

LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

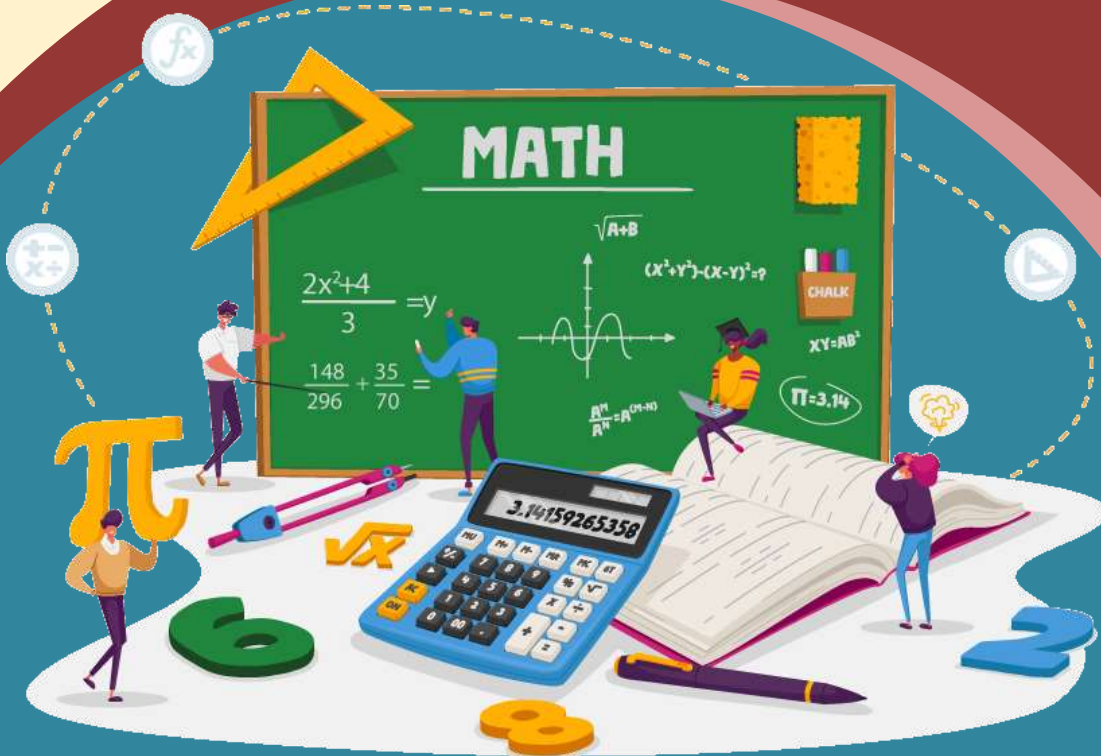
TOÁN II

KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

CHUYÊN ĐỀ

DÃY SỐ

Phần cơ bản



CHƯƠNG II

Dãy Số. Cấp Số Cộng. Cấp Số Nhân

Chủ đề 1: Dãy Số

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA

a. Định nghĩa

Mỗi hàm số u xác định trên tập số nguyên dương $\mathbb{N}^*$ được gọi là một *dãy số vô hạn* (gọi tắt là dãy số), kí hiệu là $u = u(n)$.

Ta thường viết u_n thay cho $u(n)$ và kí hiệu dãy số $u = u(n)$ bởi $u(n)$, do đó dãy $u(n)$ được viết dưới dạng khai triển: $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$

Số u_1 gọi là *số hạng đầu*, u_n là số hạng thứ n và gọi là *số hạng tổng quát* của dãy số.

Chú ý:

Nếu $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = c$ thì $u(n)$ được gọi là *dãy không đổi*.

b. Dãy số hữu hạn

Mỗi hàm số u xác định trên tập $M = \{1; 2; 3; \dots; m\}$ với $m \in \mathbb{N}^*$ được gọi là dãy số hữu hạn.

Dạng khai triển của dãy số hữu hạn là $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$. Số u_1 gọi là *số hạng đầu*, u_m là số hạng cuối.

2. CÁC CÁCH CHO MỘT Dãy Số

Một dãy số có thể cho bằng:

- +) Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy số hữu hạn và có ít số hạng);
- +) Công thức của số hạng tổng quát;
- +) Phương pháp mô tả;
- +) Phương pháp truy hồi.

3. Dãy Số Tăng. Dãy Số Giảm. Dãy Số Bị Chặn

a. Tính tăng giảm của dãy số

- +) Dãy số $u(n)$ được gọi là *dãy số tăng* nếu ta có $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$;
- +) Dãy số $u(n)$ được gọi là *dãy số giảm* nếu ta có $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b. Tính bị chặn của dãy số

- +) Dãy số $u(n)$ được gọi là *bị chặn trên* nếu tồn tại một số M sao cho $u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$;
- +) Dãy số $u(n)$ được gọi là *bị chặn dưới* nếu tồn tại một số m sao cho $u_n \geq m, \forall n \in \mathbb{N}^*$;
- +) Dãy số $u(n)$ được gọi là *bị chặn* nếu nó vừa bị chặn trên vừa bị chặn dưới, tức là tồn tại một số m sao cho $m \leq u_n \leq M, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Xác định số hạng

Câu 1: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Số hạng thứ 3 của dãy là

- A. $u_3 = 7$. B. $u_3 = 5$. C. $u_3 = 3$. D. $u_3 = 9$.

Câu 2: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Viết ba số hạng đầu tiên của dãy (u_n) .

- A. 1; 3; 5. B. 3; 5; 7. C. 5; 7; 9. D. 3; 5; 8.

- Câu 3:** Cho dãy số $(u_n): u_n = n!$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $u_1 = 1$. B. $u_3 = 6$. C. $u_2 = 4$. D. $u_4 = 24$.
- Câu 4:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{n}{n+1}$. Tính $u_3 + u_4$.
- A. $\frac{11}{20}$. B. $\frac{31}{20}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{12}{7}$.
- Câu 5:** Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 5$. Hỏi giá trị 25 là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?
- A. 11. B. 12. C. 9. D. 10.
- Câu 6:** Cho dãy số hữu hạn $(u_n): \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $u_n = \frac{1}{n}$. B. $u_n = \frac{1}{n+1}$. C. $u_n = \frac{1}{n+1}; n \leq 4$. D. $u_n = \frac{1}{n}; n \leq 4$.
- Câu 7:** Cho dãy số hữu hạn $(u_n): 1; 4; 9; 16; 25$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $u_n = n$. B. $u_n = n^2$. C. $u_n = n^2; n \leq 5$. D. $u_n = n^2; n \leq 4$.
- Câu 8:** Cho dãy số hữu hạn $(u_n): 1; 2; 6; 24; 120$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $u_n = 3n$. B. $u_n = n!$. C. $u_n = n!; n \leq 5$. D. $u_n = n!; n \leq 4$.
- Câu 9:** Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + 3, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Xác định số hạng u_3 .
- A. $u_3 = 11$. B. $u_3 = 9$. C. $u_3 = 5$. D. $u_3 = 8$.
- Câu 10:** Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Xác định số hạng u_4 .
- A. $u_4 = 19$. B. $u_4 = 7$. C. $u_4 = 15$. D. $u_4 = 8$.

Dạng 2: Tính tăng giảm của dãy số

- Câu 11:** Dãy số (u_n) là dãy số tăng khi chỉ khi
- A. $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n \geq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n \leq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 12:** Dãy số (u_n) là dãy số giảm khi chỉ khi
- A. $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n \geq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n \leq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
- Câu 13:** Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $u_2 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 1$. D. (u_n) giảm.
- Câu 14:** Cho dãy số $(u_n): u_n = 5 - 4n$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $u_2 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 3$. D. (u_n) giảm.
- Câu 15:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $u_2 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 2$. D. (u_n) giảm.
- Câu 16:** Cho dãy số $(u_n): u_n = n!$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $u_7 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 3$. D. (u_n) giảm.
- Câu 17:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{2n+3}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $u_2 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 2$. D. (u_n) giảm.
- Câu 18:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \sqrt{2n+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $u_2 = 7$. B. (u_n) tăng. C. $u_1 = 2$. D. (u_n) giảm.
- Câu 19:** Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy tăng?
A. $u_n = 2n+1$. B. $u_n = 5-4n$. C. $u_n = 3$. D. $u_n = (-1)^n$.
- Câu 20:** Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy giảm?
A. $u_n = 2n+1$. B. $u_n = 5-4n$. C. $u_n = 3$. D. $u_n = (-1)^n$.
- Câu 21:** Cho dãy số $(u_n): u_n = an+1$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) tăng là
A. $(-\infty; 0]$. B. $(-\infty; 0)$. C. $[0; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 22:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{an+4}{2n+1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) tăng là
A. $(-\infty; 8]$. B. $(-\infty; 8)$. C. $[8; +\infty)$. D. $(8; +\infty)$.
- Câu 23:** Cho dãy số $(u_n): u_n = (a-3)n+2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) giảm là
A. $(-\infty; 3]$. B. $(-\infty; 3)$. C. $[3; +\infty)$. D. $(3; +\infty)$.
- Câu 24:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{an+2}{n+1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) giảm là
A. $(-\infty; 2]$. B. $(-\infty; 2)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

Dạng 3: Tính bị chặn của dãy số

- Câu 25:** Cho dãy số $(u_n): u_n = n$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) giảm.
- Câu 26:** Cho dãy số $(u_n): u_n = 4-n$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) tăng.
- Câu 27:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{2}{n}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) tăng.
- Câu 28:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \sin n$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) tăng.

