

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP MÔN TOÁN LỚP 10 – HKI

PHẦN 1: ĐẠI SỐ

A. MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP

Học sinh cần nắm được :

+ Thế nào là mệnh đề, mệnh đề chứa biến, cách phủ định 1 mệnh đề; cách lập mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, mệnh đề tương đương, mệnh đề chứa kí hiệu $\forall, \exists$.

+ Khái niệm tập hợp và các phép toán trên tập hợp: giao, hợp, hiệu, phần bù.

+ Sai số tuyệt đối; độ chính xác của 1 số gần đúng; sai số tương đối; cách viết số quy tròn căn cứ vào độ chính xác cho trước.

I – Trắc nghiệm:

1. Các phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$ là:

- A. $M = \{0\}$ B. $M = \{1\}$ C. $M = \{3/2\}$ D. $X = \{1; 3/2\}$

2. Trong các tập hợp sau, tập nào là tập hợp rỗng?

- A. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$ B. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$
C. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

3. Cho hai tập hợp: $X = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội số của 4 và 6}\}$; $Y = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội số của 12}\}$

Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. $X \subset Y$ B. $Y \subset X$ C. $X = Y$ D. $\exists n: n \in X \text{ và } n \notin Y$

4. Tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ có bao nhiêu tập con có 2 phần tử?

- A. 30 B. 15 C. 10 D. 3

5. Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x+2)(x^3+4x) = 0\}$ có bao nhiêu phần tử?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 5

6. Cho biết x là một phần tử của tập hợp A . Xét các mệnh đề sau:

- (1) $x \in A$ (2) $\{x\} \in A$ (3) $x \subset A$ (4) $\{x\} \subset A$

Mệnh đề đúng là:

- A. (1) và (2) B. (1) và (3) C. (1) và (4) D. (2) và (4)

7. Cho 2 tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < 3\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq 1\}$. Tìm $A \cap B$?

- A. $[-3; -1] \cup [1; 3]$ B. $(-3; -1] \cup [1; 3)$ C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ D. $(-3; 3)$

8. Cho ba tập hợp: $A = (-1; 2]$, $B = (0; 4]$ và $C = [2; 3]$. Tính $(A \cap B) \cup C$?

- A. $(-1; 3]$ B. $[2; 4]$ C. $(0; 3] \setminus \{2\}$ D. $(0; 3]$

9. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x^2 - 3x = 0\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1\}$.

Trong các khẳng định sau: (I) $A \subset B$ (II) $A \cap B = A$ (III) $A \cup B = B$ (IV) $C_B A = \{-1; 1\}$
có bao nhiêu khẳng định **đúng**?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10. Tập hợp A có 3 phần tử. Vậy tập hợp A có bao nhiêu tập hợp con? A. 2 B. 4 C. 8 D. 18

11. Tập hợp $(-2; 3] \setminus (3; 4]$ là tập hợp: A. $\emptyset$ B. $\{3\}$ C. $(-2; 3]$ D. $(3; 4]$

12. Số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x^2 \leq 4\}$ là A. 1 B. 2 C. 4 D. 5

13. Cho 3 tập hợp: $A = (-3; 5]$, $B = [-4; 1]$ và $C = (-4; -3]$. Tìm câu **sai**?

- A. $A \cap B = (-3; 1]$ B. $(A \cup B) \cup C = [-4; 5]$
C. $C_B C = [-3; 1)$ D. $B \setminus A = [-4; -3]$

14. Tập hợp nào là tập rỗng?

- A. $\{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 1\}$ B. $\{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$
C. $\{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$ D. $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$

II – Tự luận:

Bài 1: Lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết mệnh đề phủ định đó đúng hay sai.

a) 615 là số nguyên tố.

b) PT: $x^2 + 9x - 2019 = 0$ vô nghiệm.

Bài 2: Với 2 mệnh đề A, B dưới đây, hãy phát biểu mệnh đề A kéo theo B và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai? Vì sao?

a) A: “2018 là số chẵn”, B: “Phương trình $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm”.

b) A: “Tổng 3 góc trong tam giác 180° ”, B: “2017 chia hết cho 3”.

Bài 3: Xét tính đúng sai các mệnh đề sau và lập mệnh đề phủ định của chúng:

a) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x > 0$

b) $\exists x \in \mathbb{Q}, x^2 - 5 = 0$

c) $\forall x \in \mathbb{N}, x(x + 1)$ không chia hết cho 2

d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 2x - 1$

Bài 4: Cho $X = \{a; b; c; d; e; g\}$

a) Tìm tất cả các tập con của X chứa các phần tử a, b, c, d.

b) Có bao nhiêu tập con của X chứa nhiều nhất 2 phần tử.

Bài 5: Gọi A là tập hợp các tam giác đều; B là tập hợp các tam giác có góc 60° ; C là tập hợp các tam giác cân; D là tập hợp các tam giác vuông có góc 30° . Hãy nêu các mối quan hệ giữa các tập hợp trên.

