

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;5)$. Hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ là

- A. $(0;1;5)$. B. $(2;0;0)$. C. $(0;1;0)$. D. $(0;0;5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương có tọa độ là

- A. $(1;4;2)$. B. $(-4;1;2)$. C. $(1;-4;2)$. D. $(-3;2;-1)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 4: Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$. B. $2^a \cdot 2^b = 2^{a-b}$. C. $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$. D. $2^a \cdot 2^b = 4^{ab}$.

Câu 5: Hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-1; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng thứ hai $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 12. B. -24. C. -12. D. 24.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

- A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. B. $1 - \cos x + C$. C. $1 + \cos x + C$. D. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Câu 8: Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao h có thể tích bằng

- A. $\frac{1}{3}a^2h$. B. ah . C. $\frac{a^2}{h}$. D. a^2h .

Câu 9: Giá trị của $\log_2(4\sqrt{2})$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 4. D. 3.

Câu 10: Tích phân $\int_0^1 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng

- A. $2\ln 2$. B. $2\ln 3$. C. $\ln 2$. D. $\ln 3$.

Câu 11: Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của $z_1 + z_2$ bằng

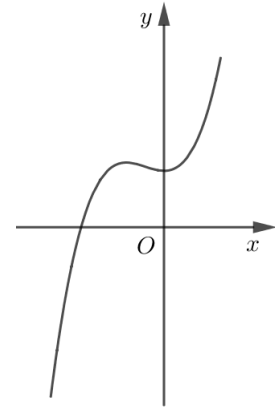
- A. i . B. -1 . C. 1 . D. $-i$.

Câu 12: Với k và n là hai số tự nhiên tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. B. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

Câu 13: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. B. $y = x^3 + x^2 - 1$.
C. $y = x^3 + x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 - 1$.



Câu 14: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r , chiều cao h bằng

- A. $\frac{\pi r^2 h}{3}$. B. $3\pi r^2 h$. C. $\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-1; 3; -4); R = 2$. B. $I(1; -3; 4); R = 2$. C. $I(1; -3; 4); R = 4$. D. $I(-1; 3; -4); R = 4$.

Câu 16: Phương trình $\log_2(5 \cdot 2^x - 4) = 2x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương ?

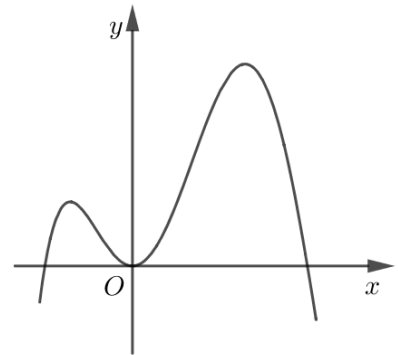
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 17: Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^3 - 3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng ?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 18: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + g$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

- A. 5. B. 4.
C. 3. D. 6.



Câu 19: Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 20: Cho m, n thỏa mãn $\begin{cases} 2^{m+n} = 8 \\ 2^m + 2^n = 6 \end{cases}$. Giá trị của mn bằng

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 8.

Câu 21: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{2\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-2;2;0)$, $\vec{b}(2;2;0)$, $\vec{c}(2;2;2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 23: Cho $f(x)$ xác định, liên tục trên $[0;4]$ thỏa mãn $f(x) + f(4-x) = -x^2 + 4x$. Giá trị của $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. 32. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{32}{3}$. D. 16.

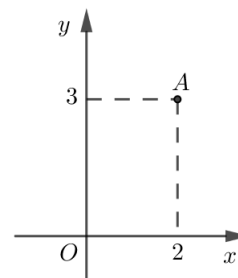
Câu 24: Giá trị $|\overline{(1-i)}(2+i) - i|$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{5}$. C. 3. D. $\sqrt{13}$.

Câu 25: Số phức z có điểm biểu diễn A như hình vẽ. Phần ảo của số phức

$\frac{z}{z-i}$ bằng

- A. $\frac{5}{4}i$. B. $\frac{1}{4}i$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{4}$.



Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-3	4	-2	$+\infty$			

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(\sin x - 1)$ bằng

- A. 4. B. 3. C. -3. D. -2.

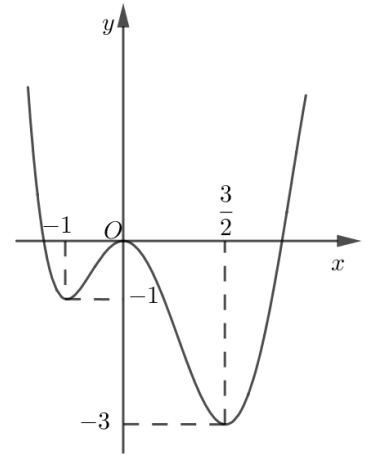
Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

- A. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9}$. B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9}$. C. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14}$. D. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

Câu 28: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hỏi có bao nhiêu m nguyên để phương trình $f(|x|) = m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt?

- A. 3. B. 2.
C. 1. D. 4.



Câu 29: Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. a^3 . C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 30: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 31: Cho $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx = a + \frac{b\pi}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $a + b^2$ bằng

- A. 10. B. 4. C. -2. D. 2.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0$ ($c > 0$) song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. 14. B. 6. C. -4. D. -6.

Câu 33: Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

- A. 1. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 34: Một công ti sản xuất bút chì có dạng hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao 18cm và đáy là hình lục giác nội tiếp đường tròn đường kính 1cm . Bút chì được cấu tạo từ 2 thành phần chính là than chì và bột gỗ ép, than chì là một khối trụ ở trung tâm có đường kính $\frac{1}{4}\text{cm}$, giá thành $540\text{đồng}/\text{cm}^3$. Bột gỗ ép xung quanh có giá thành $100\text{đồng}/\text{cm}^3$. Tính giá của một cái bút chì được công ti bán ra biết giá nguyên vật liệu chiếm $15,58\%$ giá thành sản phẩm.

- A. 10000 đồng. B. 8000 đồng. C. 5000 đồng. D. 3000 đồng.

Câu 35: Cho hàm số $y = (m^2 - 3m + 2)x^4 - x^3 + (m - 2)x^2 - x$, có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 36: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Khoảng cách giữa hai AA' và BC bằng

- A. $a\sqrt{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Cho x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y)$. Giá trị nhỏ nhất của $3x + y$ bằng

- A. 9. B. $4 + 2\sqrt{3}$. C. 15. D. $5 + 2\sqrt{3}$.

Câu 38: Xếp ngẫu nhiên 21 học sinh, trong đó có đúng một bạn tên Thêm và đúng một bạn tên Quý vào ba bàn tròn có số chỗ ngồi lần lượt là 6, 7, 8. Xác suất để hai bạn Thêm và Quý ngồi cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{2}{19}$. C. $\frac{12}{35}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là

- A. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$. B. $x + 3y + 2z - 6 = 0$. C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$. D. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a\sqrt{57}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$. C. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$.

