

Học sinh làm đề cương vào một cuốn vở riêng và nộp lại cho GVBM chậm nhất ngày 01.3.2019.

PHẦN I. NỘI DUNG TRỌNG TÂM

1. ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

1. Khai triển nhị thức Niuton, cấp số nhân;
2. Dãy số (khái niệm, dãy tăng giảm, bị chặn, các phép toán);
3. Giới hạn dãy, giới hạn hàm và các phép toán;
4. Hàm số liên tục và các ứng dụng.

2. HÌNH HỌC

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng, hai mặt phẳng và các kiến thức chung;
2. Đường thẳng song song với mặt phẳng; mặt phẳng song song;
3. Góc giữa hai đường thẳng; góc giữa đường thẳng và mặt phẳng;
4. Vectơ trong không gian và các phép toán;
5. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng;
6. Hai mặt phẳng vuông góc.

PHẦN II. BÀI TẬP

A. TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong khai triển $(1-x)^{12}$, hệ số đứng trước x^7 là:

- A. 330. B. - 33. C. -72. D. -792.

Câu 2. Tổng các hệ số trong khai triển $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)^{18}$ là:

- A. 2^{18} . B. $2^{18} - 1$. C. 1^{18} . D. C_{18}^3 .

Câu 3. Trong khai triển $\left(a^2 + \frac{1}{b}\right)^7$, số hạng thứ 5 là:

- A. $35.a^6.b^{-4}$. B. $-35.a^6.b^{-4}$. C. $35.a^4.b^{-5}$. D. $-35.a^4.b$.

Câu 4. Trong khai triển nhị thức $(a+2)^{n+6}$, ($n \in \mathbb{N}$) có tất cả 17 số hạng. Khi đó n bằng

- A. 17. B. 11. C. 10. D. 12.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Năm số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-5}{5}; \frac{-5}{6}$.

B. 5 số hạng đầu của dãy là: $\frac{-1}{2}; \frac{-2}{3}; \frac{-3}{4}; \frac{-4}{5}; \frac{-5}{6}$.

C. Là dãy số tăng.

D. Bị chặn trên bởi số 1.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n-1$. Dãy số (u_n) là dãy số

A. Bị chặn trên bởi 1. B. Giảm.

C. Bị chặn dưới bởi 2. D. Tăng.

Câu 7. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a là hằng số), u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$. B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$. C. $u_{n+1} = \frac{an^2+1}{n+1}$. D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$.

Câu 8. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = -3$ và công bội $q = \frac{2}{3}$. Số hạng thứ năm của (u_n) là:

A. $\frac{27}{16}$. B. $\frac{16}{27}$. C. $-\frac{27}{16}$. D. $-\frac{16}{27}$.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q?

A. $q = \pm \frac{1}{2}$. B. $q = \pm 2$. C. $q = \pm 4$. D. $q = \pm 1$.

Câu 10. Tổng của cấp số nhân vô hạn $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}, \dots$ là:

A. $\frac{1}{3}$. B. 1. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 11. Tế bào E. Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Sau mười lần phân chia số tế bào con được tạo thành từ một tế bào phân chia là:

A. 2^{10} . B. 2^{11} . C. 2^{20} . D. 20^2 .

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là:

A. $S_8 = 3280$. B. $S_8 = 9841$. C. $S_8 = 3820$. D. $S_8 = 1093$.

Câu 13. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$ bằng

A. 2. B. 8. C. 1. D. 4.

Câu 14. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^{n+1} - 3^n}{2^n + 3 \cdot 5^n}$ bằng

A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. 5.