Bài 6: Cho tập $A = \{-3; -2; 1; 4; 5; 6\}$ $B = \{-3; 0; 1; 3; 7\}$

1) Xác định các tập: $A \cap B; A \cup B; A \setminus B; B \setminus A$

2) C/m: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

Bài 7: Cho tập $A = \{1; 2; 3\}$ $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

a) Xác định tập $B \setminus A$.

b) Tìm các tập X sao cho $A \subset X$ và $X \subset B$.

Bài 8: Cho tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| < 5\}$

1) Biểu diễn tập A trên trục số

2) Tìm phần bù của A trong $\mathbb{R}$

Bài 9: Cho $A = \{x \in \mathbb{N} \mid |x + 2| > 1\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid |x - 1| < 2\}$

1) Liệt kê các phần tử của tập A, B.

2) Tìm phần tử lớn nhất và phần tử nhỏ nhất của B mà không thuộc A.

Bài 10: Cho các tập hợp: $A = [-3; 7]; B = (-2; 9]; C = (-\infty; 3); D = [4; +\infty)$

Hãy xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng trên trục số:

$A \cap B; A \cup B; C \setminus (A \cap B); D \setminus (A \cup B)$

Bài 11: Tìm điều kiện a và b để $A \cap B \neq \emptyset$ biết $A = [a; a + 2]; B = [b; b + 1]$.

Bài 12: Cho hàm số, tìm 2 số m và n ($m < n$) để hàm số $y = \sqrt{x+3} + \sqrt{9-x}$ xác định trên $(m; n]$

Bài 13: Đo diện tích của 1 tấm bảng ta được kết quả là: $6m^2 \pm 0,05m^2$. Đo diện tích của 1 thửa ruộng có kết quả là: $1305m^2 \pm 10m^2$. Hãy tính sai số tương đối của từng phép đo và cho biết phép đo nào thực hiện tốt hơn.

Bài 14: Số dân 1 tỉnh là $A = 1235367 \pm 400$ (người). Hãy tìm chữ số chắc viết A dưới dạng chuẩn.

Bài 15: Xác định chữ số chắc trong các số:

a) $0,028 \pm 0,004$

b) $12,78 \pm 0,0005$

c) 375 ± 20 .

B. HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI

Học sinh cần nắm chắc cách tìm tập xác định của hàm số; biết cách xác định tính chẵn lẻ, tính đồng biến, nghịch biến; biết cách khảo sát vẽ đồ thị hàm số bậc nhất, bậc 2 và các phép suy diễn đồ thị hàm số.

I – Trắc nghiệm:

- Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{|x-2|}$ là :
 A. $[2; +\infty)$ B. $\mathbb{R}$ C. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ D. $(-\infty; 2]$
- Cho hàm số $y = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$, chọn mệnh đúng :
 A. Tập xác định $D = \{x \in \mathbb{R} / x > 2\}$ B. Hàm số lẻ
 C. Đồ thị hàm số có trục đối xứng là Oy D. điểm $A(0;2)$ thuộc đồ thị hàm số
- Biết đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(0;-3)$, $B(-1;-5)$ thì a, b là bao nhiêu ?
 A. $a = 2, b = -3$ B. $a = -2, b = 3$
 C. $a = 2, b = 3$ D. $a = 1, b = -4$
- Cho hàm số $y = |x-1|$, khẳng định nào sau đây là đúng ?
 A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
 C. Hàm số lẻ D. Hàm số chẵn
- Đường thẳng nào sau đây qua $A(2; -5)$ và song song với đường : $y - 3x = 3$
 A. $y = -3x + 1$ B. $y = 3x - 11$ C. $y = 3x - 5$ D. $y = 3x + 11$
- Hệ số góc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2)$, $B(-2;-3)$ là :
 A. -5 B. $-1/5$ C. $1/5$ D. 5
- Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x - 1$, câu nào sau đây sai ?
 A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$ B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
 C. Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$ D. Hàm số nghịch biến trên $(5; 9)$
- Đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua đỉnh của $(P) : y = x^2 - 2x + 3$ thì : $a + b$ bằng :
 A. 0 B. 1 C. 2 D. -2
- Cho hàm số $y = x^2 + 2x + 3$. Chọn kết quả sai trong các kết luận sau đây :
 A. $\max y = 6$ với $x \in \mathbb{R}$ B. $\max y = 2$ với $x \in [0;1]$
 C. $\min y = 3$ với $x \in [0;1]$ D. $\min y = 2$ với $x \in \mathbb{R}$
- Cho hàm số $y = x^2 - 2x - 3$ có đồ thị (P) và các điểm $A(0;-3)$, $B(3;0)$, $C(-1;0)$, $D(2;-3)$, thuộc (P) , cặp điểm nào dưới đây đối xứng nhau qua trục của (P)
 A. A và B B. A và C C. A và D D. C và D
- Đồ thị của hàm số nào sau đây là (P) có bề lõm quay lên trên và có đỉnh S nằm trong góc phần tư thứ IV
 A. $y = x^2 + 4x + 3$ B. $y = x^2 - 4x - 5$ C. $y = x^2 - 4x + 3$ D. $y = -x^2 + 4x - 3$
- Trong các hàm số sau đâu là hàm số bậc nhất:
 A. $y = \frac{x^2 - x + 1}{2x + 3}$ B. $y = \sqrt{2} \cdot x + 5$ C. $y = \frac{mx + 1}{2 - x}$ D. $y = \sqrt{2x^2 - x + 3}$
- Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{|x|} - x}$ là: A. $(0; +\infty)$ B. $[0; +\infty)$ C. $(-\infty; 0)$ D. $(-\infty; 0]$
- GTLN của hàm số $y = x^2 - 3x - 1$ trên đoạn $[-1;1]$ là: A. 9 B. 4 C. 3 D. -3
- Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau:
 A. Hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ là hàm số chẵn. B. Hàm số $y = (x+1)^2$ là hàm số chẵn.
 C. Hàm số $y = x^2 + 1$ là hàm số chẵn. D. Hàm số $y = 2x^2 - 3$ là hàm số chẵn.
- Hàm số $y = (m-1)x + 4m + 4$ là hàm số bậc nhất khi: A. $m \neq 0$ B. $m \neq 1$ C. $m \neq 3$ D. $m \neq -1$
- Cho hàm số $y = |x+1| + |1-x|$. Trên $\mathbb{R}$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số chẵn B. Hàm số lẻ C. Hàm số không chẵn không lẻ D. Hàm hằng

18. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(a+1) = 3a + 7$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = 3x + 4$ B. $f(x) = 3x - 4$ C. $f(x) = 3x + 7$ D. $f(x) = -3x + 7$

II – Tự luận:

Bài 1: Tìm TXĐ của các hàm số sau:

a) $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 + 3x + 2}$

b) $y = \sqrt{4-2x} + \sqrt{3x+1}$

c) $y = \frac{\sqrt{2-|x|}}{\sqrt[3]{x+1}}$

Bài 2: Tìm m để: $y = \frac{x+2019}{\sqrt{x-2m}}$ xác định trên $[4;7)$

Bài 3: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số:

a) $y = |2x-1| + |2x+1|$

b) $y = 2x^2 - 3|x| + 5$

c) $y = \frac{x^3 - 2x}{x^2 - 1}$

Bài 4: Lập BBT và vẽ đồ thị các hàm số:

a) $y = |x-1|$

b) $y = |x+1| - x - 2$

c) $y = \sqrt{x^2 + 4x + 4} - x + 1$

Bài 5: Lập ptđt (d) biết:

a) (d) // với đt $y = -\sqrt{3}x$ và cắt Oy tại A (0;2).

b) (d) cắt (d1): $y = \frac{3}{2}x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 4, cắt (d2): $y = 2x - 2$ tại điểm có tung độ bằng 2.

c) (d) qua I(2;-1) và cắt Ox,Oy tại A,B sao cho I là trung điểm AB.

Bài 6: Xác định hàm số bậc 2 ,biết:

a) Đồ thị hàm số là parabol có đỉnh $I(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4})$ và qua A(1;-1).

b) Đồ thị hàm số đi qua các điểm A(0;2),B(1;5),C(-1;3).

c) Hàm số có dạng $y = ax^2 - 4x + c$,nhận đt $x = 2$ làm trục đối xứng và qua điểm M(3;0)

Bài 7: Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + \frac{5}{2}$ (P)

a) Tìm m để (P) nhận đt $x = -3$ làm trục đối xứng.

b) Với giá trị m vừa tìm được,hãy lập BBT ,vẽ đồ thị hàm số và tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số.

c) Đường thẳng $y = 5/2$ cắt (P) tại 2 điểm A,B.Tính khoảng cách AB.

Bài 8: Cho (P): $y = -x^2 + 2x + 3$ (P)

a) Vẽ đồ thị (P),từ đó suy ra cách vẽ đồ thị $y = |-x^2 + 2x + 3|$.

b) Biện luận theo m số nghiệm pt: $|x^2 - 2x - 3| = 2m + 1$

c) Biện luận theo m số nghiệm pt: $-x^2 + 2|x| + 3 = m$

Bài 9 : Cho phương trình : $x^2 + 2mx + m^2 + m - 2 = 0$. Tìm m để pt có hai nghiệm $x_1 ; x_2$ và tìm m để $A=x_1^2 + x_2^2$ đạt GTLN

C. PHƯƠNG TRÌNH- HỆ PHƯƠNG TRÌNH

Học sinh cần nắm vững :

1. Các khái niệm về phương trình, hệ phương trình : TXĐ, ĐKXĐ, các phép biến đổi tương đương, hệ quả, phép giải và biện luận phương trình, hệ phương trình.
2. Giải và biện luận PT $ax+b=0$; $ax^2+bx+c=0$; PT chứa ẩn ở mẫu, chứa căn.
3. Giải phương trình quy về bậc nhất, bậc hai dạng : $A=B$; $|A|=B$; $|A|=|B|$; phương trình tích; PT chứa ẩn ở mẫu; PT trùng phương, giải các loại PT khác; ứng dụng định lý Viét.
4. Một số PT quy về bậc nhất, bậc 2 không chứa tham số
5. Giải hệ hai (ba) PT bậc nhất hai (ba) ẩn bằng phương pháp cộng và phương pháp thế.
6. Giải và biện luận hệ 2 PT bậc nhất 2 ẩn; giải một số hệ PT bậc hai hai ẩn.

