CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 1: QUY TẮC CỘNG. QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

I LÝ THUYẾT.

1. Quy tắc cộng

Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là : $n_1 + n_2$ cách

Phương án 1.. n_1 cách

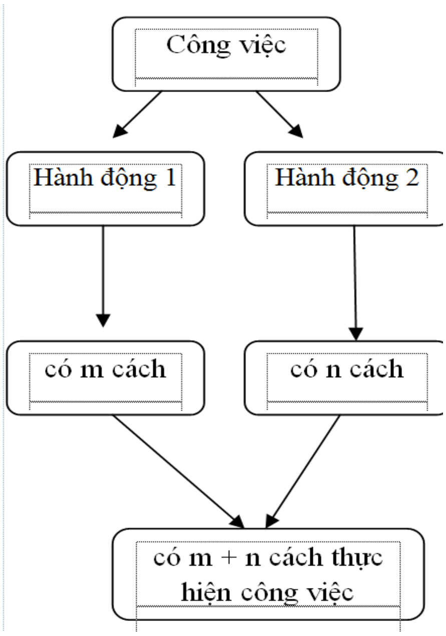
Phương án 2 .. n_2 cách

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có m + n cách thực hiện.

Chú ý: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

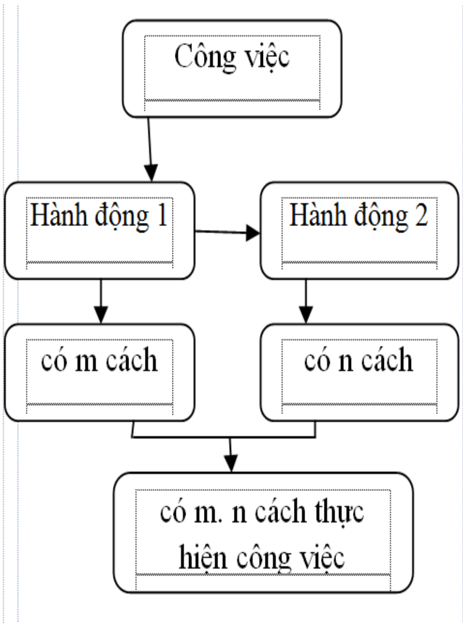
Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$.Nếu hành động A_1 có $m_1$cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện,…, hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_k$ cách thực hiện.



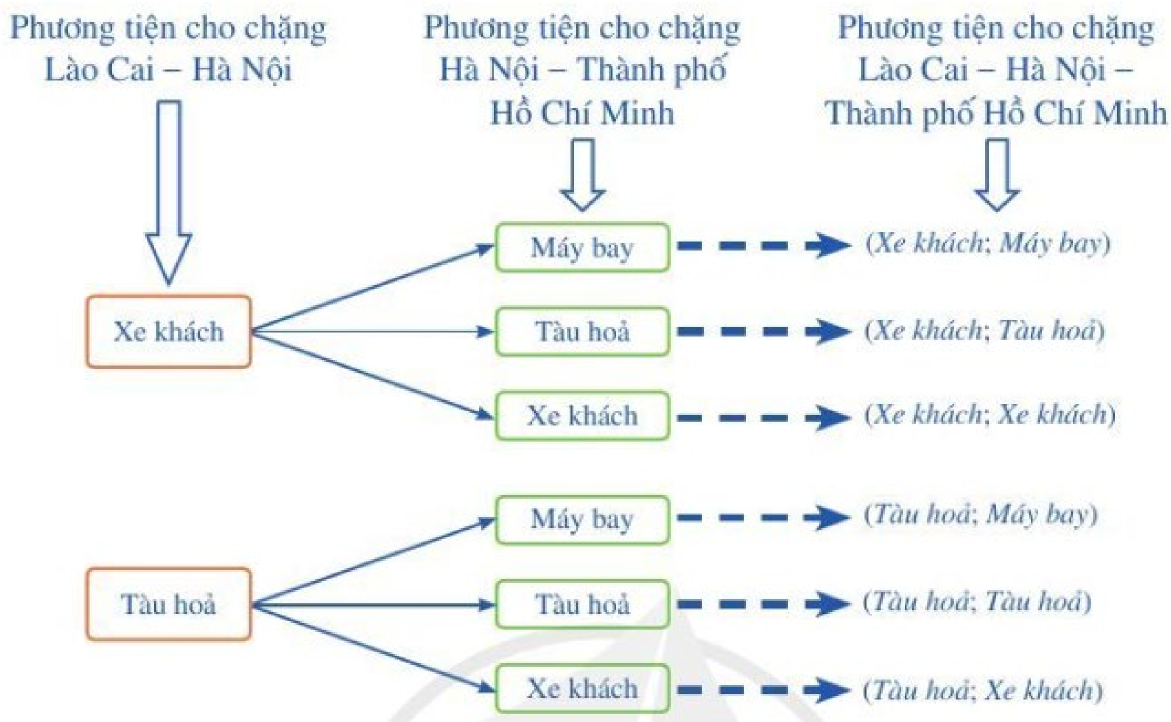
2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp.Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có m.n cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có $m_1$cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động A_2,…, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.....m_k$ cách hoàn thành.



Ví dụ:



Hình 4

NHẬN XÉT CHUNG:

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án A_1, A_2,...,A_n).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1.x_2.\cdots.x_n$.

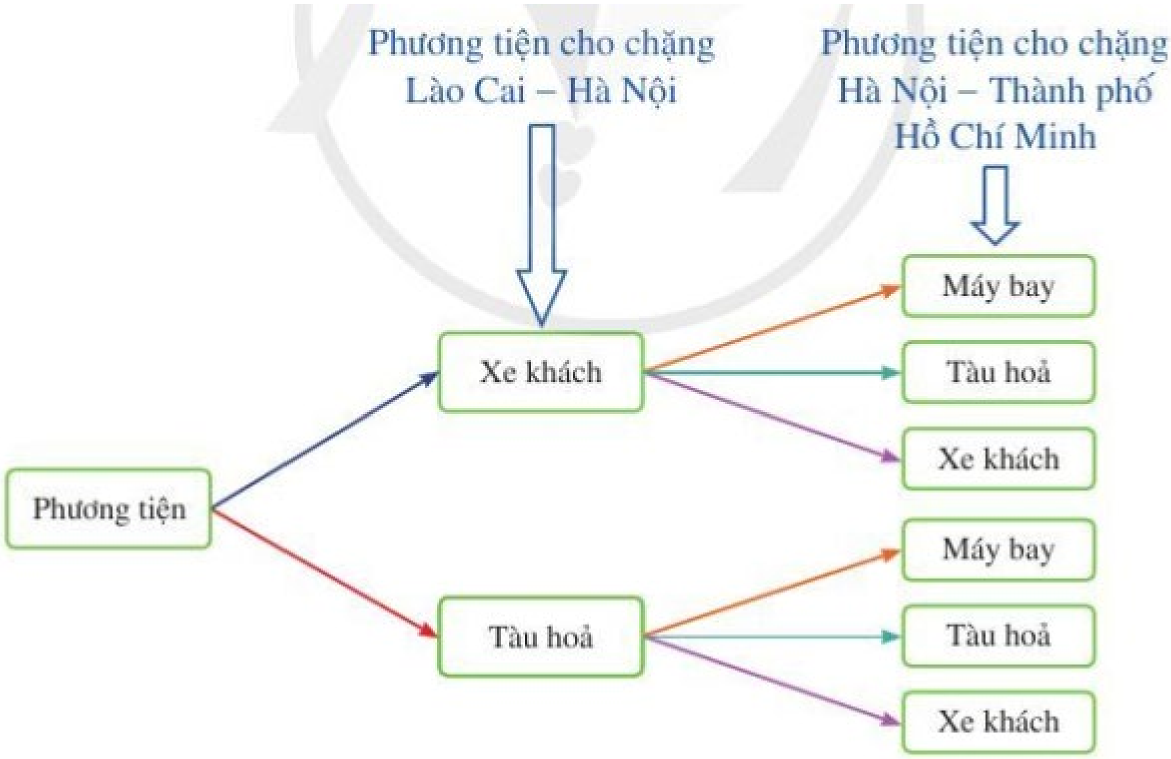
Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

- Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.
- Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a-b$.

3. Sơ đồ hình cây



Hình 5

BÀI TẬP.

Câu 1. Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Câu 2. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo ba lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Câu 3. Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tình trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tình trạng hoa đơn.

a) Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen?

b) Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Câu 4. Có bao nhiêu số tự nhiên

a) có ba chữ số khác nhau?

b) là số lẻ có ba chữ số khác nhau?

c) là số có ba chữ số và chia hết cho 5?

d) là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Câu 5. a) Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

b) Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 kí tự sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: QUY TẮC CỘNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào nó **có thể thực hiện theo n hướng khác nhau**, trong đó:

Hướng thứ 1 có m_1 cách thực hiện

Hướng thứ 2 có m_2 cách thực hiện

…. ……….

Hướng thứ n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1 + m_2 + ... + m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

DẠNG 2: QUY TẮC NHÂN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào đó phải hoàn thành qua n giai đoạn liên tiếp, trong đó:

Giai đoạn 1 có m_1 cách thực hiện

Giai đoạn 2 có m_2 cách thực hiện

…. ……….

Giai đoạn n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1.m_2...m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

Ta thường gặp các bài toán sau:

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x=\overline{a_1...a_n}$ ta cần lưu ý:

* $a_i\in\{0,1,2,...,9\}$ và $a_1\neq 0$.

* x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

* x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

* x chia hết cho $3\Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 3

* x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

* x chia hết cho $5\Leftrightarrow a_n\in\{0,5\}$

* x chia hết cho $6\Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

* x chia hết cho $8\Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

* x chia hết cho $9\Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 9.

* x chia hết cho $11\Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

* x chia hết cho $25\Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là $00,25,50,75$.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố

Câu 2. Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

Câu 3. Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam.Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để:

1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau

2. 2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

Câu 4. Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài.Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

1. A và F ngồi ở hai đầu ghế

2. A và F ngồi cạnh nhau

3. A và F không ngồi cạnh nhau

Câu 5. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$

Câu 6. Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên,mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện:sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị

Câu 7. Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

a) Một cái quần hoặc một cái áo? b) Một bộ quần áo ?

Câu 8. Cho hai đường thẳng song song d, d'. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

CHƯƠNG V ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 1: QUY TẮC CỘNG. QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

I LÝ THUYẾT.

1. Quy tắc cộng

Quy tắc cộng

Giả sử một công việc nào đó có thể thực hiện theo một trong hai phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện.
- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là : n_1+n_2 cách

Phương án 1.. n_1 cách

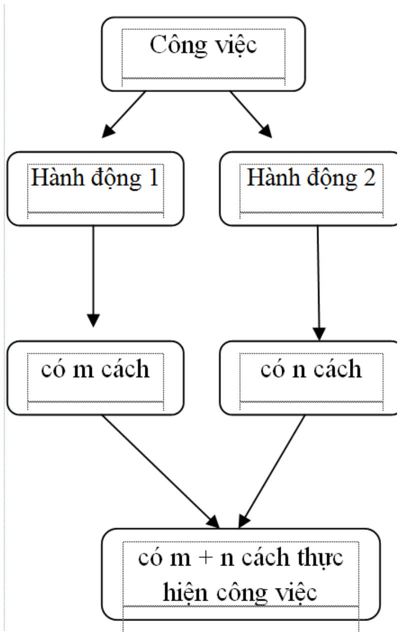
Phương án 2 .. n_2 cách

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có m cách thực hiên, hành động kia có n cách thực hiên không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có m + n cách thực hiện.

Chú ý: số phần tử của tập hợp hữu hạn X được kí hiệu là $|X|$ hoặc $n(X)$.

Quy tắc cộng được phát biểu ở trên thực chất là quy tắc đếm số phần tử của hợp hai tập hợp hữu hạn không giao nhau: Nếu A và B là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì $n(A\cup B)=n(A)+n(B)$

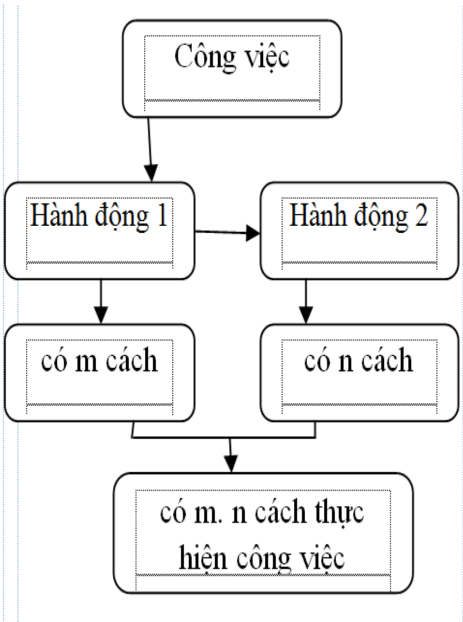
Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi một trong k hành động $A_1,A_2,A_3,...,A_k$ .Nếu hành động A_1 có $m_1$cách thực hiện, hành động A_2 có m_2 cách thực hiện,…, hành động A_k có m_k cách thực hiện và các cách thực hiên của các hành động trên không trùng nhau thì công việc đó có $m_1+m_2+m_3+...+m_k$ cách thực hiện.



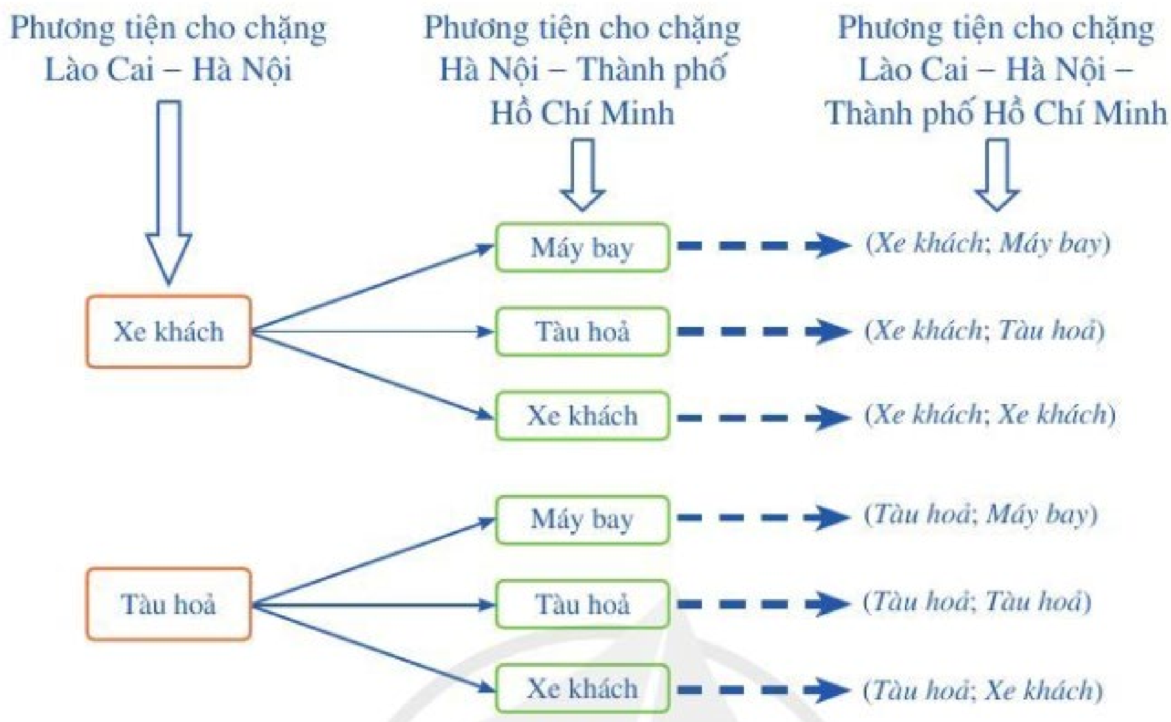
2. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp.Nếu có m cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có m.n cách thực hiện.

Mở rộng: Một công việc được hoàn thành bởi k hành động $A_1, A_2, A_3, ..., A_k$ liên tiếp. Nếu hành động A_1 có $m_1$cách thực hiện, ứng với mỗi cách thực hiện hành động A_1 có m_2 cách thực hiện hành động A_2,…, có m_k cách thực hiện hành động A_k thì công việc đó có $m_1.m_2.m_3.....m_k$ cách hoàn thành.



Ví dụ:



Hình 4

NHẬN XÉT CHUNG:

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện một công việc A bằng quy tắc cộng, ta thực hiện các bước như sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu phương án riêng biệt để thực hiện công việc A (có nghĩa công việc A có thể hoàn thành một trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các phương án $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc cộng ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$.

Để đếm số cách lựa chọn để thực hiện công việc A bằng quy tắc nhân, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Phân tích xem có bao nhiêu công đoạn liên tiếp cần phải tiến hành để thực hiện công việc A (giả sử A chỉ hoàn thành sau khi tất cả các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$ hoàn thành).

Bước 2: Đếm số cách chọn $x_1, x_2, ..., x_n$ trong các công đoạn $A_1, A_2, ..., A_n$.

Bước 3: Dùng quy tắc nhân ta tính được số cách lựa chọn để thực hiện công việc A là: $x = x_1.x_2.\cdots.x_n$.

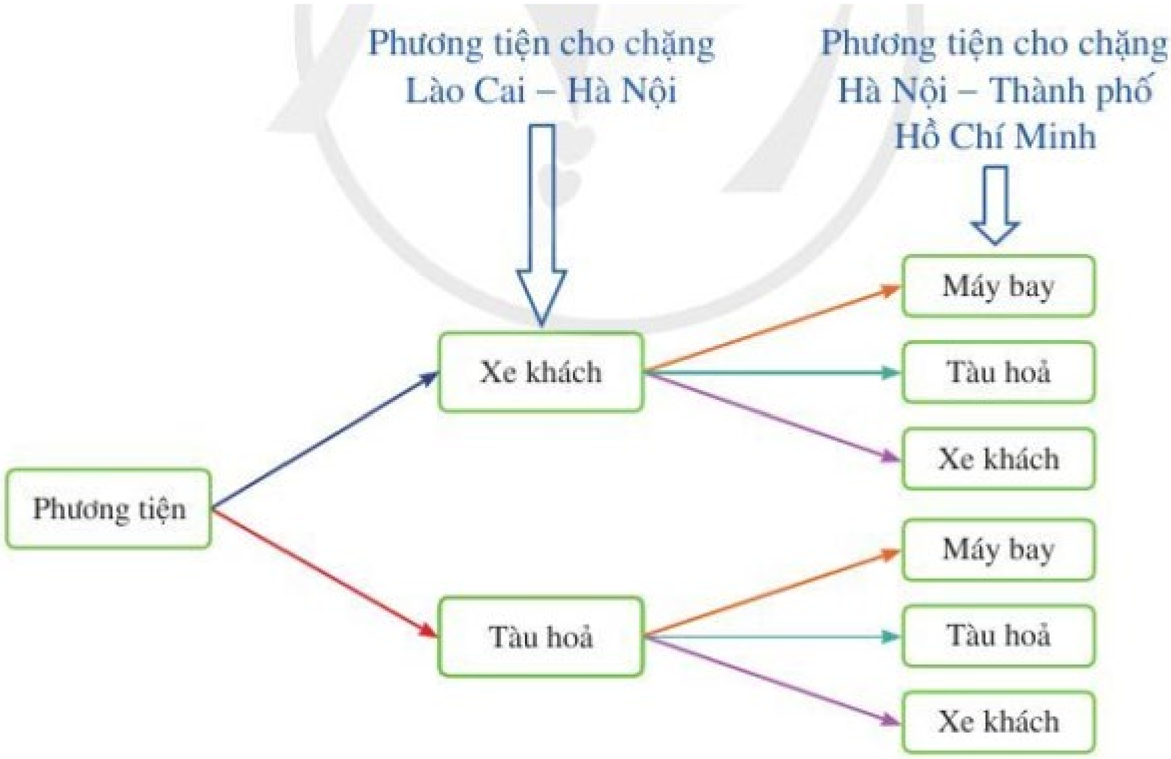
Cách đếm gián tiếp (đếm phần bù)

Trong trường hợp hành động H chia nhiều trường hợp thì ta đi đếm phần bù của bài toán như sau:

- Đếm số phương án thực hiện hành động H (không cần quan tâm đến có thỏa tính chất T hay không) ta được a phương án.
- Đếm số phương án thực hiện hành động H không thỏa tính chất T ta được b phương án.

Khi đó số phương án thỏa yêu cầu bài toán là: $a-b$.

3. Sơ đồ hình cây



Hình 5

BÀI TẬP.

Câu 1. Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ (tất cả đều khác nhau). Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Lời giải

Truyện ngắn …… 8 cuốn

Tiểu thuyết ………7 cuốn

Thơ ……….5 tập

Để chọn một cuốn sách đọc vào ngày cuối tuần, bạn Phong thực hiện 1 trong 3 sự lựa chọn sau:

Chọn một cuốn truyện ngắn : Có 8 cách.

Chọn một cuốn tiểu thuyết : Có 7 cách.

Chọn một tập thơ : Có 5 cách.

Theo quy tắc cộng thì bạn Phong có : $8+7+5=20$ cách.

Câu 2. Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo ba lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

Lần gieo thứ nhất: Có 2 khả năng xảy ra.

Lần gieo thứ hai: Có 2 khả năng xảy ra.

Lần gieo thứ ba: Có 2 khả năng xảy ra.

Nếu người đó gieo ba lần thì số khả năng xảy ra là: $2.2.2=8$.

Câu 4. Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tình trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tình trạng hoa đơn.

a) Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen?

b) Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Lời giải

a) Sự tổ hợp gen A và gen a thành các kiểu gen là: AA, Aa, aa.

Vậy có 3 kiểu gen.

b) Khi giao phối ngẫu nhiên thì có các kiểu giao phối:

$\mathrm{AA} \times \mathrm{AA}$
$\mathrm{aa} \times \mathrm{aa}$
$\mathrm{Aa} \times \mathrm{Aa}$
$\mathrm{AA} \times \mathrm{aa}$
$\mathrm{Aa} \times \mathrm{AA}$
$\mathrm{Aa} \times \mathrm{aa}$

Vậy có 6 kiểu giao phối khác nhau.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên

a) có ba chữ số khác nhau?

b) là số lẻ có ba chữ số khác nhau?

c) là số có ba chữ số và chia hết cho 5?

d) là số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5?

Lời giải

a) Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a,b,c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau, $a\neq 0$.

Chọn a: Có 9 cách.

Chọn b: Có 9 cách.

Chọn c: Có 8 cách.

Như vậy có $9.9.8=648$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau.

b) Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a,b,c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau, $a\neq 0$ và c lẻ.

Chọn c: Có 5 cách.

Chọn a: Có 8 cách.

Chọn b: Có 8 cách.

Như vậy có $5.8.8=320$ số tự nhiên lẻ có ba chữ số khác nhau.

c) Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a,b,c là các chữ số tự nhiên $a\neq 0$ và $c\in\{0;5\}$.

Chọn a: Có 9 cách.

Chọn b : Có 10 cách.

Chọn c : Có 2 cách.

Như vậy có $9.10.2 = 180$ số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 5.

d) Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$ với a,b,c là các chữ số tự nhiên đôi một khác nhau $a \neq 0$ và $c \in \{0;5\}$.

Trường hợp 1: $c = 0$

Chọn c : Có 1 cách.

Chọn a : Có 9 cách.

Chọn b : Có 8 cách.

Như vậy có $1.9.8 = 72$ số thỏa mãn bài toán.

Trường hợp 2: $c = 5$

Chọn c : Có 1 cách.

Chọn a : Có 8 cách.

Chọn b : Có 8 cách.

Như vậy có $1.8.8 = 64$ số thỏa mãn bài toán.

Vậy có $72 + 64 = 136$ số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 5.

Câu 6. a) Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?
b) Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z) và 2 kí tự sau là các chữ số (từ 0 đến 9). Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

Lời giải

a) Giả sử mật khẩu của máy tính gồm 3 ký tự, mỗi ký tự là một chữ số.

Chọn ký tự đầu tiên: Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ hai: Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ ba: Có 10 cách chọn.

Vậy có thể tạo được $10.10.10 = 1000$ mật khẩu khác nhau thỏa mãn bài toán.

b) Giả sử mật khẩu mới của máy tính gồm 3 ký tự , ký tự đầu là một chữ cái in hoa, 2 ký tự sau là một chữ số.

Chọn ký tự đầu tiên là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ (từ A đến Z): Có 26 cách chọn.

Chọn ký tự thứ hai là các chữ số (từ 0 đến 9): Có 10 cách chọn.

Chọn ký tự thứ ba là các chữ số (từ 0 đến 9): Có 10 cách chọn.

Vậy có thể tạo được $26.10.10 = 2600$ mật khẩu khác nhau thỏa mãn bài toán.

Do đó quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ số mật khẩu khác nhau là:

$$2600 - 1000 = 1600 \text{ (mật khẩu)}.$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: QUY TẮC CỘNG

1 PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào nó **có thể thực hiện theo n hướng khác nhau**, trong đó:

Hướng thứ 1 có m_1 cách thực hiện

Hướng thứ 2 có m_2 cách thực hiện

…. ……….

Hướng thứ n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1 + m_2 + ... + m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

Lời giải

Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo.

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt?

Lời giải

- **Nếu** chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.
- Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn.

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau bằng bao nhiêu?

Lời giải

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

DẠNG 2: QUY TẮC NHÂN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Nếu một công việc nào đó phải hoàn thành qua n giai đoạn liên tiếp, trong đó:

Giai đoạn 1 có m_1 cách thực hiện

Giai đoạn 2 có m_2 cách thực hiện

…. ……….

Giai đoạn n có m_n cách thực hiện

Khi đó, có: $m_1.m_2...m_n$ cách để hoàn thành công việc đã cho.

Ta thường gặp các bài toán sau:

Bài toán 1: Đếm số phương án liên quan đến số tự nhiên

Khi lập một số tự nhiên $x=\overline{a_1...a_n}$ ta cần lưu ý:

* $a_i \in \{0,1,2,...,9\}$ và $a_1 \neq 0$.

* x là số chẵn $\Leftrightarrow a_n$ là số chẵn

* x là số lẻ $\Leftrightarrow a_n$ là số lẻ

* x chia hết cho $3 \Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 3

* x chia hết cho 4 $\Leftrightarrow \overline{a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 4

* x chia hết cho $5 \Leftrightarrow a_n \in \{0,5\}$

* x chia hết cho $6 \Leftrightarrow x$ là số chẵn và chia hết cho 3

* x chia hết cho $8 \Leftrightarrow \overline{a_{n-2}a_{n-1}a_n}$ chia hết cho 8

* x chia hết cho $9 \Leftrightarrow a_1+a_2+...+a_n$ chia hết cho 9.

* x chia hết cho $11 \Leftrightarrow$ tổng các chữ số ở hàng lẻ trừ đi tổng các chữ số ở hàng chẵn là một số nguyên chia hết cho 11.

* x chia hết cho $25 \Leftrightarrow$ hai chữ số tận cùng là $00, 25, 50, 75$.

Bài toán 2: Đếm số phương án liên quan đến kiến thức thực tế

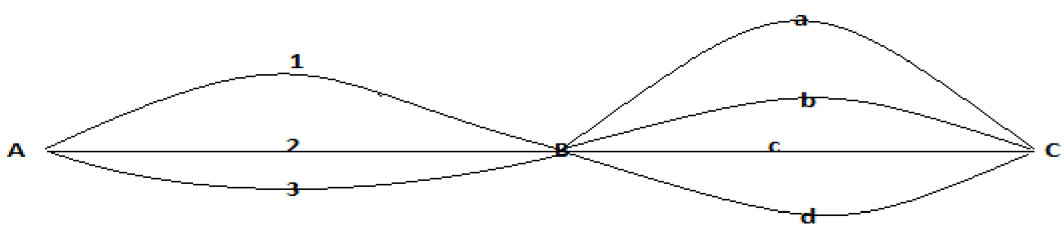
Bài toán 3: Đếm số phương án liên quan đến hình học

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Từ thành phố A đến thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B đến thành phố C có 4 con đường. Có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C, biết phải đi qua thành phố

Lời giải

Cách 1: Làm bằng cách liệt kê các con đường đi:



Căn cứ vào sơ đồ trên, ta có các con đường đi là: 1a, 1b, 1c, 1d, 2a, 2b, 2c, 2d, 3a, 3b, 3c, 3d. Vậy có 12 con đường

Cách 2: Sử dụng quy tắc nhân

Để đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 6 con đường để đi. Với mỗi cách đi từ thành phố A đến thành phố B ta có 4 cách đi từ thành phố B đến thành phố

Vậy có $3.4 = 12$ cách đi từ thành phố A đến.

Câu 2. Từ các số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên mà mỗi số có 6 chữ số khác nhau và chữ số 2 đứng cạnh chữ số 3?

Lời giải

Cách 1:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)

Giả sử số cần lập có các chữ số ở các vị trí như trên (Được đánh số từ 1 đến 6)

Nếu chữ số 2, 3 đứng ở các vị trí (1) và (2), thì các vị trí còn lại có P_4, suy ra có $2.P_4 = 48$ (số)

Nếu chữ số 2, 3 không đứng ở các vị trí như trên, sẽ có 8 cách sắp xếp hai chữ số này sao cho gần nhau, các vị trí còn lại có $3.P_3$ cách sắp xếp, suy ra có $8.3.P_3 = 144$ (số)

Vậy có 144+48= 192 số cần lập

Cách 2:

Đặt $y=23$, xét các số $x=\overline{abcde}$ trong đó a,b,c,d,e đôi một khác nhau và thuộc tập $\{0,1,y,4,5\}$. Có $P_5-P_4=96$ số như vậy

Khi ta hoán vị $2,3$ trong y ta được hai số khác nhau

Nên có $96.2=192$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 3. Có 3 học sinh nữ và 2 hs nam.Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp để:

1. 3 học sinh nữ ngồi kề nhau

2. 2. 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

Lời giải

Cách 1:

1. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

Để sắp xếp để 3 nữ cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí: $\{1,2,3\};\{2,3,4\};\{3,4,5\}$. Và với mỗi cách có 3!= 6 cách sắp xếp ba nữ và 2! = 2 cách sắp xếp 2 nam. Suy ra có 3.6.2 = 36 cách

2. Giả sử các vị trí ghế được đánh số như sau:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

Để sắp xếp 2 nam ngồi cạnh nhau, ta cần sắp xếp họ ở các vị trí $\{1,2\};\{2,3\};\{3,4\};\{4,5\}$. Và với mọi cách như vậy có 2! cách xếp các bạn nam và 3! Cách xếp các bạn nữ. Suy ra có 4.2!.3! = 48 cách

Cách 2:

1. Xem 3 bạn nữ là một "phần tử đặc biệt". Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $3!.3!=36$

2. Xem 2 bạn nam là một "phần tử đặc biệt". Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2!.4!=48$

Câu 4. Xếp 6 người A, B, C, D, E, F vào một ghế dài.Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho:

1. A và F ngồi ở hai đầu ghế

2. A và F ngồi cạnh nhau

3. A và F không ngồi cạnh nhau

Lời giải

1. Số cách xếp A, F: $2!=2$

Số cách xếp B,C,D,E: $4!=24$

Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $2.24=48$

2. Xem AF là một phần tử X, ta có: $5!=120$ số cách xếp

X,B,C,D,E. Khi hoán vị A,F ta có thêm được một cách xếp

Vậy có 240 cách xếp thỏa yêu cầu bài toán.

3. Số cách xếp thỏa yêu cầu bài toán: $6!-240=480$ cách

Câu 5. Có bao nhiêu chữ số chẵn gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$

Lời giải

Gọi $x=\overline{abcd};\ a,b,c,d\in\{0,1,2,4,5,6,8\}$.

Cách 1: Tính trực tiếp

Vì x là số chẵn nên $d\in\{0,2,4,6,8\}$.

TH 1: $d=0\Rightarrow$ có 1 cách chọn d.

Với mỗi cách chọn d ta có 6 cách chọn $a\in\{1,2,4,5,6,8\}$

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn $b\in\{1,2,4,5,6,8\}\setminus\{a\}$

Với mỗi cách chọn a,b,d ta có 4 cách chọn $c\in\{1,2,4,5,6,8\}\setminus\{a,b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $1.6.5.4=120$ số.

TH 2: $d\neq 0\Rightarrow d\in\{2,4,6,8\}\Rightarrow$ có 4 cách chọn d

Với mỗi cách chọn d, do $a\neq 0$ nên ta có 5 cách chọn

$a\in\{1,2,4,5,6,8\}\setminus\{d\}$.

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn $b\in\{1,2,4,5,6,8\}\setminus\{a\}$

Với mỗi cách chọn a,b,d ta có 4 cách chọn $c\in\{1,2,4,5,6,8\}\setminus\{a,b\}$

Suy ra trong trường hợp này có $4.5.5.4=400$ số.

Vậy có tất cả $120+400=520$ số cần lập.

Cách 2: Tính gián tiếp (đếm phần bù)

Gọi $A=${số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$ }

$B=${số các số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$ }

$C=${ số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số $0,1,2,4,5,6,8$ }

Ta có: $|C|=|A|-|B|$.

Dễ dàng tính được: $|A|=6.6.5.4=720$.

Ta đi tính $|B|$?

$x=\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d\in\{1,5\}\Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Với mỗi cách chọn d ta có 5 cách chọn a (vì $a\neq 0,a\neq d$)

Với mỗi cách chọn a,d ta có 5 cách chọn b

Với mỗi cách chọn a, b, d ta có 4 cách chọn c

Suy ra $|B| = 2.5.5.4 = 200$

Vậy $|C| = 520$.

Câu 6. Từ các số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên,mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện:sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị

Lời giải

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1a_2...a_6}$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ (2)

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6);\ (1, 4, 5);\ (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3!.3! = 36$ số.

Vậy có cả thảy $3.36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

Ta có: $\begin{cases} a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\ a + b + c = d + e + f + 1 \end{cases}$

$\Rightarrow a + b + c = 11$. Do $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6);\ (2, 3, 6);\ (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3.3!.3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. Bạn An có 3 cái áo và 4 cái quần. Hỏi bạn An có mấy cách chọn

a) Một cái quần hoặc một cái áo? b) Một bộ quần áo ?

Lời giải

a) Để chọn một cái quần hoặc một cái áo ta có hai phương án lựa chọn

Phương án A- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện.

Phương án B- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.

Theo quy tắc cộng ta có: $4 + 3 = 7$ cách chọn một cái quần hoặc một cái áo.

b) Để chọn một bộ quần áo, ta phải thực hiện hai công đoạn liên tiếp

Công đoạn 1- Chọn một cái quần: Có 4 cách thực hiện

Công đoạn 2- Chọn một cái áo: Có 3 cách thực hiện.

Theo quy tắc nhân ta có $4.3 = 12$ cách chọn một bộ quần áo.

Câu 8. Cho hai đường thẳng song song d, d'. Trên d lấy 10 điểm phân biệt, trên d' lấy 15 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà đỉnh của nó được chọn từ 25 đỉnh nói trên?

Lời giải

- Trường hợp 1: Lấy 2 điểm thuộc d, 1 điểm thuộc d':

  Lấy điểm thứ nhất thuộc d có 10 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d có 9 cách

  Lấy điểm thuộc d' có 15 cách.

  Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

  Do đó có $\dfrac{10\times 9}{2}\times 15 = 675$ tam giác

- Trường hợp 2: Lấy 1 điểm thuộc d, 2 điểm thuộc d':

  Lấy điểm thứ nhất thuộc d' có 15 cách, lấy điểm thứ hai thuộc d' có 14 cách

  Lấy điểm thuộc d có 10 cách.

  Vì sự thay đổi các đỉnh trong tam giác không tạo thành một tam giác mới nên hai đỉnh lấy trên d nếu đổi thứ tự lấy không tạo thành tam giác mới.

  Do đó có $\dfrac{15\times 14}{2}\times 10 = 1050$ tam giác

Vậy có $675 + 1050 = 1725$ tam giác.

CHƯƠNG V ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 1: QUY TẮC CỘNG. QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 2: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 3: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Câu 4: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Câu 5: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

Câu 6: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số $7,\ 8,\ 9$. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 7: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

A. 20. **B.** 300. **C.** 18. **D.** 15.

Câu 8: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

Câu 9: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

A. 5. **B.** 15. **C.** 55. **D.** 10.

Câu 11: Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Câu 12: Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiều cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Câu 13: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Câu 14: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Câu 15: Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Câu 16: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Câu 17: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Câu 18: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 19: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Câu 20: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 21: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?

A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Câu 22: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?

A. 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Câu 23: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Câu 24: Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

A. 20. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 36.

Câu 25: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 75. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 3.

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

A. 25. **B.** 20. **C.** 50. **D.** 10.

Câu 27: Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

A. 504. **B.** 1792. **C.** 953088. **D.** 2296.

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 1000. **B.** 720. **C.** 729. **D.** 648.

Câu 29: Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 120. **B.** 216. **C.** 256. **D.** 20.

Câu 31: Cho các số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Câu 32: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Câu 33: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 625.

Câu 34: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Câu 35: Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

Câu 36: Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Câu 37: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Câu 38: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Câu 39: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Câu 40: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Câu 41: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210. **B.** 105. **C.** 168. **D.** 145.

Câu 42: Có bao nhiêu sỗ chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?

