1}{2019}(5^{2019} + 1)$. B. $\frac{1}{2019}(5^{2019} - 1)$. C. $\frac{1}{4038}(5^{5^{2019}-1})$. D. $\frac{1}{4038}(5^{2019} + 1)$.

Câu 53. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

- A. $I = \frac{\pi}{2}$. B. $I = \frac{\pi}{3} - \frac{1}{2}$. C. $I = \frac{\pi}{3}$. D. $I = \frac{\pi}{2} - 1$.

Câu 54. Tính tích phân $I = \int_{6\pi}^{2017\pi} \sin x dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = -1$. C. $I = -2$. D. $I = 1$.

Câu 55. Tính tích phân $I = \int_0^2 x^{2017} dx$.

- A. $I = \frac{2^{2016}}{2016}$. B. $I = 2017 \cdot 2^{2016}$. C. $I = \frac{2^{2018}}{2018}$. D. $I = 2017 \cdot 2^{2018}$.

Câu 56. Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{x^{21}} dx$.

- A. $I = \frac{1}{20} \left(\frac{1}{5^{20}} - 1 \right)$. B. $I = \frac{1}{20} \left(1 - \frac{1}{5^{20}} \right)$. C. $I = \frac{1}{22} \left(\frac{1}{5^{22}} - 1 \right)$. D. $I = \frac{1}{22} \left(1 - \frac{1}{5^{22}} \right)$.

Câu 57. Cho tích phân $I = \int_0^{35} \frac{1}{e^x} dx$. Hãy chọn khẳng định đúng.

- A. $0 \leq I < 1$. B. $1 \leq I < 2$. C. $-1 \leq I < 0$. D. $I > 2$.

Câu 58. Tính tích phân $I = \int_0^5 x^3 e^{x^4} dx$.

- A. $\frac{125e^{3125}}{4}$. B. $\frac{625e^{3125} - 1}{4}$. C. $\frac{125e^{625}}{4}$. D. $\frac{e^{625} - 1}{4}$.

Câu 59. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{3x+1} = a \ln 7 + b \ln 2$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Khi đó tổng $a + b$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. -1.

Câu 60. Cho $\int_a^b f(x) dx = -2$ và $\int_a^b g(x) dx = 3$. Tính $I = \int_a^b [2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $I = -13$. B. $I = 13$. C. $I = -5$. D. $I = 5$.

Câu 61. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$, $f(1) = 15$, $f(4) = 8$. Tính $\int_1^4 f'(x) dx$.

- A. $\int_1^4 f'(x) dx = 7$. B. $\int_1^4 f'(x) dx = 3$. C. $\int_1^4 f'(x) dx = 23$. D. $\int_1^4 f'(x) dx = -7$.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 2]$ và $f(0) = -1$, $\int_0^2 f'(x) dx = 5$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 2$. B. $f(2) = 6$. C. $f(2) = 4$. D. $f(2) = 5$.

Câu 63. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Tính $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$.

Câu 64. Cho hàm số f liên tục trên $[0; 3]$ với $\int_0^3 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_0^3 [x - 2f(x)] dx$.

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{5}{2}$. C. $I = 5$. D. $I = 7$.

Câu 65. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x + C$. Tính $I = \int_3^4 f(x) dx$.

- A. $I = -\frac{59}{6}$. B. $I = \frac{59}{6}$. C. $I = \frac{137}{6}$. D. $I = -\frac{137}{6}$.

Câu 66. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int f(x) dx = \frac{1}{2}x^2 - x + C$. Tính $\int_1^2 f(x^2) dx$.

- A. $\int_1^2 f(x^2) dx = -\frac{4}{3}$. B. $\int_1^2 f(x^2) dx = \frac{4}{3}$. C. $\int_1^2 f(x^2) dx = -\frac{2}{3}$. D. $\int_1^2 f(x^2) dx = \frac{2}{3}$.

Câu 67. Cho hàm số $f(x) = 3\sin^3 x - 1$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = -2$. C. $I = 0$. D. $I = 3$.

Câu 68. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^7 f(t) dt = 9$. Giá trị của $\int_2^7 f(z) dz$ là

- A. 7. B. 3. C. 11. D. 5.

Câu 69. Cho $I = \int_{-2}^3 \frac{2x-3}{x-4} dx = a + b \ln 6$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a - b$.

- A. 15. B. 17. C. 7. D. 10.

Câu 70. Nếu $f(1) = 12$, $f'(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và $\int_1^4 f'(x) dx = 17$. Giá trị của $f(4)$ bằng

- A. 19. B. 5. C. 29. D. 9.

Câu 71. Biết $\int_0^\pi (x - \sin 2x) dx = \frac{a}{b} \pi^2$ trong đó a, b là các số thực và $\frac{a}{b}$ (tối giản). Tính $a + b$.

- A. -3. B. 5. C. 3. D. 2.

Câu 72. Cho $\int_0^1 \frac{2x+3}{2-x} dx = a \cdot \ln 2 + b$ (với a, b là các số nguyên). Khi đó giá trị của a là

- A. -7. B. 7. C. 5. D. -5.

Câu 73. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4x - 1 + \cos x) dx = \pi \left(\frac{\pi}{a} - \frac{1}{b} \right) + c$, ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Tính $a - b + c$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. -2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 74. Cho $\int_1^2 \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x+1} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $b < 0$. B. $c > 0$. C. $a < 0$. D. $a + b + c > 0$.

Câu 75. Biết $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \sin x dx = a + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = \frac{a}{b}$.

- A. $S = -4$. B. $S = 4$. C. $S = 5$. D. $S = -5$.

Câu 76. Cho $\int_1^4 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x+1} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Hãy tính tổng $S = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = 3$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Câu 77. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x - 1 - \sin x) dx = \frac{\pi^2}{a} - \frac{\pi}{b} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = 3$. D. $S = 1$.

Câu 78. Cho $\int_{-1}^2 \frac{x-3}{(x+2)(x-4)} dx = a \ln 2 + b \ln 5$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $S = \frac{a}{b}$.

- A. $S = -12$. B. $S = 12$. C. $S = 11$. D. $S = -11$.

Câu 79. Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a + b\sqrt{3} + c\pi$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = a + b + c$.

- A. $S = \frac{1}{3}$. B. $S = \frac{5}{12}$. C. $S = \frac{7}{12}$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 80. Biết $\int_0^2 \left(e^x - \frac{1}{e^x} \right) dx = e^2 + \frac{a}{e^2} + b$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức ab .

- A. $ab = -2$. B. $ab = 0$. C. $ab = 1$. D. $ab = -1$.

Câu 81. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx = a\pi + b$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = a - b$.

- A. $S = \frac{3}{4}$. B. $S = \frac{1}{4}$. C. $S = \frac{5}{4}$. D. $S = -\frac{1}{4}$.

Câu 82. Biết tích phân $\int_1^2 (4x - 1) \ln x dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $2a + b$.

- A. 5. B. 8. C. 10. D. 13.

Câu 83. Biết $\int_0^1 x \cos 2x dx = \frac{1}{4}(a \sin 2 + b \cos 2 + c)$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Khẳng định nào đúng?

- A. $a + b + c = 1$. B. $a - b + c = 0$. C. $2a + b + c = -1$. D. $a + 2b + c = 1$.

Câu 84. Dùng công thức tích phân từng phần với $u = \ln x$, $dv = x^2 dx$ ta được kết quả nào?

- A. $\int_1^3 x^2 \ln x dx = \frac{x^3 \ln x}{3} \Big|_1^3 - \frac{1}{3} \int_1^3 x^2 dx$. B. $\int_1^3 x^2 \ln x dx = \frac{x^2 \ln x}{2} \Big|_1^3 - \frac{1}{3} \int_1^3 x^2 dx$.
C. $\int_1^3 x^2 \ln x dx = \frac{x^3 \ln x}{3} \Big|_1^3 + \frac{1}{3} \int_1^3 x^2 dx$. D. $\int_1^3 x^2 \ln x dx = -\frac{x^3 \ln x}{3} \Big|_1^3 - \frac{1}{3} \int_1^3 x^2 dx$.

Câu 85. Biết $\int_1^2 \ln(2x+1) dx = \frac{a}{2} \ln 5 + \frac{b}{2} \ln 3 + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + 2b + c$.

- A. $T = 12$. B. $T = 2$. C. $T = 10$. D. $T = -2$.

Câu 86. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **đúng**?

A. $\int_a^b x e^x dx = x e^x \Big|_a^b - \int_a^b x dx.$

B. $\int_a^b x e^x dx = x e^x \Big|_a^b - \int_a^b e^x dx.$

C. $\int_a^b x e^x dx = x e^x \Big|_a^b + \int_a^b x dx.$

D. $\int_a^b x e^x dx = x e^x \Big|_a^b + \int_a^b e^x dx.$

Câu 87. Cho $\int_0^1 (x+2)e^x dx = ae + b$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $S = a^2 + b^2$.

A. $S = -1.$

B. $S = 10.$

C. $S = 5.$

D. $S = 0.$

Câu 88. Cho $\int_1^4 f(x) dx = 9$, tính $I = \int_0^1 f(3x+1) dx$.

A. $I = 9.$

B. $I = 3.$

C. $I = 1.$

D. $I = 27.$

Câu 89. Cho $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x dx}{e^x + 3} = a \ln 2 + b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. 3.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Câu 90. Tích phân $\int_0^2 2x(x^2 + 1)^{2018} dx$ bằng

A. $\frac{5^{2019} - 1}{2019}.$

B. $\frac{5^{2019} - 1}{4038}.$

C. $\frac{5^{2018} - 1}{4036}.$

D. 1.

Câu 91. Cho tích phân $\int_0^4 \frac{dx}{3 + \sqrt{2x+1}} = a + b \cdot \ln \frac{2}{3}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a - b = 3.$

B. $a - b = 5.$

C. $a + b = 5.$

D. $a + b = 3.$

Câu 92. Biết $\int_0^4 \frac{\sqrt{2x+1}}{1 + \sqrt{2x+1}} dx = a + b \ln 2$, ($a, b \in \mathbb{Q}$). Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $a - b = 0.$

B. $a^2 - 4b - 1 = 0.$

C. $a^2 - 4b + 1 = 0.$

D. $a^2 - 4b = 0.$

Câu 93. Cho $I = \int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$. Thực hiện phép đổi biến, đặt $t = \sqrt{x}$, ta được

A. $I = \int_1^4 e^t dt.$

B. $I = 2 \int_1^4 e^t dt.$

C. $I = 2 \int_1^2 e^t dt.$

D. $I = \int_1^2 e^t dt.$

Câu 94. Tích phân $\int_2^7 \frac{x dx}{x^2 + 1} = a \ln 2 - b \ln 5$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $2a + b$ bằng

A. $\frac{3}{2}.$

B. $\frac{1}{2}.$

C. 1.

D. 2.

Câu 95. Khi đặt $u = \sqrt{x^2 + 9}$ tích phân $I = \int_0^4 x \sqrt{x^2 + 9} dx$ trở thành tích phân nào?

A. $I = \int_3^5 u^2 du.$

B. $I = \int_3^5 \sqrt{u} du.$

C. $I = \int_0^4 u^2 du.$

D. $I = \int_3^5 u du.$

Câu 96. Biết $I = \int_3^4 \frac{2x-1}{x^2-x} dx = a \ln 3 + b \ln 2$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $A = a^2 + b^2$ là

A. $A = 1.$

B. $A = 5.$

C. $A = 10.$

D. $A = 2.$

Câu 97. Nếu $\int_0^1 x \sqrt{1+x^2} dx = \frac{a\sqrt{2}+b}{3}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$ thì tổng $S = \frac{a^2}{b} + ab^2$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -2.$

B. $S = 0.$

C. $S = \frac{7}{2}.$

D. $S = \frac{50}{3}.$

Câu 98. Cho $\int_0^1 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx = a + b \ln 2$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = \frac{6a}{b} - \frac{b^2}{a}$.

A. $S = \frac{1}{2}.$

B. $S = -8.$

C. $S = -1.$

D. $S = \frac{9}{2}.$

Câu 99. Nếu $\int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = ab$.

- A. $S = \frac{1}{4}$. B. $S = -\frac{2}{3}$. C. $S = -\frac{3}{4}$. D. $S = \frac{7}{3}$.

Câu 100. Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int_0^a (2x+5)dx = a-4$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. Vô số.

Câu 101. Giá trị nào của b để $\int_1^b (2x-6)dx = 0$?

- A. $b = 0$ hoặc $b = 3$. B. $b = 0$ hoặc $b = 1$. C. $b = 5$ hoặc $b = 0$. D. $b = 1$ hoặc $b = 5$.

Câu 102. Tính tích phân $I = \int_0^1 x^{2018}(1+x)dx$.

- A. $I = \frac{1}{2018} + \frac{1}{2019}$. B. $I = \frac{1}{2020} + \frac{1}{2021}$. C. $I = \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020}$. D. $I = \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$.

Câu 103. Cho $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.

- A. 9. B. 8. C. 6. D. 7.

Câu 104. Tất cả các giá trị của tham số m để $\int_0^m (2x-1)dx < 6$ là

- A. $m \in (0;4)$. B. $m \in (-2;3)$. C. $m \in (-3;2)$. D. $m \in (3;5)$.

Câu 105. Cho $\int_1^2 [3f(x) + 2g(x)]dx = 1$ và $\int_1^2 [2f(x) - g(x)]dx = -3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{11}{7}$. B. $-\frac{5}{7}$. C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{16}{7}$.

Câu 106. Cho $I = \int_0^1 (2x - m^2)dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để $I + 3 \geq 0$.

- A. 4. B. 0. C. 5. D. 2.

Câu 107. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^2 f(x)dx$.

- A. $\frac{7}{2}$. B. 1. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 108. Biết $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{2}{3}(\sqrt{a} - b)$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $T = a + b$.

- A. $T = 7$. B. $T = 10$. C. $T = 6$. D. $T = 8$.

Câu 109. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx$.

