



Họ và tên học sinh : Số báo danh :

Mã đề 832

Câu 1. Cho hai điểm $A(-4;1)$, $B(2;3)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

B. $x^2 + (y+1)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$.

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$.

Câu 2. Số nghiệm của phương trình $|2x-4| + |x-1| = 0$ là

A. 2.

B. Vô số.

C. 1.

D. 0.

Câu 3. Cho a, b, c, d hữu hạn, $f(x) = \frac{4}{3x+1} + \frac{3}{2-x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ có dạng

A. $(a;b) \cup (c;+\infty)$.

B. $(-\infty;a) \cup (b;c)$.

C. $(-\infty;+\infty) \setminus \{a;b\}$.

D. $(a;b) \cup (c;d)$.

Câu 4. Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin^2 \alpha + 3\sin \alpha \cos \alpha + 4\cos^2 \alpha}{5\sin^2 \alpha + 6\cos^2 \alpha}$ là

A. $P = \frac{9}{13}$.

B. $P = -\frac{9}{65}$.

C. $P = \frac{24}{29}$.

D. $P = \frac{9}{65}$.

Câu 5. Cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(3;1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$. Tọa độ điểm C thuộc Δ để tam giác

ABC cân tại C là

A. $\left(\frac{7}{6}; -\frac{13}{6}\right)$.

B. $\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$.

C. $\left(\frac{13}{6}; \frac{7}{6}\right)$.

D. $\left(\frac{5}{6}; \frac{11}{6}\right)$.

Câu 6. Tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2-1)x^2 + 2x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. $(-1;1)$.

B. $(-\infty;-1] \cup [0;1]$.

C. $(-\infty;-1) \cup (0;1)$.

D. $(-1;0) \cup (1;+\infty)$.

Câu 7. Trong các công thức sau, công thức đúng là

A. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

B. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$.

C. $\sin(a-b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$.

D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Câu 8. Tọa độ các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ là

A. $F_1(-3;0), F_2(3;0)$.

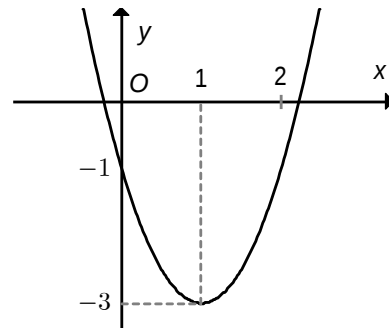
B. $F_1(-\sqrt{8};0), F_2(\sqrt{8};0)$.

C. $F_1(\sqrt{8};0), F_2(0;-\sqrt{8})$.

D. $F_1(0;-2\sqrt{2}), F_2(0;2\sqrt{2})$.

Câu 9. Đồ thị hình vẽ là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là

- A. $y = 2x^2 - 4x - 1$. B. $y = x^2 - 2x - 2$.
C. $y = x^2 - 2x - 1$. D. $y = -2x^2 - 4x - 1$.



Câu 10. Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng 5cm . Diện tích tam giác ABC là

- A. 30cm . B. 48cm . C. 24cm . D. 60cm .

Câu 11. Số đo góc $22^\circ 30'$ được đổi sang radian là

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{\pi}{8}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Câu 12. Rút gọn biểu thức $P = \frac{\tan \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cot \alpha}$ ta được kết quả là

- A. $2\sin \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $\cos \alpha$. D. $\tan \alpha$.

Câu 13. Cho hai góc nhọn a, b thỏa mãn $\cos a = \frac{1}{3}$; $\cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức

$P = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ là

- A. $-\frac{115}{144}$. B. $-\frac{113}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 14. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

- A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P < 0 \\ S < 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

Câu 15. $\sqrt{2}$ và $\sqrt{3}$ là hai nghiệm của phương trình

- A. $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$. B. $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$.
C. $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$. D. $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$.

Câu 16. Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 17. Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$ là

- A. 0° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

Câu 18. Cho tam giác ABC biết $A(1; -2)$, $B(5; -4)$, $C(-1; 4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình là

A. $3x - 4y + 11 = 0$. B. $8x - 6y - 20 = 0$. C. $3x - 4y - 11 = 0$. D. $8x + 6y + 4 = 0$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $|3 - 2x| > 1$ là

A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 20. Cho điểm $M(1; -1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + m = 0$. Số giá trị $m > 0$ sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng 1 là

A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 21. Cho đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 2x + y - 10 = 0$ có phương trình là

A. $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$. B. $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$.
C. $2x + y - 1 = 0$. D. $2x + y = 0$.

Câu 22. Phương trình tiếp tuyến tại $M(3; 4)$ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ là

A. $x - y - 1 = 0$. B. $x - y + 1 = 0$. C. $x + y - 7 = 0$. D. $x + y + 7 = 0$.

Câu 23. Tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \geq \frac{x-5}{2} \\ (x+3)(5-x) > 0 \\ x^2 - 2x + 1 > 0 \end{cases}$$
 là

A. $[-13; 5)$. B. $(1; 5)$. C. $(-3; 5) \setminus \{1\}$. D. $[-3; 5) \setminus \{1\}$.

Câu 24. Số nghiệm nguyên và lớn hơn -4 của bất phương trình $(4 - x^2)(x + 2) > 0$ là

A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.

