

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG

(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

NĂM HỌC 2018 - 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI

121

Họ và tên: Lớp:

Câu 1. Tính thể tích V của khối nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = 3\pi a^3$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \pi a^3$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{0; 1\}$.

C. $S = \{1; -2\}$.

D. $S = \{1; 2\}$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 2)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(8; 2; -6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(2; -1; 1)$.

B. $G(2; 1; 1)$.

C. $G(2; 1; -1)$.

D. $G(6; 3; -3)$.

Câu 4. Tính diện tích xung quanh của khối trụ S có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

A. $S = 48\pi$.

B. $S = 24\pi$.

C. $S = 96\pi$.

D. $S = 12\pi$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$.

C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.**Câu 6.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 3)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-6}{x^2-1}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

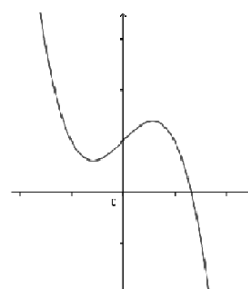
Câu 9. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + x - 1$.

B. $y = x^3 + x + 1$.

C. $y = -x^3 - x + 1$.

D. $y = -x^3 + x + 1$.



Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

A. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C.$

C. $\int f(x)dx = e^3 + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C.$

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = b, SC = c$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a, b, c .

A. $V = \frac{abc}{6}.$

B. $V = \frac{abc}{3}.$

C. $V = \frac{abc}{2}.$

D. $V = abc.$

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - x - 2)$.

A. $D = (-1; 2).$

B. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

C. $D = (2; +\infty).$

D. $D = (-\infty; -1).$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính mặt cầu S .

A. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}.$

B. $I(-1; 2; -2); R = 5.$

C. $I(-2; 4; -4); R = \sqrt{29}.$

D. $I(1; -2; 2); R = 6.$

Câu 14. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 2x$.

A. $\int f(x)dx = \sin x - x^2 + C.$

B. $\int f(x)dx = -\sin x - x^2 + C.$

C. $\int f(x)dx = \sin x - x^2.$

D. $\int f(x)dx = \sin x - x^2.$

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

The graph illustrates the function $y = f(x)$ based on the provided sign chart. The x-axis is marked with $-\infty$, -1 , 0 , 1 , and $+\infty$. The y-axis is marked with $+\infty$ at both ends. The function has a local minimum at $x = -1$ with $y = 1$ and a local maximum at $x = 0$ with $y = 2$. The function approaches $+\infty$ as x approaches $-\infty$ and $+\infty$.

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

D. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}$?

A. $-459.$

B. $-495.$

C. $495.$

D. $459.$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (e^x + 1)(e^x - 12)(x + 1)(x - 1)^2$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 18. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích hai phần đó (số bé chia số lớn).

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 19: Tính thể tích V của khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a

- A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$. B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 20: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , các mặt bên tạo với mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

- A. $f(2) = 4e^2 + 1$. B. $f(2) = 2e^2 + 1$. C. $f(2) = 3e^2 + 1$. D. $f(2) = e^2 + 1$.

Câu 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

- A. $y = 9x + 26, y = 9x - 6$. B. $y = 9x - 26$.
C. $y = 9x + 26$. D. $y = 9x - 26, y = 9x + 6$.

Câu 23. Tính độ dài đường cao tứ diện đều cạnh a .

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a, AB = a, AC = 2a$ và $BAC = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 26. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao $AH = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH .

- A. $S_{xq} = 4\sqrt{2}\pi$. B. $S_{xq} = 16\sqrt{2}\pi$. C. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi$. D. $S_{xq} = 32\sqrt{2}\pi$.

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{\ln x}, (x > 0; x \neq 1)$

- A. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$. B. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$.
C. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{(\ln x)^2}$. D. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x \ln x}$.

Câu 28. Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 3\pi]$.

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Câu 29. Việt nam là quốc gia nằm ở phía Đông bán đảo Đông Dương thuộc khu vực Đông Nam Á. Với dân số ước tính 93,7 triệu dân vào đầu năm 2018, Việt Nam là quốc gia đông dân thứ 15 trên thế giới và là quốc gia đông dân thứ 8 của châu Á, tỉ lệ tăng dân số hàng năm 1,2%. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số từ năm 2018 đến năm 2030 không thay đổi thì dân số nước ta đầu năm 2030 khoảng bao nhiêu?

A. 118,12 triệu dân.

B. 106,12 triệu dân.

C. 118,12 triệu dân.

D. 108,12 triệu dân.

Câu 30. Dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = n + 2^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.B. $u_n = 3n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$.C. $u_n = 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.D. $u_n = \frac{3n+1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Câu 31. Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$.

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(\ln x + 1)^3} + C$.B. $\sqrt{\ln x + 1} + C$.C. $\frac{1}{2}\sqrt{(\ln x + 1)^2} + C$.D. $2\sqrt{\ln x + 1} + C$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vec tơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$.B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$.C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3}{2\sqrt{7}}$.D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tam giác ABC, với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

A. $D(6; -6; 3)$.B. $D(6; 6; 3)$.C. $D(6; -6; -3)$.D. $D(6; 6; -3)$.

Câu 34. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 3}{x - 2}$ trên $[-2; 1]$.

Tính $T = M + 2m$.

A. $T = \frac{25}{2}$.B. $T = -11$.C. $T = -7$.D. $T = -10$.

Câu 35. Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của biểu thức $a + b$.

A. $a + b = 1$.B. $a + b = 5$.C. $a + b = 5$.D. $a + b = -1$.

Câu 36. Tính tổng tất cả các giá trị của m biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt A(0; 4), B, C sao cho $S_{IBC} = 8\sqrt{2}$ với $I(1; 3)$.

A. 3.

B. 8.

C. 1.

D. 5.

Câu 37. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị đồng thời các điểm cực trị của đồ thị lập thành tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.B. $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 38. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A, D và $AB = AD = a$, $DC = 2a$, tam giác đều và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AC và M là trung điểm của HC. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp S.BDM theo a.

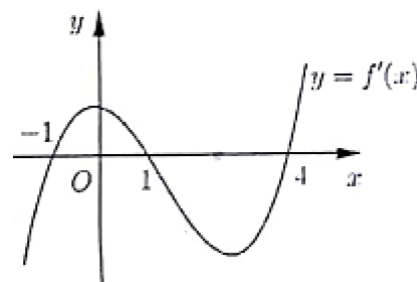
A. $\frac{7\pi a^2}{9}$.B. $\frac{13\pi a^2}{9}$.C. $\frac{13\pi a^2}{3}$.D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 0), B(3; 2; -1), C(-1; -4; 4)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$

- A.** Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = 2$. **B.** Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$
C. Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$. **D.** Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = 2$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ hình bên. Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; -1)$. **B.** $(-1; 2)$
C. $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; -1)$



Câu 41. Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) lấy điểm S sao cho $SA = a$. Mặt cầu đường kính AC cắt các đường thẳng SB, SC, SD lần lượt tại $M \neq B, N \neq C, P \neq D$. Tính diện tích tứ giác $AMNP$.

- A.** $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{12}$ **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Câu 42. Gọi K là tập nghiệm của bất phương trình $7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5$ đồng biến trên K là $[a - \sqrt{b}; +\infty)$, với a, b là các số thực. Tính $S = a + b$.

- A.** $S = 14$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 10$. **D.** $S = 11$.

Câu 43. Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác nhọn. Gọi hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là **sai** khi nói về tứ diện đã cho?

- A.** Các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.
B. Tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.
C. Tồn tại một đỉnh của tứ diện có ba cạnh xuất phát từ đỉnh đó đôi một vuông góc với nhau.
D. Tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Tính $f(1)$.

- A.** $f(1) = e^2$. **B.** $f(1) = -\frac{1}{e}$. **C.** $f(1) = \frac{1}{e^2}$. **D.** $f(1) = \frac{1}{e}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết rằng $ASB = ASD = 90^\circ$, mặt phẳng chứa AB vuông góc với $ABCD$ cắt SD tại N . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $DABN$.