Câu 29: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{n+1}{4n+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) tăng.

Câu 30: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{4n+2}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (u_n) bị chặn. B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. D. (u_n) giảm.

Câu 31: Dãy số (u_n) nào dưới đây bị chặn?

- A. $u_n = n$. B. $u_n = \frac{1}{n}$. C. $u_n = 2 - n$. D. $u_n = \sqrt{n}$.

Câu 32: Dãy số (u_n) nào dưới đây bị chặn?

- A. $u_n = n$. B. $u_n = 2 \cos n$. C. $u_n = 2 - n^2$. D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

HẾT

Huế, 10h Ngày 11 tháng 9 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Dạng 1: Xác định số hạng

Câu 1: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Số hạng thứ 3 của dãy là

A. $u_3 = 7$.

B. $u_3 = 5$.

C. $u_3 = 3$.

D. $u_3 = 9$.

Câu 2: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Viết ba số hạng đầu tiên của dãy (u_n) .

A. 1; 3; 5.

B. 3; 5; 7.

C. 5; 7; 9.

D. 3; 5; 8.

Lời giải:

Ta có: $u_1 = 3; u_2 = 5; u_3 = 7$.

Câu 3: Cho dãy số $(u_n): u_n = n!$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $u_1 = 1$.

B. $u_3 = 6$.

C. $u_2 = 4$.

D. $u_4 = 24$.

Lời giải:

Ta có: $u_2 = 2! = 2$. Vậy phương án C sai.

Câu 4: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{n}{n+1}$. Tính $u_3 + u_4$.

A. $\frac{11}{20}$.

B. $\frac{31}{20}$.

C. $\frac{8}{17}$.

D. $\frac{12}{7}$.

Lời giải:

Ta có: $u_3 = \frac{3}{4}; u_4 = \frac{4}{5} \rightarrow u_3 + u_4 = \frac{31}{20}$.

Câu 5: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 5$. Hỏi giá trị 25 là số hạng thứ mấy của dãy số (u_n) ?

A. 11.

B. 12.

C. 9.

D. 10.

Lời giải:

Ta có: $u_n = 2n + 5 = 25 \Leftrightarrow n = 10 \rightarrow u_{10} = 25$.

Câu 6: Cho dãy số hữu hạn $(u_n): \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $u_n = \frac{1}{n}$.

B. $u_n = \frac{1}{n+1}$.

C. $u_n = \frac{1}{n+1}; n \leq 4$.

D. $u_n = \frac{1}{n}; n \leq 4$.

Câu 7: Cho dãy số hữu hạn $(u_n): 1; 4; 9; 16; 25$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $u_n = n$.

B. $u_n = n^2$.

C. $u_n = n^2; n \leq 5$.

D. $u_n = n^2; n \leq 4$.

Câu 8: Cho dãy số hữu hạn $(u_n): 1; 2; 6; 24; 120$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $u_n = 3n$.

B. $u_n = n!$.

C. $u_n = n!; n \leq 5$.

D. $u_n = n!; n \leq 4$.

Câu 9: Cho dãy số $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = u_{n-1} + 3, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Xác định số hạng u_3 .

A. $u_3 = 11$.

B. $u_3 = 9$.

C. $u_3 = 5$.

D. $u_3 = 8$.

Lời giải:

Ta có: $u_1 = 2; u_2 = u_1 + 3 = 5; u_3 = u_2 + 3 = 8$.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$. Xác định số hạng u_4 .

A. $u_4 = 19$.

B. $u_4 = 7$.

C. $u_4 = 15$.

D. $u_4 = 8$.

Lời giải:

Ta có: $u_1 = 1; u_2 = 2u_1 + 1 = 3; u_3 = 2u_2 + 1 = 7; u_4 = 2u_3 + 1 = 15$.

Dạng 2: Tính tăng giảm của dãy số

Câu 11: Dãy số (u_n) là dãy số tăng khi chỉ khi

A. $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n \geq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n \leq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 12: Dãy số (u_n) là dãy số giảm khi chỉ khi

A. $u_n > u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n < u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n \geq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n \leq u_{n+1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 13: Cho dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 1$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_n = 2n + 1 \\ u_{n+1} = 2(n+1) + 1 = 2n + 3 \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) tăng.

Câu 14: Cho dãy số $(u_n): u_n = 5 - 4n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 3$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_n = 5 - 4n \\ u_{n+1} = 5 - 4(n+1) = 1 - 4n \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = -4 < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) giảm.

Câu 15: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 2$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_n = \frac{1}{n} \\ u_{n+1} = \frac{1}{n+1} \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) giảm.

Câu 16: Cho dãy số $(u_n): u_n = n!$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_7 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 3$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = n! \\ u_{n+1} = (n+1)! \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = (n+1)! - n! = (n+1) \cdot n! - n! = n![(n+1) - 1] = n \cdot n! > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) tăng.

Câu 17: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{2n+3}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 2$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

$$\text{Biểu diễn: } u_n = \frac{2n+3}{n+1} = 2 + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = 2 + \frac{1}{n+1} \\ u_{n+1} = 2 + \frac{1}{n+2} \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{-1}{(n+1)(n+2)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) giảm.

Câu 18: Cho dãy số $(u_n): u_n = \sqrt{2n+5}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $u_2 = 7$.

B. (u_n) tăng.

C. $u_1 = 2$.

D. (u_n) giảm.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = \sqrt{2n+5} \\ u_{n+1} = \sqrt{2(n+1)+5} = \sqrt{2n+7} \end{cases}$$

$$\longrightarrow u_{n+1} - u_n = \sqrt{2n+7} - \sqrt{2n+5} = \frac{2}{\sqrt{2n+7} + \sqrt{2n+5}} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) tăng.

Câu 19: Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy tăng?

A. $u_n = 2n+1$.

B. $u_n = 5-4n$.

C. $u_n = 3$.

D. $u_n = (-1)^n$.

Lời giải:

Xét $(u_n): u_n = 2n+1$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = 2n+1 \\ u_{n+1} = 2(n+1)+1 = 2n+3 \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) tăng.

Câu 20: Dãy số (u_n) nào dưới đây là dãy giảm?

A. $u_n = 2n+1$.

B. $u_n = 5-4n$.

C. $u_n = 3$.

D. $u_n = (-1)^n$.

Lời giải:

Xét $(u_n): u_n = 5-4n$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = 5-4n \\ u_{n+1} = 5-4(n+1) = 1-4n \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = -4 < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy (u_n) giảm.

- Câu 21:** Cho dãy số $(u_n): u_n = an + 1$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) tăng là
A. $(-\infty; 0]$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $[0; +\infty)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = an + 1 \\ u_{n+1} = a(n+1) + 1 = an + a + 1 \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = a, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dãy (u_n) tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$.

- Câu 22:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{an+4}{2n+1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) tăng là
A. $(-\infty; 8]$. **B.** $(-\infty; 8)$. **C.** $[8; +\infty)$. **D.** $(8; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{an+4}{2n+1} = \frac{a}{2} + \left(4 - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{1}{2n+1} \longrightarrow u_{n+1} = \frac{a}{2} + \left(4 - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{1}{2n+3}.$$

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = \left(4 - \frac{a}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1}\right) = \left(4 - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{-2}{(2n+1)(2n+3)}.$$

Dãy (u_n) tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow 4 - \frac{a}{2} < 0 \Leftrightarrow a > 8$.

- Câu 23:** Cho dãy số $(u_n): u_n = (a-3)n + 2$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) giảm là
A. $(-\infty; 3]$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_n = (a-3)n + 2 \\ u_{n+1} = (a-3)(n+1) + 2 = (a-3)n + a - 1 \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = a - 3, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Dãy (u_n) giảm $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a - 3 < 0 \Leftrightarrow a < 3$.

