

Câu 1 (6,0 điểm).

1) Giải phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x = (x-1)\sqrt{7x^2 - 14x - 12}$.

2) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 + 3xy + 3x + 2y + 1 = 0 \\ 4x^2 - y^2 + x + 4 = \sqrt{2x - y} + \sqrt{x - 4y} \end{cases}$$

Câu 2 (3,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y = x^2 - 3mx + 2m^2 + m + 1$ và đường thẳng $(D): y = x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (D) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 3 (6,0 điểm).

1) Cho tam giác ABC không cân, nội tiếp đường tròn tâm O và có trọng tâm G . Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm các tam giác OBC, OCA, OAB và G' là trọng tâm của tam giác MNP .

a) Chứng minh $\overrightarrow{AM} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OG}$.

b) Chứng minh ba điểm O, G, G' thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, CA = b, AB = c$. Tính các góc của tam giác ABC biết rằng $\frac{a+b}{a+c} = 2\cos B - 1$ và $\frac{\sin B}{\sin A + \sin C} + \frac{\sin C}{\sin A + \sin B} = 1$.

Câu 4 (2,0 điểm). Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $B(4; -3)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , D là giao điểm của cạnh BC và đường phân giác trong của $\widehat{MAC}$. Biết rằng $CB = 3CD$, đường thẳng AD có phương trình $3x - 2y - 5 = 0$, diện tích tam giác ABC bằng $\frac{39}{4}$ và đỉnh C có hoành độ dương. Tìm tọa độ các đỉnh A và C .

Câu 5 (3,0 điểm). Xét các số thực dương x, y, z thay đổi thỏa mãn $x + y + z = 3$.

1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{(xy + 2z)^2 + (yz + 2x)^2 + (zx + 2y)^2}{xyz}$.

2) Chứng minh rằng $\frac{1}{x^2 + 8} + \frac{1}{y^2 + 8} + \frac{1}{z^2 + 8} \leq \frac{1}{3}$.

HẾT