- A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}$. B. $\frac{3^{2021} - 2^{2021}}{4040}$. C. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$. D. $\frac{3^{2017}}{4034} - \frac{2^{2018}}{2017}$.

Câu 110. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = e$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A. $\int_0^1 f(t)dt = 1$. B. $\int_1^e f(x)dx = 1$. C. $\int_1^e f(t)dt = e$. D. $\int_0^1 f(x)dx = e$.

Câu 111. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 4$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 2$.

Tính tích phân $I = \int_0^3 f(x)dx$.

- A. $I = 2$. B. $I = 6$. C. $I = 10$. D. $I = 4$.

Câu 112. Một học sinh làm bài tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ theo các bước sau.

☑ Bước 1: Đặt $x = \tan t$ với $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$ suy ra $dx = (1 + \tan^2 t)dt$.

☑ Bước 2: Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}; x = 0 \Rightarrow t = 0$.

☑ Bước 3: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 + \tan^2 t}{1 + \tan^2 t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{4}} dt = t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 0 - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$.

Các bước làm ở trên, bước nào **sai**?

- A. Bước 1. B. Bước 2. C. Bước 3. D. Không bước nào.

Câu 113. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 114. Biết rằng $I = \int_3^4 \frac{x^2 - x + 2}{x + \sqrt{x-2}} dx = \frac{a - 4\sqrt{b}}{c}$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}^+$. Tính $a + b + c$.

- A. 39. B. 27. C. 33. D. 41.

Câu 115. Cho tích phân $\int_0^3 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{f(\ln x^3)}{2x} dx$.

- A. $\frac{3}{2}$. B. 9. C. $\frac{1}{6}$. D. 6.

Câu 116. Đổi biến $x = 2 \sin t$ thì tích phân $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ trở thành

- A. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} t dt$. C. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

Câu 117. Cho $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x + 1}{2x + 3} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$. Tính $T = a + b + 2c$.

- A. $T = 3$. B. $T = 0$. C. $T = 1$. D. $T = 2$.

Câu 118. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^3 x \cdot \cos x$ và $F(0) = \pi$. Tìm $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{4} + \pi$. B. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{4} + \pi$. C. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$. D. $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$.

Câu 119. Cho $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$, với a là số hữu tỷ và b, c là các số nguyên dương sao cho phân số $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b + c$.

- A. $T = 4$. B. $T = -6$. C. $T = 5$. D. $T = 6$.

Câu 120. Biết $\int_0^3 x \ln(x^2 + 16) dx = a \ln 5 + b \ln 2 + \frac{c}{2}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = 2$. B. $T = -16$. C. $T = -2$. D. $T = 16$.

Câu 121. Cho $a > b > -1$. Tích phân $I = \int_a^b \ln(x+1) dx$ bằng biểu thức nào sau đây?

- A. $I = (x+1) \ln(x+1) \Big|_a^b - a + b$. B. $I = (x+1) \ln(x+1) \Big|_a^b - b + a$.
C. $I = \frac{1}{x+1} \Big|_a^b$. D. $I = x \ln(x+1) \Big|_a^b + \int_a^b \frac{x}{x+1} dx$.

Câu 122. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\int_1^e x \ln^2 x \, dx = x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x \, dx.$ B. $\int_1^e x \ln^2 x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e x \ln x \, dx.$
 C. $\int_1^e x \ln^2 x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e + 2 \int_1^e x \ln x \, dx.$ D. $\int_1^e x \ln^2 x \, dx = \frac{1}{2} x^2 \ln^2 x \Big|_1^e - \int_1^e x \ln x \, dx.$

Câu 123. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + x \cdot f'(x) = 3x^2 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(1)$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 124. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^1 f(2x) \, dx = 2$. Tính $\int_0^2 x \cdot f'(x) \, dx$.

- A. 16. B. 28. C. 36. D. 30.

Câu 125. Biết $I = \int_1^2 (3x^2 + \ln x) \, dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a + b$.

- A. $S = 4$. B. $S = 6$. C. $S = 2$. D. $S = 8$.

Câu 126. Cho $\int_0^2 x \ln(x+1)^{2017} \, dx = \frac{a}{b} \ln 3, \left(\frac{a}{b} \text{ là phân số tối giản và } b > 0\right)$. Tính $S = a - b$.

- A. 6049. B. 6053. C. 1. D. 5.

Câu 127. Cho $I = \int_0^1 x e^{2x} \, dx = a e^2 + b$ (a, b là các số hữu tỷ). Khi đó tổng $a + b$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{4}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 128. Cho tích phân $I = \int_0^3 \frac{x}{1 + \sqrt{x+1}} \, dx$. Viết dạng của I khi đặt $t = \sqrt{x+1}$.

- A. $\int_1^2 (2t^2 + 2t) \, dt.$ B. $\int_1^2 (2t^2 - 2t) \, dt.$ C. $\int_1^2 (t^2 - 2t) \, dt.$ D. $\int_1^2 (2t^2 - t) \, dt.$

Câu 129. Cho biết $\int_0^{\sqrt{2}} x f(x^2) \, dx = 4, \int_2^3 f(z) \, dz = 2, \int_9^{16} \frac{f(\sqrt{t})}{\sqrt{t}} \, dt = 2$. Tính $\int_0^4 f(x) \, dx$.

- A. 10. B. 11. C. 9. D. 1.

Câu 130. Một chiếc xe đang chuyển động đều với vận tốc 20 m/s thì hãm phanh, chạy chậm dần với vận tốc $v(t) = 20 - 2t$ m/s đến khi dừng hẳn. Quãng đường xe đi được từ lúc bắt đầu hãm phanh đến khi dừng hẳn là

- A. 98 m. B. 94 m. C. 100 m. D. 96 m.

Câu 131. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x & \text{với } x \geq 0 \\ x \sin x & \text{với } x \leq 0 \end{cases}$. Tính $\int_{-\pi}^1 f(x) \, dx$.

- A. $I = \frac{7}{6} + \pi.$ B. $I = \frac{2}{3} + \pi.$ C. $I = 3\pi - \frac{1}{3}.$ D. $I = \frac{2}{5} + 2\pi.$

Câu 132. Biết $\int_0^1 \frac{3x^2 + 1}{3x + 1} \, dx = a + b \ln 2$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $S = \frac{b}{a}$.

- A. $S = \frac{13}{3}.$ B. $S = 4.$ C. $S = \frac{16}{3}.$ D. $S = -\frac{14}{3}.$

Câu 133. Cho $\int_0^{\frac{1}{2}} x e^{3x} \, dx = a e^m + b$ (trong đó $a, b, m \in \mathbb{Q}$). Tính $P = \frac{mb}{a}$.

- A. $P = 3.$ B. $P = 2.$ C. $P = -2.$ D. $P = \frac{3}{2}.$

Câu 134. Biết $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) \, dx = a \ln 3 + b \ln 2 - \int_2^3 \left(c + \frac{1}{x-1}\right) \, dx$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị biểu thức $A = a + b + c$.

- A. $A = 6.$ B. $A = 5.$ C. $A = -1.$ D. $A = 3.$

Câu 135. Biết $\int_0^6 \frac{2}{\sqrt{4x+1}+1} dx = a + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính giá trị của biểu thức $3a + 2b$.

A. $3a + 2b = 4$. B. $3a + 2b = 10$. C. $3a + 2b = 14$. D. $3a + 2b = 9$.

Câu 136. Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2x \cos x dx = \frac{\pi\sqrt{2}}{a} + b\sqrt{2} + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$ thì tổng $S = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

A. $S = 7$. B. $S = 2$. C. $S = -1$. D. $S = 3$.

Câu 137. Nếu $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = a + \frac{b}{e^n}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$ thì tổng $S = a + b + n$ bằng bao nhiêu?

A. $S = -1$. B. $S = 3$. C. $S = 0$. D. $S = 2$.

Câu 138. Nếu $\int_1^2 x \ln x dx = a \ln 2 + \frac{b}{4}$, với $a, b \in \mathbb{Q}$ thì tích $P = ab$ bằng bao nhiêu?

A. $P = -6$. B. $P = -5$. C. $P = 9$. D. $P = -10$.

Câu 139. Cho $\int_0^1 \frac{x-2}{(x+2)(x+4)} dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 4$. B. $S = 6$. C. $S = -5$. D. $S = -3$.

Câu 140. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$. B. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) + f(a)$.
C. $\int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b)$. D. $\int_a^b f'(x) dx = -f(b) - f(a)$.

Câu 141. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{e^x}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tính $\int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx$.

- A. $\int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx = \frac{F(6) - F(3)}{3}$. B. $\int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx = F(6) - F(3)$.
C. $\int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx = 3[F(6) - F(3)]$. D. $\int_1^2 \frac{e^{3x}}{x} dx = 3[F(3) - F(1)]$.

Câu 142. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và $f(1) = -3, f(3) = 2$. Tính tích phân $I = \int_1^3 f^2(x) \cdot f'(x) dx$.

- A. $I = \frac{35}{3}$. B. $I = -5$. C. $I = 10$. D. $I = \frac{11}{6}$.

Câu 143. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + \cos^2 x$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot f'(x) dx$.

- A. $I = -\frac{3}{2}$. B. $I = -3$. C. $I = -2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 144. Hàm số nào bên dưới thoả mãn đẳng thức $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1 - \tan x)^4}{\cos^2 x} dx = \int_0^1 f(t) dt$?

- A. $f(t) = t^2$. B. $f(t) = t^4$. C. $f(t) = (1 - t)^2$. D. $f(t) = (t - 1)^3$.

Câu 145. Chọn công thức đúng dùng để tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x + 1) \cdot \sin 2x dx$.

- A. $I = \left(\frac{(x+1)\cos 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx$. B. $I = \left(-\frac{(x+1)\cos 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx$.
C. $I = \left(\frac{(x+1)\cos 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx$. D. $I = \left(-\frac{(x+1)\cos 2x}{2} \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x dx$.

Câu 146. Áp dụng phép đổi biến $t = x^2 + 2x + 5$ cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$ ta được

- A. $I = \int_5^8 \frac{1}{t} dt.$ B. $I = \int_0^1 t dt.$ C. $I = \frac{1}{2} \int_5^8 \frac{1}{t} dt.$ D. $I = \frac{1}{2} \int_0^1 t dt.$

Câu 147. Với phép đổi biến $t = \sqrt{1-x^2}$ tích phân $\int_0^1 x^3 \sqrt{1-x^2} dx$ được biến đổi thành tích phân nào?

- A. $\int_0^1 (t^2 - t^4) dt.$ B. $\int_0^1 (t^4 - t^2) dt.$ C. $\int_0^1 (t^3 - t) dt.$ D. $\int_0^1 (t - t^3) dt.$

Câu 148. Với phép đặt $t = \sin^2 x$ thì tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x \cdot e^{\sin^2 x} dx$ được biến đổi thành tích phân nào?

- A. $\frac{1}{2} \int_0^1 (1-t) e^t dt.$ B. $2 \int_0^1 (1-t) e^t dt.$ C. $\frac{1}{2} \int_0^1 (1+t) e^t dt.$ D. $2 \int_0^1 (1-t) e^t dt.$

Câu 149. Với phép đổi biến $t = \sqrt[3]{4+x^2}$, tích phân $\int_0^2 \frac{x^3}{\sqrt[3]{4+x^2}} dx$ được biến đổi thành tích phân nào?

- A. $\frac{3}{2} \int_{\sqrt[3]{4}}^2 (t^3 - 4) dt.$ B. $\frac{3}{2} \int_{\sqrt[3]{4}}^2 (t^4 - 4t) dt.$ C. $\frac{2}{3} \int_{\sqrt[3]{4}}^2 (t^4 - 4t) dt.$ D. $\frac{2}{3} \int_{\sqrt[3]{4}}^2 (t^3 - 4) dt.$

Câu 150. Với phép đổi biến $t = 2 + \ln x$, tích phân $\int_1^e \frac{\sqrt{2+\ln x}}{2x} dx$ được biến đổi thành tích phân nào?

- A. $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \sqrt{t} dt.$ B. $\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{t}}{2} dt.$ C. $\int_2^3 \sqrt{t} dt.$ D. $\int_2^3 \frac{\sqrt{t}}{2} dt.$

Câu 151. Biết $\int_1^3 \frac{3+\ln x}{(x+1)^2} dx = a + b \ln 3 + c \ln 2$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Khi đó $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A. $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}.$ B. $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{17}{9}.$ C. $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{17}{8}.$ D. $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{9}{8}.$

Câu 152. Biết $\int_1^2 \frac{4dx}{(x+4)\sqrt{x+x\sqrt{x+4}}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} - \sqrt{c} - d$ với a, b, c, d là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c + d$.

- A. 48. B. 46. C. 54. D. 52.

Câu 153. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2-1}$. Biết $f(3) + f(-3) = 4$ và $f\left(\frac{1}{3}\right) + f\left(-\frac{1}{3}\right) = 2$. Tính $m = f(-5) + f(0) + f(2)$.

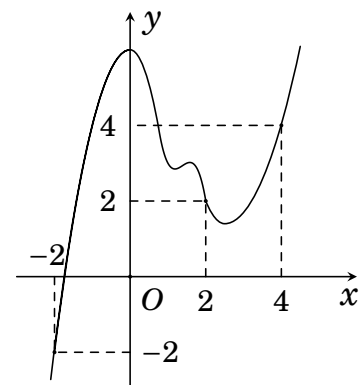
- A. $m = 5 + \frac{1}{2} \ln 2.$ B. $m = 6 - \frac{1}{2} \ln 2.$ C. $m = 5 - \frac{1}{2} \ln 2.$ D. $m = 6 + \frac{1}{2} \ln 2.$

Câu 154.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu

thức $S = \int_0^4 f'(x-2) dx + \int_0^2 f'(x+2) dx$ bằng

- A. $S = -2.$ B. $S = 10.$ C. $S = 2.$ D. $S = 6.$



Câu 155. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 12 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 12 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian t tính bằng giây. Hỏi rằng để 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu mét?

- A. 37. B. 17. C. 19. D. 18.