- A.** $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x^2 + 3$ có đồ thị C . Tìm tất cả các giá trị của m sao cho qua điểm $A(-1; -1)$ kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến C , một tiếp tuyến là $\Delta_1: y = -1$ và tiếp tuyến thứ hai là Δ_2 thỏa mãn: Δ_2 tiếp xúc C với tại N đồng thời cắt C tại điểm P (khác N) có hoành độ bằng 3.

- A.** Không tồn tại m thỏa mãn. **B.** $m = 2$.

C. $m = 0; m = -2$.

D. $m = -2$.

Câu 47. Cho bất phương trình $m.9^{2x^2-x} - (2m+1).6^{2x^2-x} + m.4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \geq \frac{1}{2}$.

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m \leq \frac{3}{2}$.

C. $m \leq 0$.

D. $m < 0$.

Câu 48. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1, điểm M là trung điểm của CD . Cho hình vuông $ABCD$ (Tính cả các điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $\frac{7\sqrt{10}}{15}\pi$.

B. $\frac{7\sqrt{5}}{30}\pi$.

C. $\frac{7\sqrt{2}}{30}\pi$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{15}\pi$.

Câu 49. Trong chuyện cổ tích Cây tre trăm đốt (các đốt được đánh thứ tự từ 1 đến 100), khi không vác được cây tre dài tận 100 đốt như vậy về nhà, anh Khoai ngồi khóc, Bụt liền hiện lên, bày cho anh ta: “Con hãy hô câu thần chú *Xác suất*, *xác suất* thì cây tre sẽ rời ra, con sẽ mang được về nhà”. Biết rằng cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt (có thể chỉ có một loại). Xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn gần với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

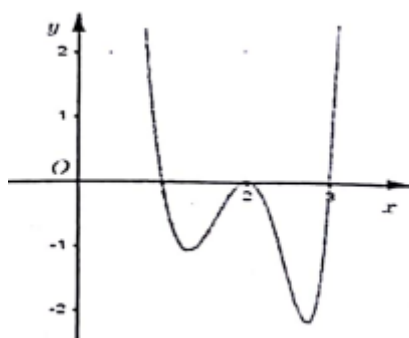
A. 0,142.

B. 0,152.

C. 0,132.

D. 0,122.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị.



A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

TRƯỜNG THPT CHUYÊN HẠ LONG

(Đề thi có 06 trang)



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1

NĂM HỌC 2018 - 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI

121

Họ và tên: Lớp:

1.D	2.D	3.C	4.B	5.C	6.D	7.D	8.B	9.D	10.D
11.A	12.B	13.A	14.A	15.C	16.C	17.B	18.C	19.A	20.C
21.B	22.B	23.C	24.A	25.C	26.B	27.B	28.B	29.D	30.B
31.D	32.A	33.D	34.B	35.A	36.C	37.A	38.D	39.C	40.B
41.D	42.A	43.C	44.D	45.A	46.A	47.C	48.B	49.A	50.D

Câu 1. Tính thể tích V của khối nón có chiều cao $h = a$ và bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$.

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = 3\pi a^3$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \pi a^3$.

Lời giải**Tác giả: Trần Lê Hương Ly; Fb: Trần Lê Hương Ly****Chọn D**

Ta có $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

A. $S = \{1\}$.

B. $S = \{0; 1\}$.

C. $S = \{1; -2\}$.

D. $S = \{1; 2\}$.

Lời giải**Tác giả: Trần Lê Hương Ly; Fb: Trần Lê Hương Ly****Chọn D**

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 2)$, $B(-3; 0; 1)$, $C(8; 2; -6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(2; -1; 1)$.

B. $G(2; 1; 1)$.

C. $G(2; 1; -1)$.

D. $G(6; 3; -3)$.

Lời giải**Tác giả: Lưu Huệ Phương; Fb: Lưu Huệ Phương****Chọn C**Gọi $G(x; y; z)$ là trọng tâm của ΔABC . Khi đó:

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-3+8}{3} \\ y = \frac{1+0+2}{3} \\ z = \frac{2+1-6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -1).$$

Câu 4. Tính diện tích xung quanh của khối trụ S có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$.

A. $S = 48\pi$.

B. $S = 24\pi$.

C. $S = 96\pi$.

D. $S = 12\pi$.

Lời giải

Tác giả: Lưu Huệ Phương; Fb: Lưu Huệ Phương

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 3 = 24\pi$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \log_2 x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $A(1; 0)$.

C. Đồ thị hàm số luôn nằm phía trên trục hoành.

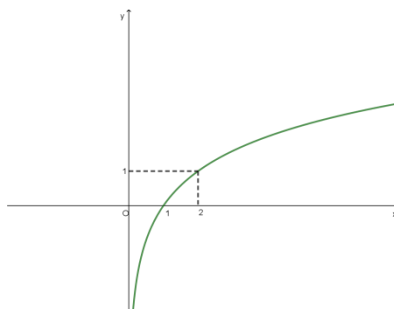
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Hà Lê; Fb: Hà Lê

Chọn C

Hàm số $y = \log_2 x$ có đồ thị như sau:



Từ đồ thị hàm số ta thấy các khẳng định A, B, D là đúng, khẳng định C sai.

Câu 6. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Hà Lê; Fb: Hà Lê

Chọn D

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đều nên ta có:

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(3; +\infty)$.B. $(-\infty; +\infty)$.C. $(-\infty; -1)$.D. $(-1; 3)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trí Chính; Fb: Nguyễn Trí Chính.

Chọn D

$$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 5, \text{ TXĐ } D = \mathbb{R}.$$

$$y' = x^2 - 2x - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Có $a = 1 > 0$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong $(-1; 3)$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \frac{x-6}{x^2-1}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Trí Chính; Fb: Nguyễn Trí Chính.

Chọn B

$$(C) y = f(x) = \frac{x-6}{x^2-1}, \text{ TXĐ } D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}.$$

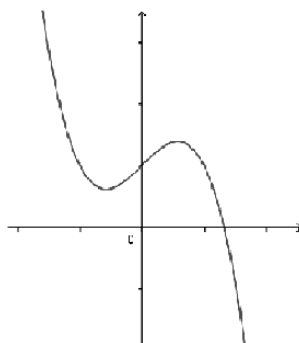
$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-6}{x^2-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-6}{x^2-1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x-6}{x^2-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-6}{x^2-1} = +\infty \Rightarrow x = -1 \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-6}{x^2-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-6}{x^2-1} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ là tiệm cận ngang của } (C).$$

Vậy (C) có 3 tiệm cận.

Câu 9. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y = -x^3 + x - 1$.B. $y = x^3 + x + 1$.C. $y = -x^3 - x + 1$.D. $y = -x^3 + x + 1$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thị Kim Oanh, FB: Oanh Trần

Chọn D

Quan sát đồ thị ta có nhận xét sau:

Đường cong là đồ thị là hàm số dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có $a < 0, d > 0$, hàm số có hai điểm cực trị trái dấu hay $ac < 0$, suy ra đáp án D

Câu 10. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

A. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C.$

C. $\int f(x)dx = e^3 + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{e^{3x}}{3} + C.$

Lời giải

Tác giả : Trần Thị Kim Oanh, FB: Oanh Trần

Chọn D

Ta có $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Câu 11. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = a, SB = b, SC = c$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a, b, c .

A. $V = \frac{abc}{6}$.

B. $V = \frac{abc}{3}.$

C. $V = \frac{abc}{2}.$

D. $V = abc.$

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn A

Ta có $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC).$

Do đó $V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{SBC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} bc = \frac{abc}{6}.$

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - x - 2)$.

A. $D = (-1; 2).$

B. $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

C. $D = (2; +\infty).$

D. $D = (-\infty; -1).$

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Kim Oanh ; Fb: Bùi Thị Kim Oanh

Chọn B

Điều kiện: $x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 2 \end{cases}.$

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty).$

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$.