A. 40000 số. **B.** 38000 số. **C.** 44000 số. **D.** 42000 số.

Câu 43: Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Câu 44: Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347

Câu 45: Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98

Câu 46: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72 **B.** 74 **C.** 76 **D.** 78

Câu 47: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Câu 48: Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000. **B.** 100000. **C.** 10000. **D.** 1000000.

Câu 49: Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194

Câu 50: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Câu 51: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số **lẻ** gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Câu 52: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số **chẵn** gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Câu 53: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232. **B.** 1230. **C.** 1260. **D.** 2880.

Câu 54: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Câu 55: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Câu 56: Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180 **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.

Câu 57: Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A. 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311

Câu 58: Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

A. 12. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 20.

Câu 59: Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A. 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145

Câu 60: Cho tập $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A. 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523

Câu 61: Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

A. 3260. **B.** 3168. **C.** 9000. **D.** 12070.

Câu 62: Cho tập hợp số: $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148

Câu 63: Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Câu 64: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Câu 65: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

A. 72. **B.** 150. **C.** 60. **D.** 80.

Câu 66: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Câu 67: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Câu 68: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384 **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Câu 69: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Câu 70: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9.$ Tính tổng tất cả các số thuộc tập $S.$

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Câu 71: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 72: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Câu 73: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Câu 74: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

Câu 75: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011}-2.9^{2010}+8}{9}$ **C.** $\dfrac{9^{2011}-9^{2010}+8}{9}$ **D.** $\dfrac{9^{2011}-19.9^{2010}+8}{9}$

Câu 76: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

CHƯƠNG V ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 1: QUY TẮC CỘNG. QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn?

A. 9. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải.

- Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.
- Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+4=9$ cách chọn mua áo.

Câu 2: Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải.

- Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.
- Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4+6+3=13$ cách chọn.

Câu 3: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480. **B.** 24. **C.** 48. **D.** 60.

Lời giải.

- Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.
- Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.
- Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+6+10=24$ cách chọn.

Câu 4: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45. **B.** 280. **C.** 325. **D.** 605.

Lời giải.

- Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.
- Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280+325=605$ cách chọn.

Câu 5: Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp $11A$ hoặc lớp $12B$. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp $11A$ có 31 học sinh tiên tiến và lớp $12B$ có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31. **B.** 9. **C.** 53. **D.** 682.

Lời giải.

- Nếu chọn một học sinh lớp $11A$ có 31 cách.
- Nếu chọn một học sinh lớp $12B$ có 22 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $31+22=53$ cách chọn.

Câu 6: Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số $7,\ 8,\ 9$. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

A. 27. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải.

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6+3=9$ cách chọn.

Câu 7: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

A. 20. **B.** 300. **C.** 18. **D.** 15.

Lời giải.

- Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.
- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10+5+3+2=20$ cách chọn.

Câu 8: Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa.

Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

A. 20. **B.** 3360. **C.** 31. **D.** 30.

Lời giải.

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8+7+10+6=31$ cách chọn.

Câu 9: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 10: Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

A. 5. **B.** 15. **C.** 55. **D.** 10.

Lời giải

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm.

Câu 11: Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay và 4 kiểu dây. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 16.

Lời giải.

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3\times 4=12$ cách.

Câu 12: Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiều cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13. **B.** 72. **C.** 12. **D.** 30.

Lời giải.

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times6\times3=72$ cách.

Câu 13: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 216.

Lời giải.

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12\times18=216$ cách.

Câu 14: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24. **B.** 48. **C.** 480. **D.** 60.

Lời giải.

Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

- Có 8 cách chọn bút chì.
- Có 6 cách chọn bút bi.
- Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8\times6\times10=480$ cách.

Câu 15: Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.

Lời giải.

Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu, ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5\times6\times7=210$ cách.

Câu 16: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải.

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 17: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000. **B.** 91000. **C.** 910. **D.** 625.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

Câu 18: Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12. **B.** 220. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 19: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100. **B.** 91. **C.** 10. **D.** 90.

Lời giải.

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 20: An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải.

- Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.
- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 21: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?

A. 9. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 24.

Lời giải.

- Từ $A \longrightarrow B$ có 4 cách.
- Từ $B \longrightarrow C$ có 2 cách.
- Từ $C \longrightarrow D$ có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 3 = 24$ cách.

Câu 22: Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?

A. 1296. **B.** 784. **C.** 576. **D.** 324.

Lời giải.

Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ $A \longrightarrow D$ có 24 cách.
- Tương tự, từ $D \longrightarrow A$ có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 24 = 576$ cách.

Câu 23: Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10.8 = 80$ cách.

Câu 24: Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

A. 20. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Lấy 1 bi đỏ có 5 cách.

Lấy 1 bi xanh có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu là $5.4 = 20$ cách.

Câu 25: Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 75. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Câu 26: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

A. 25. **B.** 20. **C.** 50. **D.** 10.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là $\overline{ab}$.
Số cách chọn số a là 5 cách.
Số cách chọn số b là 5 cách.
Vậy có $5.5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

A. 504. **B.** 1792. **C.** 953088. **D.** 2296.

Lời giải

Gọi số ần tìm là $\overline{abcd}$

Có 4 cách chọn d, 8 cách chọn a, 8 cách chọn b và 7 cách chọn c. Vậy có tất cả :

$$4.8.8.7 = 1792$$

Câu 28: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. 1000. **B.** 720. **C.** 729. **D.** 648.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ có ba chữ số đôi một khác nhau.
Chữ số a có 9 cách chọn.
Chữ số b có 9 cách chọn.
Chữ số c có 8 cách chọn.
Do đó có $9.9.8 = 648$ cách lập số.

Câu 29: Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

A. 392 **B.** 1023 **C.** 3014 **D.** 391

Lời giải

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau

Chọn quả xanh: 7 cách chọn

Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn

Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn

Vậy có tất cả $7.7.8 = 392$ cách chọn.

Câu 30: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6?

A. 120. **B.** 216. **C.** 256. **D.** 20.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Có 6 cách chọn a.

Có 6 cách chọn b.

Có 6 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $6.6.6 = 216$.

Câu 31: Cho các số $1,5,6,7$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

A. 12. **B.** 24. **C.** 64. **D.** 256.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 4 cách chọn

b có 3 cách chọn

c có 2 cách chọn

d có 1 cách chọn

Vậy có: $4.3.2.1 = 24$ số.

Câu 32: Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình?

A. 3991680. **B.** 12!. **C.** 35831808. **D.** 7!.

Lời giải.

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

Câu 33: Nhãn mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái, phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

A. 624. **B.** 48. **C.** 600. **D.** 625.

Lời giải.

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1; 2; ...; 25\}$.

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24\times 25=600$ cách.

Câu 34: Biển số xe máy của tỉnh A có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái, kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000. **B.** 234000. **C.** 75. **D.** 2600000.

Lời giải.

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26\times 9\times 10\times 10\times 10\times 10=2340000$ biển số xe.

Câu 35: Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160. **B.** 240. **C.** 180. **D.** 120.

Lời giải.

Ta có $253125000=2^3.3^4.5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m\times 3^n\times 5^p$ trong đó $m,\ n,\ p\in\mathbb{N}$ sao cho $0\le m\le 3;\ 0\le n\le 4;\ 0\le p\le 8$.

- Có 4 cách chọn m.

$\overline{abcd}$ Có 5 cách chọn n.

- Có 9 cách chọn p.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4\times 5\times 9=180$ ước số tự nhiên.

Câu 36: Từ các chữ số $1,\ 5,\ 6,\ 7$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số?

A. 324. **B.** 256. **C.** 248. **D.** 124.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{1,\ 5,\ 6,\ 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

□ a được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

□ b được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

□ c được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

 d được chọn từ tập A nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ số cần tìm.

Câu 37: Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99. **B.** 50. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a,\, b) \in A = \{0,2,4,6,8\}$ và $a \neq 0.$

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A \backslash \{0\}$ nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 5 = 20$ số cần tìm.

Câu 38: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải.

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b) \in A.$

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 39: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d) \in A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d = \{1,3,5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a: có 4 cách chọn, b: có 4 cách chọn và c: có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 40: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d) \in A = \{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d = \{0,2,4\}$.

TH1. Nếu $d = 0,$ số cần tìm là $\overline{abc0}.$ Khi đó:

- a được chọn từ tập $A\backslash\{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a,\ b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5\times4\times3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}.$

TH2. Nếu $d = \{2,4\} \Rightarrow d:$ có 2 cách chọn.

Khi đó $a:$ có 4 cách chọn, $b:$ có 4 cách chọn và $c:$ có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2\times4\times4\times3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60+96 = 156$ số cần tìm.

Câu 41: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210. **B.** 105. **C.** 168. **D.** 145.

Lời giải

- Gọi số có ba chữ số cần tìm là $n = \overline{abc}$, với $a \neq 0$ và c là số chẵn chọn từ các số đã cho.
- $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn, c chẵn nên có 4 cách chọn và b tùy ý nên có 7 cách chọn.
- Vậy số các số cần tìm là $6.4.7 = 168$.

Câu 42: Có bao nhiêu sỗ chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?

A. 40000 số. **B.** 38000 số. **C.** 44000 số. **D.** 42000 số.

Lời giải

Gọi số có 6 chữ số đó là $\overline{abcdef}$. Vì a lẻ nên $a \in \{1;3;5;7;9\}$, vậy a có 5 lựa chọn. Vì f chẵn nên $f \in \{0;2;4;6;8\}$, vậy f có 5 lựa chọn. Tiếp theo b có 8 lựa chọn, c có 7 lựa chọn, d có 6 lựa chọn, e có 5 lựa chọn. Vậy có tất cả $5.5.8.7.6.5 = 42000$ số thỏa mãn.

Câu 43: Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a,b,c,d \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Vì x chẵn nên $d \in \{2,4,6,8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

- $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b,c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7 = 168$ số

Câu 44: Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360 **B.** 343 **C.** 480 **D.** 347

Lời giải

Gọi số cần lập $x=\overline{abcd}$; $a,b,c,d\in\{1,2,3,4,5,6,7\}$ và a,b,c,d đôi một khác nhau.

Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách **chọn d**

Bước 2: Có 6 cách **chọn a**

Bước 3: Có 5 cách **chọn b**

Bước 4: Có 4 cách **chọn c**

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81 **B.** 68 **C.** 42 **D.** 98

Lời giải

Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B,C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu

Vậy có $3.3.3.3=81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.

Câu 46: Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72 **B.** 74 **C.** 76 **D.** 78

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tuỳ ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1=72$ cách.

Câu 47: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lời giải

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: $3.2.1$ cách xếp.

Xếp 3 nữ có: $3.2.1$ cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2=72$ cách xếp.

Câu 48: Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000. **B.** 100000. **C.** 10000. **D.** 1000000.

Lời giải

Gọi số điện thoại cần tìm có dạng $\overline{790abcd}$.

Khi đó: a có 10 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 10 cách chọn, d có 10 cách chọn.

Nên có tất cả $10.10.10.10=10^4$ số.

Câu 49: Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thì gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190 **B.** 182 **C.** 280 **D.** 194

Lời giải

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là: $\frac{19.20}{2}=190$ trận.

Câu 50: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b)\in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6\times 6=36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36+6=42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 51: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số **lẻ** gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. **B.** 145. **C.** 144. **D.** 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d=\{1,3,5\}\Rightarrow d:$ có 3 cách chọn.

Khi đó $a:$ có 4 cách chọn, $b:$ có 4 cách chọn và $c:$ có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3\times 4\times 4\times 3=144$ số cần tìm.

Câu 52: Từ các chữ số $0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$ có thể lập được bao nhiêu số **chẵn** gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. **B.** 144. **C.** 96. **D.** 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a,b,c,d)\in A=\{0,1,2,3,4,5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d=\{0,2,4\}$.

TH1. Nếu $d=0,$ số cần tìm là $\overline{abc0}.$ Khi đó:

- a được chọn từ tập $A\backslash\{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A\backslash\{0,\ a,\ b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5\times 4\times 3=60$ số có dạng $\overline{abc0}.$

TH2. Nếu $d=\{2,4\}\Rightarrow d:$ có 2 cách chọn.

Khi đó $a:$ có 4 cách chọn, $b:$ có 4 cách chọn và $c:$ có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2\times 4\times 4\times 3=96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60+96=156$ số cần tìm.

Câu 53: Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232. **B.** 1230. **C.** 1260. **D.** 2880.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$; $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\in A$; $a_1\neq 0$; $a_5\in\{0;2;4;6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.

- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4, mỗi chữ số có 7 lựa chọn.

- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6.7^3.4=8232$.

Câu 54: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6!.A_5^3=43200$ cách.

Câu 55: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6=5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6=1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6=84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6-C_6^6=461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6-C_6^6=209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005-1-84-461-209=4250$ cách.

Câu 56: Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

A. 180 **B.** 160. **C.** 90. **D.** 45.

Lời giải

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10.9=90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2.90=180$ trận.

Câu 57: Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

A. 11523 **B.** 11520 **C.** 11346 **D.** 22311

Lời giải

Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn.

Các số còn lại có $6.5.4.3.2.1$ cách chọn

Vậy có $4^2.6.5.4.3.2.1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 58: Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

A. 12. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 20.

Lời giải

Số các số tự nhiên lớn nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 96.

Số các số tự nhiên nhỏ nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 0.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là $\dfrac{96-0}{6}+1=17$ nên chọn C.

Câu 59: Cho tập $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

A. 15120 **B.** 23523 **C.** 16862 **D.** 23145

Lời giải

Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d\in\{1,3,7\}\Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: $7.6.5.4.3.2.1$

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 60: Cho tập $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

A. 660 **B.** 432 **C.** 679 **D.** 523

Lời giải

Gọi $x=\overline{abcde}$ là số cần lập, $e\in\{0,5\}, a\neq 0$

• $e=0\Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn a,b,c,d : 6.5.4.3

Trường hợp này có 360 số

$e=5\Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn a,b,c,d : $5.5.4.3=300$

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 61: Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

A. 3260. **B.** 3168. **C.** 9000. **D.** 12070.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$ $(a\neq 0)$.

Chọn e: có 1 cách $(e=0)$

Chọn a: có 9 cách $(a\neq 0)$

Chọn $\overline{bcd}$: có 10^3 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.9.10^3=9000$.

Câu 62: Cho tập hợp số: $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

A. 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148

Lời giải

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0,1,2,3\}$, $\{0,1,2,6\}$, $\{0,2,3,4\}$, $\{0,3,4,5\}$, $\{1,2,4,5\}$, $\{1,2,3,6\}$, $\{1,3,5,6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4!-3!)+3.4!=144$ số.

Câu 63: Cho các chữ số 1, 2, 3,., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 **B.** 170 **C.** 164 **D.** 172

Lời giải

Gọi số cần lập $x=\overline{abcd}$, $a,b,c,d\in\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Vì x chẵn nên $d\in\{2,4,6,8\}$. Đồng thời $x\le 2011\Rightarrow a=1$

- $a=1\Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b,c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7=168$ số

Câu 64: Từ các chữ số $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. **B.** 62. **C.** 54. **D.** 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A=\{1,2,3,4,5,6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a,b)\in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6\times 6=36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36+6=42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 65: Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

A. 72. **B.** 150. **C.** 60. **D.** 80.

Lời giải

Kí hiệu các quả cầu như hình vẽ.

Xanh						Đỏ					Vàng				
X1	X2	X3	X4	X5	X6	Đ1	Đ2	Đ3	Đ4	Đ5	V1	V2	V3	V4	V5

TH1: Có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả X6 có 1 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 5 cách.

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 4 cách.

Vậy có $1.5.4=20$.

TH2: Không có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả xanh có 5 cách.
Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 4 cách.
Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 3 cách.
Vậy có $5.4.3 = 60$.
Vậy có 80.

Câu 66: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẻ:

A. 6. **B.** 72. **C.** 720. **D.** 144.

Lờigiải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.
Xếp 3 nam có: $3.2.1$ cách xếp.
Xếp 3 nữ có: $3.2.1$ cách xếp.
Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 67: Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a = 3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.
Có 2 cách chọn d.
Có 4 cách chọn a.
Có 3 cách chọn c.
Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$.

TH2: $b = 3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.
Có 2 cách chọn d.
Có 3 cách chọn a.
Có 3 cách chọn c.
Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$.

TH3: $c = 3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.
Có 2 cách chọn d.
Có 3 cách chọn a.
Có 3 cách chọn b.
Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$.

TH4: $d = 3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.
Có 4 cách chọn a.
Có 4 cách chọn b.
Có 3 cách chọn c.
Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1 = 48$.
Theo quy tắc cộng có $24 + 18 + 18 + 48 = 108$.

Câu 68: Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384 **B.** 120 **C.** 216 **D.** 600

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6!-5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5!-4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đúng cạnh nhau là: $6!-5!-(2.5!-4!)=384$.

Câu 69: Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152. **B.** 10001. **C.** 1048577. **D.** 1048576.

Lời giải

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn.

$\Rightarrow 10$ câu hỏi có $4^{10}=1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

Câu 70: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9$. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ $5,6,7,8,9$ là $5!=120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số $5,6,7,8,9$ xuất hiện ở hàng đơn vị là $4!=24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5+6+7+8+9)=840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1+10+10^2+10^3+10^4)=9333240$.

Câu 71: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6\in\{1;3;5\}$ và $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5+a_6)=1$

❍ Với $a_6=1$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=2$ $\Rightarrow\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\}\\a_4,a_5\in\{4,5\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,4,5\}\\a_4,a_5\in\{3,6\}\end{cases}$

❍ Với $a_6=3$ thì $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5)=4$ $\Rightarrow\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2;4;5\}\\a_4,a_5\in\{1,6\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\}\\a_4,a_5\in\{2,5\}\end{cases}$

❍ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{1,4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12 = 72$ số cần tìm.

Câu 72: Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách.
- Số cách tô cạnh CD: 4 cách.
- Số cách tô cạnh AD: 4 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.4.4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách.
- Số cách tô cạnh CD: 1 cách.
- Số cách tô cạnh AD: 5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.1.5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 73: Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321 **B.** 21312 **C.** 12312 **D.** 21321

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng là như nhau và bằng $60:5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$S = 12.(1+2+3+4+6)(100+10+1) = 21312$.

Câu 74: Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32 **B.** 16 **C.** 80 **D.** 64

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3...a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ a_1, a_3, …, a_9 hoặc vị trí chẵn a_2, a_2, …, a_{10} có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2.2^5 = 64$ cách.

Câu 75: Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\dfrac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}$ **B.** $\dfrac{9^{2011}-2.9^{2010}+8}{9}$ **C.** $\dfrac{9^{2011}-9^{2010}+8}{9}$ **D.** $\dfrac{9^{2011}-19.9^{2010}+8}{9}$

Lời giải

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A=\{$ các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9$\}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số $(m\le 2008)$ thì ta có thể bổ sung thêm $2011-m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng $\overline{a_1a_2...a_{2011}}$; $a_i\in\{0,1,2,3,...,9\}$

$A_0=\{a\in A\,|\,$mà trong a không có chữ số 9$\}$

$A_1=\{a\in A\,|\,$ mà trong a có đúng 1 chữ số 9$\}$

- Ta thấy tập A có $1+\dfrac{9^{2011}-1}{9}$ phần tử
- Tính số phần tử của A_0

Với $x\in A_0\Rightarrow x=\overline{a_1...a_{2011}};a_i\in\{0,1,2,...,8\}$ $i=\overline{1,2010}$ và $a_{2011}=9-r$ với $r\in[1;9],r\equiv\sum_{i=1}^{2010}a_i$.

Từ đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

- Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0,1,2...,8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9. Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có 2010.9^{2009} phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1+\frac{9^{2011}-1}{9}-9^{2010}-2010.9^{2009}=\frac{9^{2011}-2019.9^{2010}+8}{9}.$$

Câu 76: Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104 **B.** 106 **C.** 108 **D.** 112

Lời giải

Cách 1: Gọi $x=\overline{a_1a_2...a_6}$, $a_i\in\{1,2,3,4,5,6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1+a_2+a_3+1=a_4+a_5+a_6$

Mà $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6\in\{1,2,3,4,5,6\}$ và đôi một khác nhau nên

$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=1+2+3+4+5+6=21$

Từ, suy ra: $a_1+a_2+a_3=10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1,3,6);\ (1,4,5);\ (2,3,5)$

Với mỗi bộ ta có $3!.3! = 36$ số.

Vậy có $3.36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

Ta có: $\begin{cases} a+b+c+d+e+f = 1+2+3+4+5+6 = 21 \\ a+b+c = d+e+f+1 \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c = 11$. Do $a,b,c \in \{1,2,3,4,5,6\}$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a,b,c) = (1,4,6);\ (2,3,6);\ (2,4,5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a,b,c và $3!$ cách chọn d,e,f

Do đó có: $3.3!.3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 2, 3: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

I LÝ THUYẾT.

I . HOÁN VỊ

1) Định nghĩa: Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là số tự nhiên, $n \ge 1$).

2) Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1.$

3) Ví dụ:

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$?

Lời giải

Các số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$ là một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $P_5 = 5! = 120$ số

Câu 2: Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 hành khách:

a. Vào 5 ghế xếp thành một dãy.

b. Vào 5 ghế xung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này.

Lời giải

a. 5 hành khách xếp vào 5 ghế của một dãy là một hoán vị 5 phần tử. Do đó có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp.

b. Vì bàn tròn không phân biệt đầu cuối nên để xếp 5 người ngồi quanh một bàn tròn ta cố định 1 người và xếp 4 người còn lại quanh người đã cố định. Vậy có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp

Chú ý:

+ Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.

+ Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

II . CHỈNH HỢP

1) Định nghĩa: Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k, n là các số tự nhiên, $1 \le k \le n$).

2) Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \le k \le n$ là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

3) Ví dụ:

Câu 1: Một tổ trực gồm 8 nam và 6 nữ. Giáo viên muốn chọn ra 5 học sinh trực. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu nhóm này có ít nhất một nữ sinh.

Lời giải

Cách 1:Làm trực tiếp

- Chọn 1 nữ, 4 nam có $C_6^1C_8^4$

- Chọn 2 nữ, 3 nam có $C_6^2C_8^3$

- Chọn 3 nữ, 2 nam có $C_6^3C_8^2$

- Chọn 4 nữ, 1 nam có $C_6^4C_8^1$

- Chọn 5 nữ C_6^5

Vậy có $C_6^1C_8^4+C_6^2C_8^3+C_6^3C_8^2+C_6^4C_8^1+C_6^5=1946$ cách.

Cách 2: Làm gián tiếp

Chọn 5 học sinh nam có $C_8^5=56$ cách

Để chọn 5 học sinh bất kì trong 14 học sinh có $C_{14}^5=2002$ cách

Vậy số cách chọn 5 học sinh có ít nhất 1 nữ là $2002-56=1946$ cách

Câu 2: Có 30 câu hỏi gồm 15 dễ, 10 trung bình, 5 khó, sắp xếp thành các đề, mỗi đề có 5 câu đủ ba loại, số câu dễ không ít hơn hai. Hỏi lập được bao nhiêu đề?

Câu 3: Có bao nhiêu cách chia một lớp 40 học sinh thành 4 tổ sao cho mỗi tổ có 10 học sinh?

III. TỔ HỢP

1) Định nghĩa: Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0\le k\le n$).

2) Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $(1\le k\le n)$ là

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

3) Ví dụ:

Câu 1: Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ được thành lập từ hai trong năm điểm trên?

Lời giải

Cứ hai điểm phân biệt sẽ lập được 2 vectơ do đó số vectơ khác $\vec{0}$ được lập từ 5 điểm A, B, C, D, E là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử.

Vậy có $A_5^2=20$ vectơ.

Câu 2: Tổ 1 gồm 10 em, bầu ra 3 cán sự gồm một tổ trưởng, một tổ phó, một thư kí (không kiêm nhiệm) Hỏi có bao nhiêu cách.

Lời giải

Chọn 3 cán sự trong 10 bạn là một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy có $A_{10}^3=720$ cách.

IV. TÍNH CHẤT CỦA CÁC SỐ C_n^k

Tính chất 1:

Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0\le k\le n$. Khi đó $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Tính chất 2:

Cho các số nguyên n và k với $1\le k\le n$. Khi đó $C_{n+1}^k=C_n^k+C_n^{k-1}$.

BÀI TẬP.

Câu 1. Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

Câu 2. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Câu 3. Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm hai số nguyên dương nhỏ hơn 100? Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm ba số nguyên dương nhỏ hơn 100?

Câu 4. Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?

Câu 5. Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.

a) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?

b) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?

c) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có bốn chữ số khác nhau?

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: HOÁN VỊ:

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng hoán vị nếu có 2 dấu hiệu sau:
*Chọn hết các phần tử của X.
*Có sắp xếp theo một thứ tự nào đó.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào 2 dãy ghế trên, có bao nhiêu cách, nếu :
a . Nam và nữ được xếp tùy ý. b. Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

Câu 2. Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho :
a . Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau ?
b. Những học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau ?

Câu 3. a). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho nam và nữ ngồi xen kẻ nhau?.
b). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

Câu 4. Một trường trung học phổ thông có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 15 học sinh trên thành một hàng ngang để đón đoàn đại biểu, nếu:
a). Các học sinh được xếp bất kì.
b). Các học sinh trong cùng một khối phải đứng kề nhau.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau, biết tổng của 3 chữ số này bằng 18?

DẠNG 2: CHỈNH HỢP.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải một bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1 \le k \le n$).

*Có sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. a. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó là số lẻ ?

Câu 2. Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt có mặt đủ ba chữ số 1, 2, 3.

Câu 3. a. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và bé hơn số 475 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số và bé hơn số 475 ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau bé hơn số 475 và là số lẻ ?

Câu 4. Xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc .Hỏi có bao nhiêu cách xếp :

a). Nam nữ đứng xen kẻ .

b). Nữ luôn đứng cạnh nhau .

c). Không có 2 nam nào đứng cạnh nhau .

Câu 5. Có thể lập ra được bao nhiêu số điện thoại di động có 10 chữ số bắt đầu là 0908, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác với 4 chữ số đầu và phải có mặt chữ số 6.

DẠNG 3: TỔ HỢP

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1 \le k \le n$).

*Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn.

a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Câu 2. Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a.Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

b.Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Câu 3. Có một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng.

a). Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh và có nhiều nhất 2 viên bi vàng và phải có đủ 3 màu.

b). Có bao nhiêu cách lấy ra 9 viên bi có đủ 3 màu.

Câu 4. Một đội cảnh sát giao thông gồm 15 người trong đó có 12 nam. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội csgt đó về 3 chốt giao thông sao cho mỗi chốt có 4 nam và 1 nữ.

Câu 5. Môt lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có.

a.Số nam và nữ bằng nhau. **b.**ít nhất 1 nữ.

Câu 6. Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a. Có đúng 2 nam trong 5 người đó?

b. Có ít nhất 2 nam, ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

KỸ THUẬT SỬ DỤNG VÁCH NGĂN

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn nam và 7 bạn nữ thành một hàng ngang, sao cho không có hai bạn nam nào đứng cạnh nhau.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chia 10 cái bánh giống nhau cho 3 người sao cho mỗi người có ít nhất một chiếc bánh.

Câu 3. Tổ 1 của lớp $11A$ có 2 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 bạn học sinh vào 1 dãy ghế đặt theo hàng ngang sao cho 2 bạn học sinh nam không đứng cạnh nhau?

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 7 bạn nam và 5 bạn nữ vào một bàn tròn có 12 chỗ ngồi, sao cho không có hai bạn nam nào ngồi cạnh nhau.

DẠNG 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN ĐẾM SỐ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để đếm số các số tự nhiên có n chữ số lập được từ một số chữ số cho trước, thỏa mãn điều kiện K cho trước, ta gọi số lập được là $\overline{a_1a_2...a_n}$ và xếp các chữ số cho trước vào các vị trí $a_1, a_2, ..., a_n$ một cách thích hợp, thỏa mãn điều kiện K .

Trong quá trình đếm, ta cũng có thể phải chia thành nhiều trường hợp và trong mỗi trường hợp có nhiều công đoạn. Từ đó sử dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân để đếm. Một số bài toán có thể phải sử dụng phương pháp đếm gián tiếp.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lập thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

Câu 2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau trong đó luôn có mặt chữ số 2?

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số $1; 2; 3; 4; 6$ và số đó phải chia hết cho 3.

Câu 4. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Hỏi từ X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 6 và có bốn chữ số.

Câu 5. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau trong đó luôn có mặt chữ số 2 và 5?

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số là số lẻ và chia hết cho 9.

Câu 7. Một trường trung học phổ thông, có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự thi trại hè.

Câu 8. Bạn B đi học từ nhà đến trường; biết rằng từ nhà đến bến phà có 3 tuyến đường; từ bến phà đến trạm xe buýt có 6 tuyến đường; từ trạm xe buýt có 4 tuyến đường đến trường. Vậy bạn B có bao nhiêu cách chọn tuyến đường đi học.

Câu 9. Một lớp học có 19 học sinh nam, 11 học sinh nữ(tất cả đều hát rất hay). Vậy lớp học đó có bao nhiêu cách chọn 1 đôi song ca (1nam, 1 nữ) để dự thi văn nghệ của trường.

Câu 10. Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh giỏi đủ 3 khối để đi dự trại hè.

Câu 11. Một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời. Hỏi bài thi đó có bao nhiêu phương án trả lời.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.

PHẦN I: DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN LẬP SỐ

Câu 1. a. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đều là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng giữa thì giống nhau ?

Câu 2. a. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là số lẻ ?

b. Có bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng ba chữ số lẻ và ba chữ số chẵn (chữ số đầu phải khác 0) ?

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên :

a. Có 5 chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ ?

b. Có 6 chữ số, là số lẻ và chia hết cho 9 ?

c. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước ?

d. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước ?

e. Có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10 ?

f. Có 6 chữ số trong đó 3 chữ số liền nhau phải khác nhau ?

Câu 4. Tập hợp $E = \{1, 2, 5, 7, 8\}$. Có bao nhiêu cách lập ra một số có 3 chữ số khác nhau lấy từ E sao cho :

a. Số tạo thành là số chẵn ?

b. Số tạo thành là một số không có chữ số 5?

c. Số tạo thành là một số nhỏ hơn 278 ?

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt sao cho 1, 2, 3 luôn đứng cạnh nhau.

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một, trong đó nhất thiết phải có mặt hai chữ số 1 và 3 ?

Câu 7. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt hai chữ số 8 và 9.

Câu 8. Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt chữ số 0 và 1.

Câu 9. a). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1 ?

b). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần ?

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có nghĩa, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, chữ số 3 có mặt đúng 3 lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số, sao cho không có chữ số nào lặp lại đúng 3 lần.

Câu 12. Cho 9 chữ số 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5. Lập đươc bao nhiêu số tư nhiên gồm 6 chữ số, đươc rút ra từ 9 chữ số nói trên.

THÀNH LẬP SỐ CHIA HẾT

Câu 1. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15.

Câu 2. Cho $A=\{0,1,2,3,4,5\}$, từ các chữ số thuộc tập A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó chia hết cho 3 .

Câu 3. Có bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số chia hết 9?

Câu 4. Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể thành lập được bao nhiêu số có hai chữ số khác nhau và số đó chia hết cho 6 ?

Câu 5. Cho các số E = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Hỏi có thể thành lập được bao nhiêu số có 3 chữ số không chia hết cho 3 mà các chữ số trong mỗi số là khác nhau đôi một.

Câu 6. Xét những số gồm 9 chữ số, trong đó có 5 chữ số 1 và bốn chữ số còn lại là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế , nếu:

a).5 chữ số 1 được xếp kề nhau.

b).Các chữ số được xếp tùy ý.

Câu 7. Trong các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần.

Câu 8. Từ 3 chữ số 2, 3, 4 có thể tao ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, trong đó có đủ mặt 3 chữ số nói trên.

Câu 9. Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau.

Câu 10. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số:

a) Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

b) Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Câu 11. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Câu 12. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Câu 13. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần và các số này không bắt đầu bằng số 12.

Câu 14. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số:

a). Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

b). Có 10 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 1 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

Câu 15. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà :

a. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

b. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau và các chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

TÌM TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA ĐIỀU KIỆN BÀI TOÁN VÀ TÍNH TỔNG TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN VỪA TÌM ĐƯỢC

Câu 1. Tính tổng tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được lập từ 6 chữ số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt, các chữ số đều lớn hơn 4. Tính tổng các số tự nhiên đó.

Câu 3. Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được thành lập từ các số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt ? Tính tổng các số này.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau? Tính tổng của tất cả các số đó.

TÌM SỐ ƯỚC SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

Công thức tổng quát tìm ước số dương của một số X

Phân tích X về thừa số nguyên tố giả sử: $X = A^a B^b C^c D^d E^e$ ***(A, B, C, D, E là các số nguyên tố). Tổng tất cả các ước số của X là*** $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)$

Câu 1.

a. Tìm số các ước số dương của số $A = 2^3.3^4.5^7.7^6$.

b. Tìm số các ước số dương của số 490000.

Câu 2. Số 35280 có bao nhiêu ước số?

Câu 3. Số A = 1078000 có bao nhiêu ước số?

Câu 4. Cho tập hợp $A = \{0,1,2,3,4,5,6\}$.

a). Tìm số tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1.

b). Tìm các số tự nhiên chẵn có chứa 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A.

c). Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A và chia hết cho 3.

Câu 5. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên x, biết rằng x khác 0; x chia hết cho 6 và $x < 3.10^7$ (một số tự nhiên không bắt đầu bằng chữ số 0).

CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 2, 3: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

I LÝ THUYẾT.

I . HOÁN VỊ

1) Định nghĩa: Một hoán vị của một tập hợp có n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó (với n là số tự nhiên, $n \geq 1$).

2) Số các hoán vị của một tập hợp có n phần tử là

$P_n = n! = n(n-1)(n-2)...1.$

3) Ví dụ:

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$?

Lời giải

Các số tự nhiên có 5 chữ số phân biệt thuộc tập $\{1;2;3;4;5\}$ là một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $P_5 = 5! = 120$ số

Câu 2: Có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 5 hành khách:

a. Vào 5 ghế xếp thành một dãy.

b. Vào 5 ghế xung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này.

Lời giải

a. 5 hành khách xếp vào 5 ghế của một dãy là một hoán vị 5 phần tử. Do đó có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp.

b. Vì bàn tròn không phân biệt đầu cuối nên để xếp 5 người ngồi quanh một bàn tròn ta cố định 1 người và xếp 4 người còn lại quanh người đã cố định. Vậy có $P_4 = 4! = 24$ cách xếp

Chú ý:

+ Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.

+ Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

II . CHỈNH HỢP

1) Định nghĩa: Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $1 \leq k \leq n$).

2) Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $1 \leq k \leq n$ là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)...(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

3) Ví dụ:

Câu 1: Một tổ trực gồm 8 nam và 6 nữ. Giáo viên muốn chọn ra 5 học sinh trực. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu nhóm này có ít nhất một nữ sinh.

Lời giải

Cách 1:Làm trực tiếp

- Chọn 1 nữ, 4 nam có $C_6^1C_8^4$

- Chọn 2 nữ, 3 nam có $C_6^2C_8^3$

- Chọn 3 nữ, 2 nam có $C_6^3C_8^2$

- Chọn 4 nữ, 1 nam có $C_6^4C_8^1$

- Chọn 5 nữ C_6^5

Vậy có $C_6^1C_8^4+C_6^2C_8^3+C_6^3C_8^2+C_6^4C_8^1+C_6^5=1946$ cách.

Cách 2: Làm gián tiếp

Chọn 5 học sinh nam có $C_8^5=56$ cách

Để chọn 5 học sinh bất kì trong 14 học sinh có $C_{14}^5=2002$ cách

Vậy số cách chọn 5 học sinh có ít nhất 1 nữ là $2002-56=1946$ cách

Câu 2: Có 30 câu hỏi gồm 15 dễ, 10 trung bình, 5 khó, sắp xếp thành các đề, mỗi đề có 5 câu đủ ba loại, số câu dễ không ít hơn hai. Hỏi lập được bao nhiêu đề?

Câu 3: Có bao nhiêu cách chia một lớp 40 học sinh thành 4 tổ sao cho mỗi tổ có 10 học sinh?

III. TỔ HỢP

1) Định nghĩa: Một tổ hợp chập k của n là một cách chọn k phần tử từ một tập hợp n phần tử (với k,n là các số tự nhiên, $0\le k\le n$).

2) Số các tổ hợp chập k của một tập hợp có n phần tử $(1\le k\le n)$ là

$$C_n^k=\frac{A_n^k}{k!}=\frac{n(n-1)(n-2)...(n-k+1)}{k!}=\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

3) Ví dụ:

Câu 1: Cho 5 điểm A, B, C, D, E. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ được thành lập từ hai trong năm điểm trên?

Lời giải

Cứ hai điểm phân biệt sẽ lập được 2 vectơ do đó số vectơ khác $\vec{0}$ được lập từ 5 điểm A, B, C, D, E là một chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử.

Vậy có $A_5^2=20$ vectơ.

Câu 2: Tổ 1 gồm 10 em, bầu ra 3 cán sự gồm một tổ trưởng, một tổ phó, một thư kí (không kiêm nhiệm) Hỏi có bao nhiêu cách.

Lời giải

Chọn 3 cán sự trong 10 bạn là một chỉnh hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy có $A_{10}^3=720$ cách.

IV. TÍNH CHẤT CỦA CÁC SỐ C_n^k

Tính chất 1:

Cho số nguyên dương n và số nguyên k với $0\le k\le n$. Khi đó $C_n^k=C_n^{n-k}$.

Tính chất 2:

Cho các số nguyên n và k với $1\le k\le n$. Khi đó $C_{n+1}^k=C_n^k+C_n^{k-1}$.