Câu 41: Cho $x, y \in (0; 2)$ thỏa mãn $(x - 3)(x + 8) = ey(ey - 11)$. Giá trị lớn nhất của $\sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y}$ bằng

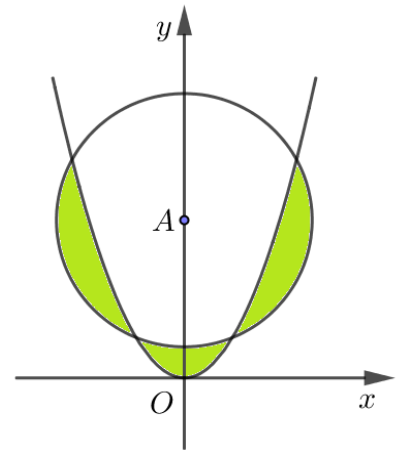
- A. $\sqrt{1 + \ln 3 - \ln 2}$. B. $2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}$. C. $1 + \sqrt{\ln 3 - \ln 2}$. D. $1 + \sqrt{\ln 2}$.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z + i| + |z - 3i| = |z + 4i| + |z - 6i|$ và $|z| \leq 10$.

- A. 12 B. 2. C. 10. D. 5.

Câu 43: Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0; 3)$, bán kính $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 3,44. B. 1,51.
C. 3,54. D. 1,77.



Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $4f^3(x) + f(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{16}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ đã cho thành 4 khối đa diện. Kí hiệu H_1, H_2 lần lượt là khối có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất trong bốn khối trên. Giá trị của $\frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 46: Hỏi hàm số $y = |\sin 2x + x|$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\pi; \pi)$?

- A. 4. B. 7. C. 5. D. 3.

Câu 47: Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 1$ và các số thực m, n thỏa mãn $m^2 - 4mn + 5n^2 = 2\sqrt{2}n - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $f\left(\frac{m - 2\sqrt{2}}{n}\right)$ bằng

- A. 4. B. -99. C. 5. D. -100.

Câu 48: Cho hai đường cong $(H): y = m + \frac{1}{x}$ và $(P): y = x^2 + x - 1$. Biết $(P), (H)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt sao cho đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính bằng 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \in (1; 6)$. B. $m \in (-6; 1)$. C. $m \in (-\infty; -6)$. D. $m \in (6; +\infty)$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Cosin của góc giữa d và trục tung bằng

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ và $(S'): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

- A. $\frac{14}{3}$. B. $\frac{17}{7}$. C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{19}{2}$.

----- HẾT -----

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

PHIẾU ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN

Mã đề: 132

[illegible][illegible][illegible]

Mã đề: 209

[illegible][illegible]

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A										
B										
C										
D						D				

Mã đề: 357

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

[illegible]

Mã đề: 485

[illegible][illegible][illegible]

Mã đề: 570

[illegible]

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A										
B						B				
C										
D										

Mã đề: 628

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A																				
B																				
C																				
D																				

[illegible][illegible]

Mã đề: 743[illegible][illegible][illegible]

Mã đề: 896[illegible]

	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A																				
B																				
C																				
D																				

[illegible]

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	C	A	C	C	B	D	D	B	D	B	A	C	C	B	D	D	A	D	A	D	C	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	A	C	B	A	A	D	A	D	D	A	A	B	A	B	A	C	C	C	C	B	A	D	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;5)$. Hình chiếu của M lên trục Ox có tọa độ là
A. $(0;1;5)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(0;0;5)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm M lên trục Ox có tọa độ là $(2;0;0)$.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương có tọa độ là
A. $(1;4;2)$. **B.** $(-4;1;2)$. **C.** $(1;-4;2)$. **D.** $(-3;2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa phương trình chính tắc của đường thẳng trong không gian thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-4;2)$.

- Câu 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2		0		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua $x = -2$; $x = 0$; $x = 1$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

- Câu 4.** Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng
A. $2^a \cdot 2^b = 2^{ab}$. **B.** $2^a \cdot 2^b = 2^{a-b}$. **C.** $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$. **D.** $2^a \cdot 2^b = 4^{ab}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2^a \cdot 2^b = 2^{a+b}$.

- Câu 5.** Hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 2)$. **B.** $(-1; +\infty)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

- Câu 6.** Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và số hạng $u_2 = -6$. Giá trị của u_4 bằng
A. 12. **B.** -24. **C.** -12. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = -2$.

$u_4 = u_1 \cdot q^3 = -24$.

- Câu 7.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. **B.** $1 - \cos x + C$. **C.** $1 + \cos x + C$. **D.** $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (x - \sin x) dx = \frac{x^2}{2} + \cos x + C$.

- Câu 8.** Khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a , chiều cao h có thể tích bằng

A. $\frac{1}{3}a^2h$. **B.** ah . **C.** $\frac{a^2}{h}$. **D.** a^2h .

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy là a^2 ; thể tích lăng trụ là $V = a^2h$.

- Câu 9.** Giá trị của $\log_2(4\sqrt{2})$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$\log_2(4\sqrt{2}) = \log_2\left(2^2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}\right) = \log_2 2^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2}$.

- Câu 10.** Tích phân $\int_0^1 \frac{2}{2x+1} dx$ bằng:

A. $2 \ln 2$. **B.** $2 \ln 3$. **C.** $\ln 2$. **D.** $\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^1 \frac{2}{2x+1} dx = \int_0^1 \frac{(2x+1)'}{2x+1} dx = \int_0^1 \frac{d(2x+1)}{2x+1} = \ln|2x+1| \Big|_0^1 = \ln 3$.

- Câu 11.** Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Giá trị của $z_1 + z_2$ bằng

A. i . **B.** -1 . **C.** 1. **D.** $-i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Phương trình } z^2 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ z_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \end{cases}.$$

Vậy $z_1 + z_2 = -1$.

Câu 12. Với k và n là hai số tự nhiên tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. **C.** $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{k!(n-k)!}{n!}$.

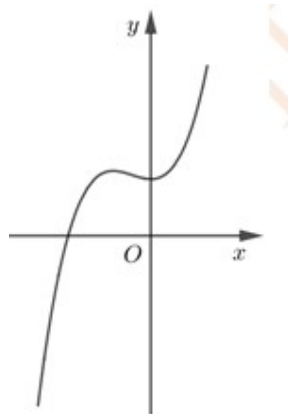
Lời giải

Chọn A

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử là: $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^3 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 + x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 + x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 2x^2 - 1$.



Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có

- ☐ đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án B, D.
- ☐ Hàm số có một điểm cực trị âm nên loại phương án A.

Câu 14. Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r , chiều cao h bằng

A. $\frac{\pi r^2 h}{3}$. **B.** $3\pi r^2 h$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy r , chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-1; 3; -4), R=2$. **B.** $I(1; -3; 4), R=2$. **C.** $I(1; -3; 4), R=4$. **D.** $I(-1; 3; -4), R=4$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-4)^2 = 4$ có tâm $I(1; -3; 4)$ và bán kính $R=2$.

Câu 16. Phương trình $\log_2(5 \cdot 2^x - 4) = 2x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \log_2(5 \cdot 2^x - 4) = 2x \Leftrightarrow 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có một nghiệm nguyên dương.

