

THOẠI NGỌC HẦU

Môn thi: TOÁN (Thi thử lần III)

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC (gồm 01 trang) Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$.**Câu 2 (1,0 điểm).** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 2]$.**Câu 3 (1,0 điểm).** a) Giải phương trình $3^{\log_2 x} + 3^{2-\log_2 x} = 10$.b) Giải phương trình $(z^2 + 2z)^2 + 5(z^2 + 2z) + 6 = 0$ trên tập hợp các số phức.**Câu 4 (1,0 điểm).** Tính tích phân $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x \sin 2x dx$.**Câu 5 (1,0 điểm).** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $6x + 3y - 2z - 1 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y - 2z - 11 = 0$. Chứng minh mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C). Tìm tọa độ tâm của (C).**Câu 6 (1,0 điểm).** a) Cho số thực α thỏa mãn điều kiện $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$. Tính $A = \tan \alpha + \cot 2\alpha$.b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$, biết $x > 0$ và $A_n^2 = C_n^{n-2} + C_n^{n-1} + 4n + 6$.**Câu 7 (1,0 điểm).** Cho hình chóp S. ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a. Góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt (ABCD) trùng với trọng tâm của tam giác ABC. Mặt phẳng (SAC) hợp với mặt phẳng (ABCD) góc 60° . Tính thể tích khối chóp S. ABCD và khoảng cách từ B đến (SCD) theo a.**Câu 8 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật ABCD có diện tích $S = 6$ và có phương trình đường thẳng AC là $x + 2y - 9 = 0$. Điểm $M(0; 4)$ thuộc đường thẳng BC. Xác định tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đã cho biết đường thẳng CD đi qua $N(2; 8)$ và đỉnh C có tung độ là một số nguyên.**Câu 9 (1,0 điểm).** Tìm các giá trị của m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

$$\left(2\sqrt{x} + \sqrt{x-2}\right) \left(m^2 \sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x-2}} - 3\sqrt[4]{x(x-2)}\right) = 3x + 2.$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x > 2, y > 1, z > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 2(2x + y - 3)}} - \frac{1}{y(x-1)(z+1)}$$

-----Hết-----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

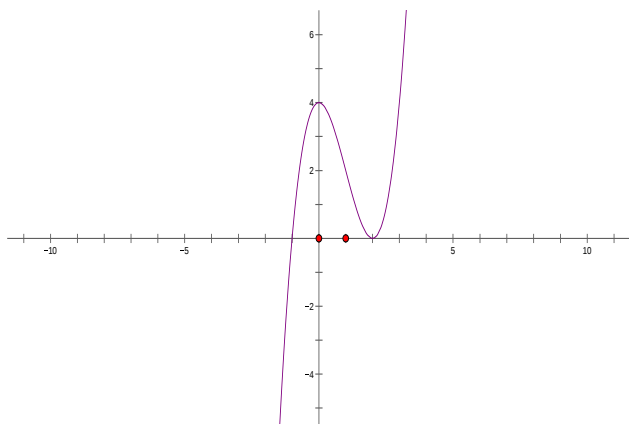
Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

THOẠI NGỌC HẦU

Môn thi: TOÁN (Thi thử lần III)

ĐỀ THI THỬ CHÍNH THỨC

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM (gồm 06 trang)