- Câu 24:** Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{an+2}{n+1}$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số a để dãy (u_n) giảm là
A. $(-\infty; 2]$. **B.** $(-\infty; 2)$. **C.** $[2; +\infty)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{an+2}{n+1} = a + (2-a) \cdot \frac{1}{n+1} \longrightarrow u_{n+1} = a + (2-a) \cdot \frac{1}{n+2}.$$

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = (2-a) \cdot \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+1}\right) = (2-a) \cdot \frac{-1}{(n+1)(n+2)}.$$

Dãy (u_n) tăng $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow 2 - a > 0 \Leftrightarrow a < 2$.

Dạng 3: Tính bị chặn của dãy số

- Câu 25:** Cho dãy số $(u_n): u_n = n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (u_n) bị chặn. **B.** (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.
C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. **D.** (u_n) giảm.

Lời giải:

Ta có: $u_n = n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và khi $n \rightarrow +\infty$ thì $u_n \rightarrow +\infty$.

Vậy (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

Câu 26: Cho dãy số $(u_n): u_n = 4 - n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) bị chặn.

B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

D. (u_n) tăng.

Lời giải:

Ta có: $u_n = 4 - n \leq 3, \forall n \in \mathbb{N}^*$ và khi $n \rightarrow +\infty$ thì $u_n \rightarrow -\infty$.

Vậy (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

Câu 27: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{2}{n}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) bị chặn.

B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

D. (u_n) tăng.

Lời giải:

Ta có: $0 < u_n = \frac{2}{n} \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 28: Cho dãy số $(u_n): u_n = \sin n$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) bị chặn.

B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

D. (u_n) tăng.

Lời giải:

Ta có: $-1 \leq u_n = \sin n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 29: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{n+1}{4n+2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) bị chặn.

B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới.

D. (u_n) tăng.

Lời giải:

Ta có: $u_n = \frac{n+1}{4n+2} > 0 \rightarrow (u_n)$ bị chặn dưới.

Ta có: $u_n = \frac{n+1}{4n+2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4n+2}$

Mặt khác: $\frac{1}{4n+2} \leq \frac{1}{6} \rightarrow u_n \leq \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \rightarrow (u_n)$ bị chặn trên.

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 30: Cho dãy số $(u_n): u_n = \frac{4n+2}{n+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (u_n) bị chặn.

B. (u_n) bị chặn dưới và không bị chặn trên.

C. (u_n) bị chặn trên và không bị chặn dưới. **D.** (u_n) giảm.

Lời giải:

Ta có: $u_n = \frac{4n+2}{n+1} > 0 \longrightarrow (u_n)$ bị chặn dưới.

Mặt khác: $u_n = \frac{4n+2}{n+1} = 4 - \frac{2}{n+1} < 4$ bị chặn trên.

Vậy (u_n) bị chặn.

Câu 31: Dãy số (u_n) nào dưới đây bị chặn?

A. $u_n = n$.

B. $u_n = \frac{1}{n}$.

C. $u_n = 2 - n$.

D. $u_n = \sqrt{n}$.

Lời giải:

Ta có: $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$ bị chặn.

Câu 32: Dãy số (u_n) nào dưới đây bị chặn?

A. $u_n = n$.

B. $u_n = 2 \cos n$.

C. $u_n = 2 - n^2$.

D. $u_n = \sqrt{n+4}$.

Lời giải:

Ta có: $-2 \leq u_n = 2 \cos n \leq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy $(u_n): u_n = 2 \cos n$ bị chặn.

HẾT

Huế, 10h Ngày 11 tháng 9 năm 2023

CHƯƠNG II Dãy Số. Cấp Số Cộng. Cấp Số Nhân

Chủ đề 2: CẤP SỐ CỘNG

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi d . Số d được gọi là *công sai* của cấp số cộng.

Cấp số cộng (u_n) với công sai d được cho bởi hệ thức truy hồi: $u_n = u_{n-1} + d, \forall n \geq 2$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu u_1 và công sai d thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 + (n-1)d$

Chú ý:

Nếu u_k, u_{k+1}, u_{k+2} là ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng (u_n) thì $\frac{u_k + u_{k+2}}{2} = u_{k+1}$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ CỘNG

Cho cấp số cộng (u_n) với công sai d . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

Khi đó: $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

- A. 1;3;4. B. 3;5;7. C. 5;7;6. D. 3;5;8.

Câu 2: Cho cấp số cộng: 2;0;-2;-4. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 2$. B. $d = -2$. C. $d = 1$. D. $d = -1$.

Câu 3: Cho cấp số cộng: 1;1;1;1;1. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 0$. B. $d = -2$. C. $d = 1$. D. $d = -1$.

Câu 4: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

- A. $u_n = n^2$. B. $u_n = (-1)^n$. C. $u_n = \sqrt{n}$. D. $u_n = 2n + 1$.

Câu 5: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

- A. $u_n = \frac{n}{n+1}$. B. $u_n = n!$. C. $u_n = n^2 + n$. D. $u_n = 3 - 5n$.

Câu 6: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Số hạng thứ 3 của (u_n) là

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 6$. C. $u_3 = 8$. D. $u_3 = 12$.

Câu 7: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ 4 của (u_n) là

- A. $u_4 = 9$. B. $u_4 = 12$. C. $u_4 = 10$. D. $u_4 = 14$.

Câu 8: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2, u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = -2$.

Câu 9: Cho cấp số cộng $(u_n): u_4 = 12, u_5 = 20$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 8$. D. $d = -2$.

- Câu 10:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2, u_3 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 11:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_3 = 4, u_5 = 12$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 12:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = -2, u_7 = 13$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 13:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) là
 A. $S_4 = 9$. B. $S_4 = 12$. C. $S_4 = 22$. D. $S_4 = 14$.
- Câu 14:** Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) là
 A. $S_6 = 33$. B. $S_6 = 39$. C. $S_6 = 57$. D. $S_6 = 48$.
- Câu 15:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_5 = 9 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = 4$. B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 16:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + u_4 = -2 \\ u_2 + u_5 = -6 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = -2$. B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 17:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = -2$. B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 18:** Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là
 A. $d = -2$. B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.
- Câu 19:** Cho dãy số $(u_n): a; 2; b; 6$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $a + b$ bằng
 A. 8. B. 4. C. 2. D. 10.
- Câu 20:** Cho dãy số $(u_n): 1; a; 6; b$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $2a + 4b$ bằng
 A. 18. B. 54. C. 24. D. 41.
- Câu 21:** Tìm x sao cho $x + 3; 2x + 1; 5x + 2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.
 A. $x = -2$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = -\frac{3}{2}$.
- Câu 22:** Tìm x sao cho $2x; 3x + 2; 5x + 3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.
 A. $x = -2$. B. $x = -\frac{1}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = -\frac{3}{2}$.
- Câu 23:** Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng $2; 5; 8; \dots$ để được kết quả bằng 345?
 A. 12. B. 15. C. 16. D. 10.
- Câu 24:** Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hội trường đó có số ghế là
 A. 1200. B. 1647. C. 1615. D. 1700.
- Câu 25:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang cân, rộng 2,4m ở đáy và rộng 1,2m ở đỉnh. Các viên gạch hình vuông có kích thước 10cm x 10cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên

chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

- A. 200 viên. B. 234 viên. C. 115 viên. D. 145 viên.

Câu 26: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Số gạch của bậc trên cùng là

- A. 56. B. 42 C. 46. D. 72.

Câu 27: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Tổng số gạch để xây cầu thang là

- A. 1200. B. 1647. C. 1615. D. 2130.

Câu 28: Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài đó có 2040 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế trước đó?

- A. 12 hàng ghế. B. 30 hàng ghế. C. 45 hàng ghế. D. 24 hàng ghế.

Câu 29: Ông Sơn trồng cây trên một mảnh đất hình tam giác theo quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây..., ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng ông đã trồng hết 11325 cây. Số hàng cây được trồng theo cách trên là

- A. 148. B. 150. C. 152. D. 154.

Câu 30: Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

- A. 6 năm. B. 9 năm. C. 7 năm. D. 8 năm.

HẾT

Huế, 10h Ngày 12 tháng 9 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. 1;3;4.

B. 3;5;7.

C. 5;7;6.

D. 3;5;8.

Lời giải:

Dãy số hữu hạn 3;5;7 là cấp số cộng với $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$.

Câu 2: Cho cấp số cộng: 2;0;-2;-4. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 2$.

B. $d = -2$.

C. $d = 1$.

D. $d = -1$.

Câu 3: Cho cấp số cộng: 1;1;1;1. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 0$.

B. $d = -2$.

C. $d = 1$.

D. $d = -1$.

Câu 4: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. $u_n = n^2$.

