

ĐỀ CHÍNH THỨC

Câu 1.(2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $y = 3x + 5$.

Câu 2.(1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{3}{2}$

b) Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tìm môđun của số phức z .

Câu 3.(0,5 điểm) Giải bất phương trình: $3^{2(x+1)} - 82.3^x + 9 \leq 0$.

Câu 4.(0,5 điểm) Đội cờ đỏ của một trường phổ thông có 12 học sinh gồm 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B và 3 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để trong 4 học sinh được chọn không quá 2 trong 3 lớp trên.

Câu 5.(1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x^2 (1 + x\sqrt{1-x^2}) dx$

Câu 6. (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy một góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA và SB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ S đến mặt phẳng (DMN).

Câu 7.(1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2;3;1)$ và đường thẳng d:

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases} \text{ .Viết phương trình mặt phẳng đi qua A và chứa đường thẳng d. Viết phương trình}$$

mặt cầu tâm A và tiếp xúc với d.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có $AB=2BC$. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BD; E,F lần lượt là trung điểm đoạn CD và BH. Biết $A(1;1)$, phương trình đường thẳng EF là $3x - y - 10 = 0$ và điểm E có tung độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D.

Câu 9 .(1,0 điểm) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} + \frac{32}{(2\sqrt{y-3}+3)^2} = 5 \\ \sqrt{\sqrt{x}(2\sqrt{x}+\sqrt{y-3}+1)} + \sqrt{(\sqrt{y-3}+1)(\sqrt{x}+2\sqrt{y-3}+2)} = \sqrt{6\left(x+(\sqrt{y-3}+1)^2\right)} \end{cases}$$

Câu 10.(1,0 điểm) cho a, b, c là các số thực không âm và thỏa mãn: $ab + bc + ca = 1$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$P = \sqrt{\frac{a}{16(b+c)(a^2+bc)}} + \sqrt{\frac{b}{16(a+c)(b^2+ac)}} + \frac{a^2+1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{c}{ab} \right)$$

----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

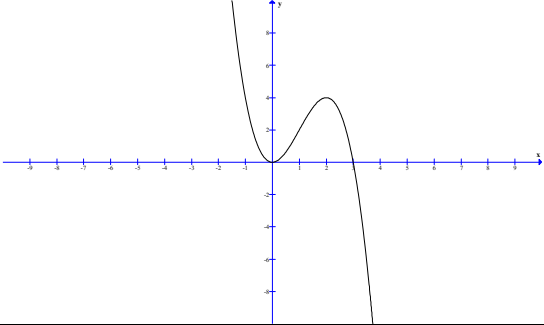
Họ và tên thí sinh:

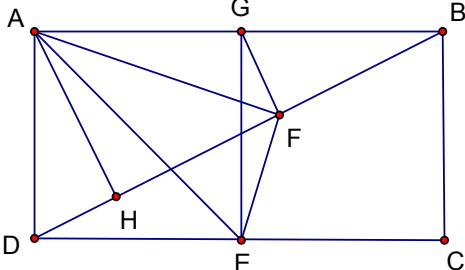
Số báo danh:

Chữ ký của giám thị 1:

Chữ ký của giám thị 2:

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	Đáp án	Điểm																					
1a (1,0đ)	-Tập xác định: $D = \mathbf{R}$. -Sự biến thiên: Chiều biến thiên $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$.	0,25																					
	Các khoảng nghịch biến: $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$; khoảng đồng biến: $(0;2)$. Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, $y_{CT} = 0$; đạt cực đại tại $x = 2$, $y_{CD} = 4$. Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0,25																					
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td>0</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	y	$+\infty$			0		4		$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																		
	y'		-	0	+	0	-																
y	$+\infty$			0		4		$-\infty$															
Đồ thị: 	0,25																						
1b (1,0đ)	Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 5$ nên có hệ số góc bằng 3. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm, ta có $-3x_0^2 + 6x_0 = 3 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 + 3 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 1$ Suy ra $M(1;2)$ Phương trình tiếp tuyến là: $y = 3x - 1$.	0,25 0,25 0,25 0,25																					
	2a (0,5đ)	$\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) + \frac{1}{2}(1 + \cos 4x) + \frac{1}{2}(1 + \cos 6x) = \frac{3}{2}$ $\Leftrightarrow (\cos 6x + \cos 2x) + \cos 4x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 4x \cdot \cos 2x + \cos 4x = 0$ $\Leftrightarrow \cos 4x(2 \cos 2x + 1) = 0$	0,25																				
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$	0,25																				
	2b (0,5đ)	Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbf{R}$; Khi đó $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow a + bi - (2 + 3i)(a - bi) = 1 - 9i \Leftrightarrow -a - 3b - (3a - 3b) = 1 - 9i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3b = 1 \\ 3a - 3b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$. Vậy môđun của số phức z là: $ z = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$	0,25 0,25																				
3 (0,5đ)		$3^{2(x+1)} - 82 \cdot 3^x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 3^{2x} - 82 \cdot 3^x + 9 \leq 0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{9} \leq 3^x \leq 9 \Leftrightarrow 3^{-2} \leq 3^x \leq 3^2 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. Vậy bất phương trình có nghiệm là $-2 \leq x \leq 2$.	0,25 0,25																				