BÀI TẬP.

Câu 1. Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 10 bức tranh khác nhau thành một hàng ngang là một hoán vị của 10 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp các bức tranh là: $10! = 3628800$ (cách).

Câu 2. Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 4$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}\ (a \neq 0)$.

Chọn chữ số a từ các chữ số $1, 2, 3, 4$ có 4 (cách).

Ứng với mỗi cách chọn a có số cách chọn bộ $\overline{bc}$ từ 4 chữ số còn lại là A_4^2 (cách).

Áp dụng quy tắc nhân, số các số tự nhiên có ba chữ số khác nhau là: $4.A_4^2 = 48$ (số).

Câu 3. Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm hai số nguyên dương nhỏ hơn 100? Có bao nhiêu cách chọn một tập hợp gồm ba số nguyên dương nhỏ hơn 100?

Lời giải

a) Gọi tập hợp cần tìm có dạng $\{a;b\}$, $0 < a, b < 100$, $a, b \in \mathbb{Z}$.

Mỗi tập hợp là một tổ hợp chập 2 của 99.

Vậy số cách chọn một tập hợp gồm hai số nguyên dương nhỏ hơn 100 là: $C_{99}^2 = 4851$ (cách).

b) Gọi tập hợp cần tìm có dạng $\{a;b;c\}$, $0 < a, b, c < 100$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Mỗi tập hợp là một tổ hợp chập 3 của 99.

Vậy số cách chọn một tập hợp gồm ba số nguyên dương nhỏ hơn 100 là: $C_{99}^3 = 156849$ (cách).

Câu 4. Bạn Hà có 5 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Có bao nhiêu cách để Hà chọn ra đúng 2 viên bi khác màu?

Lời giải

Chọn một bi xanh từ 5 viên bi xanh có 5 (cách).

Ứng với mỗi cách chọn một bi xanh có số cách chọn một bi đỏ từ 7 viên bi đỏ là 7 (cách).

Áp dụng quy tắc nhân, số cách chọn ra đúng 2 viên bi khác màu là: $5.7 = 35$ (cách).

Câu 5. Một câu lạc bộ cờ vua có 10 bạn nam và 7 bạn nữ. Huấn luyện viên muốn chọn 4 bạn đi thi đấu cờ vua.

a) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn nam?

b) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ?

c) Có bao nhiêu cách chọn 4 bạn, trong đó có 2 bạn nam và 2 bạn nữ?

Lời giải

a) Mỗi cách chọn 4 bạn nam từ 10 bạn nam là một tổ hợp chập 4 của 10.

Số cách chọn là: $C_{10}^{4}=210$ (cách).

b) Mỗi cách chọn 4 bạn không phân biệt nam, nữ là một tổ hợp chập 4 của 17.

Số cách chọn là: $C_{17}^{4}=2380$ (cách).

c) Số cách chọn 2 bạn nam từ 10 bạn nam là $C_{10}^{2}=45$ (cách).

Ứng với mỗi cách chọn 2 bạn nam, số cách chọn 2 bạn nữ từ 7 nữ là $C_{7}^{2}=21$ (cách).

Vậy số cách chọn 2 bạn nam và 2 bạn nữ là: $21.45=945$ (cách).

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 5 mà mỗi số có bốn chữ số khác nhau?

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ trong đó $a\neq 0,\ c,\ d\in\{0;5\}$.

TH1: $d=0$

Chọn chữ số a có 9 (cách).

Ứng với mỗi cách chọn a có số cách chọn bộ $\overline{bc}$ từ 8 chữ số còn lại là A_{8}^{2} (cách).

Số các số lập được là: $9.A_{8}^{2}=504$ (số).

TH1: $d=5$

Chọn chữ số a có 8 (cách).

Ứng với mỗi cách chọn a có số cách chọn bộ $\overline{bc}$ từ 8 chữ số còn lại là A_{8}^{2} (cách).

Số các số lập được là: $8.A_{8}^{2}=448$ (số).

Vậy số các số tự nhiên chia hết cho 5 và có bốn chữ số khác nhau là: $448+504=952$ (số).

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1: HOÁN VỊ:

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng hoán vị nếu có 2 dấu hiệu sau:
*Chọn hết các phần tử của X.
*Có sắp xếp theo một thứ tự nào đó.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có hai dãy ghế, mỗi dãy 5 ghế. Xếp 5 nam, 5 nữ vào 2 dãy ghế trên, có bao nhiêu cách, nếu :
a . Nam và nữ được xếp tùy ý. b. Nam 1 dãy ghế, nữ 1 dãy ghế.

Lời giải

a . Mỗi cách xếp 5 nam và 5 nữ vào hai dãy ghế một cách tùy ý là một hoán vị của 10 người.
Vậy có $10!=3628800$ cách xếp.

b. Chọn 1 dãy để xếp nam ngồi vào có 2 cách; xếp 5 nam vào dãy ghế đã chọn có $5!$ cách ; xếp 5 nữ vào dãy ghế còn lại có $5!$ cách. Vậy có tất cả là $2.5!.5!$ cách xếp thỏa điều kiện bài toán.

Câu 2. Cho một bàn dài có 10 ghế và 10 học sinh trong đó có 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 10 học sinh sao cho :

a . Nam, nữ ngồi xen kẽ nhau ?

b. Những học sinh cùng giới thì ngồi cạnh nhau ?

Lời giải

a .

Cách 1: Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí chẵn có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Cách 2: Xếp 5 học sinh nam ngồi vào vị trí lẻ có $5!$ cách, sau đó xếp 5 học sinh nữ vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách $\Rightarrow$ có $5!.5!$ cách.

Vậy tất cả có $2.5!.5! = 28800$ cách.

b. Xem 5 nam là 1 tổ và 5 nữ là một tổ, ta có 2 tổ. Xếp 2 tổ ngồi vào bàn ta có $2!$ cách. Đổi chỗ 5 nam cho nhau có $5!$ cách, đổi chỗ 5 nữ cho nhau có $5!$ cách.

Vậy ta có $2!.5!.5! = 28800$ cách.

Câu 3. a). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho nam và nữ ngồi xen kẻ nhau?.

b). Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 cặp vợ chồng ngồi xung quanh một chiếc bàn tròn, sao cho mỗi bà đều ngồi cạnh chồng của mình?

Lời giải

a). Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Bước 1: Xếp 6 nam ngồi quanh bàn tròn, có $(6 – 1)! = 5!$ Cách xếp.

Bước 2: Ta xem 6 người nam vừa xếp là 6 vách ngăn, vì 6 người nam ngồi quanh bàn tròn nên có 6 khoảng trống để xếp 6 người nữ, vậy có $6!$ Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $5!.6! = 86400$ cách.

b). Ta tiến hành xếp chỗ ngồi theo hai công đoạn.

Bước 1: Xếp 6 người chồng ngồi quanh bàn tròn, có $(6 – 1)! = 5!$ Cách xếp. (vì vợ ngồi gần chồng).

Bước 2: Mỗi cặp vợ chồng đổi chỗ cho nhau có 1 cách xếp mới, vậy có 2^6 cách .

Theo quy tắc nhân có $5!.2^6 = 7680$ cách.

Câu 4. Một trường trung học phổ thông có 4 học sinh giỏi khối 12, có 5 học sinh giỏi khối 11, có 6 học sinh giỏi khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 15 học sinh trên thành một hàng ngang để đón đoàn đại biểu, nếu:

a). Các học sinh được xếp bất kì.

b). Các học sinh trong cùng một khối phải đứng kề nhau.

Lời giải

a). Mỗi cách sắp xếp 15 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 15 phần tử. Vậy có $15!$cách xếp 15 học sinh thành một hàng ngang.

b).

Bước 1: Xếp các khối có $3!$ cách xếp.

Bước 2: Xếp các bạn trong khối 12 có $4!$ cách.

Bước 3: Xếp các bạn trong khối 11 có $5!$ cách.

Bước 4: Xếp các bạn trong khối 10 có $6!$ cách.

Theo quy tắc nhân có $3!.4!.5!.6! = 12441600$ cách xếp thỏa yêu cầu.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau, biết tổng của 3 chữ số này bằng 18?

Lời giải

Gọi số cần tìm $n=\overline{abc},(a\neq 0)$.

Từ tập $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ ta có những tập con của A gồm 3 phần tử sao cho tổng của chúng bằng 18 là $\{9,8,1\};\{9,6,3\};\{9;5;4\};\{8;7;3\};\{8;6;4\};\{7;6;5\};\{2;7;9\}$. Vậy có 7 tập con có 3 phần tử thuộc A sao cho tổng của 3 phần tử này bằng 18. Hoán vị 3 phần tử trong 1 tập con này ta được một số cần tìm. Suy ra có tất cả $3!.7=42$ số thỏa yêu cầu.

DẠNG 2: CHỈNH HỢP.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải một bài toán chọn trên một tập X có n phần tử, ta sẽ dùng chỉnh hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:

*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1\leq k\leq n$).

*Có sắp xếp thứ tự các phần tử đã chọn.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. a. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và số đó là số lẻ ?

Lời giải

a . Gọi $M=\overline{abcde},(a\neq 0)$ là số có 5 chữ số khác nhau.

Ta có a có 9 cách chọn nên có A_9^4 cách chọn 4 số xếp vào 4 vị trí $\overline{bcde}$.

Vậy có $9.A_9^4=27216$ số.

b. Gọi $A=\overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và A là số chẵn.

Ta có a có 9 cách chọn ; b,c,d mỗi số có 10 cách chọn ; e có 5 cách chọn.

Vậy có $9.10^3.5=45000$ số.

c. Gọi $B=\overline{abcde}$ là số có 5 chữ số và B là số lẻ.

Ta có e có 5 cách chọn ; a có 8 cách chọn ; có A_8^3 cách chọn chữ số xếp vào ba vị trí b,c,d.

Vậy có $5.8.A_8^3=13440$ số.

Câu 2. Có bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt có mặt đủ ba chữ số 1, 2, 3.

Lời giải

Dùng 5 ô sau để xếp số thỏa bài toán :

TH1: Ô 1 là số 1 :

– Chọn 2 ô để xếp số 2 và số 3 có A_4^2 cách ;

– Chọn 2 ô trong các số $\{0;4;5;6;7;8;9\}$ xếp vào 2 ô còn lại có A_7^2 cách ;

$\Rightarrow$ ta có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH2 : Ô 1 là số 2 : tương tự, ta cũng có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH3: Ô 1 là số 3 : tương tự, ta cũng có $A_4^2.A_7^2$ cách.

TH4 : Ô 1 là số khác 1, 2, 3:

– Chọn 3 ô xếp số 1, 2, 3 vào có A_4^3 cách ;

– Chọn một số thuộc $\{0;4;5;6;7;8;9\}$ xếp vào ô 1 có 6 cách ;

– Chọn một số xếp vào ô còn lại : có 6 cách ;

$\Rightarrow$ ta có $36.A_4^3$ cách.

Vậy ta có tất cả $3A_4^3.A_7^2+36A_4^3=2376$ số.

Cách 2:

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để xếp ba chữ số {1, 2, 3}, có A_5^3

Bước 2: Chọn 2 chữ số trong 7 chữ số còn lại để xếp vào hai vị trí còn lại, có A_7^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $A_5^3.A_7^2=2520$ số, nhưng có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu.

Trường hợp $a_1 = 0$: Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 4 vị trí để xếp ba chữ số {1, 2, 3}, có A_4^3 cách.

Bước 2: Chọn 1 chữ số trong 6 chữ số còn lại để xếp vào một vị trí còn lại, có 6 cách.

Theo quy tắc nhân có $A_4^3.6=144$ số có chữ số 0 ở vị trí đầu.

Kết luận có $2520-144=2376$ số thỏa yêu cầu.

Câu 3. a. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và bé hơn số 475 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số và bé hơn số 475 ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số đôi một khác nhau bé hơn số 475 và là số lẻ ?

Lời giải

a . Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1: $a<4$: a có ba cách chọn ; bc có A_9^2 cách chọn $\Rightarrow$ có $3.A_9^2=216$ số.

TH2: $a=4$: $b<7$ $\Rightarrow$ b có 6 cách chọn $\left(b\in\{6;5;3;2;1;0\}\right)$ và c có 8 cách chọn;

$b=7$ $\Rightarrow$ c có 4 cách chọn $\left(c\in\{3;2;1;0\}\right)$

$\Rightarrow$ có $6.8+4=52$ số.

Vậy tất cả ta lập được $216+52=268$ số.

b. Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên chẵn có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1 : $a=1$ hoặc 3 : a có 2 cách chọn ; c có 5 cách chọn và b có 8 cách chọn

$\Rightarrow$ có $2.5.8=80$ số.

TH2 : $a=2$: c có 4 cách chọn và b có 8 cách chọn $\Rightarrow$ có 4.9=32 số.

TH3 : $a=4$: nếu $b=0,2,6$: b có 3 cách chọn và c có 3 cách chọn ;

nếu $b=1,3,5$: b có 3 cách chọn và c có 4 cách chọn ;

nếu $b=7$ thì c có hai cách chọn $\left(c\in\{0;2\}\right)$

$\Rightarrow$ có $3.3+3.4+2=23$ số.

Vậy ta lập được tổng cộng $80+32+23=135$ số.

c. Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên lẻ có ba chữ số đôi một khác nhau và nhỏ hơn 475.

TH1 : $a=1,3$: a có 2 cách chọn ; c có 4 cách chọn và b có 8 cách chọn

$\Rightarrow$ có $2.4.8=64$ số.

TH2 : $a=2$: c có 5 cách chọn và b có 8 cách chọn $\Rightarrow$ có $5.8=40$ số.

TH3 : $a=4$: nếu $b=0,2,6$: b có 3 cách chọn và c có 5 cách chọn ;

nếu $b=1,3,5$: b có 3 cách chọn và c có 4 cách chọn ;

nếu $b=7$ thì c có 2 cách chọn $\left(c\in\{1;3\}\right)$

$\Rightarrow$ có $3.5+3.4+2=29$ số.

Vậy ta lập được tổng cộng $64+40+29=133$ số.

Câu 4. Xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ thành một hàng dọc .Hỏi có bao nhiêu cách xếp :

a). Nam nữ đứng xen kẻ .
b). Nữ luôn đứng cạnh nhau .
c). Không có 2 nam nào đứng cạnh nhau .

Lời giải

a). Trường hợp 1 : Bạn nam đứng đầu có 5 cách chọn , kế đến là bạn nữ có 5 cách chọn , kế đến là bạn nam có 4 cách chọn , kế đến là 1 bạn nữ có 4 cách chọn , ... cuối cùng xếp 1 bạn nữ có 1 cách chọn . Suy ra tổng số cách xếp 5!.5! cách .
Trường hợp 2 : Bạn nữ đứng đầu , xếp hoàn toàn tương tự như trường hợp 1 , suy ra tổng số cách sếp của trường hợp này là 5!.5!
Kết luận theo quy tắc cộng tổng số cách xếp nam nữ xen kẽ nhau là 5!.5! + 5!.5! =
b). Gọi nhóm bạn nữ là nhóm X . Số cách xếp 5 bạn nam và X là 6! cách
ứng với mỗi cách xếp trên có 5! cách xếp 5 bạn nữ trong nhóm X .
Theo quy tắc nhân có 6!.5! = 86400 cách xếp .
c). Bước đầu tiên xếp 5 bạn nữ đứng kề nhau có 5! cách xếp . Để các bạn nam không đứng kế nhau ta xen các bạn nam vào giữa các bạn nữ . giữa 5 bạn nữ có 4 vị trí và thêm 2 vị trí đầu và cuối, tổng cộng có 6 vị trí để xếp 5 bạn nam. Chọn 5 vị trí trong 6 vị trí để xếp các bạn nam, có A_6^5 cách.

Theo quy tắc nhân có $5!.A_6^5=86400$ cách xếp thỏa yêu cầu bài toán .

Câu 5. Có thể lập ra được bao nhiêu số điện thoại di động có 10 chữ số bắt đầu là 0908, các chữ số còn lại khác nhau đôi một, khác với 4 chữ số đầu và phải có mặt chữ số 6.

Lời giải

Gọi số điện thoại có dạng $\overline{0908abcdef}$

Chọn 1 vị trí trong 6 vị trí $\overline{abcdef}$ để xếp chữ số 6 có 6 cách chọn.

Chọn 5 chữ số trong 6 chữ số là $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ để xếp vào 5 vị trí còn lại, có A_6^5 cách.

Kết luận có $6.A_6^5=4320$ số điện thoại thỏa yêu cầu.

Câu 6: Có 6 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 sẽ ngồi trên một hàng ngang có 9 ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi cho 9 học sinh đó sao cho mỗi học sinh lớp 12 ngồi giữa hai học sinh lớp 11.

Lời giải

Bước 1: Xếp 6 học sinh lớp 11 thành một hàng ngang, có 6! cách.
Bước 2: giữa 6 bạn học sinh lớp 11 có 5 khoảng trống, chọn 3 khoảng trống trong 5 khoảng trống để xếp các bạn lớp 12, có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $6!.A_5^2=14400$ cách xếp thỏa yêu cầu.

DẠNG 3: TỔ HỢP

1 PHƯƠNG PHÁP.

Khi giải bài toán chọn trên một tập hợp X có n phần tử, ta sẽ dùng tổ hợp nếu có 2 dấu hiệu sau:
*Chỉ chọn k phần tử trong n phần tử của X ($1\le k\le n$).
*Không phụ thuộc vào thứ tự sắp xếp các phần tử đã chọn.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Từ 5 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng, 4 bông hồng đỏ (các bông hồng xem như đôi một khác nhau). Người ta muốn chọn ra 1 bó hoa hồng gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn.
a) 1 bó hoa trong đó có đúng một bông hồng đỏ.

b) 1 bó hoa trong đó có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

Lời giải

a). Chọn 1 bó hoa gồm 7 bông, trong đó có đúng 1 bông hồng đỏ, 6 bông hồng còn lại chọn trong 8 bông (gồm vàng và trắng) . Số cách chọn:

$C_4^1.C_8^6 = 112$ cách.

b). Có các trường hợp sau xảy ra thỏa yêu cầu bài toán:

Trường hợp 1: Chọn 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng đỏ và 1 bông hồng trắng, có $C_5^3.C_4^3.C_3^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 4 bông hồng vàng và 3 bông hồng đỏ , có $C_5^4.C_4^3$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 3 bông hồng vàng và 4 bông hồng đỏ , có $C_5^3.C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng có: $C_5^3.C_4^3.C_3^1 + C_5^4.C_4^3 + C_5^3.C_4^4$.

Câu 2. Có 9 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 4 bi vàng có kích thước đôi một khác nhau.

a.Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó có đúng 2 viên bi đỏ.

b.Có bao nhiêu cách chọn ra 6 viên bi, trong đó số bi xanh bằng số bi đỏ.

Lời giải

a.Ta lần lượt thức hiện các công đoạn sau:

Bước 1: Chọn 2 bi đỏ trong 5 bi đỏ, có C_5^2 cách chọn .

Bước 2: Có C_{13}^4 cách chọn 4 bi trong 13 viên bi xanh và vàng.

Vậy ta có $C_5^2.C_{13}^4 = 7150$ cách.

b.Số bi xanh, đỏ, vàng được chọn có 3 trường hợp là:

Trường hợp 1: Chọn 3 xanh, 3 đỏ, ta có $C_9^3C_5^3$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 xanh, 2 đỏ, 2 vàng, ta có $C_9^2C_5^2C_4^2$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 xanh, 1 đỏ, 4 vàng, ta có $C_9^1C_5^1C_4^4$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $C_9^3.C_5^3 + C_9^2.C_5^2.C_4^2 + C_9^1.C_5^1.C_4^4 = 3045$ cách.

Câu 3. Có một hộp đựng 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng.

a). Có bao nhiêu cách lấy ra 6 viên bi, trong đó có 2 viên bi xanh và có nhiều nhất 2 viên bi vàng và phải có đủ 3 màu.

b). Có bao nhiêu cách lấy ra 9 viên bi có đủ 3 màu.

Lời giải

a). Các trường hợp xảy ra theo yêu cầu đề:

Trường hợp 1: 2 xanh, 2 vàng, 2 đỏ, có: $C_5^2.C_4^2.C_6^2$ cách.

Trường hợp 2: 2 xanh,1 vàng, 3 đỏ, có: $C_5^2.C_4^1.C_6^3$ cách.

Vậy có : $C_5^2.C_4^2.C_6^2 + C_5^2.C_4^1.C_6^3 = 1700$ cách.

b). Sử dụng phương pháp gián tiếp:

Lấy ra 9 viên bi trong 15 viên bi bất kỳ, có C_{15}^9 cách.

Trường hợp 1: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và đỏ, có C_{11}^9 cách.

Trường hợp 2: lấy 9 viên bi chỉ có 2 màu là xanh và vàng, có C_9^9 cách.

Trường hợp 3: lấy ra 9 viên bi chỉ có màu đỏ và vàng, có C_{10}^9 cách.

Vậy có : $C_{15}^9 - \left(C_{11}^9 + C_9^9 + C_{10}^9\right) = 4984$ cách.

Câu 4. Một đội cảnh sát giao thông gồm 15 người trong đó có 12 nam. Hỏi có bao nhiêu cách phân đội csgt đó về 3 chốt giao thông sao cho mỗi chốt có 4 nam và 1 nữ.

Lời giải

Bước 1: Chọn 4 nam trong 12 nam và chọn 1 nữ trong 3 nữ, có $C_{12}^4.C_3^1$ cách.

Bước 2: Chọn 4 nam trong 8 nam còn lại và chọn 1 nữ trong 2 nữ còn lại, có $C_8^4.C_2^1$ cách.

Bước 3: 4 nam còn lại và 1 nữ còn lại bắt buộc phải về công tác ở chốt giao thông cuối cùng, nên có 1 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^4.C_3^1.C_8^4.C_2^1.1 = 207900$ cách chọn.

Câu 5. Môt lớp có 20 học sinh trong đó có 14 nam, 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập 1 đội gồm 4 học sinh trong đó có.

a.Số nam và nữ bằng nhau. **b.**ít nhất 1 nữ.

Lời giải

a.Bước 1: Chọn 2 nam trong 14 nam, có C_{14}^2 cách.

Bước 2: Chọn 2 nữ trong 6 nữ,có C_6^2 cách.

Vậy số cách chọn nhóm có 2 nam, 2 nữ là $C_{14}^2.C_6^2 = 1365$ cách.

b. Cách 1: Xét các trường hợp xảy ra cụ thể:

Trường hợp 1: Chọn 1 nữ, 3 nam có $6.C_{14}^3 = 2184$ cách

Trường hợp 2: Chọn 2 nữ, 2 nam có $C_{14}^2.C_6^2 = 1365$ cách

Trường hợp 3: Chọn 3 nữ,1 nam có $C_6^3.14 = 280$ cách

Trường hợp 4: Chọn 4 nữ thì có $C_6^4 = 15$ cách

Vậy số cách chọn cần tìm là: $2184 + 1365 + 280 + 15 = 3844$ cách.

Cách 2: Sử dụng phần bù:

Bước 1: Chọn 4 bạn bất kỳ trong 20 bạn, có C_{20}^4 cách.

Bước 2: Chọn 4 bạn đều nam, có C_{14}^4 cách.

Suy ra chọn 4 bạn có ít nhất 1 nữ: $C_{20}^4 - C_{14}^4 = 3844$ cách chọn.

Câu 6. Một đội văn nghệ gồm 20 người, trong đó có 10 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người, sao cho:

a. Có đúng 2 nam trong 5 người đó?

b. Có ít nhất 2 nam, ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

Lời giải

a.Số cách chọn 2 nam , 3 nữ là: $C_{10}^2C_{10}^3 = 5400$ cách.

b.Có các trường hợp xảy ra thỏa yêu cầu của đề như sau:

Trường hợp 1: Có 2 nam và 3 nữ. Số cách chọn 5400 cách.

Trường hợp 2: Có 3 nam và 2 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^3C_{10}^2 = 5400$

Trường hợp 3: Có 4 nam và 1 nữ. Số cách chọn: $C_{10}^4C_{10}^1 = 2100$

$*$ Tổng cộng 3 trường hợp ta có $5400 + 5400 + 2100 = 12900$ cách.

KỸ THUẬT SỬ DỤNG VÁCH NGĂN

Câu 1. Có bao nhiêu cách xếp 5 bạn nam và 7 bạn nữ thành một hàng ngang, sao cho không có hai bạn nam nào đứng cạnh nhau.

Lời giải

Xếp 7 bạn nữ thành hàng ngang có $7.6.5.4.3.2.1 = 5040$ cách xếp.

Khi đó 7 bạn nữ chia hàng ngang thành 8 khoảng trống mà mỗi bạn nữ là một vách ngăn.

Xếp 5 bạn nam vào 8 khoảng trống đó sao cho mỗi khoảng trống xếp nhiều nhất một bạn nam. Số cách xếp 5 bạn nam là: $8.7.6.5.4=6720$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có: $5040\times 6720=33868800$ cách xếp.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chia 10 cái bánh giống nhau cho 3 người sao cho mỗi người có ít nhất một chiếc bánh.

Lời giải

Xếp 10 cái bánh thành một hàng, khi đó có 9 khoảng trống ở giữa các chiếc bánh. Để chia 10 chiếc bánh thành 3 phần mà mỗi phần có ít nhất một chiếc, người ta đặt hai chiếc đũa vào 2 khoảng trống trong 9 khoảng trống đó. Tuy nhiên vai trò hai chiếc đũa là như nhau nên có tất cả $\frac{9.8}{2}=36$ cách chia

Câu 3. Tổ 1 của lớp $11A$ có 2 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 6 bạn học sinh vào 1 dãy ghế đặt theo hàng ngang sao cho 2 bạn học sinh nam không đứng cạnh nhau?

Lời giải

Có 4 vị trí để xếp 4 học sinh nữ

+ Vị trí 1: có 4 cách xếp

+ Vị trí 2: có 3 cách xếp

+ Vị trí 3: có 2 cách xếp

+ Vị trí 4: có 1 cách xếp

Ta có 4 học sinh nữ tạo thành 5 vách ngăn, ta đặt 2 học sinh nam vào 5 vách ngăn đó

+ Học sinh nam thứ nhất: có 5 cách chọn

+ Học sinh nam thứ hai: có 4 cách chọn

Theo quy tắc nhân: $4.3.2.1.5.4=480$ cách chọn

Câu 4. Có bao nhiêu cách xếp 7 bạn nam và 5 bạn nữ vào một bàn tròn có 12 chỗ ngồi, sao cho không có hai bạn nam nào ngồi cạnh nhau.

Lời giải

Xếp 7 bạn nam vào bàn tròn có $1.6.5.4.3.2.1=720$ cách xếp.

Khi đó 7 bạn nam chia vòng tròn quanh bàn thành 7 khoảng trống.

Xếp 5 bạn nữ vào 7 khoảng trống đó sao cho mỗi khoảng trống xếp nhiều nhất một bạn nữ. Số cách xếp 5 bạn nữ là: $7.6.5.4.3=2520$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có: $720\times 2520=1814400$ cách xếp.

DẠNG 3: MỘT SỐ BÀI TOÁN ĐẾM SỐ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để đếm số các số tự nhiên có n chữ số lập được từ một số chữ số cho trước, thỏa mãn điều kiện K cho trước, ta gọi số lập được là $\overline{a_1a_2...a_n}$ và xếp các chữ số cho trước vào các vị trí $a_1, a_2, ..., a_n$ một cách thích hợp, thỏa mãn điều kiện K.

Trong quá trình đếm, ta cũng có thể phải chia thành nhiều trường hợp và trong mỗi trường hợp có nhiều công đoạn. Từ đó sử dụng quy tắc cộng và quy tắc nhân để đếm. Một số bài toán có thể phải sử dụng phương pháp đếm gián tiếp.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau lập thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

Lời giải

Gọi $\overline{abcd}$ là số tự nhiên cần lập.

Khi đó

+ $a \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

+ $b \neq a$ nên có 4 cách chọn.

+ $c \notin \{a;b\}$ nên có 3 cách chọn.

+ $d \notin \{a;b;c\}$ nên có 2 cách chọn.

Vậy có $4.4.3.2 = 96$ số.

Câu 2. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau trong đó luôn có mặt chữ số 2?

Lời giải

Từ các chữ số trên ta có thể lập được $6.6.5 = 180$ số có 3 chữ số khác nhau

Số các số có ba chữ số khác nhau lập từ các chữ số đã cho và không có mặt chữ số 2 là $5.5.4 = 100$ số.

Vậy có $180 - 100 = 80$ số thỏa đề.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 6 và số đó phải chia hết cho 3.

Lời giải

Từ 5 chữ số đã cho ta có 4 bộ gồm ba chữ số có tổng chia hết cho 3 là $(1;\ 2;\ 3)$, $(1;\ 2;\ 6)$, $(2;\ 3;\ 4)$ và $(2;\ 4;\ 6)$. Mỗi bộ ba chữ số này ta lập được $3! = 6$ số thuộc tập hợp S.

Vậy có 24 số thỏa mãn

Câu 4. Cho tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Hỏi từ X có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 6 và có bốn chữ số.

Lời giải

Giả sử dạng của mỗi số cần tìm là $\overline{abcd}$. Chọn $d \in \{2;4;6;8\}$ có 4 cách.

Chọn a, b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $S = a + b + d$:

Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c \in \{3;6;9\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c \in \{2;5;8\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c \in \{1;4;7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó số các số chia hết cho 6 có bốn chữ số được lập từ X là $4.9^2.3 = 972$.

Câu 5. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau trong đó luôn có mặt chữ số 2 và 5?

Lời giải

Gọi $\overline{abc}$ là số tự nhiên cần lập

TH1. $a = 2$, $b = 5 \Rightarrow c$ có 5 cách chọn.

TH2. $a = 5$, $b = 2 \Rightarrow c$ có 5 cách chọn.

TH3. $a = 2$, $c = 5 \Rightarrow b$ có 5 cách chọn.

TH4. $a = 5$, $c = 2 \Rightarrow b$ có 5 cách chọn.

TH5. $b = 2$, $c = 5 \Rightarrow a \neq 0$ có 4 cách chọn.

TH6. $b = 5$, $c = 2 \Rightarrow a \neq 0$ có 4 cách chọn.

Vậy có 28 số thỏa yêu cầu bài toán

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số là số lẻ và chia hết cho 9.

Lời giải

Ta có các số lẻ chia hết cho 9 là dãy 1000017, 1000035, 1000053,.,9999999 lập thành một cấp số cộng có $u_1 = 1000017$ và công sai $d = 18$ nên số phần tử của dãy này là $\dfrac{9999999 - 1000017}{18} + 1 = 500000$. Vậy số các số tự nhiên lẻ có 7 chữ số và chia hết cho 9 là 5.10^5.

Câu 7. Một trường trung học phổ thông, có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh giỏi để đi dự thi trại hè.

Lời giải

Có các phương án sau thỏa yêu cầu đề bài

Cách 1: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 12, có 26 cách chọn.

Cách 2: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 11, có 43 cách chọn.

Cách 3: Chọn 1 học sinh giỏi của khối 10, có 59 cách chọn.

Vậy theo quy tắc cộng có $26 + 43 + 59 = 128$ cách chọn thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 8. Bạn B đi học từ nhà đến trường; biết rằng từ nhà đến bến phà có 3 tuyến đường; từ bến phà đến trạm xe buýt có 6 tuyến đường; từ trạm xe buýt có 4 tuyến đường đến trường. Vậy bạn B có bao nhiêu cách chọn tuyến đường đi học.

Lời giải

Ta chia việc đi học của bạn B thành ba công đoạn sau:

Công đoạn 1: Bạn B chọn 1 trong 3 con đường để đi từ nhà đến phà, có 3 cách chọn.

Công đoạn 2: Bạn B chọn 1 trong 6 con đường để đi từ phà đến trạm xe buýt, có 6 cách chọn.

Công đoạn 3: Bạn B chọn 1 trong 4 con đường để đi từ trạm xe buýt đến trường, có 4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $3.6.4=72$ cách.

Câu 9. Một lớp học có 19 học sinh nam, 11 học sinh nữ(tất cả đều hát rất hay). Vậy lớp học đó có bao nhiêu cách chọn 1 đôi song ca (1nam, 1 nữ) để dự thi văn nghệ của trường.

Lời giải

Có hai công đoạn sau, để chọn được một đôi song ca có cả nam và nữ:

Công đoạn 1: Chọn 1 sinh nam, có 19 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ, có 11 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $19.11=209$ cách chọn một đôi song ca gồm một nam và một nữ.

Câu 10. Một trường trung học phổ thông có 26 học sinh giỏi khối 12, có 43 học sinh giỏi khối 11, có 59 học sinh giỏi khối 10. Vậy nhà trường có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh giỏi đủ 3 khối để đi dự trại hè.

Lời giải

Có ba công đoạn sau, để chọn được một đội có 3 người có đầy đủ cả ba khối:

Công đoạn 1: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 12, có 26 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 11, có 43 cách chọn.

Công đoạn 3: Chọn 1 bạn học sinh giỏi khối 10, có 59 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $26.43.59=65962$ cách chọn một nhóm ba bạn có đầy đủ 3 khối.

Câu 11. Một bài thi trắc nghiệm khách quan gồm 10 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời. Hỏi bài thi đó có bao nhiêu phương án trả lời.

Lời giải

Có các công đoạn sau, đề hoàn thành bài thi trắc nghiệm:

Công đoạn 1: Chọn đáp áp cho câu hỏi 1, có 4 phương án trả lời.

Công đoạn 2: Chọn đáp áp cho câu hỏi 2, có 4 phương án trả lời.

Công đoạn 3: Chọn đáp áp cho câu hỏi 3, có 4 phương án trả lời.

…..

Công đoạn 10: Chọn đáp áp cho câu hỏi 10, có 4 phương án trả lời.

Vậy theo quy tắc nhân có $\underbrace{4.4...4}_{10\text{ so }4} = 4^{10}$ phương án trả lời.

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.

PHẦN I: DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN LẬP SỐ

Câu 1. a. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 5 ?

b. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đều là số chẵn ?

c. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó các chữ số cách đều số đứng giữa thì giống nhau ?

Lời giải

a . Gọi $X = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số có 6 chữ số và X chia hết cho 5. Ta có hai khả năng sau :

* $a_6 = 0$: Có A_9^5 cách chọn 5 chữ số còn lại.

* $a_6 = 5$: Có 8 cách chọn a_1 ; có A_8^4 cách chọn 4 chữ số còn lại.

Vậy ta có thể lập được tất cả là $A_9^5 + 8A_8^4 = 28560$.

b. Gọi $Y = \overline{abc}$ là số có ba chữ số đều là số chẵn. Ta có :

* $c = 0$: Có A_4^2 cách chọn a và b.

* $c \neq 0$: c có 4 cách chọn từ các chữ số {2, 4, 6, 8}, a có 3 cách chọn (bỏ số 0 và một chữ số chẵn c đã chọn, b có 3 cách chọn (bỏ 2 chữ số chẵn mà a và c đã chọn). Vậy có 4.3.3 số

Kết luận vậy có $A_4^2 + 4.3.3 = 48$ số thỏa yêu cầu.

c. Gọi $Z = \overline{a_1a_2a_3a_4a_3a_2a_1}$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có : Chọn một số khác 0 xếp vào vị trí a_1 có 9 cách;

Chọn một số xếp vào vị trí a_2 có 10 cách;

Chọn một số xếp vào vị trí a_3 có 10 cách ;

Chọn một số xếp vào vị trí a_4 có 10 cách.

Vậy có $9.10^3 = 9000$ số.

Câu 2. a. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó chữ số đầu tiên là số lẻ ?

b. Có bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có đúng ba chữ số lẻ và ba chữ số chẵn (chữ số đầu phải khác 0) ?

Lời giải

Gọi tập $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

a . Gọi $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}, (a_1 \neq 0)$ là số chẵn có 6 chữ số khác nhau và a_1 là số lẻ.

Ta có : * $a_1 \in \{1,3,5,7,9\} \Rightarrow a_1$ có 5 cách chọn ;

* $a_6 \in \{0,2,4,6,8\} \Rightarrow a_6$ có 5 cách chọn ;

* $\overline{a_2a_3a_4a_5}$ có A_8^4 cách chọn (chọn 4 chữ số từ 8 chữ số thuộc tập A, bỏ 2 chữ số mà a_1 và a_6 đã chọn để xếp vào 4 vị trí $\overline{a_2a_3a_4a_5}$).

Vậy có $5.5.A_8^4 = 42000$ số A.

b . Gọi $B = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}, (a_1 \neq 0)$ là số có 6 chữ số khác nhau trong đó có 3 chữ số chẵn và 3 chữ số lẻ.

Ta có hai trường hợp sau :

TH1 : a_1 là số lẻ, khi đó :

* a_1 có 5 cách chọn ;

* Lấy 2 số lẻ trong 4 số còn lại và 3 số chẵn xếp vào 5 vị trí còn lại có $C_4^2.C_5^3.5!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp 1 có $5.C_4^2.C_5^3.5!$ số B.

TH2 : a_1 là số chẵn, ta có :

* a_1 có 4 cách chọn ;

* Lấy 2 số chẵn trong 4 số còn lại và 3 số lẻ xếp vào 5 vị trí còn lại có $C_4^2.C_5^3.5!$ cách.

$\Rightarrow$ trường hợp 2 có $4.C_4^2.C_5^3.5!$ số B.

Vậy tất cả có $9.C_4^2.C_5^3.5! = 64800$ số B.

