

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

- Câu 1.** (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 5; 7.
 A. 15. B. 120. C. 10. D. 24.
- Câu 2.** (THPT Bà Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
 A. 256. B. 32. C. 24. D. 18.
- Câu 3.** (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật?
 A. 23. B. 123. C. 132. D. 66.
- Câu 4.** (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?
 A. 4. B. 24. C. 4^4 . D. 16.
- Câu 5.** (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?
 A. 10^5 . B. 5^{10} . C. C_{10}^5 . D. A_{10}^5 .
- Câu 6.** (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 4 chỗ ngồi?
 A. 24 cách. B. 64 cách. C. 6 cách. D. 4 cách.
- Câu 7.** (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh?
 A. $7!$. B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. $2!$.
- Câu 8.** (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là
 A. $\frac{7!}{3!}$. B. C_7^3 . C. A_7^3 . D. 21.
- Câu 9.** (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Số cách chọn ra 1 em nam trong nhóm tham gia môn bóng ném là
 A. 7. B. 3. C. 10. D. 21.
- Câu 10.** (Sở Lào Cai - 2021) Từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh bất kỳ?
 A. 13. B. C_{13}^2 . C. $C_5^2 + C_8^2$. D. A_{13}^3 .
- Câu 11.** (Sở Hà Tĩnh - 2021) Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?
 A. 7. B. 49. C. $7!$. D. 1.
- Câu 12.** (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?
 A. 182. B. 7. C. 14. D. 91.
- Câu 13.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Khi thực hiện phép thử T chỉ có một số hữu hạn các kết quả đồng thời có khả năng xuất hiện. Gọi $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử T , A là biến cố liên quan đến phép thử T , $n(A)$ số kết quả thuận lợi của biến cố A , $P(A)$ là xác suất của biến cố A . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$. B. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$. C. $P(A) = n(A)$. D. $P(A) = n(\Omega)$.

Câu 14. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho các số 1;5;6;7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau?

A. 64. B. 12. C. 256. D. 24.

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách toán, các quyển sách này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách tìm ra 1 quyển sách trên giá?

A. 80. B. 10. C. 8. D. 18.

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là

A. 45. B. 90. C. 100. D. 20.

Câu 17. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Từ các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 256. B. 24. C. 64. D. 12.

Câu 18. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra k đồ vật từ n đồ vật phân biệt cho trước ($k, n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq k \leq n$)?

A. C_n^k . B. A_n^k . C. $(n-k)!$. D. $k(k+1)...n$.

Câu 19. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau?

A. 5. B. 2. C. 10. D. 20.

Câu 20. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $C_{n-1}^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.

Câu 21. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn thành một hàng dọc?

A. 5!. B. 5⁵. C. 4!. D. 5.

Câu 22. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Một nhóm học sinh gồm 5 em nam và 6 em nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 em học sinh từ nhóm trên?

A. 11. B. A_{11}^2 . C. C_{11}^2 . D. 30.

Câu 23. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho số nguyên dương n và số tự nhiên k thỏa mãn $0 \leq k \leq n$, C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{(n+k)!}{n!k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. C. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. D. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.B	5.D	6.A	7.C	8.B	9.A	10.B
11.C	12.D	13.B	14.D	15.D	16.A	17.B	18.B	19.C	20.A
21.A	22.C	23.B							

MỨC ĐỘ NHẬN BIẾT

Câu 1. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các số 1; 2; 3; 5; 7.

A. 15.

B. 120.

C. 10.

D. 24.

Lời giải

Chọn BSố các số cần lập là $A_5^4 = 120$.

Câu 2. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 256.

B. 32.

C. 24.

D. 18.

Lời giải

Chọn CSố các số cần lập là $P_4 = 4! = 24$.

Câu 3. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật?

A. 23.

B. 123.

C. 132.

D. 66.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ra 2 học sinh trong 12 học sinh là số tổ hợp chập 2 của 12.

Vậy số cách là: $C_{12}^2 = 66$ cách

Câu 4. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 4.

B. 24.

C. 4^4 .

D. 16.

Lời giải

Chọn BMỗi một số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau là một hoán vị của 4 chữ số 1, 2, 3, 4 nên số các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau là $4! = 24$ (số).

Câu 5. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh?

A. 10^5 .B. 5^{10} .C. C_{10}^5 .D. A_{10}^5 .

Lời giải

Chọn DSố cách sắp xếp 5 học sinh vào một ghế dài từ một nhóm gồm 10 học sinh là: A_{10}^5 .