	$SH \perp (DMN) \Rightarrow SH = d(S, (DMN))$ $\Delta SHM \sim \Delta DAM \Rightarrow \frac{SH}{DA} = \frac{SM}{DM} \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot DA}{2DM} = \frac{SA \cdot DA}{2\sqrt{AD^2 + AM^2}} = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{31}}$	0,25
7 (1,0đ)	Đường thẳng d đi qua M(-2;1;-1) và có vector chỉ phương $\vec{a} = (1;2;-2)$, $\vec{MA} = (4;2;2)$ mp(P) đi qua A và chứa d nhận $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{MA}] = (8;-10;-6)$ làm vector pháp tuyến $\Rightarrow (P): 4x - 5y - 3z + 10 = 0$ Gọi H là hình chiếu của A trên d $\Rightarrow H(-2+t; 1+2t; -1-2t)$, $\vec{AH} = (-4+t; -2+2t; -2-2t); \vec{AH} \perp \vec{a} \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{a} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{9} \Rightarrow \vec{AH} = \left(-\frac{32}{9}; -\frac{10}{9}; -\frac{26}{9}\right)$ Mặt cầu (S) tâm A có bán kính $R = AH = \frac{10\sqrt{2}}{3}$. Vậy (S): $(x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 = \frac{200}{9}$.	0,25 0,25 0,25
8 (1,0đ)	Gọi E, F, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CD, BH AB. Ta chứng minh $AF \perp EF$. Ta thấy các tứ giác ADEG và ADFG tiếp nên tứ giác ADEF cũng nội tiếp, đó $AF \perp EF$. Đường thẳng AF có pt: $x+3y-4=0$. Tọa độ điểm F là nghiệm của hệ  nội do	0,25
	$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \rightarrow F\left(\frac{17}{5}; \frac{1}{5}\right) \rightarrow AF = \sqrt{\frac{32}{5}}$	0,25
	$\Delta AFE \sim \Delta DCB \rightarrow EF = \frac{1}{2}AF = 2\sqrt{\frac{2}{5}};$ $E(t; 3t-10) \rightarrow EF^2 = \frac{8}{5} \Leftrightarrow \left(t - \frac{17}{5}\right)^2 + \left(3t - \frac{51}{5}\right)^2 = \frac{8}{5}$ $\Leftrightarrow 5t^2 - 34t + 57 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \vee t = \frac{19}{5}$ hay $E(3; -1) \vee E\left(\frac{19}{5}; \frac{7}{5}\right)$ Theo giả thiết ta được $E(3; -1)$, pt AE: $x+y-2=0$. Gọi D(x;y), tam giác ADE vuông cân tại D nên	0,25
	$\begin{cases} AD = DE \\ AD \perp DE \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 \\ (x-1)(x-3) = (y-1)(y+1) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = x-2 \\ (x-1)(x-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ hay $D(1; -1) \vee D(3; 1)$ Vì D và F nằm về hai phía so với đường thẳng AE nên D(1;-1).	0,25

