

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề gồm 06 trang)

Môn: Toán
Thời gian làm bài: 90 phút.

Mã đề thi
101

Họ và tên thí sinh: SBD:

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 8i$ có tọa độ là

- A. $(-3; -8)$. B. $(3; -8)$. C. $(3; 8)$. D. $(-3; 8)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_2 = (1; -1; 2)$. B. $\vec{n}_4 = (1; -1; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. D. $\vec{n}_1 = (-1; 1; 2)$.

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy là r và độ dài đường sinh là $2l$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $2\pi rl$. B. $\frac{2}{3}\pi rl^2$. C. $4\pi rl$. D. $\frac{2}{3}\pi r^2 l$.

Câu 4. Nếu $\int_{-2}^5 f(x)dx = -1$ và $\int_{-2}^5 g(x)dx = 6$ thì $\int_{-2}^5 [f(x) + g(x)]dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 1 D. -1.

Câu 5. Phần ảo của số phức $z = 7 + 2i$ là

- A. 7. B. -7. C. -2. D. 2.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = -\frac{3}{2}$. B. $y = -\frac{1}{3}$. C. $y = \frac{3}{2}$. D. $x = \frac{3}{2}$.

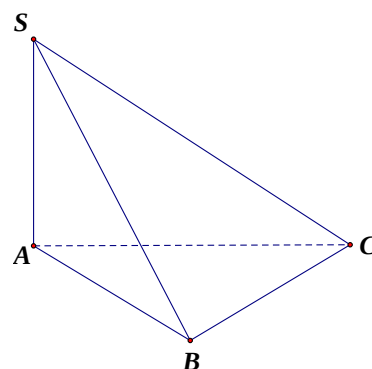
Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 3$; SA vuông góc với đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ).

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 3. B. 6.
C. 4. D. 18.

Câu 8. Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $d < R$. B. $d > R$.
C. $d = R$. D. $d \leq R$.



Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(-1; -5; 1)$. B. $M(1; 2; 0)$. C. $N(-2; 3; 1)$. D. $Q(-3; 8; 1)$.

Câu 10. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_7 x$ là

- A. $y' = \frac{1}{x}$. B. $y' = -\frac{1}{x \ln 7}$. C. $y' = \frac{\ln 7}{x}$. D. $y' = \frac{1}{x \ln 7}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 90° . D. 30° .

Câu 12. Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 64. B. 16. C. $\frac{64}{3}$. D. 4.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{4}$. Giá trị của u_4 bằng

- A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{3}{64}$. D. $\frac{3}{256}$.

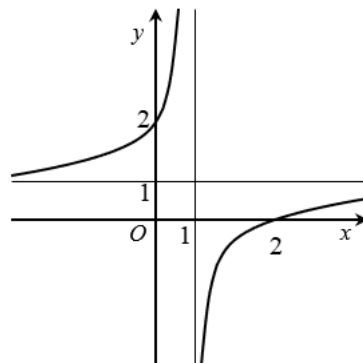
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$		1	2	$-\infty$

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. $(0;1)$. B. $(-1;1)$. C. $(1;2)$. D. $(0;2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



- A. $(0;1)$. B. $(2;0)$. C. $(1;0)$. D. $(0;2)$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(4; +\infty)$. C. $[4; +\infty)$. D. $(-\infty; 4)$.

Câu 17. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = x^2 - 4x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

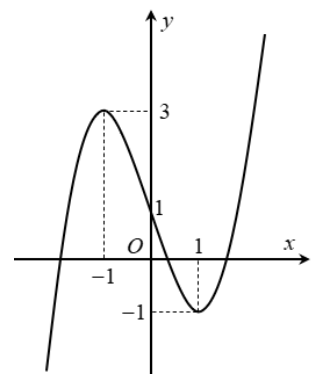
Câu 18. Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $y' = e x^e$.

B. $y' = x^{e-1}$.

C. $y' = \frac{1}{e} x^{e-1}$.

D. $y' = e x^{e-1}$.



- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 8z + 3 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
- A. $(-2; 1; 4)$. B. $(2; -1; -4)$. C. $(4; -2; -8)$. D. $(-2; -1; 4)$.
- Câu 20.** Cho số phức $z = 5 - 2i$, phần ảo của số phức $z^2 - 2z$ bằng
- A. 13. B. -6. C. -16. D. 11.
- Câu 21.** Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng
- A. $\frac{5}{42}$. B. $\frac{5}{14}$. C. $\frac{10}{21}$. D. $\frac{25}{42}$.
- Câu 22.** Cho tứ diện đều $ABCD$. Côsin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng
- A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 23.** Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = 2$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là
- A. $(0; 2)$. B. $(1; 0)$. C. $(-1; 3)$. D. $(1; -3)$.
- Câu 24.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3) - \log_2(a^2)$ bằng?
- A. $-\log_2 a$. B. $\log_2(a^5)$. C. $3\log_2 a$. D. $\log_2 a$.
- Câu 25.** Cho hàm số $f(x) = 4x + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^2 + \cos x + C$.
C. $\int f(x) dx = 2x^2 - \cos x + C$. D. $\int f(x) dx = 4x^2 - \cos x + C$.
- Câu 26.** Cho hai hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Nếu $F(0) = 2, F(1) = 9$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
- A. $\int_0^1 f(x) dx = -7$. B. $\int_0^1 f(x) dx = 7$. C. $\int_0^1 f(x) dx = -11$. D. $\int_0^1 f(x) dx = 11$.
- Câu 27.** Cho $\int \frac{1}{2x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $F'(x) = \frac{1}{2x+1}$. B. $F'(x) = -\frac{2}{(2x+1)^2}$.
C. $F'(x) = \frac{2}{(2x+1)^2}$. D. $F'(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1)$.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4; 1; 3)$ và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là
- A. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. B. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$.
C. $\frac{x+4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 2; -3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là
- A. $(4; 2; 3)$. B. $(4; 2; -3)$. C. $(-4; 2; 3)$. D. $(-4; -2; 3)$.