Câu 17. Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

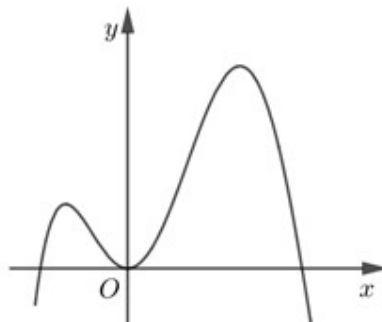
Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = [1; +\infty) \setminus \{\sqrt{3}\}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} y = -\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x = \sqrt{3}$.

Câu 18. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + g$. Hỏi đồ thị của hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$. Cách vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như sau:

+ Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm trên trục hoành ta được (C_1)

+ Lấy đối xứng phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành ta được (C_2) . Suy ra đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ gồm (C_1) và (C_2) .

Vậy đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 19. Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3 \Leftrightarrow (2^{x^2-x})^2 + 2 \cdot 2^{x^2-x} - 3 = 0.$$

Đặt $2^{x^2-x} = t > 0$ ta được: $t^2 + 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$.

Vì $t > 0$ nên nhận $t = 1$. Suy ra $2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Như thế $\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 0 \end{cases}$.

Vậy $|x_1 - x_2| = 1$.

Câu 20. Cho m, n thỏa mãn $\begin{cases} 2^{m+n} = 8 \\ 2^m + 2^n = 6 \end{cases}$. Giá trị của $m.n$ bằng

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} 2^{m+n} = 8 \\ 2^m + 2^n = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^m \cdot 2^n = 8 \\ 2^m + 2^n = 6 \end{cases}$.

Suy ra $2^m, 2^n$ là nghiệm của phương trình $t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases}$.

Do đó: $\begin{cases} 2^m = 2 \\ 2^n = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2^m = 4 \\ 2^n = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ n = 1 \end{cases}$.

Trong cả hai trường hợp ta đều có $m.n = 2$.

Câu 21. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối nón được tính bằng công thức: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Trong đó khối nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$; đường sinh $l = 2a$; $r^2 = l^2 - h^2 = 4a^2 - 3a^2 = a^2$

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$

Câu 22. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

A. 6.

B. 11.

C. $2\sqrt{11}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$.

Vậy $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}$

Câu 23. Cho $f(x)$ xác định, liên tục trên $[0; 4]$ thỏa mãn $f(x) + f(4-x) = -x^2 + 4x$.

Giá trị của $\int_0^4 f(x) dx$ bằng

A. 32.

B. $\frac{16}{3}$.C. $\frac{32}{3}$.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) + f(4-x) &= -x^2 + 4x \Rightarrow \int_0^4 (f(x) + f(4-x)) dx = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx \\ &\Leftrightarrow \int_0^4 (f(x) + f(4-x)) dx = \frac{32}{3} \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_0^4 f(4-x) dx = \frac{32}{3} \\ &\Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx - \int_0^4 f(4-x) d(4-x) = \frac{32}{3} \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = \frac{32}{3} \\ &\Leftrightarrow 2 \int_0^4 f(x) dx = \frac{32}{3} \Leftrightarrow \int_0^4 f(x) dx = \frac{16}{3}. \end{aligned}$$

Câu 24. Giá trị $|\overline{(1-i)}(2+i)-i|$ bằng

A. $\sqrt{17}$.B. $\sqrt{5}$.

C. 3

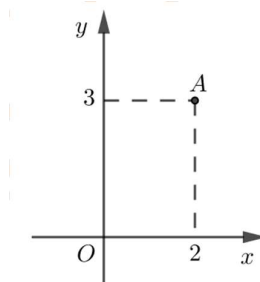
D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn B

$$|\overline{(1-i)}(2+i)-i| = |(1+i)(2+i)-i| = |1+2i| = \sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}.$$

Câu 25. Cho số phức z có điểm biểu diễn như hình vẽ. Phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng

A. $\frac{5}{4}i$.B. $\frac{1}{4}i$.C. $\frac{5}{4}$.D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

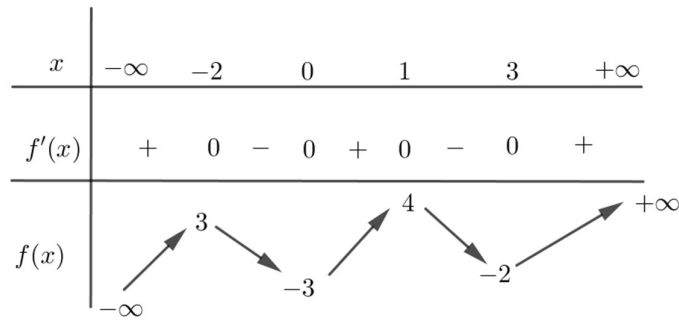
Chọn D

Từ hình vẽ suy ra $z = 2 + 3i$.

$$\frac{z}{z-i} = \frac{2+3i}{(2+3i)-i} = \frac{2+3i}{2+2i} = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}i.$$

Vậy phần ảo của số phức $\frac{z}{z-i}$ bằng $\frac{1}{4}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(\sin x - 1)$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. -3.

D. -2.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sin x - 1 \Rightarrow t \in [-2; 0]$.

Do đó $y = f(\sin x - 1) = f(t)$, $t \in [-2; 0]$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\max_{t \in [-2; 0]} f(t) = f(-2) = 3$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$

$d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và d' ?

A. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{14} = \frac{z-2}{9}$.

B. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z+2}{9}$.

C. $\frac{x-1}{17} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{14}$.

D. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -4; 6)$.

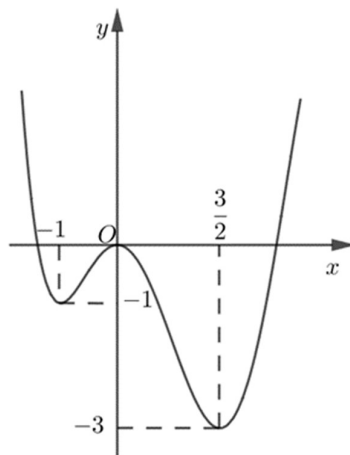
Đường thẳng d' có một vectơ chỉ phương $\vec{u}' = (2; 1; -5)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua M , vuông góc với d và d' nên có một vectơ chỉ phương là:

$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{u}, \vec{u}'] = (14; 17; 9)$.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$.

Câu 28. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Hỏi có bao nhiêu m nguyên để phương trình $f(|x|) = m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt?