B. $u_n = (-1)^n$.

C. $u_n = \sqrt{n}$.

D. $u_n = 2n + 1$.

Lời giải:

Ta có:
$$\begin{cases} u_n = 2n + 1 \\ u_{n+1} = 2(n+1) + 1 = 2n + 3 \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số $(u_n): u_n = 2n + 1$ là cấp số cộng với $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$.

Câu 5: Dãy số nào dưới đây là cấp số cộng?

A. $u_n = \frac{n}{n+1}$.

B. $u_n = n!$.

C. $u_n = n^2 + n$.

D. $u_n = 3 - 5n$.

Lời giải:

Ta có:
$$\begin{cases} u_n = 3 - 5n \\ u_{n+1} = 3 - 5(n+1) = -2 - 5n \end{cases} \longrightarrow u_{n+1} - u_n = -5, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vậy dãy số $(u_n): u_n = 3 - 5n$ là cấp số cộng với $u_1 = -2$ và công sai $d = -5$.

Câu 6: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Số hạng thứ 3 của (u_n) là

A. $u_3 = 4$.

B. $u_3 = 6$.

C. $u_3 = 8$.

D. $u_3 = 12$.

Lời giải:

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d = 6$.

Câu 7: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Số hạng thứ 4 của (u_n) là

A. $u_4 = 9$.

B. $u_4 = 12$.

C. $u_4 = 10$.

D. $u_4 = 14$.

Lời giải:

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 10$.

Câu 8: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2, u_2 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 4$.

B. $d = 6$.

C. $d = 1$.

D. $d = -2$.

Lời giải:

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Câu 9: Cho cấp số cộng $(u_n): u_4 = 12, u_5 = 20$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = 4$.

B. $d = 6$.

C. $d = 8$.

D. $d = -2$.

Lời giải:

Ta có: $d = u_5 - u_4 = 8$.

Câu 10: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 2, u_3 = 8$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. **D. $d = 3$.**

Lời giải:

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 8 = 2 + 2d \Leftrightarrow d = 3$.

Câu 11: Cho cấp số cộng $(u_n): u_3 = 4, u_5 = 12$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$.** B. $d = 6$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d \\ u_3 = u_1 + 2d \end{cases} \longrightarrow u_5 - u_3 = 2d \Leftrightarrow d = 4$.

Câu 12: Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = -2, u_7 = 13$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. B. $d = 6$. C. $d = 1$. **D. $d = 3$.**

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_7 = u_1 + 6d \\ u_2 = u_1 + d \end{cases} \longrightarrow u_7 - u_2 = 5d \Leftrightarrow d = 3$.

Câu 13: Cho cấp số cộng $(u_n): u_1 = 1$ và công sai $d = 3$. Tổng 4 số hạng đầu của (u_n) là

- A. $S_4 = 9$. B. $S_4 = 12$. **C. $S_4 = 22$.** D. $S_4 = 14$.

Lời giải:

Ta có: $S_4 = \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 22$.

Câu 14: Cho cấp số cộng $(u_n): u_2 = 2$ và công sai $d = 3$. Tổng 6 số hạng đầu của (u_n) là

- A. $S_6 = 33$. **B. $S_6 = 39$.** C. $S_6 = 57$. D. $S_6 = 48$.

Lời giải:

Ta có: $u_2 = u_1 + d \longrightarrow u_1 = -1$.

Ta có: $S_6 = \frac{6(2u_1 + 5d)}{2} = 39$.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_5 = 9 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = 4$. **B. $d = 2$.** C. $d = 1$. D. $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_2 = 3 \\ u_5 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 4d = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + u_4 = -2 \\ u_2 + u_5 = -6 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

- A. $d = -2$.** B. $d = 2$. C. $d = 1$. D. $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_1 + u_4 = -2 \\ u_2 + u_5 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + (u_1 + 3d) = -2 \\ (u_1 + d) + (u_1 + 4d) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = -2 \\ 2u_1 + 5d = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -2 \end{cases}.$

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = -2$.

B. $d = 2$.

C. $d = 1$.

D. $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_1 + 2u_6 = 26 \\ 3u_2 + u_3 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2(u_1 + 5d) = 26 \\ 3(u_1 + d) + (u_1 + 2d) = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 10d = 26 \\ 4u_1 + 5d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases}.$

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn: $\begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases}$. Công sai của cấp số cộng đã cho là

A. $d = -2$.

B. $d = 2$.

C. $d = 1$.

D. $d = 3$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_3 = -2 \\ S_8 = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = -2 \\ \frac{8(2u_1 + 7d)}{2} = -40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = -2 \\ 2u_1 + 7d = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -2 \end{cases}.$

Câu 19: Cho dãy số $(u_n): a; 2; b; 6$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $a + b$ bằng

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 10.

Lời giải:

Do (u_n) là một cấp số cộng nên ta có hệ: $\begin{cases} 2 - a = b - 2 \\ b - 2 = 6 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 4 \end{cases}.$

Lưu ý: Áp dụng tính chất số các số hạng của cấp số cộng ta có: $a + b = 2.2 = 4$.

Câu 20: Cho dãy số $(u_n): 1; a; 6; b$. Biết (u_n) là một cấp số cộng, tổng $2a + 4b$ bằng

A. 18.

B. 54.

C. 24.

D. 41.

Lời giải:

Do (u_n) là một cấp số cộng nên ta có hệ: $\begin{cases} 1 + 6 = 2a \\ a + b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \frac{17}{2} \end{cases} \rightarrow 2a + 4b = 41.$

Câu 21: Tìm x sao cho $x + 3; 2x + 1; 5x + 2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

A. $x = -2$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = -\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Do $x + 3; 2x + 1; 5x + 2$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng nên

$(x + 3) + (5x + 2) = 2(2x + 1) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$

Câu 22: Tìm x sao cho $2x; 3x + 2; 5x + 3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

A. $x = -2$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = -\frac{3}{2}$.

Lời giải:

Do $2x; 3x+2; 5x+3$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng nên

$$(2x) + (5x+3) = 2(3x+2) \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 23: Cần lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng $2; 5; 8; \dots$ để được kết quả bằng 345?

A. 12.

B. 15.

C. 16.

D. 10.

Lời giải:

Cấp số cộng có $u_1 = 2$; công sai $d = 3$.

Gọi n là số các số hạng đầu của cấp số cộng cần lấy, ta có:

$$345 = S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow 3n^2 + n - 690 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = \frac{-46}{3} \\ n = 15 \end{cases} \longrightarrow \text{Chọn } n = 15.$$

Câu 24: Một hội trường lớn có 35 ghế ở hàng đầu tiên, 37 ghế ở hàng thứ hai, 39 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật như vậy. Có tất cả 27 hàng ghế. Hội trường đó có số ghế là

A. 1200.

B. 1647.

C. 1615.

D. 1700.

Lời giải:

Gọi u_n là số ghế ở hàng thứ n .

Số ghế mỗi hàng lập thành một cấp số cộng với $u_1 = 35$; công sai $d = 2$.

$$\text{Tổng số ghế của hội trường là } S_{27} = \frac{27(2u_1 + 26d)}{2} = 1647 \text{ ghế.}$$

Câu 25: Một bức tường trang trí có dạng hình thang cân, rộng 2,4m ở đáy và rộng 1,2m ở đỉnh. Các viên gạch hình vuông có kích thước 10cm x 10cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?

A. 200 viên.

B. 234 viên.

C. 115 viên.

D. 145 viên.

Lời giải:

Đổi $2,4m = 240cm$; $1,2m = 120cm$.

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là $u_1 = \frac{240}{10} = 24$.

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là: $u_n = \frac{120}{10} = 12$.

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được một cấp số cộng có công sai $d = -1$.

Như vậy: $u_n = 12 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow n = 13$.

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là:

$$S_{13} = \frac{13(u_1 + u_{13})}{2} = 234 \text{ viên gạch.}$$

Câu 26: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Số gạch của bậc trên cùng là

A. 56.

B. 42

C. 46.

D. 72.

Lời giải:

Ta có: Bậc trên cùng là bậc 30 nên ta có áp dụng CT số hạng TQ của CSC ta có

$$u_{30} = u_1 + 29(-2) = 42.$$

Vậy bậc trên cùng cần 42 viên gạch.

Câu 27: Một cầu thang bằng gạch có tổng cộng 30 bậc. Bậc dưới cùng cần 100 viên gạch. Mỗi bậc tiếp theo cần ít hơn 2 viên gạch so với bậc ngay trước nó. Tổng số gạch để xây cầu thang là

- A. 1200. B. 1647. C. 1615. **D. 2130.**

Lời giải:

$$\text{Ta có: } S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30(2u_1 + 29(-2))}{2} = 2130.$$

Vậy cần 2130 viên gạch để xây cầu thang.

