

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (C).

b) Tìm m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị (C) tạo với đường thẳng

$$\Delta: x + my + 3 = 0 \text{ một góc } \alpha \text{ biết } \cos \alpha = \frac{4}{5}.$$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2015}$.

Câu 3 (1,0 điểm). Xác định hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^5 + \frac{5}{x^2}\right)^9$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình $\sin^2 x - \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$.

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD, đáy ABCD là hình thoi cạnh a, $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

, $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AB, BC. Tính thể tích tứ diện KSDC và tính cosin của góc giữa đường thẳng SH và DK.

Câu 6 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có

$DC = BC\sqrt{2}$, tâm I(-1; 2). Gọi M là trung điểm của cạnh CD, H(-2; 1) là giao điểm của hai đường thẳng AC và BM.

a) Viết phương trình đường thẳng IH.

b) Tìm tọa độ các điểm A và B.

Câu 7 (1,0 điểm). Giải phương trình

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} + 4 + 2\sqrt{3+4x-4x^2} = \frac{1}{4}(4x^2 - 4x + 3)(2x-1)^2$$

trên tập số thực.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho ba số thực x, y, z thay đổi thỏa mãn $\begin{cases} x+y+z=0 \\ x^2+y^2+z^2=2 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn

nhất của biểu thức $P = x^3 + y^3 + z^3$.

----- **Hết** -----

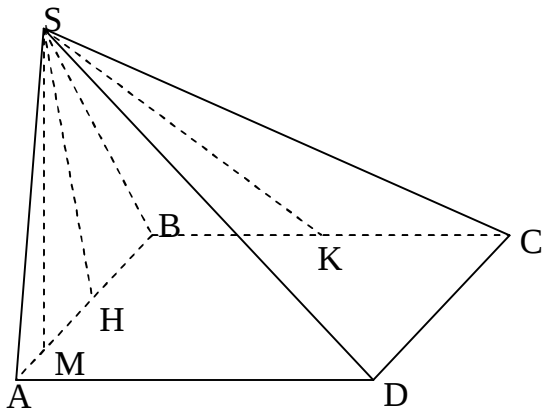
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

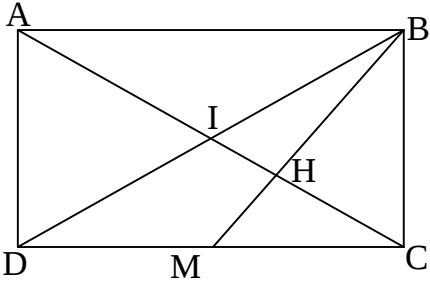
Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

Chú ý:

- Học sinh làm cách khác mà đúng thì cho điểm tối đa phần đó.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1a) (1,0 đ)	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ Sự biến thiên: $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0.25
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2 \Rightarrow y_{CT} = -4$, cực đại tại $x = 0 \Rightarrow y_{CN} = 0$ Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0.25
	Bảng biến thiên	0.25
	Đồ thị	0.25
1b) (1,0 đ)	Đường thẳng đi qua CD, CT là $\Delta_1: 2x + y = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n}_1(2; 1)$ Đường thẳng đã cho $\Delta: x + my + 3 = 0$ có $VTPT \vec{n}_2(1; m)$	0.25
	Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \cos(\Delta; \Delta_1) = \left \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right = \frac{ m+2 }{\sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1}} = \frac{4}{5}$	0.25
	$\Leftrightarrow 25(m^2 + 4m + 4) = 5 \cdot 16 \cdot (m^2 + 1)$ $\Leftrightarrow 11m^2 - 20m - 4 = 0$	0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -\frac{2}{11} \end{cases}$	0.25
2 (1,0 đ)	Vì $\lim_{x \rightarrow -2015^+} \frac{2x-3}{x+2015} = -\infty$ (hoặc $\lim_{x \rightarrow -2015^-} \frac{2x-3}{x+2015} = +\infty$) nên $x = -2015$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.	0.5
	Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x+2015} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số	0.5
3 (1,0 đ)	Xét số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $T_{k+1} = C_9^k \cdot (x^5)^k \cdot \left(\frac{5}{x^2}\right)^{9-k}$	0.25
	$\Leftrightarrow T_{k+1} = C_9^k \cdot 5^{9-k} \cdot x^{7k-18}$	0.25
	Vì số hạng chứa x^3 nên $7k-18=3 \Leftrightarrow k=3$	0.25
	Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển là $C_9^3 \cdot 5^6 = 1.312.500$	0.25
4 (1,0 đ)	PT $\Leftrightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x) - (\sin x \cos x + \cos^2 x) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)(\sin x - 2 \cos x) = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 0 & (1) \\ \sin x - 2 \cos x = 0 & (2) \end{cases}$	
	$(1) \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$	0.25
	$(2) \Leftrightarrow \tan x = 2 \Leftrightarrow x = \arctan 2 + k\pi (k \in \mathbb{Z})$	0.25
5 (1,0 đ)		0.25
	Từ giả thiết ta có $AB = a$, $SA = \frac{a}{2}$, $SB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $\triangle ASB$ vuông tại S $\Rightarrow SH = \frac{AB}{2} \Rightarrow \triangle SAH$ đều. Gọi M là trung điểm của AH thì $SM \perp AB$. Do $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SM \perp (ABCD)$.	0.25
	Vậy $V_{KSDC} = V_{S.KCD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\triangle KCD} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle BAD}$ $= \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a \cdot a \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{a^3}{32}$ (đvtt)	0.25