Câu 25. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-2; 1)$, $B(1; 0)$ là

A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

Câu 26. Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng có phương trình $4x - 3y + 5 = 0$, $3x + 4y - 5 = 0$. Một đỉnh của hình chữ nhật là $A(2; 1)$. Diện tích của hình chữ nhật là

A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 27. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-2; 1)$. Một vector pháp tuyến của d là

A. $\vec{n} = (1; -2)$. B. $\vec{n} = (-1; 2)$. C. $\vec{n} = (3; 6)$. D. $\vec{n} = (-3; 6)$.

Câu 28. Cho bất phương trình $\left| \frac{3x}{x^2 - 4} \right| < 1$ (*) và các mệnh đề

(I): $(*) \Leftrightarrow -1 < \frac{3x}{x^2 - 4} < 1$. (II): Điều kiện xác định của (*) là $x \neq \pm 2$.

(III): $(*) \Rightarrow \frac{3x}{x^2 - 4} < 1$. (IV): $(*) \Leftrightarrow |3x| < |x^2 - 4|$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 29. Biết A, B, C là các góc trong tam giác ABC . Mệnh đề đúng là

- A. $\cot(A+C) = \cot B$. B. $\sin(A+C) = -\sin B$. C. $\tan(A+C) = \tan B$. D. $\cos(A+C) = -\cos B$.

Câu 30. Mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau là

- A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$.
C. $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$. D. $\sin^8 x + \cos^8 x = 1 - 4\sin^2 x \cos^2 x$.

Câu 31. Rút gọn biểu thức $\cos(2020x + 2019\pi)$ ta được kết quả là

- A. $\sin 2020x$. B. $\cos 2020x$. C. $-\sin 2020x$. D. $-\cos 2020x$.

Câu 32. Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì

- A. $\hat{A}$ là góc vuông. B. $\hat{A}$ là góc tù.
C. $\hat{A}$ là góc nhọn nhất. D. $\hat{A}$ là góc nhọn.

Câu 33. Khi giải phương trình $\sqrt{3x^2 + 1} = 2x + 1$ (1), một học sinh làm theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$3x^2 + 1 = (2x + 1)^2 \quad (2).$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -4 \end{cases}$.

Bước 3: Khi $x = 0$, ta có $3x^2 + 1 > 0$. Khi $x = -4$, ta có $3x^2 + 1 > 0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; -4\}$.

Nhận xét đúng nhất về lời giải trên là

- A. Sai ở bước 2. B. Sai ở bước 3. C. Sai ở bước 1. D. Đúng.

Câu 34. Trong các khẳng định sau, khẳng định đúng là

- A. $\sqrt{x-1} = 3x \Leftrightarrow x-1 = 9x^2$. B. $|x| = 2 \Leftrightarrow x = 2$.
C. $\frac{x(x-2)}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 2$. D. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x = x^2$.

Câu 35. Biết bất phương trình $m^2x - 1 \geq 9x + 3m$ nghiệm đúng với mọi x khi $m = m_0$. Khẳng định đúng nhất về m_0 là

- A. $m_0 \in \mathbb{Z}$. B. $m_0 \in (-5; -1)$.
C. Có đúng hai giá trị m_0 . D. $m_0 \in (0; 5)$.

Câu 36. Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích $S = 20$, một đường chéo có phương trình $d: 2x + y - 4 = 0$ và $D(1; -3)$. Biết đỉnh A có tung độ âm. Tọa độ đỉnh A là

- A. $A(1; -2)$. B. $A(5; -6)$. C. $A(11; -18)$. D. $A(1; 2)$.

Câu 37. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $x + y + 1 = 0$. Gọi

$M(a; b)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc đến (C) . Khi đó

- A. $a = \pm b$. B. $a^2 + b^2 = 4$. C. $a^2 = 2$. D. $a^2 = 4$.

Câu 38. Số giá trị $m > 1$ để phương trình $|x| + 1 = x^2 + m$ có đúng hai nghiệm là

- A. 0. B. Vô số. C. 1. D. 2.

Câu 39. Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình $(x^2 + 2x + 4)^2 - 2m(x^2 + 2x + 4) + 4m - 1 = 0$ có đúng hai nghiệm là

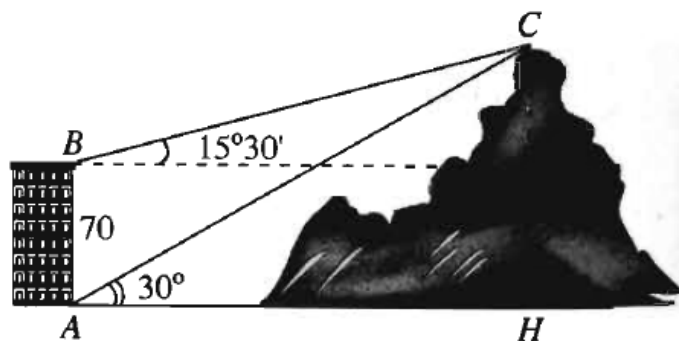
- A. $\begin{cases} m < 2 - \sqrt{3} \\ m > 2 + \sqrt{3} \end{cases}$. B. $3 < m < 4$. C. $2 + \sqrt{3} < m < 4$. D. $\begin{cases} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{cases}$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 1 = 0$, $\Delta_2: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $P(2; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua P và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tại hai điểm A, B sao cho P là trung điểm của AB . Phương trình của Δ là

- A. $x + 4y - 6 = 0$. B. $4x + y - 9 = 0$. C. $4x - y - 7 = 0$. D. $x - 9y + 14 = 0$.

Câu 41. Từ hai vị trí A, B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của một ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị sau

- A. $135m$. B. $195m$.
C. $234m$. D. $165m$.