Câu 3. Có bao nhiêu số tự nhiên :

a. Có 5 chữ số sao cho tổng các chữ số của mỗi số là một số lẻ ?

b. Có 6 chữ số, là số lẻ và chia hết cho 9 ?

c. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước ?

d. Có 6 chữ số sao cho chữ số đứng sau nhỏ hơn chữ số đứng trước ?

e. Có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 10 ?

f. Có 6 chữ số trong đó 3 chữ số liền nhau phải khác nhau ?

Lời giải

a . Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$ là số có 5 chữ số và $P = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$ là số lẻ.

Ta có : x_1 có 9 cách chọn ;

x_2 có 10 cách chọn ;

x_3 có 10 cách chọn ;

x_4 có 10 cách chọn ;

x_5 có 5 cách chọn.

Vậy có $9.10^3.5 = 45000$ số X.

b. Số lẻ nhỏ nhất gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là : 100017 ;

Số lẻ lớn nhất gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là : 999999 ;

Các số gồm 6 chữ số và chia hết cho 9 là :

100017, 100035, 100053, … , 999981, 999999.

Đây là một cấp số cộng có $u_1 = 100017, u_n = 999999$ và $d = 18$

$\Rightarrow n = \dfrac{u_n - u_1}{d} + 1 = 50000$ số.

c. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số và $x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 < x_6$.

Ta có $x_i \neq 0$ nên $x_i \in E = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

* Lấy 6 chữ số thuộc E có C_9^6 cách.

* Mỗi bộ 6 chữ số trên lập được đúng 1 số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số lập được là $C_9^6 = 84$ số.

d. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số và $x_1 > x_2 > x_3 > x_4 > x_5 > x_6$.

Ta có $x_i \in E = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$.

* Lấy 6 chữ số thuộc E có C_{10}^6 cách.

* Mỗi bộ 6 chữ số trên lập được đúng 1 số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số cần lập được là $C_{10}^{6} = 210$ số.

e. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$ là số có 5 chữ số khác nhau và X chia hết cho 10.

Ta có : * x_5 có 1 cách chọn ($x_5 = 0$) ;

* $\overline{x_1x_2x_3x_4}$ có A_9^4 cách chọn.

Vậy tất cả có $A_9^4 = 3024$ số X.

f. Gọi $X = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5x_6}$ là số có 6 chữ số trong đó 3 chữ số liền nhau phải khác nhau.

Ta có : * x_1 có 9 cách chọn ;

* x_2 có 9 cách chọn ;
* x_3 có 8 cách chọn ;
* x_4 có 8 cách chọn ;
* x_5 có 8 cách chọn ;
* x_6 có 8 cách chọn.

Vậy tất cả có $9^2.8^4 = 331776$ số.

Câu 4. Tập hợp $E = \{1,2,5,7,8\}$. Có bao nhiêu cách lập ra một số có 3 chữ số khác nhau lấy từ E sao cho :

a. Số tạo thành là số chẵn ?

b. Số tạo thành là một số không có chữ số 5 ?

c. Số tạo thành là một số nhỏ hơn 278 ?

Lời giải

a . Gọi $x = \overline{abc}$ là số cần lập. Ta có :

* c có 2 cách chọn ;
* $\overline{ab}$ có A_4^2 cách chọn.

Vậy có tất cả là $2.A_4^2$ số thỏa yêu cầu bài toán.

b. Mỗi số thỏa yêu cầu bài toán là một chỉnh hợp chập ba của các số sau : $1;2;7;8$ nên số các số lập được là A_4^3 số.

c. Gọi $x = \overline{abc}$ là số cần lập. Ta có :

* $a = 1$: $\overline{bc}$ có A_4^2 cách chọn $\Rightarrow$ lập được A_4^2 số .
* $a = 2$: nếu $b = 7$ thì c có 2 cách chọn $\Rightarrow$ lập được 2 số ;

  nếu $b < 7$ thì b có hai cách chọn và c có 3 cách chọn $\Rightarrow$ lập được 2.3 số .

Vậy ta lập được $A_4^2 + 2 + 2.3 = 20$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt sao cho 1, 2, 3 luôn đứng cạnh nhau.

Lời giải

Gọi a là số gồm ba chữ số khác nhau lập từ các số 1, 2, 3. Ta có $3!$ số a. Với mỗi số a, ta xét tập hợp $A = \{a;0;4;5;6;7;8;9\}$. Số thỏa bài toán có dạng là $M = \overline{xyz}$ trong đó x, y, z phân biệt lấy từ A và luôn có mặt số a. Ta có các trường hợp sau :

- Nếu $x = a$ thì $\overline{yz}$ có A_7^2 cách chọn $\Rightarrow$ có A_7^2 số M;
- Nếu $y = a$ thì x có 6 cách chọn và z có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có $6.6 = 36$ số M;
- Nếu $z = a$ thì x có 6 cách chọn và y có 6 cách chọn $\Rightarrow$ có $6.6 = 36$ số M.

Do đó từ A ta lập được $A_7^2 + 36.2 = 114$ số M.

Vậy số tất cả các số lập được là $3!.114 = 684$ số.

Câu 6. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một, trong đó nhất thiết phải có mặt hai chữ số 1 và 3 ?

Lời giải

Gọi $A = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ là số thỏa yêu cầu bài toán. Ta có ba trường hợp sau :

* $a_1 = 1$: + Xếp số 3 vào 1 trong 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 có 4 cách ;

+ Lấy 3 trong 8 số còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại có A_8^3 cách ;

$\Rightarrow$ có $4.A_8^3$ số có dạng $\overline{1a_2a_3a_4a_5}$.

* $a_1 = 3$: + Xếp số 1 vào 1 trong 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 có 4 cách ;

+ Lấy 3 trong 8 số còn lại xếp vào 3 vị trí còn lại có A_8^3 cách.

$\Rightarrow$ có $4.A_8^3$ số có dạng $\overline{3a_2a_3a_4a_5}$.

* $a_1 \neq 1$ và 3 : + a_1 có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số 0, 1, 3).

+ Xếp số 1 và 3 vào 2 trong 4 vị trí còn lại có A_4^2 cách .

+ Lấy 2 trong 7 số còn lại xếp vào 2 vị trí còn lại có A_7^2 cách.

$\Rightarrow$ có $7.A_4^2.A_7^2$ số có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó có mặt 1 và 3 và $a_1 \neq 1$ và 3.

Vậy tất cả có $2.4.a_8^3 + 7.A_4^2.A_7^2 = 6216$.

Câu 7. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau sao cho trong mỗi số đều có mặt hai chữ số 8 và 9.

Lời giải

Gọi số cần lập là $n = \overline{abcd}$, với $d \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$. Xét các trường hợp xảy ra sau :

- Trường hợp 1: $d = 0$, chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách.

Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vậy có $A_3^2.7 = 42$ số.

- Trường hợp 2 : $d = 8$

Nếu $a = 9$, chọn 2 chữ số từ tập $\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ xếp vào hai vị trí $\overline{bc}$ có A_8^2 cách.

Nếu $a \neq 9$, có 2 cách xếp chữ số 9 vào hai vị trí b,c. Vị trí a có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là 0,8,9). Vị trí còn lại có 7 cách (bỏ 3 chữ số là 8,9,a). Vậy có $2.7.7 = 98$ số.

- Trường hợp 3 : $d \in \{2, 4, 6\}$ vậy d có 3 cách chọn. Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí $\overline{abc}$ để xếp hai chữ số 8 và 9 có A_3^2 cách. Vị trí còn lại có 7 cách chọn (bỏ 3 chữ số là d,8,9). Vậy có $3.A_3^2.7 = 126$ số, trong 126 số này có những số chữ số 0 đứng ở vị trí a. Số trường hợp số 0 ở vị trí a là $3.2 = 6$ số.

Kết luận vậy có $42 + A_8^2 + 98 + 126 - 6 = 316$ số cần tìm.

Câu 8. Từ 10 chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số gồm 6 chữ số khác nhau, sao cho trong các chữ số đó có mặt chữ số 0 và 1.

Lời giải

Gọi số cần lập $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}\ (a_1 \neq 0)$

Bước 1: Xếp chữ số 0 vào 1 trong 5 vị trí từ a_2 đến a_6, có 5 cách xếp.

Bước 2: Xếp chữ số 1 vào 1 trong 5 vị trí còn lại (bỏ 1 vị trí chữ số 0 đã chọn), có 5 cách xếp.

Bước 3: Chọn 4 chữ số trong 8 chữ số {2, 3, 4, 5, 6 , 7, 8, 9}để xếp vào 4 vị trí còn lại, có A_8^4 cách.

Theo quy tắc nhân có $5.5.A_8^4 = 42000$ số thỏa yêu cầu.

Câu 9. a). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau đôi một trong đó có mặt chữ số 0 nhưng không có mặt chữ số 1 ?

b). Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 có mặt đúng hai lần, chữ số 3 có mặt đúng ba lần và các chữ số còn lại có mặt không quá một lần ?

Lời giải

a . Dùng 6 ô sau để thiết lập số thỏa điều kiện bài toán :

* Xếp số 0 vào một ô : có 5 cách ;

* Chọn 5 số thuộc tập hợp $\{2;3;4;5;6;7;8;9\}$ và xếp vào 5 ô còn lại có A_8^5 cách.

Vậy ta có $5.A_8^5 = 33600$ số.

b. Dùng 7 ô sau để thiết lập số có 7 chữ số :

* Chọn 2 ô để xếp 2 số 2 : có C_7^2 cách ;

Chọn 3 ô để xếp 3 số 3 : có C_5^3 cách ;

Chọn 2 số (khác 2 và 3) xếp vào 2 ô còn lại : có A_8^2 cách ;

$\Rightarrow$ có $C_7^2.C_5^3.A_8^2 = 11760$ số (có kể số có số 0 đứng đầu).

* Khi số 0 đứng ô thứ nhất , ta có :

$+$ có C_6^2 cách xếp 2 số 2 ;

$+$ có C_4^3 cách xếp 3 số 3 ;

$+$ có 8 cách xếp số vào ô còn lại ;

$\Rightarrow$ có $C_6^2.C_4^3.8 = 480$ số mà chữ số 0 đứng đầu.

Vậy số các số lập được là $13440 - 480 = 11280$.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số có nghĩa, biết rằng chữ số 2 có mặt đúng 2 lần, chữ số 3 có mặt đúng 3 lần, các chữ số còn lại có mặt không quá một lần?

Lời giải

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 7 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_7^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_5^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 số trong 8 số còn lại là {0, 1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} để xếp vào hai vị trí còn lại có A_8^2 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_7^2.C_5^3.A_8^2$ số thỏa mãn, nhưng trong những số này có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_6^2 cách.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 4 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 3, có C_4^3 cách.

Bước 3: Chọn 1 số trong 7 số còn lại là {1, 4, 5, 6, 7, 8, 9} để xếp vào một vị trí còn lại có 7 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_6^2.C_4^3.7 = 420$ số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Kết luận có $C_7^2.C_5^3.A_8^2 - C_6^2.C_4^3.7 = 11340$ số thỏa mãn yêu cầu.

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số, sao cho không có chữ số nào lặp lại đúng 3 lần.

Lời giải

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số tự nhiên cần lập.

• Bước 1: Tìm các số n có bốn chữ số (không chú ý đến điều kiện không có chữ số nào lặp lại đúng 3 lần)

Ta có: 9 cách chọn a_1 $(a_1 \neq 0)$. Mỗi chữ số a_1, a_2, a_3 mỗi số có 10 cách chọn.

Do đó ta có $9.10^3 = 9000$ số có 4 chữ số.

Xét các trường hợp có 1 chữ số lặp lại đúng 3 lần.

Trường hợp 1: Số 0 lặp lại 3 lần. Bắt buộc ba chữ số 0 phải ở vị trí $a_2a_3a_4$, có 1 cách xếp.

Chọn 1 số trong 9 số còn lại để xếp vào vị trí a_1 có 9 cách. Vậy có 9 số có ba chữ số 0.

Trường hợp 2: Mỗi số trong các số từ $\overline{1,9}$ lặp lại 3 lần. Không mất tính tổng quát giả sử chữ số a lặp lại 3 lần, với $a \in \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Bước 1: Chọn 3 trong 4 vị trí của $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ để xếp chữ số a, có C_4^3 cách.

Bước 2: Chọn 1 chữ số trong 9 chữ số còn lại (bỏ số a), để xếp vào vị trí còn lại, có 9 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_4^3.9 = 36$ số, nhưng trong những số này, có những số có chữ số 0 đứng vị trí a_1. Trường hợp $a_1 = 0$ thì 3 vị trí còn lại xếp chữ số a, có 1 cách.

Trong trường hợp 2 có 36 – 1 = 35 số thỏa yêu cầu.

Vậy có $9 + 35.9 = 324$ số có 4 chữ số, trong đó có một chữ số lặp lại đúng 3 lần.

Kết luận vậy có 9000 – 324 = 8676 số có 4 chữ số trong đó không có chữ số nào lặp lại đúng ba lần.

Câu 12. Cho 9 chữ số 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5. Lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số, được rút ra từ 9 chữ số nói trên.

Lời giải

Gọi $n = \overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần lập. Ta có 4 trường hợp:

* $a_i \in \{1,1,2,3,4,5\}$. Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí để xếp hai chữ số 1, có C_6^2 cách. Xếp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí còn lại, có 4! Cách. Vậy có $C_6^2.4! = 360$ số n.

* $a_i \in \{1,1,1,x,y,z\}$, với x, y, z thỏa chọn 3 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 6 vị trí để xếp ba chữ số 1, có C_6^3 cách. Bước 2: Xếp 3 chữ số x, y, z vào 3 vị trí còn lại, có 3! Cách. Bước 3: chọn 3 chữ số x, y, z có, C_4^3 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^3.3!.C_4^3 = 480$ số.

* $a_i \in \{1,1,1,1,x,y\}$ với x, y thỏa chọn 2 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 4 vị trí trong 6 vị trí để xếp bốn chữ số 1, có C_6^4 cách. Bước 2: Xếp 2 chữ số x, y vào 2 vị trí còn lại, có 2! Cách. Bước 3: chọn 2 chữ số x, y có, C_4^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^4.2!.C_4^2 = 180$ số.

* $a_i \in \{1,1,1,1,1,x\}$ với x thỏa chọn 1 chữ số trong 4 chữ số {2 , 3, 4, 5}.

Bước 1: Chọn 5 vị trí trong 6 vị trí để xếp năm chữ số 1, có C_6^5 cách. Bước 2: Xếp 1 chữ số x vào 1 vị trí còn lại, có 1 cách. Bước 3: chọn 1 chữ số x có, C_4^1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_6^5.1.C_4^1 = 24$ số.

Tổng cộng ta có $360 + 480 + 180 + 24 = 1044$ số n.

THÀNH LẬP SỐ CHIA HẾT

Câu 1. Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau và chia hết cho 15.

Lời giải

\+ Gọi số cần tìm là $x = \overline{x_1x_2x_3x_4x_5}$

\+ x chia hết cho 3 khi tổng các số hạng chia hết cho 3 nên các x_i thuộc một trong các tập hợp sau :

$A_1=\{0,1,2,3,6\}$, $A_2=\{0,1,2,4,5\}$, $A_3=\{0,1,2,5,6\}$, $A_4=\{0,2,3,4,6\}$, $A_5=\{0,3,4,5,6\}$,
$A_6=\{1,2,3,4,5\}$, $A_7=\{1,2,4,5,6\}$

\+ X chia hết cho 5 thì

x_5 thuộc A_1, A_4, A_6, A_7 (chỉ có 0 hoặc 5) : có 96 số

Hoặc x_5 thuộc A_2, A_3, A_5, (có 0 và 5) : có 126 số

\+ Vậy có 96+126=222 số.

Câu 2. Cho $A = \{0,1,2,3,4,5\}$, từ các chữ số thuộc tập A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và số đó chia hết cho 3 .

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $\overline{abcde}(a \neq 0)$. Do $\overline{abcde} \vdots 3$ nên $(a+b+c+d+e) \vdots 3$.

Nếu $(a+b+c+d) \vdots 3$ thì $e = 0$ hoặc $e = 3$.

Nếu $(a+b+c+d)$ chia cho 3 dư 1 thì $e = 2$ hoặc $e = 5$.

Nếu $(a+b+c+d)$ chia cho 3 dư 2 thì $e = 1$ hoặc $e = 4$.

Như vậy từ một số có 4 chữ số $\overline{abcd}$ (các chữ số được lấy từ tập A) sẽ tạo được 2 số tự nhiên có 5 chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Từ các chữ số của tập A lập được 5.6.6.6 = 1080 số tự nhiên có 4 chữ số.

Nên từ các chữ số của tập A lập được 2.1080 = 2160 số chia hết cho 3 có 5 chữ số.

Câu 3. Có bao nhiêu số lẻ có 6 chữ số chia hết 9?

Lời giải

Số nhỏ nhất và lớn nhất có 6 chữ số là số lẻ và chia hết cho 9 là 100017 và 999999

Nhận thấy rằng trong đoạn từ 100017 đến 999999 cứ cách nhau 18 đơn vị thì có 1 số chia hết cho 9 là số lẻ .

Vậy số các số thỏa mãn là : $\frac{999999-100017}{18}+1 = 50000$

Câu 4. Từ các số $1,2,3,4,5,6$ có thể thành lập được bao nhiêu số có hai chữ số khác nhau và số đó chia hết cho 6 ?

Lời giải

Số có hai chữ số chia hết cho 6 có dạng $\overline{ab}$ với $b = 2,4,6$.

Nếu $b = 2$ thì $a \in \{1;4\}$ $\Rightarrow$ có 2 số với tận cùng là 2.

Nếu $b = 4$ thì $a \in \{2;5\}$ $\Rightarrow$ có 2 số với tận cùng là 4 ;

Nếu $b = 6$ thì $a \in \{3\}$ $\Rightarrow$ có 1 số với tận cùng là 6.

Vậy có $2+2+1=5$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 5. Cho các số E = {0, 1, 2, 3, 4, 5}. Hỏi có thể thành lập được bao nhiêu số có 3 chữ số không chia hết cho 3 mà các chữ số trong mỗi số là khác nhau đôi một.

Lời giải

Gọi $n = \overline{a_1 a_2 a_3}$ là số cần lập. $N = \overline{a_1 a_2 a_3}$ là số có 3 chữ số bất kì

$N' = \overline{a_1 a_2 a_3}$ là số có 3 chữ số chia hết cho 3. Thì $n = N - N'$

* Tính các số N:có 5 cách chọn số cho a_1 (bỏ chữ số 0). Chọn 2 chữ số trong 5 chữ số còn lại (bỏ 1 chữ số a_1 đã chọn) xếp vào 2 vị trí a_2a_3, có A_5^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $5.A_5^2 = 100$ số N.

* Tính các số N' : Các tập hợp con của E có ba phần tử mà tổng ba phần tử chia hết cho 3 là :

$E_1 = \{0;1;2\}, E_2 = \{0;1;5\}, E_3 = \{0;2;4\}, E_4 = \{0;4;5\}$

$E_5 = \{1;2;3\}, E_6 = \{1;3;5\}, E_7 = \{2;3;4\}, E_8 = \{3;4;5\}$

Từ các tập E_1, E_2, E_3, E_4, mỗi tập ta lập được $2.2!$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Từ các tập E_5, E_6, E_7, E_8, mỗi tập ta lập được $3!$ số có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

Vậy tất cả ta lập được $4.2.2! + 4.3! = 40$ số.

Kết luận có 100 – 40 = 60 số thỏa yêu cầu.

Câu 6. Xét những số gồm 9 chữ số, trong đó có 5 chữ số 1 và bốn chữ số còn lại là 2, 3, 4, 5. Hỏi có bao nhiêu số như thế , nếu:

a).5 chữ số 1 được xếp kề nhau.

b).Các chữ số được xếp tùy ý.

Lời giải

a. $n = \overline{a_1a_2a_3...a_9}$

Dán 5 chữ số 1 lại với nhau thành số X.

Xếp X và 4 chữ số {2, 3, 4, 5}, có $P_5 = 5!$ cách.

b.Ta xét hộc có 9 ô trống

Bước 1: Chọn 5 vị trí trong 9 vị trí để xếp 5 chữ số 1, có C_9^5 cách chon.

Bước 2: Xếp 4 số {2, 3, 4, 5} vào 4 vị trí còn lại, có 4! Cách xếp.

Vậy ta có $C_9^4 \times 4! = 3024$ số thỏa yêu cầu.

Câu 7. Trong các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 3 lần, còn các chữ số khác có mặt đúng 1 lần.

Lời giải

Gọi số cần tìm $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7}\,(a_1 \neq 0)$

Bước 1: Xếp chữ số 0 vào 1 trong 6 vị trí từ a_2 đến a_7 , có 6 cách xếp.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 6 vị trí còn lại để xếp ba chữ số 4, có C_6^3 cách.

Bước 3: Xếp ba chữ số {1, 2, 3} vào ba vị trí còn lại, có 3! Cách.

Theo quy tắc nhân có $6.C_6^3.3! = 720$ số thỏa điều kiện.

Câu 8. Từ 3 chữ số 2, 3, 4 có thể tao ra được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số, trong đó có đủ mặt 3 chữ số nói trên.

Lời giải

Các tập hợp các chữ số sử dụng:

$s_1 = \{2,3,4,2,2\}; s_2 = \{2,3,4,2,3\}; s_3 = \{2,3,4,2,4\}$

$s_4 = \{2,3,4,3,3\}; s_5 = \{2,3,4,3,4\}; s_6 = \{2,3,4,4,4\}$

* xét tập s_1 :xét hộc có 5 ô trống

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí xếp chữ số 2, có C_5^3 cách. Bước 2: 2 vị trí còn lại xếp hai chữ số 3 và 4, có 2! Cách.

Vậy ta có $C_5^3.2! = 20$ số

Tương tự cho s_4, s_6 mỗi trường hợp ta có 20 số n

* $s_2 = \{2,3,4,2,3\}$ xét hộc 5 ô trống:

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí để xếp hai chữ số 2, có C_5^2 cách. Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 3, có C_3^2 cách. Vị trí còn lại xếp chữ số 4.

Vậy ta có $C_5^2.C_3^2.1 = 30$ số

Tương tự cho s_3, s_5 mỗi trường hợp ta có 30 số .

Theo quy tắc cộng ta có $3.20 + 3.30 = 150$ số.

Cách 2:

Trường hợp 1: Số có 5 chữ số, trong đó có 1 chữ số có mặt đúng ba lần, 2 chữ số còn lại mỗi chữ có mặt đúng một lần. (Câu $\overline{aaabc}$ chữ số a có mặt 3 lần, 2 chữ số b và c có mặt đúng 1 lần).

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để xếp chữ số a, có C_5^3 cách. Bước 2: Xếp 2 chữ số còn lại vào 2 vị trí còn lại có 2! Cách. Vậy có $C_5^3.2! = 20$ số chữ số a có mặt đúng 3 lần.

Tương tự cho chữ số b có mặt đúng 3 lần, và chữ số c có mặt đúng 3 lần.

Các khả năng xảy ra của trường hợp 1: 20.3 = 60 số.

Trường hợp 2: Số có 5 chữ số, trong đó có 2 chữ số có mặt đúng 2 lần, chữ số còn lại có mặt đúng một lần. (Câu $\overline{aabbc}$)

Bước 1: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí để xếp chữ số a, có C_5^2 cách. Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 3 vị trí còn lại để xếp 2 chữ số b, có C_3^2 cách. Vị trí còn lại xếp chữ số c, có 1 cách. Vậy có $C_5^2.C_3^2 = 30$ số trong đó có 2 chữ số a, 2 chữ số b và 1 chữ số c.

Hoàn toàn tương tự cho trường hợp : có 2 chữ số a và 2 chữ số c. Có 2 chữ số b và 2 chữ số c.

Các khả năng xảy ra của trường hợp 2: 30.3 = 90 số.

Kết luận có: 60 + 90 = 150 số thỏa yêu cầu.

Câu 9. Có bao nhiêu số gồm 7 chữ số khác nhau đôi một được lập bằng cách dùng 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 sao cho hai chữ số chẵn không đứng liền nhau.

Lời giải

-Dùng 7 chữ số đã cho, ta lập được 7! số có 7 chữ số.

-Trong các số trên có những số có 2 số chẵn liền nhau là $\{2,4\}$

Các trường hợp hai chữ số 2, 4 đứng kề nhau:

Dán hai chữ số 2 và 4 thành chữ số X.

Bước 1: Sắp xếp X và 5 chữ số còn lại có 6! cách.

Bước 2: Ứng với mỗi cách xếp ở bước 1, có 2! cách xếp 2 phần tử trong X.

Vậy có 6!.2! = 1440 số mà 2 chữ số 2 và 4 đứng kề nhau.

Kết luận có 7! – 1440 = 3600 số thỏa yêu cầu.

Câu 10. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số:

a) Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

b) Có 9 chữ số sao cho chữ số 0 có mặt 2 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

a)

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề bài.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp 3 chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Xếp 3 chữ số số còn lại vào 3 ô còn lại, có $3!$ cách.

Vậy có $C_8^3.C_5^2.3!$ số thỏa yêu cầu, nhưng có những số có chữ số 0 đứng vị trí đầu tiên.

Trường hợp số 0 ở ô thứ nhất.

Bước 1: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại, xếp 3 chữ số 1, có C_7^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 ô trong 4 ô còn lại, xếp 2 chữ số 4, có C_4^2 cách.

Bước 3: Xếp hai chữ số còn lại vào 2 ô còn lại, có $2!$ cách.

Vậy có: $C_7^3.C_4^2.2!$ số mà chữ số 0 ở vị trí đầu tiên.

Kết luận có: $C_8^3.C_5^2.3! - C_7^3.C_4^2.2! = 2940$ số thỏa yêu cầu.

b)

Xếp số vào 9 ô trống thỏa yêu cầu đề bài:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 8 ô (bỏ ô đầu tiên) để xếp hai chữ số 0, có C_8^2 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 ô trong 7 ô còn lại để xếp ba chữ số 2, có C_7^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 2 chữ số 3, có C_4^2 cách chọn.

Bước 4: Hai ô còn lại xếp 2 chữ số còn lại, có 2! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có:

$C_8^2.C_7^3.C_4^2.2! = 11760$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 11. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 có thể lập được bao nhiêu số có 12 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt đúng 2 lần; chữ số 6 có mặt đúng 4 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

Xếp số vào 12 ô trống thỏa yêu cầu bài toán:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 12 ô để xếp hai chữ số 5, có C_{12}^{2} cách.

Bước 2: Chọn 4 ô trong 10 ô còn lại để xếp 4 chữ số 6, có C_{10}^{4} cách.

Bước 3: 6 ô còn lại được xếp bởi 6 chữ số còn lại, có 6! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có: $C_{12}^{2}.C_{10}^{4}.6!=9979200$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 12. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số trong đó chữ số 5 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Lời giải

Xếp số vào 8 ô trống thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 3 ô trong 8 ô để xếp ba chữ số 5, có C_{8}^{3} cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_{7}^{3}.4!$ số.

Vậy có: $C_{8}^{3}.5!-C_{7}^{3}.4!=5880$ số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 13. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 có thể lập được bao nhiêu số có 7 chữ số trong đó chữ số 4 có mặt đúng 2 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần và các số này không bắt đầu bằng số 12.

Lời giải

Xếp số vào 7 ô thỏa yêu cầu đề:

Bước 1: Chọn 2 ô trong 7 ô để xếp 2 chữ số 4, có C_{7}^{2} cách.

Bước 2: Xếp 5 chữ số còn lại vào 5 ô còn lại có 5! Cách xếp.

Theo quy tắc nhân có : $C_{7}^{2}.5!=2520$ số cần tìm, nhưng trong những số này có những số bắt đầu bằng 12.

*Những số bắt đầu bằng 12:

1	2					

Bước 1: Chọn 2 ô trong 5 ô còn lại để xếp 2 chữ số 4, có C_{5}^{2} cách.

Bước 2: Xếp 3 chữ số còn lại gồm $\{3,5,6\}$ vào 3 vị trí còn lại, có 3! Cách.

Vậy có: $C_{5}^{2}.3!$ số bắt đầu bởi 12.

Kết luận: có $C_{7}^{2}.5!-C_{5}^{2}.3!=2460$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 14. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số:

a). Có 8 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 2 lần, các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

b). Có 10 chữ số sao cho chữ số 1 có mặt 1 lần, chữ số 2 có mặt 3 lần, chữ số 3 có mặt 2 lần các chữ số còn lại nếu có mặt thì có mặt không quá 1 lần.

Lời giải

a). Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$.

Bước 1: Chọn 3 vị trí trong 8 vị trí để xếp ba chữ số 1, có C_8^3 cách.

Bước 2: Chọn 2 vị trí trong 5 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 4, có C_5^2 cách.

Bước 3: Chọn 3 chữ số trong 7 chữ số $\{2,3,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 3 vị trí còn lại, có A_7^3 cách.

Theo quy tắc nhân có: $C_8^3.C_5^2.A_7^3=117600$ số thỏa yêu cầu đề.

b). Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9a_{10}}$.

Bước 1: Chọn 1 vị trí trong 10 vị trí để xếp chữ số 1, có 10 cách chọn.

Bước 2: Chọn 3 vị trí trong 9 vị trí còn lại để xếp 3 chữ số 2, có C_9^3 cách.

Bước 3: Chọn 2 vị trí trong 6 vị trí còn lại để xếp hai chữ số 3, có C_6^2 cách.

Bước 4: Chọn 4 chữ số trong 6 chữ số $\{4,5,6,7,8,9\}$ để xếp vào 4 vị trí còn lại, có A_6^4 cách.

Theo quy tắc nhân có: $10.C_9^3.C_6^2.A_6^4=4536000$ số thỏa yêu cầu đề.

Câu 15. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có bao nhiêu số gồm 6 chữ số phân biệt mà :

a. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

b. Các chữ số chẵn đứng cạnh nhau và các chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

Lời giải

a . Đặt $a=024$; $b=042$; $c=204$; $d=240$; $e=420$; $f=402$.

Từ $\{a;1;3;5\}$ ta lập được $3.3!=18$ số ;

Từ $\{b;1;3;5\}$ ta lập được $3.3!=18$ số ;

Từ $\{c;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số ;

Từ $\{d;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số ;

Từ $\{e;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số ;

Từ $\{f;1;3;5\}$ ta lập được $4!=24$ số .

Vậy ta có tất cả là $2.18+4.4!=132$ số có 6 chữ số phân biệt mà các chữ số chẵn ở cạnh nhau.

b. Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Ta có các trường hợp sau :

TH1 : $a_1;a_2;a_3$ là số chẵn, ba số sau là các số lẻ :

* a_1 có 2 cách chọn ;

* $\overline{a_2a_3}$ có $2!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $2.2!.3!=24$ số.

TH2 : $a_1;a_2;a_3$ là số lẻ, ba số sau là các số chẵn :

* $\overline{a_1a_2a_3}$ có $3!$ cách chọn ;

* $\overline{a_4a_5a_6}$ có $3!$ cách chọn.

$\Rightarrow$ ta được $3!.3!=36$ số.

Vậy ta có tất cả $24+36=60$ số thỏa bài toán.

TÌM TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN THỎA ĐIỀU KIỆN BÀI TOÁN VÀ TÍNH TỔNG TẤT CẢ CÁC SỐ TỰ NHIÊN VỪA TÌM ĐƯỢC

Câu 1. Tính tổng tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được lập từ 6 chữ số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Lời giải

Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một lập từ 6 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8. Xét $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}\in X$.

Nếu chọn $a_5=1$ thì $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ ứng với một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử 3, 4, 5, 7, 8 $\Rightarrow$ có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 1.

Tương tự có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 3, có A_5^4 số có chữ số hàng đơn vị là 4, ...

Suy ra tổng tất cả chữ số hàng đơn vị của các phần tử $x\in X$ là: $\left(1+3+4+5+7+8\right).A_5^4=3360$

Lập luận tương tự, tổng tất cả chữ số hàng chục của các phần tử $x\in X$ là: 3360.10,...

Vậy tổng tất cả các phần tử của X là :

$S=3360+3360.10+3360.100+3360.1000+3360.10000=3360.11111=3732960$.

Câu 2. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số phân biệt, các chữ số đều lớn hơn 4. Tính tổng các số tự nhiên đó.

Lời giải

Mỗi số thỏa bài toán là một hoán vị của 5 chữ số 5, 6, 7, 8, 9 $\Rightarrow$ có $5!=120$ số thỏa bài toán.

Gọi E là tập gồm 120 số lập được. Ta có: $x=\overline{abcde}\in E$ thì $y=\overline{a'b'c'd'e'}$ cũng thuộc E, trong đó $a'=14-a;b'=14-b;...;e'=14-e$. Vậy trong E có tất cả 60 cặp $(x;y)$ thỏa :

$$x+y=155554 .$$

$\Rightarrow$ tổng các số thuộc E là $S=155554.60=9333240$.

Câu 3. Tính tổng của tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau đôi một được thành lập từ các số 1, 3, 4, 5, 7, 8.

Lời giải

Từ 6 chữ số trên ta lập được $A_6^5=720$ số có 5 chữ số khác nhau. Ta có :

- Số có dạng $\overline{abcd1}$: có A_5^4 số ;
- Số có dạng $\overline{abcd3}$: có A_5^4 số ;
- Số có dạng $\overline{abcd4}$: có A_5^4 số ;
- Số có dạng $\overline{abcd5}$: có A_5^4 số ;
- Số có dạng $\overline{abcd7}$: có A_5^4 số ;
- Số có dạng $\overline{abcd8}$: có A_5^4 số ;

$\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

Tương tự ta cũng có :

- Tổng các chữ số hàng chục của 720 số trên là : $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$
- Tổng các chữ số hàng trăm của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$
- Tổng các chữ số hàng ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$
- Tổng các chữ số hàng chục ngàn của 720 số trên là: $(1+3+4+5+7+8)A_5^4=3360$

Vậy tổng của 720 số lập được là $S = 3360(1+10+10^2+10^3+10^4) = 37332960$

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 lập được bao nhiêu số gồm 5 chữ số phân biệt ? Tính tổng các số này.

Lời giải

Số các số có 5 chữ số phân biệt lập được là $5! = 120$ số. Gọi E là tập hợp 120 số trên.

Ta có : nếu $x = \overline{abcde} \in E$ thì $y = \overline{(6-a)(6-b)(6-c)(6-d)(6-e)} \in E$. Do đó trong E có 60 cặp $(x;y)$ thỏa $x+y = 66666$. Vậy tổng 120 số trong E là $66666.60 = 3999960$.

Tính tổng của các số có 4 chữ số phân biệt.

Lời giải

Gọi A là tập các số lập được. Trong đó :

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{abc0}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc1}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{abc9}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng đơn vị trong các số thuộc A là

$$S_0 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (đơn vị)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{ab0d}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab1d}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{ab9d}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng chục trong các số thuộc A là

$$S_1 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (chục)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{a0cd}$, $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a1cd}$, … … , $8A_8^2$ số có dạng $\overline{a9cd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng trăm trong các số thuộc A là

$$S_2 = 8A_8^2(1+2+...+8+9) = 20160 \text{ (trăm)}$$

– Có A_9^3 số có dạng $\overline{1bcd}$, … … , A_9^3 số có dạng $\overline{9bcd}$ $\Rightarrow$ tổng các chữ số ở hàng ngàn trong các số thuộc A là

$$S_3 = A_9^3(1+2+...+8+9) = 22680 \text{ (ngàn)}$$

Vậy tổng cần tìm là $22680.10^3 + 20160.(10^2+10+1) = 24917760$.

Câu 5. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm hai chữ số khác nhau? Tính tổng của tất cả các số đó.

Lời giải

• Gọi $\overline{ab}$ là số tự nhiên phải tìm $\Rightarrow$ a $\neq$ 0

Do $\overline{ab}$ chẵn nên b $\in$ {0, 2, 4, 6, 8}

Có 2 trường hợp:

* Nếu b = 0 thì a $\in$ {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} $\Rightarrow$ có 9 cách chọn a.

$\Rightarrow$ có 9 số $\overline{a0}$

* Nếu b $\neq$ 0 thì b $\in$ {2, 4, 6, 8} $\Rightarrow$ có 4 cách chọn b. Khi đó có 8 cách chọn a.

$\Rightarrow$ có 4.8 = 32 số $\overline{ab}$

Vậy tất cả có: 9 + 32 = 41 số cần tìm.

• Đặt S là tổng của 41 số đó.

S = (10 + 12 + 14 + … + 96 + 98) – (22 + 44 + 66 + 88)

$= 45.\dfrac{10+98}{2} - 10.22 = 45.54 - 220 = 2210.$

TÌM SỐ ƯỚC SỐ CỦA MỘT SỐ TỰ NHIÊN

Công thức tổng quát tìm ước số dương của một số X

Phân tích X về thừa số nguyên tố giả sử: $X = A^a B^b C^c D^d E^e$ ***(A, B, C, D, E là các số nguyên tố). Tổng tất cả các ước số của X là*** $(a+1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)$

Câu 1.

a. Tìm số các ước số dương của số $A = 2^3.3^4.5^7.7^6$.

b. Tìm số các ước số dương của số 490000.