I-Trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình bậc nhất 2 ẩn?

- A. $x-2y=1$ B. $x^2-2y-1=0$. C. $x-2y+z-1=0$. D. $xy-2y-1=0$

Câu 2: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y+5=0 \\ 2y-4=0 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(1;2)$. B. $(-1;-2)$. C. $(10;5)$. D. $(-10;-5)$.

Câu 3: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y-3z+4=0 \\ 2x-y+x=3 \\ 3x+2z=9 \end{cases}$ có nghiệm là

- A. $(1;2;3)$. B. $(\frac{35}{17}; \frac{24}{17}; \frac{5}{17})$ C. $(\frac{29}{13}; \frac{34}{13}; \frac{15}{13})$. D. $(\frac{19}{17}; \frac{48}{17}; \frac{61}{17})$.

(có thể thay thành câu hỏi : tìm $x_0+y_0+z_0$?)

Câu 4: Cặp số $(x;y)$ nào sau đây **không** là nghiệm của phương trình $2x-3y=5$?

- A. $(x;y)=\left(0;\frac{5}{3}\right)$. B. $(x;y)=(1;-1)$. C. $(x;y)=(-2;-3)$. D. $(x;y)=\left(\frac{5}{2};0\right)$.

Câu 5: Phương trình nào tương đương với phương trình $x-1=0$?

- A. $|2x-2|(x^2+4)=0$ B. $\frac{1}{x-1}=0$. C. $\frac{x^2-3x+2}{x-1}=0$. D. $x^2-1=0$

Câu 6: Cho phương trình $x^2-3x+2=0$. Tính tổng hai nghiệm của phương trình đã cho.

- A. 3. B. -3. C. 2 D. -2.

Câu 7: Với m bằng bao nhiêu thì phương trình $mx+m-1=0$ vô nghiệm?

- A. $m=0$. B. $m=1$. C. $m=0$ và $m=1$. D. $m=-1$.

Câu 8: Tìm các nghiệm của phương trình $|x-3|=5-2x$?

- A. $S=\{2\}$. B. $S=\{2; \frac{8}{3}\}$ C. $S=\{-2; \frac{2}{3}\}$ D. $S=\{-2\}$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị tham số m để pt $(m-1)x+2m=2$ có nghiệm duy nhất $x=-1$.

- A. $m \neq 1$. B. $m \neq -1$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Câu 10: Tìm m để phương trình $mx^2 - 3(m+1)x - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- A. $m > 0$. B. $m < 2$. C. $m < 0$. D. $m > 2$.

Câu 11: Giải phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$.

- A. $x = 15$. B. $x = 2$ và $x = 15$. C. $x = 2$. D. $x = 6$.

Câu 12: Tìm điều kiện xác định của phương trình. $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = 3x-9$

- A. $x \geq 2$. B. $x \geq 3$. C. $x \geq 1$. D. $1 \leq x \leq 2$.

Câu 13: Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$.

- A. $2 \leq x < 7$. B. $2 \leq x \leq 7$. C. $x \geq 2, x \neq 7$. D. $x > 7$.

(Có thể hỏi : tập xác định của phương trình trên có bao nhiêu giá trị nguyên ?)

Câu 14: Tìm tham số m để phương trình: $(m-5)x+2m-4=0$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m \neq 5$. B. $m = 5$. C. $m = 2$. D. $m \neq 2$.

Câu 15: Tìm tất cả tham số m để phương trình: $(m^2-9)x=m-3$ có nghiệm với mọi x .

- A. $m = 3$. B. $m \neq \pm 3$. C. $m = -3$ D. $m = \pm 3$.

Câu 16: Gọi x_1, x_2 là các nghiệm phương trình $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$. Tìm tổng $x_1 + x_2$.

- A. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$. B. $x_1 + x_2 = \frac{b}{a}$. C. $x_1 + x_2 = -\frac{c}{a}$. D. $x_1 + x_2 = \frac{c}{a}$.

Câu 17: Phép biến đổi nào sau đây là đúng ?

- A. $5x + \sqrt{x-3} = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x = \sqrt{x-3}$. B. $\sqrt{x+2} = x \Leftrightarrow x+2 = x^2$.
C. $3x + \sqrt{x-1} = x^2 + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow 3x = x^2$. D. $\frac{x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{2-x}{x-1} \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$.

Câu 18: Phương trình $x^4 + 4x^2 - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực.

