

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$, $u_2 = 4$. Công sai của cấp số cộng là

- A. $d = -2$. B. $d = -6$. C. $d = 6$. D. $d = -8$.

Câu 2. Giới hạn $\lim \left(\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{3} \right)^n \right)$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 3. Dãy số có số hạng tổng quát nào dưới đây có giới hạn là $+\infty$?

- A. $u_n = \frac{2n+1}{n^2+5}$. B. $v_n = \left(-\frac{1}{2} \right)^n$. C. $x_n = (-3)^n$. D. $y_n = \frac{n^2-2n}{n+5}$.

Câu 4. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x+3}{x-5}$ bằng

- A. 2. B. $-\frac{3}{5}$. C. $-\frac{5}{4}$. D. 3.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \sqrt{2n^2-1} - \sqrt{n^2+1}$. Giới hạn của (u_n) là

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\sqrt{2}-1$. D. 0.

Câu 6. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{x-5}$ bằng

- A. 7. B. $+\infty$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 7. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3}$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. 1. D. 0.

Câu 8. Hàm số nào sau đây **không** liên tục tại điểm $x_0 = 1$?

- A. $f_1(x) = x^2 - 1$. B. $f_2(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1, & \text{khi } x \neq 1 \\ 2, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$.
C. $f_3(x) = \begin{cases} 6x - 3, & \text{khi } x \geq 1 \\ 4 - x, & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. D. $f_4(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $SA \perp AB$. B. $SA \perp BC$. C. $SA \perp SB$. D. $SA \perp AC$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O ($ABCD$ không là hình vuông). Khi $SO \perp (ABCD)$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AC \perp (SBD)$. B. $BD \perp (SAC)$. C. $AC \perp SB$. D. $AB \perp SO$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.** Góc giữa SC với (SAB) là $\widehat{SCA}$. **B.** Góc giữa SB với (ABC) là $\widehat{SBA}$.
C. Góc giữa SC với (ABC) là $\widehat{SCA}$. **D.** Góc giữa SC với (SAB) là $\widehat{CSB}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng SB và CD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\alpha = 30^\circ$. **B.** $\alpha = 60^\circ$. **C.** $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 13. (3,0 điểm) Tính các giới hạn sau

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n-3}$. **b)** $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{2x + 3}$. **c)** $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+27} - 5}{x+2}$.

Câu 14. (1,0 điểm) Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}, & \text{khi } x \neq 3 \\ 3 - 2m, & \text{khi } x = 3 \end{cases}$.

Tìm m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 3$.

Câu 15. (2,5 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O và SO vuông góc với đáy. Biết $AC = 2\sqrt{3}a, BD = 2a, SO = 3a$.

- a)** Chứng minh AC vuông góc với mặt phẳng (SBD) .
b) Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
c) Gọi M là trung điểm của SA . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng MO và AD .

Câu 16. (0,5 điểm) Tìm các số thực a, b thỏa mãn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + \sqrt[3]{bx^3 + 3x^2 - 6x + 5} \right) = 4.$$

----- **Hết** -----

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	D	C	A	C	D	B	C	D	A	B

II. PHẦN TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
13. (3,0 điểm)		
a)	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{2n-3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{2 - \frac{3}{n}} = \frac{1}{2}.$	1,0
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1}{2x + 3} = \frac{1^2 - 1 + 1}{2 \cdot 1 + 3} = \frac{1}{5}.$	1,0
c)	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+27} - 5}{x+2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+27-25}{(x+2)(\sqrt{x+27}+5)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{1}{\sqrt{x+27}+5} = \frac{1}{10}.$	1,0
14. (1,0 điểm)		
	Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 1.$	0,5
	Hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 3$ khi và chỉ khi $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(3) \Leftrightarrow 1 = 3 - 2m \Leftrightarrow m = 1.$	0,5
15. (2,5 điểm)		
a)	Ta có $\begin{cases} SO \perp (ABCD) \\ AC \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp AC \quad (1)$ 0,5	
	Tứ giác $ABCD$ là hình thoi, nên $AC \perp BD \quad (2).$ Từ (1) và (2) suy ra $AC \perp (SBD).$	0,5

	b) Do $SO \perp (ABCD)$, nên SC có hình chiếu là OC trên $(ABCD)$. Suy ra góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\alpha = \widehat{(SC, OC)} = \widehat{SCO}$ (do $\triangle SOC$ vuông tại O).	0,5
	Để thấy $OC = a\sqrt{3}, SO = 3a$, nên $\tan \alpha = \frac{SO}{OC} = \sqrt{3}$. Vậy $\alpha = 60^\circ$.	0,5
	c) Để thấy MO là đường trung bình của $\triangle SAC$ nên $MO \parallel SC$. Lại có $AD \parallel BC$ suy ra $\varphi = \widehat{(MO; AD)} = \widehat{(SC; BC)}$.	0,25
	Xét tam giác SBC, để tính được $BC = 2a, SB = a\sqrt{10}, SC = 2\sqrt{3}a$. Khi đó $\cos \varphi = \left \cos \widehat{SCB} \right = \left \frac{SC^2 + BC^2 - SB^2}{2.SC.BC} \right = \left \frac{12a^2 + 4a^2 - 10a^2}{2.2\sqrt{3}a.2a} \right = \frac{\sqrt{3}}{4}.$	0,25
16. (0,5 điểm)		
	Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + \sqrt[3]{bx^3 + 3x^2 - 6x + 5} \right)$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[x \cdot \left(-\sqrt{4 - \frac{a}{x} + \frac{10}{x^2}} + \sqrt[3]{b + \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{5}{x^3}} \right) \right]$ Do $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\sqrt{4 - \frac{a}{x} + \frac{10}{x^2}} + \sqrt[3]{b + \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{5}{x^3}} \right) = -2 + \sqrt[3]{b} \end{cases}$ nên nếu $-2 + \sqrt[3]{b} \neq 0 \Leftrightarrow b \neq 8$, thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + \sqrt[3]{bx^3 + 3x^2 - 6x + 5} \right) = +\infty \text{ (khi } -2 + \sqrt[3]{b} < 0),$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + \sqrt[3]{bx^3 + 3x^2 - 6x + 5} \right) = -\infty \text{ (khi } -2 + \sqrt[3]{b} > 0).$ Vậy $b = 8$.	0,25
	Khi đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + \sqrt[3]{8x^3 + 3x^2 - 6x + 5} \right) = 4$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\left(\sqrt{4x^2 - ax + 10} + 2x \right) + \left(\sqrt[3]{8x^3 + 3x^2 - 6x + 5} - 2x \right) \right] = 4$ $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-ax + 10}{\sqrt{4x^2 - ax + 10} - 2x} + \frac{3x^2 - 6x + 5}{\sqrt[3]{(8x^3 + 3x^2 - 6x + 5)^2} + 2x \cdot \sqrt[3]{8x^3 + 3x^2 - 6x + 5} + 4x^2} \right) = 4$	0,25

	$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-a + \frac{10}{x}}{-\sqrt{4 - \frac{a}{x} + \frac{10}{x^2}} - 2} + \frac{3 - \frac{6}{x} + \frac{5}{x^2}}{\sqrt[3]{\left(8 + \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{5}{x^3}\right)^2} + 2 \cdot \sqrt[3]{8 + \frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} + \frac{5}{x^3}} + 4} \right) = 4$ $\Leftrightarrow \frac{a}{4} + \frac{1}{4} = 4 \Leftrightarrow a = 15. \text{ Vậy } a = 15, b = 8.$	
--	---	--

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.