Tìm tọa độ tâm I và bán kính mặt cầu S .

A. $I(1; -2; 2); R = \sqrt{34}.$

B. $I(-1; 2; -2); R = 5.$

C. $I(-2; 4; -4); R = \sqrt{29}.$

D. $I(1; -2; 2); R = 6.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mộng; Fb: Nguyễn Văn Mộng.

Chọn A

Mặt cầu S có tâm $I(1; -2; 2)$; $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2 + 25} = \sqrt{34}$.

Vậy, ta chọn A.

Câu 14. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x - 2x$.

A. $\int f(x) dx = \sin x - x^2 + C$.

B. $\int f(x) dx = -\sin x - x^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = \sin x - x^2$.

D. $\int f(x) dx = \sin x - x^2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Mộng; Fb: Nguyễn Văn Mộng

Chọn A

$$\int f(x) dx = \int (\cos x - 2x) dx = \sin x - x^2 + C.$$

Vậy, ta chọn A.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$	1	2	1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

D. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Tác giả: Bùi Văn Khánh; Fb: Khánh Bùi Văn

Chọn C

+) Dựa vào BBT thì $M(0; 2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Do đó đáp án C sai.

Câu 16. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12}$?

A. -459 .

B. -495 .

C. 495 .

D. 459 .

Lời giải

Tác giả: Bùi Văn Khánh; Fb: Khánh Bùi Văn

Chọn C

+) Ta có: $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} (-1)^k C_n^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} (-1)^k C_n^k x^{24-3k}$

+) Số hạng tổng quát của khai triển là $(-1)^k C_n^k x^{24-3k}$

+) Số hạng trong khai triển không chứa x ứng với $24 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{12}^8 = 495$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (e^x + 1)(e^x - 12)(x + 1)(x - 1)^2$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải**Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ****Chọn B**

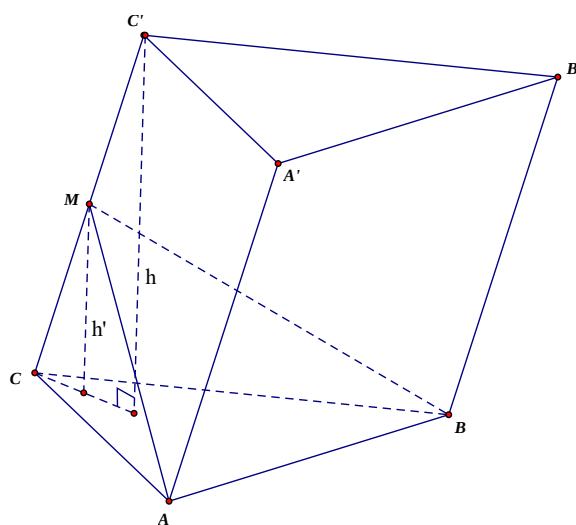
$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 12 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+

Từ đó ta thấy hàm số có hai điểm cực trị tại $x = -1$ và $x = \ln 2$.

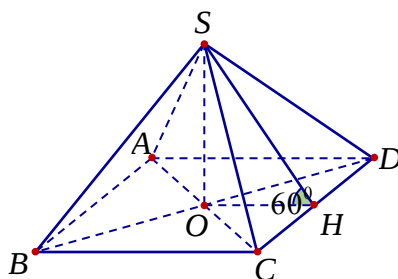
Câu 18. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M là trung điểm của CC' . Mặt phẳng (MAB) chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỷ số thể tích hai phần đó (số bé chia số lớn).

A. $\frac{2}{5}$.B. $\frac{3}{5}$.**C. $\frac{1}{5}$.**D. $\frac{1}{6}$.**Lời giải****Tác giả: Vũ Danh Được; Fb: Danh Được Vũ****Chọn C**

Gọi chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là h thì $V = h.S_{\triangle ABC}$.

Gọi chiều cao của hình chóp $M.ABC$ là h' thì $h' = \frac{h}{2}$.

Do đó



$$V_{M.ABC} = \frac{1}{3} h'.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} h.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6} V.$$

Suy ra thể tích của khối đa diện $ABM.A'B'C'$ bằng $V - \frac{1}{6} V = \frac{5}{6} V$.

Vậy tỉ số thể tích của hai phần (số bé chia số lớn) là $\frac{1}{5}$.

Câu 19: Tính thể tích V của khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh a

A. $V = \frac{\pi a^3}{6}$.

B. $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Tiến;face : Đào Văn Tiến

Chọn A

Hình lập phương có cạnh bằng a suy ra mặt cầu nội tiếp hình lập phương có bán kính là $r = \frac{a}{2}$.

Từ đó suy ra thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương là $V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{a^3}{8} = \frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 20: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , các mặt bên tạo với mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm CD , O là giao điểm hai đường chéo, suy ra $SO \perp (ABCD)$

Từ giả thiết ta có góc giữa mặt bên và mặt đáy là $SHO = 60^\circ$

Ta có $OH = \frac{a}{2}$; $SO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ suy ra thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(2)$.

A. $f(2) = 4e^2 + 1$.

B. $f(2) = 2e^2 + 1$.

C. $f(2) = 3e^2 + 1$.

D. $f(2) = e^2 + 1$.

Lời giải

Tác giả: Lê Cảnh Dương FB: Cảnh Dương Lê

Chọn B

Ta có $f(2) - f(0) = \int_0^2 f'(x) dx = \int_0^2 (x+1)e^x dx = 2e^2$ (phương pháp từng phần)

$$\Leftrightarrow f(2) = 2e^2 + f(0) = 2e^2 + 1.$$

Câu 22. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ biết nó song song với đường thẳng $y = 9x + 6$.

A. $y = 9x + 26, y = 9x - 6$.

B. $y = 9x - 26$.

C. $y = 9x + 26$.

D. $y = 9x - 26, y = 9x + 6$.

Lời giải**Tác giả: Lê Cảnh Dương FB: Cảnh Dương Lê****Chọn B**

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến. Do tiếp tuyến song song đường thẳng $y = 9x + 6$

$$\text{nên } y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}.$$

Với $x_0 = -1 \Rightarrow y(-1) = -3$: PTTT $y = 9(x+1) - 3 \Leftrightarrow y = 9x + 6$ (loại).

Với $x_0 = 3 \Rightarrow y(3) = 1$: PTTT $y = 9(x-3) + 1 \Leftrightarrow y = 9x - 26$.

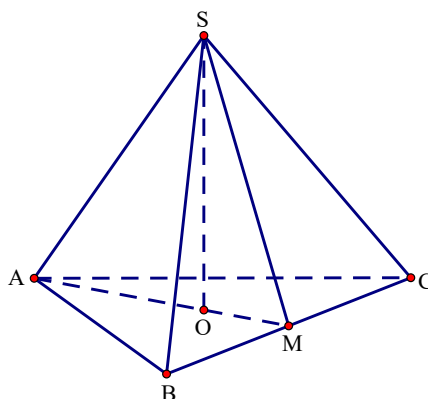
Câu 23. Tính độ dài đường cao tứ diện đều cạnh a .