- A. 2 B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 19: Tìm tham số m để phương trình: $m^2x+6=4x+3m$ có nghiệm với mọi x .

- A. $m = 2$. B. $m \neq \pm 2$. C. $m = -2$. D. $m = \pm 2$.

Câu 20: Tìm tất cả tham số m để phương trình $x^2 - 4x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 = 10$.

A. $m = 1$.

B. $m > 2$.

C. $m = -5$.

D. $m = -1$.

II- Tư luận :

Bài 1: Giải phương trình không chứa tham số

a) $\sqrt{x-3} = \sqrt{9-2x}$

b) $\sqrt{x-1} = x-3$

c) $2|x-1| = x+2$

d) $|x-2| = 2x-1$

e) $\frac{x-4}{x-1} + \frac{x+4}{x+1} = 2$

f) $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$

Bài 2:

1) Cho phương trình (1): $x^2 - 2(m+7)x + m^2 - 4 = 0$

a) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm pb trái dấu; cùng dấu dương

Tìm m để pt có đúng 1 nghiệm dương.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm thỏa mãn: $x_2 = 2x_1$; $x_2 + 2x_1 = 3$; $x_1^3 + x_2^3 = 0$

c) Khi (1) có hai nghiệm phân biệt x_1 ; x_2 . Tìm phương trình bậc hai nhận $(x_1 + 2x_2)$ và $(x_2 + 2x_1)$ là nghiệm.

2) Cho phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$.

a) Giải biện luận phương trình theo m .

b) Tìm m để phương trình có nghiệm $x = 3$ và tìm nghiệm còn lại.

c) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $4(x_1 + x_2) = 7x_1 \cdot x_2$

3) Biện luận số giao điểm của đường thẳng (d): $y = m+1$ và parabol (P): $y = -x^2 - 2x + 3$ theo m

4) Cho phương trình: $mx^2 - 2(m+1)x + m + 1 = 0$ (1). Tìm m để PT(1) có:

a) ít nhất một nghiệm dương

b) một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1.

Bài 3: Giải PT bằng cách đặt ẩn phụ

a) $15x - 2x^2 - 5 = \sqrt{2x^2 - 15x + 11}$

b) $x^2 + 4x - 3|x+2| + 4 = 0$

c) $2\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} - \sqrt{x+1} = 4$

d) $4x^2 + \frac{1}{x^2} + \left|2x - \frac{1}{x}\right| - 6 = 0$

Bài 4: Giải và biện luận hệ phương trình:

a) $\begin{cases} mx + y = m + 1 \\ x + my = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + my = 1 \\ mx - 3my = 2m + 3 \end{cases}$

Bài 5: Giải hệ PT bậc 2 hai ẩn

a) $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y^2 = 100 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 8 \\ xy + x + y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 + y^2 - x + y = 2 \\ xy + x - y = -1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x^2 - 3x = 2y \\ y^2 - 3y = 2x \end{cases}$

Bài 6: Giải biện luận các PT sau:

a) $(mx+1)\sqrt{x-1} = 0$

b) $m^2x + 6 = 4x + 3m$

c) $|mx-2| = |x+4|$ d) $\frac{2x-m}{x+1} = \frac{x+m}{x-1}$

D. BẤT ĐẲNG THỨC

Học sinh cần nắm vững các tính chất cơ bản của bất đẳng thức; bất đẳng thức giá trị tuyệt đối; bất đẳng thức tam giác; bất đẳng thức Cosi và hệ quả; bất đẳng thức Bunhiacopxki; các hằng đẳng thức cơ bản để áp dụng vào chứng minh bất đẳng thức.

I – Trắc nghiệm:

- Chọn kết quả sai. Nếu $a > b, b > c$ và $c > 0$ thì:
 A. $b - a < 0$. B. $ab > ac$ C. $-cb > -ba$ D. $c - b < c - a$
- Cho $a > 0$ và $b > 0$. Khẳng định nào sai.
 A. $b + a > 0$. B. $-a - b < 0$ C. $b - a < 0$ D. $ab > 0$
- Tìm mệnh đề đúng:
 A. $a < b \Rightarrow ac < bc$ B. $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ C. $a < b$ và $c < d \Rightarrow ac < bd$ D. Cả A, B, C đều sai
- Cho $a, b, c > 0$. Xét các bất đẳng thức sau. Chọn khẳng định đúng.
 I. $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ II. $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$ III. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$
 A. Chỉ (I) đúng B. Chỉ (II) đúng C. Chỉ (III) đúng D. Cả ba đều đúng.
- Cho bất đẳng thức: $|a - b| \leq |a| + |b|$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:
 A. $a = b$ B. $ab \leq 0$ C. $ab \geq 0$ D. $ab = 0$
- Cho hai số a và b , câu nào sau đây là đúng?
 A. $b(a - b) \leq a(a - b)$ B. $2(1 - a)^2 \geq 1 - 2a^2$
 C. $(1 - a^2)(1 - b^2) \leq (1 + ab)^2$ D. Ba câu A, B, C
- Một tam giác có độ dài các cạnh là 1, 2, x trong đó x là số nguyên. Khi đó, x bằng
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- Cho hai số a và b có tổng bằng 3. Khi đó tích hai số a và b ?
 A. Có giá trị nhỏ nhất là $9/4$. B. Có giá trị lớn nhất là $9/4$.
 C. Có giá trị lớn nhất là $3/2$. D. Không có giá trị lớn nhất
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 6|x|, \forall x \in R$ là ? A. - 9 B. - 6 C. 0 D. 3
- Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ là ? A. $\frac{11}{4}$ B. $\frac{4}{11}$ C. $\frac{11}{8}$ D. $\frac{8}{11}$
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}, x > 0$ là ? A. $4\sqrt{3}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{6}$
- Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}, x \geq 2$ là: A. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ B. $\frac{2}{\sqrt{2}}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- Bất đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số thực x ?
 A. $|x| > x$ B. $|x| > -x$ C. $|x|^2 > x^2$ D. $|x| \geq x$
- Cho hai số thực a, b tùy ý. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
 A. $|a - b| \leq |a| + |b|$ B. $|a - b| = |a| + |b|$ C. $|a - b| = |a| - |b|$ D. $|a - b| > |a| - |b|$
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x - 3| + |x - 1| + |x + 1| + |x + 3|$ là:
 A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
- Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 7a^2 + 11b^2$ biết a, b thỏa mãn $3a - 5b = 8$ là ?

A. $\frac{2644}{137}$ B. $\frac{2466}{137}$ C. $\frac{2464}{137}$ D. $\frac{2264}{137}$

II – Tự luận:

Bài 1: Cho $a, b, c, d, e \in R$ Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ b) $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + b + a$
 c) $a^4 + b^4 + c^2 + 1 \geq 2a(ab^2 - a + c + 1)$ d) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \geq a(b + c + d + e)$

Bài 2: Cho $a, b, c, d > 0$. Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b} < 1$ thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$ (1). Áp dụng chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a} < 2$
 b) $1 < \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{b+c+d} + \frac{c}{c+d+a} + \frac{d}{d+a+b} < 2$

Bài 3: Cho $a, b, c \geq 0$. Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$ b) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2) \geq 9abc$

Bài 4: Áp dụng BĐT Cô-si để tìm GTNN của các biểu thức sau:

a) $y = \frac{x}{2} + \frac{18}{x}, x > 0$ b) $y = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1}, x > 1$ c) $y = \frac{3x}{2} + \frac{1}{x+1}, x > -1$

Bài 5: Áp dụng BĐT Cô-si để tìm GTLN của các biểu thức sau:

a) $y = (x+3)(5-x), -3 \leq x \leq 5$ b) $y = x(6-5x), 0 \leq x \leq 6/5$

Bài 6: Cho $a, b > 0$. Chứng minh $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ (1). Áp dụng chứng minh các BĐT sau:

a) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}\right); a, b, c > 0$

b) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 4$. Chứng minh: $\frac{1}{2a+b+c} + \frac{1}{a+2b+c} + \frac{1}{a+b+2c} \leq 1$

Bài 7: Chứng minh các bất đẳng thức sau:

a) $3a^2 + 4b^2 \geq 7$, với $3a + 4b = 7$ b) $3a^2 + 5b^2 \geq \frac{735}{47}$ với $2a - 3b = 7$

PHẦN 2: HÌNH HỌC

A. VECTO – CÁC PHÉP TOÁN VỀ VECTO

Học sinh cần nắm vững các phép toán về véc-tơ; chứng minh các đẳng thức vectơ; biểu diễn vectơ theo hai vectơ không cùng phương cho trước; chứng minh ba điểm thẳng hàng; dựng điểm, tìm quỹ tích điểm thỏa mãn đẳng thức vectơ; tính tích vô hướng của hai vectơ; chứng minh hai vectơ vuông góc, thiết lập điều kiện vuông góc...

I - Trắc nghiệm:

1. Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO}$ B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC}$ D. $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$

2. Cho 4 điểm A, B, C phân biệt. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$

3. Cho bốn điểm A, B, C, D phân biệt. Khi đó, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ bằng vectơ nào sau đây?

- A. $\vec{0}$ B. $\overrightarrow{BD}$ C. $\overrightarrow{AC}$ D. $2\overrightarrow{DC}$

4. Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$ D. $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MB}$

5. Cho hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$. Tọa độ $\vec{i}$ là:

- A. $\vec{i} = (1; 0)$ B. $\vec{i} = (0; 1)$ C. $\vec{i} = (-1; 0)$ D. $\vec{i} = (0; 0)$

6. Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$. Tọa độ $\vec{c} = 4\vec{a} - \vec{b}$ là:

- A. $(-1; -4)$ B. $(4; 1)$ C. $(1; 4)$ D. $(-1; 4)$

7. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1; -3)$ và $B(3; 1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là:

- A. $I(-1; -2)$ B. $I(2; -1)$ C. $I(1; -2)$ D. $I(2; 1)$

8. Cho tam giác ABC với $A(0; 3), B(3; 1)$ và $C(-3; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

- A. $G(0; 2)$ B. $G(-1; 2)$ C. $G(2; -2)$ D. $G(0; 3)$

9. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(0; 3)$ và $B(3; 1)$. Tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $M(6; -7)$ B. $M(-6; 7)$ C. $M(-6; -1)$ D. $M(6; -1)$

10. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho thẳng hàng?