Câu 28: Có bao nhiêu hàng ghế trong một góc khán đài của một sân vận động, biết rằng góc khán đài đó có 2040 chỗ ngồi, hàng ghế đầu tiên có 10 chỗ ngồi và mỗi hàng ghế sau có thêm 4 chỗ ngồi so với hàng ghế trước đó?

- A. 12 hàng ghế. **B. 30 hàng ghế.** C. 45 hàng ghế. D. 24 hàng ghế.

Lời giải:

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với $S_n = 2040, u_1 = 10, d = 4$ để tìm n , ta được:

$$2040 = S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow 4n^2 + 16n - 4080 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30(tm) \\ n = -34(l) \end{cases}, \text{ chọn } n = 30.$$

Câu 29: Ông Sơn trồng cây trên một mảnh đất hình tam giác theo quy luật: ở hàng thứ nhất có 1 cây, hàng thứ hai có 2 cây, hàng thứ ba có 3 cây..., ở hàng thứ n có n cây. Biết rằng ông đã trồng hết 11325 cây. Số hàng cây được trồng theo cách trên là

- A. 148. **B. 150.** C. 152. D. 154.

Lời giải:

Gọi số cây ở hàng thứ n là u_n .

Ta có: $u_1 = 1, u_2 = 2, u_3 = 3, \dots$ và $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n = 11325$.

Nhận xét dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 1$, công sai $d = 1$.

$$\text{Khi đó } S = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 11325.$$

Suy ra :

$$\frac{n[2.1 + (n-1)1]}{2} = 11325 \Leftrightarrow n(n+1) = 22650$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 22650 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 150 \\ n = -151 \end{cases} \Leftrightarrow n = 150 \text{ (vì } n \in \mathbb{N}^* \text{)}.$$

Vậy số hàng cây được trồng là 150.

Câu 30: Nếu anh Nam nhận được lời mời làm việc cho một công ty nước ngoài với mức lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm và được tăng thêm 1400 đô la lương mỗi năm, thì sẽ mất bao nhiêu năm làm việc để tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la?

- A. 6 năm. B. 9 năm. C. 7 năm. **D. 8 năm.**

Lời giải:

Gọi u_n là lương anh Nam nhận được ở năm thứ n .

Ta có: Lương khởi điểm là 35000 đô la mỗi năm nên $u_1 = 35000$

Mỗi năm được tăng thêm 1400 đô la nên $u_n = u_{n-1} + 1400, n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$

Như vậy dãy số tiền lương của anh Nam nhận được qua các năm là $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$ là một cấp số cộng có $u_1 = 35000; d = 1400$.

Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng với

$$S_n = 319200; u_1 = 35000; d = 1400.$$

$$\text{Ta có: } 319200 = S_n = \frac{n(2u_1 + (n-1)d)}{2} \Leftrightarrow 1400n^2 + 68600n - 638400 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 (TM) \\ n = -57 (L) \end{cases}$$

Vậy sau 8 năm làm việc thì tổng lương mà anh Nam nhận được là 319200 đô la.

HẾT

Huế, 10h Ngày 12 tháng 9 năm 2023

CHƯƠNG II Dãy Số. Cấp Số Cộng. Cấp Số Nhân

Chủ đề 3: CẤP SỐ NHÂN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ĐỊNH NGHĨA

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q . Số q được gọi là *công bội* của cấp số nhân.

Cấp số nhân (u_n) với công bội q được cho bởi hệ thức truy hồi: $u_n = u_{n-1}q, \forall n \geq 2$

2. SỐ HẠNG TỔNG QUÁT

Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n của nó được xác định theo công thức: $u_n = u_1 q^{n-1}, n \geq 2$

Chú ý:

Nếu u_k, u_{k+1}, u_{k+2} là ba số hạng liên tiếp của cấp số nhân (u_n) thì $u_k u_{k+2} = (u_{k+1})^2$

3. TỔNG n SỐ HẠNG ĐẦU CỦA MỘT CẤP SỐ NHÂN

Cho cấp số nhân (u_n) với công bội q . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$.

Khi đó: $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q}$

II. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1. B. 1; 3; 5; 7. C. 1; 2; 3; 4. D. 1; 4; 9; 16.

Câu 2: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

- A. 1; 1; 1; 1. B. 1; 3; 5; 7. C. 1; 2; 3; 4. D. 1; 4; 9; 16.

Câu 3: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1. B. 1; -3; 9; 10. C. 1; 0; 0; 0. D. 32; 16; 8; 4.

Câu 4: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

- A. 1; -3; 9; -27; 54. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 5: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. $u_n = 7 - 3^n$. B. $u_n = 7 \cdot 3^n$. C. $u_n = \frac{7}{3n}$. D. $u_n = 7 - 3n$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_n = q u_1^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. B. $u_n = u_1 q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.
C. $u_n = q u_1^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. D. $u_n = u_1 q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

- A. 1. B. 28. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 1$. C. $u_2 = -18$. D. $u_2 = 6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

- A. Thứ 6. B. Thứ 8. C. Thứ 5. D. Thứ 7.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q = 3$ biết $u_4 = 54$. Tìm số hạng u_1 .

- A. $u_1 = 2$. B. $u_1 = -2$. C. $u_1 = 3$. D. $u_1 = -3$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 6$ và $u_5 = 162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -3. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 13: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Tìm u_{10} .

- A. $u_{10} = 1536$. B. $u_{10} = -1536$. C. $u_{10} = 3072$. D. $u_{10} = -3072$.

Câu 14: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

- A. $u_n = 3^n$. B. $u_n = n^{n+1}$. C. $u_n = 3^{n+1}$. D. $u_n = 3^{n-1}$.

Câu 15: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n) là một cấp số nhân có công bội q . Khi đó

- A. $q = \frac{2}{5}$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{8}{5}$. D. $q = \frac{1}{5}$.

Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8$; $u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

- A. 512. B. 256. C. -128. D. -1024.

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó, công bội của cấp số nhân (u_n) là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 18: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) , biết rằng $\begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases}$.

- A. $u_1 = 1$. B. $u_1 = 2$. C. $u_1 = -1$. D. $u_1 = -2$.

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) , với công bội khác 0 và thỏa mãn: $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Số hạng u_1 của cấp số nhân (u_n) là

- A. $u_1 = 8$. B. $u_1 = 10$. C. $u_1 = 12$. D. $u_1 = 16$.

Câu 20: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng: $u_1 + u_2 + u_3 = 21$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 567$.

- A. $u_1 = 3$. B. $u_1 = \frac{21}{13}$. C. $u_1 = 9$. D. $u_1 = \frac{13}{21}$.
- Câu 21:** Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?
A. -32768 . B. 16384 . C. -16384 . D. 32768 .
- Câu 22:** Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là
A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 23:** Biết $x^2; 8; x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Giá trị của x bằng
A. $x = 4$. B. $x = 5$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.
- Câu 24:** Xác định x là số thực dương để $2x - 3; x; 2x + 3$ lập thành một cấp số nhân.
A. $x = 3$. B. $x = \sqrt{3}$. C. $x = \pm\sqrt{3}$. D. $x = 0$.
- Câu 25:** Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x + 3, 5x + 5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là
A. $-\frac{250}{3}$. B. $\frac{250}{3}$. C. 250. D. -250.
- Câu 26:** Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21. Tìm n .
A. $n = 10$. B. $n = 3$. C. $n = 7$. D. $n = 5$.
- Câu 27:** Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .
A. 7. B. 36. C. -14. D. 1.
- Câu 28:** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 12$ và $u_4 = 192$. Tổng của 9 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó là
A. $4^9 - 1$. B. $1 - 4^9$. C. $-4(1 - 4^9)$. D. $4(1 - 4^9)$.
- Câu 29:** Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là
A. $S_8 = 1093$. B. $S_8 = 9841$. C. $S_8 = 3280$. D. $S_8 = 3820$.
- Câu 30:** Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $u_2 + S_4 = 43, S_3 = 13$. Tính S_6 .
A. 182. B. 728. C. 364. D. 121.
- Câu 31:** Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?
A. 17. B. 20. C. 21. D. 42.
- Câu 32:** Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 tạo thành một cấp số cộng và $a - 1, b + 1, c + 7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó, biểu thức $P = 8a + 9b + 10c$ bằng
A. 193. B. 185. C. 183. D. 191.
- Câu 33:** Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn: Các số $x + y, 2x + 3y, 9x + y$, theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1, y - 1, 2y - 2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng $T = x + y$.

