

CHỦ ĐỀ 15: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

I. LÝ THUYẾT TRỌNG TÂM

II. CÁC DẠNG TOÁN TRỌNG TÂM VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Viết phương trình mặt phẳng khi biết vectơ pháp tuyến

Một số cách xác định vectơ pháp tuyến của mặt phẳng hay gặp:

- (P) đi qua ba điểm phân biệt A, B, C thì có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = [\vec{AB}; \vec{AC}]$
- (P) đi qua điểm A và song song với (Q) thì ta chọn cho $\vec{n}_P = \vec{n}_Q$
- (P) vuông góc với hai mặt phẳng phân biệt $(\alpha), (\beta)$ thì $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha \\ \vec{n}_P \perp \vec{n}_\beta \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_P = [\vec{n}_\alpha; \vec{n}_\beta]$
- (P) song song với hai vectơ $\vec{a}; \vec{b}$ thì $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{a} \\ \vec{n}_P \perp \vec{b} \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_P = [\vec{a}; \vec{b}]$
- (P) đi qua điểm A, B và vuông góc với (α) thì $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{AB} \\ \vec{n}_P \perp \vec{n}_\alpha \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_P = [\vec{AB}; \vec{n}_\alpha]$
- (P) song song với hai đường thẳng $d_1; d_2$ thì $\begin{cases} \vec{n}_P \perp \vec{u}_{d_1} \\ \vec{n}_P \perp \vec{u}_{d_2} \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_P = [\vec{u}_{d_1}; \vec{u}_{d_2}]$
- (P) chứa đường thẳng d và vuông góc mặt phẳng (α) thì $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{n}_\alpha]$
- (P) chứa đường thẳng d và song song với đường thẳng Δ thì $\vec{n}_P = [\vec{u}_d; \vec{u}_\Delta]$

Ví dụ 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

- A.** $3x - 2y + z - 12 = 0$ **B.** $3x + 2y + z - 8 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z + 3 = 0$ **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm ta có: $(P) \perp \Delta \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_\Delta = (3; -2; 1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) qua $M(3; -1; 1)$ và có VTPT $\vec{n}(3; -2; 1)$ là:

$(P): 3(x-3) - 2(y+1) + 1(z-1) = 0$ hay $3x - 2y + z - 12 = 0$. **Chọn A.**

Ví dụ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;0;-2)$; $B(-1;2;4)$ và $C(2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với BC là:

- A. $3x - 2y - 3z - 3 = 0$ B. $3x - 2y - 3z + 3 = 0$ C. $3x - 2y - 3z - 9 = 0$ D. $3x - 2y - 3z + 9 = 0$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm thì $\vec{n_p} = \vec{BC} = (3; -2; -3)$

Mặt phẳng (P) qua $A(1;0;-2)$ và có VTPT $\vec{n_p} = (3; -2; -3) \Rightarrow (P): 3x - 2y - 3z - 9 = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- A. $3x - y + 2z - 6 = 0$ B. $3x + y - 2z - 14 = 0$ C. $3x - y + 2z + 6 = 0$ D. $3x + y - 2z + 14 = 0$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm ta có: $(P) // (\alpha) \Rightarrow \vec{n_{(P)}} = \vec{n_{(\alpha)}} = (3; -1; 2)$.

Mặt phẳng (P) qua $M(3; -1; -2)$ và có VTPT là $\vec{n_{(P)}} = (3; -1; 2)$ có phương trình là: $3x - y + 2z - 6 = 0$.

Chọn A

Ví dụ 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+1}{-5}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d và đi qua tâm của mặt cầu (S) .

- A. $(P): 3x - 2y + z - 6 = 0$. B. $(P): x + y - 5z - 4 = 0$.
C. $(P): x + y - 5z + 4 = 0$. D. $(P): 3x - 2y + z + 6 = 0$

Lời giải

Ta có: $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = 3$

VTCP của d là $\vec{u} = (1; 1; -5)$. Mặt phẳng (P) qua I và nhận $\vec{u}$ làm VTPT.

Phương trình (P) là: $(P): 1(x-3) + 1(y+2) - 5(z-1) = 0$ hay $(P): x + y - 5z + 4 = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + t \\ z = 2 \end{cases}; d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - 3z = 0$.

Phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và (P) , đồng thời vuông góc với d_2 là

A. $2x - y + 2z + 22 = 0$ **B.** $2x - y + 2z + 13 = 0$ **C.** $2x - y + 2z - 13 = 0$ **D.** $2x + y + 2z - 22 = 0$.

Lời giải

Gọi giao điểm của d_1 và (P) là $M(1+3t; -2+t; 2) \in d_1$.

Do $M \in (P) \Rightarrow 2 + 6t - 4 + 2t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(4; -1; 2)$

Mặt phẳng (Q) cần tìm có: $\overrightarrow{n_{(Q)}} = \overrightarrow{u_{d_2}} = (2; -1; 2)$

Do đó phương trình mặt phẳng (Q) là: $2x - y + 2z - 13 = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 6: Phương trình mặt phẳng qua $A(1; 0; -4)$ và vuông góc đồng thời với cả 2 mặt phẳng $(P): x + y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x - y - 4z + 2 = 0$ là:

A. $y + z = 0$. **B.** $x - y - 2z + 3 = 0$. **C.** $2x + y - 2z - 3 = 0$. **D.** $x - 2y + z + 3 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; 1); \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; -1; 4)$

Do $\begin{cases} (\alpha) \perp (P) \\ (\alpha) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{n_{(Q)}} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{n_{(P)}}; \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (-3; 6; -3) = -3(1; -2; 1).$

Khi đó (α) qua $A(1; 0; -4)$ và có VTPT $(1; -2; 1) \Rightarrow (\alpha): x - 2y + z + 3 = 0$. **Chọn D.**

Ví dụ 7: Phương trình mặt phẳng qua $A(1; 2; 0)$ vuông góc với $(P): x + y = 0$ và song song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{-3}$ là:

A. $x + 2y - 2z - 5 = 0$. **B.** $x - y + 2z + 1 = 0$. **C.** $x - y + 2z - 1 = 0$. **D.** $x - y + z + 1 = 0$.

Lời giải

Ta có : $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 1; 0); \overrightarrow{u_d} = (2; -4; -3)$

$$\text{Do } \begin{cases} (\alpha) \perp (P) \\ (\alpha) // d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{n_{(P)}} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{n_{(P)}}; \overrightarrow{u_d}] = (-3; 3; -6) = -3(1; -1; 2)$$

Khi đó (α) qua $A(1; 2; 0)$ và có VTPT $(1; -1; 2) \Rightarrow (\alpha): x - y + 2z + 1 = 0$. **Chọn B.**

Ví dụ 8: Phương trình mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và song song với cả 2 đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ và

$$d_2: \frac{x+1}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3} \text{ là:}$$

- A. $x + 2y - z = 0$. B. $x - 3y + 2z = 0$. C. $x + y = 0$. D. $y + z = 0$.

Lời giải

Ta có : $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{u_{(d_1)}} = (1; 1; 1); \overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{u_{(d_2)}} = (1; -3; 2)$

$$\text{Do } \begin{cases} (\alpha) \perp d_1 \\ (\alpha) // d_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{u_1} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{u_2} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}] = (2; -6; 4) = 2(1; -3; 2).$$

Khi đó (α) qua $O(0; 0; 0)$ và có VTPT $(1; -3; 2) \Rightarrow (\alpha): x - 3y + 2z = 0$. **Chọn B.**

Ví dụ 9: Phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(2; 4; 1)$ và $B(5; 7; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z + 1 = 0$ là:

- A. $2x - y - z + 1 = 0$. B. $x - 2y - z - 2 = 0$. C. $2y + 3z - 11 = 0$. D. $x + y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -2) \Rightarrow \vec{n} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_{(P)}}] = (0; -8; -12) = -4(0; 2; 3)$

Mặt phẳng (α) cần tìm đi qua $A(2; 4; 1)$ và có VTPT $\vec{n}(0; 2; 3) \Rightarrow (\alpha): 2y + 3z - 11 = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 10: Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O , song song với Δ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + z = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + 2y + z - 4 = 0$. D. $x - 2y + z + 4 = 0$.