Câu 6. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Có bao nhiêu cách xếp 3 bạn A, B, C vào một dãy ghế hàng ngang có 4 chỗ ngồi?

A. 24 cách.

B. 64 cách.

C. 6 cách.

D. 4 cách.

Lời giải

Chọn AXếp 3 bạn A, B, C vào 4 chỗ ta có: $A_4^3 = 24$ cách.

Câu 7. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ một nhóm 7 học sinh?

A. $7!$.B. A_7^2 .C. C_7^2 .D. $2!$.

Lời giải

Chọn C.

Từ 7 học sinh chọn ra 2 học sinh có C_7^2 cách chọn.

Câu 8. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

- A. $\frac{7!}{3!}$. B. C_7^3 . C. A_7^3 . D. 21.

Lời giải

Chọn B

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của tập hợp có 7 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 7.

Vậy số tập con là $C_7^3 = 35$.

Câu 9. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Một nhóm học sinh có 7 em nam và 3 em nữ. Số cách chọn ra 1 em nam trong nhóm tham gia môn bóng ném là

- A. 7. B. 3. C. 10. D. 21.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 học sinh từ 7 học sinh nam có 7 cách chọn.

Câu 10. (Sở Lào Cai - 2021) Từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 8 học sinh nữ có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh bất kỳ?

- A. 13. B. C_{13}^2 . C. $C_5^2 + C_8^2$. D. A_{13}^3 .

Lời giải

Chọn B.

Chọn 2 học sinh bất kỳ từ nhóm trên có C_{13}^2 cách.

Câu 11. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Có bao nhiêu cách xếp 7 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 7. B. 49. C. $7!$. D. 1.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 7 học sinh thành một hàng dọc là số hoán vị của 7 phần tử $P_7 = 7!$.

Câu 12. (Sở Tuyên Quang - 2021) Có bao nhiêu cách chọn hai bông hoa từ 6 bông hoa hồng đỏ và 8 bông hoa hồng xanh?

- A. 182. B. 7. C. 14. D. 91.

Lời giải

Chọn D

Tổng số bông hoa hồng là 14.

Số cách chọn ra hai bông hoa hồng từ 14 bông hoa hồng là: $C_{14}^2 = 91$.

Câu 13. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Khi thực hiện phép thử T chỉ có một số hữu hạn các kết quả đồng thời có khả năng xuất hiện. Gọi $n(\Omega)$ là số kết quả có thể xảy ra của phép thử T , A là biến cố liên quan đến phép thử T , $n(A)$ số kết quả thuận lợi của biến cố A , $P(A)$ là xác suất của biến cố A . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P(A) = \frac{n(\Omega)}{n(A)}$. B. $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$. C. $P(A) = n(A)$. D. $P(A) = n(\Omega)$.

Lời giải

Chọn B

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}.$$

Câu 14. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Cho các số 1; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau?

- A. 64. B. 12. C. 256. D. 24.

Lời giải

Chọn D

Ta có số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau được lập từ 4 chữ số 1; 5; 6; 7 là $4! = 24$ số.

Câu 15. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Trên giá sách có 8 quyển sách Văn và 10 quyển sách toán, các quyển sách này đôi một phân biệt. Hỏi có bao nhiêu cách tìm ra 1 quyển sách trên giá?

- A. 80. B. 10. C. 8. D. 18.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 1 quyển sách trên giá sách là: $8 + 10 = 18$ quyển sách

Câu 16. (Chuyên KHTN - 2021) Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là

- A. 45. B. 90. C. 100. D. 20.

Lời giải

Chọn A

♦ Số tập con có hai phần tử của tập hợp gồm 10 phần tử là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 17. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Từ các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 256. B. 24. C. 64. D. 12.

Lời giải

Chọn B

♦ Số các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các số 1, 5, 6, 7 là $4! = 24$ (số).

Câu 18. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra k đồ vật từ n đồ vật phân biệt cho trước ($k, n \in \mathbb{N}^*, 1 \leq k \leq n$)?

- A. C_n^k . B. A_n^k . C. $(n-k)!$. D. $k(k+1)\dots n$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Có bao nhiêu cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau?

- A. 5. B. 2. C. 10. D. 20.

Lời giải

Chọn C

Trong không gian chỉ 5 khối đa diện đều đó là: khối tứ diện đều, khối lập phương, khối bát diện đều, khối 12 mặt đều, khối 20 mặt đều.

Vậy có $C_5^2 = 10$ cách chọn ra hai loại khối đa diện đều khác nhau.