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

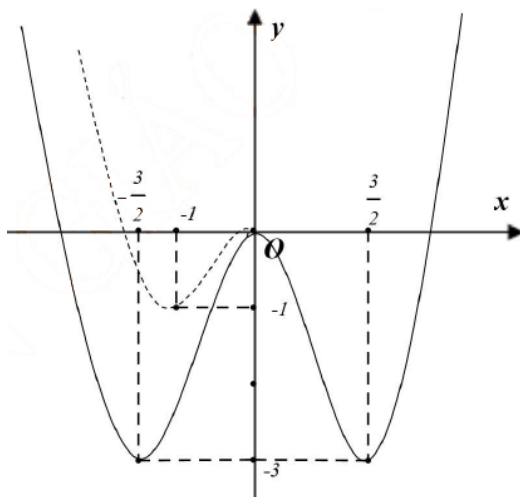
Chọn A

Cách vẽ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ khi biết đồ thị hàm số $y = f(x)$:

Bước 1: Giữ nguyên phần đồ thị phía bên phải trục tung. Bỏ phần đồ thị phía bên trái trục tung.

Bước 2: Lấy đối xứng phần đồ thị phía bên phải trục tung qua trục tung.

Ta được đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $f(|x|) = m$ có ít nhất ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -3 < m \leq 0$.

Mà m nguyên nên $m \in \{-2; -1; 0\}$. Vậy có 3 giá trị m thỏa đề.

Câu 29. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

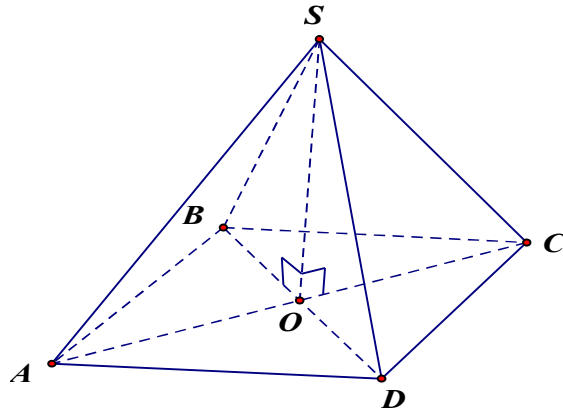
B. a^3 .

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Cho hình chóp như hình vẽ. Khi đó ta có:

Diện tích đáy $B_{ABCD} = a^2$.

Do hình chóp $S.ABCD$ đều nên SO là đường cao.

Do tam giác SOA vuông tại O có $SA = a$, $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 30. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. 60° .

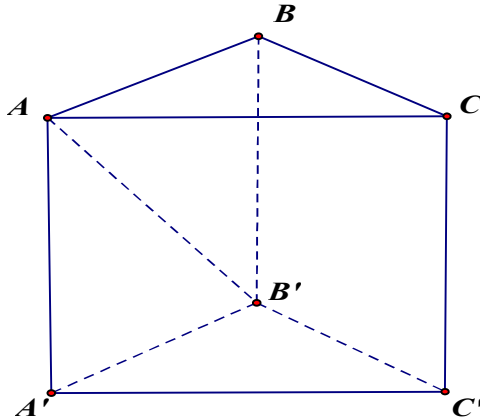
B. 45° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn B



Từ giả thiết của bài toán suy ra : $A'B'$ là hình chiếu vuông góc của AB' trên $(A'B'C')$.

Do đó, $\widehat{(AB', (A'B'C'))} = \widehat{(AB', A'B')} = \widehat{AB'A'}$.

Tam giác $AB'A'$ vuông tại A' có $AA' = A'B' = a \Rightarrow \triangle AA'B'$ vuông cân tại A' .

Suy ra $\widehat{(AB', (A'B'C'))} = \widehat{(AB', A'B')} = \widehat{AB'A'} = 45^\circ$.

Câu 31. Cho $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx = a + \frac{b\pi}{2}$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của $a + b^2$ bằng

A. 10.

B. 4.

C. -2.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx.$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx.$$

$$\text{Đặt } t = -x \Rightarrow dt = -dx.$$

Đổi cận:

x	$-\frac{\pi}{2}$	0
t	$\frac{\pi}{2}$	0

$$\text{Có } I_1 = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\cos t + 3}{2^{-t} + 1} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2^t (\cos t + 3)}{2^t + 1} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2^x (\cos x + 3)}{2^x + 1} dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x + 3}{2^x + 1} dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2^x (\cos x + 3)}{2^x + 1} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3) dx = [\sin x + 3x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 + \frac{3\pi}{2}.$$

$$\text{Suy ra } a = 1, b = 3.$$

$$\text{Vậy } a + b^2 = 10.$$

- Câu 32.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng $(P): x + ay + bz + c = 0 (c > 0)$ song song với d_1, d_2 và khoảng cách từ d_1 đến (P) bằng 2 lần khoảng cách từ d_2 đến (P) . Giá trị của $a + b + c$ bằng
- A.** 14. **B.** 6. **C.** -4. **D.** -6..

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_1 = (1; 1; 2)$, $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$ lần lượt là một vectơ chỉ phương của d_1, d_2 .

Gọi $\vec{n}_1 = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-1; 3; -1)$, có $\vec{n}_1$ cùng phương $\vec{n}_2 = (1; -3; 1)$.

$\vec{n} = (1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của (P) .

Do (P) song song với d_1, d_2 nên chọn $\vec{n} = (1; -3; 1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $x - 3y + z + c = 0$.

Lấy $M_1(1; -2; 1) \in d_1$, $M_2(1; 1; -2) \in d_2$

$$\text{Có } d(d_1; (P)) = 2d(d_2; (P)) \Leftrightarrow d(M_1; (P)) = 2d(M_2; (P))$$

$$\Leftrightarrow \frac{|1 - 3(-2) + 1 + c|}{\sqrt{11}} = 2 \frac{|1 - 3 - 2 + c|}{\sqrt{11}} \Leftrightarrow |8 + c| = 2|-4 + c| \Leftrightarrow \begin{cases} 8 + c = 2(-4 + c) \\ 8 + c = 2(4 - c) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 16 \text{ (nhận)} \\ c = 0 \text{ (loại)} \end{cases}.$$

Nên $(P): x - 3y + z + 16 = 0$, suy ra $a = -3$, $b = 1$, $c = 16$.

Vậy $a + b + c = 14$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z - (2+i)\bar{z} = 2i$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

- A. 1. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có

$$\begin{aligned}(2-i)z - (2+i)\bar{z} &= 2i \Leftrightarrow (2-i)(x+yi) - (2+i)(x-yi) = 2i \\ \Leftrightarrow (2x+y) + (2y-x)i - [(2x+y) + (-2y+x)i] &= 2i \Leftrightarrow (4y-2x)i = 2i \Leftrightarrow 4y-2x = 2 \\ \Leftrightarrow x &= 2y-1.\end{aligned}$$

$$\text{Do đó } |z|^2 = x^2 + y^2 = (2y-1)^2 + y^2 = 5y^2 - 4y + 1 = \left(\sqrt{5}y - \frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + \frac{1}{5} \geq \frac{1}{5}, \forall y \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Suy ra } \min |z| = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ khi } y = \frac{2}{5}, x = -\frac{1}{5}.$$

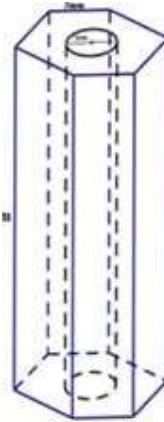
Câu 34. Một công ty sản xuất bút chì có dạng hình lăng trụ lục giác đều có chiều cao 18 cm và đáy là hình lục giác nội tiếp đường tròn đường kính 1 cm. Bút chì được cấu tạo từ hai thành phần chính là than chì và bột gỗ ép, than chì là một khối trụ ở trung tâm có đường kính $\frac{1}{4}$ cm, giá thành 540

đồng/cm³. Bột gỗ ép xung quanh có giá thành 100 đồng/cm³. Tính giá của một cái bút chì được công ty bán ra biết giá nguyên vật liệu chiếm 15,58% giá thành sản phẩm.