- Câu 15. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4}$ bằng
- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. 1.
- Câu 16. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó, $a-a^2$ bằng
- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.
- Câu 17. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2^n+1)}{n^2}$ bằng
- A. 1. B. 0. C. -4. D. -1.
- Câu 18. Trong các dãy sau, dãy nào không có giới hạn?
- A. $U_n = \frac{1}{n}$. B. $U_n = \frac{3^n+1}{5^n+2}$. C. $U_n = (-1)^n$. D. $U_n = \frac{6n^2+1}{n^2-1}$.
- Câu 19. Giả sử ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) \cdot g(x)] = a \cdot b$. B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = a - b$.
C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{a}{b}$, ($g(x) \neq 0$). D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + g(x)] = a + b$.
- Câu 20. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{3x+2}$ bằng
- A. 0. B. 1. C. $\frac{5}{3}$. D. $+\infty$.
- Câu 21. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+2x+1}{2x^3+2}$ là:
- A. $-\infty$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.
- Câu 22. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2-x+1}{x-1}$ bằng
- A. $-\infty$. B. -1. C. 1. D. $+\infty$.
- Câu 23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x^2+x+1}}{x}$ bằng
- A. 0. B. 1. C. $+\infty$. D. 2.
- Câu 24. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2+5}-x)$ bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{5}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{5}{2}$. D. $+\infty$.
- Câu 25. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1}-\sqrt{x+7})$ bằng
- A. $+\infty$. B. 4. C. 0. D. $-\infty$.
- Câu 26. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2-3x+2|}{x-1}$ bằng
- A. Không tồn tại. B. 0. C. -1. D. $+\infty$.
- Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2-3 & \text{ khi } x \geq 2 \\ x-1 & \text{ khi } x < 2 \end{cases}$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ bằng
- A. -1. B. 0. C. 1. D. Không tồn tại.

- Câu 28.** Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 5x + 6}$. Khi đó hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng nào sau đây?
- A. $(-3; 2)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-\infty; 3)$. D. $(2; 3)$.
- Câu 29.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{khi } x > -1 \\ x^3 - 4x - 1 & \text{khi } x < -1 \end{cases}$.
Kết luận nào sau đây không đúng?
- A. Hàm số liên tục tại $x = -1$. B. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
C. Hàm số liên tục tại $x = -3$. D. Hàm số liên tục tại $x = 3$.
- Câu 30.** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \begin{cases} m^2 x^2 & \text{khi } x \leq 2 \\ (1-m)x & \text{khi } x > 2 \end{cases}$ liên tục trên $\mathbb{R}$?
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 31.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Để hàm số gián đoạn tại $x = 1$ thì giá trị của m là:
- A. $m \neq 2$. B. $m \neq 1$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq 3$.
- Câu 32.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x - 5 & \text{khi } x \leq -2 \\ ax - 1 & \text{khi } x > -2 \end{cases}$.
Với giá trị nào của a thì hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = -2$?
- A. $a = -5$. B. $a = 0$. C. $a = 5$. D. $a = 6$.
- Câu 33.** Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?
- I) $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm.
II) $f(x)$ không liên tục trên $[a; b]$ và $f(a) \cdot f(b) \geq 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm.
- A. Chỉ I đúng. B. Chỉ II đúng. C. Cả I và II đúng. D. Cả I và II sai.
- Câu 34.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?
- A. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
B. Nếu $\vec{a} = m\vec{b} + n\vec{c}$ với $m, n \in \mathbb{R}$ thì ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.
C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
D. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.
- Câu 35.** Cho vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ và hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương. Nếu vector $\vec{n}$ vuông góc với cả hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thì $\vec{n}, \vec{a}$ và $\vec{b}$:
- A. Đồng phẳng.
B. Không đồng phẳng.
C. Có giá vuông góc với nhau từng đôi một.
D. Có thể đồng phẳng.
- Câu 36.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào là đúng?
- A. Nếu $\overline{AB} = -\frac{1}{2}\overline{BC}$ thì B là trung điểm của đoạn AC .
B. Từ $\overline{AB} = -3\overline{AC}$ ta suy ra $\overline{CB} = \overline{AC}$.
C. Vì $\overline{AB} = -2\overline{AC} + 5\overline{AD}$ nên bốn điểm A, B, C, D cùng thuộc một mặt phẳng.
D. Từ $\overline{AB} = 3\overline{AC}$ ta suy ra $\overline{BA} = -3\overline{CA}$.