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{6}}{9}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải**Tác giả: Minh Anh Phúc; Fb: Minh Anh Phúc****Chọn C**

Xét tứ diện $S.ABC$ là tứ diện đều cạnh a , gọi O làm tâm của đáy. Ta có đường cao của tứ

$$\text{diện là } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 24. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m < 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

Tác giả: Minh Anh Phúc; Fb: Minh Anh Phúc

Chọn A

$$y' = 3x^2 - 6x + m.$$

y' là hàm số bậc hai và $a = 3 > 0$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$
 $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 9 - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3.$

Câu 25. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$, $AB = a$, $AC = 2a$ và $BAC = 120^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$

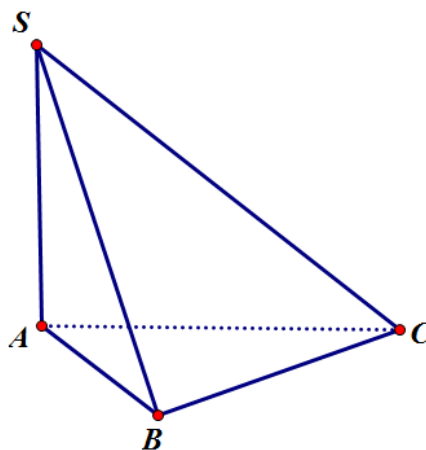
B. $a^3\sqrt{3}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy; Fb: thuypham

Chọn C

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2a \cdot \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2.$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6} a^3.$

Câu 26. Cho tam giác ABC vuông cân tại A , đường cao $AH = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH .

A. $S_{xq} = 4\sqrt{2}\pi.$

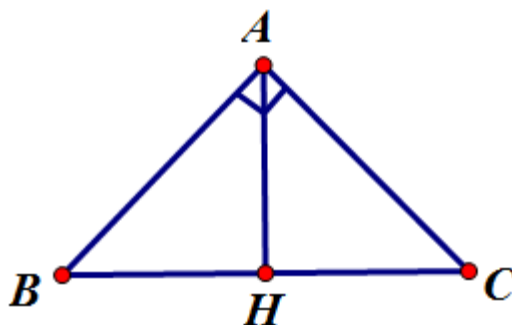
B. $S_{xq} = 16\sqrt{2}\pi.$

C. $S_{xq} = 8\sqrt{2}\pi.$

D. $S_{xq} = 32\sqrt{2}\pi.$

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Phương Thúy; Fb: thuypham

Chọn B

Tam giác ABC vuông cân tại A có đường cao $AH = 4 \Rightarrow AH$ là đường trung tuyến và $AH = \frac{1}{2}BC = HB = 4$.

Hình nón nhận được có đường cao $AH = 4$, bán kính đáy $HB = 4 \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$ là đường sinh.

Vậy diện tích xung quanh của hình nón tạo thành là: $S_{xq} = \pi.BH.AB = \pi.4.4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}\pi$.

Câu 27. Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{\ln x}, (x > 0; x \neq 1)$

A. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$.

B. $y' = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$.

C. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{(\ln x)^2}$.

D. $y' = \frac{\ln x - x - 1}{x \ln x}$.

Lời giải

Tác giả: Lương Thị Hương Liễu; Fb: Lương Hương Liễu.

Chọn B

Ta có:

$$y' = \frac{(x+1)' \ln x - (\ln x)' (x+1)}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - \frac{1}{x}(x+1)}{(\ln x)^2} = \frac{x \ln x - x - 1}{x(\ln x)^2}$$

Câu 28. Phương trình $\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0; 3\pi]$.

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Tác giả: Lương Thị Hương Liễu; Fb: Lương Hương Liễu.

Chọn B

$$\sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x = 1 \Leftrightarrow \frac{1 - \cos 2x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = 1 \Leftrightarrow -\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 1$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin\left(\frac{-\pi}{6} + 2x\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{-\pi}{6} + 2x\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-\pi}{6} + 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{-\pi}{6} + 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [0; 3\pi] \end{cases} \Rightarrow k = 0; 1; 2.$$

$$\text{Với } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \in [0; 3\pi] \end{cases} \Rightarrow k = 0; 1; 2.$$

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thuộc đoạn $[0; 3\pi]$.

Câu 29. Việt nam là quốc gia nằm ở phía Đông bán đảo Đông Dương thuộc khu vực Đông Nam Á. Với dân số ước tính 93,7 triệu dân vào đầu năm 2018, Việt Nam là quốc gia đông dân thứ 15 trên

thế giới và là quốc gia đông dân thứ 8 của châu Á, tỉ lệ tăng dân số hàng năm 1,2%. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số từ năm 2018 đến năm 2030 không thay đổi thì dân số nước ta đầu năm 2030 khoảng bao nhiêu?

- A. 118,12 triệu dân. B. 106,12 triệu dân. C. 118,12 triệu dân. **D. 108,12 triệu dân.**

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn D

Dân số Việt Nam năm 2019 là: $D_1 = 93,7 + 93,7 \cdot 0,012 = 93,7 \cdot (1 + 0,012)$ triệu dân

Dân số Việt Nam năm 2020 là:

$$D_2 = 93,7 \cdot (1 + 0,012) + 93,7 \cdot (1 + 0,012) \cdot 0,012 = 93,7 \cdot (1 + 0,012)^2 \text{ triệu dân}$$

...

Như vậy dân số Việt Nam tăng theo cấp số nhân và được tính theo công thức:

$$D_n = 93,7 \cdot (1 + 0,012)^n \text{ với } n \text{ là số năm tính từ 2018.}$$

Vậy dân số Việt Nam năm 2030 là: $D_{12} = 93,7 \cdot (1 + 0,012)^{12} \approx 108,12$ triệu dân. Chọn D.

Nhận xét: Đề bài có 2 đáp án giống nhau là A và C.

Câu 30. Dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = n + 2^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

B. $u_n = 3n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$.

C. $u_n = 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$.

D. $u_n = \frac{3n+1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Thu Trang; Fb: Trang Phạm

Chọn B

Với dãy số $u_n = n + 2^n, (n \in \mathbb{N}^*)$, xét hiệu: $u_{n+1} - u_n = n + 1 + 2^{n+1} - n - 2^n = 2^n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$ thay đổi theo n nên $u_n = n + 2^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ không là cấp số cộng. (A loại)

Với dãy số $u_n = 3n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$, xét hiệu: $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 1 - 3n - 1 = 3, (n \in \mathbb{N}^*)$ là hằng số nên $u_n = 3n + 1, (n \in \mathbb{N}^*)$ là cấp số cộng. (B đúng)

Với dãy số $u_n = 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$, xét hiệu: $u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ thay đổi theo n nên $u_n = 3^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ không là cấp số cộng. (C loại)

Với dãy số $u_n = \frac{3n+1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$, xét hiệu:

$$u_{n+1} - u_n = \frac{3(n+1)+1}{n+1+2} - \frac{3n+1}{n+2} = \frac{5}{(n+2)(n+3)}, (n \in \mathbb{N}^*) \text{ thay đổi theo } n \text{ nên}$$

$u_n = \frac{3n+1}{n+2}, (n \in \mathbb{N}^*)$ không là cấp số cộng. (D loại)

Câu 31. Tìm nguyên hàm $\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x + 1}} dx$.

A. $\frac{2}{3}\sqrt{(\ln x+1)^3} + C$. B. $\sqrt{\ln x+1} + C$. C. $\frac{1}{2}\sqrt{(\ln x+1)^2} + C$. **D. $2\sqrt{\ln x+1} + C$.**

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng; Fb: dungmanhnguyen

Chọn D

$$\int \frac{1}{x\sqrt{\ln x+1}} dx = \int (\ln x+1)^{-\frac{1}{2}} d(\ln x+1) = 2\sqrt{\ln x+1} + C.$$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai vec tơ $\vec{a} = (-2; -3; 1)$, $\vec{b} = (1; 0; 1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1}{2\sqrt{7}}$. **B.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2\sqrt{7}}$. **C.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3}{2\sqrt{7}}$. **D.** $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3}{2\sqrt{7}}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Mạnh Dũng; Fb: dungmanhnguyen

Chọn A

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-2 \cdot 1 + (-3) \cdot 0 + 1 \cdot 1}{\sqrt{(-2)^2 + (-3)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-1}{2\sqrt{7}}.$$

Câu 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho tam giác ABC, với $A(1; 2; 1)$, $B(-3; 0; 3)$, $C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

A. $D(6; -6; 3)$. **B.** $D(6; 6; 3)$. **C.** $D(6; -6; -3)$. **D.** $D(6; 6; -3)$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoàng Hưng, FB: Nguyễn Hưng

Chọn D

Gọi $D(x; y; z)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2), \overrightarrow{DC} = (2-x; 4-y; -1-z)$$

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x=-4 \\ 4-y=-2 \\ -1-z=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=6 \\ z=-3 \end{cases} \Rightarrow D(6; 6; -3).$$

Câu 34. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2+x+3}{x-2}$ trên $[-2; 1]$.