Câu 20. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k \leq n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $C_{n-1}^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$; $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \Rightarrow C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Câu 21. (Trung Tâm Thanh Trường - 2021) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn thành một hàng dọc?

- A. 5!. B. 5^5 . C. 4!. D. 5.

Lời giải

Chọn **A.**

Mỗi cách sắp xếp 5 bạn thành một hàng dọc là một hoán vị của 5 phần tử. Do đó số cách sắp là $P_5 = 5!$.

Câu 22. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Một nhóm học sinh gồm 5 em nam và 6 em nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 em học sinh từ nhóm trên?

- A.** 11. **B.** A_{11}^2 . **C.** C_{11}^2 . **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra 2 em học sinh từ nhóm trên là một tổ hợp chập 2 của 11: C_{11}^2 .

Câu 23. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) Cho số nguyên dương n và số tự nhiên k thỏa mãn $0 \leq k \leq n$, C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $C_n^k = \frac{(n+k)!}{n!k!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. **D.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

- Câu 1. (Sở Yên Bái - 2021)** Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam
A. 12. **B.** 30. **C.** 6. **D.** 24.
- Câu 2. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số có ba chữ số?
A. 20. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 729.
- Câu 3. (THPT Lương Thế Vinh - 2021)** Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là
A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{3}{14}$. **D.** $\frac{3}{11}$.
- Câu 4. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021)** Số cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ là
A. $C_7^1 + C_8^1$. **B.** C_{15}^2 . **C.** A_{15}^2 . **D.** $C_7^1 \cdot C_8^1$.
- Câu 5. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Số cách chọn là
A. A_{15}^3 . **B.** $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$. **C.** C_{15}^3 . **D.** 9.
- Câu 6. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021)** Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai số nguyên dương bé hơn 100. Tính xác suất để hiệu hai số vừa được chọn là một số lẻ.
A. $\frac{49}{99}$. **B.** $\frac{25}{33}$. **C.** $\frac{50}{99}$. **D.** $\frac{8}{33}$.
- Câu 7. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021)** Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là lẻ bằng
A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{7}{8}$.
- Câu 8. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021)** Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.
A. $\frac{46}{57}$. **B.** $\frac{251}{285}$. **C.** $\frac{11}{7}$. **D.** $\frac{110}{570}$.
- Câu 9. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021)** Một nhóm học sinh gồm 10 em, trong đó có hai em Mơ và Mộng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc sao cho hai em Mơ, Mộng không đứng cạnh nhau?
A. $10! - 9!$. **B.** $9! \cdot 2!$. **C.** $8 \cdot 9!$. **D.** $10!$.
- Câu 10. (Sở Lào Cai - 2021)** Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Xác suất để 2 bi được chọn cùng màu là
A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{9}$.
- Câu 11. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021)** Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu

xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ được tạo từ 5 điểm trên?

- A. 10. B. 25. C. 15. D. 20.

Câu 13. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tích là một số lẻ bằng

- A. $\frac{11}{42}$. B. $\frac{9}{42}$. C. $\frac{121}{210}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 14. (Chuyên KHTN - 2021) Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

- A. 10350. B. 3450. C. 1845. D. 1725.

Câu 15. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ bằng

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

Câu 16. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lăng trụ $A_1A_2A_3A_4A_5.B_1B_2B_3B_4B_5$. Số đoạn thẳng có hai đỉnh là đỉnh hình lăng trụ là

- A. 45. B. 90. C. 60. D. 35.

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

- A. 1296. B. 24. C. 360. D. 720.

Câu 18. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Một tổ học sinh có 12 bạn, gồm 7 nam và 5 nữ. Cần chọn một nhóm 3 học sinh của tổ đó để làm vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ?

- A. 22. B. 175. C. 45. D. 350.

Câu 19. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

- A. 3125. B. Đáp án khác. C. 120. D. 96.

Câu 20. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Chọn ngẫu nhiên hai học sinh trong một nhóm gồm 7 học sinh nam và 14 học sinh nữ. Xác suất để chọn được hai học sinh nữ bằng

- A. $\frac{13}{15}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{7}{15}$. D. $\frac{13}{30}$.

Câu 21. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau mà hai số này đều lẻ?