- A. A, B, C B. B, C, D C. A, B, D D. A, C, D

11. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Hỏi $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng vectơ nào?

- A. $\overrightarrow{AM}$ B. $\overrightarrow{PB}$ C. $\overrightarrow{AP}$ D. $\overrightarrow{MN}$

12. Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$ D. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$

13. Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(-1; 4), I(2; 3)$. Tìm tọa độ B biết I là trung điểm của đoạn AB

- A. $B\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ B. $B(5; 2)$ C. $B(-4; 5)$ D. $B(3; -1)$

14. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $M(2; 3), N(0; -4), P(-1; 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A là:

- A. $A(-3; -1)$ B. $A(1; 5)$ C. $A(-2; -7)$ D. $A(1; -10)$

15. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(2; -3), B(4; 5)$ và $G\left(0; -\frac{13}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ADC . Tọa độ đỉnh D là:

- A. $D(2;1)$ B. $D(-1;2)$ C. $D(-2;-9)$ D. $D(2;9)$

16. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1;3), B(-2;0), C(2;-1)$. Tọa độ điểm D là:
A. $(4;-1)$ B. $(5;2)$ C. $(2;5)$ D. $(2;2)$

17. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = ?$

- A. $2a\sqrt{2}$ B. $3a$ C. $a\sqrt{2}$ D. $2a$

18. Cho ΔABC vuông tại A và $AB=3, AC=4$. Vec tơ $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB}$ có độ dài bằng

- A. $\sqrt{13}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

19. Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (2;1), \vec{b} = (3;4), \vec{c} = (7;2)$. Tìm m và n để $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$?

- A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$ B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$ C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$ D. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$

20. Trong mp Oxy, cho $A(m-1;2), B(2;5-2m)$ và $C(m-3;4)$. Tìm giá trị m để A, B, C thẳng hàng?

- A. $m=3$ B. $m=2$ C. $m=-2$ D. $m=1$

21. Cho tam giác ABC với M, N, P là trung điểm của AB, AC, BC . Vec tơ đối của vec tơ $\overrightarrow{MN}$ là:

- A. $\overrightarrow{BP}$ B. $\overrightarrow{MA}$ C. $\overrightarrow{PC}$ D. $\overrightarrow{PB}$

22. Cho hình vuông $ABCD$, khi đó ta có:

- A. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC}$ B. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}$ C. $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{CB}$

23. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng a , M là trung điểm của BC , vec tơ $\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{MC}$ có độ dài là:

- A. $\frac{3a}{2}$ B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$

24. Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên đoạn BC sao cho $MB=2MC$. Chọn phương án đúng trong biểu diễn vec tơ $\overrightarrow{AM}$ theo hai vec tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.

- A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

25. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm I . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ B. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
C. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI}$

26. Gọi M là điểm nằm trên đoạn AB sao cho $MB=2.MA$. Khi đó:

- A. $\overrightarrow{MB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ B. $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ C. $\overrightarrow{MB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ D. $\overrightarrow{MB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

27. Cho tam giác ABC vuông tại B có $AB=3cm, BC=4cm$. Độ dài vec tơ tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là:

- A. $\sqrt{13} \text{ cm}$ B. 13 cm C. $2\sqrt{13} \text{ cm}$ D. 5 cm

28. Cho hai vec tơ $\vec{a}, \vec{b}$ ngược hướng. Khi đó:

- A. $\vec{a} + \vec{b}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}| > |\vec{b}|$ B. $\vec{a} + \vec{b}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}| < |\vec{b}|$
C. $\vec{a} + \vec{b}$ cùng hướng với $\vec{a}$ D. $\vec{a} + \vec{b}$ cùng hướng với $\vec{b}$

29. Cho hai vec tơ $\vec{a}, \vec{b}$ không cùng phương. Khi đó:

- A. $|\vec{a} + \vec{b}| > |\vec{a}| + |\vec{b}|$ B. $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ C. $|\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$ D. $|\vec{a} - \vec{b}| = |\vec{a}| - |\vec{b}|$

30. Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $3a$, khi đó độ dài của vec tơ tổng $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là:

- A. $a\sqrt{3}$ B. $3a\sqrt{3}$ C. $6a\sqrt{3}$ D. $6a$

II – Tư luận:

Bài 1: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $AC = 2a$. Tính $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$, $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$?

Bài 2: Cho tam giác ABC , gọi D và M là các điểm được xác định bởi: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AD}$. I là trung điểm của đoạn AC .