- A. 10000 đồng. B. 8000 đồng. C. 5000 đồng. D. 3000 đồng.

Lời giải

Chọn A



Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp lục giác đều và bán kính của lõi than chì.

Ta có $R = \frac{1}{2}$ cm và $r = \frac{1}{8}$ cm.

$$\text{Suy ra diện tích của lục giác đều là } S = 6.R^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 6 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{8}.$$

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ lục giác đều. V_1 , V_2 lần lượt là thể tích của khối than chì và bột gỗ dùng để làm ra một cây bút chì.

$$\text{Ta có } V = S.h = \frac{3\sqrt{3}}{8} \cdot 18 = \frac{27\sqrt{3}}{4} (\text{cm}^3); V_1 = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{1}{8^2} \cdot 18 = \frac{9\pi}{32} (\text{cm}^3).$$

$$\Rightarrow V_2 = V - V_1 = \frac{27\sqrt{3}}{4} - \frac{9\pi}{32} (\text{cm}^3).$$

Do đó, giá nguyên vật liệu dùng để làm một cây bút chì là $540V_1 + 100V_2$ (đồng).

Vậy giá bán ra của cây bút chì là

$$(540V_1 + 100V_2) \cdot \frac{100}{15,58} = \left[540 \cdot \frac{9\pi}{32} + 100 \left(\frac{27\sqrt{3}}{4} - \frac{9\pi}{32} \right) \right] \cdot \frac{100}{15,58} \approx 10000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 35. Cho hàm số $y = (m^2 - 3m + 2)x^4 - x^3 + (m - 2)x^2 - x$, có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = 4(m^2 - 3m + 2)x^3 - 3x^2 + 2(m - 2)x - 1; m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

+ Xét trường hợp: $m = 1 \Rightarrow y' = -3x^2 - 2x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Xét trường hợp: $m = 2 \Rightarrow y' = -3x^2 - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Xét trường hợp: $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. Khi đó tập giá trị của hàm y' là $\mathbb{R}$ nên mệnh đề " $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ " sai.

Do đó $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 36. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 2a$; $BC = 2a\sqrt{3}$. Tam giác $A'BC$ vuông cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC) . Khoảng cách giữa hai AA' và BC bằng

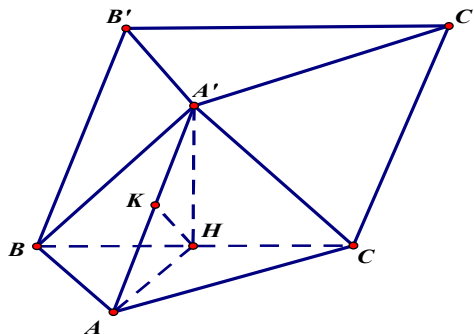
A. $a\sqrt{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn D

Gọi H là trung điểm của BC và K là hình chiếu của H trên AA' .

Theo giả thiết ta có tam giác ABC cân tại A nên $BC \perp AH$ (1) và

$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$. Mặt khác $(A'BC) \perp (ABC)$ và tam giác $A'BC$ vuông cân

tại A' nên $A'H \perp BC$ (2) và $A'H = \frac{1}{2}BC = a\sqrt{3}$. Từ (1) và (2) suy ra

$BC \perp (AHA') \Rightarrow BC \perp HK$ nên HK là đoạn vuông góc chung của AA' và BC .

$$\text{Vậy } d(AA', BC) = HK = \frac{AH \cdot A'H}{\sqrt{AH^2 + A'H^2}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 37. Cho x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y)$. Giá trị nhỏ nhất của $3x + y$ bằng

A. 9.

B. $4 + 2\sqrt{3}$.

C. 15.

D. $5 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x, y > 0$

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} xy \leq \log_{\frac{1}{2}} (x^2 + y)$.

$$\Leftrightarrow xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow y(x-1) \geq x^2$$

Vì $x^2 > 0 \Rightarrow y(x-1) > 0 \Rightarrow x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$.

Do đó $y(x-1) \geq x^2 \Leftrightarrow y \geq \frac{x^2}{x-1}$. Khi đó $P = 3x + y \geq 3x + \frac{x^2}{x-1} = f(x)$ (1).

Xét $f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$, ta có: $f'(x) = \frac{4x^2 - 8x + 3}{(x-1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ (Vì $x > 1$).

Bảng biến thiên:

x	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$		9	

Từ bảng biến thiên, ta có $f(x) \geq 9, \forall x > 1$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $3x + y \geq 9$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} y = \frac{x^2}{x-1} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases}$. Vậy giá trị

nhỏ nhất của $3x + y$ bằng 9.

Câu 38. Xếp ngẫu nhiên 21 học sinh, trong đó có đúng một bạn tên Thêm và đúng một bạn tên Quý vào ba bàn tròn có số chỗ ngồi lần lượt là 6, 7, 8. Xác suất để hai bạn Thêm và Quý ngồi cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{10}$.

B. $\frac{2}{19}$.

C. $\frac{12}{35}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = C_{21}^6 \cdot 5! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot C_8^8 \cdot 7!$.

Trường hợp 1: Hai bạn Thêm và Quý cùng ngồi bàn 6 chỗ và ngồi cạnh nhau

Số cách chọn người và sắp xếp là $C_{19}^4 \cdot 4! \cdot 2! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot C_8^8 \cdot 7!$

Trường hợp 2: Hai bạn Thêm và Quý cùng ngồi bàn 7 chỗ và ngồi cạnh nhau

Số cách chọn người và sắp xếp là $C_{19}^5 \cdot 5! \cdot 2! \cdot C_{14}^6 \cdot 5! \cdot C_8^8 \cdot 7!$

Trường hợp 3: Hai bạn Thêm và Quý cùng ngồi bàn 8 chỗ và ngồi cạnh nhau

Số cách chọn người và sắp xếp là $C_{19}^6 \cdot 6! \cdot 2! \cdot C_{13}^6 \cdot 5! \cdot C_7^7 \cdot 6!$.