Câu 42. Cho Elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(0; 5)$. Gọi S là diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp (E) . Khi đó

- A. $S = 40$. B. $S = \frac{5}{2}\sqrt{34}$. C. $S = 10\sqrt{34}$. D. $S = 5\sqrt{34}$.

Câu 43. Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của tham số a để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-5; 3]$ là

- A. 36. B. 10. C. 16. D. 15.

Câu 44. Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $769\,266$ (km) và $768\,106$ (km). Tính khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng, biết rằng các khoảng cách đó đạt được khi Trái Đất và Mặt Trăng nằm trên trục lớn của elip, ta được kết quả là

A. 384 053 (km). B. 363 517 (km). C. 384 633 (km). D. 363 518 (km).

Câu 45. Cho tam giác ABC với các cạnh $AB = c, AC = b, BC = a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề **sai** là

- A. Với mọi điểm M trong mặt phẳng ta luôn có $aMA^2 + bMB^2 + cMC^2 \geq abc$.
 B. Nếu I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC thì $a\overrightarrow{IA} + b\overrightarrow{IB} + c\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.
 C. Nếu H là trực tâm của tam giác ABC thì $(\sin A)\overrightarrow{HA} + (\sin B)\overrightarrow{HB} + (\sin C)\overrightarrow{HC} = \vec{0}$.
 D. Một vector chỉ phương của đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC là $\vec{u} = \frac{1}{AB}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{AC}\overrightarrow{AC}$.

Câu 46. Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-100;100]$ của tham số m để phương trình

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 + 2m = 0 \text{ có nghiệm là}$$

- A. 2. B. 200. C. 199. D. 1.

Câu 47. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất

$$F_{\min} \text{ của biểu thức } F = \frac{4a+c}{b} \text{ là}$$

- A. $F_{\min} = 2$. B. $F_{\min} = 5$. C. $F_{\min} = 1$. D. $F_{\min} = 3$.

Câu 48. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. Vô số.

Câu 49. Tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $\begin{cases} \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \\ \cos(A + C) + 3\cos B = 1 \end{cases}$. Khẳng định đúng nhất về tam giác

ABC là

- A. Tam giác ABC vuông cân. B. Tam giác ABC vuông.
 C. Tam giác ABC cân. D. Tam giác ABC đều.

Câu 50. Cho tam giác ABC nhọn có trực tâm H thuộc đường thẳng $3x - 4y - 4 = 0$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC có phương trình là $(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Giả sử $M(2; 3)$ là trung điểm của cạnh

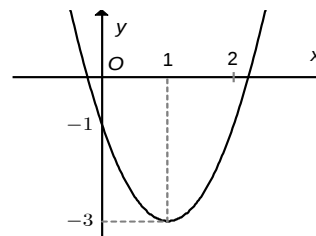
BC . Tọa độ đỉnh A là

- A. $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. B. $A(3; 1)$. C. $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. D. $A\left(5; \frac{3}{2}\right)$.

----- **HẾT** -----

Câu 1: Đề thi THPT Quốc gia năm 2019 có câu hỏi trắc nghiệm về hàm số. Cho một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số đó là

- A. $y = x^2 - 2x - 2$. B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.
C. $y = -2x^2 - 4x - 1$. D. $y = x^2 - 2x - 1$.



Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $|3 - 2x| > 1$ là

- A. $(1; 2)$. B. $[1; 2]$. C. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } |3 - 2x| > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2x > 1 \\ 3 - 2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 3: Cho $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Giá trị của $\tan \alpha$ là

- A. $-\frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{5}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Do } \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi \Rightarrow \tan \alpha < 0.$$

$$\text{Lại có } \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 = \frac{9}{4} - 1 \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 4: Số nghiệm nguyên và lớn hơn -4 của bất phương trình $(4 - x^2)(x + 2) > 0$ là

- A. 3. B. Vô số. C. 4. D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$(4 - x^2)(x + 2) > 0 \Leftrightarrow (2 - x)(x + 2)^2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Vậy có 4 nghiệm thỏa mãn yêu cầu.

Câu 5: Phương trình tiếp tuyến tại $M(3; 4)$ của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0$ là

- A. $x + y - 7 = 0$. B. $x - y - 1 = 0$.
C. $x + y + 7 = 0$. D. $x - y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } x^2 + y^2 - 2x - 4y - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 8.$$

Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) tại điểm $M(3; 4)$ là

$$(3 - 1)(x - 3) + (4 - 2)(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 2(x - 3) + 2(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x + y - 7 = 0.$$

Câu 6: Cho hai điểm $A(-1;2)$, $B(3;1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$. Tọa độ điểm C thuộc Δ để tam giác

ABC cân tại C là

- A. $\left(\frac{7}{6}; -\frac{13}{6}\right)$. B. $\left(\frac{13}{6}; \frac{7}{6}\right)$. C. $\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$. D. $\left(\frac{5}{6}; \frac{11}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$C \in \Delta \Rightarrow C(1+t; 2+t).$$

$$\text{Ta có } CA = CB \Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (-1-1-t)^2 + (2-2-t)^2 = (3-1-t)^2 + (1-2-t)^2$$

$$\Leftrightarrow (2+t)^2 + t^2 = (2-t)^2 + (1+t)^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Suy ra } C\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right).$$

Câu 7: Cho tam giác ABC biết $A(1;-2)$, $B(5;-4)$, $C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình là