Lời giải

a . Mỗi ước số dương của A có dạng $U = 2^m.3^n.5^p.7^q$ trong đó m, n, p, q $\in Z$, $0 \le m \le 3, 0 \le n \le 4, 0 \le p \le 7, 0 \le q \le 6$. Do đó : m có 4 cách chọn, n có 5 cách chọn, p có 8 cách chọn, q có 7 cách chọn. Suy ra có $4.5.8.7 = 1120$ ước số dương của A.

b. Vì $B = 490000 = 7^2.10^4 = 2^4.5^4.7^2$. Vì các ước số dương của B có dạng $U = 2^m.5^n.7^p$ trong đó $m, n, p \in Z, 0 \le m \le 4, 0 \le n \le 4, 0 \le p \le 2$. Tương tự câu a, ta suy ra có $5.5.3 = 75$ ước số dương của B.

Câu 2. Số 35280 có bao nhiêu ước số?

Lời giải

Ta có: $35280 = 2^4.3^2.7^2.5^1$

Do đó các ước số của 35280 phải có dạng $2^x.3^y.7^z.5^t$

Nên:

5 cách chọn số thứ nhất 2^x(vì $x \in \{0,1,2,3,4\}$)

3 cách chọn số thứ hai 3^y (vì $y \in \{0,1,2\}$)

3 cách chọn số thứ ba 7^z (vì $z \in \{0,1,2\}$)

2 cách chọn số thứ tư 5^t (vì $t \in \{0,1\}$)

Vậy ta có: $5 \times 3 \times 3 \times 2 = 90$ ước số của 35280.

Câu 3. Số A = 1078000 có bao nhiêu ước số?

Lời giải

Ta có: $1078000 = 11.7^2.2^4.5^3$

Mỗi ước số dương của A có dạng $U = 11^x.7^y.2^z.5^t$ trong đó x, y, z, t $\in Z$ và $0 \le x \le 1, 0 \le y \le 2, 0 \le z \le 4, 0 \le t \le 3$. Do đó :

x có 2 cách chọn, y có 3 cách chọn, z có 5 cách chọn, t có 4 cách chọn. Suy ra có $2.3.5.4 = 120$ ước số dương của A.

Có bao nhiêu số tự nhiên X có 5 chữ số khác nhau và nhất thiết phải có chữ số 1 và X chia hết cho 2.

Lời giải

Gọi số cần tìm $\overline{abcde}, (a \ne 0)$

Trường hợp 1: $e = 0$

Bước 1: Chọn 1 trong 4 vị trí $\overline{abcd}$ để xếp chữ số 1, có 4 cách.

Bước 2: Chọn 3 chữ số trong các chữ số {2,3,4,5,6,7,8,9} để xếp vào 3 vị trí còn lại, có A_8^3 cách.

Vậy có 4. A_8^3 số.

Trường hợp 2: $e \in \{2,4,6,8\}$ vậy e có 4 cách chọn.

- Xét $a = 1$: Chọn 3 chữ số trong 8 chữ số còn lại (bỏ 1 số e chọn và chữ số 1), để xếp vào 3 vị trí b,c,d có A_8^3. Vậy có $4.A_8^3$ số.
- Xét $a \ne 1$: Vậy a có 7 cách chọn (bỏ chữ số 1, 0 và 1 số e đã chọn). Chọn 1 trong 3 vị trí b,c,d để xếp chữ số 1, có 3 cách chọn. sau đó chọn 2 chữ số trong 7 chữ số còn lại (bỏ 1

chữ số a đã chọn, và chữ số 1 và một chữ số e đã chọn) để xếp vào 2 vị trí còn lại, có A_7^2 cách.

Vậy có $4.7.3.\mathrm{A}_7^2$ cách.

Kết luận có $4.A_8^4+4.A_8^3+4.7.3.\mathrm{A}_7^2=11592$ số cần tìm.

Câu 4. Cho tập hợp $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$.

a). Tìm số tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1.
b). Tìm các số tự nhiên chẵn có chứa 4 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A.
c). Tìm các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lấy từ A và chia hết cho 3.

Lời giải

a). Gọi $B=A\setminus\{0;1\}=\{2;3;4;5;6\}$.

Số tập hợp con của B không có phần tử nào là: $C_5^0=1$; Số tập hợp con của B có 1 phần tử là: $C_5^1=5$

Số tập hợp con của B có 2 phần tử là: $C_5^2=10$; Số tập hợp con của B có 3 phần tử là: $C_5^3=10$

Số tập hợp con của B có 4 phần tử là : $C_5^4=5$; Số tập hợp con của B có 5 phần tử là: $C_5^5=1$

Mỗi tập hợp con của B ta thêm phần tử 0 thì được tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1.
Vậy: Số tập hợp con của A chứa 0 và không chứa 1 là:$1+5+10+10+5+1=32$.

b). Gọi số tự nhiên chẵn có 4 chữ số lấy từ A là: $x=\overline{abcd}.(a,b,c,d\in A)$. Vì x chẵn nên $d\in\{0;2;4;6\}$

. Trường hợp I: d=0: có 1 cách chọn;

Có A_6^3 cách chọn $a,b,c,d\in\{1;2;3;4;5;6\}$ theo thứ tự $\Rightarrow$số các số chẵn trong TH này là: $1.A_6^3=120$ số

.Trường hợp II: $d\neq 0:d\in\{2;4;6\}$ có 3 cách chọn. Có 5 cách chọn a (vì $a\neq 0$ và $a\neq d$)

Có A_5^2 cách chọn b,c $\in A\setminus\{a;d\}$ theo thứ tự $\Rightarrow$ số các số chẵn trong TH này là: 3.5. $A_5^2=300$

Vậy: số các số chẵn có 4 chữ số khác nhau lấy từ A là: 120+300=420 số.

c). Gọi số có 3 chữ số lấy từ A là: x=$\overline{abc}(a,b,c\in A)$. Số có 3 chữ số chia hết cho 3 có tổng 3 chữ số chia hết cho 3. Các tập con 3 phần tử của A có tổng chia hết cho 3 là:

$\{0;1;2\};\{0;1;5\};\{0;2;4\};\{0;3;6\};\{0;4;5\};$

$\{1;2;3\};\{1;2;6\};\{1;3;5\};\{1;5;6\};\{2;3;4\};\{2;4;6\};\{3;4;5\};\{4;5;6\}$

. Xét các tập có chữ số 0: có 5 tập hợp. Số cách chọn a là 2(vì $a\neq 0$) . Số cách chọn b,c là 2!=2 (còn 2 chữ số $\neq 0$)

$\Rightarrow$ số các số có 3 chữ số lấy từ mỗi tập 3 chữ số có chữ số 0 là $2\times 2=4$

$\Rightarrow$ số các số chia hết cho 3 trong TH này là: $5\times 4=20$

. Xét các tập không có chữ số o: có 8 tập hợp. Số các số có 3 chữ số lấy từ tập 3 chữ số không có chữ số 0 là 3!=6

$\Rightarrow$ số các số chia hết cho 3 trong TH này là: $8\times 6=48$

Vậy: số các số có 3 chữ số khác nhau lấy từ A và chia hết cho 3 là: 20+48=68

Câu 5. Từ các chữ số 0;1;2;3;4;5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên x, biết rằng x khác 0; x chia hết cho 6 và $x<3.10^7$ (một số tự nhiên không bắt đầu bằng chữ số 0).

Lời giải

Ta có $x < 3.10^7$ =30.000.000 nên x có tối đa 8 chữ số. Để dễ đếm, nếu x có chữ số nhỏ hơn 8, ta thêm các chữ số 0 vào bên trái của x cho đủ 8 chữ số, như thế ta xem x là 1 số có 8 chữ số lấy từ 0;1;2;3;4;5.

X chia hết cho 6 nên x là số chẵn và chia hết cho 3.

$x = \overrightarrow{a_1a_2a_3...a_7a_8.}$ Trước hết ta đếm từ a_1 đến a_6 và a_8 là chữ số chẵn; chừa lại a_7 sẽ đếm sau

Có 3 cách chọn $a_1\left(a_1 < 3\right)$; có 3 cách chọn $a_8\left(a_8 \in \{0;2;4\}\right)$; có 6 cách chọn a_2 …..; có 6 cách chọn a_6

Xét tổng: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$, ta có 3 trường hợp:

Trường hợp 1: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3: chọn a_7 là 0 hay 3: có 2 cách chọn;

Trường hợp 2: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3 dư 1: chọn a_7 là 2 hay 5: có 2 cách chọn;

Trường hợp 3: $a_1 + a_2 + ... + a_6 + a_8$ chia hết cho 3 dư 2: chọn a_7 là 1 hay 4: có 2 cách chọn;

Như vậy a_7 luôn luôn có 2 cách chọn.

Vậy: số các số x chia hết cho 6 và $x < 3.10^7$ là: $3.3.6^5.2 = 139968$ số

Mà: $x \neq 0$ nên số các số x cần tìm là: 139968 -1= 139967 số.

CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 2, 3: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

Câu 2: Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 3: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 4: Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau:

A. $A_n^k=k!C_n^{n-k}$. **B.** $C_n^k=k.A_n^k$. **C.** $A_n^k=k.C_n^k$. **D.** $C_n^k=k!A_n^k$.

Câu 5: Cho k, n $(k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A_n^k=k!.C_n^k$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{k!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=n!.C_n^k$.

Câu 6: Có bao nhiêu số có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a,b,c\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$.

A. 30. **B.** 20. **C.** 120. **D.** 40.

Câu 7: Có n phần tử lấy ra k phần tử đem đi sắp xếp theo một thứ tự nào đó,mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là:

A. C_n^k **B.** A_k^n **C.** A_n^k **D.** P_n.

Câu 8: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4^4.

Câu 9: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8. **B.** A_{10}^2. **C.** C_{10}^2. **D.** 10^2.

Câu 10: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Câu 11: Cho $A=\{1,2,3,4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32. **B.** 24. **C.** 256. **D.** 18.

Câu 12: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

A. 60. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 48.

Câu 13: Từ tập $X = \{2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

Câu 14: Nhân dịp lễ sơ kết học kì I, để thưởng cho ba học sinh có thành tích tốt nhất lớp cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ngẫu nhiên ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 10^3. **D.** $3.C_{10}^3$.

Câu 15: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Câu 16: Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36.

Câu 17: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. A_7^3. **B.** C_7^3. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7!}{3!}$.

Câu 18: Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^n.

Câu 19: Tập A gồm n phần tử $(n > 0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

Câu 20: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** 9^5. **C.** C_9^5. **D.** A_9^5.

Câu 21: Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $C_{20}^2 C_{18}^1$. **D.** $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Câu 22: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m , theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. A_{11}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** $A_{11}^2.5!$. **D.** C_{10}^5.

Câu 24: Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

A. 336. **B.** 56. **C.** 168. **D.** 84.

Câu 25: Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 26: Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Câu 27: Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** 30. **D.** 10^3.

Câu 28: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440. **B.** 120. **C.** 462. **D.** 39916800.

Câu 29: Cho tập hợp $S=\{1;2;3;4;5;6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Câu 30: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

Câu 31: Cho tập $M=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Câu 32: Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Câu 33: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

Câu 34: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Câu 35: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5+C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Câu 36: Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Câu 37: Cho tập hợp $M=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M và không chứa phần tử 1 là

A. C_{10}^2. **B.** A_9^2. **C.** 9^2. **D.** C_9^2.

Câu 38: Từ tập $A=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau

A. $5!$. **B.** C_7^5. **C.** A_7^5. **D.** 7^5.

Câu 39: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170. **B.** 160. **C.** 190. **D.** 360.

Câu 40: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Câu 41: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Câu 42: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2+C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

Câu 43: Số cách sắp xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài có 5 ghế là:

A. $4!$. **B.** 5. **C.** 1. **D.** $5!$.

Câu 44: Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Câu 45: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số cách chọn ra hai phần tử của M và sắp xếp thứ tự hai phần tử đó là.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_{10}^2+2!$. **D.** $A_{10}^2+2!$.

Câu 46: Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải?

A. 3766437. **B.** 3764637. **C.** 3764367. **D.** 3764376.

Câu 47: Cho tập $A=\{0,1,\ 2,\ \ldots,\ 9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Câu 48: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

A. 249. **B.** 7440. **C.** 3204. **D.** 2942.

Câu 49: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

Câu 50: Cho mặt phẳng chứa đa giác đều (H) có 20 cạnh. Xét tam giác có 3 đỉnh được lấy từ các đỉnh của (H). Hỏi có bao nhiêu tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H).

A. 1440. **B.** 360. **C.** 1120. **D.** 816.

Câu 51: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 37 điểm này.

A. 5690. **B.** 5960. **C.** 5950. **D.** 5590.

Câu 52: Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là:

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

Câu 53: Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** 55.

Câu 54: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 15$. **B.** $n = 27$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 18$.

Câu 55: Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

Câu 56: Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

Câu 57: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

Câu 58: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Câu 59: Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520. **B.** 50000. **C.** 4500. **D.** 2296.

Câu 60: Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Câu 61: Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Câu 62: Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018. **B.** $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$. **C.** $C_{2017}^2.C_{2018}^2$. **D.** $2017 + 2018$.

Câu 63: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 120. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 20.

Câu 64: Một tổ có 6 học sịnh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$. **B.** $C_6^2C_{13}^4$. **C.** $A_6^2A_9^4$. **D.** $C_6^2C_9^4$.

Câu 65: Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người, một người làm tổ trưởng, một tổ phó và một thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 220. **B.** $12!$. **C.** 1320. **D.** 1230.

Câu 66: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng.

Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180. **B.** 150. **C.** 120. **D.** 60.

Câu 67: Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

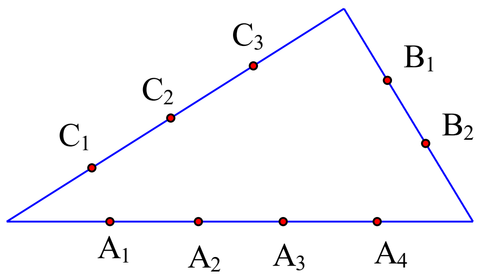
Câu 68: Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

A. 13800. **B.** 5600. **C.** Một kết quả khác. **D.** 6900.

Câu 69: Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

A. 245. **B.** 3480. **C.** 336. **D.** 251.

Câu 70: Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?



A. 79. **B.** 48. **C.** 55. **D.** 24.

Câu 71: Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

Câu 72: Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10}.C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10}+C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10}.A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10}+A_8^4$.

Câu 73: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Câu 74: Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

Câu 75: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3.

Câu 76: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Câu 77: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 60. **B.** 96. **C.** 36. **D.** 100.

Câu 78: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế. Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2$. **B.** $4!.4!.2^4$. **C.** $4!.2$. **D.** $4!.4!$.

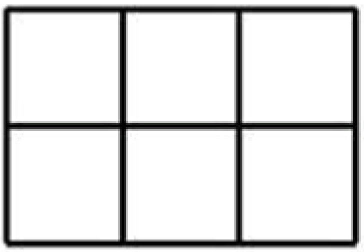
Câu 79: Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt. Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 182. **B.** 91. **C.** 196. **D.** 140.

Câu 80: Cho tập A gồm 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn?

A. $2^{19}-1$. **B.** $2^{20}-1$. **C.** 2^{20}. **D.** 2^{19}.

Câu 81: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Câu 82: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

Câu 83: Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Câu 84: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Câu 85: Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT A, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^{7}C_{9}^{3}$. **B.** $C_{15}^{6}C_{9}^{4}$. **C.** $C_{15}^{3}C_{9}^{4}$. **D.** C_{30}^{2}.

Câu 86: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60. **B.** 120. **C.** 12960. **D.** 90.

Câu 87: Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Câu 88: Thầy A có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Câu 89: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Câu 90: Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

A. 168. **B.** 156. **C.** 132. **D.** 182.

Câu 91: Một lớp học có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh đó có ít nhất một cán sự lớp.

A. 23345. **B.** 9585. **C.** 12455. **D.** 9855.

Câu 92: Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 48. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 36.

Câu 93: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Câu 94: Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108

Câu 95: Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

A. 80640 **B.** 108864 **C.** 145152 **D.** 217728

Câu 96: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

Câu 97: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9.$ Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Câu 98: Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn $100°$?

A. $2018.C_{897}^{3}$. **B.** C_{1009}^{3}. **C.** $2018.C_{895}^{3}$. **D.** $2018.C_{896}^{2}$.

CHƯƠNG V

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 2, 3: HOÁN VỊ – CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

Lời giải

Ta có: $A_7^4=\dfrac{7!}{3!}=840$.

Câu 2: Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Câu hỏi lí thuyết.

Câu 3: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Câu hỏi lí thuyết.

Câu 4: Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau:

A. $A_n^k=k!C_n^{n-k}$. **B.** $C_n^k=k.A_n^k$. **C.** $A_n^k=k.C_n^k$. **D.** $C_n^k=k!A_n^k$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!} \\ C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!} \end{cases} \Rightarrow A_n^k=k!C_n^{n-k};\ \forall n,k\in\mathbb{N},\ 0\le k\le n$.

Câu 5: Cho k, n $(k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A_n^k=k!.C_n^k$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=n!.C_n^k$.

Lời giải

Theo định nghĩa về tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị, $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!} = k!\cdot\dfrac{n!}{k!(n-k)!} = k!C_n^k \neq n!C_n^k$

Câu 6: Có bao nhiêu số có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a,b,c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$.

A. 30. **B.** 20. **C.** 120. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét $a,b,c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài ra bằng số các tổ hợp chập 3 của 6 phần tử thuộc tập hợp $\{1,2,3,4,5,6\}$.

Vậy có $C_6^3 = 20$ số.

Câu 7: Có n phần tử lấy ra k phần tử đem đi sắp xếp theo một thứ tự nào đó,mà khi thay đổi thứ tự ta được cách sắp xếp mới. Khi đó số cách sắp xếp là:

A. C_n^k **B.** A_k^n **C.** A_n^k **D.** P_n.

Lời giải

Do mỗi cách lấy k trong n phần thử rồi sắp thứ tự ta được một chỉnh hợp chập k của n phần tử nên tất cả các chỉnh hợp là A_n^k

Câu 8: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4^4.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4 là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy số các số cần tìm là: $4! = 24$ số.

Câu 9: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8. **B.** A_{10}^2. **C.** C_{10}^2. **D.** 10^2.

Lời giải

Số tập con gồm 2 phần tử của M là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M. Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^2.

Câu 10: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 11: Cho $A = \{1,2,3,4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32. **B.** 24. **C.** 256. **D.** 18.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử.

Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

Câu 12: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

A. 60. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 48.

Lời giải

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử.

Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

Câu 13: Từ tập $X = \{2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$.

Câu 14: Nhân dịp lễ sơ kết học kì I, để thưởng cho ba học sinh có thành tích tốt nhất lớp cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ngẫu nhiên ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 10^3. **D.** $3.C_{10}^3$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách rồi phát cho 3 học sinh có: A_{10}^3 cách.

Câu 15: Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Lời giải

Số cách chọn 3 người bất kì trong 30 là: C_{30}^3.

Câu 16: Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là

A. P_6. **B.** C_6^2. **C.** A_6^2. **D.** 36.

Lời giải

Số véc-tơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu, điểm cuối là hai trong 6 đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là A_6^2.

Câu 17: Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. A_7^3. **B.** C_7^3. **C.** 7. **D.** $\dfrac{7!}{3!}$.

Lời giải

Chọn ba phần tử trong tập hợp bẩy phần tử để tạo thành một tập hợp mới là tổ hợp chập ba của bẩy phần tử C_7^3.

Câu 18: Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^n.

Lời giải

Sô hoán vị của tập có n phần tử bằng $n!$.

Câu 19: Tập A gồm n phần tử $(n>0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

Lời giải

Số tập con gồm k phần tử của tập A là C_n^k.

Số tất cả các tập con của tập A là $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^k+\cdots+C_n^n=(1+1)^n=2^n$.

Câu 20: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** 9^5. **C.** C_9^5. **D.** A_9^5.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 21: Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $C_{20}^2C_{18}^1$. **D.** $C_{20}^1C_{18}^1$.

Lời giải

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một đôi nam nữ là $C_{20}^1C_{18}^1$.

Câu 22: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Lời giải

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2.

Câu 23: Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. A_{11}^5. **B.** C_{11}^5. **C.** $A_{11}^2.5!$. **D.** C_{10}^5.

Lời giải

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5.

Câu 24: Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

A. 336. **B.** 56. **C.** 168. **D.** 84.

Lời giải

Có $C_8^3=56$ tam giác.

Câu 25: Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Số cách lấy ra hai viên bi là $C_5^2 = 10$.

Câu 26: Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Lời giải

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 27: Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^3. **B.** C_{10}^3. **C.** 30. **D.** 10^3.

Lời giải

Số tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập hợp gồm 10 phần tử ban đầu là tổ hợp chập 3 của 10. Đáp án C_{10}^3.

Câu 28: Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440. **B.** 120. **C.** 462. **D.** 39916800.

Lời giải

Số cách chọn của huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^5 = 55440$.

Câu 29: Cho tập hợp $S = \{1;2;3;4;5;6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 30: Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Số cách phân công là $C_{10}^3 = 120$.

Câu 31: Cho tập $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là A_9^4.

Câu 32: Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Lời giải

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3.

Câu 33: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

Lời giải

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 34: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Lời giải

Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là: C_{15}^3.

Câu 35: Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam và 16 học sinh nữ là

A. $C_{25}^5 + C_{16}^5$. **B.** C_{25}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** C_{41}^5.

Lời giải

Chọn 5 học sinh trong lớp có 41 học sinh là số tập con có 5 phần tử chọn trong 41 phần tử nên số cách chọn là C_{41}^5.

Câu 36: Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Lời giải

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3.

Câu 37: Cho tập hợp $M=\{0;\,1;\,2;\,3;\,4;\,5;\,6;\,7;\,8;\,9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M và không chứa phần tử 1 là

A. C_{10}^2. **B.** A_9^2. **C.** 9^2. **D.** C_9^2.

Lời giải

Câu 38: Từ tập $A=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau

A. $5!$. **B.** C_7^5. **C.** A_7^5. **D.** 7^5.

Lời giải

Số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được là: A_7^5 số.

Câu 39: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170. **B.** 160. **C.** 190. **D.** 360.

Lời giải

Số đoạn thẳng là $C_{20}^2 = 190$.

Câu 40: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Do đó, số các số tự nhiên cần tìm bằng $A_6^4 = 360$.

Câu 41: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Lời giải

Số cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $P_6 = 6! = 720$ cách.

Câu 42: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2 + C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

Lời giải

Cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam là $C_6^2.C_9^3$.

Câu 43: Số cách sắp xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài có 5 ghế là:

A. $4!$. **B.** 5. **C.** 1. **D.** $5!$.

Lời giải

Số cách sắp xếp là hoán vị của 5 phần tử $\to$ $5!$.

Câu 44: Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Lời giải

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$ là A_9^3.

Câu 45: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số cách chọn ra hai phần tử của M và sắp xếp thứ tự hai phần tử đó là.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_{10}^2 + 2!$. **D.** $A_{10}^2 + 2!$.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 phần tử từ 10 phần tử và sắp xếp theo một thứ tự là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^2 cách chọn.

Câu 46: Trong một dạ hội cuối năm ở một cơ quan, ban tổ chức phát ra 100 vé xổ số đánh số từ 1 đến 100 cho 100 người. Xổ số có 4 giải: 1 giải nhất, 1 giải nhì, 1 giải ba, 1 giải tư. Kết quả là việc công bố ai trúng giải nhất, giải nhì, giải ba, giải tư. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể nếu biết rằng người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải?

A. 3766437. **B.** 3764637. **C.** 3764367. **D.** 3764376.

Lời giải.

Nếu người giữ vé số 47 trúng một trong bốn giải thì:

- Người giữ vé số 47 có 4 cách chọn giải.
- Ba giải còn lại ứng với một chỉnh hợp chấp 3 của 99 phần tử, do đó ta có $A_{99}^3 = 941094$ cách.

Vậy số kết quả bằng $4 \times A_{99}^3 = 4 \times 941094 = 3764376$ kết quả.

Câu 47: Cho tập $A = \{0, 1, 2, \ldots, 9\}$. Số các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau lấy ra từ tập A là?

A. 30420. **B.** 27162. **C.** 27216. **D.** 30240.

Lời giải.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcde}, a \neq 0$.

- Chọn a có 9 cách.
- Chọn b, c, d, e từ 9 số còn lại có $A_9^4 = 3024$ cách.

Vậy có $9 \times 3024 = 27216$.

Câu 48: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số khác nhau đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3?

A. 249. **B.** 7440. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải.

Ta chia thành các trường hợp sau:

- TH1: Nếu số 123 đứng đầu thì có A_7^4 số.
- TH2: Nếu số 321 đứng đầu thì có A_7^4 số.
- TH3: Nếu số $123; 321$ không đứng đầu

Khi đó có 6 cách chọn số đứng đầu, khi đó còn 6 vị trí có 4 cách xếp 3 số 321 hoặc 123, còn lại 3 vị trí có A_6^3 cách chọn các số còn lại. Do đó trường hợp này có $6.2.4.A_6^3 = 5760$

Suy ra tổng các số thoả mãn yêu cầu là $2A_7^4 + 5760 = 7440$.

Câu 49: Cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, \ldots, A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 96 tam giác. **B.** 60 tam giác. **C.** 116 tam giác. **D.** 80 tam giác.

Lời giải.

Số cách lấy 3 điểm từ 10 điểm phân biệt là $C_{10}^3 = 120$.

Số cách lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 là $C_4^3 = 4$.

Khi lấy 3 điểm bất kì trong 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thì sẽ không tạo thành tam giác.

Như vậy, số tam giác tạo thành $120 - 4 = 116$ tam giác.

Câu 50: Cho mặt phẳng chứa đa giác đều (H) có 20 cạnh. Xét tam giác có 3 đỉnh được lấy từ các đỉnh của (H). Hỏi có bao nhiêu tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của (H).

A. 1440. **B.** 360. **C.** 1120. **D.** 816.

Lời giải.

Lấy một cạnh bất kỳ của (H) làm cạnh của một tam giác có 20 cách.

Lấy một điểm bất kỳ trong 18 đỉnh còn lại của (H) có 18 cách. Vậy số tam giác cần tìm là $20.18 = 360$.

Câu 51: Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2. Trên d_1 lấy 17 điểm phân biệt, trên d_2 lầy 20 điểm phân biệt. Tính số tam giác mà có các đỉnh được chọn từ 37 điểm này.

A. 5690. **B.** 5960. **C.** 5950. **D.** 5590.

Lời giải.

Một tam giác được tạo bởi ba điểm phân biệt nên ta xét:

TH1. Chọn 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{17}^1.C_{20}^2$ tam giác.

TH2. Chọn 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc $d_2 \longrightarrow$ có $C_{17}^2.C_{20}^1$ tam giác.

Như vậy, ta có $C_{17}^1.C_{20}^2 + C_{17}^2.C_{20}^1 = 5950$ tam giác cần tìm.

Câu 52: Số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là:

A. 10. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 22.

Lời giải.

Hai đường tròn cho tối đa hai giao điểm. Và 5 đường tròn phân biệt cho số giao điểm tối đa khi 2 đường tròn bất kỳ trong 5 đường tròn đôi một cắt nhau.

Vậy số giao điểm tối đa của 5 đường tròn phân biệt là $2.C_5^2 = 20$.

Câu 53: Với đa giác lồi 10 cạnh thì số đường chéo là

A. 90. **B.** 45. **C.** 35. **D.** 55.

Lời giải.

Đa giác lồi 10 cạnh thì có 10 đỉnh. Lấy hai điểm bất kỳ trong 10 đỉnh của đa giác lồi ta được số đoạn thẳng gồm cạnh và đường chéo của đa giác lồi.

Vậy số đường chéo cần tìm là $C_{10}^2 - 10 = \dfrac{10!}{8!.2!} - 10 = 35$.

Câu 54: Cho đa giác đều n đỉnh, $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 3$. Tìm n biết rằng đa giác đã cho có 135 đường chéo.

A. $n = 15$. **B.** $n = 27$. **C.** $n = 8$. **D.** $n = 18$.

Lời giải.

Đa giác lồi n đỉnh thì có n cạnh. Nếu vẽ tất cả các đoạn thẳng nối từng cặp trong n đỉnh này thì có một bộ gồm các cạnh và các đường chéo.

Vậy để tính số đường chéo thì lấy tổng số đoạn thẳng dựng được trừ đi số cạnh, với

◎ Tất cả đoạn thẳng dựng được là bằng cách lấy ra 2 điểm bất kỳ trong n điểm, tức là số đoạn thẳng chính là số tổ hợp chập 2 của n phần tử.

Như vậy, tổng số đoạn thẳng là C_n^2.

◎ Số cạnh của đa giác lồi là n.

Suy ra số đường chéo của đa giác đều n đỉnh là $C_n^2 - n = \dfrac{n(n-3)}{2}$.

Theo bài ra, ta có $\begin{cases} n \ge 3 \\ \dfrac{n(n-3)}{2} = 135 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \ge 3 \\ n^2 - 3n - 270 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 18.$

Câu 55: Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng phân biệt song song với nhau và năm đường thẳng phân biệt vuông góc với bốn đường thẳng song song đó.

A. 60. **B.** 48. **C.** 20. **D.** 36.

Lời giải.

Cứ 2 đường thẳng song song với 2 đường thẳng vuông góc với chúng cắt nhau tại bốn điểm là 4 đỉnh của hình chữ nhật.

Vậy lấy 2 đường thẳng trong 4 đường thẳng song song và lấy 2 đường thẳng trong 5 đường thẳng vuông góc với 4 đường đó ta được số hình chữ nhật là $C_4^2.C_5^2 = 60$.

Câu 56: Một lớp có 15 học sinh nam và 20 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn học sinh sao cho trong đó có đúng 3 học sinh nữ?

A. 110790. **B.** 119700. **C.** 117900. **D.** 110970.

Lời giải.

Số cách chọn 3 học sinh nữ là: $C_{20}^3 = 1140$ cách.

Số cách chọn 2 bạn học sinh nam là: $C_{15}^2 = 105$ cách.

Số cách chọn 5 bạn thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $1140 \times 105 = 119700$.

Câu 57: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$. **B.** $3!C_3^2C_5^2$. **C.** $4!C_4^2C_5^2$. **D.** $3!C_4^2C_5^2$.

Lời giải.

Số cách chọn 2 số chẵn trong tập hợp $\{2;4;6;8\}$ là: C_4^2 cách.

Số cách chọn 2 số lẻ trong tập hợp $\{1;3;5;7;9\}$ là: C_5^2 cách.

Số cách hoán vị 4 chữ số đã chọn lập thành 1 số tự nhiên là: $4!$ cách.

Vậy có $4! \times C_4^2 \times C_5^2$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 58: Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5+C_6^5+C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5-\left(C_7^5+C_6^5+C_5^5\right)=98$.

Câu 59: Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520. **B.** 50000. **C.** 4500. **D.** 2296.

Lời giải

Số có 4 chữ số khác nhau đôi một: $9.A_9^3$.

Số có 4 chữ số lẻ khác nhau đôi một: $5.8.A_8^2$.

Vậy số có 4 chữ số chẵn khác nhau đôi một: $9.A_9^3-5.8.A_8^2=2296$.

Câu 60: Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải

Chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4 nên ta có thể có 154 hoặc 451

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$, sau đó ta chèn thêm 154 hoặc 451 để có được số gồm 6 chữ số cần tìm.

TH1: $a\neq 0$, số cách chọn a là 6, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào 4 vị trí còn lại nên có $6.A_6^2.4.2$ cách

TH2: $a=0$, số cách chọn a là 1, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào vị trí trước a có duy nhất 1 cách nên có $A_6^2.2$ cách

Vậy có $6.A_6^2.4.2+A_6^2.2=1500$.

Câu 61: Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Lời giải

Ta có các trường hợp sau:

TH1: Chọn được 1 nhà vật lý nam, hai nhà toán học nữ có $C_4^1C_3^2=12$ cách chọn.

TH2: Chọn được 1 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ và một nhà toán học nam có $C_4^1C_3^1C_5^1=60$ cách chọn.

TH3: Chọn được 2 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ có $C_4^2C_3^1=18$ cách chọn.

Vậy, có $12+60+18=90$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 62: Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018. **B.** $C_{2017}^{4}+C_{2018}^{4}$. **C.** $C_{2017}^{2}.C_{2018}^{2}$. **D.** $2017+2018$.

Lời giải

Mỗi hình bình hành tạo thành từ hai cặp cạnh song song nhau. Vì vậy số hình bình hành tạo thành chính là số cách chọn 2 cặp đường thẳng song song trong hai nhóm đường thẳng trên.

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2017 đường thẳng song song có C_{2017}^{2}.

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2018 đường thẳng song song có C_{2018}^{2}.

Vậy có $C_{2017}^{2}.C_{2018}^{2}$.

Câu 63: Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$.

A. 120. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 20.

Lời giải

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với a, b, $c\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a<b<c$ nên a, b, $c\in\{1;2;3;4;5;6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3=20$.

Câu 64: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

A. $C_6^2+C_9^4$. **B.** $C_6^2C_{13}^4$. **C.** $A_6^2A_9^4$. **D.** $C_6^2C_9^4$.

Lời giải

Chọn 2 học sinh nam, có C_6^2 cách.

Chọn 4 học sinh nữ, có C_9^4 cách.

Vậy có $C_6^2C_9^4$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Các phương án A, B, C, D chỉ gõ mò nên không được chính xác do ảnh mờ quá không nhìn rõ được.

Câu 65: Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người, một người làm tổ trưởng, một tổ phó và một thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 220. **B.** $12!$. **C.** 1320. **D.** 1230.

Lời giải

Số cách chọn 3 người, một người làm tổ trưởng, một tổ phó và một thành viên là

$C_{12}^1C_{11}^1C_{10}^1=1320$

Câu 66: Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180. **B.** 150. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1=60$

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1=60$

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1C_6^1C_2^1=60$

Vậy có $60.3=180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 67: Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.
Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.
Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.
Trường hợp 4: Chọn 4 nam.
Số cách chọn cần tìm là $C_6^1C_5^3+C_6^2C_5^2+C_6^3C_5^1+C_6^4=325$ cách chọn.

Câu 68: Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

A. 13800. **B.** 5600. **C.** Một kết quả khác. **D.** 6900.

Lời giải

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 25 thành viên.
Số cách chọn là: $A_{25}^3=13800$.

Câu 69: Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

A. 245. **B.** 3480. **C.** 336. **D.** 251.

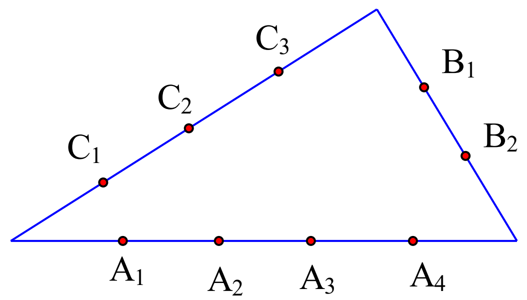
Lời giải

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 13 học sinh tùy ý có C_{13}^3 cách.

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 7 học sinh nữ có C_7^3 cách.

Vậy chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam có $C_{13}^3-C_7^3=251$.

Câu 70: Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?



A. 79. **B.** 48. **C.** 55. **D.** 24.

Lời giải

Bộ 3 điểm bất kỳ được chọn từ 9 điểm đã cho có C_9^3 bộ.

Bộ 3 điểm không tạo thành tam giác có $C_3^3 + C_4^3$ bộ.

Vậy số tam giác tạo thành từ 9 điểm đã cho có: $C_9^3 - \left(C_3^3 + C_4^3\right) = 79$.

Câu 71: Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

Lời giải

Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là $C_6^2.C_8^4 = 1050$ cách.

Câu 72: Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10}.C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10} + C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10}.A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Lời giải

Để lập được được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giaoi đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10}.C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 73: Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Lời giải

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là C_{11}^5.

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là $C_5^5 + C_6^5$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là $C_{11}^5 - \left(C_5^5 + C_6^5\right) = 455$.

Câu 74: Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

Lời giải

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2\ C_7^3\ C_4^4 = 1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $\frac{9!}{2!3!4!}=1260$ số.

Câu 75: Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3.

Câu 76: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6=5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6=1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6=84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6-C_6^6=461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6-C_6^6=209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005-1-84-461-209=4250$ cách.

Câu 77: Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 60. **B.** 96. **C.** 36. **D.** 100.

Lời giải

TH1: chọn 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập có: $C_4^2.C_6^1$ cách.

TH1: chọn 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập có: $C_4^1.C_6^2$ cách.

Vậy số cách lập đề thỏa điều kiện bài toán là 96 cách.

Câu 78: Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế. Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2$. **B.** $4!.4!.2^4$. **C.** $4!.2$. **D.** $4!.4!$.

Lời giải

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1: 8 cách. Có 4 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1.

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 2: 6 cách. Có 3 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 2.

Chọn 4 bạn ngồi vào ghế số 3: 4 cách. Có 2 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 3.

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4: 2 cách. Có 1 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4.

Câu 79: Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt. Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 182. **B.** 91. **C.** 196. **D.** 140.

Lời giải

Số trận đấu là $A_{14}^2 = 182$.

Câu 80: Cho tập A gồm 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn?

A. $2^{19}-1$. **B.** $2^{20}-1$. **C.** 2^{20}. **D.** 2^{19}.

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1 x + C_{20}^2 x^2 + C_{20}^3 x^3 + ... + C_{20}^{19} x^{19} + C_{20}^{20} x^{20}$.