Câu 30. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

- A. $V = \frac{\pi}{30}$. B. $V = \frac{31\pi}{30}$. C. $V = \frac{1}{30}$. D. $V = \frac{\pi}{6}$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a$, $AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Câu 32. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\frac{1}{2}\log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$ bằng

- A. 5. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		+ 0 -	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow -3$	$\nearrow 7$	$\searrow -\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 7)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

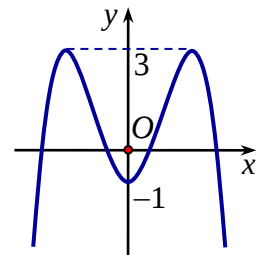
Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x + 2) < 1$ là

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.

Số nghiệm của phương trình $\frac{1 - f(x)}{1 + f(x)} = 4$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.



Câu 36. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

- A. A_9^3 . B. C_9^3 . C. 9^3 . D. $3!$.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	- 0 +	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 24$	$\searrow -101$	$\nearrow +\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng?

- A. 3. B. -2. C. -101. D. 24.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^3(x + 3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(1; 3)$.

Câu 39. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left[1 - \log_3(x+8)\right]\sqrt{2 \cdot 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 2} \geq 0$ là

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 40. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3 + 2i| = 1$ và $|z_2 + 2 - i| = 1$. Xét các số phức $z = a + bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2a - b = 0$. Khi biểu thức $T = |z - z_1| + |z - 2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P = 3a^2 - b^3$ bằng

- A. 5. B. 9. C. 11. D. -5.

Câu 41. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh là a . Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $V = \frac{3a^3}{32}$. B. $V = \frac{3a^3}{16}$. C. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3) - f(2) = 0$ và $f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + 2f(-1) - f(3)$ bằng

- A. $3\ln\frac{5}{2} + 2$. B. $3\ln\frac{2}{5} + 2$. C. $2\ln\frac{2}{5} + 2$. D. $3\ln\frac{2}{5} + 3$.

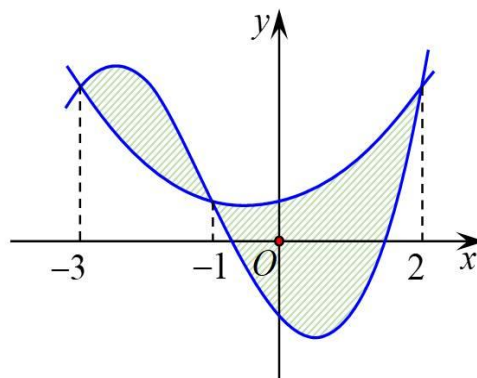
Câu 43. Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2 - 4z + \frac{c}{d} = 0$ (với $c \in \mathbb{Z}; d \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, giá trị của biểu thức $P = 2c - 5d$ bằng

- A. $P = 16$. B. $P = 19$. C. $P = 17$. D. $P = 22$.

Câu 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023; 2023]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 4m - 5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $d: x - 1 = 0$.

- A. 2019. B. 2020. C. 4043. D. 4042.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{48}$. C. $\frac{253}{24}$. D. $\frac{253}{12}$.

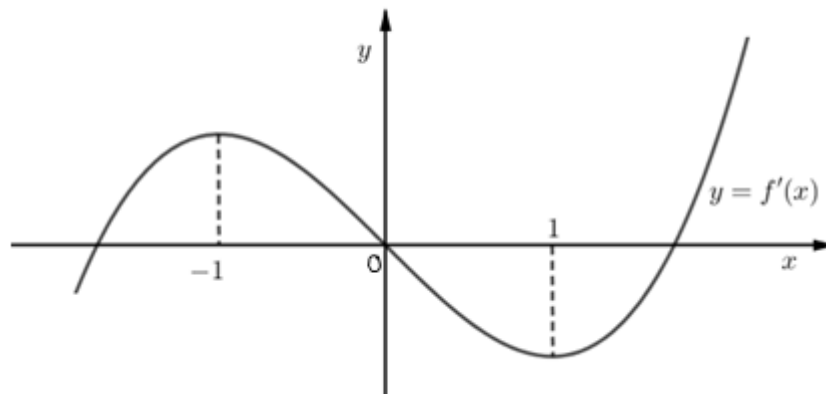
Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(-1;0;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với d . Khoảng cách từ điểm $M(2;1;2)$ đến (P) bằng

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;-2;-7)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+5)^2 = 729$. Biết điểm B thuộc giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): 2x+3y+4z-107=0$. Khi điểm M di động trên đường thẳng d thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA+MB$ bằng

- A. $5\sqrt{29}$. B. $\sqrt{742}$. C. $5\sqrt{30}$. D. 27.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 2$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - m|$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

- A. 6. B. 7. C. Vô số. D. 5.

Câu 49. Cho hình nón đỉnh S , tâm của đáy là O và bán kính đường tròn đáy bằng 5. Mặt phẳng (P) qua đỉnh hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 6. Biết rằng thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón trên bằng $\frac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ O đến (P) bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x + y^2 + 3y) + 2\log_2(x + y^2) \leq \log_3 y + 2\log_2(x + y^2 + 6y)?$$

- A. 69. B. 34. C. 35. D. 70.