Câu 156. Tìm $a + b + c$ biết $\int_e^{e^2} \frac{dx}{x \ln x \ln(ex)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c$ trong đó $a, b, c \in \mathbb{Q}$.

- A. $a + b + c = 3$. B. $a + b + c = -1$. C. $a + b + c = 1$. D. $a + b + c = 0$.

Câu 157. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x) dx = 4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2 + 1} dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 158. Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = a \cdot e - b - \ln \frac{a \cdot e + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

- A. $S = 10$. B. $S = 0$. C. $S = 0$. D. $S = 9$.

Câu 159. Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $P = a + 2b + c - 7$.

- A. $-\frac{1}{9}$. B. $\frac{86}{27}$. C. -2 . D. $\frac{67}{27}$.

Câu 160. Tính tích phân $\int_{-1}^3 (x^3 - 3x^2 + 2)^{2017} dx$.

- A. 0. B. $2,1 \cdot 10^{-15}$. C. 690952,8. D. $\frac{272}{35}$.

Câu 161. Biết $\int_{-1}^{11} f(x) dx = 18$. Tính $I = \int_0^2 x(2 + f(3x^2 - 1)) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = 7$. C. $I = 8$. D. $I = 10$.

Câu 162. Biết $\int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{x \cos x}{\sqrt{1+x^2} + x} dx = a + \frac{\pi^2}{b} + \frac{\sqrt{3}\pi}{c}$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính $M = a - b + c$.

- A. $M = 35$. B. $M = 41$. C. $M = -37$. D. $M = -35$.

Câu 163. Biết $\int_1^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 + 1} - 1} = a\sqrt{5} + b\sqrt{2} + c$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Giá trị của $P = a + b + c$ là

- A. $-\frac{5}{2}$. B. $\frac{7}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 2.

Câu 164. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $f(x) > 0, \forall x \in [0; 2018]$ và $f(x) \cdot f(2018 - x) = 1, \forall x \in [0; 2018]$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^{2018} \frac{1}{1 + f(x)} dx$ là

- A. 2018. B. 4016. C. 0. D. 1009.

Câu 165. Cho $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1 + x + \sqrt{1+x^2}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2} + c + \ln \sqrt{3\sqrt{2} - 3}$ với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = \frac{1}{2}$. B. $a + b + c = -1$. C. $a + b + c = -\frac{1}{2}$. D. $a + b + c = \frac{5}{2}$.

Câu 166. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x f'(2x) dx$.

- A. 12. B. 13. C. 20. D. 7.

Câu 167. Cho tích phân $I = \int_{\frac{1}{12}}^{12} \left(1 + x - \frac{1}{x}\right) e^{x + \frac{1}{x}} dx = \frac{a}{b} \cdot e^{\frac{c}{d}}$ trong đó a, b, c, d là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Tính $bc - ad$.

- A. 24. B. $\frac{1}{6}$. C. 12. D. 1.

Câu 168. Cho hàm số f liên tục trên $\mathbb{Q}$ thỏa mãn $f'(x)\sqrt{x^2 + 1} = 2x\sqrt{f(x) + 1}$ và $f(x) > -1$, $f(0) = 0$. Tính $f(\sqrt{3})$.

- A. 0. B. 3. C. 7. D. 9.

Câu 169. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 0$; $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = \int_0^1 (x+1)e^x f(x) dx = \frac{e^2 - 1}{4}$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{e}{2}$. B. $\frac{e-1}{2}$. C. $\frac{e^2}{4}$. D. $2 - e$.

Câu 170. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ và $f(-x) + 2018f(x) = e^x, \forall x \in [-1; 1]$. Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{e^2 - 1}{2018e}$. B. $\frac{e^2 - 1}{e}$. C. $\frac{e^2 - 1}{2019e}$. D. 0.

Câu 171. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 2]$, thỏa mãn $f(2) = 0$ và các tích phân: $\int_1^2 [f'(x)]^2 dx = \frac{5}{12} + \ln \frac{2}{3}$, $\int_1^2 \frac{f(x)}{(x+1)^2} dx = -\frac{5}{12} + \ln \frac{3}{2}$. Tính tích phân $\int_1^2 f(x) dx$.

- A. $\frac{3}{4} + 2\ln \frac{2}{3}$. B. $\ln \frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4} - 2\ln \frac{3}{2}$. D. $\frac{3}{4} + 2\ln \frac{3}{2}$.

Câu 172. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{x^2} f(t) dt = e^{x^2} + x^4 - 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $f(4)$.

- A. $f(4) = e^4 + 4$. B. $f(4) = 4e^4$. C. $f(4) = 1$. D. $e^4 + 8$.

Câu 173. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, thỏa mãn $f'(x) + (2x+4)f^2(x) = 0$, $f(x) > 0 \forall x > 0$ và $f(2) = \frac{1}{15}$. Tính $S = f(1) + f(2) + f(3)$.

- A. $S = \frac{7}{15}$. B. $S = \frac{11}{15}$. C. $S = \frac{11}{30}$. D. $S = \frac{7}{30}$.

Câu 174. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và thỏa mãn $2 \cdot f(3x) + 3 \cdot f\left(\frac{2}{x}\right) = -\frac{15x}{2}$,

$\int_3^9 f(x) dx = k$. Tính $I = \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

- A. $I = -\frac{45+k}{9}$. B. $I = \frac{45-k}{9}$. C. $I = \frac{45+k}{9}$. D. $I = \frac{45-2k}{9}$.

Câu 175. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^{x^2} f(t) dt = xe^x$. Tính giá trị $f(4)$.

- A. $f(4) = 3e^2$. B. $f(4) = \frac{3e^2}{4}$. C. $f(4) = \frac{5e^4}{8}$. D. $f(4) = \frac{e^2}{4}$.

Câu 176. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $f(1) = 1 + e$; $f(x) = e^{\frac{1}{x}} + xf'(x) \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $1 + 2\sqrt{e}$. B. $1 + \sqrt{e}$. C. $2 + 2\sqrt{e}$. D. $2 + \sqrt{e}$.

Câu 177. Tích phân $I = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x}{3x+1} dx = \frac{\pi}{a} - \frac{1}{b}$ với a, b là số tự nhiên. Tính $P = \frac{a}{b}$.

- A. $P = 2$. B. $P = -4$. C. $P = 4$. D. $P = 8$.

Câu 178. Giả sử $\int_1^3 \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^4} dx = \frac{1}{a} \left(b\sqrt{2} - \frac{c\sqrt{10}}{a^3} \right)$ (với $a, b, c \in \mathbb{N}$ và $\frac{b}{a}$ là phân số tối giản). Khi đó giá trị $a + bc$ bằng

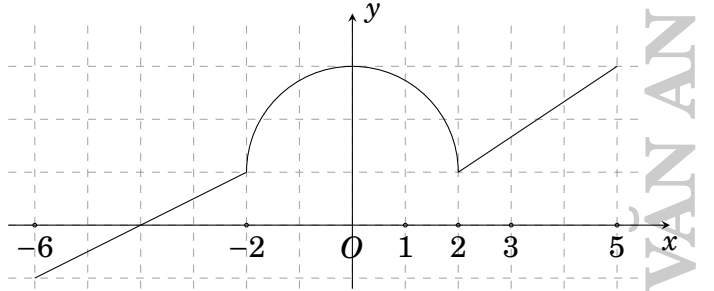
- A. 43. B. 23. C. $y = 33$. D. 13.

Câu 179.

Cho hàm số f liên tục trên đoạn $[-6; 5]$, có đồ thị gồm hai đoạn thẳng và nửa đường tròn như hình vẽ. Tính tích phân

$$I = \int_{-6}^5 [f(x) + 2] dx.$$

- A. $I = 2\pi + 35$. B. $I = 2\pi + 34$.
C. $I = 2\pi + 33$. D. $I = 2\pi + 32$.



Câu 180. Cho hàm số $f(x)$ có các đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf'(x) - x^2e^x = f(x)$ và $f(1) = e$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x) dx$.

- A. $I = e^2 - 2e$. B. $I = e$. C. $I = e^2$. D. $I = 3e^2 - 2e$.

Câu 181. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^1 \frac{f(x) + f(-x)}{2018^x + 1} dx = 2018$. Tính tích phân $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2018$.

- A. 2017. B. 2018. C. 1009. D. 0.

Câu 182. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên đoạn $[1; 4]$, $f(1) = \frac{1}{3}$, $f'(1) = \frac{2}{5}$ và thỏa mãn $2f'(x) + xf''(x) = \sqrt{x}$, $\forall x \in [1; 4]$. Tính $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{139}{75}$. B. $I = \frac{213}{25}$. C. $I = \frac{263}{75}$. D. $I = \frac{119}{25}$.

Câu 183. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn đẳng thức sau $f(x) + 2xf(x^2) + 3x^2f(x^3) = \sqrt{1-x^2}$, $\forall x \in [0; 1]$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$.

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{24}$. C. $\frac{\pi}{36}$. D. $\frac{\pi}{12}$.

Câu 184. Biết $\int_1^4 \sqrt{\frac{1}{4x} + \frac{\sqrt{x} + e^x}{\sqrt{x}e^{2x}}} dx = a + e^b - e^c$ với a, b, c là các số nguyên. Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = -4$. B. $a + b + c = -5$. C. $a + b + c = -3$. D. $a + b + c = 3$.

Câu 185. Biết $\int_0^1 \frac{(x^2 + 5x + 6)e^x}{x + 2 + e^{-x}} dx = a.e - b - \ln \frac{a.e + c}{3}$ với a, b, c là các số nguyên và e là cơ số của logarit tự nhiên. Tính $S = 2a + b + c$.

- A. $S = 10$. B. $S = 0$. C. $S = 0$. D. $S = 9$.

Câu 186. Biết $\int_1^5 \frac{\sqrt{2x-1}}{2x + 3\sqrt{2x-1} + 1} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3 + d \ln 5$ với a, b, c, d là các số nguyên. Tính $S = a + b + c + d$.

- A. $S = -1$. B. $S = 2$. C. $S = 5$. D. $S = 3$.

Câu 187. Biết $I = \int_2^3 \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, trong đó a, b, c là những số nguyên. Tính biểu thức $(a + b^2 + 3c^2)$.

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 9.

LUYỆN TẬP VỀ ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

Bài 16. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường sau đây:

- a) $y = 2x^3 - 3x^2$, Ox , $x = 0$ và $x = 2$.
 b) $y = x^4 - 2x^2 - 3$, $y = x^2 + 1$, Oy và $x = 2$.
 c) $y = x^3 - 12x$ và $y = x^2$.
 d) $y = x^3 + 11x - 6$ và $y = 6x^2$.
 e) $y = x^3$ và $y = 4x$.
 f) $y = (e + 1)x$ và $y = (1 + e^x)x$.
 g) $y = \frac{4x - 2}{2x + 1}$ và hai trục tọa độ.
 h) $y = \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x}$, trục hoành và $x = e$.

Bài 17. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox , biết (H) giới hạn bởi

- a) $y = x^3 - 3x$, trục hoành, $x = 0$ và $x = 2$.
 b) $y = \cos x$, trục hoành, $x = 0$ và $x = \pi$.
 c) $y = \frac{2}{2 - x}$, trục hoành, $x = 0$ và $x = 1$.
 d) $y = e^x \sqrt{x}$, trục hoành và $x = 1$.
 e) $y = 2x - x^2$ và $y = x$.
 f) $y = 2 - x^2$ và $y = 1$.

CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 188. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$.

- A. 19. B. $\frac{2186}{7}\pi$. C. 20. D. 18.

Câu 189. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

- A. $S = 10$. B. $S = 8$. C. $S = 12$. D. $S = 9$.

Câu 190. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 4x$ và $x + y = -2$ là

- A. $\frac{6}{5}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 191. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = -x^2 + x$.

- A. 6. B. $\frac{9}{8}$. C. 12. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 192. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \sin 2x$, $y = 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.

- A. $\frac{\pi^2}{4} + \frac{\pi}{4}$. B. $\pi^2 - \pi$. C. $\frac{\pi^2}{4} - 4$. D. $\frac{\pi^2}{4} - \frac{\pi}{4}$.

Câu 193. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$; $x = 1$ và trục Ox .

- A. $\frac{2\sqrt{2} - 1}{3}$. B. $\frac{3\sqrt{2} - 1}{5}$. C. $\frac{5 - \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{5 - 2\sqrt{2} - 1}{3}$.

Câu 194. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 - 2x - 2$ và $y = \frac{x - 4}{2 - x}$.

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3} - 2\ln 2$. C. 0,28. D. $3 - \ln 4$.

Câu 195. Hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): x^2 - x - 6$ và trục Ox có diện tích bằng

- A. $\frac{95}{6}$. B. $-\frac{95}{6}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $-\frac{125}{6}$.

Câu 196. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = x^3 - 3x$ và trục Ox .

- A. $S = \frac{9}{4}$. B. $S = \frac{9}{8}$. C. $S = \frac{9}{2}$. D. $S = \frac{11}{4}$.

Câu 197. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{16\pi}{5}$. B. $\frac{18\pi}{5}$. C. $\frac{17\pi}{5}$. D. $\frac{5\pi}{18}$.

Câu 198. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, Ox và các đường $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay ($\mathcal{H}$) quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. C. $V = \frac{\pi e^2}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

Câu 199. Tính thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi xoay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x}$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox .

- A. $V = 3\pi$. B. $V = 3$. C. $V = \pi$. D. $V = 1$.

Câu 200. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$ quay xung quanh Ox .

- A. 0. B. $\frac{\pi^2}{2}$. C. 2π . D. 2.

Câu 201. Gọi ($\mathcal{H}$) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{-e^x + 4x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 2$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình ($\mathcal{H}$) xung quanh trục hoành bằng

- A. $\pi \int_1^2 (e^x - 4x) dx$. B. $\int_1^2 (e^x - 4x) dx$. C. $\int_1^2 (4x - e^x) dx$. D. $\pi \int_1^2 (4x - e^x) dx$.