Lời giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là (Q) ta có: $\begin{cases} (P) \perp (Q) \\ (Q) // \Delta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = [\overrightarrow{n_{(P)}}; \overrightarrow{u_{\Delta}}] = (1; 2; 1)$

$\Rightarrow (Q): x + 2y + z = 0$. **Chọn A.**

Ví dụ 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; -1)$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa trục Ox có phương trình là

A. $x + z = 0$.

B. $y + z + 1 = 0$.

C. $y = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) nhận $[\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{u_{Ox}}]$ là một VTPT.

$$\text{Mà } \begin{cases} \overrightarrow{OM} = (1; 0; -1) \\ \overrightarrow{u_{Ox}} = (1; 0; 0) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{OM}; \overrightarrow{u_{Ox}}] = (0; -1; 0).$$

Kết hợp với (α) đi qua $M(1; 0; -1) \Rightarrow (\alpha): -(y - 0) = 0 \Leftrightarrow y = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0; 1; 1)$, $B(2; 5; -1)$. Tìm phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song với trục hoành.

A. $(P): y + z - 2 = 0$.

B. $(P): y + 2z - 3 = 0$.

C. $(P): y + 3z + 2 = 0$.

D. $(P): x + y - z - 2 = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; 4; -2)$ và $\overrightarrow{u_{(Ox)}} = (1; 0; 0)$ suy ra $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{u_{(Ox)}}] = (0; -2; -4) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = (0; 1; 2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và có $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là $y - 1 + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow y + 2z - 3 = 0$. **Chọn C.**

Ví dụ 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z - 2 = 0$, $(Q): x + 3y - 12 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa đường thẳng d và giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$.

A. $(R): 5x + y - 7z - 1 = 0$.

B. $(R): x + 2y - z + 2 = 0$.

$$\text{C. } (R): x + 2y - z = 0.$$

$$\text{D. } (R): 15x + 11y - 17z - 10 = 0.$$

Lời giải

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_1 = (1; 1; -1)$, VTPT của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_2 = (1; 3; 0)$.

Gọi $d' = (P) \cap (Q)$. Khi đó vtcp của d' là $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (3; -1; 2)$ cũng là vtcp của $d \Rightarrow d // d'$

$$A(1; -2; -1) \in d; B(0; 4; 2) \in d'.$$

Ta có: $\vec{AB}(-1; 6; 3)$. VTPT của (R) là: $\vec{n} = [\vec{AB}; \vec{u}] = (15; 11; -17)$

Phương trình mặt phẳng (R) là:

$$(R): 15(x - 0) + 11(y - 4) - 17(z - 2) = 0 \text{ hay } (R): 15x + 11y - 17z - 10 = 0. \text{ Chọn D.}$$

Dạng 2: Viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách

- Giả sử mặt phẳng cần lập có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_p = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$
- Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d nên (P) đi qua $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ và vuông góc với vectơ chỉ phương của d

$$\text{Khi đó ta có } \begin{cases} (P): a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) \\ \vec{n}_p \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow a = f(b; c) \end{cases}$$

- Từ các dữ kiện về góc, khoảng cách ta được một phương trình đẳng cấp bậc hai theo các ẩn a, b, c . Thay $a = f(b; c)$ vào phương trình này, giải ra được $b = m.c$ hoặc $b = n.c$

Chọn cho $c = 1$, từ đó tìm được các giá trị tương ứng của a và $b \Rightarrow$ phương trình mặt phẳng (P) cần lập.

Chú ý: Phương trình đẳng cấp bậc hai là phương trình có dạng

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 = 0 \Leftrightarrow A\left(\frac{x}{y}\right)^2 + B\left(\frac{x}{y}\right) + C = 0 \Rightarrow \frac{x}{y} = t \Leftrightarrow x = t.y$$

Ví dụ 1: Cho hai mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 5 = 0$; $(\beta): 4x - 2y + 3 = 0$.

Lập (P) vuông góc với cả hai mặt phẳng đã cho đồng thời khoảng cách từ điểm $A(3; 1; 1)$ đến (P) bằng $\frac{8}{\sqrt{30}}$

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} (P) \perp (\alpha) \\ (P) \perp (\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\alpha)} \\ \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(\beta)} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{n}_{(\beta)}], \text{ trong đó } \vec{n}_{(\alpha)} = (1; 2; -1); \vec{n}_{(\beta)} = (4; -2; 0)$$

$$\Rightarrow \vec{n}_{(P)} = (-2; -4; -10) = -2(1; 2; 5) \Rightarrow \text{Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ có dạng: } x + 2y + 5z + D = 0$$

Lại có:
$$d(A; (P)) = \frac{8}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \frac{|3 + 2 + 5 + D|}{\sqrt{1 + 4 + 25}} = \frac{8}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow |D + 10| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -2 \\ D = -18 \end{cases}$$

Do đó $(P): x + 2y + 5z - 2 = 0$ hoặc $(P): x + 2y + 5z - 18 = 0$

Ví dụ 2: Lập phương trình (P) đi qua $A(1; -1; 0)$, $B(2; -1; -1)$ sao cho khoảng cách từ $M(-2; 1; 3)$ đến (P) bằng $\frac{2}{3}$

Lời giải

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Ta có: $\vec{AB}(1; 0; -1)$, do (P) chứa AB nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{AB} = 0 \Leftrightarrow a - c = 0 \Leftrightarrow a = c$

Khi đó: $(P): a(x - 1) + b(y + 1) + az = 0$

Ta có:
$$d(M; (P)) = \frac{|-3a + 2b + 3a|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{2a^2 + b^2}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 9b^2 = 2a^2 + b^2 \Leftrightarrow 4b^2 = a^2 \Leftrightarrow a = \pm 2b$$

- Với $a = 2b$ chọn $b = 1 \Rightarrow a = 2 = c \Rightarrow (P): 2x + y + 2z - 1 = 0$
- Với $a = -2b$ chọn $b = -1 \Rightarrow a = 2 = c \Rightarrow (P): 2x + y + 2z - 3 = 0$

Ví dụ 3: Lập phương trình (P) chứa $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ sao cho khoảng cách từ $A(-3; 1; 1)$ đến (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$

Lời giải

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Mặt phẳng (P) chứa d nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow a + b - 2c = 0 \Rightarrow b = 2c - a$

(P) đi qua điểm $(-1; 0; 2) \Rightarrow (P): a(x + 1) + by + c(z + 2) = 0$

$$d(A; (P)) = \frac{|-2a + b + 3c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|-2a + 2c - a + 3c|}{\sqrt{a^2 + (2c - a)^2 + c^2}} = \frac{|-3a + 5c|}{\sqrt{2a^2 - 4ac + 5c^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\Leftrightarrow 4(2a^2 - 4ac + 5c^2) = 3(3a - 5c)^2$$

$$\Leftrightarrow 19a^2 - 74ac + 55c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ 19a = 55c \end{cases}$$

- Với $a = c$ chọn $a = c = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow (P): x + y + z + 3 = 0$
- Với $19a = 55c$ chọn $a = 55; c = 19 \Rightarrow b = -17 \Rightarrow (P): 55x - 17y + 19z + 93 = 0$

Ví dụ 4: Cho $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}; (P): 2x + y - z + 3 = 0$

Lập $(Q) // \Delta; (Q) \perp (P)$ đồng thời khoảng cách từ $A(1; 2; 0)$ đến (P) bằng $\frac{7}{\sqrt{30}}$

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -1); \vec{u}_{\Delta} = (1; 3; -1)$