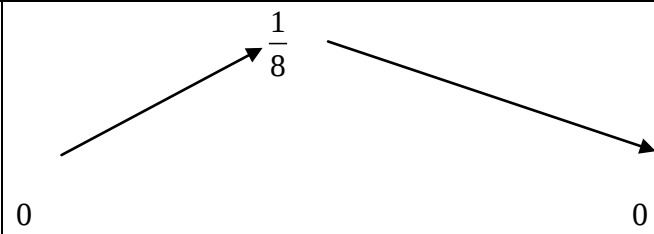
Câu	Đáp án (trang 01)	Điểm																		
1 (1,0đ)	+Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ +Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																		
	. Các khoảng đồng biến $(-\infty ; 0)$ và $(2 ; +\infty)$. Các khoảng nghịch biến $(0 ; 2)$. Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 4$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = 0$.Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0,25																		
	+Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow 4$</td><td>$\searrow 0$</td><td>$\nearrow +\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y		$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$															
	y'		+	0	-	0	+													
y		$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$															
+Đồ thị: 	0,25																			
2 (1,0đ)	Hàm số $y = x^2 e^x$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ $y' = 2xe^x + x^2 e^x$	0,25																		
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \notin [-1; 2] \end{cases}$	0,25																		
	$y(-1) = \frac{1}{e}$; $y(0) = 0$; $y(2) = 4e^2$	0,25																		
	Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là $4e^2$; 0	0,25																		
3 (1,0đ)	a) Điều kiện xác định: $x > 0$. Đặt $t = 3^{\log_2 x}$, $t > 0$. Phương trình trở thành $t + \frac{9}{t} = 10 \Leftrightarrow t = 1 \vee t = 9$	0,25																		
	$t = 3^{\log_2 x} = 1 \Leftrightarrow \log_2 x = 0 \Leftrightarrow x = 1$, $t = 3^{\log_2 x} = 9 \Leftrightarrow \log_2 x = 2 \Leftrightarrow x = 4$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 1$, $x = 4$	0,25																		

	Đáp án (trang 02)	Điểm
	$b) (z^2 + 2z)^2 + 5(z^2 + 2z) + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 + 2z = -2 \\ z^2 + 2z = -3 \end{cases}$	0,25
	$z^2 + 2z = -2 \Leftrightarrow z^2 + 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm i$ $z^2 + 2z = -3 \Leftrightarrow z^2 + 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm i\sqrt{2}$	0,25
4 (1,0đ)	$I = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \sin 2x dx = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos x dx$	0,25
	Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$, $x = 0 \Rightarrow t = 0$	0,25
	$I = 2 \int_0^1 t^3 dt = \frac{t^4}{2} \Big _0^1$	0,25
	$I = \frac{1}{2}$	0,25
5 (1,0đ)	Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 2; 1)$ và bán kính $R = 5$	0,25
	Ta có khoảng cách từ I đến (P) là $d(I, (P)) = \frac{ 6 \cdot 3 + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 1 }{\sqrt{6^2 + 3^2 + (-2)^2}} = 3 < R$	0,25
	Do đó (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn (C) .	
	Tâm của (C) là hình chiếu vuông góc H của I trên (P) . Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình là $\frac{x-3}{6} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-2}$. Do $H \in \Delta$ nên $H(3+6t; 2+3t; 1-2t)$	0,25
	Ta có $H \in (P)$, suy ra $6(3+6t) + 3(2+3t) - 2(1-2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{7}$. Do đó $H\left(\frac{3}{7}; \frac{5}{7}; \frac{13}{7}\right)$	0,25
6 (1,0đ)	$a) A = \tan \alpha + \cot 2\alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{\cos(2\alpha - \alpha)}{\cos \alpha \sin 2\alpha} = \frac{1}{\sin 2\alpha}$	0,25
	$= \frac{1}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1} = 1$	0,25
	b) Điều kiện xác định: $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. $A_n^2 = C_n^{n-2} + C_n^{n-1} + 4n + 6 \Leftrightarrow A_n^2 = C_{n+1}^{n-1} + 4n + 6 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} + 4n + 6 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2 \\ 2n(n-1) = n(n+1) + 8n + 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2 \\ n^2 - 11n - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 2 \\ n \in \{-1; 12\} \end{cases} \Leftrightarrow n = 12$	0,25
	Khi $n=12$ ta được: $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{12}$. Số hạng thứ $(k+1)$ của khai triển là: $T_{k+1} = C_{12}^k (-2)^k \cdot x^{\frac{k}{2}} \cdot x^{12-k} = C_{12}^k (-2)^k \cdot x^{\frac{24-3k}{2}}$. T_{k+1} không có chứa $x \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N}, k \leq 12 \\ 24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8 \end{cases} \Leftrightarrow k = 8$. Vậy số hạng không có chứa x là: $T_9 = 2^8 C_{12}^8$	0,25