- A. A_5^2 . B. C_5^2 . C. 5!. D. 5^2 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.B	5.C	6.C	7.A	8.A	9.C	10.A
11.C	12.D	13.A	14.D	15.B	16.A	17.A	18.B	19.A	20.D
21.A									

MỨC ĐỘ THÔNG HIỂU

Câu 1. (Sở Yên Bái - 2021) Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có đúng 2 học sinh nam

A. 12.

B. 30.

C. 6.

D. 24.

Lời giải

Chọn ASố cách chọn thỏa mãn là: $C_4^2 \cdot C_2^1 = 12$ cách.

Câu 2. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số có ba chữ số?

A. 20.

B. 120.

C. 216.

D. 729.

Lời giải

Chọn CGọi số có ba chữ số tạo ra từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $\overline{abc}$.Khi đó: a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn, c có 6 cách chọn.Vậy có: $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ (số).

Câu 3. (THPT Lương Thế Vinh - 2021) Một bình đựng 5 quả cầu xanh khác nhau, 4 quả cầu đỏ khác nhau và 3 quả cầu vàng khác nhau. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu trong quả cầu trên. Xác suất để chọn được 3 quả cầu khác màu là

A. $\frac{3}{5}$.B. $\frac{3}{7}$.C. $\frac{3}{14}$.D. $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn D♦ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.♦ Gọi A là biến cố: “Ba quả cầu được chọn là khác màu”. Ta có: $n(A) = C_5^1 \cdot C_4^1 \cdot C_3^1 = 60$.♦ Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Câu 4. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Số cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ là

A. $C_7^1 + C_8^1$.B. C_{15}^2 .C. A_{15}^2 .D. $C_7^1 \cdot C_8^1$.

Lời giải

Chọn BSố cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh nam và 7 học sinh nữ là một tổ hợp chập 2 của 15: C_{15}^2 .

Câu 5. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Số cách chọn là

A. A_{15}^3 .B. $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$.C. C_{15}^3 .

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Như vậy trong hộp có tất cả 15 viên bi.

Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi thì mỗi lần lấy là một tổ hợp chập 3 của 15 phần tử.

Vậy số cách chọn là C_{15}^3 .

Câu 6. (THPT Chu Văn An - Thái Nguyên - 2021) Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai số nguyên dương bé hơn 100. Tính xác suất để hiệu hai số vừa được chọn là một số lẻ.

A. $\frac{49}{99}$.

B. $\frac{25}{33}$.

C. $\frac{50}{99}$.

D. $\frac{8}{33}$.

Lời giải

Chọn C

Có 99 số nguyên dương bé hơn 100 nên khi chọn ngẫu nhiên hai số trong 99 số đó có:

$$C_{99}^2 = 4851 \text{ cách chọn.}$$

Để chọn được hai số trong 99 số nói trên mà hiệu của nó là một số lẻ thì ta cần chọn 1 số chẵn (trong 49 số chẵn) và 1 số lẻ (trong 50 số lẻ), suy ra có: $C_{49}^1 \cdot C_{50}^1 = 2450$ cách chọn.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{2450}{4851} = \frac{50}{99}$.

Câu 7. (THPT Quốc Oai - Hà Nội - 2021) Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất 3 lần. Xác suất để tích số chấm 3 lần gieo là lẻ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{5}{8}$.

C. $\frac{3}{8}$.

D. $\frac{7}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu của biến cố là 6^3 . Để tích số chấm 3 lần gieo là số lẻ thì mỗi lần gieo thu được số chấm lẻ, khi đó số khả năng thuận lợi là $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{27}{6^3} = \frac{1}{8}$.

Câu 8. (THPT Mai Anh Tuấn - Thanh Hóa - 2021) Chi đoàn lớp 12A có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{46}{57}$.

B. $\frac{251}{285}$.

C. $\frac{11}{7}$.

D. $\frac{110}{570}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$

Gọi A là biến cố chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

Gọi $\bar{A}$ là biến cố chọn được 3 đoàn viên là nam: $C_{12}^3 = 220$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$$

Câu 9. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Một nhóm học sinh gồm 10 em, trong đó có hai em Mơ và Mộng. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 học sinh này thành một hàng dọc sao cho hai em Mơ, Mộng không đứng cạnh nhau?

A. $10! - 9!$.

B. $9! \cdot 2!$.

C. $8 \cdot 9!$.

D. $10!$.

Lời giải

Chọn C

Sắp xếp 10 em học sinh vào một hàng dọc có $10!$ cách.

Nhóm 2 em Mộng và Mơ cạnh nhau xếp cùng 8 bạn còn lại có $9!$ cách, hoán đổi 2 em Mộng và Mơ có $2!$ cách. Vì vậy có $9! \cdot 2!$ cách sắp xếp để Mộng và Mơ cạnh nhau.