Do $(Q) // \Delta$ và $(Q) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_{\Delta}] = (2; 1; 5)$

Phương trình mặt phẳng (Q) có dạng: $2x + y + 5z + D = 0$

$$\text{Lại có: } d(A; (P)) = \frac{7}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow \frac{|4+D|}{\sqrt{4+1+25}} = \frac{7}{\sqrt{30}} \Leftrightarrow |D+4| = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 3 \\ D = -11 \end{cases}$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) là: $(Q): 2x + y + 5z + 3 = 0$ hoặc $(Q): 2x + y + 5z - 11 = 0$

Ví dụ 5: Lập phương trình (P) đi qua $A(-1; 2; 1)$, vuông góc với mặt phẳng (xOy) đồng thời khoảng cách từ điểm $B(1; 1; -3)$ đến (P) bằng $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Lời giải

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng $(xOy): z = 0$ nên $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(xOy)} = 0 \Leftrightarrow c = 0$

(P) đi qua điểm $A(-1; 2; 1) \Rightarrow (P): a(x+1) + b(y-2) = 0$

$$d(B; (P)) = \frac{|2a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(2a-b)^2 = 9(a^2+b^2) \Leftrightarrow 11a^2 - 20ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 11a = -2b \end{cases}$$

- Với $a = 2b$ chọn $b = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (P): 2x + y = 0$
- Với $11a = -2b$ chọn $a = 2 \Rightarrow b = -11 \Rightarrow (P): 2x - 11y + 24 = 0$

Ví dụ 6: Cho $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = -t \end{cases}$ và các điểm $A(1;1;2)$, $B(3;1;-1)$

Lập (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) bằng hai lần khoảng cách từ B tới (P)

Lời giải

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Mặt phẳng (P) chứa d nên $\overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow a - 2b - c = 0 \Rightarrow c = a - 2b$

(P) đi qua điểm $M(2;1;0) \Rightarrow (P): a(x-2) + b(y-1) + cz = 0$

Lại có: $d(A; (P)) = 2d(B; (P)) \Rightarrow \frac{|-a+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = 2 \frac{|a-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \Leftrightarrow |a-2c| = |2a-2c|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2c = 2a-2c \\ a-2c = -2a+2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = 4c \end{cases}$$

- Với $a = 0$ chọn $b = 1 \Rightarrow c = -2 \Rightarrow (P): y - 2z = 0$
- Với $3a = 4c$ chọn $a = 4 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): 4x + \frac{y}{2} + 3z - \frac{17}{2} = 0$

hay $(P): 8x + y - 6z - 17 = 0$

Ví dụ 7: Cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{-2}$ và các điểm $A(1;2;2)$, $B(4;3;0)$

Lập (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A tới (P) bằng khoảng cách từ B tới (P)

Lời giải

Giả sử mặt phẳng cần lập có một vector pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (a; b; c)$, $a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

Mặt phẳng (P) chứa d nên $\overrightarrow{n_{(P)}} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2a - b - 2c = 0 \Rightarrow 2c = 2a - b$

(P) đi qua điểm $M(1;-1;0) \Rightarrow (P): a(x-1) + b(y+1) + cz = 0$

Lại có: $d(A; (P)) = d(B; (P)) \Rightarrow \frac{|3b+2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|3a+4b|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \Leftrightarrow |3b+2c| = |3a+4b|$

$$\Leftrightarrow |3b+2a-b| = |3a+4b| \Leftrightarrow |2a+2b| = |3a+4b| \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+2b = 3a+4b \\ 2a+2b = -3a-4b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2b \\ 5a = -6b \end{cases}$$

- Với $a = -2b$ chọn $b = -1 \Rightarrow a = 2; c = \frac{5}{2} \Rightarrow (P): 4x - 2y + 5z - 10 = 0$
- Với $5a = -6b$ chọn $a = 6 \Rightarrow b = -5; c = \frac{17}{2} \Rightarrow (P): 12x - 10y + 17z - 22 = 0$

Ví dụ 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;0)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với d_1 và d_2 đồng thời cách M một khoảng bằng $\sqrt{6}$

Lời giải

Vì $(P) // d_1; d_2$ nên (P) có cặp VTCP là: $\begin{cases} \vec{u}_1 = (1; -1; 1) \\ \vec{u}_2 = (-1; 2; -3) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (1; 2; 1)$

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x + 2y + z + D = 0$

Lại có: $d(M; (P)) = \sqrt{6} \Leftrightarrow \frac{|3+D|}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \Leftrightarrow \begin{cases} D=3 \\ D=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (P_1): x+2y+z+3=0 \\ (P_2): x+2y+z-9=0 \end{cases}$

Lấy $K(1;3;1) \in d_1$ và $N(1;-3;2) \in d_2$ thử vào các phương trình (1) và (2) ta có $N \in (P_1)$ nên $d_2 \subset (P_1)$

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là: $(P_2): x + 2y + z - 9 = 0$

Ví dụ 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S) , song song với d và Δ ?

- A. $y + z + 3 = 0$ B. $x + z + 1 = 0$ C. $x + y + z = 0$ D. $x + z - 1 = 0$

Lời giải

Các VTCP của d và Δ là: $\vec{u}_1(1;2;-1)$, $\vec{u}_2(1;1;-1) \Rightarrow$ VTPT của mặt phẳng cần tìm là:

$$\vec{n} = [\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-1; 0; -1) = -1(1; 0; 1)$$

Gọi phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x + z + m = 0$. Ta có: $\frac{|-1-2+m|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=5 \\ m=1 \end{cases}$. **Chọn B**

Ví dụ 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) nhận $\vec{n} = (3; -4; -5)$ là vector pháp tuyến và (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

- A. $3x - 4y - 5z - 15 = 0$ hoặc $3x - 4y - 5z - 25 = 0$
B. $3x - 4y - 5z + 15 = 0$ hoặc $3x - 4y - 5z - 25 = 0$

C. $3x - 4y - 5z - 15 = 0$ hoặc $3x - 4y - 5z + 25 = 0$

D. $3x - 4y - 5z + 15 = 0$ hoặc $3x - 4y - 5z + 25 = 0$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $3x - 4y - 5z + m = 0$

Xét mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8 \Rightarrow I(2; -1; 1)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$

Khoảng cách từ tâm I đến (P) là $d = \frac{|m+5|}{5\sqrt{2}}$ mà $d = R \Rightarrow \frac{|m+5|}{5\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow |m+5| = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 15 \\ m = -25 \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $3x - 4y - 5z + 15 = 0$ hoặc $3x - 4y - 5z - 25 = 0$. **Chọn B**

Ví dụ 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ và mặt cầu có phương trình $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với d , (P) tiếp xúc với (S) đồng thời (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương

A. $2x - 2y + z + 2 = 0$ B. $2x - 2y + z - 16 = 0$ C. $2x - 2y + z - 10 = 0$ D. $2x - 2y + z - 5 = 0$

Lời giải

VTCP của d là $\vec{u}(2; -2; 1)$. Mặt phẳng (P) nhận $\vec{u}$ làm VTPT. Phương trình (P) là:

$(P): 2x - 2y + z + m = 0 \Rightarrow (P) \cap Oz = (0; 0; -m) \Rightarrow m < 0$

Ta có: $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(1; -2; 1)$ và bán kính $R = 3$

Vì (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot (-2) + 1 + m|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -16 \end{cases}$

Vì (P) cắt trục Oz tại điểm có cao độ dương nên $m = -16 \Rightarrow (P): 2x - 2y + z - 16 = 0$. **Chọn B**

Ví dụ 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(1; 2; 1)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(2; -1; 1)$ và $D(0; 3; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, B và khoảng cách từ C đến (P) bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P) và C và D nằm ở 2 phía đối với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $2x + 3z - 5 = 0$ B. $2y + 3z - 5 = 0$ C. $2x - y + 3z - 5 = 0$ D. $2x + 3y - 5 = 0$