-----**HẾT**-----
(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)

Mã đề	101	102	103	104	105	106	107	108
1	B	A	C	B	B	C	C	A
2	A	B	D	B	D	A	C	C
3	A	D	B	D	A	C	B	A
4	A	C	C	A	C	A	D	D
5	D	D	D	C	C	D	A	D
6	C	A	A	C	D	B	D	D
7	B	B	D	C	B	B	B	B
8	A	C	C	A	D	D	B	C
9	B	D	C	A	A	D	B	A
10	D	D	B	A	D	D	B	C
11	C	D	A	D	D	D	A	B
12	A	B	C	A	B	B	A	C
13	C	C	C	C	A	C	C	A
14	D	C	A	B	A	B	B	B
15	D	A	D	B	C	A	D	A
16	B	D	C	D	A	C	B	B
17	D	A	A	D	C	C	C	C
18	D	D	B	D	D	A	C	B
19	A	B	D	A	D	A	A	A
20	C	A	D	B	A	C	D	C
21	D	D	B	B	B	B	D	D
22	C	A	A	D	C	B	C	D
23	D	C	A	B	A	B	D	B
24	D	B	B	C	D	D	A	B
25	C	C	D	B	C	D	B	B
26	B	D	A	D	B	C	A	D
27	A	B	A	D	B	D	C	B
28	A	B	D	B	C	D	B	A
29	B	B	B	C	C	B	B	A
30	A	D	B	C	C	D	B	D
31	B	C	A	B	A	C	A	A
32	A	D	B	B	C	A	D	D
33	C	A	B	A	D	B	D	A
34	D	A	C	A	B	C	A	A
35	B	A	D	A	A	A	C	D
36	A	C	C	D	A	A	C	A
37	C	B	B	C	A	B	D	B
38	A	C	C	A	A	D	A	B
39	A	B	A	C	B	A	A	D
40	C	D	A	A	B	A	A	D
41	D	A	D	A	B	A	C	C
42	B	C	A	C	B	A	D	A
43	C	A	C	D	D	D	A	C
44	B	C	B	B	C	B	A	C
45	B	C	A	A	B	B	C	B
46	B	B	C	C	C	C	C	C
47	C	A	B	D	D	A	B	D
48	B	B	B	C	B	C	D	C
49	D	A	D	D	D	C	D	C
50	C	B	D	B	A	B	B	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
B	A	A	A	D	C	B	A	B	D	C	A	C	D	D	B	D	D	A	C	D	C	D	D	C
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	A	A	B	A	B	A	C	D	B	A	C	A	B	C	D	B	C	B	B	B	C	B	D	C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 8i$ có tọa độ là
A. $(-3; -8)$. **B.** $(3; -8)$. **C.** $(3; 8)$. **D.** $(-3; 8)$.

Lời giải

Chọn B

- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là
A. $\vec{n}_2 = (1; -1; 2)$. **B.** $\vec{n}_4 = (1; -1; -2)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; 1; 2)$. **D.** $\vec{n}_1 = (-1; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 3:** Cho hình nón có bán kính đáy là r và độ dài đường sinh là $2l$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

- A.** $2\pi rl$. **B.** $\frac{2}{3}\pi rl^2$. **C.** $4\pi rl$. **D.** $\frac{2}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn A

- Câu 4:** Nếu $\int_{-2}^5 f(x) dx = -1$ và $\int_{-2}^5 g(x) dx = 6$ thì $\int_{-2}^5 [f(x) + g(x)] dx$
A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$$\int_{-2}^5 [f(x) + g(x)] dx = \int_{-2}^5 f(x) dx + \int_{-2}^5 g(x) dx = -1 + 6 = 5.$$

- Câu 5:** Phần ảo của số phức $z = 7 + 2i$ là
A. 7. **B.** -7. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

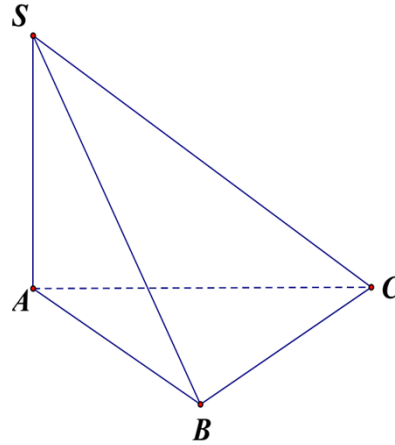
- Câu 6:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{2x-3}$ là đường thẳng có phương trình

- A.** $y = -\frac{3}{2}$. **B.** $y = -\frac{1}{3}$. **C.** $y = \frac{3}{2}$. **D.** $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B , $AB = 3$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



- A.** 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 = 6.$$

Câu 8: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O; R)$ theo thiết diện là một đường tròn. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $d < R$. **B.** $d > R$. **C.** $d = R$. **D.** $d \leq R$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A.** $P(-1; -5; 1)$. **B.** $M(1; 2; 0)$. **C.** $N(-2; 3; 1)$. **D.** $Q(-3; 8; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_7 x$ là

- A.** $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = -\frac{1}{x \ln 7}$. **C.** $y' = \frac{\ln 7}{x}$. **D.** $y' = \frac{1}{x \ln 7}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oxz) bằng

- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 30° .

Lời giải

Chọn C

Câu 12: Cho khối lập phương có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 64.

B. 16.

C. $\frac{64}{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 4 là $V = 4^3 = 64$.

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{4}$. Giá trị của u_4 bằng

A. $\frac{27}{4}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{3}{64}$.

D. $\frac{3}{256}$.

Lời giải

Chọn C

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 = \frac{3}{64}.$$

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	1	2	$-\infty$	

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. $(0;1)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(1;2)$.

