TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ I – NĂM HỌC 2023 – 2024

Môn thi: Toán, Lớp: 10, Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I (3 điểm).

1) Giải phương trình

$$\cos^3 x = \cos x + 2\sin x.$$

2) Giải phương trình

$$\sqrt{3}\sin x + \frac{1}{2}\cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \cos x.$$

Câu II (3 điểm).

1) Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của

$$y = \left|4 - 2\left|3 + 2\left|\frac{4x}{x^2+1} - 1\right|\right|\right|.$$

2) Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$\sin^8 x + \frac{1}{8}\cos^8 x.$$

Câu III (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(1;2)$, $B(3,-2)$, $C(2;4)$.

1) Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn đẳng thức

$$4\overrightarrow{IA} - 2\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}.$$

2) Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

3) Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Câu IV (1 điểm). Với $a, b, c > 0$ thỏa mãn $ab + bc + ca = 1$. Chứng minh rằng

$$4a^2 + 4b^2 + c^2 \geq \frac{16}{1+\sqrt{33}}.$$

.....Hết.....