Lời giải

Trung điểm của CD là $I(1; 1; 1)$ do $d(C; (P)) = d(D; (P))$ mà C, D nằm ở 2 phía đối với mặt phẳng (P) nên $I \in (P)$. Khi đó mặt phẳng cần tìm là mặt phẳng (ABI)

Ta có $\vec{AI}(0; -1; 0); \vec{AB}(-3; -1; 2) \Rightarrow [\vec{AB}; \vec{AI}] = (-2; 0; -3) \Rightarrow (ABI): 2x + 3z - 5 = 0$. **Chọn A**

Ví dụ 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với Oz và vuông góc với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách giữa trục Oz và mặt phẳng (Q) bằng $2\sqrt{2}$

- A. $(Q): x - y + 4 = 0$ B. $(Q): x - y - 4 = 0$ C. $(Q): x - y - 2 = 0$ D. Cả A và B

Lời giải

Ta có: $\vec{n}_P(1;1;-2), \vec{u}_{Oz} = (0;0;1)$. Do mặt (Q) song song với Oz và vuông góc với mặt phẳng (P) nên ta

có: $\vec{n}_Q = [\vec{n}_P; \vec{u}_{Oz}] = (1;-1;0) \Rightarrow$ PT mặt phẳng (Q) có dạng: $x - y + d = 0$

Do $Oz // (Q) \Rightarrow d(Oz; (Q)) = d(O; (Q)) = \frac{|d|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow d = \pm 4$

- Với $d = 4 \Rightarrow (Q): x - y + 4 = 0$
- Với $d = -4 \Rightarrow (Q): x - y - 4 = 0$

Vậy $(Q): x - y + 4 = 0$ hoặc $(Q): x - y - 4 = 0$ là các mặt phẳng cần tìm. **Chọn D**

Ví dụ 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 4z - 2 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{6} = \frac{z}{2}$, vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 4y + z - 5 = 0$ và tiếp xúc với (S)

- A. $2x - y + 2z + 3 = 0$ B. $2x - y + 2z - 21 = 0$ C. $2x - y + 2z - 21 = 0$ D. Cả A và B

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2)$ và bán kính $R = \sqrt{1+9+4+2} = 4$

VTPT của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(\alpha)}; \vec{u}_d] = (2;-1;2)$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2x - y + 2z + D = 0$

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I; (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|9+D|}{\sqrt{4+1+4}} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 3 \\ D = -21 \end{cases}$

Do đó $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ hoặc $(P): 2x - y + 2z - 21 = 0$ tuy nhiên mặt phẳng $2x - y + 2z + 3 = 0$ chứa đường thẳng d nên bị loại. **Chọn B**

Ví dụ 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $A(2;0;1)$ và mặt phẳng

$(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A và B và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ sao cho $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 1)$. Gọi VTPT của mặt phẳng (Q) là: $\overrightarrow{n_Q} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 > 0)$

Khi đó: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{n_Q} = 0 \Leftrightarrow a - 2b + c = 0 \Leftrightarrow a = 2b - c \quad (1)$

Phương trình mặt phẳng (Q) là: $a(x - 1) + b(y - 2) + z = 0$

Ta có: $\cos((P); (Q)) = \frac{|2a - b + 2c|}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (2)$

Thế (1) vào (2) ta có: $\frac{|b|}{\sqrt{(2b - c)^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5b^2 = 5b^2 - 4bc + 2c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 2b \end{cases}$

- Với $c = 0$ chọn $b = 1 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (Q): 2x + y - 4 = 0$
- Với $c = 2b$ chọn $b = 1 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow (Q): y + 2z - 2 = 0$

Vậy $(Q): 2x + y - 4 = 0$; $(Q): y + 2z - 2 = 0$ là các mặt phẳng cần tìm

Ví dụ 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -4; -3)$; $B(2; -1; -6)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa AB và tạo với mặt phẳng (P) một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}$. Khoảng cách từ O đến (Q) có thể bằng

- A. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 3; -3) = 3(1; 1; -1)$; $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1; 2; 1)$

Gọi $\overrightarrow{n_{(Q)}} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 > 0)$ là VTPT của (Q)

Do (Q) chứa AB nên $\overrightarrow{n_{(Q)}} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow a + b = c$

Lại có: $\cos((P); (Q)) = \left| \cos(\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}) \right| = \frac{|a + 2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$\Leftrightarrow 2(a + 2b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 \Leftrightarrow 2(a + 2b + a + b)^2 = a^2 + b^2 + (a + b)^2$

$\Leftrightarrow 2(2a + 3b)^2 = 2a^2 + 2ab + 2b^2 \Leftrightarrow 6a^2 + 22ab + 16b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ 3a = -8b \end{cases}$

- Với $a = -b$ chọn $a = 1; b = -1 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow (Q): x - y - 3 = 0 \Rightarrow d(O; (Q)) = \frac{3}{\sqrt{2}}$
- Với $3a = -8b$ chọn $a = 8; b = -3 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow (Q): 8x - 3y + 5z + 11 = 0 \Rightarrow d(O; (Q)) = \frac{11}{7\sqrt{2}}$.

Chọn A

Ví dụ 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 đường thẳng có phương trình $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{3}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d_1 và tạo với d_2 góc $\alpha = 30^\circ$.

Khoảng cách từ O đến (Q) có thể bằng

- A. $d = \frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $d = \frac{\sqrt{6}}{6}$ D. $d = \frac{\sqrt{6}}{4}$

Lời giải

Ta có: $\vec{u}_{(d_1)} = \vec{u}_1(1; -1; 3); \vec{u}_2(1; -2; 1); d_1$ đi qua điểm $M(1; -1; 1)$

Gọi $\vec{n}_{(Q)}(a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$) là VTPT của (Q)

Do (Q) chứa d_1 nên $\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Rightarrow a - b + 3c = 0 \Leftrightarrow b = a + 3c$

Lại có: $\sin \alpha = \sin 30^\circ = \left| \cos(\vec{n}_{(Q)}; \vec{u}_2) \right| = \frac{|a - 2b + c|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

$$\Leftrightarrow \frac{|a - 2a - 6c + c|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{a^2 + (a + 3c)^2 + c^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4(a + 5c)^2 = 6(2a^2 + 6ac + 10c^2)$$

$$\Leftrightarrow 8a^2 - 4ac - 40c^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2c \\ 2a = 5c \end{cases}$$

- Với $a = -2c$ chọn $a = 2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow (Q): 2x - y - z - 2 = 0 \Rightarrow d_0 = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$
- Với $2a = 5c$ chọn $a = 5 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow b = 11 \Rightarrow (Q): 2x + 11y + 2z + 4 = 0 \Rightarrow d_0 = \frac{2\sqrt{6}}{15}$. **Chọn B.**

Dạng 3: Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

Ví dụ 1: Cho điểm $A(3; 0; 0)$ và điểm $M(0; 2; -1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua A, M sao cho (α) cắt các trục Oy, Oz lần lượt tại các điểm B, C sao cho $V_{OABC} = \frac{1}{2}$, với O là gốc tọa độ.