Câu 202. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ và $y = \sqrt{2x + 1}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay ($\mathcal{H}$) quanh trục Ox có thể tích bằng

- A. $\pi \int_0^1 \sqrt{2x + 1} dx$. B. $\pi \int_0^1 (2x + 1) dx$. C. $\pi \int_0^1 (2x + 1)^2 dx$. D. $\int_0^1 \sqrt{2x + 1} dx$.

Câu 203. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = xe^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox là

- A. $V = \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 x e^x dx$. C. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^x dx$. D. $V = \pi \int_0^1 x^2 e^{2x} dx$.

Câu 204. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x}$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$. Tính thể tích V của khối tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) quay xung quanh trục Ox .

- A. $2\pi \ln 2$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $2 \ln 2$.

Câu 205. Cho hình phẳng ($\mathcal{H}$) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin x$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay ($\mathcal{H}$) xung quanh trục Ox có thể tích bằng

- A. $\pi \int_0^\pi |\sin x| dx$. B. $\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. C. $\int_0^\pi \sin^2 x dx$. D. $\pi \left| \int_0^\pi (-\sin x) dx \right|$.

Câu 206. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

- A. $V = \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $V = \pi \int_0^1 e^{x^2} dx$. C. $V = \int_0^1 e^{x^2} dx$. D. $V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx$.

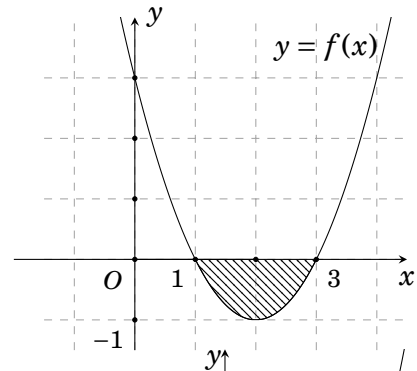
Câu 207. Vật thể B giới hạn bởi mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = 2$. Cắt vật thể B với mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng x , ($0 \leq x \leq 2$) ta được thiết diện có diện tích bằng $x^2(2 - x)$. Thể tích của vật thể B là

- A. $V = \frac{2}{3}\pi$. B. $V = \frac{2}{3}$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 208.

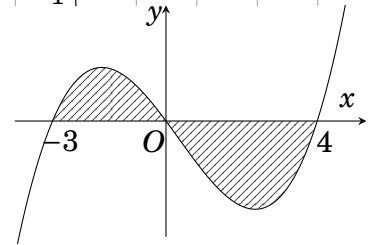
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị đã cho và trục Ox . Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức nào dưới đây?

- A. $V = \pi^2 \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. B. $V = \frac{1}{3} \int_1^3 [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$.



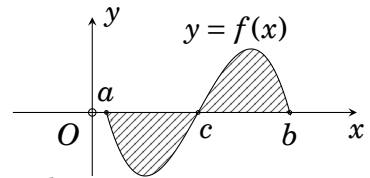
Câu 209. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là

- A. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx$. B. $S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx$.

**Câu 210.**

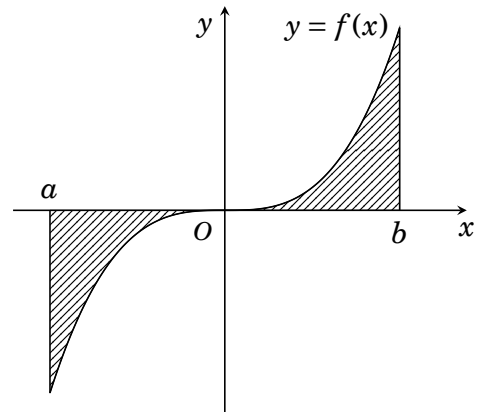
Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

- A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$. B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.
C. $S = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. D. $S = \int_a^b f(x) dx$.

**Câu 211.**

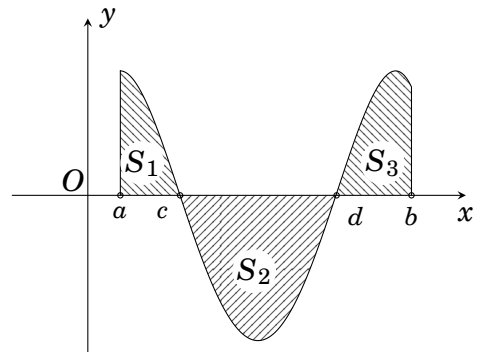
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a, x = b$ (hình bên). Giả sử S_D là diện tích của hình phẳng D . Hãy chọn công thức tính S_D .

- A. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.
B. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.
C. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.
D. $S_D = - \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

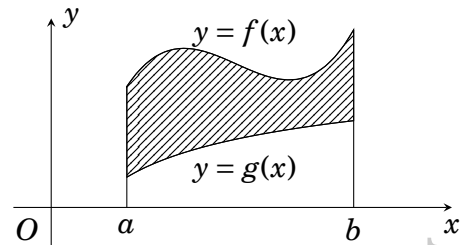
**Câu 212.**

Tổng diện tích $S = S_1 + S_2 + S_3$ trong hình vẽ được tính bằng tích phân nào sau đây?

- A. $S = \int_a^b f(x) dx$.
B. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx$.
C. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx - \int_d^b f(x) dx$.
D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^d f(x) dx + \int_d^b f(x) dx$.

**Câu 213.**

Cho hình phẳng trong hình bên (phần tô đậm) quay quanh trục hoành. Thể tích khối tròn xoay tạo thành được tính theo công thức nào trong các công thức sau đây?



A. $V = \pi \int_a^b [g^2(x) - f^2(x)] dx.$

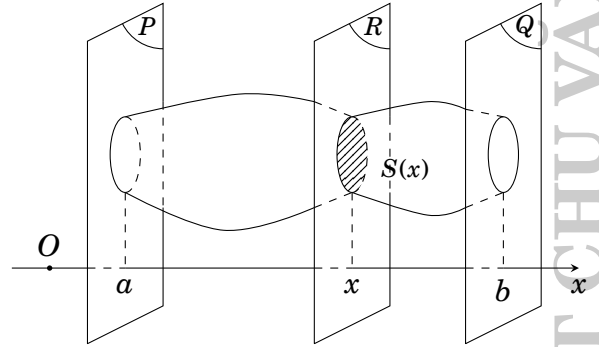
B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

Câu 214.

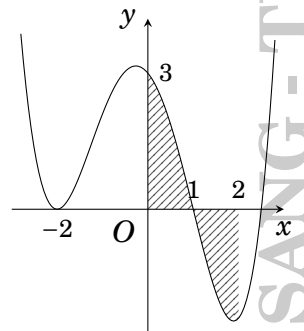
Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể được giới hạn bởi hai mặt phẳng (P) , (Q) vuông góc với trục Ox lần lượt tại $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Một mặt phẳng (R) tùy ý vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x , ($a \leq x \leq b$) cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $y = S(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$. Thể tích V của vật thể đó được tính theo công thức



A. $V = \int_a^b S^2(x) dx.$ B. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$ C. $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$ D. $V = \int_a^b S(x) dx.$

Câu 215.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (phần tô đen) là



A. $\int_0^2 f(x) dx.$

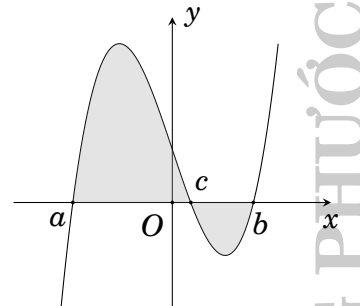
B. $-\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $\left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

Câu 216.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ a , b , c với $c \in (a; b)$ như hình bên. Đặt $m = \int_a^c f(x) dx$, $n = \int_c^b f(x) dx$. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành (phần tô đậm) bằng bao nhiêu?



A. $m + n.$ B. $-m - n.$ C. $m - n.$ D. $n - m.$

Câu 217.

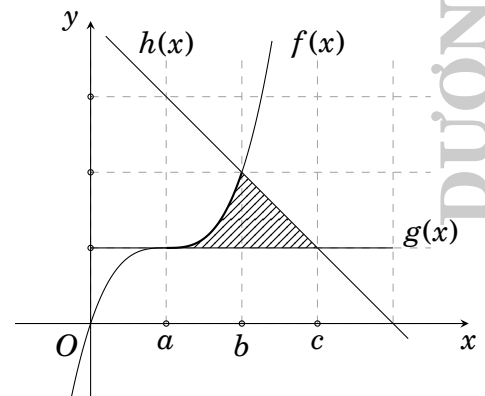
Diện tích hình phẳng (phần gạch chéo) giới hạn bởi đồ thị 3 hàm số $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ như hình bên, bằng kết quả nào sau đây.

A. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx + \int_b^c |g(x) - h(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

D. $S = \int_a^c [f(x) + h(x) - g(x)] dx.$



Câu 218. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường như hình vẽ (phần gạch sọc).

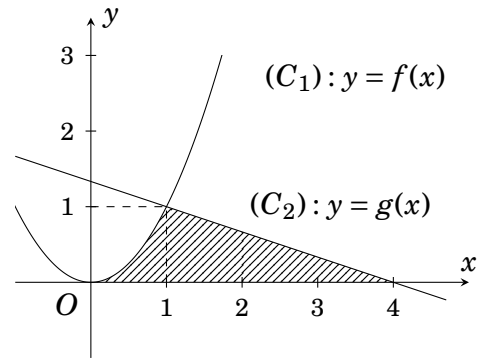
Diện tích hình phẳng (H) được tính theo công thức

A. $S = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^4 g(x) dx.$

B. $S = \int_0^4 [f(x) - g(x)] dx.$

C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx.$

D. $S = \int_0^4 |f(x) - g(x)| dx.$



Câu 219.

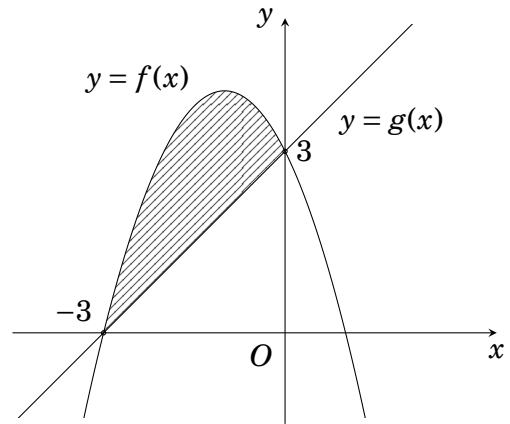
Cho hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của hình phẳng D . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_{-3}^0 [f(x) - g(x)] dx.$

B. $S = \int_{-3}^0 [g(x) - f(x)] dx.$

C. $S = \int_{-3}^0 [f(x) + g(x)] dx.$

D. $S = \int_{-3}^1 [f(x) - g(x)]^2 dx.$

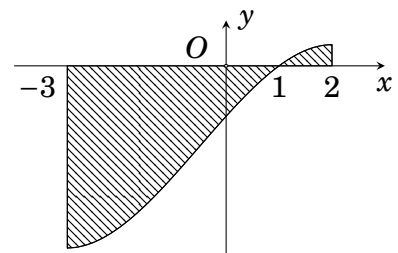


Câu 220.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$ và trục hoành (phần gạch sọc) trong hình vẽ có công thức là

A. $\left| \int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \right|.$ B. $\left| \int_{-3}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx \right|.$

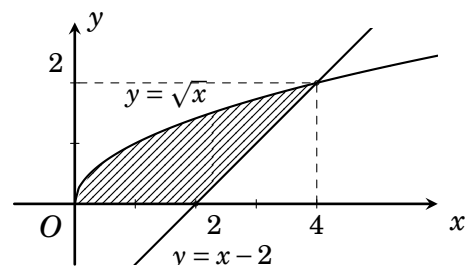
C. $-\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$ D. $\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$



Câu 221.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Quay (H) xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành.

A. $\frac{10\pi}{3}.$ B. $\frac{16\pi}{3}.$ C. $\frac{7\pi}{3}.$ D. $\frac{8\pi}{3}.$



Câu 222. Xét vật thể ($\mathcal{T}$) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích vật thể ($\mathcal{T}$) bằng

A. $\frac{16\pi}{3}.$ B. $\frac{16}{3}.$ C. $\pi.$ D. $\frac{8}{3}.$

Câu 223. Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 3$ biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là hình chữ nhật có kích thước là x và $2\sqrt{9-x^2}$.

A. 36 (đvtt). B. 9 (đvtt). C. 18 (đvtt). D. 54 (đvtt).

Câu 224. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ

độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình tròn có đường kính bằng $\sqrt{36 - 3x^2}$.

A. $V = \frac{81\pi}{4}$.

B. $V = \frac{81}{4}$.

C. $V = 81\pi$.

D. $V = 81$.

Câu 225. Một vật di chuyển với gia tốc $a(t) = -20(1 + 2t)^{-2}$ (m/s²). Khi $t = 0$ thì vận tốc của vật là 30 m/s. Tính quãng đường vật đó đi được sau 2 giây đầu tiên.

A. 47 m.

B. 48 m.

C. 49 m.

D. 46 m.

Câu 226. Một vật chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -10$ m/s², vận tốc ban đầu là $v_0 = 120$ m/s. Tính quãng đường di chuyển của vật từ thời điểm $t_0 = 0$ đến lúc dừng hẳn.

A. 1440 m.

B. 1000 m.

C. 680 m.

D. 720 m.

Câu 227.

Cho hình phẳng (H) như hình vẽ (phần tô đậm).

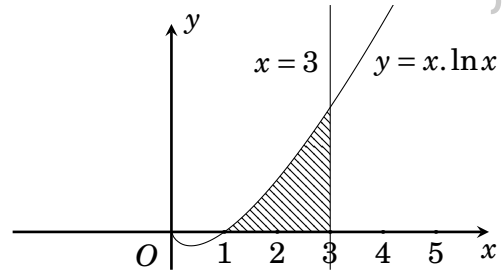
Diện tích hình phẳng (H) là

A. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{3}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{9}{2} \ln 3 - 4$.