- Câu 37.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?
- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{IJ}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{JI}$. D. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = -2\overrightarrow{JI}$.
- Câu 38.** Trong không gian cho đường thẳng Δ và điểm O . Qua điểm O có mấy đường thẳng vuông góc với đường thẳng Δ ?
- A. 1. B. 3. C. Vô số. D. 2.
- Câu 39.** Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây sai?
- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $a \perp b$.
 B. Nếu $a \perp b, c \perp b$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c .
 C. Nếu $a \parallel b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
 D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \parallel c$.
- Câu 40.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.
- A. 90° . B. 45° . C. 60° . D. 30° .
- Câu 41.** Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:
- A. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.
 C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
 D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
- Câu 42.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề sai.
- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
 C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.
- Câu 43.** Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:
- A. Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng vuông góc với mặt phẳng này đều vuông góc với mặt phẳng kia.
 B. Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng a thì hai đường thẳng đó song song với nhau.
 C. Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song nhau.
 D. Nếu một mặt phẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì sẽ vuông góc với đường thẳng còn lại.
- Câu 44.** Trong không gian tập hợp các điểm M cách đều hai điểm cố định A và B là:
- A. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . B. Đường trung trực của đoạn thẳng AB .
 C. Mặt phẳng vuông góc với AB tại A . D. Đường thẳng qua A và vuông góc với AB

Câu 45. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \subset (P)$.
 B. Nếu $a \in (P)$ và $a \in b$ thì $b \in (P)$.
 C. Nếu $a \subset (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.
 D. Nếu $a \subset (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

Câu 46. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. AC vuông góc với mặt phẳng:

- A. $(CDD'C')$.
 B. $(A'B'C'D')$.
 C. $(BDD'B')$.
 D. $(A'BD)$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Tam giác SBC là:

- A. Tam giác thường.
 B. Tam giác cân.
 C. Tam giác đều.
 D. Tam giác vuông.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây sai?

- A. $(SAC) \perp (SBC)$.
 B. $(SAB) \perp (ABC)$.
 C. $(SAC) \perp (ABC)$.
 D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 49. Cho tứ diện $ABCD$ có: $AB = AC = AD$; $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi M và N là trung điểm của AB và CD . Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng

- A. (ABD) .
 B. (ABC) .
 C. (ABN) .
 D. (CMD) .

Câu 50. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC (với $OA < OB < OC$) đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là hình chiếu của O trên mặt phẳng (ABC) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. H là trung điểm của AC .
 B. H là trọng tâm tam giác ABC .
 C. H là trung điểm của AB .
 D. H là trực tâm của tam giác ABC .

B. TỰ LUẬN

1. ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH

Bài 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = (-5)^{2n+1}$

- a) Viết 5 số hạng đầu của dãy;
 b) Chứng minh rằng dãy số (u_n) là CSN, chỉ rõ u_1 và q ;
 c) Tìm số hạng thứ 2019 của dãy số;
 d) Tính tổng của 100 số hạng đầu.

Bài 2. Một người mang 10 triệu đồng đến gửi ngân hàng với kì hạn 1 tháng có mức lãi suất là 0,4%. Khi kết thúc kì hạn gửi tiền mà người gửi không đến rút tiền thì toàn bộ số tiền (bao gồm cả gốc lẫn lãi) sẽ được chuyển gửi tiếp với kì hạn như kì hạn mà người gửi đã gửi. Hỏi sau 6 tháng kể từ ngày gửi người đó mới đến ngân hàng để rút tiền thì số tiền rút được là bao nhiêu?

Bài 3. Trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{12}$ với $x \neq 0$. Hãy

- a) Tìm số hạng không chứa x ;
 b) Tìm số hạng thứ 6 của khai triển trên.
 c) Tính tổng các số hạng của khai triển.

Bài 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3n^2 - 2}{n^2 + 1}$

- a) Tính $u_3 + u_7$;
 b) Xét tính tăng, giảm của dãy số;
 c) Xét tính bị chặn của dãy số.

Bài 5. Xét tính đơn điệu và bị chặn của các dãy số sau:

- a) $u_n = 2n^2 - n + 1$;
 b) $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$;
 c) $u_n = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)}$.

Bài 6. Tính

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n^3+4n^2+3}$;

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2(n+2)^3}{n(n-1)^4}$;

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot 3^n + 7^{n+1}}{2 \cdot 5^n + 7^n}$;

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1})$.