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các trục Oy ; Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($bc \neq 0$)

Do (α) đi qua điểm $M(0;2;-1)$ nên $\frac{2}{b} - \frac{1}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{c} = \frac{2}{b} - 1 = \frac{2-b}{b} \Rightarrow c = \frac{b}{2-b}$

Lại có: $V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 3|bc| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |bc| = 1$

Khi đó: $\left| b \cdot \frac{b}{2-b} \right| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 2-b \\ b^2 = b-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ b=-2 \end{cases}$

Với $b=1 \Rightarrow c=1 \Rightarrow (\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$

Với $b=-2 \Rightarrow c=-\frac{1}{2} \Rightarrow (\alpha): \frac{x}{3} - \frac{y}{2} - 2z = 1$

Ví dụ 2: Cho điểm $A(-1;0;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2=0$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A , vuông góc với (P) và cắt các trục Oy , Oz lần lượt tại các điểm B , C sao cho $S_{ABC} = \frac{3}{2}$

Lời giải

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các trục Oy , Oz lần lượt tại $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{-1} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($bc \neq 0$)

Do $(ABC) \perp (P) \Rightarrow \vec{n}_{ABC} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Rightarrow -1 + \frac{2}{b} = 0 \Rightarrow b = 2$

Khi đó: $\vec{AB}(1;2;0); \vec{AC}(1;0;c) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\vec{AB}; \vec{AC}] \right| = \frac{\sqrt{5c^2+4}}{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow c^2 = 1 \Leftrightarrow c = \pm 1$

Suy ra $(ABC): -x + \frac{y}{2} \pm \frac{z}{1} = 1$

Ví dụ 3: Cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 5 = 0$. Viết phương trình (Q) chứa đường $\Delta = (P) \cap (xOy)$ và cắt các trục tọa độ tại A , B , C sao cho $V_{OABC} = \frac{125}{36}$

Lời giải

Ta có: $(xOy): z = 0 \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = t \\ y = -5 + 2t \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (1; 2; 0) \\ z = 0 \end{cases}$

Do (Q) chứa đường thẳng $\Delta \Rightarrow (Q)$ qua điểm $(0; -5; 0)$

Giả sử $(Q): \frac{x}{a} + \frac{y}{-5} + \frac{z}{c} = 1 \ (a; c \neq 0) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)} = \left(\frac{1}{a}; -\frac{1}{5}; \frac{1}{c}\right)$

Ta có: $\vec{n}_{(Q)} \cdot \vec{u}_\Delta = 0 \Rightarrow \frac{1}{a} - \frac{2}{5} = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$

Lại có: $V_{OABC} = \frac{1}{6}|abc| = \frac{125}{36} \Rightarrow \frac{1}{6} \left| \frac{5}{2} \cdot 5 \cdot c \right| = \frac{125}{36} \Rightarrow c = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow (ABC): \frac{2}{5}x - \frac{y}{5} \pm \frac{3}{5}z = 1$

Hay $2x - y \pm 3z - 5 = 0$

Ví dụ 4: Cho hai điểm $M(1; 2; 1)$, $N(-1; 0; -1)$. Viết (P) đi qua M, N và cắt các trục Ox, Oy theo thứ tự tại A, B (khác O) sao cho $AM = \sqrt{3}BN$

Lời giải

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ là giao điểm của (P) với các trục tọa độ

Phương trình mặt phẳng (P) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \ (abc \neq 0)$

Do (P) đi qua các điểm $M(1; 2; 1)$, $N(-1; 0; -1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1 \\ \frac{-1}{a} - \frac{1}{c} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = -1 \\ \frac{2}{b} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = -1 \\ b = 1 \end{cases}$

Lại có: $AM = \sqrt{3}BN \Leftrightarrow AM^2 = 3BN^2 \Leftrightarrow (a-1)^2 + 4 + 1 = 3[(1+b^2+1)] = 9$

$\Leftrightarrow (a-1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow c = -\frac{3}{4} \\ a = -1 \Rightarrow \frac{1}{c} = 0 \text{ (loại)} \end{cases}$

Khi đó $(P): \frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{4z}{3} = 1$ hay $(P): x + 3y - 4z - 3 = 0$

Ví dụ 5: Cho hai điểm $M(1; 9; 4)$. Viết (P) đi qua M và cắt các trục tọa độ theo thứ tự tại A, B, C (khác O) sao cho $8.OA = 12.OB + 16 = 37.OC$, với $x_A > 0; y_B > 0; z_C < 0$

Lời giải

Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $a > 0; b > 0; c < 0$

Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

$$\text{Do } M(1;9;4) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{9}{b} + \frac{4}{c} = 1$$

Mặt khác $OA = |a| = a; OB = |b| = b; OC = |c| = -c$ do $a > 0; b > 0; c < 0$

$$\text{Do } 8.OA = 12.OB + 16 = 37.OC \Rightarrow 8a = 12b + 16 = -37c$$

$$\text{Ta có: } 8a = 12b + 16 = -37c \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{9}{\frac{8a-16}{12}} + \frac{4}{-\frac{8}{37}a} = 1 \Leftrightarrow \frac{35-4a}{a^2-2a} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -7 (\text{loại}) \end{cases}$$

$$\text{Với } a = 5 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -\frac{40}{37} \end{cases} \Rightarrow (P): \frac{x}{5} + \frac{y}{2} - \frac{37}{40}z = 1 \text{ hay } (P): 8x + 20y - 37z - 40 = 0$$

Ví dụ 6: Phương trình mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(3;0;0)$ và $B(0;6;0)$ cắt trục Oz tại C sao cho thể tích tứ diện $O.ABC$ bằng 12 là:

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{4} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} - \frac{z}{4} = 1$ C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{2} = 1$ D. Cả A và B đều đúng

Lời giải

Giả sử $C(0;0;c)$ ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên $V_{OABC} = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}.3.6.|c| = 12 \Leftrightarrow c = \pm 4$.

Chọn D

Ví dụ 7: Gọi A, B, C là giao điểm của mặt phẳng $(P): x + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ ($bc \neq 0$) với các trục tọa độ. Diện tích tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{b^2 + c^2 + bc}}{2}$ B. $\frac{bc}{2}$ C. $\frac{\sqrt{b^2 + c^2 + b^2c^2}}{2}$ D. $\frac{bc}{6}$

Lời giải

Ta có: $A(1;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c)$. $\overrightarrow{AB} = (-1;b;0); \overrightarrow{AC} = (-1;0;c)$

Khi đó: $S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{2} |(bc; c; b)| = \frac{\sqrt{b^2 + c^2 + b^2c^2}}{2}$. **Chọn C**

Ví dụ 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0)$ và $H(1;1;1)$. Viết phương trình mặt

phẳng (P) đi qua A, H sao cho (P) cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại B, C sao cho diện tích tam giác ABC bằng $4\sqrt{6}$

A. $(P): x + 2y + 2z - 2 = 0$

B. $(P): 2x + 2y + z - 4 = 0$

C. $(P): 2x + y + 2z - 4 = 0$

D. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$

Lời giải

Gọi $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ (điều kiện $b, c > 0$) suy ra $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Vì $H \in (P)$ nên $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \left[\overline{AB}; \overline{AC} \right] = \frac{1}{2} \sqrt{(bc)^2 + (2c)^2 + (2b)^2} = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow b^2c^2 + 4b^2 + 4c^2 = 384$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = b + c \\ v = bc \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 2u \\ v^2 + 4(u^2 - 2v) = 384 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 8; v = 16 \\ u = -6; v = -12 \text{ (loại)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b + c = 8 \\ bc = 16 \end{cases} \Leftrightarrow b = c = 4$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1$ hay $2x + y + z - 4 = 0$. **Chọn D**

Ví dụ 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$ và $C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; \frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}. \text{ Tính giá trị } \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

A. 14

B. $\frac{1}{7}$

C. 7

D. $\frac{7}{2}$

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Vì $M \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 7$

Xét mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = \frac{72}{7}$ có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $R = \frac{6\sqrt{14}}{7}$

$$\text{Khoảng cách từ } I \longrightarrow mp(ABC) \text{ là } d(I; (ABC)) = \frac{\left| \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} - 1 \right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}} = \frac{6}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}}$$

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với $mp(ABC)$ $mp(ABC) \Rightarrow d(I; (ABC)) = R \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{7}{2}$. **Chọn D**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;2)$, $N(3;-1;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Khi đó mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm M, N và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $2x + y - 5 = 0$ B. $2x - y - 2z + 1 = 0$ C. $4x - y - 3z - 1 = 0$ D. $y + z - 3 = 0$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình là $\frac{x}{-8} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{5}$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d biết mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;-8;1)$.