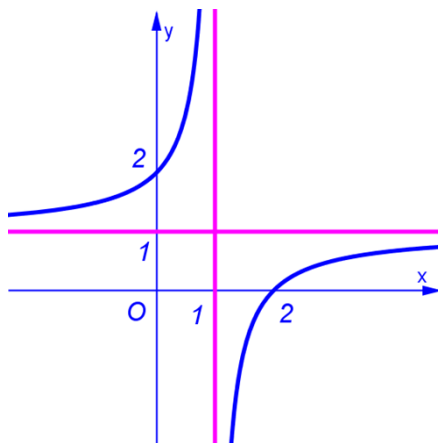
D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $(0;2)$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $(0;1)$.

B. $(2;0)$.

C. $(1;0)$.

D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là $(0; 2)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} > 9$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $(4; +\infty)$.

C. $[4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 4)$.

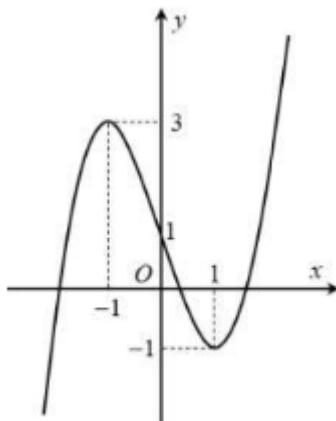
Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{x-2} > 9 \Leftrightarrow 3^{x-2} > 3^2 \Leftrightarrow x-2 > 2 \Leftrightarrow x > 4$

Vậy tập nghiệm là $(4; +\infty)$.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

B. $y = \frac{x-3}{x-1}$.

C. $y = x^2 - 4x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Do dáng điệu của hàm số nên đây sẽ là hàm số hàm bậc 3.

Câu 18: Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

A. $y' = e.x^e$.

B. $y' = x^{e-1}$.

C. $y' = \frac{1}{e}.x^{e-1}$.

D. $y' = e.x^{e-1}$.

Lời giải

Chọn D

Đạo hàm của hàm số $y = x^e$ là

$y' = n.x^{n-1}$, trong trường hợp này ta thay $n = e$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 8z + 3 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-2; 1; 4)$.

B. $(2; -1; -4)$.

C. $(4; -2; -8)$.

D. $(-2; -1; 4)$.

Lời giải

Chọn A

Tâm của mặt cầu (S) sẽ lấy các hệ số của x, y, z chia -2 .

Như vậy tâm mặt cầu là $I(-2; 1; 4)$.

Câu 20: Cho số phức $z = 5 - 2i$, phần ảo của số phức $z^2 - 2z$ bằng

A. 13.

B. -6.

C. -16.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\begin{aligned} z^2 - 2z &= (5 - 2i)^2 - 2(5 - 2i) = 25 - 20i + 4i^2 - 10 + 4i \\ &= 25 - 20i - 4 - 10 + 4i \\ &= 11 - 16i \end{aligned}$$

Vậy phần ảo của số phức là -16.

Câu 21: Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Xác suất để lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{5}{42}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{10}{21}$.

D. $\frac{25}{42}$.

Lời giải

Chọn D

Ω : “Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi” $n(\Omega) = C_9^3 = 84$

A : “Chọn được 3 viên bi mà có ít nhất 2 viên màu xanh”

✓ TH1: 2 viên xanh và 1 viên bi đỏ: $C_5^2 \cdot C_4^1 = 40$.

✓ TH2: 3 viên xanh: $C_5^3 = 10$.

Suy ra: $n(A) = 40 + 10 = 50$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}.$$

Câu 22: Cho tứ diện đều $ABCD$. Cosin của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

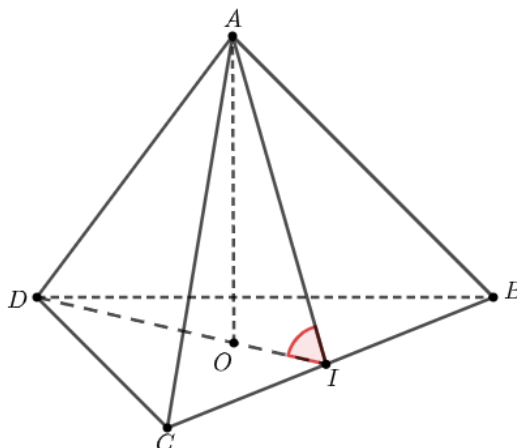
B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Hạ $OI \perp BC$ suy ra: $\widehat{((ABC); (BCD))} = \widehat{SIO}$

Ta có: $IA = ID = \frac{a\sqrt{3}}{2}; OI = \frac{1}{3}ID = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \cos \widehat{SIO} = \frac{OI}{SI} = \frac{1}{3}.$

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 3i| = 2$ là một đường tròn. Tâm đường tròn có tọa độ là

- A.** $(0; 2).$ **B.** $(1; 0).$ **C.** $(-1; 3).$ **D.** $(1; -3).$

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

Ta có: $|z - 1 + 3i| = 2 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 3i| = 2 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 4$

Suy ra tâm đường tròn $(1; -3).$

Câu 24: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3) - \log_2(a^2)$ bằng

- A.** $-\log_2 a.$ **B.** $\log_2(a^5).$ **C.** $3\log_2 a.$ **D.** $\log_2 a.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2(a^3) - \log_2(a^2) = 3\log_2 a - 2\log_2 a = \log_2 a.$

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = 4x + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C.$ **B.** $\int f(x) dx = 2x^2 + \cos x + C.$
C. $\int f(x) dx = 2x^2 - \cos x + C.$ **D.** $\int f(x) dx = 4x^2 - \cos x + C.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x) dx = \int (4x + \sin x) dx = 2x^2 - \cos x + C.$

Câu 26: Cho hai hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Nếu

$F(0) = 2, F(1) = 9$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A.** $\int_0^1 f(x) dx = -7.$ **B.** $\int_0^1 f(x) dx = 7.$ **C.** $\int_0^1 f(x) dx = -11.$ **D.** $\int_0^1 f(x) dx = 11.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x).$