D. $\frac{9}{2} \ln 3 - 2$.



Câu 228. Hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -3, x = 1, y = 0, y = x^2 - x$ có diện tích được tính theo công thức

A. $S = \int_{-3}^1 (x^2 - x) dx$.

B. $S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx - \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

C. $S = \int_{-3}^0 (x^2 - x) dx + \int_0^1 (x^2 - x) dx$.

D. $S = \int_0^1 |x^2 - x| dx$.

Câu 229. Đặt S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$, đường thẳng $y = x - 1$ và các đường thẳng $x = m, x = 2m$ ($m > 1$). Giá trị của m sao cho $S = \ln 3$ là

A. $m = 5$.

B. $m = 4$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Câu 230.

Cho hàm $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 3]$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và đường thẳng $y = x$ (phần gạch chéo trong hình vẽ bên).

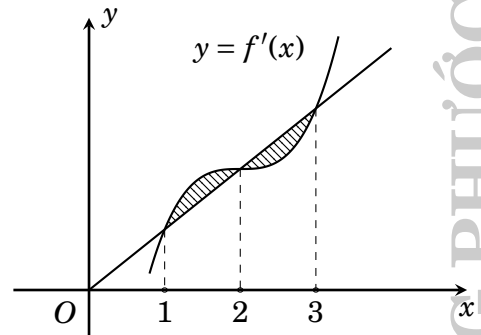
Diện tích hình (H) bằng

A. $2f(2) - f(1) - f(3) + 1$.

B. $f(3) - f(1) - 4$.

C. $2f(3) - f(2) - f(1) + 1$.

D. $f(1) - f(3) + 4$.



Câu 231.

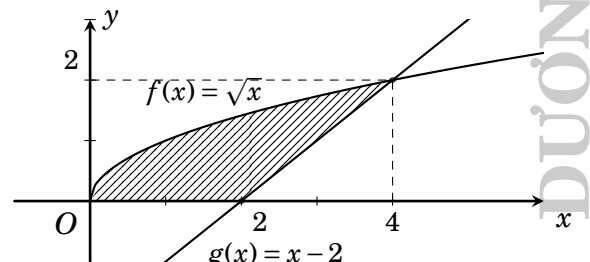
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$ và trục hoành (hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{7}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.



Câu 232. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số (H): $y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ. Khi đó giá trị của S bằng

A. $\ln 2 - 1$.

B. $2\ln 2 - 1$.

C. $\ln 2 + 1$.

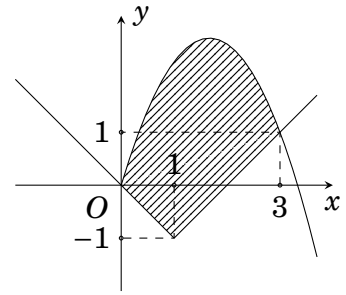
D. $\ln 2 + 1$.

Câu 233.

Cho H là hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ và được giới hạn bởi các đường có phương trình $y = \frac{10}{3}x - x^2$, $y = \begin{cases} -x & \text{khi } x \leq 1 \\ x-2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$.

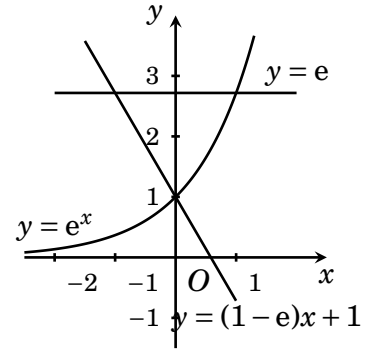
Diện tích của H bằng

- A. $\frac{11}{2}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{11}{6}$. D. $\frac{14}{3}$.

**Câu 234.**

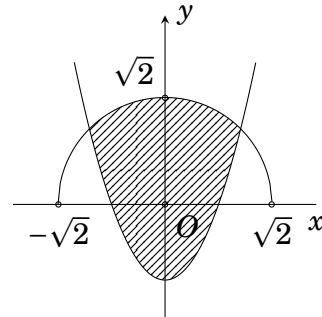
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = e$, $y = e^x$ và $y = (1 - e)x + 1$ (tham khảo hình vẽ bên). Diện tích của (H) là

- A. $S = \frac{e+1}{2}$. B. $S = e + \frac{1}{2}$. C. $S = e + \frac{3}{2}$. D. $S = \frac{e-1}{2}$.

**Câu 235.**

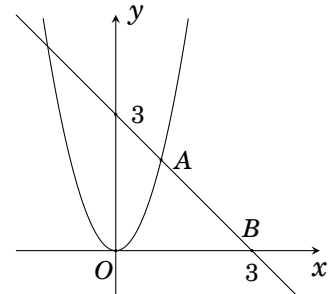
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2 - x^2}$ với $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng

- A. $\frac{3\pi - 2}{6}$. B. $\frac{3\pi + 10}{3}$. C. $\frac{3\pi + 2}{6}$. D. $\frac{3\pi + 10}{6}$.

**Câu 236.**

Gọi tam giác cong (OAB) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = 2x^2$, $y = 3 - x$, $y = 0$ (hình vẽ bên). Tính diện tích S của (OAB) .

- A. $S = \frac{8}{3}$. B. $S = \frac{4}{3}$. C. $S = \frac{5}{3}$. D. $S = \frac{10}{3}$.



Câu 237. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = xe^x$, trục hoành, hai đường thẳng $x = -2$; $x = 3$ có công thức tính là

- A. $S = \int_{-2}^3 xe^x dx$. B. $S = \int_{-2}^3 |xe^x| dx$. C. $S = \left| \int_{-2}^3 xe^x dx \right|$. D. $S = \pi \int_{-2}^3 xe^x dx$.

Câu 238. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ m/s. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 20 m. B. 2 m. C. 0,2 m. D. 10 m.

Câu 239. Một ô-tô đang chạy thì người lái đạp phanh, từ thời điểm đó, ô-tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô-tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 20 m. B. 25 m. C. 60 m. D. 15 m.

Câu 240. Một chiếc máy bay chuyển động trên đường băng với vận tốc $v(t) = t^2 + 10t$ (m/s) với t là thời gian được tính theo đơn vị giây kể từ khi máy bay bắt đầu chuyển động. Biết khi

máy bay đạt vận tốc 200 (m/s) thì nó rời đường băng. Quãng đường máy bay đã di chuyển trên đường băng là

- A. 500 (m). B. 2000 (m). C. $\frac{4000}{3}$ (m). D. $\frac{2500}{3}$ (m).

Câu 241. Một người lái xe ô tô đang chạy với vận tốc 20 m/s thì người lái xe phát hiện có hàng rào ngăn đường ở phía trước cách 45 m (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào) vì vậy, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe ô tô còn cách hàng rào ngăn cách bao nhiêu mét (tính từ vị trí đầu xe đến hàng rào)?

- A. 5 m. B. 6 m. C. 4 m. D. 3 m.

Câu 242. Một học sinh đang điều khiển xe đạp điện chuyển động thẳng đều với vận tốc a m/s. Khi phát hiện có chướng ngại vật phía trước học sinh đó thực hiện phanh xe. Sau khi phanh, xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = a - 2t$ m/s. Tìm giá trị lớn nhất của a để quãng đường xe đạp điện đi được sau khi phanh không vượt quá 9 m.

- A. $a = 7$. B. $a = 4$. C. $a = 5$. D. $a = 6$.

Câu 243. Một ô tô đang đi với vận tốc lớn hơn 72 km/h, phía trước là đoạn đường chỉ cho phép chạy với tốc độ tối đa là 72 km/h, vì thế người lái xe đạp phanh để ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 30 - 2t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc bắt đầu đạp phanh đến lúc đạt tốc độ 72 km/h, ô tô đã di chuyển quãng đường là bao nhiêu mét?

- A. 100 m. B. 150 m. C. 175 m. D. 125 m.

Câu 244. Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái xe đạp phanh, từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn di chuyển được bao nhiêu mét?

- A. 0.2 m. B. 2 m. C. 10 m. D. 20 m.

Câu 245. Một vật chuyển động với vận tốc $v(t)$ (m/s) có gia tốc là $v'(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Vận tốc ban đầu của vật là 6 m/s. Tính vận tốc của vật sau 10 giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

- A. 11 m/s. B. 12 m/s. C. 13 m/s. D. 14 m/s.

Câu 246. Một vật chuyển động với vận tốc $v = 20$ m/s thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ m/s². Tính quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất.

- A. $\frac{104}{3}$ m. B. 104 m. C. 208 m. D. $\frac{104}{6}$ m.

Câu 247. Một vật đang chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 6t + 12t^2$ (m/s²). Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là

- A. $\frac{4300}{3}$ m. B. 4300 m. C. $\frac{98}{3}$ m. D. 11100 m.

Câu 248. Một xe buýt bắt đầu đi từ một nhà chờ xe buýt A với vận tốc $v(t) = 10 + 3t^2$ (m/s) (khi bắt đầu chuyển động từ A thì $t = 0$) đến nhà chờ xe buýt B cách đó 175 m. Hỏi thời gian xe đi từ A đến B là bao nhiêu giây?

- A. 7. B. 8. C. 9. D. 5.

Câu 249. Một ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 15 m/s thì phía trước xuất hiện chướng ngại vật nên người lái xe đạp phanh gấp. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với gia tốc $-a$ (m/s²), ($a > 0$). Biết ô tô chuyển động được 20m nữa thì dừng hẳn. Hỏi a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (3;4). B. (4;5). C. (5;6). D. (6;7).

Câu 250. Độ lớn của vận tốc của một vật thay đổi theo thời gian $v = f(t)$ (m/s) trong đó $f(t)$ nhận giá trị dương. Quãng đường đi được (tính theo đơn vị mét) từ thời điểm $t = a$ (s) đến thời điểm $t = b$ (s), ($0 < a < b$), được tính theo công thức

- A. $f(b) - f(a)$. B. $\int_a^b f(t) dt$. C. $\int_a^b f(t) dt$. D. $f(a) - f(b)$.

Câu 251. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e$ là $S = a\sqrt{2} + b$. Khi đó tính giá trị $a^2 + b^2$?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{20}{9}$. D. 2.

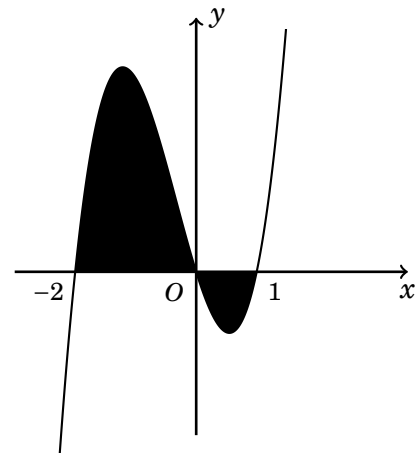
Câu 252. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x$ và $y = e^x$, trục tung và đường thẳng $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_0^1 |e^x - 1| dx$. B. $S = \int_0^1 (e^x - x) dx$. C. $S = \int_0^1 (x - e^x) dx$. D. $S = \int_{-1}^1 |e^x - x| dx$.

Câu 253.

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ) là

- A. $\int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$. B. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$.
C. $\int_0^1 f(x) dx - \int_{-2}^0 f(x) dx$. D. $\left| \int_{-2}^1 f(x) dx \right|$.



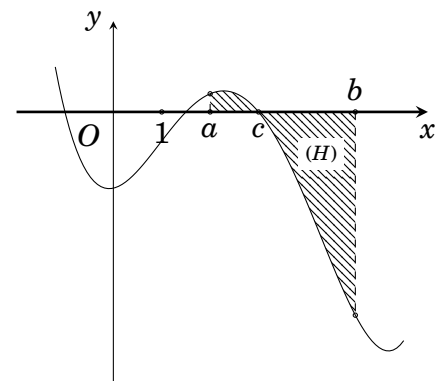
Câu 254. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$ và $y = 2 - x^2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $S = 2 \int_0^1 |1 - x^2| dx$. B. $S = 2 \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx$. C. $S = 2 \int_0^1 (x^2 - 1) dx$. D. $S = 2 \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx$.

Câu 255.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ có đồ thị như hình bên và $c \in [a; b]$. Gọi S là diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0$, $x = a$, $x = b$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$. B. $S = \int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.
C. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

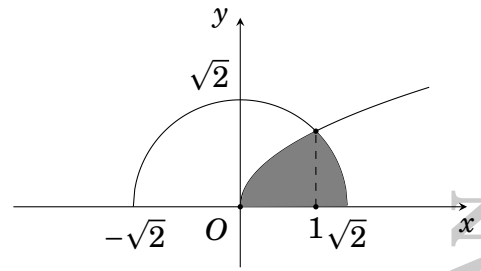


Câu 256.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đường cong có phương trình $y = \sqrt{x}$, nửa đường tròn có phương trình $y = \sqrt{2-x^2}$ (với $0 \leq x \leq \sqrt{2}$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ).

Diện tích của (H) bằng

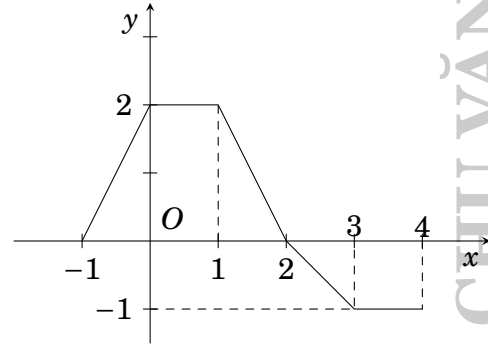
- A. $\frac{3\pi+2}{12}$. B. $\frac{4\pi+2}{12}$. C. $\frac{3\pi+1}{12}$. D. $\frac{4\pi+1}{6}$.

**Câu 257.**

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-1;4]$

như hình vẽ. Tính tích phân $I = \int_{-1}^4 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{11}{2}$. C. $I = 5$. D. $I = 3$.



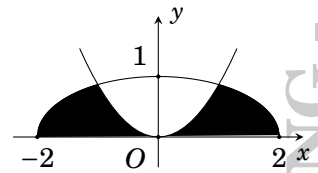
Câu 258. Diện tích nhỏ nhất giới hạn bởi (P) : $y = x^2 + 1$ và đường thẳng d : $y = mx + 2$ là

- A. $\frac{3}{4}$. B. 1. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 259.