- A. $(P): 8x - 3y - 5z + 19 = 0$ B. $(P): 8x - 3y - 5z - 27 = 0$
C. $(P): 8x - 3y - 5z - 19 = 0$ D. $(P): -8x - 3y - 5z - 19 = 0$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 5z - 15 = 0$ và điểm $E(1;2;-3)$.

Viết phương trình mặt phẳng (P) qua E và song song với (Q)

- A. $(P): x + 2y - 3z + 15 = 0$ B. $(P): x + 2y - 3z - 15 = 0$
C. $(P): 2x - y + 5z + 15 = 0$ D. $(P): 2x - y + 5z - 15 = 0$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x + y - z + 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và vuông góc với mặt phẳng (Q) là:

- A. $x - 2z = 0$. B. $x + y + 2z = 0$. C. $x + 2z = 0$. D. $x + z = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-1;2)$, song song với trục Oy và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z - 9 = 0$ là

- A. $3x - 2z - 2 = 0$ B. $3x - 2z - 4 = 0$. C. $x - 2z - 2 = 0$. D. $x - 2z + 2 = 0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;-5)$, $B(0;0;-1)$ và hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - 2y + 2z + 7 = 0$, $(Q_2): 5x - 4y + 3z + 1 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , vuông góc với hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) . Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 3

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;1)$ và hai mặt phẳng $(Q_1): x + y - 3 = 0$, $(Q_2): 2x - z - 5 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2)

và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\frac{2}{\sqrt{6}}$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

$$\text{A. } \begin{cases} x - y + 2z - 4 = 0 \\ x - y + 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x - y + 2z - 1 = 0 \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ x - y + 2z - 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;-4)$, $B(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(Q): x + z + 3 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) . Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

$$\text{A. } \sqrt{3}$$

$$\text{B. } \sqrt{5}$$

$$\text{C. } 2\sqrt{3}$$

$$\text{D. } 3\sqrt{3}$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;0)$ và mặt phẳng $(Q): x + \sqrt{2}y + z - 5 = 0$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và song song với mặt phẳng (Q) . Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

$$\text{A. } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{B. } \frac{1}{2}$$

$$\text{C. } \frac{5}{2}$$

$$\text{D. } \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $G(1;2;3)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Phương trình mặt phẳng (P) là

$$\text{A. } 18x + 3y + 2z - 8 = 0.$$

$$\text{B. } x + y + z - 6 = 0.$$

$$\text{C. } 18x + 3y + 2z - 18 = 0.$$

$$\text{D. } 6x + 3y + 2z - 18 = 0$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $G(1;2;3)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho G là trực tâm của tam giác ABC . Khoảng cách từ điểm $M(1;0;0)$ đến mặt phẳng (P) là:

$$\text{A. } \frac{13}{\sqrt{14}}$$

$$\text{B. } \frac{4}{\sqrt{14}}$$

$$\text{C. } \frac{5}{\sqrt{6}}$$

$$\text{D. } \sqrt{14}$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua các hình chiếu của $A(5;4;3)$ lên các trục tọa độ. Phương trình của mặt phẳng (α) là

$$\text{A. } 12x + 15y + 20z - 60 = 0.$$

$$\text{B. } 12x + 15y + 20z + 60 = 0.$$

$$\text{C. } \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 0$$

$$\text{D. } \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} - 60 = 0$$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(5;4;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC$ có phương trình là

$$\text{A. } x + y + z - 12 = 0.$$

$$\text{B. } x + y + z = 0.$$

$$\text{C. } x + y + z + 3 = 0.$$

$$\text{D. } x - y + z = 0$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ có giá trị nhỏ nhất. Phương trình của (α) là:

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $2x + y - z + 3 = 0$. C. $2x - y - 3 = 0$. D. $x - y + z - 3 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1;1;1)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích của khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $x + y + z - 2 = 0$. B. $x + y + z - 1 = 0$. C. $x + y + z + 1 = 0$. D. $x + y + z - 3 = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;1;2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích của khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $2x + 2y - z - 3 = 0$. B. $2x + 2y + z - 3 = 0$. C. $x + y + z - 5 = 0$. D. $x + 2y + z - 4 = 0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;1;4)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C . Thể tích của khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất bằng:

- A. 34 B. 32 C. 36 D. 35

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1;1;2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích của khối tứ diện $OABC$ là nhỏ nhất. Khoảng cách từ điểm $N(0;0;2)$ đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. 1 B. 2 C. 4 D. 3

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;2;1)$ và cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $OA = 2OB = 2OC$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $2x - 2y + z - 1 = 0$. B. $x + 2y + 2z - 8 = 0$. C. $x - y - z + 1 = 0$ D. $2x - 2z = 0$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;2;-3)$. Gọi M_1, M_2, M_3 lần lượt là điểm đối xứng của M qua các mặt phẳng $(Oxy), (Oxz), (Oyz)$. Viết phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$

- A. $6x + 2y + 3z + 6 = 0$ B. $6x - 2y + 3z + 6 = 0$
C. $6x - 3y + 2z + 6 = 0$ D. $6x - 3y - 2z + 6 = 0$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;-3)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC

- A. $(\alpha): x + 2y - 3z - 14 = 0$ B. $(\alpha): x + 2y - 3z + 4 = 0$
C. $(\alpha): 6x + 3y - 2z - 18 = 0$ D. $(\alpha): 6x + 3y - 2z + 8 = 0$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(1;4;9)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C sao cho $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $M(12;0;0)$ B. $M(0;6;0)$ C. $M(0;12;0)$ D. $M(0;0;6)$

Câu 23: Mặt phẳng (a) đi qua điểm $M(4;-3;12)$ và chắn trên tia Oz một đoạn dài gấp đôi các đoạn chắn trên các tia Ox, Oy có phương trình là:

- A. $x+y+2z+14=0$ B. $2x+2y+z+14=0$.
C. $2x+2y+z-14=0$. D. $x+y+2z-14=0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;0;0), N(0;2;0), P(3;0;4)$. Điểm Q nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho QP vuông góc với mặt phẳng (MNP) . Tọa độ điểm Q là:

- A. $\left(0;-\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$ B. $(0;-3;4)$ C. $\left(0;\frac{3}{2};-\frac{11}{2}\right)$ D. $\left(0;\frac{3}{2};\frac{11}{2}\right)$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3), D(1;-1;2)$. Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ D của tứ diện $DABC$. Viết phương trình mặt phẳng (ADH) ?

- A. $3x+2y+2z-6=0$. B. $x-y-2=0$
C. $6x-8y-z-12=0$ D. $-7x+5y-z+14=0$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P):ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1), B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$

- A. $S=-2$ B. $S=2$ C. $S=-4$ D. $S=-12$

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng qua $M(2;1;-2)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y-2z-4=0, (\beta):2x-y+3z+1=0$ là

- A. $3x-z-4=0$ B. $8x-y+5z-5=0$ C. $-x+2y-6z-12=0$ D. $x-y+2z+3=0$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q):x+y+z-4=0$ và cách $M(1;0;3)$ một khoảng bằng $\sqrt{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P)

- A. $x+y+z-4=0$ và $x+y+z-8=0$ B. $x+y+z-6=0$ và $x+y+z-1=0$
C. $x+y+z-10=0$ D. $x+y+z-1=0$ và $x+y+z-7=0$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 5 điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3), D(1;1;1)$ và $E(1;2;3)$. Hỏi từ 5 điểm này tạo được tất cả bao nhiêu mặt phẳng phân biệt đi qua 3 điểm trong 5 điểm đó?

- A. 5 mặt phẳng B. 10 mặt phẳng C. 12 mặt phẳng D. 7 mặt phẳng

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-3)$, $E(1;2;1)$ và $(P):2x+y+z-7=0$. Nếu C là điểm trên (P) sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng thì tổng hoành độ và tung độ của C nhận giá trị nào sau đây?