Ta có $\int_0^1 f(x) dx = F(x) \Big|_0^1 = F(1) - F(0) = 9 - 2 = 7.$

Câu 27: Cho $\int \frac{1}{2x+1} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $F'(x) = \frac{1}{2x+1}.$ **B.** $F'(x) = -\frac{2}{(2x+1)^2}.$

C. $F'(x) = \frac{2}{(2x+1)^2}$. **D.** $F'(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \frac{1}{2x+1} dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{2x+1}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;3)$ và vuông góc với (P) có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x+4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;3)$ và vuông góc với (P) nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -2)$ là vectơ chỉ phương nên có phương trình $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;2;-3)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oyz có tọa độ là

A. $(4;2;3)$.

B. $(4;2;-3)$.

C. $(-4;2;3)$.

D. $(-4;-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng Oyz có tọa độ là $(4;2;-3)$.

Câu 30: Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - x$ và $y = 0$ quanh trục Ox bằng

A. $V = \frac{\pi}{30}$.

B. $V = \frac{31\pi}{30}$.

C. $V = \frac{1}{30}$.

D. $V = \frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases}$.

Ta có $V = \pi \int_0^1 (x^2 - x)^2 dx = \frac{\pi}{30}$.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A có $BC = 2a, AB = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ AA' đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

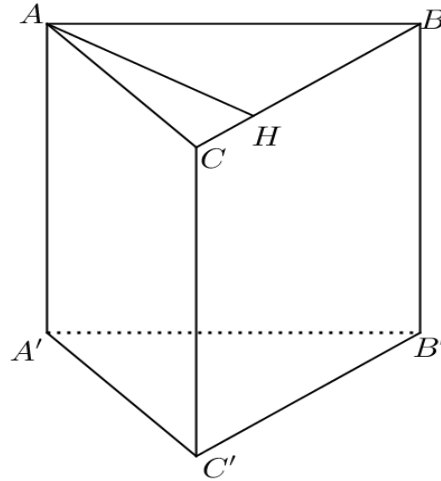
B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên BC .

Ta có $AH \perp BC, AH \perp BB' \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$ hay $d(A, (BCC'B')) = AH$

Mặt khác: $AA' \parallel (BCC'B')$, suy ra $d(AA', (BCC'B')) = d(A, (BCC'B')) = AH$

Do $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$. Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(AA', (BCC'B')) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 32: Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x > 2 + \sqrt{5}$.

Ta có $\frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 8x - \log 4x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log(x^2 - 4x - 1) = \log 2$

$\Leftrightarrow \log(x^2 - 4x - 1) = \log 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$.

Do $x > 2 + \sqrt{5}$ nên $x = 5$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình bằng 5.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-3	7	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 7)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+2) < 1$ là

A. $(-2; +\infty)$.

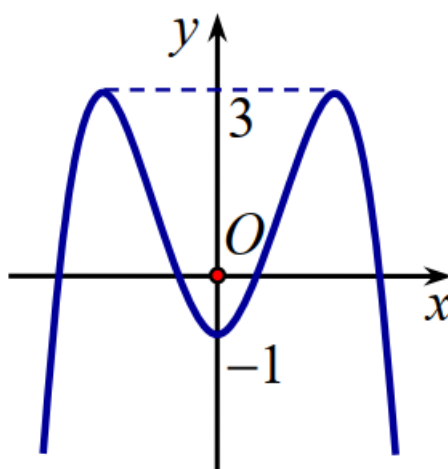
B. $(-\infty; 0)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2(x+2) < 1 \Leftrightarrow 0 < x+2 < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 0$.Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên.Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 4$ là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $1+f(x) \neq 0 \Leftrightarrow f(x) \neq -1$.Ta có: $\frac{1-f(x)}{1+f(x)} = 4 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{3}{5}$ (thỏa mãn điều kiện).Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f(x) = -\frac{3}{5}$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 36: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. A_9^3 .

B. C_9^3 .

C. 9^3 .

D. $3!$.

Lời giải

Chọn A

Xét tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Mỗi số tự nhiên có 3 chữ số cần tìm là một chỉnh hợp chập 3 của 9 phần tử trong tập A.

Vậy có A_9^3 số tự nhiên có 3 chữ số cần tìm.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	24	-101	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng?

- A.** 2. **B.** -2. **C.** -101. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu hàm số đã cho bằng: -101

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^3(x+3)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-3;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^3(x+3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên: $(-3;1)$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình thỏa mãn $[1 - \log_2(x+8)]\sqrt{2.4^{x+1} - 17.2^x} + 2 \geq 0$?

- A.** 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+8 > 0 \\ 2.4^{x+1} - 17.2^x + 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -8 \\ 2^x \geq 2 \\ 2^x \leq \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -8 \\ x \geq 1 \\ x \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ -8 < x \leq -3 \end{cases}$$

Khi đó

$$[1 - \log_2(x+8)]\sqrt{2 \cdot 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 2} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2 \cdot 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 2 = 0 \\ x > -8 \end{cases} \\ \begin{cases} 2 \cdot 4^{x+1} - 17 \cdot 2^x + 2 > 0 \\ 1 - \log_2(x+8) \geq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \\ x > -8 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 1 \\ -8 < x < -3 \\ \log_2(x+8) \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq 1 \\ -8 < x < -3 \\ x \leq -6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện $x \in \mathbb{Z}$ ta có trường hợp này các giá trị x thỏa mãn yêu cầu bài toán là $x \in \{-7; -6; -1; 3\}$.