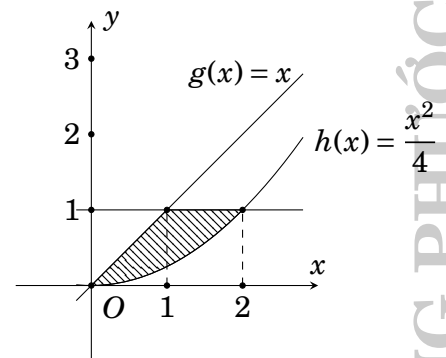
Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và nửa elip có phương trình $y = \frac{1}{2}\sqrt{4-x^2}$ (với $-2 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Gọi S là diện tích của, biết $S = \frac{a\pi + b\sqrt{3}}{c}$ (với $a, b, c \in \mathbb{R}$). Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 9$. B. $P = 12$. C. $P = 15$. D. $P = 17$.

**Câu 260.**

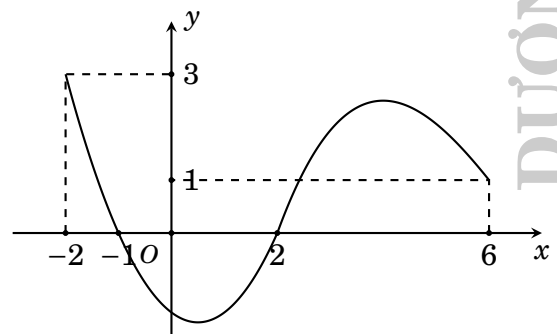
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = 1$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{4}$ trong miền $x \geq 0$, $y \leq 1$ là $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Khi đó $b - a$ bằng

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

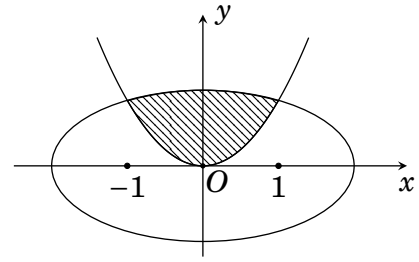
**Câu 261.**

Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(-2) < f(-1) < f(2) < f(6)$.
B. $f(2) < f(-2) < f(-1) < f(6)$.
C. $f(-2) < f(2) < f(-1) < f(6)$.
D. $f(6) < f(2) < f(-2) < f(-1)$.

**Câu 262.**

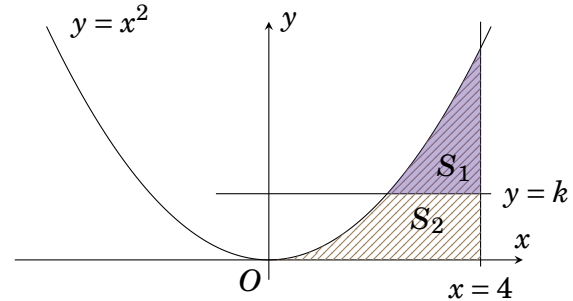
Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và đường elip có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (phần gạch chéo trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



- A. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi + \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 263.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $y = k$ ($0 < k < 16$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích S_1, S_2 (hình vẽ). Tìm k để $S_1 = S_2$.



- A. $k = 8$. B. $k = 4$. C. $k = 5$. D. $k = 3$.

Câu 264. Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ có đồ thị (C_m) . Giả sử (C_m) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho hình phẳng giới hạn bởi (C_m) với trục hoành có diện tích phần phía trên trục hoành bằng diện tích phần phía dưới trục hoành. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

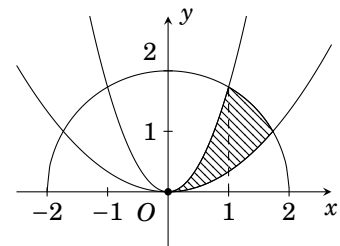
- A. $m \in (-1; 1)$. B. $m \in (2; 3)$. C. $m \in (3; 5)$. D. $m \in (5; +\infty)$.

Câu 265. Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là (P) , trên (P) có hai điểm A, B với hoành độ lần lượt là a, b . Biết rằng $AB = 3\sqrt{2}$ và diện tích hình phẳng tạo bởi (P) với đường thẳng AB bằng $\sqrt{6}$. Giá trị của $a^2 + b^2$ là

- A. 4. B. 10. C. 5. D. 8.

Câu 266.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = \frac{x^2}{3}$, $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ với $(-2 \leq x \leq 2)$ (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng



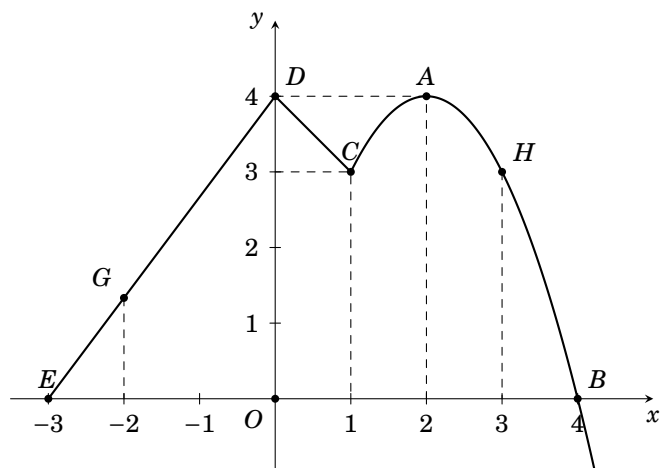
- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{6}$. C. $\frac{2\pi}{3} + \frac{8}{9} + \frac{\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{2\pi}{3} - \frac{8}{9} - \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 267.

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3; 5]$ như hình vẽ dưới đây (phần cong của đồ thị là một phần của parabol

$y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

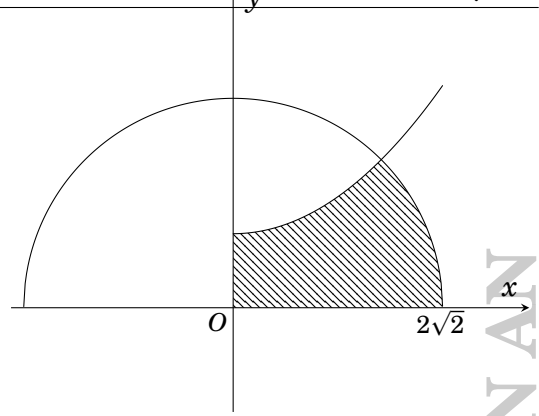
- A. $I = \frac{53}{3}$. B. $I = \frac{97}{6}$. C. $I = \frac{43}{2}$. D. $I = \frac{95}{6}$.



Câu 268.

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{1}{4}x^2 + 1$ với $(0 \leq x \leq 2\sqrt{2})$, nửa đường tròn $y = \sqrt{8 - x^2}$ và trục hoành, trục tung (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

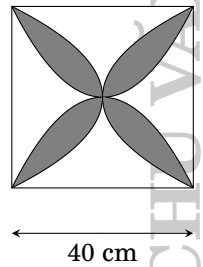
- A. $\frac{3\pi + 14}{6}$. B. $\frac{2\pi + 2}{3}$. C. $\frac{3\pi + 4}{6}$. D. $\frac{3\pi + 2}{3}$.



Câu 269.

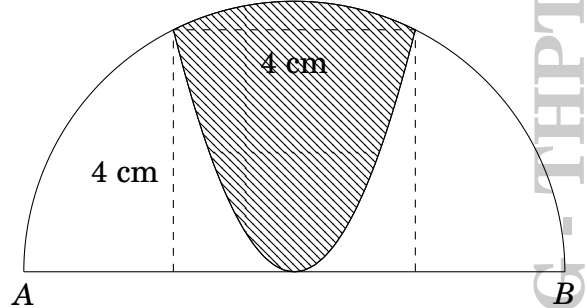
Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm. Người ta đã dùng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (phần tô đậm như hình vẽ). Diện tích của mỗi cánh hoa đó bằng

- A. 200 cm^2 . B. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$. C. $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$. D. $\frac{200}{3} \text{ cm}^2$.



Câu 270.

Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 4\sqrt{5}$. Trên đó người ta vẽ parabol có đỉnh trùng với tâm của nửa hình tròn, trục đối xứng là đường kính vuông góc với AB . Parabol cắt nửa đường tròn tại hai điểm cách nhau 4 cm và khoảng cách từ hai điểm đó đến AB bằng nhau và bằng 4 cm. Sau đó người ta cắt bỏ phần



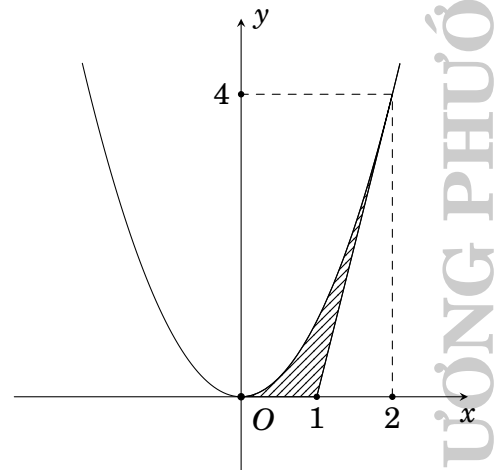
hình phẳng giới hạn bởi đường tròn và parabol (phần gạch sọc trong hình vẽ). Đem phần còn lại quay xung quanh trục AB . Thể tích của khối tròn xoay thu được bằng

- A. $V = \frac{\pi}{15} (800\sqrt{5} - 464) \text{ cm}^3$. B. $V = \frac{\pi}{3} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$.
C. $V = \frac{\pi}{5} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$. D. $V = \frac{\pi}{15} (800\sqrt{5} - 928) \text{ cm}^3$.

Câu 271.

Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một parabol và một đường thẳng tiếp xúc với parabol đó tại điểm $A(2;4)$, (như hình vẽ dưới đây). Tính thể tích khối tròn xoay tạo bởi hình phẳng (H) khi quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{32\pi}{5}$. B. $\frac{16\pi}{15}$. C. $\frac{22\pi}{5}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.



Câu 272. Một ô-tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô-tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô-tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

- A. $S = 87,50$ (m). B. $S = 94,00$ (m). C. $S = 95,70$ (m). D. $S = 96,25$ (m).

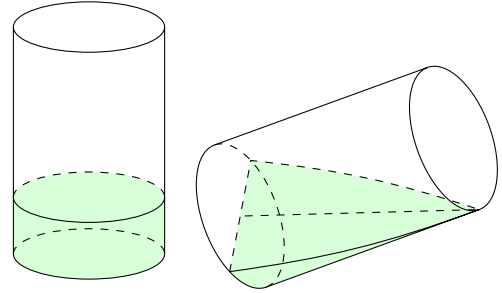
Câu 273. Một ô tô đang chạy với vận tốc 54 km/h thì tăng tốc chuyển động nhanh dần đều với gia tốc $a(t) = 3t - 8$ (m/s²) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây. Quãng đường mà ô tô đi được sau 10s kể từ lúc tăng tốc là

- A. 150 m. B. 250 m. C. 246 m. D. 540 m.

Câu 274.

Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6 cm, chiều cao trong lòng cốc là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

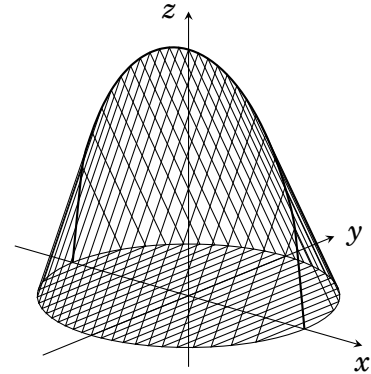
- A. 240 cm^3 . B. $240\pi \text{ cm}^3$.
C. 120 cm^3 . D. $120\pi \text{ cm}^3$.



Câu 275.

Cho vật thể có mặt đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (hình vẽ). Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Tính thể tích V của vật thể đó.

- A. $V = \sqrt{3}$. B. $V = 3\sqrt{3}$. C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \pi$.



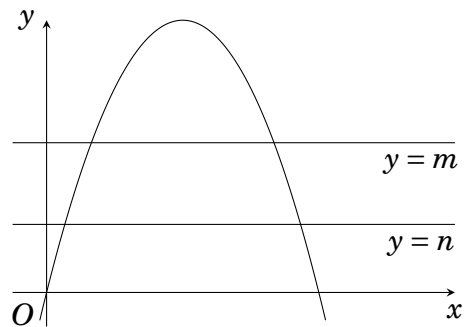
Câu 276. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bằng công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để hai ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn thì khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

- A. 33 m. B. 12 m. C. 31 m. D. 32 m.

Câu 277.

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$, $y = n$ chia hình (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau (ta có thể tham khảo hình vẽ). Tính giá trị biểu thức $T = (4 - m)^3 + (4 - n)^3$.

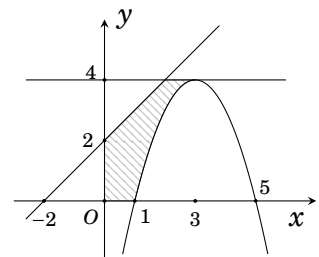
- A. $T = \frac{320}{9}$. B. $T = \frac{75}{2}$.
C. $T = \frac{512}{15}$. D. $T = 405$.



Câu 278.

Tính thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) (phần tô màu đen trong hình bên) quanh trục Ox .

- A. $\frac{61\pi}{15}$. B. $\frac{88\pi}{5}$. C. $\frac{8\pi}{5}$. D. $\frac{424\pi}{15}$.



TRÍCH DẪN CÂU TRẮC NGHIỆM TRONG ĐỀ THI CỦA BỘ

Câu 279 (Đề 101 - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 3x$.