Khi $x=1$ ta có $2^{20} = C_{20}^0 + C_{20}^1 + C_{20}^2 + C_{20}^3 + ... + C_{20}^{19} + C_{20}^{20}$ (1)

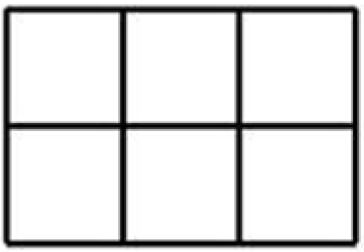
Khi $x=-1$ ta có $0 = C_{20}^0 - C_{20}^1 + C_{20}^2 - C_{20}^3 + ... - C_{20}^{19} + C_{20}^{20}$ (2)

Cộng vế theo vế (1) và (2) ta được:

$2^{20} = 2\left(C_{20}^0 + C_{20}^2 + ... + C_{20}^{20}\right) \Rightarrow 2^{19} - 1 = C_{20}^2 + C_{20}^4 + ... + C_{20}^{20}$.

Vậy số tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn là $2^{19}-1$ phần tử.

Câu 81: Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Lời giải

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô. Do đó, có $6.C_3^2$ cách tô.

Tô 3 ô vuông 3 cạnh: ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông 2 cạnh: ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh. Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6.C_3^2.6^3.4=15552$ cách tô.

Câu 82: Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4=840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4=840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3=120$ cách chọn ba số b, c, d.

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3=2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840+2880=3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2\left(840+2880\right)=7440$

Câu 83: Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

A. 345600. **B.** 518400. **C.** 725760. **D.** 103680.

Lời giải.

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!.4!.5!.3!=103680$ cách.

Câu 84: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6\in\{1;3;5\}$ và $\left(a_1+a_2+a_3\right)-\left(a_4+a_5+a_6\right)=1$

❍ Với $a_6=1$ thì $\left(a_1+a_2+a_3\right)-\left(a_4+a_5\right)=2\Rightarrow\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,3,6\}\\a_4,a_5\in\{4,5\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2,4,5\}\\a_4,a_5\in\{3,6\}\end{cases}$

❍ Với $a_6=3$ thì $\left(a_1+a_2+a_3\right)-\left(a_4+a_5\right)=4\Rightarrow\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{2;4;5\}\\a_4,a_5\in\{1,6\}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a_1,a_2,a_3\in\{1,4,6\}\\a_4,a_5\in\{2,5\}\end{cases}$

❍ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{1,4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12 = 72$ số cần tìm.

Câu 85: Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT A, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^7 C_9^3$. **B.** $C_{15}^6 C_9^4$. **C.** $C_{15}^3 C_9^4$. **D.** C_{30}^2.

Lời giải

Có duy nhất một cách chia 30 quyển sách thành 15 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 hóa.

+ 5 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lí.

+ 6 bộ giống nhau gồm 1 lí và toán.

Số cách trao phần thưởng cho 15 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 4 người để trao bộ sách toán và hóa $\Rightarrow$ có C_{15}^4 cách.

+ Chọn ra 5 người để trao bộ sách hóa và lí $\Rightarrow$ có C_{11}^5 cách.

+ Còn lại 6 người trao bộ sách toán và lí $\Rightarrow$ có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_{15}^4 . C_{11}^5 = C_{15}^6 . C_9^4 = 630630$.

Câu 86: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60. **B.** 120. **C.** 12960. **D.** 90.

Lời giải

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1 \left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2 \right)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1\left(C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2\right) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 87: Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Lời giải

Có C_{14}^3 cách chọn 3 viên bi tùy ý.

Chọn 3 viên bi cùng số 1 có $C_4^3 = 4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 2 có $C_4^3 = 4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 3 có 1 cách chọn.

Chọn 2 viên số 1 và 1 viên khác số 1 có $C_4^2.C_{10}^1 = 60$.

Chọn 2 viên số 2 và 1 viên khác số 2 có $C_4^2.C_{10}^1 = 60$.

Chọn 2 viên số 3 và 1 viên khác số 3 có $C_3^2.C_{11}^1 = 33$.

Chọn 2 viên số 4 và 1 viên khác số 4 có $C_2^2.C_{12}^1 = 12$.

Như vậy số cách chọn theo yêu cầu là $C_{14}^3 - 4 - 4 - 1 - 60 - 60 - 33 - 12 = 190$.

Câu 88: Thầy A có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Lời giải

TH1: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1 = 23625$ đề.

TH2: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó, có : $C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2 = 10500$ đề.

TH3: Trong 5 câu có 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1 = 22750$ đề.

Vậy tất cả có số đề là : $23625 + 10500 + 22750 = 56875$ đề.

Câu 89: Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6 = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6 - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là $5005-1-84-461-209=4250$ cách.

Câu 90: Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

A. 168. **B.** 156. **C.** 132. **D.** 182.

Lời giải

Gọi số vận động viên nam là n.

Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $2.C_n^2=n(n-1)$.

Số ván các vận động viên nam chơi với các vận động viên nữ là $2.2.n=4n$.

Vậy ta có $n(n-1)-4n=84 \Rightarrow n=12$.

Vậy số ván các vận động viên chơi là $2C_{14}^2=182$.

Câu 91: Một lớp học có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh đó có ít nhất một cán sự lớp.

A. 23345. **B.** 9585. **C.** 12455. **D.** 9855.

Lời giải

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 30 bạn là: $C_{30}^4=27405$.

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 27 bạn trong đó không có cán sự lớp là: $C_{27}^4=17550$.

* Vậy số cách cử 4 bạn học sinh trong đó có ít nhất một cán sự lớp là: $27405-17550=9855$.

Câu 92: Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 48. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

1	2	3	4	5	6

Giả sử ghế dài được đánh số như hình vẽ.

Có hai trường hợp: Một nữ ngồi ở vị trí số 1 hoặc một nam ngồi ở vị trí số 1. Ứng với mỗi trường hợp sắp xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau có $3!.3!$.

Vậy có $2.3!.3!=72$.

Câu 93: Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. **B.** 90. **C.** 43200. **D.** 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6!.A_5^3=43200$ cách.

Câu 94: Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108

Lời giải

TH1: Có 8 chữ số 8.

Có 1 số

TH2: Có 1 chữ số 1, 7 chữ số 8.

Có 8 cách xếp chữ số 1 nên có 8 số.

TH3: Có 2 chữ số 1, 6 chữ số 8.

Xếp 6 số 8 ta có 1 cách.

Từ 6 số 8 ta có có 7 chỗ trống để xếp 2 số 1.

Nên ta có: $C_7^2 = 21$ số.

TH4: Có 3 chữ số 1, 5 chữ số 8.

Tương tự **TH3**, từ 5 chữ số 8 ta có 6 chỗ trống để xếp 3 chữ số 1.

Nên có: $C_6^3 = 20$ số.

TH5: Có 4 chữ số 1, 4 chữ số 8.

Từ 4 chữ số 8 ta có 5 chỗ trống để xếp 4 chữ số 1.

Nên có: $C_5^4 = 5$.

Vậy có: $1+8+21+20+5=55$ số.

Câu 95: Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy ?

A. 80640 **B.** 108864 **C.** 145152 **D.** 217728

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!.A_4^1.7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!.A_4^2.6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!.A_4^3.5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2!.A_4^4.4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!\left(8!+A_4^1 7!+A_4^2 6!+A_4^3 5!+A_4^4 4!\right)=145152$ cách.

Câu 96: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

Lời giải

TH1: Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó.

$\Rightarrow$ có $(2.3!.3!).A_4^1 = 288$.

TH2: Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^2.2.6 = 288$.

TH3: Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^3.2.2 = 192$.

TH4: Tất cả 4 cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^4 = 48$.

Vậy có tất cả là $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 97: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5, 6, 7, 8, 9$. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ $5, 6, 7, 8, 9$ là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số $5, 6, 7, 8, 9$ xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

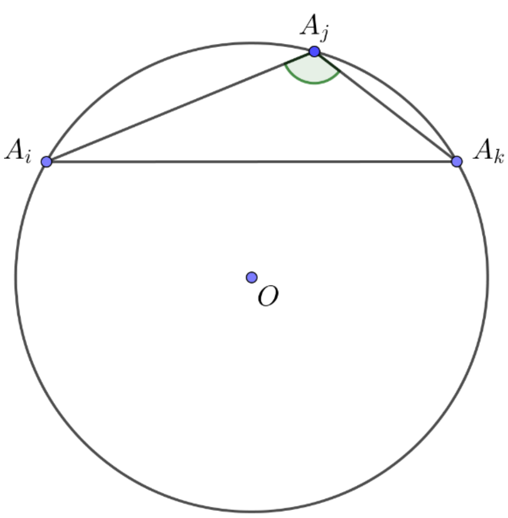
Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

Câu 98: Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn $100°$?

A. $2018.C_{897}^3$. **B.** C_{1009}^3. **C.** $2018.C_{895}^3$. **D.** $2018.C_{896}^2$.

Lời giải



Gọi $A_1, A_2, \ldots, A_{2018}$ là các đỉnh của đa giác đều 2018 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1A_2...A_{2018}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2018 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\dfrac{360°}{2018}$.

Vì tam giác cần đếm có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O).

Suy ra góc lớn hơn $100°$ sẽ chắn cung có số đo lớn hơn $200°$.

Cố định một đỉnh A_i. Có 2018 cách chọn A_i.

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho cung nhỏ $\overset{\frown}{A_iA_k} < 160°$ thì cung lớn $\overset{\frown}{A_iA_k} > 360 - 160° = 200^{\circ}$ $\Rightarrow \widehat{A_iA_jA_k} > 100°$ và tam giác $A_iA_jA_k$ là tam giác cần đếm.

Khi đó $\overset{\frown}{A_iA_k}$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left[\dfrac{160}{\dfrac{360}{2018}}\right] = 896$ cung tròn nói trên.

896 cung tròn này có 897 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 896 đỉnh. Do đó có C_{896}^2 cách chọn hai đỉnh A_j, A_k.

Vậy có tất cả $2018.C_{896}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

✍ **Chú ý:** Phân tích sai lầm khi giải bài tập này:

Giả sử $\widehat{A_mA_nA_p} > 100°$ thì cung $\overset{\frown}{A_mA_p}$ sẽ có số đo lớn hơn $200°$.

Tức là cung $\overset{\frown}{A_mA_p}$ sẽ là hợp liên tiếp của ít nhất $\left[\dfrac{200}{\dfrac{360}{2018}}\right] + 1 = 1122$ cung tròn bằng nhau nói trên.

Từ đó ta có cách dựng tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán như sau:

+ Bước 1: Đánh dấu một cung tròn là hợp liên tiếp của 1122 cung tròn bằng nhau nói trên. Có 2018 cách đánh dấu.

+ Bước 2: Trong $2018 - 1121 = 897$ điểm không thuộc cung tròn ở bước 1, chọn ra 3 điểm bất kì, có C_{897}^3 cách chọn, 3 điểm này sẽ tạo thành tam giác có một góc lớn hơn $100°$.

Vậy có tất cả $2018.C_{897}^3$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách lập luận này là không chính xác, vì ta chưa trừ đi các trường hợp trùng nhau!

CHƯƠNG V ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 4: NHỊ THỨC NEWTON

I LÝ THUYẾT.

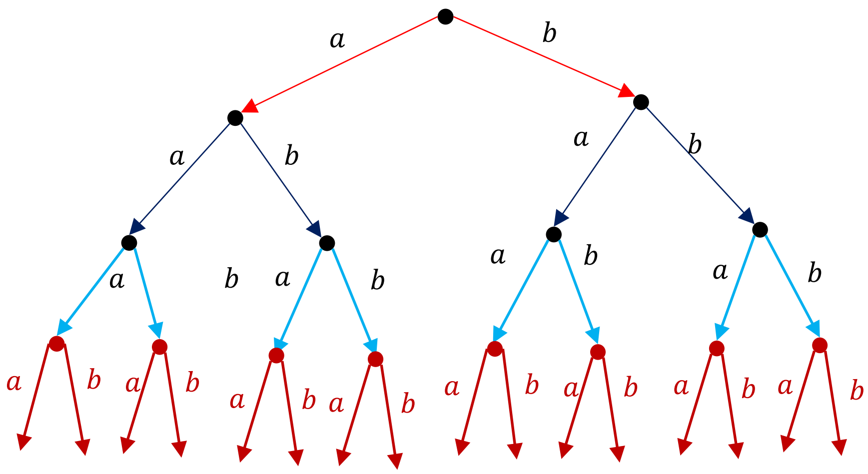
Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết khai triển:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của a và b. Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển $(a+b)^n$ khi $n \in \{4;5\}$ không?

Sơ đồ hình cây của $(a+b)^4$



$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Ví dụ 1: Khai triển $(2x+1)^4$.

Lời giải

Thay $a = 2x$ và $b = 1$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$(2x+1)^4 = (2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot 1 + 6\cdot(2x)^2\cdot 1^2 + 4\cdot(2x)\cdot 1^3 + 1^4$$
$$= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$$

Ví dụ 2: Khai triển $(x-2)^4$.

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned}(x-2)^4 &= x^4+4\cdot x^3\cdot(-2)+6\cdot x^2\cdot(-2)^2+4\cdot x\cdot(-2)^3+(-2)^4\\ &= x^4-8x^3+24x^2-32x+16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5\\ &= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Khai triển $(x+3)^5$

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=3$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$, ta được:

$$\begin{aligned}(x+3)^5 &= x^5+5\cdot x^4\cdot 3+10\cdot x^3\cdot 3^2+10\cdot x^2\cdot 3^3+5\cdot x\cdot 3^4+3^5\\ &= x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243\end{aligned}.$$

Ví dụ 4: Khai triển $(3x-2)^5$

Lời giải

$$(3x-2)^5 = C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4(-2)+C_5^2(3x)^3(-2)^2+C_5^3(3x)^2(-2)^3+C_5^4(3x)(-2)^4+C_5^5(-2)^5$$

$$=243x^5-2430x^4+1080x^3-720x^2+240x-32$$

Ví dụ 5:

a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

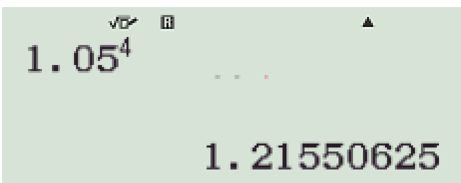
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1+0,2=1,2$

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

BÀI TẬP.

Câu 1. Khai triển các đa thức:

a) $(x-3)^4$; b) $(3x-2y)^4$;

c) $(x+5)^4+(x-5)^4$; d) $(x-2y)^5$

Câu 2. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$

Câu 3. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Câu 4. a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^5$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^5$.

b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,02^5$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

Câu 5. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P=800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r=15\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

TỔNG QUÁT VỀ CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

1. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^n b^n . (1)$$

Quy ước $a^0 = b^0 = 1$

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

a) Số các hạng tử là $n+1$.

b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

d) Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1} = C_n^k a^{n-k} b^k$.

2. HỆ QUẢ

Với $a=b=1$, thì ta có $2^n = C_n^0 + C_n^1 + \ldots + C_n^n$.

Với $a=1; b=-1$, ta có $0 = C_n^0 - C_n^1 + \ldots + (-1)^k C_n^k + \ldots + (-1)^n C_n^n$

3. CÁC DẠNG KHAI TRIỂN CƠ BẢN NHỊ THỨC NEWTON

- ✓ $(x+1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \ldots + C_n^k x^{n-k} + \ldots + C_n^{n-1} x + C_n^n$
- ✓ $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \ldots + C_n^k x^k + \ldots + C_n^{n-1} x^{n-1} + C_n^n x^n$
- ✓ $(x-1)^n = C_n^0 - C_n^1 x + C_n^2 x^2 - \ldots + (-1)^k C_n^k x^k + \ldots + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} x^{n-1} + (-1)^n C_n^n x^n$
- ✓ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, (n \geq 1)$
- ✓ $k.C_n^k = \dfrac{\mathrm{k}.n!}{(n-k)!\mathrm{k}!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!} = nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\dfrac{1}{k+1} C_n^k = \dfrac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!} = \dfrac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!} = \dfrac{1}{n+1} C_{n+1}^{k+1}$

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^4$

1. PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton với $n=4$ ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4.$$

2. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. **(NB)** Khi khai triển nhị thức Newton $(x+y)^4$ ta thu được bao nhiêu hạng tử.

Câu 2. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(1+x)^4$.

Câu 3. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x+2)^4$.

Câu 4. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x-1)^4$.

Câu 5. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(2x+y)^4$.

Câu 6. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(x-3y)^4$.

Câu 7. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$.

Câu 8. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^4$.

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 9. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

Câu 12. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Câu 13. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Câu 14. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Câu 15. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Câu 16. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Câu 17. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Câu 18. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Dạng 2. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^5$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức: $(a+b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b^1+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4a^1b^4+C_5^5b^5$

$=a^5+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+b^5$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Khai triển biểu thức $(a-b)^5$.

Câu 2: Khai triển biểu thức $(x+1)^5$.

Câu 3: Khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x+2)^5$.

Câu 5: Khai triển biểu thức $(2x+y)^5$.

Câu 6: Khai triển biểu thức $(x-3y)^5$.

Câu 7: Khai triển biểu thức $(2x+3y)^5$.

Câu 8: Khai triển biểu thức $(2x-3y)^5$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$. **B.** $x^5-5x^4-10x^3+10x^2-5x+1$.

C. $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$. **D.** $5x^5+10x^4+10x^3+5x^2+5x+1$.

Câu 2: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ **B.** $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$ **D.** $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Câu 3: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$. **B.** $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$. **D.** $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Câu 4: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 5: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **B.** $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$. **D.** $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Câu 6: Đa thức $\boldsymbol{P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1}$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 7: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Câu 8: Đa thức $P(x)=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

Câu 9: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$. **B.** $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$. **D.** $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Câu 10: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Dạng 3. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển của bậc 4 hay bậc 5:

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Câu 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$).

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Câu 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x\neq 0$.

Câu 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x\neq 0$.

Câu 9: **(VD).** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Câu 10: **(VD).** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^4}\right)^n$.

Câu 11: **(VD).** Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương *n*.

Câu 12: **(VDC).** Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $(1 + x + x^2 + x^3)^5$

Câu 13: **(VDC).** Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + ... + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Câu 14: **(VDC)** Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3 + x - x^2)^n$ với *n* là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 12$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 15: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$.
B. $x^4 - 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 - y^4$.
C. $x^4 + 4x^3y + 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$.
D. $x^4 - 4x^3y - 4x^2y^2 - 4x^1y^3 + y^4$.

Câu 16: Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Câu 17: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 18: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 19: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Câu 20: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính (a_1a_2)

A. $a_1a_2 = 24$. **B.** $a_1a_2 = 8$. **C.** $a_1a_2 = 54$. **D.** $a_1a_2 = 36$.

Câu 21: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^4, x > 0$ là số hạng thứ mấy ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 22: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$.

Câu 23: Cho a là một số thực bất kì. Rút gọn

$M = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 (1-a) + C_4^2 a^2 (1-a)^2 + C_4^3 a(1-a)^3 + C_4^4 (1-a)^4$.

A. $M = a^4$. **B.** $M = a$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = -1$.

Câu 24: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Câu 25: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **B.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Câu 26: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

A. 20. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Câu 27: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 28: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Câu 29: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}$.

Biết : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243$.

A. 3093. **B.** -3157. **C.** 3157. **D.** -3093.

Câu 30: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = (x^2+1)^n (x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 11$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 12$. **D.** $n = 10$

Câu 31: Cho khai triển: $(1+2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + ... + a_n x^n$, biết n thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Dạng 4. Tính tổng của các tổ hợp $C_n^k\left(k \le n \le 5; k, n \in \mathbb{N}\right)$ và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_{10}^0 + C_{10}^1 + ... + C_{10}^{10}$.

Câu 2: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_6^1 + C_6^2 + ... + C_6^5$.

Câu 3: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_6^0 + 2.C_6^1 + 2^2.C_6^2 + ... + 2^6 C_6^6$.

Câu 4: **(NB)** Tính tổng sau $S = C_{12}^0 - C_{12}^1 + C_{12}^2 - ... - C_{12}^{11} + C_{12}^{12}$.

Câu 5: **(TH)** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2 - 6n - 7 = 0$. Tính tổng $S = C_n^0 + C_n^1 + ... + C_n^n$.

Câu 6: **(TH)** Cho đa thức $P(x) = (1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Câu 7: **(TH)** Tính tổng sau $S = C_{20}^1 + 2C_{20}^2 + 2^2.C_{20}^3 + ... + 2^{19}C_{20}^{20}$.

Câu 8: **(TH)** Tính tổng sau $S = C_{20}^0 + C_{20}^2 + C_{20}^4 + ... + C_{20}^{20}$.

Câu 9: Tính tổng: $S = C_{2019}^1.3^{2018}.2 - C_{2019}^2.3^{2017}.2^2 + C_{2019}^3.3^{2016}.2^3 - ... - C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018} + C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

Câu 10: Tính tổng: $S = C_{2021}^0.4^{2021} - C_{2021}^1.4^{2010}.2 + C_{2021}^2.4^{2019}.2^2 - C_{2021}^3.4^{2018}.2^3 - ... + C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Câu 11: Cho $n \in \mathbb{N}^*$, tính tổng $S = 2^7C_{2n}^0 - 2^8C_{2n}^1 + 2^9C_{2n}^2 - 2^{10}C_{2n}^3 + ... - 2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1} + 2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Câu 12: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + ... + C_{2n+1}^n$

Câu 13: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S = 3C_n^0 + 7C_n^1 + 11C_n^2 + ... + (4n+3)C_n^n$ theo n.

Câu 14: Rút gọn biểu thức $S = \dfrac{1}{1.0!.2019!} + \dfrac{1}{2.1!2018!} + \dfrac{1}{3.2!.2017!} + ... + \dfrac{1}{2020.2019!.0!}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: (NB) Tổng $T = C_n^0 + C_n^1 + C_n^3 + C_n^4 + ... + C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Câu 2: (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 3: (NB) Tổng $T = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^k C_n^k + ... + (-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Câu 4: (NB) Với $n \geq 4$, tổng $T = C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** $2^n - 1$.

Câu 5: (NB) Biểu thức $P = C_n^k + C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^k **C.** C_{n+1}^k **D.** C_n^k.

Câu 6: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7 + C_n^8 = C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Câu 7: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Câu 8: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Câu 9: (TH) Tổng $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n} - 1$ **D.** 2^{2n}

Câu 10: (TH) Cho $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T = 2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Câu 11: Tính tổng $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Câu 12: Tính tổng $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Câu 13: Tính tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Câu 14: Xét khai triển $(1+2x+x^2)^{20} = a_0 + a_1x + ... + a_{40}x^{40}$. Tổng $S = a_0 + a_1 + ... + a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Câu 15: Tính tổng $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + ... + (C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^n **B.** C_{2n}^{2n-2} **C.** 2^{2n+1} **D.** 2^{2n}

Câu 16: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0 + (n-1).2^{n-2}.3.C_n^1 + (n-2).2^{n-3}.3^2.C_n^2 + ... + 3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Câu 17: Tính tổng $C_n^1 + 2\frac{C_n^2}{C_n^1} + 3\frac{C_n^3}{C_n^2} + ... + n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\frac{n(n-1)}{2}$ **D.** $\frac{n(n+1)}{2}$

Dạng 5. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(x+\Delta x)^4$, $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 18: Viết khai triển lũy thừa $(x+\Delta x)^5$

Câu 19: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(6,01)^4$

Câu 20: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(2022,02)^5$

Câu 21: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(4,98)^5$

Câu 22: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(1999,99)^4$

Câu 23: Tìm giá trị gần đúng của x, biết $(9+x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9+x)^5$.

Câu 24: Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng

Câu 25: Một người có T_0 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n năm được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một năm. Sau 4 năm người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi số tiền $386\,400\,000$ đồng khi dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn. Tính gần đúng số tiền người đó đã gởi lúc đầu.

Câu 26: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để so sánh $(3,01)^4$ và $(2,1)^5$.

Câu 27: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(2-3x)^4$ để ước lượng giá trị gần đúng của x (làm tròn sau dấy phẩy hai chữ số), biết $(2-3x)^4 \approx 12,8$.

Câu 28: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $T = \left(\sqrt{1-a}-2\right)^5$ để ước lượng giá trị gần đúng của T theo a.

Câu 29: Một người có 100 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6,8\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính số tiền người đó thu được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 năm.

Câu 30: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người?

Câu 31: Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là 7% / năm và 5% / năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Câu 2: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Câu 3: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,02)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Câu 4: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,03)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Câu 5: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,03)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Câu 6: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(4,001)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Câu 7: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(1,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Câu 8: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Câu 9: Tính giá trị của $H = C_{15}^0 - 2C_{15}^1 + 2^2C_{15}^2 - ... + 2^{14}C_{15}^{14} - 2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 10: Tính giá trị của $K = 3^{20}C_{20}^0 - 3^{19}.4.C_{20}^1 + 3^{18}.4^2.C_{20}^2 - ... - 3.4^{19}.C_{20}^{19} + 4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1

Câu 11: Trong khai triển biểu thức $F = \left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20

Câu 12: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1+r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A. 30.15645 triệu đồng. **B.** 30.14645 triệu đồng.

C. 30.14675 triệu đồng. **D.** 31.14645 triệu đồng.

Câu 13: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là $212.942.000$ người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất ?

A. 229391769 nghìn người. **B.** 329391769 nghìn người .

C. 229391759 nghìn người. **D.** 228391769 nghìn người.

CHƯƠNG V ĐẠI SỐ TỔ HỢP

BÀI 4: NHỊ THỨC NEWTON

I LÝ THUYẾT.

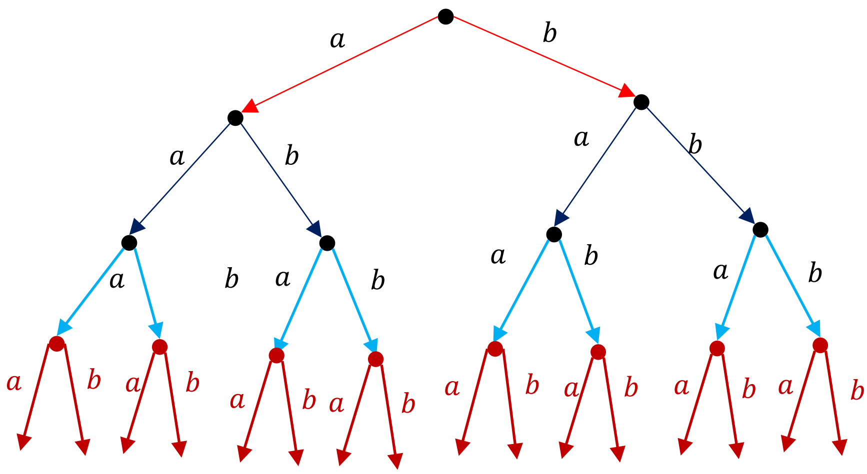
Ở lớp 8, khi học về hằng đẳng thức, ta đã biết khai triển:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Quan sát các đơn thức ở vế phải của các đẳng thức trên, hãy nhận xét về quy luật số mũ của a và b. Có thể tìm được cách tính các hệ số của đơn thức trong khai triển $(a+b)^n$ khi $n \in \{4;5\}$ không?

Sơ đồ hình cây của $(a+b)^4$



$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4$$
$$= a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

Ví dụ 1: Khai triển $(2x+1)^4$.

Lời giải

Thay $a = 2x$ và $b = 1$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$(2x+1)^4 = (2x)^4 + 4\cdot(2x)^3\cdot 1 + 6\cdot(2x)^2\cdot 1^2 + 4\cdot(2x)\cdot 1^3 + 1^4$$
$$= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$$

Ví dụ 2: Khai triển $(x-2)^4$.

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=-2$ trong công thức khai triển của $(a+b)^4$, ta được:

$$\begin{aligned}(x-2)^4 &= x^4+4\cdot x^3\cdot(-2)+6\cdot x^2\cdot(-2)^2+4\cdot x\cdot(-2)^3+(-2)^4\\ &= x^4-8x^3+24x^2-32x+16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^5 &= C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5\\ &= a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5\end{aligned}$$

Ví dụ 3: Khai triển $(x+3)^5$

Lời giải

Thay $a=x$ và $b=3$ trong công thức khai triển của $(a+b)^5$, ta được:

$$\begin{aligned}(x+3)^5 &= x^5+5\cdot x^4\cdot 3+10\cdot x^3\cdot 3^2+10\cdot x^2\cdot 3^3+5\cdot x\cdot 3^4+3^5\\ &= x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243\end{aligned}.$$

Ví dụ 4: Khai triển $(3x-2)^5$

Lời giải

$$(3x-2)^5 = C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4(-2)+C_5^2(3x)^3(-2)^2+C_5^3(3x)^2(-2)^3+C_5^4(3x)(-2)^4+C_5^5(-2)^5$$

$$=243x^5-2430x^4+1080x^3-720x^2+240x-32$$

Ví dụ 5:

a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,05)^4$ để tính giá trị gần đúng của $1,05^4$.

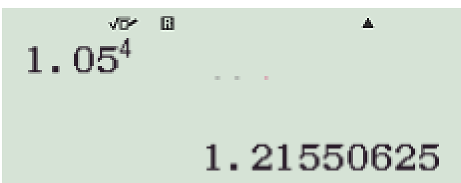
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,05^4$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a

Lời giải

a) $(1+0,05)^4 \approx C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3 0,05^1 = 1+0,2 = 1,2$

b) Cách bấm: 1.05^4=

Hiển thị



Sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a là 0,01550625.

BÀI TẬP.

Câu 1. Khai triển các đa thức:

a) $(x-3)^4$; b) $(3x-2y)^4$;

c) $(x+5)^4+(x-5)^4$; d) $(x-2y)^5$

Lời giải

a) $(x-3)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3(-3)+C_4^2x^2(-3)^2+C_4^1x(-3)^3+C_4^0(-3)^4$

$= x^4-12x^3+54x^2-108x+81$

b) $(3x-2y)^4 = C_4^0(3x)^4+C_4^1(3x)^3(-2y)^1+C_4^2(3x)^2(-2y)^2+C_4^1 3x(-2y)^3+C_4^0(-2y)^4$

$= 81x^4-216x^3y+216x^2y^2-96xy^3+16y^4$

c) $(x+5)^4+(x-5)^4 = C_4^0x^4+C_4^1x^3 5+C_4^2x^2 5^2+C_4^3x5^3+C_4^4 5^4+C_4^0x^4$

$-C_4^1x^3 5+C_4^2x^2 5^2-C_4^3x5^3+C_4^4 5^4$

$=2\left(C_4^0x^4+C_4^2x^2 5^2+C_4^4 5^4\right)=2.\left(x^4+150x^2+625\right)=2x^4+300x^2+1250$

d) $(x-2y)^5 = C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2y)+C_5^2x^3(-2y)^2+C_5^3x^2(-2y)^3+C_5^4x(-2y)^4+C_5^5(-2y)^5$

$= x^5-10x^4y+40x^3y^2-80x^2y^3+80xy^4-32y^5$

Câu 2. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển của $(3x-1)^5$

Lời giải

Số hạng thứ 4 của khai triển là $C_5^3(3x)^2(-1)^3=-90x^2$. Vậy hệ số của x^4 trong khai triển là -90.

Câu 3. Biểu diễn $\left(3+\sqrt{2}\right)^5-\left(3-\sqrt{2}\right)^5$ dưới dạng $a+b\sqrt{2}$ với a,b là các số nguyên.

Lời giải

Nhận xét:

$(a+b)^5-(a-b)^5 = C_5^0a^5+C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4+C_5^5b^5$

$-\left(C_5^0a^5-C_5^1a^4b+C_5^2a^3b^2-C_5^3a^2b^3+C_5^4ab^4-C_5^5b^5\right)$

$=2\left(C_5^1a^4b+C_5^3a^2b^3+C_5^5b^5\right)$

Do đó $(a+b)^5-(a-b)^5=2\left(C_5^1 3^4\sqrt{2}+C_5^3 3^2\left(\sqrt{2}\right)^3+C_5^5\left(\sqrt{2}\right)^5\right)=$

$2\left(405\sqrt{2}+180\sqrt{2}+4\sqrt{2}\right)=1178\sqrt{2}$

Câu 4. a) Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(1+0,02)^5$ để tính giá trị gần đúng của $1,02^5$.

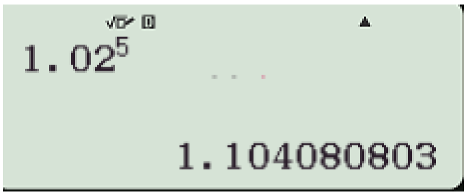
b) Dùng máy tính cầm tay tính giá trị của $1,02^5$ và tính sai số tuyệt đối của giá trị gần đúng nhận được ở câu a.

Lời giải

a) $(1+0,02)^5 \approx C_5^0 1^5 + C_5^1.1^4.0,02 = 1+0,1 = 1,1$

b) Cách bấm máy: C1.02^5=

Hiển thị:



Sai số tuyệt đối: $\Delta = |1,104080803 - 1,1| = 0,004080803$

Câu 5. Số dân của một tỉnh ở thời điểm hiện tại là khoảng 800 nghìn người. Giả sử rằng tỉ lệ tăng dân số hằng năm của tỉnh đó là $r\%$

a) Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau 1 năm, sau 2 năm. Từ đó suy ra công thức tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa là $P = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người).

b) Với $r = 15\%$, dùng hai số hạng đầu trong khai triển của $(1+0,015)^5$, hãy ước tính số dân của tỉnh đó sau 5 năm nữa (theo đơn vị nghìn người).

Lời giải

Số dân của tính đó sau 1 năm là $800 + 800.r\% = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)$(nghìn người)

Số dân của tính đó sau 2 năm là

$$800(1+r\%) + 800.(1+r\%).r\% = 800(1+r\%)(1+r\%) = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 \text{ (nghìn người).}$$

Lập luận hoàn toàn tương tự ta có số dân của tỉnh đó sau 5 năm là $P = 800\left(1+\frac{r}{100}\right)^5$ (nghìn người)

b) Số dân của tỉnh đó ước tính sau 5 năm nữa là

$$P = 800\left(1+\frac{15}{100}\right)^5 \approx 800.\left(C_5^0.1^5 + C_5^1.1^4.\left(\frac{15}{100}\right)\right) = 1400 \text{ (nghìn người)}$$

TỔNG QUÁT VỀ CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON (chuyên đề)

1. CÔNG THỨC NHỊ THỨC NEWTON

Khai triển $(a+b)^n$ được cho bởi công thức sau:

> Với a,b là các số thực và n là sô nguyên dương, ta có
>
> $$(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+...+C_n^ka^{n-k}b^k+...+C_n^nb^n.(1)$$
>
> Quy ước $a^0=b^0=1$

Công thức trên được gọi là công thức nhị thức Newton (viết tắt là Nhị thức Newton).

Trong biểu thức ở VP của công thức (1)

a) Số các hạng tử là $n+1$.

b) Số các hạng tử có số mũ của a giảm dần từ n đến 0, số mũ của b tăng dần từ 0 đến n, nhưng tổng các số mũ của a và b trong mỗi hạng tử luôn bằng n.

c) Các hệ số của mỗi hạng tử cách đều hai hạng tử đầu và cuối thì bằng nhau.

d) Số hạng thứ k (số hạng tổng quát) của khai triển là: $T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$.

2. HỆ QUẢ

Với $a=b=1$, thì ta có $2^n=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

Với $a=1$; $b=-1$, ta có $0=C_n^0-C_n^1+...+(-1)^kC_n^k+...+(-1)^nC_n^n$

3. CÁC DẠNG KHAI TRIỂN CƠ BẢN NHỊ THỨC NEWTON

- ✓ $(x+1)^n=C_n^0x^n+C_n^1x^{n-1}+C_n^2x^{n-2}+...+C_n^kx^{n-k}+...+C_n^{n-1}x+C_n^n$
- ✓ $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+...+C_n^kx^k+...+C_n^{n-1}x^{n-1}+C_n^nx^n$
- ✓ $(x-1)^n=C_n^0-C_n^1x+C_n^2x^2-...+(-1)^kC_n^kx^k+...+(-1)^{n-1}C_n^{n-1}x^{n-1}+(-1)^nC_n^nx^n$
- ✓ $C_n^k=C_n^{n-k}$
- ✓ $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1},\ (n\ge 1)$
- ✓ $k.C_n^k=\dfrac{\mathrm{k}.n!}{(n-k)!\mathrm{k}!}=\dfrac{n(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=nC_{n-1}^{k-1}$
- ✓ $\dfrac{1}{k+1}C_n^k=\dfrac{k.n!}{(k+1)(n-k)!k!}=\dfrac{n(n-1)!}{(n+1)(n-k)!(k+1)!}=\dfrac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Dạng 1. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^4$

1. PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức khai triển nhị thức Newton với $n=4$ ta có

$$(a+b)^4 = C_4^0a^4 + C_4^1a^3b + C_4^2a^2b^2 + C_4^3ab^3 + C_4^4b^4.$$

2. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1. **(NB)** Khi khai triển nhị thức Newton $(x+y)^4$ ta thu được bao nhiêu hạng tử.

Lời giải

Áp dụng công thức khai triển nhị thức Newton ta được

$(x+y)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3y + C_4^2x^2y^2 + C_4^3xy^3 + C_4^4y^4$

Vì không có hạng tử nào có phần biến giống nhau để thu gọn nên có tất cả 5 hạng tử.

Câu 2. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(1+x)^4$.