Tính $T = M + 2m$.

A. $T = \frac{25}{2}$. **B.** $T = -11$. **C.** $T = -7$. **D.** $T = -10$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoàng Hưng, FB: Nguyễn Hưng

Chọn B

Hàm số $y = \frac{x^2+x+3}{x-2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$.

$$y' = \frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x^2-4x-5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-2; 1] \\ x = 5 \notin [-2; 1] \end{cases}.$$

$$y(-2) = \frac{-5}{4}, y(1) = -5, y(-1) = -1.$$

$$\text{Vậy } M = -1, m = -5 \Rightarrow T = M + 2m = -11.$$

Câu 35. Biết $\int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx = a \ln|x-1| + b \ln|x-2| + C, (a, b \in \mathbb{R})$. Tính giá trị của biểu thức $a+b$.

A. $a+b=1$.

B. $a+b=5$.

C. $a+b=5$.

D. $a+b=-1$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoa; Fb: Hoa Nguyễn

Chọn A

$$\begin{aligned} \int \frac{x+1}{(x-1)(x-2)} dx &= \int \frac{-2(x-2)+3(x-1)}{(x-1)(x-2)} dx \\ &= \int \left(\frac{-2}{x-1} + \frac{3}{x-2} \right) dx \\ &= -2 \ln|x-1| + 3 \ln|x-2| + C. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 3 \Rightarrow a+b = 1.$$

Câu 36. Tính tổng tất cả các giá trị của m biết đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ và đường thẳng $y = x + 4$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(0;4)$, B , C sao cho $S_{IBC} = 8\sqrt{2}$ với $I(1;3)$.

A. 3.

B. 8.

C. 1.

D. 5.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Hoa; Fb: Hoa Nguyễn

Chọn C

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty) \setminus \{-2\}$$

$$\text{Khi đó 3 giao điểm phân biệt là } A(0;4), B(x_1, x_1+4), C(x_2, x_2+4) \text{ với } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2m \\ x_1 \cdot x_2 = m + 2 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 + 4 - x_1 - 4)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2[(x_2 + x_1)^2 - 4x_2 \cdot x_1]}$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{2}\sqrt{m^2 - m - 2}.$$

$$\text{Ta có } d: y = x + 4 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0 \Rightarrow d(I, d) = \sqrt{2}.$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} d(I, d) \cdot BC \Rightarrow \sqrt{m^2 - m - 2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow m^2 - m - 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1 + \sqrt{137}}{2} (t/m) \\ m = \frac{1 - \sqrt{137}}{2} (t/m) \end{cases}.$$

Do đó tổng tất cả các giá trị của m là 1.

Câu 37. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$ có ba điểm cực trị đồng thời các điểm cực trị của đồ thị lập thành tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 1. Tính tổng tất cả các phần tử của S .

A. $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

B. $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$.

C. 0.

D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Dũng; Fb: Hoang Dung

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

Hàm số có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ Phương trình $4x(x^2 - m) = 0$ có 3 nghiệm phân

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow m > 0$.

Khi $m > 0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A(0; m^4 + 2m)$, $B(\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$, $C(-\sqrt{m}; m^4 - m^2 + 2m)$ và $\overline{AB} = (\sqrt{m}; -m^2)$, $\overline{AC} = (-\sqrt{m}; -m^2)$ không cùng phương nên ba điểm A, B, C luôn tạo thành ba đỉnh của một tam giác.

*) **CÁCH 1:** Gọi $I(0; a)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Ta có $IA = IB = IC = 1$.

$$\text{Ta được } \begin{cases} (m^4 + 2m - a)^2 = 1 \\ m + (m^4 - m^2 + 2m - a)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^4 + 2m - a = 1 \\ m + (m^4 - m^2 + 2m - a)^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ m = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ m \approx -0.45 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $m > 0$ ta được $S = \left\{ 1; \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$.

Suy ra: Tổng tất cả các phần tử của S bằng $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

*) **CÁCH 2:**

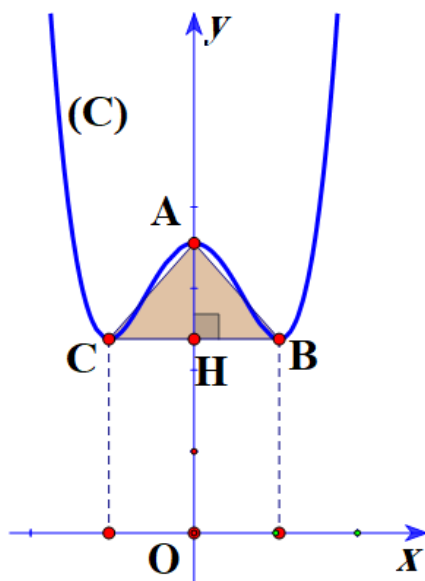
$\overline{AB} = (\sqrt{m}; -m^2)$, $\overline{AC} = (-\sqrt{m}; -m^2) \Rightarrow AB = \sqrt{m + m^4} = AC \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại A .

Gọi H là trung điểm của BC thì $H(0; m^4 - m^2 + 2m)$ và AH là đường cao của $\triangle ABC$.

Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ thì $S_{ABC} = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} = \frac{1}{2} AH \cdot BC$

$$\Rightarrow R = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{2AH \cdot BC} = \frac{AB^2}{2AH} = \frac{m + m^4}{2m^2}$$

$$\text{Theo đề } R=1 \Leftrightarrow \frac{m+m^4}{2m^2}=1 \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^4+m=2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ (m-1)(m^2+m-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$



Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D và $AB=AD=a, DC=2a$, tam giác đều và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên AC và M là trung điểm của HC . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ theo a .

A. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

B. $\frac{13\pi a^2}{9}$.

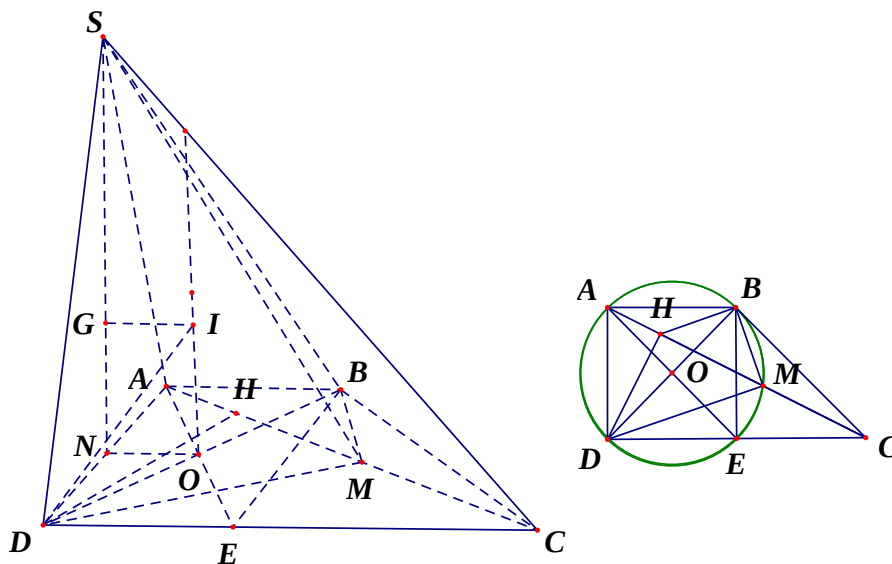
C. $\frac{13\pi a^2}{3}$.