	Gọi Q là điểm thuộc AD sao cho $AD = 4AQ \Rightarrow HQ \parallel KD$ nên $\widehat{(SH, DK)} = \widehat{(SH, QH)}$ Gọi I là trung điểm HQ $\Rightarrow MI \parallel AD$ nên $MI \perp HQ$ Mà $SM \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp HQ \Rightarrow \widehat{(SH, QH)} = \widehat{SHI}$. Trong tam giác vuông SHI có: $\cos \widehat{SHI} = \frac{HI}{SH} = \frac{\frac{1}{2}HQ}{\frac{a}{2}} = \frac{\frac{1}{4}DK}{\frac{a}{2}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}.$	0.25
		0.25
6a	$\overrightarrow{IH} = (-1; -1)$	0.5
(1,0 đ)	Nên đường thẳng IH có phương trình $x - y + 3 = 0$.	0.5
		
6b	Từ giả thiết ta suy ra H là trọng tâm của $\triangle BCD \Rightarrow \overrightarrow{IA} = 3\overrightarrow{HI} \Rightarrow A(2; 5)$.	0.25
(1,0 đ)	Ta có $HB = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3}\sqrt{BC^2 + MC^2} = \frac{BC\sqrt{6}}{3}$, $HC = \frac{1}{3}AC = \frac{BC\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow HB^2 + HC^2 = BC^2$ nên $BM \perp AC$ $\Rightarrow$ BM đi qua H(-2; 1), nhận $\overrightarrow{IH} = (-1; -1)$ làm VTPT có phương trình $x + y + 1 = 0 \Rightarrow$ tọa độ B có dạng B(t; -t - 1). Lại có $IA = IB$ nên $18 = (t+1)^2 + (t+3)^2 \Leftrightarrow t^2 + 4t - 4 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 - \sqrt{8} \\ t = -2 + \sqrt{8} \end{cases}$. Do đó $\begin{cases} B(-2 - 2\sqrt{2}; 1 + 2\sqrt{2}) \\ B(-2 + 2\sqrt{2}; 1 - 2\sqrt{2}) \end{cases}$.	0.25
7	ĐK: $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$. Phương trình	
(1,0 đ)	$\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x})^2 + (\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}) = \left[\frac{(2x-1)^2}{2} \right]^2 + \frac{(2x-1)^2}{2} \quad (*)$ Xét hàm số $f(t) = t^2 + t$ trên $[0; +\infty)$ có $f'(t) = 2t + 1 > 0 \quad \forall t \in [0; +\infty)$ nên hàm số f(t) đồng biến trên $[0; +\infty)$	0.25
	Do đó pt (*) trở thành $\begin{cases} f(\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}) = f\left(\frac{(2x-1)^2}{2}\right) \\ f \text{ đồng biến} \end{cases}$	0.25

	$\Leftrightarrow \sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = \frac{(2x-1)^2}{2} \Leftrightarrow 8(\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}) = 4(2x-1)^2$ $\Leftrightarrow 8(\sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}) = [(2x+1) - (3-2x)]^2 \quad (**)$	
	Đặt $\begin{cases} \sqrt{2x+1} = a \geq 0 \\ \sqrt{3-2x} = b \geq 0 \end{cases}$ thì phương trình (**) trở thành $\begin{cases} 8(a+b) = (a^2 - b^2)^2 \\ a^2 + b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(a+b) = (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \quad (1) \\ a^2 + b^2 = 4 \quad (2) \end{cases}$ Từ (1) $\Rightarrow 8(a+b) = 16 - 4a^2b^2 \Leftrightarrow 2(a+b) = 4 - a^2b^2$ $\Leftrightarrow 4(a^2 + b^2 + 2ab) = 16 - 8a^2b^2 + a^4b^4 \quad (***)$	0.25
	Đặt $ab = t \quad (0 \leq t \leq 2)$ thì pt (***) trở thành $16 + 8t = 16 - 8t^2 + t^4 \Leftrightarrow t(t+2)(t^2 - 2t - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 1 + \sqrt{5} \text{ (loại)} \\ t = 1 - \sqrt{5} \text{ (loại)} \end{cases} \cdot \text{Vậy } t = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x} = 2 \\ \sqrt{2x+1} \cdot \sqrt{3-2x} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$	0.25
	Chú ý: HS có thể giải theo cách khác như sau Đặt $a = \sqrt{2x+1} + \sqrt{3-2x}$. Phương trình đã cho trở thành $a(a-2)(a^2 + 2a - 4)(a^4 - 8a^2 - 8a - 8) = 0$	
8 (1,0 đ)	Có $x+y+z=0 \Rightarrow z = -(x+y) \Rightarrow P = x^3 + y^3 - (x+y)^3 = 3xyz$ Từ $x^2 + y^2 + z^2 = 2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy + z^2 = 2 \Rightarrow 2z^2 - 2xy = 2 \Rightarrow xy = z^2 - 1$ Vậy $P = 3z(z^2 - 1)$	0.25
	Do $2 = x^2 + y^2 + z^2 \geq \frac{1}{2}(x+y)^2 + z^2 = \frac{3}{2}z^2 \Rightarrow -\sqrt{\frac{4}{3}} \leq z \leq \sqrt{\frac{4}{3}}$ Đặt $P = f(z) = 3z^3 - 3z$ với $z \in \left[-\sqrt{\frac{4}{3}}; \sqrt{\frac{4}{3}}\right] = K$	0.25
	Có $f'(z) = 9z^2 - 3, f'(z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\frac{1}{\sqrt{3}} \in K \\ z = \frac{1}{\sqrt{3}} \in K \end{cases}$	0.25
	Ta có: $f\left(-\sqrt{\frac{4}{3}}\right) = -\sqrt{\frac{4}{3}}, f\left(\sqrt{\frac{4}{3}}\right) = \sqrt{\frac{4}{3}}, f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}}, f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ Do vậy $\max P = \frac{2}{\sqrt{3}}$ khi $z = \frac{2}{\sqrt{3}}; x = y = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	0.25