Bài 7. Tính

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+5}{x+5}$;

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$;

c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-4x^2+4x-3}{x^2-3x}$;

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$;

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-\sqrt{x-1}}{3x-6}$;

f*) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{3x}$.

Bài 8. Tính

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+x-1}{2x^2+x+1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3-3x^2+4x-1}{x^4-5x^3+2x^2-x+3}$;

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x^2+1)(5x+3)}{(2x^3-1)(x+1)}$;

d) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2-x+3}+x)$;

e) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+x-1}+x}{x-10}$.

Bài 9.

a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x-1}$;

b) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{-3+4x}{x^2-9}$;

c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x^2+3x}{x}$;

d) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-2x+3}{x+2}$.

Bài 10. Tìm m để hàm số có giới hạn tại $x_0 = 1$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & (x < 1) \\ mx+2 & (x \geq 1) \end{cases}$$

Bài 11. Xét tính liên tục của các hàm số sau trên tập xác định của chúng.

$$a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{\sqrt{x}-2} & \text{khi } x > 4 \\ x+4 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases};$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{x} & \text{khi } x \neq 0 \\ -2 & \text{khi } x = 0 \end{cases}.$$

Bài 12. Chứng minh:

a) Phương trình $x^7+2x^4-2=0$ có nghiệm;

b) Phương trình $2x^3-6x+1=0$ có ít nhất 2 nghiệm;

c) Phương trình $m(x-1)^3(x-2)+2x-3=0$ có nghiệm với mọi m ;

d) Phương trình $x^5-2=3x^4-5x$ có 3 nghiệm thuộc khoảng $(-2;5)$;

e) Phương trình $x^2 \sin x + x \cos x + 1 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$;

2. HÌNH HỌC**Bài 13. Cho hình chóp $S.ABCD$.**

a) Chứng minh rằng nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overline{SB} + \overline{SD} = \overline{SA} + \overline{SC}$. Điều ngược lại có đúng không?

b) Gọi O là giao điểm của AC và BD . Chứng tỏ rằng $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overline{SA} + \overline{SB} + \overline{SC} + \overline{SD} = 4\overline{SO}$.

Bài 14. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABEF$ và K là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $BCGF$. Chứng minh rằng ba vectơ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

Bài 15. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với BC và BD , tam giác BCD vuông tại C . Kẻ BE vuông góc với AC (E thuộc AC), EF vuông góc với AC (F thuộc AD). Chứng minh:

- $CD \perp (ABC)$;
- $BE \perp (ACD)$;
- $EF \perp (ABC)$.

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , tâm O ; $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2a$. Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A trên SB, SC, SD .

- Chứng minh rằng $BC \perp (SAB)$; $CD \perp (SAD)$; $BD \perp (SAC)$;
- Chứng minh các mặt phẳng (SAC) , (SAB) , (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$;
- Tính góc giữa các cạnh bên và mặt đáy của hình chóp;
- Gọi (α) là mặt phẳng qua A và vuông góc với SC . Chứng minh AH, AK cùng nằm trong mặt phẳng (α) .
- Chứng minh rằng $HK \perp (SAC)$. Từ đó suy ra $HK \perp AI$.

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , tâm O . $SO \perp (ABCD)$ và

$$SO = \frac{a\sqrt{6}}{3}; OB = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

- Chứng minh $SA = SC$; $SB = SD$; $SC \perp SA$;
- Tính góc giữa các cạnh bên và mặt phẳng đáy;
- Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên SA . Chứng minh $(SAC) \perp (BHD)$;
- Tính góc giữa SO và (DHB) ;
- Chứng minh $(SAB) \perp (SAD)$.

Bài 18. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc.

- Chứng minh ba mặt phẳng (ABC) , (ABD) , (ACD) đôi một vuông góc.
- Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD) . Chứng minh H là trực tâm tam giác BCD .
- Chứng minh hai cạnh đối của tứ diện vuông góc.
- Chứng minh $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$.

HẾT

TỔ TOÁN - TRƯỜNG TH VINSCHOOL TIMES CITY
ĐÃ PHÊ DUYỆT
T.T/ĐP Tổ Toán
Nguyễn Đức Thắng