- A. $\int \cos 3x \, dx = 3 \sin 3x + C.$ B. $\int \cos 3x \, dx = \frac{\sin 3x}{3} + C.$
 C. $\int \cos 3x \, dx = -\frac{\sin 3x}{3} + C.$ D. $\int \cos 3x \, dx = \sin 3x + C.$

Câu 280 (Đề 102 - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$.

- A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5} \ln |5x-2| + C.$ B. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2} \ln(5x-2) + C.$
 C. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5 \ln |5x-2| + C.$ D. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln |5x-2| + C.$

Câu 281 (Đề 103 - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

- A. $\int 2 \sin x \, dx = 2 \cos x + C.$ B. $\int 2 \sin x \, dx = \sin^2 x + C.$
 C. $\int 2 \sin x \, dx = \sin 2x + C.$ D. $\int 2 \sin x \, dx = -2 \cos x + C.$

Câu 282 (Đề 104 - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A. $\int 7^x \, dx = 7^x \ln 7 + C.$ B. $\int 7^x \, dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C.$
 C. $\int 7^x \, dx = 7^{x+1} + C.$ D. $\int 7^x \, dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C.$

Câu 283 (Đề tham khảo - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

- A. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$ B. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$
 C. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$ D. $\int f(x) \, dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$

Câu 284 (Đề tham khảo - 2018). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $x^3 + C.$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C.$ C. $6x + C.$ D. $x^3 + x + C.$

Câu 285 (Đề 101 - 2018). Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A. $x^4 + x^2 + C.$ B. $3x^2 + 1 + C.$ C. $x^3 + x + C.$ D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C.$

Câu 286 (Đề 103 - 2018). Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A. $4x^3 + 2x + C.$ B. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C.$ C. $x^4 + x^2 + C.$ D. $x^5 + x^3 + C.$

Câu 287 (Đề thử nghiệm - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$.

- A. $\int f(x) \, dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$ B. $\int f(x) \, dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$
 C. $\int f(x) \, dx = 2 \sin 2x + C.$ D. $\int f(x) \, dx = -2 \sin 2x + C.$

Câu 288 (Đề thử nghiệm - 2017). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$.

Tính $I = \int_1^2 f'(x) \, dx$

- A. $I = 1.$ B. $I = -1.$ C. $I = 3.$ D. $I = \frac{7}{2}.$

Câu 289 (Đề tham khảo - 2018). Tích phân $\int_0^2 \frac{dx}{x+3}$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\log \frac{5}{3}$. C. $\ln \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 290 (Đề 101 - 2018). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$. B. $S = \int_0^2 e^x dx$. C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$. D. $S = \int_0^2 e^{2x} dx$.

Câu 291 (Đề 102 - 2018). Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \int_0^2 2^x dx$. B. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$. C. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$. D. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$.

Câu 292 (Đề minh họa - 2017). Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$), xung quanh trục Ox .

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = \int_a^b f^2(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$. D. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 293 (Đề tham khảo - 2018). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$). Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

- A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$.
C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.

Câu 294 (Đề 103 - 2018). Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.
C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Câu 295 (Đề 104 - 2018). Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$. B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$. D. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$.

Câu 296 (Đề 101 - 2017). Cho hàm số $f(x)$ thỏa $f'(x) = 3 - 5 \sin x$ và $f(0) = 10$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 5$. B. $f(x) = 3x + 5 \cos x + 2$.
C. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 2$. D. $f(x) = 3x - 5 \cos x + 15$.

Câu 297 (Đề 103 - 2017). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = \frac{3}{2}$. Tìm $F(x)$.

- A. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{3}{2}$. B. $F(x) = 2e^x + x^2 - \frac{1}{2}$.
C. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{5}{2}$. D. $F(x) = e^x + x^2 + \frac{1}{2}$.

Câu 298 (Đề 104 - 2017). Tìm nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \sin x + \cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$.

A. $F(x) = \cos x - \sin x + 3$.

B. $F(x) = -\cos x + \sin x + 3$.

C. $F(x) = -\cos x + \sin x - 1$.

D. $F(x) = -\cos x + \sin x + 1$.

Câu 299 (Đề 102 - 2018). Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$.

B. $4x^3 + 1 + C$.

C. $x^5 + x^2 + C$.

D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 300 (Đề 104 - 2018). Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x^2$ là

A. $x^4 + x^3 + C$.

B. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

C. $3x^2 + 2x + C$.

D. $x^3 + x^2 + C$.

Câu 301 (Đề tham khảo - 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

A. $e^x + x^2 + C$.

B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

D. $e^x + 1 + C$.

Câu 302 (Đề minh họa - 2017). Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{3}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{2}(2x-1)\sqrt{2x-1} + C$.

Câu 303 (Đề tham khảo - 2018). Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn

$f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng

A. $4 + \ln 15$.

B. $2 + \ln 15$.

C. $3 + \ln 15$.

D. $\ln 15$.

Câu 304 (Đề tham khảo - 2019). Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x(1 + \ln x)$ là

A. $2x^2 \ln x + 3x^2$.

B. $2x^2 \ln x + x^2$.

C. $2x^2 \ln x + 3x^2 + C$.

D. $2x^2 \ln x + x^2 + C$.

Câu 305 (Đề 102 - 2017). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x}$. Tính $I = F(e) - F(1)$.

A. $I = e$.

B. $I = \frac{1}{e}$.

C. $I = \frac{1}{2}$.

D. $I = 1$.

Câu 306 (Đề 102 - 2017). Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$, $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{5}{2}$.

B. $I = \frac{7}{2}$.

C. $I = \frac{17}{2}$.

D. $I = \frac{11}{2}$.

Câu 307 (Đề 103 - 2017). Cho $\int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = 2$.

B. $a - 2b = 0$.

C. $a + b = -2$.

D. $a + 2b = 0$.

Câu 308 (Đề 104 - 2017). Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

A. 7.

B. $5 + \frac{\pi}{2}$.

C. 3.

D. $5 + \pi$.

Câu 309 (Đề thử nghiệm - 2017). Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ thỏa mãn $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

A. $F(3) = \ln 2 - 1$.

B. $F(3) = \ln 2 + 1$.

C. $F(3) = \frac{1}{2}$.

D. $F(3) = \frac{7}{4}$.

Câu 310 (Đề 102 - 2018). $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$.

B. $e^4 - e$.

C. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$.

D. $e^3 - e$.

Câu 311 (Đề 103 - 2018). $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

- A. $2\ln 2$. B. $\frac{1}{3}\ln 2$. C. $\frac{2}{3}\ln 2$. D. $\ln 2$.

Câu 312 (Đề 104 - 2018). $\int_1^2 \frac{dx}{2x+3}$ bằng

- A. $2\ln \frac{7}{5}$. B. $\frac{1}{2}\ln 35$. C. $\ln \frac{7}{5}$. D. $\frac{1}{2}\ln \frac{7}{5}$.

Câu 313 (Đề tham khảo - 2019). Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

- A. -3 . B. 12 . C. -8 . D. 1 .

Câu 314 (Đề 101 - 2017). Cho $\int_0^6 f(x)dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 36$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 315 (Đề minh họa - 2017). Tính tích phân $I = \int_0^\pi \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

- A. $I = -\frac{1}{4}\pi^4$. B. $I = -\pi^4$. C. $I = 0$. D. $I = -\frac{1}{4}$.

Câu 316 (Đề thử nghiệm - 2017). Cho $\int_0^4 f(x)dx = 16$. Tính tích phân $I = \int_0^2 f(2x)dx$.

- A. $I = 32$. B. $I = 8$. C. $I = 16$. D. $I = 4$.

Câu 317 (Đề tham khảo - 2017). Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng phương pháp đổi biến số với cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được kết quả nào dưới đây?

- A. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u}du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u}du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u}du$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u}du$.

Câu 318 (Đề 101 - 2018). $\int_1^2 e^{3x-1}dx$ bằng

- A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$. B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$. C. $e^5 - e^2$. D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$.

Câu 319 (Đề minh họa - 2017). Tính tích phân $I = \int_1^e x \ln x dx$

- A. $I = \frac{1}{2}$. B. $I = \frac{e^2 - 2}{2}$. C. $I = \frac{e^2 + 1}{4}$. D. $I = \frac{e^2 - 1}{4}$.

Câu 320 (Đề tham khảo - 2017). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x)dx = 10$ đồng

thời $2f(1) - f(0) = 2$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

- A. $I = -12$. B. $I = 8$. C. $m = 1$. D. $I = -8$.

Câu 321 (Đề 103 - 2018). Cho $\int_1^e (1+x \ln x)dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b = -c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.

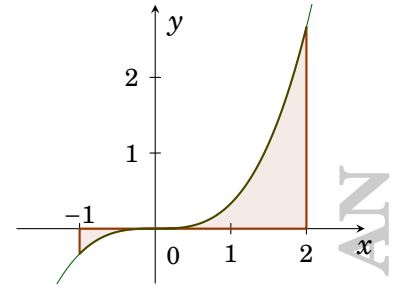
Câu 322 (Đề minh họa - 2017). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{9}{4}$. C. $\frac{81}{12}$. D. 13 .

Câu 323 (Đề tham khảo - 2017).

Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và 2 đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x)dx$, $b = \int_0^2 f(x)dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $S = b - a$. B. $S = b + a$.
C. $S = -b + a$. D. $S = -b - a$.



Câu 324 (Đề 101 - 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \pi - 1$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. C. $V = (\pi + 1)\pi$. D. $V = \pi + 1$.

Câu 325 (Đề 102 - 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = 2(\pi + 1)$. B. $V = 2\pi(\pi + 1)$. C. $V = 2\pi^2$. D. $V = 2\pi$.

Câu 326 (Đề 103 - 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$. B. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$. C. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$.

Câu 327 (Đề 104 - 2017). Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{4\pi}{3}$. B. $V = 2\pi$. C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = 2$.

Câu 328 (Đề tham khảo - 2017). Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là hình chữ nhật có 2 cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

- A. $V = 32 + 2\sqrt{15}$. B. $V = \frac{124\pi}{3}$. C. $V = \frac{124}{3}$. D. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$.

Câu 329 (Đề 101 - 2017). Cho $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

- A. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + 2x + C$. B. $\int f'(x)e^{2x} dx = -x^2 + x + C$.
C. $\int f'(x)e^{2x} dx = x^2 - 2x + C$. D. $\int f'(x)e^{2x} dx = -2x^2 + 2x + C$.

Câu 330 (Đề thử nghiệm - 2017). Biết $I = \int_3^4 \frac{dx}{x^2 + x} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = 0$.

Câu 331 (Đề tham khảo - 2018). Biết $I = \int_1^2 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x+x\sqrt{x+1}}} = \sqrt{a} - \sqrt{b} - c$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 24$. B. $P = 12$. C. $P = 18$. D. $P = 46$.

Câu 332 (Đề 102 - 2017). Cho $F(x) = (x-1)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$.

A. $\int f'(x)e^{2x} dx = (4-2x)e^x + C.$

B. $\int f'(x)e^{2x} dx = \frac{2-x}{2}e^x + C.$

C. $\int f'(x)e^{2x} dx = (2-x)e^x + C.$

D. $\int f'(x)e^{2x} dx = (x-2)e^x + C.$

Câu 333 (Đề 103 - 2017). Cho $F(x) = -\frac{1}{3x^3}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{5x^5} + C.$

B. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} - \frac{1}{5x^5} + C.$

C. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C.$

D. $\int f'(x)\ln x dx = -\frac{\ln x}{x^3} + \frac{1}{3x^3} + C.$

Câu 334 (Đề 102 - 2018). Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$ (m/s), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

A. 20 (m/s).

B. 16 (m/s).

C. 13 (m/s).

D. 15 (m/s).

Câu 335 (Đề tham khảo - 2019). Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Câu 336 (Đề tham khảo - 2017). Cho $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} dx = a + b \ln \frac{1+e}{2}$, với a, b là các số hữu tỉ. Tính $S = a^3 + b^3$.

A. $S = 2.$

B. $S = -2.$

C. $S = 0.$

D. $S = 1.$

Câu 337 (Đề tham khảo - 2017). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + f(-x) = \sqrt{2 + 2\cos 2x}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_{-\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} f(x) dx$.

A. $I = -6.$

B. $I = 0.$

C. $I = -2.$

D. $I = 6.$

Câu 338 (Đề 101 - 2018). Cho $\int_{16}^{55} \frac{dx}{x\sqrt{x+9}} = a \ln 2 + b \ln 5 + c \ln 11$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - b = -c.$

B. $a + b = c.$

C. $a + b = 3c.$

D. $a - b = -3c.$

Câu 339 (Đề 102 - 2018). Cho $\int_5^{21} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = a \ln 3 + b \ln 5 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = -2c.$

B. $a + b = c.$

C. $a - b = -c.$

D. $a - b = -2c.$

Câu 340 (Đề 104 - 2017). Cho $F(x) = \frac{1}{2x^2}$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{f(x)}{x}$. Tìm nguyên hàm của hàm số $f'(x)\ln x$.

A. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2}\right) + C.$

B. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C. $\int f'(x)\ln x dx = -\left(\frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right) + C.$

D. $\int f'(x)\ln x dx = \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{2x^2} + C.$

Câu 341 (Đề 104 - 2018). Cho $\int_1^e (2+x \ln x) dx = ae^2 + b \cdot e + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a + b = -c$. B. $a + b = c$. C. $a - b = c$. D. $a - b = -c$.

Câu 342 (Đề 101 - 2018). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{2}{9}$ và $f'(x) = 2x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{35}{36}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{19}{36}$. D. $-\frac{2}{15}$.

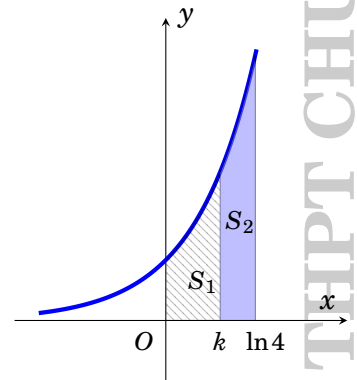
Câu 343 (Đề 103 - 2018). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{41}{400}$. B. $-\frac{1}{10}$. C. $-\frac{391}{400}$. D. $-\frac{1}{40}$.