Câu 40: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3 + 2i| = 1$ và $|z_2 + 2 - i| = 1$. Xét các số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2a - b = 0$ Khi biểu thức $T = |z - z_1| + |z - 2z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P = 3a^2 - b^3$ bằng

A. 5. B. 9. C. 11. D. -5.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Đặt } \begin{cases} w_1 = z_1 \\ w_2 = 2z_2 \end{cases}$$

Ta có: $|z_1 + 3 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |w_1 + 3 + 2i| = 1$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức w_1 , khi đó M thuộc đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-3; -2), R = 1$.

Ta có: $|z_2 + 2 - i| = 1 \Leftrightarrow |2z_2 + 4 - 2i| = 2$. Gọi N là điểm biểu diễn số phức w_2 , khi đó N thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-4; 2), R = 2$.

Xét số phức $z = x + yi$ có điểm biểu diễn là $A(x; y)$, $A \in (\Delta): 2x - y = 0$

Tìm $A \in (\Delta)$ sao cho $T = AM + AN$ đạt giá trị nhỏ nhất.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi $A = I_2 I_3 \cap (\Delta)$ với I_3 đối xứng với I_1 qua (Δ) .

$$\text{Khi đó } I_1 I_3 \begin{cases} \text{qua } I_1(-3; -2) \\ \perp (\Delta) \end{cases} \Rightarrow x + 2y + 7 = 0$$

$$\text{Gọi } H = I_1 I_3 \cap (\Delta) \Rightarrow H\left(\frac{-7}{5}; \frac{-14}{5}\right). \text{ Khi đó } H \text{ là trung điểm của } I_1 I_3 \Rightarrow I_3\left(\frac{1}{5}; \frac{-18}{5}\right)$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{I_1 I_3} = \left(\frac{21}{5}; \frac{-28}{5}\right) = \frac{3}{5}(7; -4) \Rightarrow (I_1 I_3): 4x + 3y + 10 = 0$$

$$\text{Khi đó } A = I_1 I_3 \cap (\Delta) \Rightarrow A(-1; -2) \Rightarrow z = -1 - 2i$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \text{ nên } P = 3a^2 - b^3 = 11.$$

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Tam giác $A'AB$ cân tại A' và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy, mặt bên $(AA'C'C)$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{32}$.

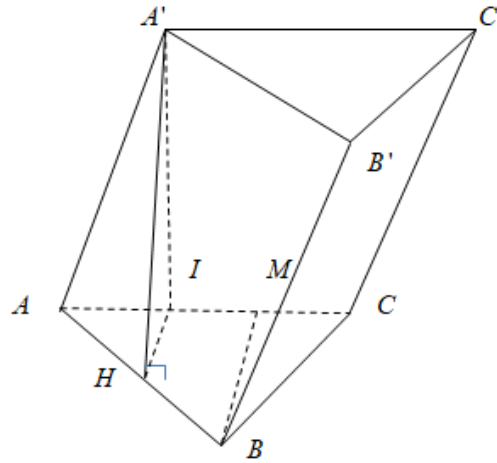
B. $V = \frac{3a^3}{16}$.

C. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow A'H \perp AB$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'BC) \cap (ABC) = AB \Rightarrow A'H \perp (ABC) \\ A'H \perp AB \end{cases}$$

Dựng $HI \perp AC \Rightarrow AC \perp (A'HI) \Rightarrow A'I \perp AC$

Suy ra $((ACC'A'); (ABC)) = (A'I; HI) = \widehat{A'IH} = 60^\circ$

$$\text{Dựng } BM \perp AC \Rightarrow HI = \frac{1}{2} BM = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

Trong tam giác $A'IH$ có $A'H = HI \cdot \tan \widehat{A'IH} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$

$$\text{Vậy thể tích lăng trụ: } V = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \frac{3a}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{16}.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x-4}{x^2+x-2}$, $f(-3) - f(2) = 0$ và

$f(0) = 1$. Giá trị của biểu thức $f(-4) + 2f(-1) - f(3)$ bằng

A. $3\ln \frac{5}{2} + 2$.

B. $3\ln \frac{2}{5} + 2$.

C. $2\ln \frac{2}{5} + 2$.

D. $3\ln \frac{2}{5} + 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{x-4}{x^2+x-2} = \frac{x-4}{(x+2)(x-1)} = \frac{2(x+1)-1(x+2)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2}{x+2} + \frac{-1}{x-1}$$

$$\text{Suy ra: } f(x) = \int f'(x) dx = \begin{cases} 2\ln|x+2| - \ln|x-1| + C_1 & x < -2 \\ 2\ln|x+2| - \ln|x-1| + C_2 & -2 < x < 1 \\ 2\ln|x+2| - \ln|x-1| + C_3 & x > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} \ln \frac{(x+2)^2}{1-x} + C_1, & x < -2 \\ \ln \frac{(x+2)^2}{1-x} + C_2, & -2 < x < 1. \\ \ln \frac{(x+2)^2}{x-1} + C_3, & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} f(-3) - f(2) = 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ln \frac{1}{4} + C_1 - C_3 - \ln 16 = 0 \\ \ln 4 + C_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 - C_3 = 6 \ln 2 \\ C_2 = 1 - 2 \ln 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra: } f(-4) + 2f(-1) - f(3) &= \ln \frac{4}{5} + C_1 + 2 \left(\ln \frac{1}{2} + C_2 \right) - \left(\ln \frac{25}{2} + C_3 \right) \\ &= \left[\ln \frac{4}{5} + 2 \ln \frac{1}{2} - \ln \frac{25}{2} \right] + [C_1 + 2C_2 - C_3] = \ln \frac{2}{125} + 6 \ln 2 + 2(1 - 2 \ln 2) = \ln \frac{8}{125} + 2 = 3 \ln \frac{2}{5} + 2. \end{aligned}$$