A. $3x-4y-11=0$.

B. $3x-4y+11=0$.

C. $8x+6y+4=0$.

D. $8x-6y-20=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường cao AA' có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{CB} = (6;-8)$, qua $A(1;-2)$

$$\text{Nên phương trình tổng quát } AA' \text{ là: } 6(x-1)-8(y+2)=0 \Leftrightarrow 3x-4y-11=0.$$

Câu 8: Cho điểm $M(1;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x+4y+m=0$. Số giá trị $m > 0$ sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng 1 là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$d(M, \Delta) = \frac{|3-4+m|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|m-1|}{5}.$$

$$d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|m-1|}{5} = 1 \Leftrightarrow |m-1| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=5 \\ m-1=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=-4 \end{cases}.$$

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 9: Cho bất phương trình $\left| \frac{3x}{x^2-4} \right| < 1$ (*) và các mệnh đề

(I): (*) $\Leftrightarrow -1 < \frac{3x}{x^2-4} < 1$.

(II): Điều kiện xác định của (*) là $x \neq \pm 2$.

(III): (*) $\Rightarrow \frac{3x}{x^2-4} < 1$.

(IV): (*) $\Leftrightarrow |3x| < |x^2-4|$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 10: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-2;1)$. Một vectơ pháp tuyến của d là

- A. $\vec{n} = (-1; 2)$. **B.** $\vec{n} = (3; 6)$. C. $\vec{n} = (-3; 6)$. D. $\vec{n} = (1; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 11: Biết bất phương trình $m^2x - 1 \geq 9x + 3m$ nghiệm đúng với mọi x khi $m = m_0$. Khẳng định đúng nhất về m_0 là

- A. Có đúng hai giá trị m_0 . **B.** $m_0 \in (-5; -1)$.
C. $m_0 \in (0; 5)$. D. $m_0 : 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Bất phương trình đã cho tương đương với $(m^2 - 9)x - 3m - 1 \geq 0$.

$$\text{Bất phương trình trên đúng với mọi } x \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 = 0 \\ -3m - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 3 \\ m \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy $m_0 \in (-5; -1)$.

Câu 12: Cho a, b, c, d hữu hạn, $f(x) = \frac{4}{3x+1} + \frac{3}{2-x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ có dạng

- A. $(a; b) \cup (c; d)$. **B.** $(a; b) \cup (c; +\infty)$.
C. $(-\infty; a) \cup (b; c)$. D. $(-\infty; +\infty) \setminus \{a; b\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{4}{3x+1} + \frac{3}{2-x} = \frac{5x+11}{(3x+1)(2-x)}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow \frac{5x+11}{(3x+1)(2-x)} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty).$$

Câu 13: Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta_2 : x - 3y + 9 = 0$ là

- A. 90° . B. 60° . C. 0° . **D.** 45° .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $\vec{n}_1 = (2; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; -3)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-3)|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$$

Câu 14: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-2; 1)$, $B(1; 0)$ là

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 15: Cho hai điểm $A(-4; 1)$, $B(2; 3)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

- A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 5$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 10$. D. $x^2 + (y+1)^2 = 20$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 16: Rút gọn biểu thức $P = \frac{\tan \alpha}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cot \alpha}$ ta được kết quả là

- A. $\cos \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $\tan \alpha$. D. $2 \sin \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 17: Cho hai góc nhọn a, b thỏa mãn $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Giá trị của biểu thức $P = \cos(a+b) \cdot \cos(a-b)$ là

- A. $-\frac{119}{144}$. B. $-\frac{113}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{115}{144}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } P &= \cos(a+b) \cdot \cos(a-b) = \frac{1}{2}(\cos 2b + \cos 2a) = \frac{1}{2}(2\cos^2 b - 1 + 2\cos^2 a - 1) \\ &= \frac{1}{2}\left(2 \cdot \frac{1}{16} + 2 \cdot \frac{1}{9} - 2\right) = -\frac{119}{144} \end{aligned}$$

Câu 18: Nếu tam giác ABC có $a^2 < b^2 + c^2$ thì

- A. $\hat{A}$ là góc tù. B. $\hat{A}$ là góc vuông.
C. $\hat{A}$ là góc nhọn. D. $\hat{A}$ là góc nhỏ nhất.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Theo hệ quả định lý hàm số cosin ta có

$$\cos \hat{A} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} > 0.$$

Vậy $\hat{A}$ là góc nhọn.

Câu 19: Tọa độ các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ là

- A. $F_1(-3;0), F_2(3;0)$. B. $F_1(\sqrt{8};0), F_2(0;-\sqrt{8})$.
C. $F_1(0;-2\sqrt{2}), F_2(0;2\sqrt{2})$. D. $F_1(-\sqrt{8};0), F_2(\sqrt{8};0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \text{ có } a=3; b=1 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8}.$$

Vậy (E) có các tiêu điểm là: $F_1(-\sqrt{8};0); F_2(\sqrt{8};0)$.