D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Dũng; Fb: Hoang Dung

Chọn D



Dựng hình (hình vẽ).

$$\text{Ta có } \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DA^2} + \frac{1}{DC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow DH = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Mặt khác } HC = \frac{CD^2}{AC} = \frac{4a^2}{\sqrt{5}a} = \frac{4a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HM = \frac{2a}{\sqrt{5}} = DH.$$

Do đó tam giác DHM vuông cân tại H . Suy ra $DMA = 45^\circ = DEA$.

Do vậy năm điểm A, D, E, M, B cùng nằm trên đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABED$.

Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BDM$ là mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$.

Gọi $R=ID$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABED$.

$$\text{Ta có } R^2 = ID^2 = OI^2 + OD^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{7a^2}{12}.$$

$$\text{Suy ra diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp } S.BDM \text{ bằng } 4\pi R^2 = 4\pi \frac{7a^2}{12} = \frac{7\pi a^2}{3}.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 0), B(3; 2; -1), C(-1; -4; 4)$. Tìm tập hợp tất cả các điểm M sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52$

A. Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = 2$. B. Mặt cầu tâm $I(-1; 0; -1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$

C. Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = \sqrt{2}$. D. Mặt cầu tâm $I(1; 0; 1)$, bán kính $r = 2$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Lê Hoài; Fb: Hoài lệ

Chọn C

Gọi $M(x; y; z)$. Khi đó

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 + (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 + (x+1)^2 + (y+4)^2 + (z-4)^2 \\ &= 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 6z + 52. \end{aligned}$$

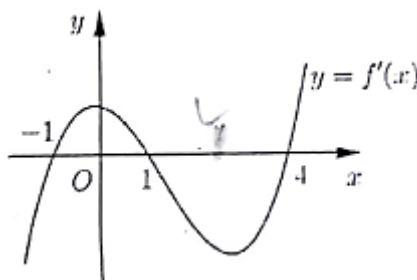
Theo đề

$$MA^2 + MB^2 + MC^2 = 52 \Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 6x - 6z + 52 = 52$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow M \text{ thuộc mặt cầu có tâm } I(1; 0; 1), \text{ bán kính } r = \sqrt{2}$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ hình bên. Hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2; -1)$.

B. $(-1; 2)$

C. $(2; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1)$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Lê Hoài; Fb: Hoài lệ

Chọn B

+ Theo đề ta có hàm số $y = g(x) = f(3-x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$.

$$g'(x) = (3-x)' \cdot f'(3-x) = -f'(3-x)$$

+ Tìm x sao cho $g'(x) \geq 0$.

$$\bullet g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow -f'(3-x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3-x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \leq -1 \\ 1 \leq 3-x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases}.$$

$$\bullet g'(x) = 0 \Leftrightarrow -f'(3-x) = 0 \Leftrightarrow f'(3-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -1 \\ 3-x = 1 \\ 3-x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \\ x = -1 \end{cases} : \text{ hữu hạn nghiệm.}$$

Vậy hàm số $y = f(3-x)$ đồng biến trên mỗi tập $[-1; 2]$, $[4; +\infty)$.

Soi các phương án của đề bài ta chọn phương án B.

Câu 41. Trong mặt phẳng (P) cho hình vuông $ABCD$ cạnh a . Trên đường thẳng qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) lấy điểm S sao cho $SA = a$. Mặt cầu đường kính AC cắt các đường thẳng SB, SC, SD lần lượt tại $M \neq B, N \neq C, P \neq D$. Tính diện tích tứ giác $AMNP$.

A. $\frac{a^2\sqrt{6}}{2}$.

B. $\frac{a^2\sqrt{2}}{12}$

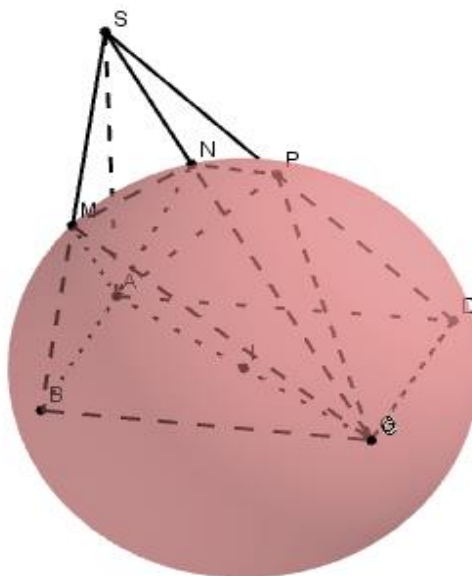
C. $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Tác giả : Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng

Chọn D



Ta có $\begin{cases} SB \perp MD \\ SB \perp AD \end{cases} \Rightarrow SB \perp (MAD) \Rightarrow SB \perp AM$

Tương tự $AN \perp SC$; $AP \perp SD$.

Ta có $AM = AP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $AN = \frac{a\sqrt{6}}{3}$; $MN = \frac{a\sqrt{6}}{6}$

Suy ra $S_{AMNP} = 2S_{\triangle AMN} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot MN = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$

Câu 42. Gọi K là tập nghiệm của bất phương trình $7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018$. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m+5$ đồng biến trên K là $[a-\sqrt{b}; +\infty)$, với a, b là các số thực. Tính $S = a+b$.

A. $S = 14$.

B. $S = 8$.

C. $S = 10$.

D. $S = 11$.

Lời giải**Tác giả : Phạm Ngọc Hưng, FB: Phạm Ngọc Hưng****Chọn A**ĐK: $x \geq -1$.

Ta có

$$7^{2x+\sqrt{x+1}} - 7^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \leq 2018 \Leftrightarrow 7^{2x+\sqrt{x+1}} + 1009(2x+\sqrt{x+1}) \leq 7^{2+\sqrt{x+1}} + 1009(2+\sqrt{x+1})$$

$$\Leftrightarrow f(2x+\sqrt{x+1}) \leq f(2+\sqrt{x+1}) \text{ với } f(t) = 7^t + 1009t, t \geq -2.$$

Do $f'(t) = 7^t \ln 7 + 1009 > 0, \forall t \geq -2$ nên ta có $2x+\sqrt{x+1} \leq 2+\sqrt{x+1} \Leftrightarrow x \leq 1$.Do điều kiện $x \geq -1$ nên $K = [-1; 1]$.

$$y = 2x^3 - 3(m+2)x^2 + 6(2m+3)x - 3m + 5 \text{ đồng biến trên } K \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in K$$

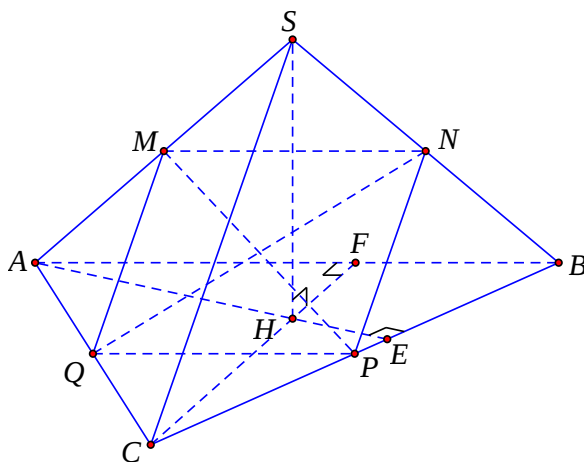
$$\Leftrightarrow 6x^2 - 6(m+2)x + 6(2m+3) \geq 0, \forall x \in K$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{-x^2 + 2x - 3}{2 - x}, \forall x \in K$$

Đặt $g(x) = \frac{-x^2 + 2x - 3}{2 - x}, x \in [-1; 1]$. Ta tính được

$$\max_{[-1; 1]} g(x) = 2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow m \geq 2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 12 \end{cases}$$

Vậy $S = a + b = 14$.**Câu 43.** Cho tứ diện $SABC$ có ABC là tam giác nhọn. Gọi hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là **sai** khi nói về tứ diện đã cho?**A.** Các đoạn thẳng nối các trung điểm các cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.**B.** Tổng các bình phương của mỗi cặp cạnh đối của tứ diện bằng nhau.**C.** Tồn tại một đỉnh của tứ diện có ba cạnh xuất phát từ đỉnh đó đôi một vuông góc với nhau.**D.** Tứ diện có các cặp cạnh đối vuông góc với nhau.**Lời giải****Tác giả: Đặng Phước Thiên; Fb: Đặng Phước Thiên****Chọn C**



+) Ta có: $\begin{cases} AB \perp SH \\ AB \perp CH \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHC) \Rightarrow AB \perp SC$

Tương tự ta có: $BC \perp SA$ và $CA \perp SB$. Do đó, phương án D đúng.