A. 1

B. 3

C. -2

D. 2

LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = (1; -2; 2) \\ \overrightarrow{n_p} = (2; -1; 3) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_Q} = [\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{n_p}] = (-4; 1; 3)$

Mà (Q) qua $M \Rightarrow (Q): 4(x-2) - (y-1) - 3(z-2) \Leftrightarrow 4x - y - 3z - 1 = 0$. **Chọn C**

Câu 2: (P) qua $M(0; -8; 1)$ và nhận $\overrightarrow{u_d} = (8; -3; -5)$ là một VTPT

$$\Rightarrow (P): 8x - 3(y+8) - 5(z-1) = 0 \Leftrightarrow 8x - 3y - 5z - 19 = 0. \text{ **Chọn C**}$$

Câu 3: (P) qua $E(1; 2; -3)$ và nhận $\overrightarrow{n_Q} = (2; -1; 5)$ là một VTPT

$$\Rightarrow (P): 2(x-1) - (y-2) + 5(z+3) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 5z + 15 = 0. \text{ **Chọn C**}$$

Câu 4: Trục $Oy \Rightarrow \overrightarrow{u_{Oy}} = (0; 1; 0)$ và $(Q): 2x + y - z + 3 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; 1; -1)$

Ta có $\begin{cases} Oy \subset (P) \\ (P) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{Oy}}; \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (1; 0; 2)$

Phương trình mặt phẳng (P) là $x + 2z = 0$. **Chọn C**

Câu 5: Trục $Oy \Rightarrow \overrightarrow{u_{Oy}} = (0; 1; 0)$ và $(Q): 2x - y + 3z - 9 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(Q)}} = (2; -1; 3)$

Ta có $\begin{cases} (P) // Oy \\ (P) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{u_{Oy}}; \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (3; 0; -2)$

Phương trình mặt phẳng (P) là $3x - 2z - 2 = 0$. **Chọn A**

Câu 6: $\overrightarrow{n_{(Q_1)}} = (3; -2; 2)$, $\overrightarrow{n_{(Q_2)}} = (5; -4; 3)$ và $\begin{cases} (P) \perp (Q_1) \\ (P) \perp (Q_2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{n_{(Q_1)}}; \overrightarrow{n_{(Q_2)}}] = (2; 1; -2)$

Phương trình mặt phẳng (P) qua A , có $\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; 1; -2)$ là

$$2(x-3) + y + 1 - 2(z+5) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z - 10 = 0$$

Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng $d(B; (P)) = \frac{|(-2) \cdot (-1) - 10|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 4$. **Chọn A**

Câu 7: $\overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{n_{Q_1}}; \overrightarrow{n_{Q_2}}] = (-1; 1; -2) \Rightarrow (P): x - y + 2z + m = 0$

Mà $d(A; (P)) = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \frac{|m+2|}{\sqrt{6}} = \frac{2}{\sqrt{6}} \Rightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-4 \end{cases}$. **Chọn D**

Câu 8: $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_Q}] = (-1; 1; 1) \Rightarrow (P): x - y - z + m = 0$

Mà (P) qua $A = (0; 1; 4) \Rightarrow 0 - 1 - (-4) + m = 0 \Leftrightarrow m = -3 \Rightarrow (P): x - y - z - 3 = 0$

Ta có $d(O, (P)) = \frac{|0-0-0-3|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$. **Chọn A**

Câu 9: Do (P) là mặt phẳng qua $A(1;0;0)$ và song song với (Q) nên $(P): x + \sqrt{2}y + z - 1 = 0$

Khi đó $d(O, (P)) = \frac{|0 + \sqrt{2}.0 + 0 - 1|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2 + 1^2}} = \frac{1}{2}$. **Chọn B**

Câu 10: Phương trình mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ với $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Do $G(1;2;3)$ là trọng tâm của ΔABC nên $a = 3$, $b = 6$, $c = 9$

$\Rightarrow (P): \frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0$. **Chọn D**

Câu 11: Do OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau và G là trực tâm của ΔABC

Nên $OG \perp (ABC) \Rightarrow \overrightarrow{OG} = (1;2;3)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Phương trình mặt phẳng (P) là $1(x-1) + 2(x-2) + 3(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0$

Khoảng cách từ điểm $M(1;0;0)$ đến mặt phẳng (P) là $d(M; (P)) = \frac{|1-14|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}} = \frac{13}{\sqrt{14}}$. **Chọn A**

Câu 12: (α) sẽ đi qua các điểm $M(5;0;0)$, $N(0;4;0)$, $C(0;0;3)$

Phương trình đoạn chắn $\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 12x + 15y + 20z - 60 = 0$. **Chọn A**

Câu 13: $A(a;0;0)$, $B(0;a;0)$, $C(0;0;a)$ ($a > 0$)

Phương trình đoạn chắn $\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{a} + \frac{z}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y + z = a$

Mà (α) qua $M(5;4;3) \Rightarrow a = 5 + 4 + 3 = 12 \Rightarrow (\alpha): x + y + z - 12 = 0$. **Chọn A**

Câu 14: Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ ($a, b, c > 0$)

Ta có $V_{OABC} = \frac{1}{3}OA.S_{OBC} = \frac{1}{3}OA.\frac{1}{2}OB.OC = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}abc$

Phương trình đoạn chắn $\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mà (α) qua $M(1;1;1) \Rightarrow 1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{3}{\sqrt[3]{abc}} \Rightarrow abc \geq 27 \Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = b = c = 3$

Khi đó $(\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0$. **Chọn A**

Câu 15: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c > 0$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau nên $V_{O.ABC} = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}|a|.|b|.|c| = \frac{abc}{6}$

Vì $M(1;1;1) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

Theo bất đẳng thức Cosi, có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 27$

Khi đó $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$. Dấu = xảy ra khi $a = b = c = 3$

Suy ra $(P): x + y + z - 3 = 0$. **Chọn D**

Câu 16: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c > 0$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau nên $V_{O.ABC} = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}|a|.|b|.|c| = \frac{abc}{6}$

Vì $M(2;1;2) \in (P) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$

Theo bất đẳng thức Cosi, có $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{4}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 108$

Khi đó $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq \frac{108}{6} = 18$

Dấu = xảy ra khi $a = b = 2c$. Suy ra $(P): x + 2y + z - 6 = 0$. **Chọn D**

Câu 17: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c > 0$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có OA , OB , OC đôi một vuông góc với nhau nên $V_{O.ABC} = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}|a|.|b|.|c| = \frac{abc}{6}$

Mà $M(2;1;4) \in (P) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} = 1$

Theo bất đẳng thức Cosi, có $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{8}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 216$

Khi đó $V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq \frac{216}{6} = 36 \Rightarrow \min\{V_{O.ABC}\} = 36$. **Chọn C**

Câu 18: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Ta có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau nên $V_{O.ABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} |a| \cdot |b| \cdot |c| = \frac{abc}{6}$

Mà $M(1;1;2) \in (P) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$

Theo bất đẳng thức Cosi, có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Leftrightarrow abc \geq 54 \Rightarrow V_{O.ABC} = \frac{abc}{6} \geq \frac{54}{6} = 9$

Dấu = xảy ra khi $\begin{cases} a=b=3 \\ c=6 \end{cases} \Rightarrow (P): x+y+2z-6=0 \Rightarrow d(N; (P)) = 1$. **Chọn A**

Câu 19: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c > 0$

Phương trình mặt phẳng (P) là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Ta có $M(2;2;1) \in (P) \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{1}{c} = 1$

Mà $OA = 2OB = 2OC \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = 2|b| \\ |a| = 2|c| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = 2c \end{cases} \Leftrightarrow b = c = \frac{a}{2}$

Khi đó $\frac{2}{a} + \frac{4}{a} + \frac{2}{a} = 1 \Leftrightarrow \frac{8}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 8 \Rightarrow b = c = 4 \Rightarrow (P): \frac{x}{8} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 8 = 0$. **Chọn B**