- Phân tích $\overrightarrow{BI}$ theo $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$
- Phân tích $\overrightarrow{BM}$ theo $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{BC}$
- Chứng minh B, I, M thẳng hàng.

Bài 3: Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB .

- Chứng minh rằng $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$
- Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNP có cùng trọng tâm.
- Chứng minh rằng $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CP} = 0$

Bài 4: Cho tam giác ABC có $A(-3;6)$, $B(1;-2)$, $C(6;3)$

- Hãy xác định tọa độ D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
- Xác định tọa độ trọng tâm, trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA}$ và $\cos A$, $\cos C$.

d) Hãy xác định tọa độ M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

e) Hãy xác định tọa độ điểm N trên Ox sao cho $NA + NC$ nhỏ nhất.

Bài 5: Cho tam giác ABC . Trên cạnh AB lấy hai điểm M, N sao cho: $AM = MN = NB$.

- Chứng minh rằng hai tam giác ABC và MNC có cùng trọng tâm.
- Đặt $\overrightarrow{GA} = \vec{u}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{v}$ hãy biểu diễn theo $\vec{u}, \vec{v}$ các vec tơ: $\overrightarrow{GC}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{GM}, \overrightarrow{CN}$.
- Khi tam giác ABC vuông cân tại A vẽ các đường trung tuyến BI và CJ . Tính góc giữa BI và CJ .

Bài 6: Cho hình bình hành $ABCD$. Lấy các điểm P, Q sao cho: $3\overrightarrow{PA} + 2\overrightarrow{PC} - 2\overrightarrow{PD} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{QA} - 2\overrightarrow{QB} + 2\overrightarrow{QC} = \vec{0}$.

- Hãy xác định điểm I thỏa mãn: $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = \vec{0}$
- Chứng minh I, P, Q thẳng hàng.

Bài 7: Cho hình vuông $ABCD$ gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, DC . Lấy E trên BC sao cho:

$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{v}$.

- Biểu diễn các vec tơ: $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AE}, \overrightarrow{BM}$ theo $\vec{u}, \vec{v}$.
- Chứng minh $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{BM}$ và góc $AEN = 45^\circ$

Bài 8: Trên mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-8;4)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .
- Xác định tọa độ C sao cho tam giác ABC vuông cân tại C .
- Tính góc $\widehat{AOB}$ và diện tích tam giác AOB .

Bài 9: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba điểm $A(4;1)$, $B(10;9)$, $C(7;-3)$

- Chứng minh A, B, C không thẳng hàng và tính chu vi của tam giác ABC .
- Tính số đo góc A của tam giác ABC
- Tìm tọa độ điểm E là giao điểm của đường thẳng AB với trục Ox .

Bài 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC với $A(10;5)$, $B(3;2)$, $C(6;-5)$

- Tìm tọa độ D biết $2\overrightarrow{DA} + 3\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$
- Với $F(-5;8)$, phân tích $\overrightarrow{AF}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$
- Chứng minh rằng tam giác ABC vuông tại B .
- Tìm tọa độ điểm E trên trục Ox sao cho tam giác EBC cân tại E .
- Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 11: Cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $BC = 2a$. Tính các tích vô hướng

- a. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ b. $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{CB}$ c. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$

Bài 12: Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính các tích vô hướng :

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{AB}(2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC})$$

Bài 13: Cho tam giác ABC có $AB = 6$; $AC = 8$; $BC = 11$

- a. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và suy ra giá trị của góc A
- b. Trên AB lấy điểm M sao cho $AM = 2$. Trên AC lấy N sao cho $AN = 4$. Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$

Bài 14: Cho tam giác ABC biết $AB = 2$, $AC = 3$; góc A bằng 120° . Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ và tính độ dài BC và tính độ dài trung tuyến AM của tam giác ABC .

Bài 15: Cho tam giác ABC , M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 3MC$, N là điểm đối xứng của M qua C .

- a. Tính các vec tơ $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AN}$ theo hai vec tơ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$
- b. Gọi I là trung điểm AM ; J là điểm trên AN sao cho $AJ = kAC$. Xác định k để ba điểm B, I, J thẳng hàng.

Bài 16: Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp những điểm M sao cho:

a) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$

b) $\overrightarrow{MA}(\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}) = 0$

c) $(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}) = 0$ d) $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -MA \cdot MB$

Bài 17: Cho $A(3;-2)$, $B(1;1)$, $C(-3;6)$.

- Tìm điểm M trên trục hoành sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất.
- Tìm điểm N trên trục tung sao cho $|\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC}|$ nhỏ nhất.
- Cho E thuộc AB , F thuộc AC sao cho $EF \parallel BC$ và $S_{BCFE} = 99.S_{AEF}$. Tìm tọa độ E, F .

Bài 18: Cho hai điểm $A(-3;6)$ và $B\left(1;\frac{9}{4}\right)$.

- a. Tìm điểm M trên trục tung sao cho tích vô hướng $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$ nhỏ nhất.
b. Tìm hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình thoi, trong đó C nằm trên trục hoành và có hoành độ âm.