Xác suất để hai bạn Thêm và Quý ngồi cạnh nhau bằng

$$P = \frac{C_{19}^4 \cdot 4! \cdot 2! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot C_8^8 \cdot 7! + C_{19}^5 \cdot 5! \cdot 2! \cdot C_{14}^6 \cdot 5! \cdot C_8^8 \cdot 7! + C_{19}^6 \cdot 6! \cdot 2! \cdot C_{13}^6 \cdot 5! \cdot C_7^7 \cdot 6!}{C_{21}^6 \cdot 5! \cdot C_{15}^7 \cdot 6! \cdot C_8^8 \cdot 7!} = \frac{1}{10}.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$, $(Q): 2y + z - 5 = 0$ và $(R): x - y + z - 2 = 0$. Gọi (α) là mặt phẳng qua giao tuyến của (P) và (Q) , đồng thời vuông góc với (R) . Phương trình của (α) là

A. $2x + 3y - 5z + 5 = 0$.

B. $x + 3y + 2z - 6 = 0$.

C. $x + 3y + 2z + 6 = 0$.

D. $2x + 3y - 5z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ mọi điểm thuộc giao tuyến của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ 2y + z - 5 = 0 \end{cases}$$

Cho $z = 1$ ta được $A(-2; 2; 1)$, cho $z = 5$ ta được $B(-4; 0; 5)$ thuộc giao tuyến, $\overrightarrow{AB}(-2; -2; 4)$.

Mặt phẳng (R) có vec tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_R} = (1; -1; 1)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(-2; 2; 1)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = \frac{1}{2}[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_R}] = (1; 3; 2)$.

Phương trình của (α) là: $(x + 2) + 3(y - 2) + 2(z - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a$, $AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{57}}{6}$.

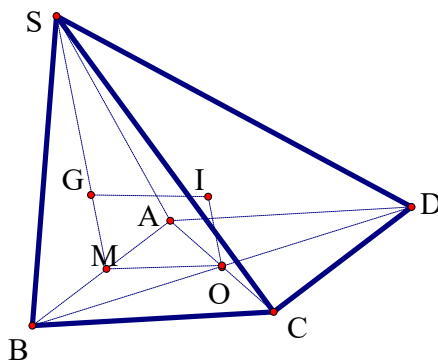
B. $\frac{a\sqrt{19}}{4}$.

C. $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{13}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy, M là trung điểm của AB và G là tâm của tam giác đều SAB .

Gọi d, Δ lần lượt là trục của đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ và tam giác SAB .

Do $(SAB) \perp (ABCD)$, $(SAB) \cap (ABCD) = AB$, $SM \perp AB$ nên $SM \perp (ABCD)$.

Mặt khác $d \perp (ABCD)$ nên $d \parallel SM$ hay $\Delta \subset mp(d, SM)$, Δ và d cắt nhau tại I .

Ta có I cách đều S, A, B, C, D nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

Tứ giác $GMOI$ có $GM \perp MO$, $IG \perp GM$, $SM \parallel IO$ nên $GMOI$ là hình chữ

nhật. $SM = a\sqrt{3}$, $GM = \frac{1}{3}SM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $R = IA = \sqrt{IO^2 + AO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{3} + \frac{5a^2}{4}} = \frac{\sqrt{57}a}{6}$.

Câu 41. Cho $x, y \in (0; 2)$ thỏa mãn $(x - 3)(x + 8) = ey(ey - 11)$. Giá trị lớn nhất của $\sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y}$ bằng

A. $\sqrt{1 + \ln 3 - \ln 2}$.

B. $2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}$.

C. $1 + \sqrt{\ln 3 - \ln 2}$.

D. $1 + \sqrt{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

$$(x-3)(x+8) = ey(ey-11) \Leftrightarrow x^2 + 5x - (24 + e^2 y^2 - 11ey) = 0 \quad (*)$$

$$\Delta = 25 + 4(24 + e^2 y^2 - 11ey) = (2ey - 11)^2. \text{ Suy ra phương trình } (*) \text{ có hai nghiệm}$$

$$\begin{cases} x = 3 - ey \\ x = ey - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ey = x + 8 & (1) \\ ey = 3 - x & (2) \end{cases}$$

$$\text{Xét (1): Ta có } \begin{cases} 0 < x, y < 2 \\ 0 < e < 2,8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < ey < 5,6 \\ x + 8 > 8 \end{cases} \Rightarrow (1) \text{ bị loại.}$$

Cách 1: Với $ey = 3 - x$

$$\sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y} = \sqrt{\ln x} + \sqrt{\ln ey} = \sqrt{\ln x} + \sqrt{\ln(3-x)} = f(x).$$

$$f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} - \frac{1}{2(3-x)\sqrt{\ln(3-x)}};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x\sqrt{\ln x} = (3-x)\sqrt{\ln(3-x)} \Leftrightarrow x = 3-x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \in (0;2).$$

Bảng biến thiên

		$\frac{3}{2}$		
x	0		2	
f'		+	0	-
f		$f\left(\frac{3}{2}\right)$		

$$\text{Từ bảng biến thiên ta có } \max_{(0;2)} f(x) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}, \text{ với } x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{3-\frac{3}{2}}{e} = \frac{3}{2e} \in (0;2).$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của } \sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y} \text{ bằng } 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}.$$

Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2(a+b)}$, ta được

$$\sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y} = \sqrt{\ln(3-ey)} + \sqrt{\ln ey} \leq \sqrt{2[\ln(3-ey) + \ln ey]} = \sqrt{2\ln[3ey - (ey)^2]}.$$

$$\text{Do } \ln[3ey - (ey)^2] = \ln\left[\frac{9}{4} - \left(ey - \frac{3}{2}\right)^2\right] \leq \ln \frac{9}{4} = 2(\ln 3 - \ln 2).$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y} \leq 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{\ln(3-ey)} = \sqrt{\ln ey} \\ ey - \frac{3}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow y = \frac{3}{2e} \in (0;2) \Rightarrow x = \frac{3}{2} \in (0;2).$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của } \sqrt{\ln x} + \sqrt{1 + \ln y} \text{ bằng } 2\sqrt{\ln 3 - \ln 2}.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $|z+i| + |z-3i| = |z+4i| + |z-6i|$ và $|z| \leq 10$.

A. 12.

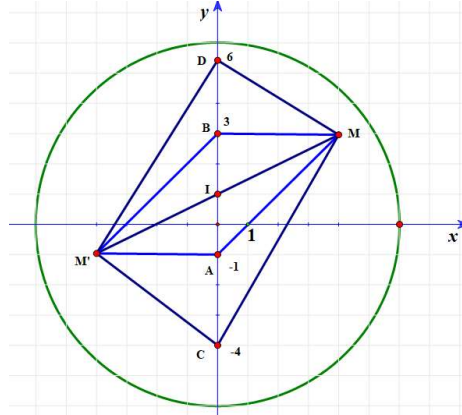
B. 2.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn A



Gọi $M(a; b)$, $A(0; -1)$, $B(0; 3)$, $C(0; -4)$, $D(0; 6)$ lần lượt là các điểm biểu diễn cho số phức $z = a + bi$, $-i$, $3i$, $-4i$, $6i$.

Trường hợp 1: Xét trường hợp M không thuộc Oy . Gọi I là trung điểm AB khi đó I cũng là trung điểm CD . Do (M, A, B) , (M, C, D) không thẳng hàng. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua I .

Theo tính chất hình bình hành ta có $MA + MB = MB + M'B$; $MC + MD = MD + M'D$.