- A. $T = 9$. B. $T = 7$. C. $T = 3$. D. $T = 5$.
- Câu 34:** Ba số khác nhau là số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba của một cấp số nhân, đồng thời lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ 9 và thứ 21 của một cấp số cộng. Biết số hạng đầu của hai cấp số là 8. Tìm công bội của cấp số nhân.
- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 35:** Cho a, b, c là ba số nguyên ($a < b < c$). Biết a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .
- A. 0. B. 1. C. -1. D. 2.
- Câu 36:** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con?
- A. 10. B. 11. C. 26. D. 50.
- Câu 37:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288m^2$, diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng
- A. $6m^2$. B. $12m^2$. C. $24m^2$. D. $3m^2$.
- Câu 38:** Tế bào vi khuẩn E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 10^5 tế bào thì sau hai giờ sẽ có thêm bao nhiêu tế bào?
- A. 6.400.000. B. 3.200.000. C. 200.000. D. 6.300.000.
- Câu 39:** Một kỹ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 5.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kỹ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc tổng số tiền lương kỹ sư đó nhận được là bao nhiêu?
- A. 298.887.150 đồng. B. 296.691.000 đồng. C. 291.229.500 đồng. D. 301.302.915 đồng.
- Câu 40:** Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?
- A. Hòa vốn. B. Thắng 20.000 đồng.
C. Thua 20.000 đồng. D. Thắng 40.000 đồng
- Câu 41:** Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?
- A. 56,9. B. 70,9. C. 66,3. D. 80,3.
- Câu 42:** Ban đầu có 4 triệu con vi khuẩn trong phòng thí nghiệm, người ta cho vào đám vi khuẩn đó một chất kháng khuẩn thì số lượng vi khuẩn giảm đi một nửa so với trước đó sau mỗi 6 giờ. Sau 24 giờ số lượng vi khuẩn còn lại là:
- A. 300.000 con. B. 250.000 con. C. 200.000 con. D. 180.000 con.

HẾT

Huế, 10h Ngày 12 tháng 9 năm 2023

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; 3; 5; 7.

C. 1; 2; 3; 4.

D. 1; 4; 9; 16.

Lời giải:

Dãy hữu hạn 1; -1; 1; -1 là một cấp số nhân với $u_1 = 1$; công bội $q = -1$.

Câu 2: Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A. 1; 1; 1; 1.

B. 1; 3; 5; 7.

C. 1; 2; 3; 4.

D. 1; 4; 9; 16.

Lời giải:

Dãy hữu hạn 1; 1; 1; 1 là một cấp số nhân với $u_1 = 1$; công bội $q = 1$.

Câu 3: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải:

Nếu (u_n) là cấp số nhân với công bội q ta có: $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$.

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với $q = -1$.

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với $q = 0$.

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với $q = \frac{1}{2}$.

Câu 4: Dãy số nào sau đây **không** phải là cấp số nhân?

A. 1; -3; 9; -27; 54.

B. 1; 2; 4; 8; 16.

C. 1; -1; 1; -1; 1.

D. 1; -2; 4; -8; 16.

Lời giải:

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội $q = -1$.

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội $q = -2$.

Dãy 1; -3; 9; -27; 54 không phải là cấp số nhân vì $-3 = 1 \cdot (-3); (-27) \cdot (-3) = 81 \neq 54$.

Câu 5: Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A. $u_n = 7 - 3^n$.

B. $u_n = 7 \cdot 3^n$.

C. $u_n = \frac{7}{3n}$.

D. $u_n = 7 - 3n$.

Lời giải:

Xét dãy số (u_n) có $u_n = 7 \cdot 3^n \Rightarrow u_{n+1} = 7 \cdot 3^{n+1}$.

Khi đó $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{7 \cdot 3^{n+1}}{7 \cdot 3^n} = 3 \Rightarrow u_{n+1} = 3u_n$.

Vậy dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = 7 \cdot 3^n$ là một cấp số nhân với công bội $q = 3$.

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội $q \neq 0$. Công thức xác định số hạng tổng quát của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_n = qu_1^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

B. $u_n = u_1 q, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

C. $u_n = q.u_1^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

D. $u_n = u_1 q^{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 2$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. 1.

B. 28.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải:

Công bội của cấp số nhân đó bằng $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{2}{5}$.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 1$.

C. $u_2 = -18$.

D. $u_2 = 6$.

Lời giải:

Ta có $u_2 = u_1 \cdot q = -2 \cdot 3 = -6$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. 3.

C. -3.

D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_4}{u_1}} = -\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 6.

B. Thứ 8.

C. Thứ 5.

D. Thứ 7.

Lời giải:

Ta có: $u_n = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \Leftrightarrow n = 6$.

Vậy số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ 6 của cấp số.

Câu 11: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội $q = 3$ biết $u_4 = 54$. Tìm số hạng u_1 .

A. $u_1 = 2$.

B. $u_1 = -2$.

C. $u_1 = 3$.

D. $u_1 = -3$.

Lời giải:

Áp dụng công thức $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3$.

Vậy $u_1 = \frac{u_4}{q^3} = \frac{54}{27} = 2$.

Câu 12: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 6$ và $u_5 = 162$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.

B. -3.

C. 2.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\begin{cases} u_5 = u_1 \cdot q^4 \\ u_2 = u_1 \cdot q \end{cases}$. Do đó: $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{u_5}{u_2} = \frac{162}{6} = 27 \Rightarrow q = 3$.

Câu 13: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12$, $u_7 = 192$. Tìm u_{10} .

A. $u_{10} = 1536$.

B. $u_{10} = -1536$.

C. $u_{10} = 3072$.

D. $u_{10} = -3072$.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đề bài cho ($q < 0$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_3 = 12 = u_1 q^2 \\ u_7 = 192 = u_1 q^6 \end{cases} \Rightarrow \frac{u_1 q^6}{u_1 q^2} = \frac{192}{12} \Rightarrow q^4 = 16.$$

$$\text{Mà } q < 0 \Rightarrow q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{12}{q^2} = 3.$$

$$\text{Suy ra: } u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 3 \cdot (-2)^9 = -1536.$$

Câu 14: Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tìm số hạng tổng quát của dãy số (u_n) .

A. $u_n = 3^n$.

B. $u_n = n^{n+1}$.

C. $u_n = 3^{n+1}$.

D. $u_n = 3^{n-1}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } u_1 = 3 \text{ và } \frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$$

$$\text{Suy ra dãy số } (u_n) \text{ là cấp số nhân với } \begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\text{Do đó } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n.$$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là một cấp số nhân có công bội q . Khi đó

A. $q = \frac{2}{5}$.

B. $q = 5$.

C. $q = \frac{8}{5}$.

D. $q = \frac{1}{5}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } v_n = u_n - 2 \Rightarrow v_1 = u_1 - 2 = -1 \text{ và } u_n = v_n + 2 \Rightarrow u_{n+1} = v_{n+1} + 2.$$

$$\text{Suy ra } v_{n+1} + 2 = \frac{v_n + 2 + 8}{5} \Leftrightarrow v_{n+1} + 2 = \frac{1}{5}v_n + 2 \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{5}v_n \Leftrightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{5}.$$

$$\text{Vậy } (v_n) \text{ là một cấp số nhân có công bội } q = \frac{1}{5}.$$

Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2 = -8; u_5 = 64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512.

B. 256.

C. -128.

D. -1024.

Lời giải:

Gọi u_1 và q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n)

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_2 = -8 \\ u_5 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ u_1 \cdot q^4 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -8 \\ q^3 = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 4 \cdot (-2)^5 = -128.$$

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n) có $\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases}$. Khi đó, công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) . Khi đó:

$$\begin{cases} u_2 + u_7 = 198 \\ u_3 + u_8 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q + u_1 q^6 = 198 \\ u_1 q^2 + u_1 q^7 = 396 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (1 + q^5) = 198 \\ u_1 q^2 (1 + q^5) = 396 \end{cases} \Rightarrow q = 2.$$

Câu 18: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) , biết rằng $\begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases}$.

A. $u_1 = 1$.

B. $u_1 = 2$.

C. $u_1 = -1$.

D. $u_1 = -2$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} u_{10} - u_1 = 511 \\ u_7 + u_4 + u_1 = 73 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^9 - u_1 = 511 \\ u_1 \cdot q^6 + u_1 \cdot q^3 + u_1 = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (q^9 - 1) = 511 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (q^3 - 1) \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 511 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 - 1 = 7 \\ u_1 \cdot (q^6 + q^3 + 1) = 73 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) , với công bội khác 0 và thỏa mãn: $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Số hạng u_1 của cấp số nhân (u_n) là

A. $u_1 = 8$.

B. $u_1 = 10$.

C. $u_1 = 12$.

D. $u_1 = 16$.

Lời giải:

Để thấy $u_1 \neq 0$ (do $u_1 + u_5 \neq 0$).