Câu 20: Tọa độ các điểm M_1, M_2, M_3 lần lượt là $M_1(-1;2;3)$, $M_2(-1;-2;-3)$, $M_3(1;2;-3)$

Ta có $\overrightarrow{M_1M_2} = (0; -4; -6)$, $\overrightarrow{M_1M_3} = (2; 0; -6)$

Khi đó $\overrightarrow{n_{(M_1M_2M_3)}} = [\overrightarrow{M_1M_2}; \overrightarrow{M_1M_3}] = (24; -12; 8) = 4(6; -3; 2)$

Phương trình mặt phẳng $(M_1M_2M_3)$ là $6(x+1) - 3(y-2) + 2(z-3) = 0$ hay $6x - 3y + 2z + 6 = 0$. **Chọn C**

Câu 21: Do A, B, C lần lượt thuộc các trục Ox, Oy, Oz

Nên ta có $OA \perp OB \perp OC$

Khi đó $OC \perp (OAB)$ nên $AB \perp OC$ (1)

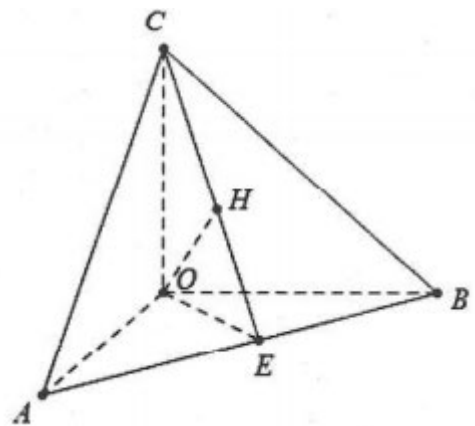
Do H là trực tâm tam giác $ABC \Rightarrow CH \perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (OCH) \Rightarrow AB \perp OH$

Tương tự ta có: $BC \perp OH \Rightarrow OH \perp (ABC)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(ABC)}} = \overrightarrow{OH}(1;2;-3)$

Phương trình mặt phẳng (α) qua $H(1;2;-3)$ có VTPT là $\vec{n} = (1;2;-3)$ là: $x + 2y - 3z - 14 = 0$. **Chọn A**



Câu 22: Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ là các điểm lần lượt thuộc các tia Ox , Oy , Oz với

$a, b, c > 0$. Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Do mặt phẳng (P) đi qua $M(1;4;9)$ nên $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1$

Khi đó $OA + OB + OC = a + b + c$

Mặt khác theo BĐT Bunhiacopsky ta có: $(a + b + c) \left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} \right) \geq (1 + 2 + 3)^2 = 36$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a^2 = \frac{b^2}{4} = \frac{c^2}{9} \Rightarrow a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3}$

Mà $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{a} + \frac{3}{a} = 1 \Rightarrow a = 6; b = 12; c = 18 \Rightarrow (P): \frac{x}{6} + \frac{y}{12} + \frac{z}{18} = 1$

Do đó (P) đi qua điểm $M(0;12;0)$. **Chọn C**

Câu 23: Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại các điểm $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$,

$C(0;0;p)$ với $m, n, p > 0$ thì phương trình mặt phẳng (α) là $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$

Theo bài ra ta có: $\frac{4}{m} - \frac{3}{n} + \frac{12}{p} = 1$ và $p = 2m = 2n \Rightarrow \frac{4}{\frac{p}{2}} - \frac{3}{\frac{p}{2}} + \frac{12}{p} = 1 \Leftrightarrow \frac{14}{p} = 1 \Leftrightarrow p = 14$

Do đó $p = 14, m = n = 7 \Rightarrow (\alpha): \frac{x}{7} + \frac{y}{7} + \frac{z}{14} = 1 \Rightarrow (\alpha): 2x + 2y + z - 14 = 0$. **Chọn C**

Câu 24: Gọi $Q(0;b;c) \Rightarrow \overrightarrow{QP} = (3; -b; 4 - c)$

Lại có $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; 0)$; $\overrightarrow{MP} = (2; 0; 4)$, do QP vuông góc với mặt phẳng $(MNP) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{QP} \perp \overrightarrow{MN} \\ \overrightarrow{QP} \perp \overrightarrow{MP} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{MP} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - 2b = 0 \\ 6 + 16 - 4c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ c = \frac{11}{2} \end{cases}$. **Chọn A**

Câu 25: Phương trình mặt phẳng (ABC) theo đoạn chắn là $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1$ hay $3x + 2y + 2z - 6 = 0$

Ta có: $\overrightarrow{n_{(ABC)}} = (3; 2; 2)$; $\overrightarrow{AD} = (-1; -1; 2)$

Mặt phẳng (ADH) có vector pháp tuyến là $\vec{n}$ thì $\begin{cases} \vec{n} \perp \overrightarrow{AD} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{DH} \end{cases} \Rightarrow \vec{n} \perp \overrightarrow{n_{(ABC)}}$

Khi đó $\vec{n} = [\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{n_{(ABC)}}] = (-6; 8; 1) = -(6; -8; -1)$

Mặt phẳng (ADH) qua $A(2;0;0)$ và có VTPT là $\vec{n}(6;-8;-1) \Rightarrow (ADH): 6x-8y-z-12=0$. **Chọn C**

Câu 26: $\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$; $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(3;1;1)$

Do (P) chứa AB và vuông góc với (Q) nên $\begin{cases} \overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{n_{(P)}} \perp \overrightarrow{n_{(Q)}} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (2;9;-15)$

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x-3)+9(y-2)-15(z-1)=0$ hay $2x+9y-15z-9=0$

Suy ra $(P): 6x+27y-45z-27=0 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=27 \\ c=-45 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=-12$. **Chọn D**

Câu 27: Gọi $d=(\alpha) \cap (\beta)$

Cho $z=0 \Rightarrow \begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow A(1;3;0) \in d$

Cho $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y-2z=4 \\ -y+3z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=10 \\ z=3 \end{cases} \Rightarrow B(0;10;3) \in d$

Mặt phẳng cần tìm đi qua 3 điểm A, B, M ta có: $\overrightarrow{MA}=(-1;2;2)$; $\overrightarrow{MB}=(-2;9;5)$

Do đó $\overrightarrow{n_{(ABM)}} = [\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}] = (-8;1;-5) = -(8;-1;5)$

Phương trình mặt phẳng (ABM) là: $8x-y+5z-5=0$. **Chọn B**

Câu 28: Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x+y+z+D=0$

Do $d(M;(P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|4+D|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow |D+4|=3 \Leftrightarrow \begin{cases} D=-1 \\ D=-7 \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $x+y+z-1=0$ và $x+y+z-7=0$. **Chọn D**

Câu 29: Phương trình đoạn chắn của mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$ là:

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1 \text{ hay } x+y+z-3=0$$

Do đó điểm $D \in (ABC)$, $E \notin (ABC) \Rightarrow$ từ 5 điểm A, B, C, D, E

Chọn 2 điểm thuộc mặt phẳng $(ABCD)$ và điểm E ra có $C_4^2 = 6$ mặt phẳng

Cộng thêm mặt phẳng $(ABCD)$ suy ra có tổng cộng 7 mặt phẳng được tạo thành từ 5 điểm trên. **Chọn D**

Câu 30: Gọi $C(a;b;c) \in (P)$ ta có: $2a+b+c-7=0$ (2)

Mặt khác $\overrightarrow{AC}=(a-2;b-1;c+3)$; $\overrightarrow{AB}=(-1;1;4)$

Do A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AC}=k.\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \frac{a-2}{-1} = \frac{b-1}{1} = \frac{c+3}{4}$ (1)

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} 2a+b+c-7=0 \\ \frac{a-2}{-1}=\frac{b-1}{1}=\frac{c+3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{8}{3} \\ c=\frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b=3. \text{ Chọn B}$