Câu	Đáp án (trang 03)	Điểm
7 (1,0đ)	Gọi E là trọng tâm $\triangle ABC$, ta có: $\begin{cases} SE \perp (ABCD) \\ SO \perp AC \end{cases}$ $\Rightarrow OE \perp AC$ Suy ra $\widehat{(SAC), (ABCD)} = \widehat{SOE} = 60^\circ$ $\triangle ABC$ đều cạnh $2a \Rightarrow OE = \frac{1}{3}OB = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow dt(ABCD) = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$	0,25
	Trong $\triangle SOE$ có $SE = OE \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{2}$ Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SE \cdot dt(ABCD) = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$	0,25
	Dễ thấy $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(E, (SCD))$ và $\widehat{ECD} = 90^\circ$ Kẻ $EH \perp SC$ (1) $\begin{cases} SE \perp (ABCD) \Rightarrow SE \perp CD \\ EC \perp CD \end{cases}$ $\Rightarrow CD \perp (SEC) \Rightarrow EH \perp CD \quad (2)$ Từ (1), (2) ta được $EH \perp (SCD) \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{2}{3}d(E, (SCD)) = \frac{2}{3}EH$	0,25
	$SC = \frac{a\sqrt{21}}{6}; EC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Trong $\triangle SCE$ có $SC \cdot HE = EC \cdot SE \Rightarrow HE = \frac{EC \cdot SE}{SC} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{6}{a\sqrt{21}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}$ Vậy $d(B, (SCD)) = \frac{3}{2}d(E, (SCD)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{7} = \frac{3a\sqrt{7}}{14}$	0,25

	Đáp án (trang 05)	Điểm									
	Xét hàm $f(t) = \frac{1}{t^2} - 3t$ với $t \in (0;1)$, ta có: $f'(t) = -\frac{2}{t^3} - 3 < 0, \forall t \in (0;1)$ Bảng biến thiên: <table border="1"> <tr> <td>t</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr> <td>$f'(t)$</td><td></td><td>—</td></tr> <tr> <td>$f(t)$</td><td>$+\infty$</td><td>-2</td></tr> </table>	t	0	1	$f'(t)$		—	$f(t)$	$+\infty$	-2	0,25
t	0	1									
$f'(t)$		—									
$f(t)$	$+\infty$	-2									
	Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra: Phương trình (3) có nghiệm $t \in (0;1) \Leftrightarrow 2 - m^2 > -2 \Leftrightarrow 4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi $-2 < m < 2$.	0,25									
Câu	10. Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $x > 2, y > 1, z > 0$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - 2(2x + y - 3)} - \frac{1}{y(x-1)(z+1)}$										
10 (1,0đ)	Đặt $a = x - 2, b = y - 1, c = z \Rightarrow a, b, c > 0$ $P = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + 1} - \frac{1}{(a+1)(b+1)(c+1)}$ Ta có $a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{(a+b)^2}{2} + \frac{(c+1)^2}{2} \geq \frac{1}{4}(a+b+c+1)^2$ Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 1$	0,25									
	Mặt khác $(a+1)(b+1)(c+1) \leq \frac{(a+b+c+3)^3}{27}$ Khi đó $P \leq \frac{1}{a+b+c+1} - \frac{27}{(a+b+c+3)^3}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c = 1$	0,25									
	Đặt $t = a + b + c + 1 > 1$. Khi đó $P \leq \frac{1}{t} - \frac{27}{(t+2)^3}, t > 1$ $f(t) = \frac{1}{t} - \frac{27}{(t+2)^3}, t > 1; f'(t) = -\frac{1}{t^2} + \frac{81}{(t+2)^4} = \frac{81t^2 - (t+2)^4}{t^2(t+2)^4}$ Xét $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 81t^2 - (t+2)^4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4$ (do $t > 1$); $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(t) = 0$	0,25									

Bảng biến thiên

t	1	4	$+\infty$
f'(t)	+	0	-
f(t)			

0,25

Từ BBT, ta có $\max f(x) = f(4) = \frac{1}{8}$

Vậy $\max P = f(4) = \frac{1}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = c = 1 \\ a + b + c + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1 \Rightarrow x = 3; y = 2; z = 1$

-----Hết-----