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2 - 4z + \frac{c}{d} = 0$ (với $c \in \mathbb{Z}; d \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, giá trị của biểu thức $P = 2c - 5d$ bằng

A. $P = 16$. **B.** $P = 19$. **C.** $P = 17$. **D.** $P = 22$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $z^2 - 4z + \frac{c}{d} = 0$ (1) có 2 nghiệm z_1, z_2

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = a + bi \\ z_2 = a - bi \end{cases} (a, b \in \mathbb{R}); \begin{cases} z_1 + z_2 = 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ z_1 \cdot z_2 = a^2 + b^2 = \frac{c}{d} \end{cases} \text{ và } A(a; b), B(a; -b)$$

$$\Delta OAB \text{ đều} \Rightarrow OA^2 = OB^2 = AB^2 \Rightarrow a^2 + b^2 = (-2b)^2 \Rightarrow b^2 = \frac{a^2}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{d} = a^2 + b^2 = \frac{16}{3}. \text{ Vậy } 2c - 5d = 17.$$

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2023; 2023]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 4m - 5$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của đường thẳng $(d): x - 1 = 0$.

A. 2019. **B.** 2020. **C.** 4043. **D.** 4042.

Lời giải

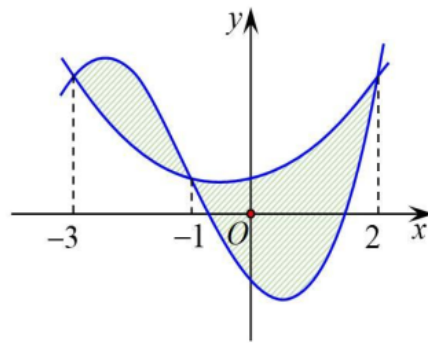
Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 2mx + m + 2, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\begin{aligned} \text{YCBT} &\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \cdot (m+2) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ m + 2 - 2m + 1 < 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee x > 2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3. \end{aligned}$$

Vì $m \in [-2023; 2023]$ nên có $2023 - 3 = 2020$ giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 1$ và $g(x) = dx^2 + ex + \frac{1}{2}$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt $-3; -1; 2$ (tham khảo hình vẽ).



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{125}{12}$.

B. $\frac{253}{48}$.

C. $\frac{253}{24}$.

D. $\frac{253}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3, -1, 2$ nên phương trình $f(x) - g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt là $-3, -1, 2$.

Do đó, $f(x) - g(x) = a(x+3)(x+1)(x-2)$.

$$\Rightarrow -6a = f(0) - g(0) = -1 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{4}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$S = \int_{-3}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-3}^2 \left| \frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2) \right| dx = \frac{253}{48}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 2)$ và $B(-1; 0; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với d . Khoảng cách từ điểm $M(2; 1; 2)$ đến (P) bằng?

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 1)$, vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \overrightarrow{u_d} = (1; 2; -3)$, suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): \overrightarrow{n_{(P)}} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{u_d}] = (-5; -5; -5) = -5(1; 1; 1)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): (x-1) + (y+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 2 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $M(2; 1; 2)$ đến (P) bằng $d(M; (P)) = \sqrt{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; -2; -7)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ và mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+4)^2 + (z+5)^2 = 729$. Biết điểm B thuộc giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 107 = 0$. Khi điểm M di động trên đường thẳng d thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$ bằng

A. $5\sqrt{29}$.

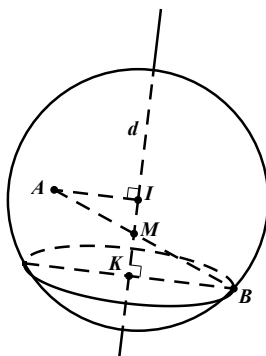
B. $\sqrt{742}$.

C. $5\sqrt{30}$.

D. 27.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; -4; -5)$ và bán kính $R = 27$.

Đường thẳng d có 1 véc-tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 3; 4) \Rightarrow d \perp (P)$.

Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng d . Vì $I \in d$ nên K là tâm của đường tròn giao tuyến và $KB \perp d$.

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (1; 2; -2) \Rightarrow IA = 3$ và $\overrightarrow{IA} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow IA \perp d$.

Ta tính được $IK = d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot (-3) + 3 \cdot (-4) + 4 \cdot (-5) - 107|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} = 5\sqrt{29}$ và $KB = \sqrt{R^2 - IK^2} = 2$.

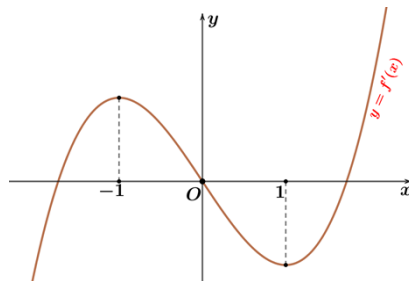
Do M di động trên đường thẳng d (trục của đường tròn giao tuyến) và B thuộc đường tròn giao tuyến nên biểu thức $MA + MB$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $M = AB \cap d$.

Khi đó, ta có $\frac{MI}{MK} = \frac{IA}{KB} = \frac{3}{2}$ và $MI + MK = IK = 5\sqrt{29}$. Suy ra $MI = 3\sqrt{29}$, $MK = 2\sqrt{29}$.

Ta có: $AM = \sqrt{IA^2 + MI^2} = 3\sqrt{30} \Rightarrow BM = \frac{2}{3} AM = 2\sqrt{30}$.

Vậy $(AM + BM)_{\min} = 3\sqrt{30} + 2\sqrt{30} = 5\sqrt{30}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = 2$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới.



Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = |4f(\sin x) + \cos 2x - m|$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 6.