Câu 20: Mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau là

- A. $\sin^8 x + \cos^8 x = 1 - 4\sin^2 x \cos^2 x$. B. $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.
C. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. D. $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

$$\begin{aligned} \sin^8 x + \cos^8 x &= (\sin^4 x)^2 + (\cos^4 x)^2 = (\sin^4 x + \cos^4 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= \left((\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2\sin^2 x \cos^2 x\right)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x = (1 - 2\sin^2 x \cos^2 x)^2 - 2\sin^4 x \cos^4 x \\ &= 1 - 4\sin^2 x \cos^2 x + 2\sin^4 x \cos^4 x. \end{aligned}$$

Câu 21: Tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \geq \frac{x-5}{2} \\ (x+3)(5-x) > 0 \\ x^2 - 2x + 1 > 0 \end{cases}$$
 là

- A. $[-13; 5)$. B. $(1; 5)$. C. $(-3; 5) \setminus \{1\}$. D. $[-3; 5) \setminus \{1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} \geq \frac{x-5}{2} \\ (x+3)(5-x) > 0 \\ x^2 - 2x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -13 \\ -3 < x < 5 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 5 \\ x \neq 1 \end{cases}.$$

Câu 22: Rút gọn biểu thức $\cos(2020x + 2019\pi)$ ta được kết quả là

- A. $-\cos 2020x$. B. $\cos 2020x$. C. $-\sin 2020x$. D. $\sin 2020x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 23: Tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2 - 1)x^2 + 2x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

- A. $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(-1; 0) \cup (1; +\infty)$. D. $(-\infty; -1] \cup [0; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ycbt} \Leftrightarrow (m^2 - 1)m < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}.$$

Câu 24: Trong các công thức sau, công thức **đúng** là

- A. $\sin(a+b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$. B. $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
C. $\sin(a-b) = \sin a \sin b - \cos a \cos b$. D. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b; \cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b.$$

Câu 25: Số đo góc $22^\circ 30'$ được đổi sang radian là

- A. $\frac{\pi}{8}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{\pi}{6}$. D. $\frac{\pi}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 26: Trong các khẳng định sau, khẳng định **đúng** là

- A. $\frac{x(x-2)}{x-2} = 2 \Rightarrow x = 2$. B. $\sqrt{x-1} = 3x \Leftrightarrow x-1 = 9x^2$.
C. $3x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow 3x = x^2$. D. $|x| = 2 \Leftrightarrow x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 27: Số nghiệm của phương trình $|2x-4| + |x-1| = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có

$$|2x-4|+|x-1|=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4=0 \\ x-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \emptyset.$$

Câu 28: Khi giải phương trình $\sqrt{3x^2+1}=2x+1$ (1), một học sinh làm theo các bước sau:

Bước 1: Bình phương hai vế của phương trình (1) ta được:

$$3x^2+1=(2x+1)^2 \quad (2).$$

Bước 2: Khai triển và rút gọn (2) ta được: $x^2+4x=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-4 \end{cases}$.

Bước 3: Khi $x=0$, ta có $3x^2+1>0$. Khi $x=-4$, ta có $3x^2+1>0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; -4\}$.

Nhận xét đúng nhất về lời giải trên là

A. Đúng.

B. Sai ở bước 1.

C. Sai ở bước 2.

D. Sai ở bước 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì phương trình (2) là phương trình hệ quả nên ta cần thay nghiệm $x=0$; $x=-4$ vào phương trình (1) để thử lại.

Câu 29: Phương trình $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P < 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 30: $\sqrt{2}$ và $\sqrt{3}$ là hai nghiệm của phương trình

A. $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$.

B. $x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$.

C. $x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$.

D. $x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6} = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} S = \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ P = \sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow pt: x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6} = 0$.

Câu 31: Cho đường tròn (C): $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. Tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 2x+y-10=0$ có phương trình là

A. $2x+y+1=0$ hoặc $2x+y-1=0$.

B. $2x+y-1=0$.

C. $2x+y=0$ hoặc $2x+y-10=0$.

D. $2x+y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Tiếp tuyến $\Delta // d \Rightarrow \Delta: 2x+y+c=0$ ($c \neq -10$).

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|5+c|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |5+c| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ c=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta: 2x+y=0 \text{ (tm)} \\ \Delta: 2x+y-10=0 \text{ (L)} \end{cases}.$$

Câu 32: Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng có phương trình $4x - 3y + 5 = 0$, $3x + 4y - 5 = 0$. Một đỉnh của hình chữ nhật là $A(2;1)$. Diện tích của hình chữ nhật là

- A. 1. **B. 2.** C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $4x - 3y + 5 = 0$ là 2

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $3x + 4y - 5 = 0$ là 1

Diện tích hình chữ nhật bằng $2.1 = 2$.

Câu 33: Biết A, B, C là các góc trong tam giác ABC . Mệnh đề đúng là

- A. $\sin(A+C) = -\sin B$. **B. $\cos(A+C) = -\cos B$.**
C. $\tan(A+C) = \tan B$. D. $\cot(A+C) = \cot B$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì A, B, C là ba góc của một tam giác suy ra $A+C = \pi - B$.

Khi đó $\sin(A+C) = \sin(\pi - B) = \sin B$; $\cos(A+C) = \cos(\pi - B) = -\cos B$.

$\tan(A+C) = \tan(\pi - B) = -\tan B$; $\cot(A+C) = \cot(\pi - B) = -\cot B$.

Câu 34: Cho góc α thỏa mãn $\tan \alpha = 2$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{2\sin^2 \alpha + 3\sin \alpha \cos \alpha + 4\cos^2 \alpha}{5\sin^2 \alpha + 6\cos^2 \alpha}$ là

- A. $P = \frac{9}{13}$.** B. $P = \frac{9}{65}$. C. $P = -\frac{9}{65}$. D. $P = \frac{24}{29}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos^2 \alpha$ ta được

$$P = \frac{2\tan^2 \alpha + 3\tan \alpha + 4}{5\tan^2 \alpha + 6} = \frac{2.2^2 + 3.2 + 4}{5.2^2 + 6} = \frac{9}{13}.$$

Câu 35: Cho tam giác ABC có $AB = 6\text{cm}$, $BC = 10\text{cm}$. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng 5cm . Diện tích tam giác ABC là

- A. 24cm.** B. 48cm. C. 30cm. D. 60cm.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức đường trung tuyến $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ ta suy ra $AC = 8\text{cm}$.