Lời giải

Ta có $(1+x)^4 = C_4^0 1^4 + C_4^1 1^3x + C_4^2 1^2x^2 + C_4^3 1x^3 + C_4^4x^4 = 1+4x+6x^2+4x^3+x^4$.

Câu 3. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x+2)^4$.

Lời giải

Ta có $(x+2)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.2 + C_4^2x^2.2^2 + C_4^3x.2^3 + C_4^4 2^4 = x^4+8x^3+24x^2+32x^2+16$.

Câu 4. **(NB)** Khai triển nhị thức Newton $(x-1)^4$.

Lời giải

Ta có $(x-1)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.(-1) + C_4^2x^2.(-1)^2 + C_4^3x.(-1)^3 + C_4^4(-1)^4 = x^4-4x^3+6x^2-4x+1$.

Câu 5. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(2x+y)^4$.

Lời giải

Ta có $(2x+y)^4 = C_4^0(2x)^4 + C_4^1(2x)^3.y + C_4^2(2x)^2.y^2 + C_4^3(2x).y^3 + C_4^4y^4$

$= 16x^4+32x^3y+24x^2y^2+8xy^3+y^4$.

Câu 6. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $(x-3y)^4$.

Lời giải

Ta có $(x-3y)^4 = C_4^0x^4 + C_4^1x^3.(-3y) + C_4^2x^2.(-3y)^2 + C_4^3x.(-3y)^3 + C_4^4(-3y)^4$

$= x^4-12x^3y+54x^2y^2-108xy^3+81y^4$.

Câu 7. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4$.

Lời giải

Ta có $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^4 = C_4^0\left(x^2\right)^4 + C_4^1\left(x^2\right)^3.\left(\dfrac{1}{x}\right) + C_4^2\left(x^2\right)^2.\left(\dfrac{1}{x}\right)^2 + C_4^3\left(x^2\right).\left(\dfrac{1}{x}\right)^3 + C_4^4\left(\dfrac{1}{x}\right)^4$

$$=C_4^0x^8+C_4^1x^6.\left(\frac{1}{x}\right)+C_4^2x^4.\frac{1}{x^2}+C_4^3\left(x^2\right).\left(\frac{1}{x^3}\right)+C_4^4\left(\frac{1}{x^4}\right)=x^8+4x^5+6x^2+\frac{4}{x}+\frac{1}{x^4}.$$

Câu 8. **(TH)** Khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Ta có $\left(x-\frac{1}{x^2}\right)^4=C_4^0x^4+C_4^1x^3.\left(\frac{-1}{x^2}\right)+C_4^2x^2.\left(\frac{-1}{x^2}\right)^2+C_4^3x.\left(\frac{-1}{x^2}\right)^3+C_4^4\left(\frac{-1}{x^2}\right)^4$

$$=C_4^0x^4+C_4^1x^3.\left(\frac{-1}{x^2}\right)+C_4^2x^2.\frac{1}{x^4}+C_4^3x.\left(\frac{-1}{x^6}\right)+C_4^4\left(\frac{1}{x^8}\right)=x^4-4x+\frac{6}{x^2}-\frac{4}{x^5}+\frac{1}{x^8}.$$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 9. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 10. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có bao nhiêu số hạng?

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ có $4+1=5$ số hạng.

Câu 11. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(a+b)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^{k-1}a^kb^{5-k}$. **B.** $C_4^ka^{4-k}b^k$. **C.** $C_4^{k+1}a^{5-k}b^{k+1}$. **D.** $C_4^ka^{4-k}b^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(a+b)^4$ là $C_n^ka^{n-k}b^k=C_4^ka^{4-k}b^k$.

Câu 12. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$, số hạng tổng quát của khai triển là

A. $C_4^k2^k3^{4-k}.x^{4-k}$. **B.** $C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$. **C.** $C_4^k2^{4-k}3^k.x^{4-k}$. **D.** $C_4^k2^k(-3)^{4-k}.x^{4-k}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-3)^4$ là $C_4^k(2x)^{4-k}(-3)^k=C_4^k2^{4-k}(-3)^k.x^{4-k}$.

Câu 13. Tính tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-2x)^4$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 81. **D.** -81.

Lời giải

Chọn A

Tổng các hệ số trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(2x-3)^4$ chính là giá trị của biểu thức $(2x-3)^4$ tại $x=1$.

Vậy $S=(1-2.1)^4=1$.

Câu 14. Trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1+3x)^4$, số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x là

A. $108x$. **B.** $54x^2$. **C.** 1. **D.** $12x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1+3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^kx^k$.

Do đó số hạng thứ 2 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k=1$, tức là $C_4^13^1x=12x$.

Câu 15. Tìm hệ số của x^2y^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(x+2y)^4$.

A. 32. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x+2y)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^{4-k}(2y)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k.2^k.x^{4-k}y^k$.

Số hạng chứa x^2y^2 trong khai triển trên ứng với $\begin{cases}4-k=2\\k=2\end{cases}\Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^2y^2 trong khai triển của $(x+2y)^4$ là $C_4^2.2^2=24$.

Câu 16. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $P(x)=4x^2+x(x-2)^4$.

A. $28x^2$. **B.** $-28x^2$. **C.** $-24x^2$. **D.** $24x^2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P(x)=4x^2+x(x-2)^4=4x^2+x\sum_{k=0}^{4}C_4^kx^{4-k}(-2)^k=4x^2+\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-2)^kx^{5-k}$.

Số hạng chứa x^2 (ứng với $k=3$) trong khai triển $P(x)$ là $\left[4+C_4^3(-2)^3\right]x^2=-28x^2$.

Câu 17. Gọi n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3+2A_n^2=48$. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $(1-3x)^n$.

A. -108. **B.** 81. **C.** 54. **D.** -12.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $n\geq 3; n\in\mathbb{N}$.

$$A_n^3+2A_n^2=48\Leftrightarrow\frac{n!}{(n-3)!}+2.\frac{n!}{(n-2)!}=48\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2.n(n-1)=48$$

$\Leftrightarrow n^3-n^2-48=0\Leftrightarrow n=4$ (thỏa).

Ta có $(1-3x)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3x)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k(-3)^kx^k$.

Hệ số của x^3 trong khai triển trên ứng với $k=3$.

Vậy hệ số của x^3 trong khai triển $(1-3x)^4$ là $C_4^3.(-3)^3=-108$.

Câu 18. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k\left(\frac{1}{x}\right)^{4-k}\left(x^3\right)^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k x^{4k-4}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $4k-4=0 \Leftrightarrow k=1$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^4$ là $C_4^1=4$.

Dạng 2. Khai triển biểu thức dạng $(a+b)^5$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Sử dụng công thức: $(a+b)^5=C_5^0a^5+C_5^1a^4b^1+C_5^2a^3b^2+C_5^3a^2b^3+C_5^4a^1b^4+C_5^5b^5$

$=a^5+5a^4b^1+10a^3b^2+10a^2b^3+5a^1b^4+b^5$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Khai triển biểu thức $(a-b)^5$.

Lời giải

Ta có: $(a-b)^5=a^5-5a^4b^1+10a^3b^2-10a^2b^3+5a^1b^4-b^5$.

Câu 2: Khai triển biểu thức $(x+1)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x+1)^5=x^5+5x^4+10x^3+10x^2+5x+1$.

Câu 3: Khai triển biểu thức $(x-1)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x-1)^5=x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-1$.

Câu 4: Khai triển biểu thức $(x+2)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x+2)^5 = x^5 + 5x^4 2^1 + 10x^3 2^2 + 10x^2 2^3 + 5x^1 2^4 + 2^5 = x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 32$.

Câu 5: Khai triển biểu thức $(2x+y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x+y)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^4 y^1 + 10(2x)^3 y^2 + 10(2x)^2 y^3 + 5(2x)^1 y^4 + y^5$
$= 32x^5 + 80x^4 y + 80x^3 y^2 + 40x^2 y^3 + 10xy^4 + y^5$.

Câu 6: Khai triển biểu thức $(x-3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(x-3y)^5 = x^5 - 5x^4(3y)^1 + 10x^3(3y)^2 - 10x^2(3y)^3 + 5x^1(3y)^4 - (3y)^5$
$= x^5 - 15x^4 y + 90x^3 y^2 - 270x^2 y^3 + 405xy^4 - 243y^5$.

Câu 7: Khai triển biểu thức $(2x+3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x+3y)^5 = (2x)^5 + 5(2x)^4(3y)^1 + 10(2x)^3(3y)^2 + 10(2x)^2(3y)^3 + 5(2x)^1(3y)^4 + (3y)^5$
$= 32x^5 + 240x^4 y + 720x^3 y^2 + 1080x^2 y^3 + 810xy^4 + 243y^5$.

Câu 8: Khai triển biểu thức $(2x-3y)^5$.

Lời giải

Ta có: $(2x-3y)^5 = (2x)^5 - 5(2x)^4(3y)^1 + 10(2x)^3(3y)^2 - 10(2x)^2(3y)^3 + 5(2x)^1(3y)^4 - (3y)^5$
$= 32x^5 - 240x^4 y + 720x^3 y^2 - 1080x^2 y^3 + 810xy^4 - 243y^5$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x+1)^5$.

A. $x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

B. $x^5 - 5x^4 - 10x^3 + 10x^2 - 5x + 1$.

C. $x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10x^2 + 5x - 1$.

D. $5x^5 + 10x^4 + 10x^3 + 5x^2 + 5x + 1$.

Lời giải

Chọn A

$(x-1)^5 = C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 + C_5^2 x^3 + C_5^3 x^2 + C_5^4 x + C_5^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$.

Câu 2: Viết khai triển theo công thức nhị thức newton $(x-y)^5$.

A. $x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$

B. $x^5+5x^4y+10x^3y^2+10x^2y^3+5xy^4+y^5$

C. $x^5-5x^4y-10x^3y^2-10x^2y^3-5xy^4+y^5$

D. $x^5+5x^4y-10x^3y^2+10x^2y^3-5xy^4+y^5$.

Lời giải

Chọn A

$(x-y)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-y)+C_5^2x^3(-y)^2+C_5^3x^2(-y)^3+C_5^4x(-y)^4+C_5^5(-y)^5$
$=x^5-5x^4y+10x^3y^2-10x^2y^3+5xy^4-y^5$.

Câu 3: Khai triển của nhị thức $(x-2)^5$.

A. $x^5-100x^4+400x^3-800x^2+800x-32$.

B. $5x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

C. $x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

D. $x^5+10x^4+40x^3+80x^2+80x+32$.

Lời giải

Chọn C

$(x-2)^5=C_5^0x^5+C_5^1x^4(-2)+C_5^2x^3(-2)^2+C_5^3x^2(-2)^3+C_5^4x(-2)^4+C_5^5(-2)^5$
$=x^5-10x^4+40x^3-80x^2+80x-32$.

Câu 4: Khai triển của nhị thức $(3x+4)^5$ là

A. $x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

B. $243x^5+405x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

C. $243x^5-1620x^4+4320x^3-5760x^2+3840x-1024$.

D. $243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Lời giải

Chọn D

$(3x+4)^5=C_5^0(3x)^5+C_5^1(3x)^4.4+C_5^2(3x)^3.4^2+C_5^3(3x)^2.4^3+C_5^4(3x)^1.4^4+C_5^5.4^5$
$=243x^5+1620x^4+4320x^3+5760x^2+3840x+1024$.

Câu 5: Khai triển của nhị thức $(1-2x)^5$ là

A. $5-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

B. $1+10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

C. $1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5$.

D. $1+10x+40x^2+80x^3+80x^4+32x^5$.

Lời giải

Chọn C

$$(1-2x)^5 = C_5^0 + C_5^1(-2x)^1 + C_5^2(-2x)^2 + C_5^3(-2x)^3 + C_5^4(-2x)^4 + C_5^5(-2x)^5$$
$$= 1-10x+40x^2-80x^3-80x^4-32x^5.$$

Câu 6: Đa thức $P(x) = 32x^5 - 80x^4 + 80x^3 - 40x^2 + 10x - 1$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Chọn C

Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 32 nên loại đáp án D và còn lại hai đáp án A và C thì chỉ có C phù hợp (vì khai triển số hạng đầu tiên của đáp án C là $32x^5$.)

Câu 7: Khai triển nhị thức $(2x+y)^5$. Ta được kết quả là

A. $32x^5+16x^4y+8x^3y^2+4x^2y^3+2xy^4+y^5$.

B. $32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5$.

C. $2x^5+10x^4y+20x^3y^2+20x^2y^3+10xy^4+y^5$.

D. $32x^5+10000x^4y+80000x^3y^2+400x^2y^3+10xy^4+y^5$.

Lời giải

Chọn B

$$(2x+y)^5 = C_5^0(2x)^5 + C_5^1(2x)^4y + C_5^2(2x)^3y^2 + C_5^3(2x)^2y^3 + C_5^4(2x)y^4 + C_5^5y^5$$
$$= 32x^5+80x^4y+80x^3y^2+40x^2y^3+10xy^4+y^5.$$

Câu 8: Đa thức $P(x) = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$ là khai triển của nhị thức nào dưới đây?

A. $(x-y)^5$. **B.** $(x+y)^5$. **C.** $(2x-y)^5$. **D.** $(x-2y)^5$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy $P(x)$ có dấu đan xen nên loại đáp án B.

Hệ số của x^5 bằng 1 nên loại đáp án C và còn lại hai đáp án A và D thì chỉ có A phù hợp (vì khai triển số hạng cuối của đáp án A là $-y^5$).

Câu 9: Khai triển của nhị thức $\left(x-\frac{1}{x}\right)^5$ là

A. $x^5+5x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$.

B. $x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

C. $5x^5-10x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}$.

D. $5x^5+10x^3+10x+\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}+\frac{1}{x^5}$

Lời giải

Chọn B

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\left(\frac{-1}{x}\right)^1+C_5^2x^3\left(\frac{-1}{x}\right)^2+C_5^3x^2\left(\frac{-1}{x}\right)^3+C_5^4x^1\left(\frac{-1}{x}\right)^4+C_5^5\left(\frac{-1}{x}\right)^5$$
$$=x^5-5x^3+10x-\frac{10}{x}+\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^5}.$$

Câu 10: Khai triển của nhị thức $(xy+2)^5$ là

A. $x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

B. $5x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

C. $x^5y^5+100x^4y^4+400x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32$.

D. $x^5y^5-10x^4y^4+40x^3y^3-80x^2y^2+80xy-32$.

Lời giải

Chọn A

$$(xy+2)^5=C_5^0(xy)^5+C_5^1(xy)^4.2^1+C_5^2(xy)^3.2^2+C_5^3(xy)^2.2^3+C_5^4(xy)^1.2^4+C_5^5.2^5$$
$$=x^5y^5+10x^4y^4+40x^3y^3+80x^2y^2+80xy+32.$$

Dạng 3. Xác định một hệ số hay một số hạng trong khai triển của bậc 4 hay bậc 5:

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $(2x-1)^4$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2x-1)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^{4-k}(-1)^k=(-1)^k C_4^k 2^{4-k}x^{4-k}$

Số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=3\Rightarrow k=1$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $C_4^1(-1)^1 2^3x^3=-32x^3$.

Câu 2: Tìm hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển $(2+3x)^5$.

Lời giải

Ta xét khai triển $(2+3x)^5$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_5^k 2^{5-k}(3x)^k=C_5^k 2^{5-k}3^k x^k$.

Số hạng chứa x^4 trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $k=4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển là: $C_5^4 2^{5-4}3^4=810$.

Câu 3: Tìm số hạng chứa x trong khai triển $(3x-2)^4$.

Ta xét khai triển $(3x-2)^4$ có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(3x)^{4-k}(-2)^k=C_4^k 3^{4-k}(-2)^k x^{4-k}$.

Số hạng chứa x trong khai triển ứng với giá trị k thỏa mãn : $4-k=1\Rightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x trong khai triển là: $C_4^3 3^{4-3}(-2)^3 x=-96x$.

Câu 4: Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^5$.

Lời giải

Đặt $(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_5x^5$.

Cho $x=1$ ta có tổng các hệ số $a_0+a_1+a_2+...+a_5=(1-2)^5=-1$.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$).

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ (với $x\neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_5^k\left(\frac{1}{x}\right)^k.\left(x^3\right)^{5-k}=C_5^k.x^{15-4k}$.

Số hạng chứa x^3 tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $15-4k=3\Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $C_5^3=10$.

Câu 6: Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ với $x\neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{x}{2}+\frac{4}{x}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k.\left(\frac{x}{2}\right)^{4-k}\left(\frac{4}{x}\right)^k=C_4^k.(2)^{3k-4}(x)^{4-2k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-2k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2.(2)^{3.2-4}=24$.

Câu 7: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ với $x \neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(\frac{3}{x}+2x\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=C_4^k(2x)^k\left(\frac{3}{x}\right)^{4-k}=C_4^k2^k3^{4-k}x^{2k-4}$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $2k-4=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_4^2 2^2 3^2=216$.

Câu 8: Tìm số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$, $x \neq 0$.

Lời giải

Ta xét khai triển $\left(2x-\frac{1}{x^2}\right)^4$ (với $x \neq 0$) có số hạng tổng quát là

$T_{k+1}=(-1)^k C_4^k 2^{4-k}x^{4-3k}$.

Số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển tương ứng với giá trị k thỏa mãn: $4-3k=-2 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng chứa $\frac{1}{x^2}$ trong khai triển là $(-1)^2 C_4^2 2^{4-2}x^{4-3.2}=\frac{24}{x^2}$.

Câu 9: **(VD).** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2-\frac{1}{x^2}\right)^4$.

Lời giải

Xét số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_4^k\left(2x^2\right)^{4-k}\left(-\frac{1}{x^2}\right)^k=C_4^k2^{4-k}x^{8-2k}(-1)^k\frac{1}{x^{2k}}=C_4^k2^{4-k}x^{8-4k}(-1)^k$

(với $0 \le k \le 4$).

Số hạng không chứa x ứng với $8-4k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng không chứa x là $T_3=C_4^2 2^2(-1)^2=24$.

Câu 10: **(VD).** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=15$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^4}\right)^n$.

Lời giải

Điều kiện: $n \ge 2, n \in \mathbb{N}^*$ (1)

$$C_n^1 + C_n^2 = 15 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 15 \Leftrightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \\ n = -6 \end{array}\right. \Rightarrow n = 5.$$

Khi đó, $\left(x+\frac{2}{x^4}\right)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k.2^k x^{5-k}.\left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{5} C_5^k.2^k x^{5-5k}$

Số hạng không chứa x tương ứng $5-5k=0 \Leftrightarrow k=1$

Suy ra số hạng không chứa x là: $C_5^1.2^1 = 10$

Câu 11: **(VD).** Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ thỏa mãn $a_0 + 8a_1 = 2a_2 + 1$. Tìm giá trị của số nguyên dương n.

Lời giải

Ta có: $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^{n} 2^k C_n^k x^k ; (k \in \mathbb{N})$. Suy ra: $a_k = 2^k C_n^k$. Thay $a_0 = 2^0 C_n^0 = 1$, $a_1 = 2C_n^1$, $a_2 = 4C_n^2$ vào giả thiết ta có: $1 + 16C_n^1 = 8C_n^2 + 1 \Leftrightarrow 2C_n^1 = C_n^2$

$$\Leftrightarrow 2\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-2)!2!} \Leftrightarrow 2n = \frac{n(n-1)}{2} \Leftrightarrow n^2 - 5n = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n = 5 \end{array}\right..$$

Do n là số nguyên dương nên $n=5$.

Câu 12: **(VDC).** Tìm hệ số của x^{10} trong khải triển thành đa thức của $(1+x+x^2+x^3)^5$

Lời giải

Ta có $(1+x+x^2+x^3)^5 = \left[(1+x)+x^2(1+x)\right]^5 = \left[(1+x).(1+x^2)\right]^5 = (1+x)^5.(1+x^2)^5$.

Xét khai triển $(1+x)^5.(1+x^2)^5 = \sum_{k=0}^{5} C_5^k x^k . \sum_{l=0}^{5} C_5^l x^{2l} = \sum_{k=0}^{5} (C_5^k . \sum_{l=0}^{5} C_5^l . x^{k+2l})$.

Số hạng chứa x^{10} tương ứng với k, l thỏa mãn $k + 2l = 10 \Leftrightarrow k = 10 - 2l$.

Kết hợp với điều kiện, ta có hệ :

$$\begin{cases} k = 10 - 2l \\ 0 \le k \le 5,\ k \in N \\ 0 \le l \le 5,\ l \in N \end{cases} \Leftrightarrow (k,l) \in \{(0;5),(2;4),(4;3)\}.$$

Vậy hệ số của x^{10} bằng tổng các $C_5^k.C_5^l$ thỏa mãn $C_5^0.C_5^5 + C_5^2.C_5^4 + C_5^4.C_5^3 = 101$.

Câu 13: **(VDC).** Tìm số hạng có hệ số nguyên trong khai triển thành đa thức của $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + ... + C_{2n+1}^{2n} = 1024$

Lời giải

Ta có $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}x^{2n+1}+C_{2n+1}^{1}x^{2n}+...+C_{2n+1}^{2n}x+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(1)$.

Thay $x=1$ vào (1) ta được $2^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(2)$.

Thay $x=-1$ vào (1) ta được $0=-C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}-...-C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n+1}\quad(3)$.

Lấy $(2)-(3)$ vế theo vế ta được $2^{2n+1}=2\left(C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{2n}\right)$.

Theo đề $2^{2n+1}=2.1024\Leftrightarrow n=5$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\frac{3}{2}-\frac{2}{3}x^2\right)^n$ là

$$T_{k+1}=C_5^k.\left(\frac{3}{2}\right)^{5-k}.\left(-\frac{2}{3}x^2\right)^k=C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}x^{2k}.$$

Ta có bảng sau

k	0	1	2	3	4	5
$C_5^k.(-1)^k.3^{5-2k}.2^{2k-5}$	$\frac{243}{32}$	$-\frac{135}{8}$	15	$-\frac{20}{3}$	$\frac{40}{27}$	$-\frac{32}{243}$

Vậy số hạng có hệ số nguyên là $15x^4$.

Câu 14: **(VDC)** Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12$.

Lời giải

Xét $C_n^2+\frac{A_n^3}{n}=12\quad(1)$ (Điều kiện : $n\in Z,\ n\geq 3$).

$$(1)\Leftrightarrow\frac{n!}{2!(n-2)!}+\frac{n!}{n.(n-3)!}=12$$

$$\Leftrightarrow\frac{n(n-1)}{2}+(n-1)(n-2)=12$$

$$\Leftrightarrow 3n^2-7n-20=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=4\ (tm)\\ n=\frac{-5}{3}\ (L)\end{array}\right.$$

Với $n=4$ thì $P(x)=\left(3+x-x^2\right)^4=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}\left[x(1-x)\right]^k=\sum_{k=0}^{4}C_4^k3^{4-k}x^k\left(\sum_{i=0}^{k}C_k^i(-1)^ix^i\right)$

$$\Rightarrow P(x)=\sum_{k=0}^{4}\sum_{i=0}^{k}C_4^kC_k^i3^{4-k}(-1)^ix^{i+k}$$

Theo đề bài số hạng chứa x^2 thỏa mãn với $i+k=2\ (i,k\in\mathbb{Z},0\leq i\leq k\leq 4)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}i=0,k=2\\ i=1,k=1\end{array}\right.$

Vậy số hạng chứa x^2 là $\left[C_4^2C_2^0 3^2(-1)^0 + C_4^1C_1^1 3^3(-1)^1\right]x^2 = -54x^2$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 15: Khai triển theo công thức nhị thức Newton $(x-y)^4$.

A. $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$. **B.** $x^4-4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3-y^4$.

C. $x^4+4x^3y+4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$. **D.** $x^4-4x^3y-4x^2y^2-4x^1y^3+y^4$.

Lời giải

Chọn A

$(x-y)^4 = x^4-4x^3y+4x^2y^2-4xy^3+y^4$

Câu 16: Đa thức $P(x)=32x^5-80x^4+80x^3-40x^2+10x-1$ là khai triển của nhị thức nào?

A. $(1-2x)^5$. **B.** $(1+2x)^5$. **C.** $(2x-1)^5$. **D.** $(x-1)^5$.

Lời giải

Chọn C

Vì hệ số của x^5 là 32 và dấu trong khai triển đan xen nên chọn đáp án C.

Câu 17: Trong khai triển $(2a-b)^5$, hệ số của số hạng thứ 3 bằng:

A. -80. **B.** 80. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$$(2a-b)^5=(2a)^5-5(2a)^4b+10(2a)^3b^2-10(2a)^2b^3+5(2a)b^4-b^5$$
$$=32a^5-80a^4b+80a^3b^2-40a^2b^3+10ab^4-b^5$$

Câu 18: Tìm hệ số của đơn thức a^3b^2 trong khai triển nhị thức $(a+2b)^5$.

A. 160. **B.** 80. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$(a+2b)^5=a^5+5a^4(2b)+10a^3(2b)^2+10a^2(2b)^3+5a(2b)^4+(2b)^5$$
$$=a^5+10a^4b+40a^3b^2+80a^2b^3+80ab^4+32b^5$$

Suy ra hệ số của a^3b^2 trong khai triển trên là: 40.

Câu 19: Số hạng chính giữa trong khai triển $(3x+2y)^4$ là:

A. $C_4^2x^2y^2$. **B.** $6(3x)^2(2y)^2$. **C.** $6C_4^2x^2y^2$. **D.** $36C_4^2x^2y^2$.

Lời giải

Chọn D

$$(3x+2y)^4=(3x)^4+4(3x)^3(2y)+6(3x)^2(2y)^2+4(3x)(2y)^3+(2y)^4$$

Suy ra hệ số chính giữa trong khai triển trên là: $6(3x)^2(2y)^2=36C_4^2x^2y^2$.

Câu 20: Biết $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = a_0 + a_1\sqrt[3]{2} + a_2\sqrt[3]{4}$. Tính $\left(a_1a_2\right)$

A. $a_1a_2 = 24$. **B.** $a_1a_2 = 8$. **C.** $a_1a_2 = 54$. **D.** $a_1a_2 = 36$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(1+\sqrt[3]{2}\right)^4 = 1^4 + 4.1^3\left(\sqrt[3]{2}\right)^1 + 6.1^2\left(\sqrt[3]{2}\right)^2 + 4.1^1\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 + \left(\sqrt[3]{2}\right)^4 = 1 + 4\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{4} + 8 + 2\sqrt[3]{2}$

$= 9 + 6\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{4}$.

Suy ra $\left(a_1a_2\right) = 6.6 = 36$.

Câu 21: Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển $\left(\sqrt{x} + \dfrac{2}{x}\right)^4, x > 0$ là số hạng thứ mấy ?

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x}\right)^4 = \left(\sqrt{x}\right)^4 + 4\left(\sqrt{x}\right)^3\left(\dfrac{2}{x}\right) + 6\left(\sqrt{x}\right)^2\left(\dfrac{2}{x}\right)^2 + 4\left(\sqrt{x}\right)\left(\dfrac{2}{x}\right)^3 + \left(\dfrac{2}{x}\right)^4$

$$= x^2 + 8\sqrt{x} + 24\frac{1}{x} + 32\frac{\sqrt{x}}{x^3} + 16\frac{1}{x^4}.$$

Số hạng chứa $\sqrt{x}$ trong khai triển trên ứng với số hạng thứ 2.

Câu 22: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(x^3 - \dfrac{1}{x^2}\right)^5$.

Lời giải

A. -10. **B.** -5. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^5 = \left(x^3\right)^5 - 5\left(x^3\right)^4\left(\frac{1}{x^2}\right) + 10\left(x^3\right)^3\left(\frac{1}{x^2}\right)^2 - 10\left(x^3\right)^2\left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 5\left(x^3\right)\left(\frac{1}{x^2}\right)^4 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^5.$$

$$= x^{15} - 5x^{10} + 10x^5 - 10 + 5\frac{1}{x^5} - \frac{1}{x^{10}}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển là (-10).

Câu 23: Cho a là một số thực bất kì. Rút gọn

$M = C_4^0a^4 + C_4^1a^3(1-a) + C_4^2a^2(1-a)^2 + C_4^3a(1-a)^3 + C_4^4(1-a)^4$.

A. $M = a^4$. **B.** $M = a$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3(1-a) + C_4^2 a^2(1-a)^2 + C_4^3 a(1-a)^3 + C_4^4(1-a)^4 = \left[a+(1-a)\right]^4 = 1$.

Câu 24: Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Tìm a_4 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 31$.

A. 80. **B.** -80. **C.** 40. **D.** -40.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^n = C_n^0 1^n(-2x)^0 + C_n^1 1^{n-1}(-2x) + C_n^2 1^{n-2}(-2x)^2 + ... = 1 - 2C_n^1 x + 4C_n^2 x^2 + ...$

Vậy $a_0 = 1$; $a_1 = -2C_n^1$; $a_2 = 4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 31$ nên ta có:

$$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 31 \Leftrightarrow 1 - 2\frac{n!}{1!(n-1)!} + 4\frac{n!}{2!(n-2)!} = 31 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 31$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 30 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 15 = 0 \Rightarrow n = 5.$$

Từ đó ta có $a_4 = C_5^4(-2)^4 = 80$.

Câu 25: Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Khi đó ta có $3n^4$ bằng

A. 7203. **B.** 1875. **C.** 1296. **D.** 6561.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát khai triển của $(1-3x)^n$ là $T_{k+1} = C_n^k(-3x)^k = (-3)^k C_n^k x^k$.

$\Rightarrow$ hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ ứng với $k = 2$.

Khi đó $(-3)^2 C_n^2 = 90 \Leftrightarrow 9\frac{n(n-1)}{2} = 90 \Leftrightarrow n(n-1) = 20 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=-4 \\ n=5 \end{array}\right. \Rightarrow 3n^4 = 1875$.

Câu 26: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11$.

A. 20. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 11 \Leftrightarrow 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 11 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=4 \\ n=-5 \end{array}\right.$.

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k(x^3)^{4-k}\left(\frac{1}{x^2}\right)^k = C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là: $C_4^2 = 6$.

Câu 27: Tìm hệ số của x^2 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k \left(x^3\right)^{4-k} \left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2 C_4^2 = 24$.

Câu 28: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển : $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^n$, với $x > 0$, biết tổng ba hệ số đầu của x trong khai triển bằng 33.

A. 34. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 = 33 \Rightarrow n = 4$

Số hạng tổng quát của khai triển $f(x) = \left(x^3 + \dfrac{2}{x^2}\right)^4$ là $T_{k+1} = C_4^k \left(x^3\right)^{4-k} \left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k = 2^k C_4^k x^{12-5k}$.

Số hạng chứa x^2 trong khai triển ứng với số mũ của x là: $12 - 5k = 2 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển là : $2^2 C_4^2 = 24$.

Câu 29: Cho khai triển: $(3x-5)^n = \sum\limits_{i=0}^{n} a_i x^i$. Tính tổng $S = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_{n-1}$.

Biết : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243$.

A. 3093. **B.** -3157. **C.** 3157. **D.** -3093.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $C_n^0 + 2C_n^1 + 4C_n^2 + ... + 2^n C_n^n = 243 \Leftrightarrow (1+2)^n = 243 \Leftrightarrow 3^n = 3^5 \Leftrightarrow n = 5$.

Ta có : $f(x) = (3x-5)^5$

$= C_5^0 (3x)^5 + C_5^1 (3x)^4 (-5) + C_5^2 (3x)^3 (-5)^2 + C_5^3 (3x)^2 (-5)^3 + C_5^4 (3x)(-5)^4 + C_5^5 (-5)^5$

Tổng là:

$S = C_5^0 3^5 + C_5^1 3^4 (-5) + C_5^2 3^3 (-5)^2 + C_5^3 3^2 (-5)^3 + C_5^4 .3.(-5)^4 = f(1) - C_5^5 (-5)^5$

$= (3-5)^5 + 5^5 = 3093$.

Câu 30: Với n là số nguyên dương, gọi a_{3n-3} là hệ số của x^{3n-3} trong khai triển thành đa thức của $f(x) = \left(x^2+1\right)^n (x+2)^n$. Tìm n để $a_{3n-3} = 26n$.

A. $n = 11$. **B.** $n = 5$. **C.** $n = 12$. **D.** $n = 10$

Lời giải

Chọn B

$f(x) = \left(x^2+1\right)^n (x+2)^n = \left(\sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k x^{2n-2k}\right)\left(\sum\limits_{i=0}^{n} C_n^i x^{n-i} 2^i\right) = \sum\limits_{k=0}^{n}\left(\sum\limits_{i=0}^{n} C_n^k C_n^i 2^i x^{3n-2k-i}\right), \ (0 \le i, k \le n)$

Yêu cầu $\Leftrightarrow 3n-(2k+i)=3n-3 \Leftrightarrow 2k+i=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=i=1 \\ k=0,\ i=3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow a_{3n-3}=2C_n^1C_n^1+2^3C_n^0C_n^3=26n \Leftrightarrow n=5$.

Câu 31: Cho khai triển: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, biết n thỏa mãn $a_0+8a_1=2a_2+1$. Tìm hệ số lớn nhất của khai triển.

A. 160. **B.** 80. **C.** 60. **D.** 105.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k(2x)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k2^kx^k$.

$\Rightarrow a_k=C_n^k2^k \Rightarrow a_0=C_n^0,\ a_1=2C_n^1,\ a_2=2^2C_n^2$.

Nên $a_0+8a_1=2a_2+1 \Leftrightarrow C_n^0+16C_n^1=8C_n^2+1 \Leftrightarrow 1+16n=\dfrac{8n(n-1)}{2!}+1 \Leftrightarrow n=5$.

Suy ra ta có khai triển : $(1+2x)^5=\sum_{k=0}^{5}C_5^k2^kx^k$ $\Rightarrow$ Hệ số của khai triển là: $a_k=C_5^k2^k$.

Ta có: a_k là hệ số lớn nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_5^k2^k \ge C_5^{k+1}2^{k+1} \\ C_5^k2^k \ge C_5^{k-1}2^{k-1} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k \ge \dfrac{5!}{(k+1)!(5-k-1)!}2^{k+1} \\ \dfrac{5!}{k!(5-k)!}2^k \ge \dfrac{5!}{(k-1)!(5-k+1)!}2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{5-k} \ge \dfrac{2}{k+1} \\ \dfrac{2}{k} \ge \dfrac{1}{5-k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k+1 \ge 10-2k \\ 12-2k \ge k \end{cases} \Leftrightarrow 11 \le 3k \le 12$$

$\Leftrightarrow \dfrac{11}{3} \le k \le 4 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} k=3 \\ k=4 \end{array}\right.$.

Vậy hệ số lớn nhất của khai triển là : $a_3=C_5^32^3=80=a_4=C_5^42^4=80$.

Dạng 4. Tính tổng của các tổ hợp $C_n^k\left(k \le n \le 5; k,n \in \mathbb{N}\right)$ và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^ka^{10-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^{10}=C_{10}^0+C_{10}^1+...+C_{10}^{10}$.

Vậy $S=2^{10}=1024$.

Câu 2: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_6^1+C_6^2+...+C_6^5$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k a^{6-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^6=C_6^0+C_6^1+...+C_6^6$.

Do đó $S=2^6-C_6^0-C_6^6=62$.

Vậy $S=62$.

Câu 3: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k a^{6-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^6=C_6^0+2.C_6^1+2^2.C_6^2+...+2^6C_6^6$.

Vậy $S=3^6=729$.

Câu 4: **(NB)** Tính tổng sau $S=C_{12}^0-C_{12}^1+C_{12}^2-...-C_{12}^{11}+C_{12}^{12}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k a^{12-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=-1$, thu được $(1-1)^{12}=C_{12}^0-C_{12}^1+C_{12}^2-...-C_{12}^{11}+C_{12}^{12}$.

Vậy $S=0^{12}=0$.

Câu 5: **(TH)** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $n^2-6n-7=0$. Tính tổng $S=C_n^0+C_n^1+...+C_n^n$.

Lời giải

Ta có $n^2-6n-7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=7 \\ n=-1. \end{array}\right.$

Do $n\in\mathbb{N}$ nên $n=7$. Khi đó $S=C_7^0+C_7^1+...+C_7^7$.

Xét khai triển $(a+b)^7=\sum_{k=0}^{7}C_7^k a^{7-k}b^k$.

Ta chọn $a=b=1$, thu được $(1+1)^7=C_7^0+C_7^1+...+C_7^7$.

Vậy $S=2^7=128$.

Câu 6: **(TH)** Cho đa thức $P(x)=(1-x)^8$. Tính tổng các hệ số của đa thức $P(x)$.

Lời giải

Ta có $P(x)=(1-x)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k(-1)^k x^k$. Khi đó tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ là

$$S=C_8^0-C_8^1+...-C_8^7+C_8^8.$$

Xét khai triển $(a+b)^8=\sum_{k=0}^{8}C_8^k a^{8-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=-1$, thu được $(1-1)^8=C_8^0-C_8^1+C_8^2-...-C_8^7+C_8^8$.

Vậy tổng các hệ số của đa thức $P(x)$ bằng 0.

Câu 7: **(TH)** Tính tổng sau $S=C_{20}^1+2C_{20}^2+2^2.C_{20}^3+...+2^{19}C_{20}^{20}$.

Lời giải

Ta có $2S=2.C_{20}^1+2^2C_{20}^2+2^3.C_{20}^3+...+2^{20}.C_{20}^{20}$.

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Ta chọn $a=1;b=2$, thu được $(1+2)^{20}=C_{20}^0+2.C_{20}^1+...+2^{20}.C_{20}^{20}$.