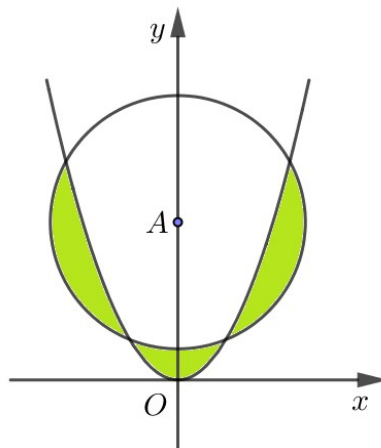
Dễ thấy $MD + M'D > MB + M'B$ vậy trường hợp này không có điểm M thỏa mãn.

Trường hợp 2: Xét trường hợp M thuộc $Oy \Rightarrow M(0; m)$, $(|m| \leq 10)$.

$$MA + MB = MC + MD \Leftrightarrow |m + 1| + |m - 3| = |m + 4| + |m - 6| \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 6 \\ m \leq -4 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow m \in [-10; -4] \cup [6; 10]$. Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 12 giá trị.

Câu 43. Cho Parabol $(P): y = x^2$ và đường tròn (C) có tâm $A(0; 3)$, bán kính $\sqrt{5}$ như hình vẽ. Diện tích phần được tô đậm giữa (C) và (P) gần nhất với số nào dưới đây?



A. 3,44.

B. 1,51.

C. 3,54.

D. 1,77.

Lời giải

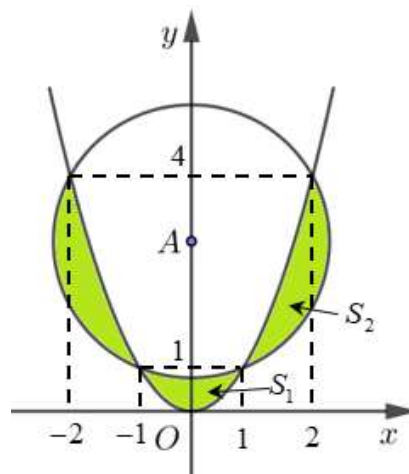
Chọn C

Phương trình $(C): x^2 + (y - 3)^2 = 5$.

Tọa độ giao điểm của (P) và (C) là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + (y-3)^2 = 5 \\ y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + (y-3)^2 = 5 \\ y = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = 4 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = -1 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = 4 \\ x = 2 \\ y = 4 \end{cases}. \text{ Vậy tọa độ các giao điểm là } (1;1), (-1;1), (-2;4), (2;4).$$



Ta có: $S = 2(S_1 + S_2)$.

$$\text{Tính } S_1: x^2 + (y-3)^2 = 5 \text{ (C)} \Rightarrow y = 3 - \sqrt{5-x^2} \Rightarrow S_1 = \int_0^1 \left[(3 - \sqrt{5-x^2}) - x^2 \right] dx \approx 0,5075.$$

$$\text{Tính } S_2: \begin{cases} x^2 + (y-3)^2 = 5 \text{ (C)} \\ y = x^2 \end{cases} \Rightarrow x = \sqrt{5-(y-3)^2} \Rightarrow S_2 = \int_1^4 \left[\sqrt{5-(y-3)^2} - \sqrt{y} \right] dy \approx 1,26.$$

Vậy $S = 2(S_1 + S_2) \approx 3,54$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $4f^3(x) + f(x) = x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{5}{16}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } t = f(x) \Rightarrow 4t^3 + t = x \Rightarrow (12t^2 + 1) dt = dx.$$

$$\text{Đổi cận: } \begin{cases} x=0 \Rightarrow 4f^3(0) + f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x=1 \Rightarrow 4f^3(1) + f(1) = 1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^{\frac{1}{2}} t(12t^2 + 1) dt = \frac{5}{16}.$$

Câu 45. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Các mặt phẳng (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ đã cho thành 4 khối đa diện. Kí hiệu H_1, H_2 lần lượt là khối có thể tích lớn nhất và nhỏ nhất trong bốn khối trên. Giá trị của $\frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}}$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 5.
Lời giải

D. 3.

Chọn C

Gọi $E = AC' \cap A'C$ và $F = BC' \cap B'C$.

Khi đó: (ABC') và $(A'B'C)$ chia khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ thành 4 khối đa diện: $CEFC'$; $FEA'B'C'$; $FEABC$ và $FEABB'A'$ (hình vẽ).

Gọi V là thể tích của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$.

$$\text{Ta có } V_{C.A'B'C'} = V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}V$$

$$V_{FEA'B'C'} = V_{C.A'B'C'} - V_{CEFC'} \text{ và } V_{FEABC} = V_{C'.ABC} - V_{CEFC'}$$

$$\Rightarrow V_{FEA'B'C'} = V_{FEABC}.$$

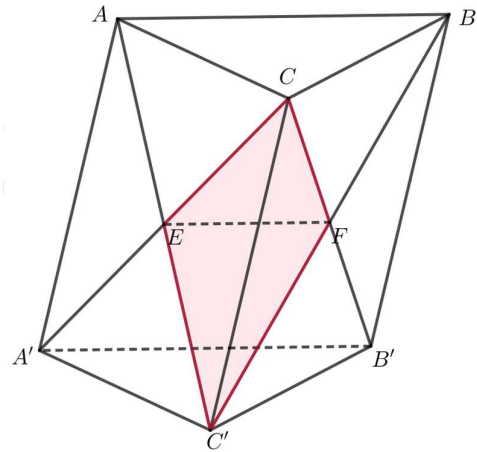
$$\text{Mặt khác: } \frac{V_{CEFC'}}{V_{C.A'B'C'}} = \frac{CE}{CA'} \cdot \frac{CF}{CB'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{CEFC'} = \frac{1}{4}V_{C.A'B'C'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{1}{12}V$$

$$\Rightarrow V_{FEA'B'C'} = V_{FEABC} = V_{C.A'B'C'} - V_{CEFC'} = \frac{1}{3}V - \frac{1}{12}V = \frac{1}{4}V$$

$$\Rightarrow V_{FEABB'A'} = V - 2 \cdot \frac{1}{4}V - \frac{1}{12}V = \frac{5}{12}V$$

Do đó: H_1 có thể tích lớn nhất là khối đa diện $FEABB'A'$; H_2 có thể tích nhỏ nhất là khối đa diện

$$CEFC' \text{ và } \frac{V_{(H_1)}}{V_{(H_2)}} = 5.$$



Câu 46. Hỏi hàm số $y = |\sin 2x + x|$ có bao nhiêu điểm cực trị trên khoảng $(-\pi; \pi)$?

A. 4.

B. 7.

C. 5.
Lời giải

D. 3.

Chọn C

Xét $f(x) = \sin 2x + x, \forall x \in (-\pi; \pi)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = 2\cos 2x + 1; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

+ Với $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ do $x \in (-\pi; \pi) \Rightarrow x = -\frac{2\pi}{3}; x = \frac{\pi}{3}$.