Nhận xét: tam giác ABC vuông tại A nên $S = \frac{1}{2} AB.AC = 24\text{cm}$.

Câu 36: Tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $\begin{cases} \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \\ \cos(A+C) + 3\cos B = 1 \end{cases}$. Khẳng định đúng nhất về tam giác

ABC là

- A. Tam giác ABC vuông cân. **B. Tam giác ABC đều.**
C. Tam giác ABC vuông. D. Tam giác ABC cân.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$* \frac{b^3 + c^3 - a^3}{b + c - a} = a^2 \Leftrightarrow b^3 + c^3 = a^2(b + c) \Leftrightarrow b^2 + c^2 - bc = a^2 \Rightarrow 2 \cos A = 1 \Rightarrow A = 60^\circ.$$

$$* \cos(A + C) + 3 \cos B = 1 \Leftrightarrow -\cos B + 3 \cos B = 1 \Leftrightarrow \cos B = \frac{1}{2} \Rightarrow B = 60^\circ.$$

* Vậy ABC là tam giác đều.

Câu 37: Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất

$F_{\min}$ của biểu thức $F = \frac{4a + c}{b}$ là

- A. $F_{\min} = 5$. B. $F_{\min} = 1$. C. $F_{\min} = 3$. D. $F_{\min} = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $f(x) = ax^2 + bx + c \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên ta có $\Delta = b^2 - 4ac \leq 0 \Leftrightarrow 4ac \geq b^2 \Leftrightarrow 2\sqrt{ac} \geq b$

$$\text{Xét } F = \frac{4a + c}{b} \geq \frac{4\sqrt{ac}}{b} \geq 2.$$

Vậy $F_{\min} = 2$.

Câu 38: Cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 1 = 0$, $\Delta_2: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $P(2; 1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua P và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 tại hai điểm A, B sao cho P là trung điểm của AB . Phương trình của Δ là

- A. $x + 4y - 6 = 0$. B. $4x + y - 9 = 0$.
C. $4x - y - 7 = 0$. D. $x - 9y + 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Ta có $A = \Delta \cap \Delta_1 \Rightarrow A(a; a + 1)$.

$B = \Delta \cap \Delta_2 \Rightarrow B(b; 1 - 2b)$.

$$P \text{ là trung điểm của } AB \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a + 2 - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{8}{3} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right); B\left(\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right) \Rightarrow \overline{AB}\left(-\frac{4}{3}; -\frac{16}{3}\right).$$

Đường thẳng Δ qua P và có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(4; -1)$ có phương trình

$$4(x - 2) - 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x - y - 7 = 0.$$

Câu 39: Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m - 1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu, trong đó nghiệm âm có giá trị tuyệt đối lớn hơn nghiệm dương là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi: $m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2 (*)$.

Giả sử phương trình có hai nghiệm $x_1 < 0 < x_2$.

Theo yêu cầu bài toán ta có:

$$|x_1| - |x_2| > 0 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 > 0 \Leftrightarrow x_1 + x_2 < 0 \Leftrightarrow m - 1 < 0 \Leftrightarrow m < 1 (**).$$

Kết hợp (*), (**) ta có $0 < m < 1$.

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn ycbt.

Câu 40: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng d có phương trình $x + y + 1 = 0$. Gọi $M(a; b)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc đến (C) . Khi đó

- A.** $a^2 = 2$. **B.** $a^2 = 4$. **C.** $a^2 + b^2 = 4$. **D.** $a = \pm b$.

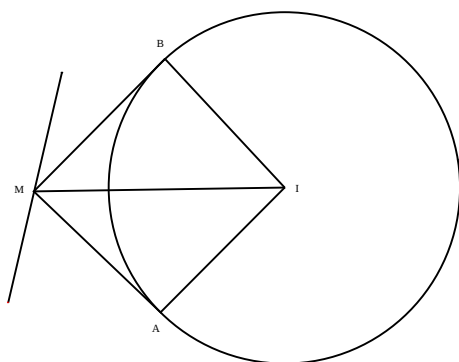
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{6}$.

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $M(a; -1-a)$.

Theo bài ra M kẻ được đến (C) hai tiếp tuyến hợp với nhau góc 90° nên dựa vào hình vẽ dưới ta có: $\widehat{BMA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{BMI} = 45^\circ$, $BI = R = \sqrt{6} \Rightarrow MI = 2\sqrt{3}$.



$$\text{Do đó: } (a-2)^2 + (a+2)^2 = 12 \Leftrightarrow a^2 = 2.$$

Câu 41: Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-20; 20]$ của tham số a để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-5; 3]$ là

- A.** 10. **B.** 36. **C.** 16. **D.** 15.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{(x+5)(3-x)} \Rightarrow t^2 = -x^2 - 2x + 15 \Rightarrow x^2 + 2x = 15 - t^2. \text{ (đk: } 0 \leq t \leq 4).$$

Bất phương trình trở thành: $t \leq 15 - t^2 + a \Leftrightarrow t^2 + t - a - 15 \leq 0 (1)$. Ta có hệ số đi với t^2 dương.