Gọi $q \neq 0$ là công bội của cấp số nhân (u_n) .

$$\text{Có } \begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8 \cdot u_1 \cdot q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 8 \\ u_1 = \frac{272}{1 + q^4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 16 \end{cases}.$$

Câu 20: Tìm số hạng đầu u_1 của cấp số nhân (u_n) biết rằng: $u_1 + u_2 + u_3 = 21$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 567$.

A. $u_1 = 3$.

B. $u_1 = \frac{21}{13}$.

C. $u_1 = 9$.

D. $u_1 = \frac{13}{21}$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 21 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 567 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3 (u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2) = 567 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3 (u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2) = 567 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 21 \\ q^3 \cdot 21 = 567 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 + u_1 \cdot 3 + u_1 \cdot 3^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = \frac{21}{13} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 21: Viết thêm sáu số xen giữa hai số -2 và 256 để được một cấp số nhân có 8 số hạng. Nếu viết tiếp thì số hạng thứ 15 là bao nhiêu?

A. -32768 .

B. 16384 .

C. -16384 .

D. 32768 .

Lời giải:

$$\text{Theo đề bài ta có: } \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_8 = 256 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_1 \cdot q^7 = 256 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -2 \end{cases}.$$

$$\Rightarrow u_{15} = u_1 \cdot q^{14} = -2 \cdot (-2)^{14} = -32768.$$

Câu 22: Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn ba số $x, 2x, 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2 .

B. 3 .

C. 1 .

D. 0 .

Lời giải:

Giả sử (u_n) là cấp số nhân có $u_1 = x, u_2 = 2x, u_3 = 1$.

$$\text{Theo tính chất của cấp số nhân, ta có } u_1 \cdot u_3 = u_2^2 \Leftrightarrow x \cdot 1 = (2x)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

+) Với $x = 0$ ta được ba số $0, 0, 1$, không phải là cấp số nhân (loại).

+) Với $x = \frac{1}{4}$ ta được ba số $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1$ là cấp số nhân với công bội $q = 2$.

Vậy tập hợp S có 1 phần tử.

Câu 23: Biết $x^2; 8; x$ là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải:

Do ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được $x^2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 24: Xác định x là số thực dương để $2x - 3; x; 2x + 3$ lập thành một cấp số nhân.

A. $x = 3$.

B. $x = \sqrt{3}$.

C. $x = \pm\sqrt{3}$.

D. $x = 0$.

Lời giải:

Vì $2x - 3; x; 2x + 3$ ($x > 0$) theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên

$$x^2 = (2x - 3)(2x + 3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3}.$$

Câu 25: Với x là số nguyên dương, ba số $2x, 3x + 3, 5x + 5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

A. $-\frac{250}{3}$.

B. $\frac{250}{3}$.

C. 250 .

D. -250 .

Lời giải:

Ba số $2x, 3x + 3, 5x + 5$ theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$2x(5x + 5) = (3x + 3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 9 \text{ (do } x \text{ là số nguyên dương)}.$$

$$\text{Với } x = 9, \text{ suy ra } q = \frac{3 \cdot 9 + 3}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là: $(5.9+5) \cdot \frac{5}{3} = \frac{250}{3}$.

Câu 26: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết rằng tổng n số hạng đầu tiên bằng 21. Tìm n .

A. $n = 10$.

B. $n = 3$.

C. $n = 7$.

D. $n = 5$.

Lời giải:

$$\text{Tổng } n \text{ số hạng là: } S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-2^n)}{1-2}$$

Mà tổng n số hạng đầu tiên bằng 21 nên ta có:

$$\frac{3(1-2^n)}{1-2} = 21 \Leftrightarrow 3-3.2^n = -21 \Leftrightarrow 2^n = 8 \Leftrightarrow n = 3.$$

Câu 27: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_3 = 9$ và công bội $q = -3$. Tính tổng S_3 của 3 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) .

A. 7.

B. 36.

C. -14.

D. 1.

Lời giải:

$$(u_n) \text{ là cấp số nhân nên ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{9}{(-3)^2} = 1$$

$$S_3 = u_1 \cdot \frac{1-q^3}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-(-3)^3}{1+3} = 7.$$

Câu 28: Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn $u_2 = 12$ và $u_4 = 192$. Tổng của 9 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó là

A. $4^9 - 1$.

B. $1 - 4^9$.

C. $-4(1 - 4^9)$.

D. $4(1 - 4^9)$.

Lời giải:

Gọi công bội của CSN bằng q . Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 4$. Do CSN có các số hạng không âm nên $q = 4$. Suy ra $u_1 = \frac{12}{4} = 3$.

$$\text{Ta có } S_9 = u_1 \cdot \frac{1-q^9}{1-q} = 3 \cdot \frac{1-4^9}{1-4} = 4^9 - 1.$$

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) là

A. $S_8 = 1093$.

B. $S_8 = 9841$.

C. $S_8 = 3280$.

D. $S_8 = 3820$.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho.

Ta có:

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 \\ u_1(q^3-1) = 26 \end{cases} \quad (1) \Rightarrow \frac{q^3-1}{1+q+q^2} = 2 \Rightarrow q-1 = 2 \Rightarrow q = 3.$$

Thay $q = 3$ vào (1) ta được $u_1 = 1$.

Vậy tổng 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho là $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = 3280$.

Câu 30: Cho (u_n) là cấp số nhân, đặt $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$. Biết $u_2 + S_4 = 43$, $S_3 = 13$. Tính S_6 .

A. 182.

B. 728.

C. 364.

D. 121.

Lời giải:

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n) .

Ta có $S_3 = 13 \neq 0$ nên $u_1 \neq 0$.

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} u_2 + S_4 = 43 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_2 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 43 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q + u_1 + u_1 q + u_1 q^2 + u_1 q^3 = 43 \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13(1+2q+q^2+q^3) = 43(1+q+q^2) \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13q^3 - 30q^2 - 17q - 30 = 0 \\ u_1 + u_1 q + u_1 q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{1(1-3^6)}{1-3} = 364.$$

Câu 31: Ba số phân biệt có tổng là 217 có thể coi là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân, cũng có thể coi là số hạng thứ 2, thứ 9, thứ 44 của một cấp số cộng. Hỏi phải lấy bao nhiêu số hạng đầu của cấp số cộng này để tổng của chúng bằng 820?

A. 17.

B. 20.

C. 21.

D. 42.

Lời giải:

Theo bài ra $u_1 + d; u_1 + 8d; u_1 + 43d$ là các số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

Như vậy: $(u_1 + d)(u_1 + 43d) = (u_1 + 8d)^2$

$$\Rightarrow 44u_1 d + 43d^2 = 16u_1 d + 64d^2 \Rightarrow 4u_1 d = 3d^2 \Rightarrow 4u_1 = 3d$$

$$\text{Ngoài ra } u_1 + d + u_1 + 8d + u_1 + 43d = 217 \Rightarrow 3u_1 + 52d = 217 \Rightarrow \begin{cases} 4u_1 = 3d \\ 3u_1 + 52d = 217 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

Khi đó áp dụng tổng các số hạng trong cấp số cộng

$$\frac{(u_1 + u_n) \cdot n}{2} = 820 \Rightarrow \frac{[3 + 3 + (n-1) \cdot 4] \cdot n}{2} = 820 \Rightarrow 2n^2 + n - 820 = 0 \Rightarrow n \in \left\{ -\frac{41}{2}; 20 \right\} \longrightarrow n = 20.$$

Kết luận cần lấy 20 số hạng đầu của cấp số cộng.

Câu 32: Cho 3 số dương a, b, c có tổng bằng 21 tạo thành một cấp số cộng và $a-1, b+1, c+7$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó, biểu thức $P = 8a + 9b + 10c$ bằng

A. 193.

B. 185.

C. 183.

D. 191.

Lời giải:

Từ đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a + c = 2b \\ (a-1)(c+7) = (b+1)^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 7 \\ a + c = 14 \\ ac + 7a - c - 71 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 7 \\ a + c = 14 \\ -a^2 + 22a - 85 = 0 \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 17 \end{cases}$$

Loại $a = 17$ (do $c = -3$)

Ta có: $a = 5 \Rightarrow c = 9$. Vậy $P = 8.5 + 9.7 + 10.9 = 193$.

Câu 33: Cho x, y là các số nguyên thỏa mãn: Các số $x + y, 2x + 3y, 9x + y$, theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, đồng thời các số $x - 1, y - 1, 2y - 2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính tổng $T = x + y$.