+) Gọi M, N, P, Q theo thứ tự là trung điểm các cạnh SA, SB, BC, AC .

Suy ra: $MNPQ$ là hình bình hành.

Lại có: $\begin{cases} PQ \parallel AB \\ NP \parallel SC \Rightarrow PQ \perp NP \\ SC \perp AB \end{cases}$

Suy ra: $MNPQ$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MP = NQ$.

Chứng minh tương tự, ta được phương án B đúng.

+) Do $MNPQ$ là hình chữ nhật nên phương án A đúng.

+) Giả sử tồn tại một đỉnh của tứ diện mà xuất phát từ đỉnh đó các cạnh của tứ diện đôi một vuông góc nhau.

Suy ra đỉnh đó chỉ có thể là S .

Khi đó, H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow \triangle ABC$ đều.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$.

Tính $f(1)$.

A. $f(1) = e^2$.

B. $f(1) = -\frac{1}{e}$.

C. $f(1) = \frac{1}{e^2}$.

D. $f(1) = \frac{1}{e}$.

Lời giải

Tác giả: Đặng Phước Thiên; Fb: Đặng Phước Thiên

Chọn D

Ta có: $f'(x) + 2x \cdot f(x) = e^{-x^2} \Leftrightarrow f'(x)e^{x^2} + 2xe^{x^2} f(x) = 1$

$$\Leftrightarrow \left[f(x) \cdot e^{x^2} \right]' = 1 \Leftrightarrow f(x) \cdot e^{x^2} = x + C \Leftrightarrow f(x) = \frac{x + C}{e^{x^2}}.$$

Lại có: $f(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{x}{e^{x^2}} \Rightarrow f(1) = \frac{1}{e}.$$

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$. Biết rằng $ASB = ASD = 90^\circ$, mặt phẳng chứa AB vuông góc với $ABCD$ cắt SD tại N . Tìm giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $DABN$.

A. $\frac{2}{3}a^3$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

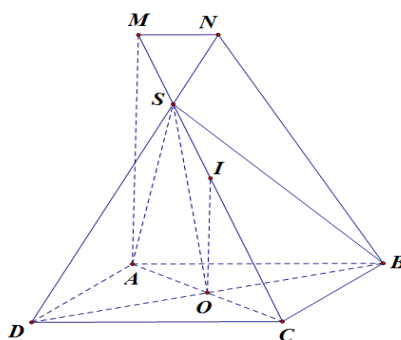
C. $\frac{4}{3}a^3$.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Nguyễn Xuân Giao; giaonguyen

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$, α là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $ABCD$

Ta có $\left. \begin{array}{l} SA \perp SB \\ SA \perp SD \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp SBD \Rightarrow BD \perp SA$.

Lại có $\left. \begin{array}{l} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp SAC$.

Trong SAC dựng đường thẳng qua O vuông góc với SA cắt SC tại I .

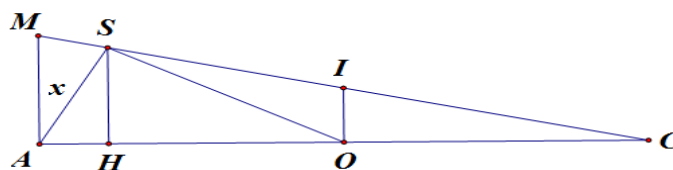
Ta có $\left. \begin{array}{l} OI \perp AC \\ OI \perp BD \end{array} \right\} \Rightarrow OI \perp ABCD \Rightarrow OI \parallel \alpha$

suy ra giao tuyến của α và SAC là đường thẳng qua A , song song với OI , cắt SC tại M .

Có $AB \parallel CD$ nên giao tuyến của α và SCD là đường thẳng qua M , song song với CD , cắt SD tại N .

Có $V_{DANB} = \frac{1}{3}S_{ABD} \cdot d(N, ABD) = \frac{2}{3}S_{ABD} \cdot d(I, ABD) = \frac{2}{3}S_{ABD} \cdot IO$.

Để V_{DANB} lớn nhất thì IO lớn nhất.



Ta có $SA \perp SBD \Rightarrow SA \perp SO$.

Đặt $SA = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$). Ta có $SO = \sqrt{2a^2 - x^2}$; $SH = \frac{x\sqrt{2a^2 - x^2}}{a\sqrt{2}}$; $OH = \frac{2a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}$;

$$CH = CO + OH = \frac{4a^2 - x^2}{a\sqrt{2}}; \quad OI = \frac{CO \cdot SH}{CH} = a \cdot \frac{x\sqrt{4a^2 - 2x^2}}{4a^2 - x^2} \leq a \cdot \frac{x^2 + 4a^2 - 2x^2}{4a^2 - x^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \sqrt{4a^2 - 2x^2} \Leftrightarrow x = \frac{2a}{\sqrt{3}}. \text{ Khi đó } \max V_{\text{DANB}} = \frac{2}{3} \cdot 2a^2 \cdot \frac{a}{2} = \frac{2a^3}{3}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 - 3m + 3x^2 + 3$ có đồ thị C . Tìm tất cả các giá trị của m sao cho qua điểm $A(-1; -1)$ kẻ được đúng hai tiếp tuyến đến C , một tiếp tuyến là $\Delta_1: y = -1$ và tiếp tuyến thứ hai là Δ_2 thỏa mãn: Δ_2 tiếp xúc C với tại N đồng thời cắt C tại điểm P (khác N) có hoành độ bằng 3.

A. Không tồn tại m thỏa mãn.

B. $m = 2$.

C. $m = 0; m = -2$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy Δ_1 là một tiếp tuyến của C nên $\begin{cases} x^3 - 3m + 3x^2 + 3 = -1 \\ 3x^2 - 6m + 3x = 0 \end{cases}$ có nghiệm.

$$\text{Có } \begin{cases} x^3 - 3m + 3x^2 + 3 = -1 \\ 3x^2 - 6m + 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m + 3 \\ m + 3^3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi $m = -2$ ta có C có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

Tiếp tuyến qua điểm $A(-1; -1)$ có dạng $\Delta: y = kx + 1 - 1$.

Δ là một tiếp tuyến của $C \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 = kx + 1 - 1 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases}$ có nghiệm.

$$\text{Có } \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 3 = 3x^2 - 6x \cdot x + 1 - 1 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3 - 6x - 4 = 0 \\ 3x^2 - 6x = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ k = 9 \\ x = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

Vậy có hai tiếp tuyến qua A có phương trình là $\Delta_1: y = -1$ và $\Delta_2: y = 9x + 8$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ_2 và $C: x^3 - 3x^2 + 3 = 9x + 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Khi đó Δ_2 và C không cắt nhau tại điểm có hoành độ là 3. Vậy không có giá trị của m .

Câu 47. Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1) \cdot 6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng $\forall x \geq \frac{1}{2}$.