Yêu cầu đề bài xảy ra bpt (1) nghiệm đúng với mọi $0 \leq t \leq 4$

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình } t^2 + t - a - 15 = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } t_1 \leq 0 < 4 \leq t_2 (*)$$

Cách 1:

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} 1. f(0) \leq 0 \\ 1. f(4) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 15 \leq 0 \\ 5 - a \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -15 \\ a \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 5.$$

Mà $a \in [-20; 20]$ nên có 16 giá trị nguyên của a .

Cách 2:

$$\begin{aligned} (*) &\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \leq 0 \leq t_2 \\ t_1 \leq 4 \leq t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \leq 0 \leq t_2 \\ t_1 - 4 \leq 0 \leq t_2 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 t_2 \leq 0 \\ (t_1 - 4)(t_2 - 4) \leq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t_1 t_2 \leq 0 \\ t_1 t_2 - 4(t_1 + t_2) + 16 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 15 \leq 0 \\ 5 - a \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq -15 \\ a \geq 5 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 5 \end{aligned}$$

Mà $a \in [-20; 20]$ nên có 16 giá trị nguyên của a .

Câu 42: Số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-100; 100]$ của tham số m để phương trình

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 + 2m = 0 \text{ có nghiệm là}$$

A. 1.

B. 2.

C. 200.

D. 199.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Điều kiện $x \neq 0$

Đặt $t = x + \frac{1}{x}$ suy ra $t \leq -2$ hoặc $t \geq 2$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2mt - 1 + 2m = 0$, phương trình này luôn có hai nghiệm là $t_1 = 1; t_2 = 2m - 1$.

$$\text{Theo yêu cầu bài toán ta suy ra } \begin{cases} 2m - 1 \geq 2 \\ 2m - 1 \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{3}{2} \\ m \leq -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Mà $m \in [-100; 100]$ nên có 199 giá trị nguyên của a .

Câu 43: Điều kiện cần và đủ của tham số m để phương trình

$$(x^2 + 2x + 4)^2 - 2m(x^2 + 2x + 4) + 4m - 1 = 0 \text{ có đúng hai nghiệm là}$$

A. $3 < m < 4$.

B. $2 + \sqrt{3} < m < 4$.

C. $\begin{cases} m < 2 - \sqrt{3} \\ m > 2 + \sqrt{3} \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = x^2 + 2x + 4$, $t = (x + 1)^2 + 3 \geq 3$.

Phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 4m - 1 = 0$ (2).

Nhận xét: Ứng với mỗi nghiệm $t > 3$ của phương trình (2) cho ta hai nghiệm của phương trình (1). Do đó phương trình (1) có đúng hai nghiệm khi phương trình (2) có đúng một nghiệm $t > 3$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4m + 1 = 0 \\ 2m > 3 \\ 1 \cdot (3^2 - 2m \cdot 3 + 4m - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 + \sqrt{3} \\ m > 4 \end{cases}.$$

Câu 44: Số giá trị $m > 1$ để phương trình $|x| + 1 = x^2 + m$ có đúng hai nghiệm là

A. 0.

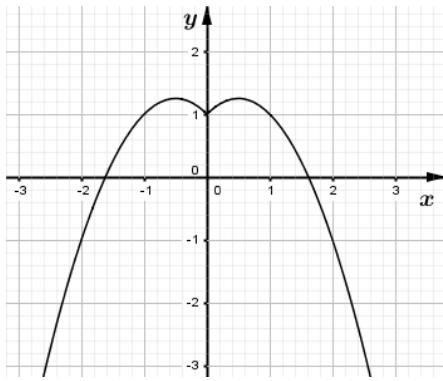
B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



$$|x| + 1 = x^2 + m \Leftrightarrow m = f(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 1 & \text{ khi } x \geq 0 \\ -x^2 - x + 1 & \text{ khi } x < 0 \end{cases}$$

Biểu diễn đồ thị hàm số $f(x)$ lên hệ trục tọa độ như hình vẽ bên trên. Dựa vào đồ thị ta suy ra với

$$\begin{cases} m = \frac{5}{4} \\ m < 1 \end{cases} \text{ thì phương trình } |x| + 1 = x^2 + m \text{ có đúng 2 nghiệm.}$$

Vì $m > 1$ nên $m = \frac{5}{4}$.

Câu 45: Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 769 266 (km) và 768 106 (km). Tính khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng, biết rằng các khoảng cách đó đạt được khi Trái Đất và Mặt Trăng nằm trên trục lớn của elip.

- A. 384 633 (km). B. 384 053 (km).
C. 363 518 (km). D. 363 517 (km).

Hướng dẫn giải
Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

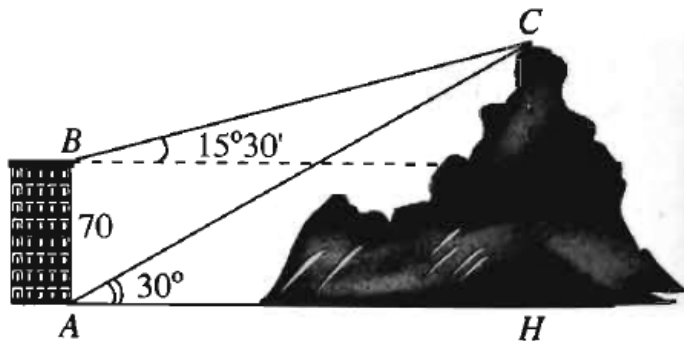
Theo giả thiết: $2a = 769266 \Leftrightarrow a = 384633$; $2b = 768106 \Leftrightarrow b = 384053$.

$$\Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} \approx 21115.$$

Khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng là: $a - c = 363518$ (km).