B. 7.

C. Vô số.

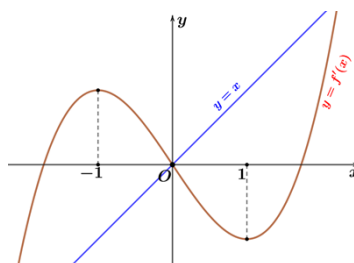
D. 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \sin x, x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0; 1)$ và ta có hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Xét hàm số $g(t) = 4f(t) - 2t^2 + 1 - m$ trên khoảng $(0; 1)$.



Ta có: $g(1) = 4f(1) - 1 - m = 7 - m$ và từ đồ thị ta suy ra $f'(x) > x, \forall x \in (0; 1)$ (đúng).

$$\text{Điều kiện bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} g'(t) < 0, \forall t \in (0; 1) \\ g(1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow m \leq 7$$

$$\begin{cases} g'(t) > 0, \forall t \in (0; 1) \\ g(1) \leq 0 \end{cases} \text{ (loại)}$$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; \dots; 7\}$.

Câu 49: Cho hình nón đỉnh S , tâm của đáy là O và bán kính đường tròn đáy bằng 5. Mặt phẳng (P) qua đỉnh hình nón và cắt đường tròn đáy theo dây cung có độ dài bằng 6. Biết rằng thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón trên bằng $\frac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. Khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $\sqrt{3}$.

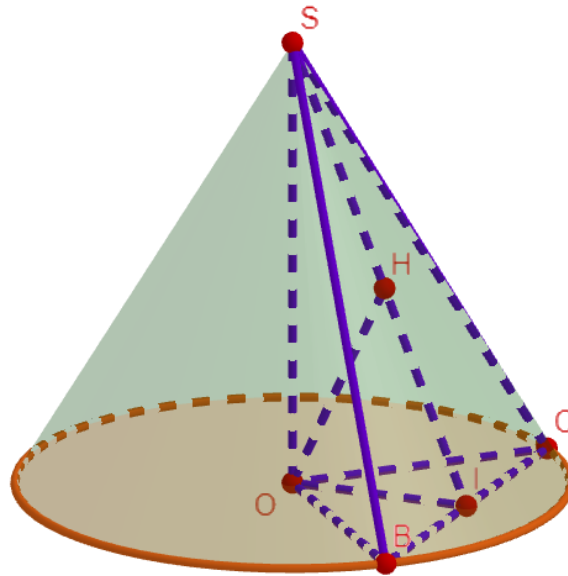
B. $3\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D



Giả sử mặt phẳng (P) cắt đường tròn đáy theo dây cung $BC \Rightarrow BC = 6$, gọi I là trung điểm BC suy ra $OI \perp BC$ và $BI = CI = 3$.

$$\text{Ta có: } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot h = \frac{100\pi\sqrt{3}}{3} \Rightarrow h = 4\sqrt{3} \Rightarrow SO = 4\sqrt{3}$$

$$\text{Theo định lý py - ta - go: } OI = \sqrt{OB^2 - BI^2} = 4.$$

$$\text{Hạ } OH \perp SI \text{ (1), ta có: } \begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow BC \perp OH \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1), (2) } \Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$$

$$\text{Xét tam giác } SOI \text{ có: } OH = \frac{SO \cdot OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = 2\sqrt{3}..$$

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_3(x + y^2 + 3y) + \log_2(x + y^2) \leq \log_3 y + \log_2(x + y^2 + 6y)?$$

A. 69.

B. 34.

C. 35.

D. 70.

Lời giải

Chọn C

Đầu tiên ta có bất phương trình tương đương với:

$$\log_3(x + y^2 + 3y) + \log_2(x + y^2) \leq \log_3 y + \log_2(x + y^2 + 6y)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x + y^2 + 3y) - \log_3(9y) + 2(\log_2(x + y^2 + 6y) - \log_2(2x + 2y^2)) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x + y^2 + 3y}{y}\right) - 2\log_2\left(\frac{x + y^2 + 6y}{x + y^2}\right) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{x+y^2}{y} + 3 \right) - 2 \log_2 \left(1 + 6 \frac{y}{x+y^2} \right) \leq 0 \quad (*)$$

Đặt $t = \frac{x+y^2}{y} = \frac{x}{y} + y > 0$ thì bất phương trình (*) trở thành: $\log_3(t+3) - 2 \log_2 \left(1 + \frac{6}{t} \right) \leq 0$.

Xét hàm số $f(t) = \log_3(t+3) - 2 \log_2 \left(1 + \frac{6}{t} \right)$ có $f'(t) = \frac{1}{(t+3) \ln 3} + \frac{12}{t^2 \left(1 + \frac{6}{t} \right) \ln 2} > 0, \forall t > 0$

và $f(6) = 0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và với $f(t) \leq 0$ ta suy ra $t \leq 6 \Leftrightarrow \frac{x+y^2}{y} \leq 6$

$$\Leftrightarrow -y^2 + 6y \geq x > 0 \Leftrightarrow 0 < y < 6 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{1; 2; 3; 4; 5\}.$$

Thế $y = 1 \rightarrow x \leq 5 \rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có 5 cặp, $y = 2 \rightarrow x \leq 8 \rightarrow x \in \{1; 2; \dots; 8\}$ có 8 cặp,

$y = 3 \rightarrow x \leq 9 \rightarrow x \in \{1; 2; \dots; 9\}$ có 9 cặp, $y = 4 \rightarrow x \leq 8 \rightarrow x \in \{1; 2; \dots; 8\}$ có 8 cặp và cuối cùng thế

$y = 5 \rightarrow x \leq 5 \rightarrow x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có 5 cặp.

Tổng cộng có 35 cặp thỏa mãn. Chọn đáp án **C**.

----- **HẾT** -----