A. $m < \frac{3}{2}$.

B. $m \leq \frac{3}{2}$.

C. $m \leq 0$.

D. $m < 0$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Nguyên Bằng; Fb: Phạm Nguyên Bằng

Chọn C

Chia cả hai vế của bất phương trình cho 4^{2x^2-x} ta được:

$$m \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^{2x^2-x} - (2m+1) \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} + m \leq 0. \text{ Với } x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 - x \geq 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x} \geq 1.$$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x^2-x}$, $t \geq 1$. Khi đó bài toán trở thành tìm m để bất phương trình

$$m \cdot t^2 - (2m+1) \cdot t + m \leq 0 \forall t \geq 1.$$

-Với $t = 1 \Rightarrow 0 \leq 1$ (Luôn đúng).

$$\text{-Với } t > 1 \Rightarrow m \leq \frac{t}{t^2 - 2t + 1} \forall t > 1. \text{ Xét } f(t) = \frac{t}{t^2 - 2t + 1} \forall t > 1; f'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 - 2t + 1)^2} < 0 \forall t > 1.$$

Khi đó $m \leq \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 0$.

Vậy $m \leq 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 1, điểm M là trung điểm của CD . Cho hình vuông $ABCD$ (Tính cả các điểm trong của nó) quay quanh trục là đường thẳng AM ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích khối tròn xoay đó.

A. $\frac{7\sqrt{10}}{15} \pi$.

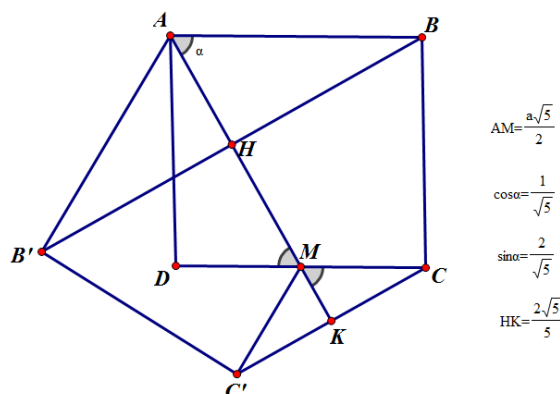
B. $\frac{7\sqrt{5}}{30} \pi$.

C. $\frac{7\sqrt{2}}{30} \pi$.

D. $\frac{7\sqrt{2}}{15} \pi$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Nguyên Bằng; Fb: Phạm Nguyên Bằng

Chọn B

Khi quay hình vuông quanh AM thì phần thể tích khi quay mặt (ADM) bị trùng vào phần thể tích của $(ABCM)$.

$$\text{Khi đó } V = V_{\text{non}ABB'} + V_{\text{noncut}BCC'B'} - V_{\text{non}CMC'}.$$

$$\text{Ta dễ dàng tính được các cạnh } AH = \frac{1}{\sqrt{5}}; BH = \frac{2}{\sqrt{5}}; CK = \frac{1}{\sqrt{5}}; MK = \frac{1}{2\sqrt{5}}.$$

Khi đó

$$V_{nonABB'} = \frac{1}{3} \cdot AH \cdot \pi \cdot HB^2 = \frac{4\sqrt{5}}{75} \pi.$$

$$V_{noncutBCC'B'} = \frac{1}{3} \pi (BH^2 + CK^2 + BH \cdot CK) \cdot HK = \frac{14\sqrt{5}}{75} \pi.$$

$$V_{nonCMC'} = \frac{1}{3} \cdot MK \cdot CK^2 = \frac{\sqrt{5}}{150} \pi.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{7\sqrt{5}}{30} \pi.$$

Câu 49. Trong chuyện cổ tích Cây tre trăm đốt (các đốt được đánh thứ tự từ 1 đến 100), khi không vác được cây tre dài tận 100 đốt như vậy về nhà, anh Khoai ngồi khóc, Bụt liền hiện lên, bày cho anh ta: “Con hãy hô câu thần chú *Xác suất*, *xác suất* thì cây tre sẽ rời ra, con sẽ mang được về nhà”. Biết rằng cây tre 100 đốt được tách ra một cách ngẫu nhiên thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt (có thể chỉ có một loại). Xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn gần với giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

A. 0,142.

B. 0,152.

C. 0,132.

D. 0,122.

Lời giải

Tác giả: Trịnh Thanh; Fb: Deffer Song

Chọn A

Giả sử có x đoạn 2 đốt và y đoạn 5 đốt được tách ra từ cây tre 100 đốt đã cho ($x, y \in \mathbb{Z}$ và $x \geq 0, y \geq 0$).

* Ta có: $2x + 5y = 100 \Rightarrow x:5 \Rightarrow x = 5m \Rightarrow 2m + y = 20 \Rightarrow y:2$ và $0 \leq y \leq 20$.

Mà $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{2; 4; 6; \dots; 18; 20\}$.

Với mỗi bộ các số $(x; y)$ tìm được cho ta số các đoạn 2 đốt và 5 đốt được tách ra từ đó có số các cách để tách cây tre 100 đốt thành x đoạn 2 đốt và y đoạn 5 đốt là C_{x+y}^y .

Do vậy, số cách để tách cây tre 100 đốt thành các đoạn 2 đốt và đoạn 5 đốt là:

$$C_{50}^0 + C_{47}^2 + C_{44}^4 + C_{41}^6 + C_{38}^8 + C_{35}^{10} + C_{32}^{12} + C_{29}^{14} + C_{26}^{16} + C_{23}^{18} + C_{20}^{20} = 545813093$$

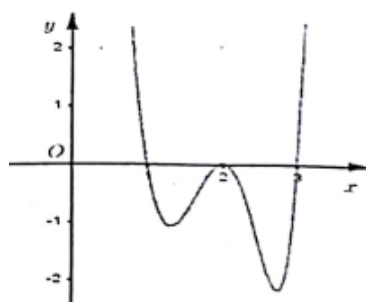
* Để tách cây tre 100 đốt thành các đoạn ngắn có chiều dài 2 đốt và 5 đốt sao cho số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn thì ta còn phải có $x - y = 1$.

Khi đó: $x = 15, y = 14$.

Số cách để tách cây tre 100 đốt thành 15 đoạn 2 đốt và 14 đoạn 5 đốt là: C_{29}^{15} .

Vậy xác suất để số đoạn 2 đốt nhiều hơn số đoạn 5 đốt đúng 1 đoạn là $\frac{C_{29}^{15}}{545813093} \approx 0,1421$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị.



A.6.

B.7.

C.8.

D.9.

Lời giải

Tác giả:Trịnh Thanh; Fb: Deffer Song

Chọn D

* Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận thấy

$$+) f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x = 2 \\ x = b \end{cases} \text{ với } 0 < x_0 < a < 2 < b < 3.$$

$$+) f'(x) > 0 \Leftrightarrow a < x < 2 \text{ hoặc } x > b.$$

$$+) f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < a \text{ hoặc } 2 < x < b.$$

* Ta có: $y = f(f(x)) \Rightarrow y' = f'(f(x)) \cdot f'(x).$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(f(x)) = 0 \\ f'(x) = 0 \end{cases}$$

$$* \text{ Phương trình } f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \\ f(x) = 2 \\ f(x) = b \end{cases} \text{ với } 0 < x_0 < a < 2 < b < 3.$$

Mỗi đường thẳng $y = b$, $y = 2$, $y = a$ đều cắt đồ thị hàm số đã cho tại 2 điểm phân biệt lần lượt tính từ trái qua phải có hoành độ là x_1 và x_6 ; x_2 và x_5 ; x_3 và x_4 nên:

$$\begin{cases} x_1 < x_2 < x_3 < x_0 < 3 < x_4 < x_5 < x_6 \\ f(x_1) = f(x_6) = b \\ f(x_2) = f(x_5) = 2 \\ f(x_3) = f(x_4) = a \end{cases}$$

* Cũng từ đồ thị hàm số đã cho suy ra:.

Do đó: $f'(f(x)) > 0 \Leftrightarrow a < f(x) < 2 \text{ hoặc } f(x) > b.$

Ta có BBT:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	a	2	b	x_4	x_5	x_6	$+\infty$
$f'(x)$		-	-	-	-	0	+	0	-	0	+
$f'(f(x))$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	0
$[f(f(x))]'$		-	0	+	0	-	0	+	0	-	0

Vậy hàm số có 9 điểm cực trị.