+ Với $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ do $x \in (-\pi; \pi) \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3}; x = \frac{2\pi}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$-\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\pi$	$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\pi}{3}$	π

Bảng biến thiên $y = |f(x)|$

x	$-\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$ f(x) $	π	$\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$	π

Vậy hàm số $y = |\sin 2x + x|$ có 5 điểm cực trị trên khoảng $(-\pi; \pi)$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 1$ và các số thực m, n thỏa mãn $m^2 - 4mn + 5n^2 = 2\sqrt{2}n - 1$. Giá trị nhỏ nhất của $f\left(\frac{m - 2\sqrt{2}}{n}\right)$ bằng

A. 4.

B. -99.

C. 5.

D. -100.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\frac{m - 2\sqrt{2}}{n} = t \Rightarrow m - 2\sqrt{2} = nt \Rightarrow m = nt + 2\sqrt{2}$ thay vào đẳng thức

$$m^2 - 4mn + 5n^2 = 2\sqrt{2}n - 1 \text{ ta có: } (nt + 2\sqrt{2})^2 - 4(nt + 2\sqrt{2})n + 5n^2 = 2\sqrt{2}n - 1.$$

$$\Leftrightarrow (t^2 - 4t + 5)n^2 + 2(2\sqrt{2}t - 5\sqrt{2})n + 9 = 0 \quad (1), \text{ có } t^2 - 4t + 5 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Phương trình (1) có nghiệm $n \neq 0$.

$$\Leftrightarrow \Delta' \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{2}t - 5\sqrt{2})^2 - 9(t^2 - 4t + 5) \geq 0 \Leftrightarrow t^2 + 4t - 5 \leq 0 \Leftrightarrow t \in [-5; 1].$$

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + 6t^2 + 1$ trên đoạn $[-5; 1]$

$$f'(t) = 6t^2 + 12t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \in [-5; 1] \\ t = -2 \in [-5; 1] \end{cases}.$$

Ta có $f(-5) = -99$, $f(-2) = 9$, $f(0) = 1$, $f(1) = 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f\left(\frac{m - 2\sqrt{2}}{n}\right)$ bằng -99.

- Câu 48.** Cho hai đường cong $(H): y = m + \frac{1}{x}$ và $(P): y = x^2 + x - 1$. Biết $(P), (H)$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt sao cho đường tròn đi qua 3 điểm này có bán kính bằng 2. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A.** $m \in (1; 6)$. **B.** $m \in (-6; 1)$. **C.** $m \in (-\infty; -6)$. **D.** $m \in (6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và (P) $m + \frac{1}{x} = x^2 + x - 1 \quad (x \neq 0)$

$$\Leftrightarrow x^3 + x^2 - (m+1)x - 1 = 0 \quad (*)$$

Giả sử x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm phương trình $(*)$

Khi đó tọa độ giao điểm (P) và (H) là $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2), C(x_3; y_3)$

$$\text{Đặt } g(x) = x^3 + x^2 - (m+1)x - 1 \Rightarrow g(x_1) = g(x_2) = g(x_3) = 0$$

$$\text{Ta có: } y = x^2 + x - 1 \Rightarrow y^2 = (x^2 + x - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow y^2 = (x+1).g(x) + (m-1)x^2 + mx + 2$$

Tọa độ A, B, C thỏa mãn :

$$y^2 = (m-1)x^2 + mx + 2$$

$$\Leftrightarrow y^2 + x^2 = mx^2 + mx + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = mx^2 + mx + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = m(y-x+1) + mx + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - my - m - 2 = 0 \quad (**).$$

$(**)$ là phương trình đường tròn tâm $I\left(0; \frac{m}{2}\right)$ bán kính $R = \sqrt{0^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 + m + 2}$.

Vì ba điểm A, B, C thuộc đường tròn bán kính bằng 2 nên ta

$$\text{có: } 0^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2 + m + 2 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 + 2\sqrt{3} \\ m = -2 - 2\sqrt{3} \end{cases}.$$

Với $m = -2 - 2\sqrt{3}$ phương trình $(*)$ có 1 nghiệm (loại).

$m = -2 + 2\sqrt{3}$ phương trình $(*)$ có 3 nghiệm (thỏa mãn).

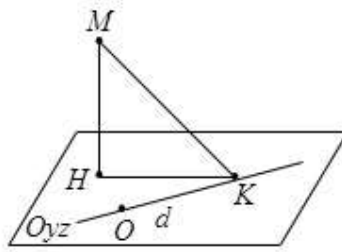
Vậy $m = -2 + 2\sqrt{3} \in (1; 6)$.

- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua O , thuộc mặt phẳng (Oyz) và cách điểm $M(1; -2; 1)$ một khoảng nhỏ nhất. Cosin của góc giữa d và trục tung bằng

- A.** $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d .

Ta có: $d(M, d) = MK \geq MH = 1$, $H(0; -2; 1)$.

Suy ra $d(M, d)$ nhỏ nhất khi $K \equiv H$. Khi đó d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OH} = (0; -2; 1)$.

$$\cos(d, Oy) = \frac{|\overrightarrow{OH} \cdot \vec{j}|}{|\overrightarrow{OH}| |\vec{j}|} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$ và $(S'):$

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc (S') và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\frac{14}{3}$.

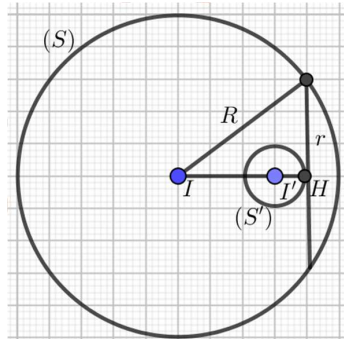
B. $\frac{17}{7}$.

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;1)$, bán kính $R=5$, mặt cầu (S') có tâm $I'(1;2;3)$, bán kính $R'=1$. Vì $II' = 3 < R - R' = 4$ nên mặt cầu (S') nằm trong mặt cầu (S) .

Mặt phẳng (P) tiếp xúc $(S') \Rightarrow d(I', (P)) = R' = 1$; (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có chu vi bằng 6π (suy ra bán kính đường tròn là $r=3$) nên $d(I, (P)) = \sqrt{R^2 - r^2} = 4$.

Nhận thấy $d(I, (P)) - d(I', (P)) = II'$ nên tiếp điểm H của (P) và (S') cũng là tâm đường tròn giao của (P) và (S) . Khi đó, (P) là mặt phẳng đi qua H , nhận $\overrightarrow{II'} = (1; 2; 2)$ làm vectơ pháp tuyến.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IH} = \frac{4}{3} \overrightarrow{II'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_H = \frac{4}{3} \\ y_H = \frac{8}{3} \\ z_H = \frac{11}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right).$$

Phương trình mặt phẳng (P) : $x - \frac{4}{3} + 2\left(y - \frac{8}{3}\right) + 2\left(z - \frac{11}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 14 = 0$.

Khoảng cách từ O đến (P) là $d(O, (P)) = \frac{14}{3}$.

----- HẾT -----