Câu 46: Từ hai vị trí A, B của một tòa nhà, người ta quan sát đỉnh C của một ngọn núi. Biết rằng độ cao $AB = 70m$, phương nhìn AC tạo với phương nằm ngang một góc 30° , phương nhìn BC tạo với phương nằm ngang một góc $15^\circ 30'$. Ngọn núi có độ cao so với mặt đất gần nhất với giá trị sau

- A. 135m. B. 234m. C. 165m. D. 195m.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tam giác ABC có: $BAC = 60^\circ, ABC = 105^\circ 30' \Rightarrow ACB = 14^\circ 30'$.

Áp dụng định lí hàm số sin trong tam giác ABC ta có:

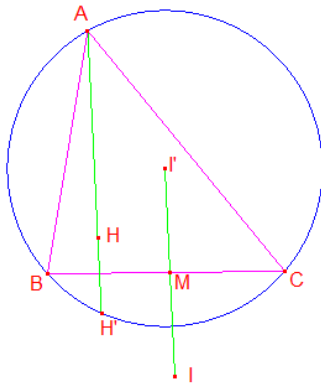
$$\frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC \approx 269,4 \quad (m)$$

Chiều cao của ngọn núi là: $CH = AC \cdot \sin 30^\circ \approx 135 \quad (m)$.

Câu 47: Cho tam giác ABC nhọn có trực tâm H thuộc đường thẳng $3x - 4y - 4 = 0$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC có phương trình là $(C): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Giả sử $M(2; 3)$ là trung điểm của cạnh

BC . Tọa độ đỉnh A là

- A. $A\left(-1; -\frac{1}{2}\right)$. B. $A\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. C. $A(3; 1)$. D. $A\left(5; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - 4y - 4 = 0 \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow H\left(2; \frac{1}{2}\right).$$

Gọi H' là điểm đối xứng với H qua đường thẳng BC . Khi đó H' thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$, bán kính $R = \frac{5}{2}$.

Giả sử đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm I' , bán kính R' .

Phép đối xứng qua đường thẳng BC biến tam giác HBC thành tam giác $H'BC$ do đó biến đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC thành đường tròn ngoại tiếp tam giác $H'BC$ hay chính là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có M là trung điểm của II' và $R' = R = \frac{5}{2}$.

Suy ra $I'\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right)$.

Ta có $\overline{AH} = 2\overline{I'M} \Rightarrow A\left(5; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 48: Cho hình thoi $ABCD$ có diện tích $S = 20$, một đường chéo có phương trình $d: 2x + y - 4 = 0$ và $D(1; -3)$. Biết đỉnh A có tung độ âm. Tọa độ đỉnh A là

- A.** $A(5; -6)$. **B.** $A(1; 2)$. **C.** $A(1; -2)$. **D.** $A(11; -18)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $D \notin d$ nên đường thẳng d là phương trình của đường chéo AC .
Phương trình của BD là $x - 2y - 7 = 0$.

Gọi $I = AC \cap BD \Rightarrow I(3; -2)$.

Mặt khác I là trung điểm của BD nên $B(5; -1) \Rightarrow IB = \sqrt{5}$.

Diện tích hình thoi là $S = \frac{1}{2}AC \cdot BD = 2IA \cdot IB$. Mà $S = 20 \Rightarrow IA = 2\sqrt{5}$.

Lại có $A \in d \Rightarrow A(a; 4 - 2a)$.

$$IA = 2\sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow A(1; 2) \\ a = 5 \Rightarrow A(5; -6) \end{cases}$$

Vì đỉnh A có tung độ âm nên $A(5; -6)$.

Câu 49: Cho Elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(0; 5)$. Gọi S là diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp (E) . Khi đó

- A.** $S = \frac{5}{2}\sqrt{34}$. **B.** $S = 10\sqrt{34}$.
C. $S = 40$. **D.** $S = 5\sqrt{34}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

* Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết: $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$. Vì $A(0; 5) \in (E)$ nên ta có phương trình: $\frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 25$.

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 34 \Leftrightarrow a = \sqrt{34}$.

* Gọi $M(x; y)$ là một đỉnh của hình chữ nhật nội tiếp (E) . Khi đó $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Diện tích hình chữ nhật này là $4|xy|$.

Áp dụng bất Cauchy: $1 = \frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} \geq \frac{2|xy|}{5\sqrt{34}} = \frac{4|xy|}{10\sqrt{34}} \Rightarrow 4|xy| \leq 10\sqrt{34}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x^2}{34} = \frac{y^2}{25} = \frac{1}{2}$.

Vậy $S = 10\sqrt{34}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC với các cạnh $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề **sai** là

A. Nếu I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC thì $a\overline{IA} + b\overline{IB} + c\overline{IC} = \vec{0}$.

B. Với mọi điểm M trong mặt phẳng ta luôn có $aMA^2 + bMB^2 + cMC^2 \geq abc$.

C. Một vector chỉ phương của đường phân giác trong của góc A của tam giác ABC là

$$\vec{u} = \frac{1}{AB}\overline{AB} + \frac{1}{AC}\overline{AC}.$$

D. Nếu H là trực tâm của tam giác ABC thì $(\sin A)\overrightarrow{HA} + (\sin B)\overrightarrow{HB} + (\sin C)\overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Nếu H là trực tâm của tam giác ABC thì $(\tan A)\overrightarrow{HA} + (\tan B)\overrightarrow{HB} + (\tan C)\overrightarrow{HC} = \vec{0}$.