	Khi đó, $C(5;-1)$; $B(1;5)$. Vậy $B(1;5)$; $C(5;-1)$ và $D(1;-1)$.	
9 (0,5đ)	ĐK: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 3 \end{cases}$ Ta có phương trình thứ 2 của hệ: $\sqrt{x}(2\sqrt{x} + \sqrt{y-3} + 1) + \sqrt{(\sqrt{y-3} + 1)(\sqrt{x} + 2\sqrt{y-3} + 2)} = \sqrt{6(x + (\sqrt{y-3} + 1)^2)}$ (*) Đặt: $\begin{cases} \sqrt{x} = a \\ \sqrt{y-3} + 1 = b \end{cases}$. Phương trình thứ 2 của hệ trở thành: $\sqrt{a(2a+b)} + \sqrt{b(a+2b)} = \sqrt{6(a^2 + b^2)}$ (*)	0,25 0,25
	Ta có: $VT_{(*)}^{BCS} \leq \sqrt{(a+b)(2a+b+2b+a)} = \sqrt{3(a+b)} \leq \sqrt{6(a^2 + b^2)} = VP_{(*)}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $a = b \Leftrightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y-3} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y-3} = 1$	0,25
	Thế vào phương trình đầu của hệ ta có: $2\sqrt{x} + \frac{32}{1 \cdot (2\sqrt{y-3} + 3)^2} = 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + \frac{32}{(\sqrt{x} - \sqrt{y-3})(2\sqrt{y-3} + 3)^2} = 5$ (**) Mặt khác theo AM-GM ta có: $2(\sqrt{x} - \sqrt{y-3}) + \frac{2\sqrt{y-3} + 3}{2} + \frac{2\sqrt{y-3} + 3}{2} + \frac{32}{(\sqrt{x} - \sqrt{y-3})(2\sqrt{y-3} + 3)^2} \stackrel{AM-GM}{\geq} 8$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} + \frac{32}{(\sqrt{x} - \sqrt{y-3})(2\sqrt{y-3} + 3)^2} \geq 5 \Rightarrow VT_{(**)} \geq VP_{(**)}$.	0,25
	Và dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi: $2(\sqrt{x} - \sqrt{y-3}) = \frac{2\sqrt{y-3} + 3}{2} = \frac{32}{2(\sqrt{x} - \sqrt{y-3})(2\sqrt{y-3} + 3)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{y-3} = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{4} \\ y = \frac{13}{4} \end{cases}$ Vậy nghiệm của hệ là $(x; y) = \left(\frac{9}{4}; \frac{13}{4}\right)$	0,25
10 (1,0đ)	Ta có: $\frac{a^2 + bc}{ab + ac} + 1 \geq 2\sqrt{\frac{a^2 + bc}{ab + ac}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{ab + ac}{a^2 + bc}} \geq \frac{2a(b+c)}{(a+b)(a+c)}$ $\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{(b+c)(a^2 + bc)}} \geq \frac{2a}{(a+b)(a+c)}$ (1)	0,25
	Tương tự ta cũng sẽ có: $\sqrt{\frac{b}{(a+c)(b^2 + ac)}} \geq \frac{2b}{(c+b)(a+b)}$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta sẽ có:	0,25

	$P \geq \frac{1}{4} \left[\frac{2a}{(a+b)(a+c)} + \frac{2b}{(c+b)(a+b)} \right] + \frac{a^2+1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{c}{ab} \right) =$ $= \frac{1}{4} \cdot \frac{4ab+2ac+2bc}{(a+b)(b+c)(c+a)} + \frac{(a^2+1)(b+c)}{4ab}$	
	Mặt khác ta có a,b,c là các số không âm và $ab+bc+ca=1$. Nên ta sẽ có: $\frac{(a^2+1)(b+c)}{4ab} = \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{4ab} \geq \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{4ab+2c(a+b)}$ Từ đây ta sẽ có: $P \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{4ab+2ac+2bc}{(a+b)(b+c)(c+a)} + \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{4ab+2c(a+b)} \stackrel{AM-GM}{\geq} 1$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{a^2+bc}{ab+ac}=1 \\ \frac{b^2+ac}{ab+bc}=1 \\ ab+bc+ca=1 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=1 \\ c=0 \end{cases}$.	0,25

- Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì được đủ điểm từng phần như đáp án quy định
- Ngày thi: 1/12/2015, BTC sẽ trả bài cho thí sinh vào ngày 4/12/2015.

*****HẾT*****