A. $T = 9$.

B. $T = 7$.

C. $T = 3$.

D. $T = 5$.

Lời giải:

$$\text{Theo đề bài ta có } \begin{cases} (x+y) + (9x+y) = 2(2x+3y) \\ (x-1)(2y-2) = (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x-4y=0 & (1) \\ (y-1)(2x-y-1)=0 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Từ (2)} \Rightarrow (y-1)(2x-y-1)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2x-1 \end{cases}$$

Với $y = 1$, thế vào (1) ta được $x = \frac{2}{3}$ loại vì x nguyên.

Với $y = 2x - 1$ thế vào (1) ta được $6x - 4(2x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 3$.

Vậy $T = x + y = 5$.

Câu 34: Ba số khác nhau là số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba của một cấp số nhân, đồng thời lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ 9 và thứ 21 của một cấp số cộng. Biết số hạng đầu của hai cấp số là 8. Tìm công bội của cấp số nhân.

A. 1.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải:

Gọi công sai của cấp số cộng và công bội của cấp số nhân lần lượt là d và q ($d \neq 0, q \neq 1$).

$$\text{Ta có } \begin{cases} 8q = 8 + 8d \\ 8q^2 = 8 + 20d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = q - 1 \\ 2q^2 = 2 + 5(q - 1) \end{cases} \Rightarrow 2q^2 - 5q + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 (l) \\ q = \frac{3}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } q = \frac{3}{2}.$$

Câu 35: Cho a, b, c là ba số nguyên ($a < b < c$). Biết a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng và a, c, b theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm giá trị nhỏ nhất của c .

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 2.

Lời giải:

Theo đề ta có $2b = a + c$ và $c^2 = ab$

$$\text{Như vậy } (2b - a)^2 = ba \Leftrightarrow 4b^2 - 5ab + a^2 = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a - 4b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b (L) \\ a = 4b \end{cases}$$

Khi $a = 4b$. Do $a < b$ nên $b < 0$. $2b = a + c \Rightarrow c = -2b \Rightarrow c > 0$.

Vì $c \in \mathbb{Z}$ nên $c \geq 1$.

Vậy c nhỏ nhất bằng 1.

Câu 36: Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con. Hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con?

A. 10.

B. 11.

C. 26.

D. 50.

Lời giải:

Số lượng vi khuẩn tăng sau mỗi phút lên là cấp số nhân (u_n) với công bội $q = 2$.

Ta có: $u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000$.

Sau n phút thì số lượng vi khuẩn là u_{n+1} .

$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10$.

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

Câu 37: Người ta thiết kế một cái tháp gồm 10 tầng theo cách: Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích bề mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích bề mặt của tầng 1 bằng nửa diện tích bề mặt đế tháp. Biết diện tích bề mặt đế tháp là $12288m^2$, diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng

A. $6m^2$.

B. $12m^2$.

C. $24m^2$.

D. $3m^2$.

Lời giải:

Gọi S là diện tích mặt đáy. Khi đó

$$T_1 = \frac{1}{2} \cdot S;$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot T_1 = \frac{1}{2^2} \cdot S;$$

...

$$T_{10} = \frac{1}{2^{10}} \cdot S = \frac{1}{2^{10}} \cdot 12288 = 12$$

Vậy diện tích bề mặt trên cùng của tháp bằng $12m^2$.

Câu 38: Tế bào vi khuẩn E.Coli trong điều kiện nuôi cấy thích hợp cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 10^5 tế bào thì sau hai giờ sẽ có thêm bao nhiêu tế bào?

A. 6.400.000.

B. 3.200.000.

C. 200.000.

D. 6.300.000.

Lời giải:

* Số lần phân đôi: $n = \frac{120}{20} = 6$.

* Tổng số vi khuẩn E.Coli tăng thêm sau hai giờ là tổng của 6 số hạng đầu của một cấp số nhân với $u_1 = 10^5$, $q = 2$. Suy ra $S_6 = 10^5 \frac{2^6 - 1}{2 - 1} = 6.300.000$.

* **Cách khác:** Số vi khuẩn sau mỗi lần phân đôi thì tăng gấp đôi nên sau 6 lần phân đôi thì số vi khuẩn có được là $10^5 \cdot 2^6 = 6.400.000$, do đó số vi khuẩn tăng thêm là $6.400.000 - 10^5 = 6.300.000$.

Câu 39: Một kỹ sư mới ra trường làm việc với mức lương khởi điểm là 5.000.000 đồng/tháng. Cứ sau 9 tháng làm việc, mức lương của kỹ sư đó lại được tăng thêm 10%. Hỏi sau 4 năm làm việc tổng số tiền lương kỹ sư đó nhận được là bao nhiêu?

A. 298.887.150 đồng.

B. 296.691.000 đồng.

C. 291.229.500 đồng.

D. 301.302.915 đồng.

Lời giải:

4 năm tương ứng với $48 = 9 \cdot 5 + 3$ tháng, ta chia thành 5 khoảng 9 tháng và 3 tháng cuối như sau:

Tổng số tiền lương của 9 tháng đầu là: $T_1 = 9 \cdot 5.000.000$ đồng.

Tổng số tiền lương của 9 tháng thứ 2 là: $T_2 = 9 \cdot (1,1) \cdot 5.000.000$ đồng.

Tổng số tiền lương của 9 tháng thứ 3 là: $T_3 = 9.(1,1)^2 .5000000$ đồng.

Tổng số tiền lương của 9 tháng thứ 4 là: $T_4 = 9.(1,1)^3 .5000000$ đồng.

Tổng số tiền lương của 9 tháng thứ 5 là: $T_5 = 9.(1,1)^4 .5000000$ đồng.

Tổng số tiền lương của 3 tháng cuối là: $T_6 = 3.(1,1)^5 .5000000$ đồng.

Sau 4 năm tổng số tiền nhận được là:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 = 45000000 . \frac{(1,1)^5 - 1}{1,1 - 1} + 15000000 . (1,1)^5 = 298.887.150 \text{ đồng.}$$

Câu 40: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn.

B. Thắng 20.000 đồng.

C. Thua 20.000 đồng.

D. Thắng 40.000 đồng.

Lời giải:

Số tiền du khách đặt cược là một cấp số nhân có $u_1 = 20.000; q = 2$.

Số tiền người đó thắng 9 lần liên tiếp là

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = u_1 . \frac{q^9 - 1}{q - 1} = 20000 . \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 20000 . (2^9 - 1)$$

Người đó thua ở lần thứ 10 $\Rightarrow u_{10} = u_1 . q^9 = 20000 . 2^9$.

Vậy $S_9 - u_{10} = -20000$ đồng.

Câu 41: Do ảnh hưởng của dịch Covid 19 nên doanh thu 6 tháng đầu năm của công ty A không đạt kế hoạch. Cụ thể, doanh thu 6 tháng đầu năm đạt 20 tỷ đồng, trong đó tháng 6 đạt 6 tỷ đồng. Để đảm bảo doanh thu cuối năm đạt được kế hoạch năm, công ty đưa ra chỉ tiêu: kể từ tháng 7 mỗi tháng phải tăng doanh thu so với tháng kề trước 10%. Hỏi theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là bao nhiêu tỷ đồng (làm tròn đến một chữ số thập phân)?

A. 56,9.

B. 70,9.

C. 66,3.

D. 80,3.

Lời giải:

Ta có:

Doanh thu của công ty trong tháng 7: $T_7 = 6.(1+10\%)$;

Doanh thu của công ty trong tháng 8: $T_8 = 6.(1+10\%)^2$;

...

Doanh thu của công ty trong tháng 12: $T_{12} = 6.(1+10\%)^6$;

Do đó, theo chỉ tiêu đề ra thì doanh thu cả năm của công ty A đạt được là

$$T = 20 + 6.(1+10\%) + 6.(1+10\%)^2 + \dots + 6.(1+10\%)^6 = 20 + 6.(1+10\%) . \frac{(1+10\%)^6 - 1}{10\%} \approx 70,9.$$

Câu 42: Ban đầu có 4 triệu con vi khuẩn trong phòng thí nghiệm, người ta cho vào đám vi khuẩn đó một chất kháng khuẩn thì số lượng vi khuẩn giảm đi một nửa so với trước đó sau mỗi 6 giờ. Sau 24 giờ số lượng vi khuẩn còn lại là:

A. 300.000 con.

B. 250.000 con.

C. 200.000 con.

D. 180.000 con.

Lời giải:

Số lượng vi khuẩn ban đầu là $S_0 = 4.10^6$. Sau 6 giờ số số lượng vi khuẩn còn lại $\frac{1}{2}$ so với

trước đó. Sau $6t$ giờ số lượng vi khuẩn còn lại là: $S(6t) = S_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^t$

$$\Rightarrow S(24) = 4.10^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 250.000 \text{ con.}$$

HẾT

Huế, 10h Ngày 12 tháng 9 năm 2023