Câu 344 (Đề thử nghiệm - 2017).

Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.

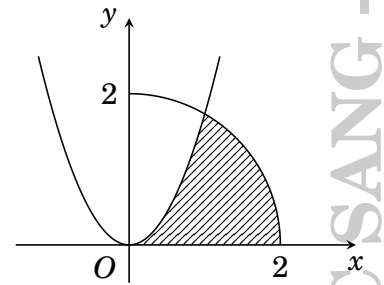
- A. $k = \frac{2}{3} \ln 4$. B. $k = \ln 2$.
C. $k = \ln \frac{8}{3}$. D. $k = \ln 3$.



Câu 345 (Đề tham khảo - 2018).

Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ (với $0 \leq x \leq 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) bằng

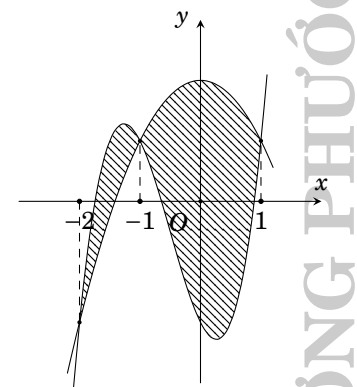
- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.
C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$. D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$.



Câu 346 (Đề 102 - 2018).

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

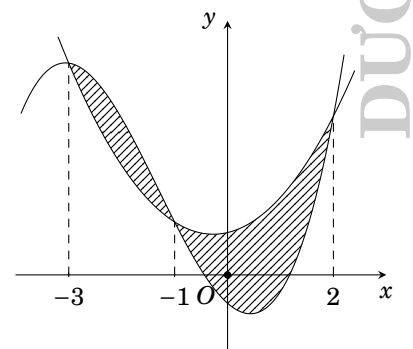
- A. $\frac{37}{6}$. B. $\frac{13}{2}$. C. $\frac{9}{2}$. D. $\frac{37}{12}$.



Câu 347 (Đề 103 - 2018).

Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

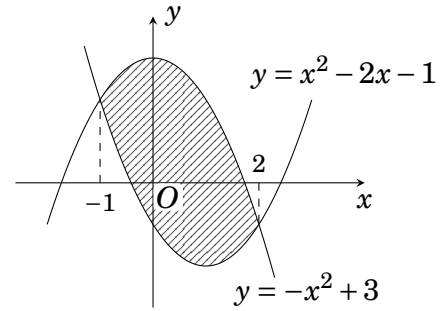
- A. $\frac{253}{12}$. B. $\frac{125}{12}$. C. $\frac{253}{48}$. D. $\frac{125}{48}$.



Câu 348 (Đề tham khảo - 2019).

Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
 C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.



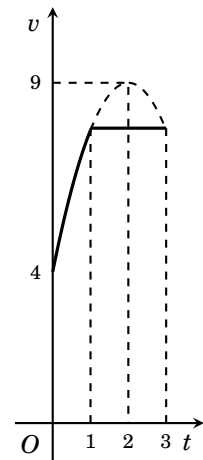
Câu 349 (Đề minh họa - 2017). Kí hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2(x-1)e^x$, trục tung và trục hoành. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục Ox .

- A. $V = 4 - 2e$. B. $V = (4 - 2e)\pi$. C. $V = e^2 - 5$. D. $V = (e^2 - 5)\pi$.

Câu 350 (Đề 101 - 2017).

Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $s = 23,25$ km. B. $s = 21,58$ km.
 C. $s = 15,50$ km. D. $s = 13,83$ km.



Câu 351 (Đề 103 - 2018). Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 15 (m/s). B. 9 (m/s). C. 42 (m/s). D. 25 (m/s).

Câu 352 (Đề 104 - 2018). Một chất điểm A xuất phát từ O, chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{120}t^2 + \frac{58}{45}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O, chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 3 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A. Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

- A. 25 (m/s). B. 36 (m/s). C. 30 (m/s). D. 21 (m/s).

Câu 353 (Đề 102 - 2018). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{3}$ và $f'(x) = x[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. $-\frac{11}{6}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{2}{9}$. D. $-\frac{7}{6}$.

Câu 354 (Đề tham khảo - 2018). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 7$ và $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{7}{5}$.

B. 1.

C. $\frac{7}{4}$.

D. 4.

Câu 355 (Đề 104 - 2018). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(2) = -\frac{1}{5}$ và $f'(x) = x^3 [f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. $-\frac{4}{35}$.

B. $-\frac{71}{20}$.

C. $-\frac{79}{20}$.

D. $-\frac{4}{5}$.

Câu 356 (Đề 101 - 2017).

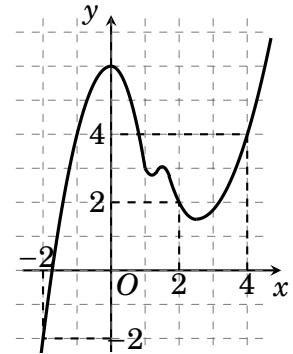
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = 2f(x) - x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $h(4) = h(-2) > h(2)$.

B. $h(4) = h(-2) < h(2)$.

C. $h(2) > h(4) > h(-2)$.

D. $h(2) > h(-2) > h(4)$.



Câu 357 (Đề 102 - 2017).

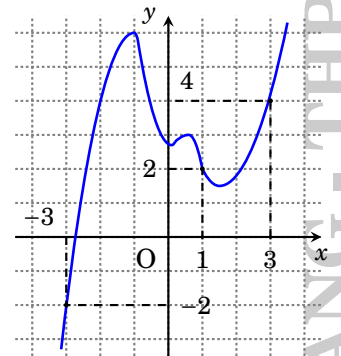
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(-3) > g(3) > g(1)$.

B. $g(1) > g(-3) > g(3)$.

C. $g(3) > g(-3) > g(1)$.

D. $g(1) > g(3) > g(-3)$.



Câu 358 (Đề 103 - 2017).

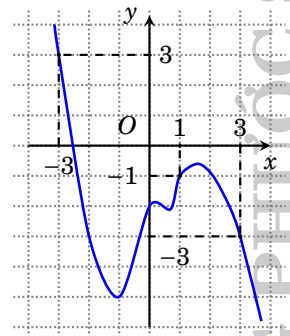
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(3) < g(-3) < g(1)$.

B. $g(1) < g(3) < g(-3)$.

C. $g(1) < g(-3) < g(3)$.

D. $g(-3) < g(3) < g(1)$.



Câu 359 (Đề 104 - 2017).

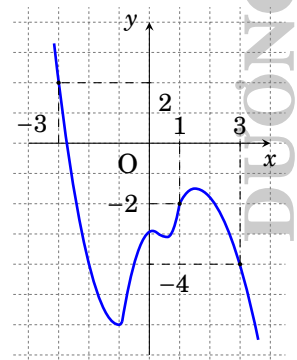
Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(1) < g(3) < g(-3)$.

B. $g(1) < g(-3) < g(3)$.

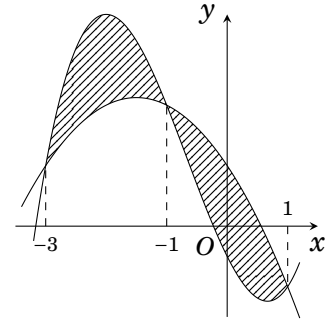
C. $g(3) = g(-3) < g(1)$.

D. $g(3) = g(-3) > g(1)$.



Câu 360 (Đề 101 - 2018).

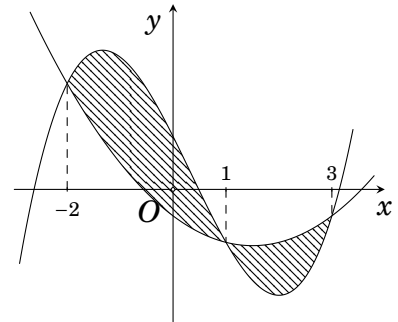
Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



- A. $\frac{9}{2}$. B. 8. C. 4. D. 5.

Câu 361 (Đề 104 - 2018).

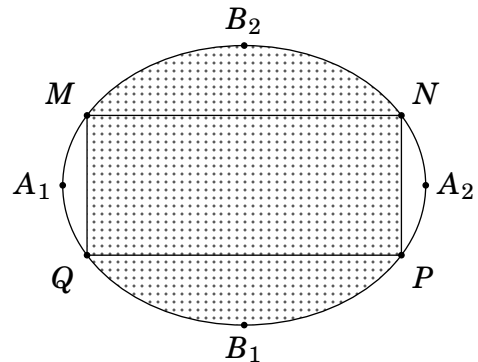
Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + \frac{3}{4}$ và $g(x) = dx^2 + ex - \frac{3}{4}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 3$ (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng



- A. $\frac{253}{48}$. B. $\frac{125}{24}$.
C. $\frac{125}{48}$. D. $\frac{24}{253}$.

Câu 362 (Đề tham khảo - 2019).

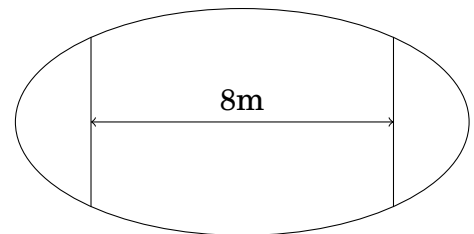
Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là và phần còn lại. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?



- A. 7.322.000 đồng. B. 7.213.000 đồng.
C. 5.526.000 đồng. D. 5.782.000 đồng.

Câu 363 (Đề thử nghiệm - 2017).

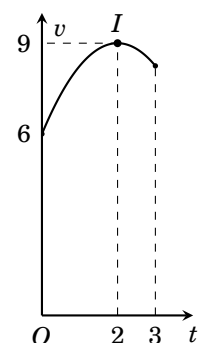
Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng 16m và độ dài trục bé bằng 10m. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng 8m và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 100.000 đồng/1m². Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 7.862.000 đồng. B. 7.653.000 đồng. C. 7.128.000 đồng. D. 7.826.000 đồng.

Câu 364 (Đề 102 - 2017).

Một vật chuyển động trong 3 giờ đầu với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



- A. $s = 24,25\text{ km}$. B. $s = 26,75\text{ km}$.
C. $s = 24,75\text{ km}$. D. $s = 25,25\text{ km}$.

Câu 365 (Đề 103 - 2017).

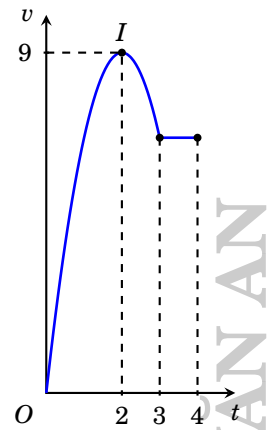
Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.

A. $s = 26,5$ km.

B. $s = 28,5$ km.

C. $s = 27$ km.

D. $s = 24$ km.

**Câu 366 (Đề 104 - 2017).**

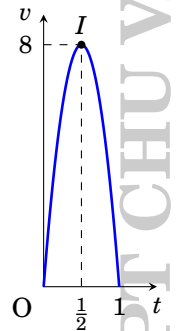
Một người chạy trong thời gian 1 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường parabol với đi $I\left(\frac{1}{2}; 8\right)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng s đường người đó chạy được trong khoảng thời gian 45 phút, kể từ khi bắt đầu chạy.

A. $s = 4,0$ km.

B. $s = 2,3$ km.

C. $s = 4,5$ km.

D. $s = 5,3$ km.



Câu 367 (Đề minh họa - 2017). Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

A. 0,2m.

B. 2m.

C. 10m.

D. 20m.

BẢNG CÔNG THỨC LƯỢNG GIÁC

1. Công thức cơ bản

$$\checkmark \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

$$\checkmark \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha.$$

$$\checkmark \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha.$$

$$\checkmark \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$\checkmark \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}.$$

$$\checkmark \tan \alpha \cot \alpha = 1.$$

2. Công thức cộng

$$\checkmark \sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b.$$

$$\checkmark \cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b.$$

$$\checkmark \tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}.$$

3. Công thức nhân đôi

$$\checkmark \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha.$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1.$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha.$$

$$\checkmark \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$$

$$\checkmark \tan 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}.$$

$$\checkmark \sin 2\alpha = \frac{2\tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}.$$

$$\checkmark \cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}.$$

4. Công thức hạ bậc

$$\checkmark \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}.$$

$$\checkmark \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}.$$

$$\checkmark \tan^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}.$$

5. Công thức nhân ba

$$\checkmark \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha.$$

$$\checkmark \cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha.$$

$$\checkmark \tan 3\alpha = \frac{3\tan \alpha - \tan^3 \alpha}{1 - 2\tan^2 \alpha}.$$

6. Công thức biến đổi tổng thành tích

$$\checkmark \sin a + \sin b = 2\sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$\checkmark \sin a - \sin b = 2\cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$$

$$\checkmark \cos a + \cos b = 2\cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}.$$

$$\checkmark \cos a - \cos b = -2\sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}.$$

$$\checkmark \tan a \pm \tan b = \frac{\sin(a \pm b)}{\cos a \cdot \cos b}.$$

$$\checkmark \sin a + \cos a = \sqrt{2} \sin \left(a + \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\checkmark \sin a - \cos a = \sqrt{2} \sin \left(a - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\checkmark \cos a + \sin a = \sqrt{2} \cos \left(a - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$\checkmark \cos a - \sin a = \sqrt{2} \cos \left(a + \frac{\pi}{4} \right).$$

7. Công thức biến đổi tích thành tổng

$$\checkmark \cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) + \cos(a+b)].$$

$$\checkmark \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)].$$

$$\checkmark \sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)].$$

$$\checkmark \cos a \sin b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) - \sin(a-b)].$$

8. Công thức bổ sung

$$\checkmark \sin^4 a + \cos^4 a = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a.$$

$$\checkmark (\sin a + \cos a)^2 = 1 + \sin 2a.$$

$$\checkmark \sin^6 a + \cos^6 a = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2a.$$

$$\checkmark (\sin a - \cos a)^2 = 1 - \sin 2a.$$