Do đó $2S=(1+2)^{20}-C_{20}^0=3^{20}-1$.

Vậy $S=\dfrac{3^{20}-1}{2}$.

Câu 8: **(TH)** Tính tổng sau $S=C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}$.

Lời giải

Xét khai triển $(a+b)^{20}=\sum_{k=0}^{20}C_{20}^k a^{20-k}b^k$.

Chọn $a=b=1$, ta thu được $(1+1)^{20}=C_{20}^0+C_{20}^1+C_{20}^2+C_{20}^3...+C_{20}^{20}$.

Chọn $a=1;b=-1$, ta thu được $(1-1)^{20}=C_{20}^0-C_{20}^1+C_{20}^2-C_{20}^3+...+C_{20}^{20}$.

Cộng theo vế hai phương trình ta được

$$2^{20}=2.\left(C_{20}^0+C_{20}^2+C_{20}^4+...+C_{20}^{20}\right)$$

$$\Leftrightarrow 2S=2^{20}$$

$$\Leftrightarrow S=2^{19}.$$

Câu 9: Tính tổng: $S=C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3-...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}$

Lời giải

Xét $A=(a+b)^{2019}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2019}^k a^{2019-k}b^k$

$=C_{2019}^0.a^{2019}+C_{2019}^1.a^{2018}.b+C_{2019}^2.a^{2017}.b^2+C_{2019}^3.a^{2016}.b^3+...+C_{2019}^{2018}.a^1.b^{2018}+C_{2019}^{2019}.b^{2019}$

Ta chọn $a=-3,b=2$, khi đó

$(-3+2)^{2019}=-C_{2019}^0.3^{2019}+\underbrace{C_{2019}^1.3^{2018}.2-C_{2019}^2.3^{2017}.2^2+C_{2019}^3.3^{2016}.2^3+...-C_{2019}^{2018}.3^1.2^{2018}+C_{2019}^{2019}.2^{2019}}_{S}$

$\Rightarrow S=(-3+2)^{2019}+C_{2019}^0.3^{2019}=(-1)^{2019}+3^{2019}=\boxed{3^{2019}-1}$.

Câu 10: Tính tổng: $S=C_{2021}^0.4^{2021}-C_{2021}^1.4^{2010}.2+C_{2021}^2.4^{2019}.2^2-C_{2021}^3.4^{2018}.2^3-...+C_{2021}^{2020}.4^1.2^{2020}$

Lời giải

$A=(a+b)^{2021}=\sum_{k=0}^{2021}C_{2021}^{k}a^{2021-k}b^{k}$

$=C_{2021}^{0}.a^{2021}+C_{2021}^{1}.a^{2020}.b+C_{2021}^{2}.a^{2019}.b^{2}+C_{2021}^{3}.a^{2018}.b^{3}+...+C_{2021}^{2020}.a^{1}.b^{2020}+C_{2021}^{2021}.b^{2021}$

Ta chọn $a=4,b=-2$, khi đó

$(4-2)^{2021}=\underbrace{C_{2021}^{0}.4^{2021}-C_{2021}^{1}.4^{2020}.2+C_{2021}^{2}.4^{2019}.2^{2}-C_{2021}^{3}.4^{2018}.2^{3}+...+C_{2021}^{2020}.4.2^{2020}}_{S}-C_{2021}^{2021}.2^{2021}$

$\Rightarrow S=(4-2)^{2021}+C_{2021}^{2021}.2^{2021}=2^{2021}+2^{2021}=\boxed{2^{2022}}$

Câu 11: Cho $n\in\mathbb{N}^{*}$, tính tổng $S=2^{7}C_{2n}^{0}-2^{8}C_{2n}^{1}+2^{9}C_{2n}^{2}-2^{10}C_{2n}^{3}+...-2^{2n+6}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n+7}C_{2n}^{2n}$.

Lời giải

Ta có: $S=2^{7}\left[C_{2n}^{0}-2^{1}C_{2n}^{1}+2^{2}C_{2n}^{2}-2^{3}C_{2n}^{3}+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}\right]$.

Xét khai triển Newton

$(x-2)^{2n}=C_{2n}^{0}x^{2n}(-2)^{0}+C_{2n}^{1}x^{2n-1}.(-2)^{1}+C_{2n}^{2}x^{2n-2}.(-2)^{2}+...+C_{2n}^{2n-1}x^{1}(-2)^{2n-1}+C_{2n}^{2n}(-2)^{2n}$

Tại $x=1$ ta có $1=(-1)^{2n}=C_{2n}^{0}-2^{1}C_{2n}^{1}+2^{2}C_{2n}^{2}-2^{3}C_{2n}^{3}+...-2^{2n-1}C_{2n}^{2n-1}+2^{2n}C_{2n}^{2n}$

Vậy $\boxed{S=2^{7}.(-1)^{2n}=2^{7}}$

Câu 12: Cho n là số tự nhiên. Hãy tính tổng sau: $S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{n}$

Lời giải

$S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+C_{2n+1}^{2}+...+C_{2n+1}^{n}$

$\Rightarrow 2S=\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]+\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]$

Ta có $C_{n}^{k}=C_{n}^{n-k}$ (tính chất tổ hợp).

$\Rightarrow 2S=\left[C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}\right]+\left[C_{2n+1}^{2n+1}+C_{2n+1}^{2n}+...+C_{2n+1}^{n+1}\right]$

$\Rightarrow 2S=C_{2n+1}^{0}+C_{2n+1}^{1}+...+C_{2n+1}^{n}+C_{2n+1}^{n+1}+...+C_{2n+1}^{2n}+C_{2n+1}^{2n}$

Xét khai triển $(x+1)^{2n+1}=C_{2n+1}^{0}x^{0}+C_{2n+1}^{1}x^{1}+...+C_{2n+1}^{2n+1}x^{2n+1}$

Khi $x=1\Rightarrow 2S=2^{2n+1}\Rightarrow S=2^{2n}=4^{n}$.

Câu 13: Cho n là số tự nhiên. Thu gọn biểu thức $S=3C_{n}^{0}+7C_{n}^{1}+11C_{n}^{2}+...+(4n+3)C_{n}^{n}$ theo n.

Lời giải

Ta có $S=(0.4+3)C_{n}^{0}+(1.4+3)C_{n}^{1}+(2.4+3)C_{n}^{2}+...+(n.4+3)C_{n}^{n}$.

$\Rightarrow S=4\left(C_{n}^{1}+2C_{n}^{2}+3C_{n}^{3}+...+n.C_{n}^{n}\right)+3\left(C_{n}^{0}+C_{n}^{1}+...+C_{n}^{n}\right)$.

Xét khai triển $(x+1)^{n}=C_{n}^{0}x^{0}+C_{n}^{1}.x^{1}+...+C_{n}^{n}x^{n}$.

Khi $x=1\Rightarrow C_{n}^{0}+C_{n}^{1}+...+C_{n}^{n}=2^{n}$.

Mặt khác ta lại có: $k.C_{n}^{k}=k.\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=\dfrac{n(n-1)!}{(k-1)!\left[(n-1)-(k-1)\right]!}=n.C_{n-1}^{k-1}$

Do đó: $C_{n}^{1}+2.C_{n}^{2}+3C_{n}^{3}+...+n.C_{n}^{n}=n\left(C_{n-1}^{0}+C_{n-1}^{1}+C_{n-1}^{2}+...+C_{n-1}^{n-1}\right)$

Tương tự xét khai triển $(x+1)^{n-1}=C_{n-1}^{0}x^{0}+C_{n-1}^{1}.x^{1}+...+C_{n-1}^{n-1}x^{n-1}$

Khi $x=1\Rightarrow C_{n-1}^{0}+C_{n-1}^{1}+C_{n-1}^{2}+...+C_{n-1}^{n-1}=2^{n-1}$.

Vậy $S=4n.2^{n-1}+3.2^{n}=(2n+3).2^{n}$.

Câu 14: Rút gọn biểu thức $S=\frac{1}{1.0!.2019!}+\frac{1}{2.1!2018!}+\frac{1}{3.2!.2017!}+...+\frac{1}{2020.2019!.0!}$

Lời giải

Ta có $S=\sum_{k=0}^{2019}\frac{1}{(k+1)k!(2019-k)!}=\sum_{k=0}^{2019}\frac{2020!}{2020!(k+1)!(2020-(k+1))!}=\frac{1}{2020!}\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}$

Xét nhị thức $(x+1)^{2020}=\sum_{k=0}^{2020}C_{2020}^{k}.x^k=1+\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^{k}.x^k$

Cho $x=1\Rightarrow\sum_{k=1}^{2020}C_{2020}^{k}=\sum_{k=0}^{2019}C_{2020}^{k+1}=2^{2020}-1$.

Vậy: $S=\frac{2^{2020}-1}{2020!}$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: (NB) Tổng $T=C_n^0+C_n^1+C_n^3+C_n^4+.....+C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$.

Câu 2: (NB) Với $n\geq 4$, tổng $T=C_n^0+C_n^2+C_n^4+...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 2^n-1.

Lời giải

Chọn B

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. (1)

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)+(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

Câu 3: (NB) Tổng $T=C_n^0-C_n^1+C_n^2+...+(-1)^k C_n^k+...+(-1)^n C_n^n$ bằng

A. 2^{n+1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k$ $(*)$

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$.

Câu 4: (NB) Với $n\geq 4$, tổng $T=C_n^1+C_n^3+C_n^5+...$ bằng

A. 2^{2n-1} **B.** 2^{n-1} **C.** 2^n **D.** 2^n-1.

Lời giải

Chọn D

Theo khai triển nhị thức Niuton $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k a^{n-k}b^k \quad (*)$

Với $a=b=1$, ta có $(*)\Rightarrow 2^n=C_n^0+C^1+\ldots+C_n^{n-1}+C_n^n$. $\quad (1)$

Với $a=1;b=-1$, ta có $(*)\Rightarrow 0=C_n^0-C^1+\cdots+(-1)^k C_n^k+\cdots+(-1)^n C_n^n$. (2)

Lấy $(1)-(2)\Rightarrow 2^n=2T$

Vậy $T=2^{n-1}$.

Câu 5: (NB) Biểu thức $P=C_n^k+C_n^{k+1}$ bằng

A. C_{n+1}^{k+1} **B.** C_{n+1}^k **C.** C_{n+1}^k **D.** C_n^k.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

Câu 6: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^7+C_n^8=C_{n+1}^9$. Giá trị của số n bằng

A. 16 **B.** 24. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện : $n\ge 8; n\in\mathbb{N}$.

Áp dụng $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$

Ta có $C_n^7+C_n^8=C_{n+1}^9 \Leftrightarrow C_{n+1}^8=C_{n+1}^9 \Leftrightarrow \dfrac{(n+1)!}{8!(n-7)!}=\dfrac{(n+1)!}{9!(n-8)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{n-7}=\dfrac{1}{9}\Leftrightarrow n=16$.

Câu 7: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^n=8(n+2)$.

A. 14 **B.** 13 **C.** 16 **D.** 15

Lời giải

Chọn B

Điều kiện : $n\in\mathbb{N}$.

Ta có $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^n=8(n+2)\Leftrightarrow\left(C_{n+3}^n+C_{n+3}^{n+1}\right)-C_{n+3}^n=8(n+2)$

$\Leftrightarrow C_{n+3}^{n+1}=8(n+2)\Leftrightarrow \dfrac{(n+2)(n+3)}{2!}=8(n+2)$

$\Leftrightarrow n+3=8.2!\Leftrightarrow n+3=16\Leftrightarrow n=13$.

Câu 8: (TH) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=4095$. Giá trị của n bằng

A. 14 **B.** 16 **C.** 13 **D.** 12

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=4095\Rightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=4096$

Mà $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=2^n$ nên suy ra

$2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$

Câu 9: (TH) Tổng $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n}$ bằng

A. 2^{n-1} **B.** 2^{2n-1} **C.** $2^{2n} - 1$ **D.** 2^{2n}

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^0 + C_n^2 + C_n^4 + ... = 2^{n-1}$

Áp dụng hệ thức trên, ta có $T = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2k} + ... + C_{2n}^{2n} = 2^{2n-1}$.

Câu 10: (TH) Cho $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021}$. Tính biểu thức $T = 2^n$ thì n bằng

A. 2023 **B.** 2022 **C.** 2021 **D.** 2020

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^1 + C_n^3 + C_n^5 + ... + C_n^n = 2^{n-1}$

Áp dụng $T = C_{2022}^1 + C_{2022}^3 + C_{2022}^5 + ... + C_{2022}^{2021} = 2^{2021}$

Do đó $n = 2021$.

Câu 11: Tính tổng $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $n!$ **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^n b^n$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ ta được : $(1+1)^n = C_n^0.1^n + C_n^1.1^{n-1}.1 + C_n^2.1^{n-2}.1^2 + ... + C_n^n.1^n$

$\Leftrightarrow 2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n$.

Câu 12: Tính tổng $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$. ta được kết quả là:

A. 0 **B.** 2^n **C.** 2^{n-1} **D.** 2^{n+1}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + ... + C_n^n b^n$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ ta được : $(1-1)^n = C_n^0.1^n + C_n^1.1^{n-1}.(-1) + C_n^2.1^{n-2}.(-1)^2 + ... + C_n^n.(-1)^n$

$\Leftrightarrow 0 = C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n$.

Câu 13: Tính tổng $C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + ... + C_{2n}^{2n}$ ta được kết quả là:

A. 2^{n-1} **B.** 2^n **C.** 2^{2n-1} **D.** 2^{2n+1}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(a+b)^{2n} = C_{2n}^0 a^{2n} + C_{2n}^1 a^{2n-1} b + C_{2n}^2 a^{2n-2} b^2 + ... + C_{2n}^{2n} b^{2n}$.

Chọn $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ ta được : $2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + ... + C_{2n}^{2n}$ (1)

Chọn $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$ ta được : $0=C_{2n}^{0}-C_{2n}^{1}+C_{2n}^{2}-C_{2n}^{3}+C_{2n}^{4}+...-C_{2n}^{2n-1}+C_{2n}^{2n}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $C_{2n}^{0}+C_{2n}^{2}+C_{2n}^{4}+...+C_{2n}^{2n}=2^{2n-1}$.

Câu 14: Xét khai triểm $\left(1+2x+x^2\right)^{20}=a_0+a_1x+...+a_{40}x^{40}$. Tổng $S=a_0+a_1+...+a_{40}$ là:

A. 4^{40} **B.** 2^{20} **C.** 2^{40} **D.** 4^{10}

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển: $\left(1+2x+x^2\right)^{20}=\left(1+x\right)^{40}=C_{40}^{0}+C_{40}^{1}x+C_{40}^{2}x^2+...+C_{40}^{40}x^{40}$.

Chọn $x=1$ ta được $S=a_0+a_1+...+a_{40}=2^{40}$.

Câu 15: Tính tổng $(C_n^0)^2+(C_n^1)^2+(C_n^2)^2+...+(C_n^n)^2$ ta được kết quả là:

A. C_{2n}^{n} **B.** C_{2n}^{2n-2} **C.** 2^{2n+1} **D.** 2^{2n}

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $(1+x)^m.(1+x)^n=(1+x)^{m+n}$ ta có:

$C_m^0.C_n^k+C_m^1.C_n^{k-1}+C_m^2.C_n^{k-2}+...+C_m^m.C_n^{k-m}=C_{m+n}^k$, $m\le k\le n$. (hệ số chứa x^k ở cả hai vế).

Áp dụng với khai triển $\left(1+x\right)^n.\left(1+x\right)^n=\left(1+x\right)^{2n}$ ta có hệ số chứa x^n bằng nhau nên:

$C_n^0.C_n^n+C_n^1.C_n^{n-1}+...+C_n^n.C_n^0=C_{2n}^n\Leftrightarrow\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+...+\left(C_n^n\right)^2=C_{2n}^n$

Câu 16: Tính tổng $n.2^{n-1}.C_n^0+\left(n-1\right).2^{n-2}.3.C_n^1+\left(n-2\right).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$ ta được kết quả là:

A. 5^n **B.** $n.5^n$ **C.** $n.5^{n-1}$ **D.** 5^{n-1}

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$n.2^{n-1}.C_n^0+\left(n-1\right).2^{n-2}.3.C_n^1+\left(n-2\right).2^{n-3}.3^2.C_n^2+...+3^{n-1}.C_n^{n-1}$

$=\sum_{k=0}^{n-1}\left(n-k\right).2^{n-k-1}.3^k.C_n^k=\sum_{k=0}^{n-1}n.2^{n-k-1}.3^k.C_{n-1}^{n-k-1}=n.\left(2+3\right)^{n-1}=n.5^{n-1}$

Câu 17: Tính tổng $C_n^1+2\dfrac{C_n^2}{C_n^1}+3\dfrac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\dfrac{C_n^n}{C_n^{n-1}}$ ta được kết quả là:

A. 3^n **B.** 2^n **C.** $\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}$ **D.** $\dfrac{n\left(n+1\right)}{2}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{C_n^k}{C_n^{k-1}}=\dfrac{n-k+1}{k}$.

Suy ra:

$$C_n^1+2\frac{C_n^2}{C_n^1}+3\frac{C_n^3}{C_n^2}+....+n\frac{C_n^n}{C_n^{n-1}}=n+2.\frac{n-1}{2}+3\frac{n-2}{3}+...+n.\frac{1}{n}$$

$$=n+\left(n-1\right)+\left(n-2\right)+...+2+1=\frac{n\left(n+1\right)}{2}.$$

Dạng 5. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của $(x+\Delta x)^4$, $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng và ứng dụng (nếu có).

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 18: Viết khai triển lũy thừa $(x+\Delta x)^5$

Lời giải

Ta có: $(x+\Delta x)^5=C_5^0.x^5+C_5^1.x^4.\Delta x+C_5^2.x^3.(\Delta x)^2+C_5^3.x^2.(\Delta x)^3+C_5^4.x.(\Delta x)^4+C_5^5.(\Delta x)^5$

Câu 19: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(6,01)^4$

Lời giải

Ta có:

$$(6,01)^4=(6+0,01)^4=C_4^0.6^4+C_4^1.6^3.0,01+C_4^2.6^2.(0,01)^2+C_4^3.6.(0,01)^3+C_4^4.(0,01)^4$$
$$\approx C_4^0.6^4+C_4^1.6^3.0,01\approx 1304,64$$

Vậy: $(6,01)^4\approx 1304,64$.

Câu 20: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(2022,02)^5$

Lời giải

Ta có:

$$(2022,02)^5=(2022+0,02)^5=C_5^0.2022^5+C_5^1.2022^4.0,02+C_5^2.2022^3.0,02^2+C_5^3.2022^2.0,02^3$$
$$+C_5^4.2022.0,02^4+C_5^5.0,02^5$$
$$\approx C_5^0.2022^5+C_5^1.2022^4.0,02\approx 3,38.10^{16}$$

Vậy: $2022,02^5\approx 3,38.10^{16}$.

Câu 21: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(4,98)^5$

Lời giải

Ta có:

$$(4,98)^5=(5+(-0,02))^5=C_5^0.5^5(-0,02)^0+C_5^1.5^4.(-0,02)+C_5^2.5^2.(-0,02)^2+C_5^3.5^2.(-0,02)^3$$
$$+C_5^4.5.(-0,02)^4+C_5^5.(-0,02)^5$$
$$\approx C_5^0.5^5+C_5^1.5^4.(-0,02)\approx 3062,5$$

Vậy: $4,98^5\approx 3062,5$

Câu 22: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để tính gần đúng số $(1999,99)^4$

Lời giải

Ta có:

$$(1999,99)^4 = (2000+(-0,01))^4 = C_4^0.2000^4.(-0,01)^0 + C_4^1.2000^3.(-0,01) + C_4^2.2000^2.(-0,01)^2 + C_4^3.2000.(-0,01)^3 + C_4^4.(-0,01)^4$$

$$\approx C_4^0.2000^4 + C_4^1.2000^3.(-0,01) \approx 1,599968.10^{13}$$

Vậy: $(1999,99)^4 \approx 1,599968.10^{13}$

Câu 23: Tìm giá trị gần đúng của x, biết $(9+x)^5 \approx 59705,1$ khi ta dùng 2 số hạng đầu tiên trong khai triển $(9+x)^5$.

Lời giải

Ta có: $(9+x)^5 = C_5^0.9^5 + C_5^1.9^4.x + C_5^2.9^3.x^2 + C_5^3.9^2.x^3 + C_5^4.9.x^4 + C_5^5.x^5$

$$\approx C_5^0 9^5 + C_5^1 9^4 x \approx 59705,1 \Rightarrow x \approx 0,02$$

Vậy $x \approx 0,02$

Câu 24: Một người có 500 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi tháng người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n tháng được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một tháng. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính gần đúng số tiền người đó nhận được (cả gốc lẫn lãi) sau 6 tháng

Lời giải

Lãi suất của một tháng $r = \dfrac{7,2}{12}\% = 0,6\%$ / tháng.

Ta có: $T = T_0(1+r)^n$.

Suy ra: $T = 500.10^6(1+0,006)^6 \approx 500.10^6\left(C_6^0 + C_6^1.0,006\right) \approx 518000000$ đồng

Vậy: sau 6 tháng người đó nhận được hơn $518\,000\,000$ đồng.

Câu 25: Một người có T_0 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $7,2\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Đây được gọi là hình thức lãi kép. Biết số tiền cả vốn lẫn lãi T sau n năm được tính bởi công thức $T = T_0(1+r)^n$, trong đó T_0 là số tiền gởi lúc đầu và r là lãi suất của một năm. Sau 4 năm người đó nhận được số tiền cả gốc lẫn lãi số tiền $386\,400\,000$ đồng khi dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn. Tính gần đúng số tiền người đó đã gởi lúc đầu.

Lời giải

Ta có: $T = T_0(1+r)^n$.

Suy ra: $T = T_0(1+0,072)^4 \approx T_0\left(C_4^0 + C_4^1.0,072\right) \Rightarrow T_0 \approx 300\ 000\ 000$ đồng

Vậy lúc đầu người đó gởi vào khoảng 300 000 000 đồng

Câu 26: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(x+\Delta x)^n$ để so sánh $(3,01)^4$ và $(2,1)^5$

.Lời giải

Ta có:

$(3,01)^4=(3+0,01)^4=C_4^0.3^4+C_4^1.3^3.0,01+C_4^2.3^2.(0,01)^2+C_4^3.3.(0,01)^3+C_4^4.(0,01)^4$

$\approx C_4^0.3^4+C_4^1.3^3.0,01\approx 82,08$

$(2,1)^5=(2+0,1)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,1+C_5^2.2^3.(0,1)^2+C_5^3.2^2.(0,1)^3+C_5^4.2.(0,1)^4+C_5^5.(0,1)^5$

$\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,1\approx 40$

Vậy: $(3,01)^4>(2,1)^5$.

Câu 27: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(2-3x)^4$ để ước lượng giá trị gần đúng của x (làm tròn sau dấy phẩy hai chữ số), biết $(2-3x)^4\approx 12,8$.

Lời giải

Ta có:

$(2-3x)^4=C_4^0.2^4+C_4^1.2^3.(-3x)+C_4^2.2^2.(-3x)^2+C_4^3.2.(-3x)^3+C_4^4(-3x)^4$.

$\approx C_4^0.2^4+C_4^1.2^3.(-3x)\approx 16-96x$

Khi đó: $(2-3x)^4\approx 12,8\Leftrightarrow 16-96x\approx 12,8\Leftrightarrow x\approx 0,03$.

Vậy: $x\approx 0,03$.

Câu 28: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $T=\left(\sqrt{1-a}-2\right)^5$ để ước lượng giá trị gần đúng của T theo a.

Lời giải

Ta có:

$T=\left(-2+\sqrt{1-a}\right)^5=C_5^0(-2)^5+C_5^1.\sqrt{1-a}.(-2)^4+C_5^2.\left(\sqrt{1-a}\right)^2.(-2)^3$

$+C_5^3.\left(\sqrt{1-a}\right)^3.(-2)^2+C_5^4\left(\sqrt{1-a}\right)^4.(-2)+C_5^5\left(\sqrt{1-a}\right)^5$

$\approx C_5^0(-2)^5+C_5^1.\sqrt{1-a}.(-2)^4\approx -32+80\sqrt{1-a}$.

Vậy: $T\approx -32+80\sqrt{1-a}$

Câu 29: Một người có 100 triệu đồng gửi tiết kiệm ngân hàng với lãi suất $6,8\%$ / năm. Với giả thiết sau mỗi năm người đó không rút tiền thì số tiền lãi được nhập vào số tiền ban đầu. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, tính số tiền người đó thu được (cả gốc lẫn lãi) sau 4 năm.

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu người đó gửi vào, r là lãi suất, P_n là số tiền nhận được sau n năm.

Khi đó: $P_n=P(1+r)^n$.

Theo giả thiết:

$$P_4=10^8\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^4=10^8\left(1+\frac{6,8}{100}\right)^4=10^8\left[C_4^0+C_4^1.\left(\frac{6,8}{100}\right)+C_4^2.\left(\frac{6,8}{100}\right)^2+C_4^3.\left(\frac{6,8}{100}\right)^3+C_4^4\left(\frac{6,8}{100}\right)^4\right].$$

$$\approx 10^8\left[C_4^0+C_4^1.\frac{6,8}{100}\right]\approx 127\ 200\ 000\,(\text{đồng})$$

Vậy: sau 4 năm người đó nhận được hơn 127 200 000 đồng.

Câu 30: Số dân ở thời điểm hiện tại của một tỉnh là 1 triệu người. Tỉ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh đó là 5%. Sử dụng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của lũy thừa $(a+b)^n$, hỏi sau bao nhiêu năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người?

Lời giải

Gọi A là số dân ban đầu, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, A_n là số dân của tỉnh đó sau n năm.

Khi đó: $A_n = A(1+r)^n$.

Theo giả thiết:

$$1,2 = \left(1+\frac{5}{100}\right)^n \Leftrightarrow 1,2 = \left[C_n^0 + C_n^1.\left(\frac{5}{100}\right) + C_n^2.\left(\frac{5}{100}\right)^2 + ... + C_n^{n-1}.\left(\frac{5}{100}\right)^{n-1} + C_n^n\left(\frac{5}{100}\right)^n\right]$$

$$\Leftrightarrow 1,2 \approx C_n^0 + C_n^1.\frac{5}{100} \Leftrightarrow 1,2 \approx 1+0,05n \Leftrightarrow n \approx 4 \text{ (năm)}$$

Vậy: Sau khoảng 4 năm thì số dân của tỉnh đó là $1,2$ triệu người.

Câu 31: Ông A có 800 triệu đồng và ông B có 950 triệu đồng gửi hai ngân hàng khác nhau với lãi suất lần lượt là $7\%/$ năm và $5\%/$ năm. Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển của nhị thức Niu – tơn, ước lượng sau bao nhiêu năm thì số tiền của hai ông thu được là bằng nhau và mỗi người nhận được bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi P là số tiền ban đầu gửi vào ngân hàng, r là lãi suất, P_n lần lượt là số tiền nhận được sau n năm.

Khi đó: $P_n = P(1+r)^n$.

Theo giả thiết:

$$800\left(1+\frac{7}{100}\right)^n = 950\left(1+\frac{5}{100}\right)^n$$

$$\Leftrightarrow C_n^0 + C_n^1.\frac{7}{100} = \frac{19}{16}\left(C_n^0 + C_n^1.\frac{5}{100}\right) \Leftrightarrow 1+\frac{7n}{100} = \frac{19}{16}+\frac{19n}{320} \Leftrightarrow \frac{17n}{1600} = \frac{3}{16} \Leftrightarrow n \approx 17,6.$$

$$P_{17} \approx 800\ 000\ 000\left(C_{17}^0 + C_{17}^1.\frac{7}{100}\right) \approx 1\ 192\ 000\ 000 \text{ (đồng)}$$

Vậy: Sau hơn 17 năm mỗi người nhận được hơn $1\ 192\ 000\ 000$ đồng.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^4$ để tính gần đúng số $(1,01)^4$.Tìm số đó?

A. $1,04$. **B.** $1,0406$. **C.** $1,040604$. **D.** 1.04060401.

Lời giải

Chọn A

$(1,01)^4 = (1+0.01)^4 = C_4^0 + C_4^1.0,01 + C_4^2.0,01^2 + C_4^3.0,01^3 + C_4^4.0,01^4$.

Khi đó: $(1,01)^4 \approx C_4^0 + C_4^1.0,01 = 1,04$.

Câu 2: Dùng hai số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(2,01)^5$. Tìm số đó?

A. 32.808. **B.** $32,80804$. **C.** $32,8$. **D.** $32,8080401$.

Lời giải

Chọn C

$\left(2,01\right)^5=\left(2+0.01\right)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,01+C_5^2.2^3.0,01^2+C_5^3.2^2.0,01^3+C_5^4.2.0,01^4+C_5^5.0,01^5$.

Khi đó: $\left(2,01\right)^5\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,01=32,8$

Câu 3: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^4$ để tính gần đúng số $\left(1,02\right)^4$. Tìm số đó?

A. $1,08$. **B.** 1.0824. **C.** $1,08243$. **D.** $1,082432$.

Lời giải

Chọn B

$\left(1,02\right)^4=\left(1+0,02\right)^4=C_4^0+C_4^1.0,02+C_4^2.0,02^2+C_4^3.0,02^3+C_4^4.0,02^4$.

Khi đó: $\left(1,02\right)^4\approx C_4^0+C_4^1.0,02+C_4^2.0,02^2=1,0824$.

Câu 4: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(2,03\right)^5$. Tìm số đó?

A. $34,473$. **B.** $34,47$. **C.** $34,47308$. **D.** $34,473088$.

Lời giải

Chọn A

$\left(2,03\right)^5=\left(2+0.03\right)^5=C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,03+C_5^2.2^3.0,03^2+C_5^3.2^2.0,03^3+C_5^4.2.0,03^4+C_5^5.0,03^5$.

Khi đó: $\left(2,03\right)^5\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,03+C_5^2.2^5.0,03^2=34,473$

Câu 5: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(1,03\right)^5$. Tìm số đó?

A. $1,15$. **B.** $1,1592$. **C.** $1,159274$. **D.** $1,15927407$.

Lời giải

Chọn C

$\left(1,03\right)^5=\left(1+0.03\right)^5=C_5^0+C_5^1.0,03+C_5^2.0,03^2+C_5^3.0,03^3+C_5^4.0,03^4+C_5^5.0,03^5$.

Khi đó: $\left(1,03\right)^5\approx C_5^0+C_5^1.0,03+C_5^2.0,03^2+C_5^3.0,03^3=1,159274$

Câu 6: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^4$ để tính gần đúng số $\left(4,001\right)^4$. Tìm số đó?

A. $256,2560963$. **B.** $256,25$. **C.** $256,256$. **D.** $256,256096$.

Lời giải

Chọn A

$\left(4,001\right)^4=\left(4+0.001\right)^4=C_4^0.4^4+C_4^1.4^3.0,001+C_4^2.4^2.0,001^2+C_4^3.4^3.0,001^3+C_4^4.4^4.0,001^4$.

Khi đó: $\left(4,001\right)^4\approx C_4^0.4^4+C_4^1.4^3.0,001+C_4^2.4^2.0,001^2+C_4^3.4^3.0.001^3=256,2560963$.

Câu 7: Dùng ba số hạng đầu tiên trong khai triển $\left(x+\Delta x\right)^5$ để tính gần đúng số $\left(1,0002\right)^5$. Tìm số đó?

A. $32,02$. **B.** $32,024$. **C.** $32,0240072$. **D.** $32,024007$.

Lời giải

Chọn C

$$(2,0003)^5=(2+0.0003)^5=2^5.C_5^0+2^4.C_5^1.0,0003+2^3.C_5^2.0,0003^2+2^2C_5^3.0,0003^3$$
$$+2C_5^4.0,0003^4+C_5^5.0,0003^5.$$

Khi đó: $(2,0003)^5\approx C_5^0.2^5+C_5^1.2^4.0,0003+C_5^2.2^3.0,0003^2+C_5^3.2^2.0,0003^3=32,0240072$.

Câu 8: Dùng bốn số hạng đầu tiên trong khai triển $(x+\Delta x)^5$ để tính gần đúng số $(4,0002)^5$. Tìm số đó?

A. $1024,25$. **B.** $1024,256026$. **C.** $1024,25602$. **D.** $1024,256$.

Lời giải

Chọn C

$$(4,0002)^5=(4+0.0002)^5=4^5.C_5^0+4^4.C_5^1.0,0002+4^3.C_5^2.0,0002^2+4^2C_5^3.0,0002^3$$
$$+4C_5^4.0,0002^4+C_5^5.0,0002^5.$$

Khi đó: $(4,0002)^5\approx C_5^0.4^5+C_5^1.4^4.0,0002+C_5^2.4^3.0,0002^2+C_5^3.4^2.0,0002^3=1024,256026$.

Câu 9: Tính giá trị của $H=C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}$

A. -3^{15}. **B.** 3^{15}. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

$(1+x)^{15}=C_{15}^0+C_{15}^1x+C_{15}^2x^2+...+C_{15}^{14}x^{14}+C_{15}^{15}x^{15}$.

Chọn $x=-2$, ta được $C_{15}^0-2C_{15}^1+2^2C_{15}^2-...+2^{14}C_{15}^{14}-2^{15}C_{15}^{15}=(1-2)^{15}=-1$

Câu 10: Tính giá trị của $K=3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}$.

A. 7^{20}. **B.** -7^{20}. **C.** -1. **D.** 1

Lời giải

Chọn D.

$(3+x)^{20}=3^{20}C_{20}^0+3^{19}C_{20}^1x+3^{18}C_{20}^2x^2+...+3C_{20}^{19}x^{19}+C_{20}^{20}x^{20}$.

Chọn $x=-4$, ta được $3^{20}C_{20}^0-3^{19}.4.C_{20}^1+3^{18}.4^2.C_{20}^2-...-3.4^{19}.C_{20}^{19}+4^{20}.C_{20}^{20}=(3-4)^{20}=1$

Câu 11: Trong khai triển biểu thức $F=\left(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2}\right)^5$ số hạng nguyên có giá trị lớn nhất là

A. 8 **B.** 60 **C.** 58 **D.** 20

Lời giải

Chọn B

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_5^k\left(\sqrt{3}\right)^{5-k}\left(\sqrt[3]{2}\right)^k$

Ta thấy bậc hai của căn thức là 2 và 3 là hai số nguyên tố, do đó để T_{k+1} là một số nguyên thì

$$\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \le k \le 5 \\ (5-k) \vdots 2 \\ k \vdots 3 \end{cases} \Leftrightarrow k = 3 \Rightarrow T_4 = C_5^3 \left(\sqrt{3}\right)^2 \left(\sqrt[3]{2}\right)^3$$

Vậy trong khai triển có giá trị lớn nhất là số hạng nguyên là $T_4 = 60$.

Câu 12: Nếu một người gửi số tiền A vào ngân hàng theo thể thức lãi kép (đến kỳ hạn mà người gửi không rút lãi ra thì tiền lãi được tính vào vốn của kỳ kế tiếp) với lãi suất r mỗi kì thì sau N kì, số tiền người ấy thu được cả vốn lẫn lãi là $C = A(1 + r)^N$ (triệu đồng). Ông An gửi 20 triệu đồng vào ngân hàng X theo thể thức lãi kép với lãi suất 8,65% một quý. Hãy dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,0865)^5$ tính sau 5 quý (vẫn tính lãi suất kì hạn theo quý), ông An sẽ thu được số tiền cả vốn lẫn lãi là bao nhiêu (giả sử lãi suất hằng năm của ngân hàng X là không đổi) ?

A. 30.15645 triệu đồng.
B. 30.14645 triệu đồng.
C. 30.14675 triệu đồng.
D. 31.14645 triệu đồng.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $C = A(1+r)^5$ với $A = 20$ triệu $r = 8,65\%$,$n = 5$ *quí*.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$

$(1+0,0865)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,0865 + C_5^2 (0,0865)^2 = 1 + 5.0,0865 + 10.(0,0865)^2 = 1,5073225 =$

Vậy số tiền thu được sau 5 quý là: $C = 20.1,5073225 = 30.14645$ triệu đồng.

Câu 13: Để dự báo dân số của một quốc gia người ta sử dụng công thức $S = A(1+r)^n$, trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm, $r = 1,5\%$. Năm 2015 dân số của một quốc gia là 212.942.000 người. Dùng ba số hạng đầu trong khai triển $(1+0,015)^5$ ta ước tính được số dân của quốc gia đó vào năm 2020 gần số nào sau đây nhất ?

A. 229391769 nghìn người.
B. 329391769 nghìn người .
C. 229391759 nghìn người.
D. 228391769 nghìn người.

Lời giải

Chọn A

Lấy năm 2015 làm mốc và tính dân số năm 2015 thì $n = 2020 - 2015 = 5$

Áp dụng công thức $S = A(1+r)^n$ với $A = 212.942.000$, $r = 1,5\%$.

$(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1 x + C_5^2 x^2 + C_5^3 x^3 + C_5^4 x^4 + C_5^5 x^5$

$(1+0,015)^5 \approx C_5^0 + C_5^1.0,015 + C_5^2 (0,015)^2 = 1 + 5.0,015 + 10.(0,015)^2 = 1,07725$

Ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2020 là: $212.942.000 \times 1,07725 = 229391769,5$.

Vậy dân số quốc gia đó là 229391769 nghìn người.