Vậy có $10! - 9! \cdot 2! = 9! \cdot 8$ cách sắp xếp để Mộng và Mơ không đứng cạnh nhau.

Câu 10. (Sở Lào Cai - 2021) Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng. Xác suất để 2 bi được chọn cùng màu là

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi từ một hộp gồm 5 viên bi đen và 4 viên bi trắng”
 $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi biến cố A: “2 viên bi được chọn cùng màu”

TH1: 2 viên bi được chọn cùng màu đen $\Rightarrow$ có C_5^2 (cách chọn)

TH2: 2 viên bi được chọn cùng màu trắng $\Rightarrow$ có C_4^2 (cách chọn)

$$\Rightarrow n(A) = C_5^2 + C_4^2.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \frac{4}{9}.$$

Câu 11. (Liên trường Quỳnh Lưu - Hoàng Mai - Nghệ An - 2021) Cho hai đường thẳng song song d_1, d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{5}{9}$.

C. $\frac{5}{8}$.

D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Số các tam giác tất cả: } n(\Omega) = C_6^2 \cdot 4 + 6 \cdot C_4^2 = 96.$$

Để tam giác có hai đỉnh màu đỏ thì phải chọn 2 đỉnh trên d_1 , số tam giác có hai đỉnh màu đỏ :

$$C_6^2 \cdot 4 = 60.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}.$$

Câu 12. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Cho 5 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu véc tơ khác $\vec{0}$ được tạo từ 5 điểm trên?

A. 10.

B. 25.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Chọn D

Chọn điểm đầu có 5 cách chọn.

Chọn điểm cuối có 4 cách chọn.

Số cách tạo véc tơ khác $\vec{0}$ được tạo từ 5 điểm trên là

$$5 \cdot 4 = 20.$$

Câu 13. (Chuyên Lam Sơn - Thanh Hóa - 2021) Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 21 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tích là một số lẻ bằng

A. $\frac{11}{42}$.

B. $\frac{9}{42}$.

C. $\frac{121}{210}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\diamond \text{ Ta có } n(\Omega) = C_{21}^2 = 210.$$

$\diamond$ Trong 21 số nguyên dương đầu tiên có 11 số lẻ và 10 số chẵn.

Gọi A là biến cố chọn được hai số có tích là 1 số lẻ.

Để tích của hai số được chọn là một số lẻ thì cả hai số được chọn đều phải là số lẻ. Chọn 2 số lẻ trong 11 số lẻ thì số cách chọn sẽ là $C_{11}^2 = 55 \Rightarrow n(A) = 55$.

♦ Vậy $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{55}{210} = \frac{11}{42}$.

Câu 14. (Chuyên KHTN - 2021) Một lớp học có 10 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh của lớp học sao cho trong 3 bạn được chọn có cả nam và nữ?

- A. 10350. B. 3450. C. 1845. D. 1725.

Lời giải

Chọn D

- ♦ Trường hợp 1: Chọn 2 bạn nam và 1 bạn nữ có: $C_{10}^2 \cdot C_{15}^1 = 675$ (cách)
- ♦ Trường hợp 2: Chọn 1 bạn nam và 2 bạn nữ có: $C_{10}^1 \cdot C_{15}^2 = 1050$ (cách)
- ♦ Tổng số cách chọn 3 bạn cả nam và nữ là: 1725 (cách).

Câu 15. (Chuyên Hoàng Văn Thụ - Hòa Bình - 2021) Một tổ có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ bằng

- A. $\frac{8}{15}$. B. $\frac{1}{15}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn B

- ♦ Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.
- ♦ Gọi A là biến cố: “Cả hai người được chọn đều là nữ”.
- ♦ Ta có $n(A) = C_3^2 = 3$.
- ♦ Xác suất của biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{15}$.

Câu 16. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Cho hình lăng trụ $A_1A_2A_3A_4A_5 \cdot B_1B_2B_3B_4B_5$. Số đoạn thẳng có hai đỉnh là đỉnh hình lăng trụ là

- A. 45. B. 90. C. 60. D. 35.

Lời giải

Chọn A

- ♦ Mỗi cách chọn 2 đỉnh không tính thứ tự ta được một đoạn thẳng. Vậy số đoạn thẳng là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 17. (Chuyên Lê Quý Đôn - Điện Biên - 2021) Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

- A. 1296. B. 24. C. 360. D. 720.

Lời giải

Chọn C

Gọi $abcd$ là số tự nhiên có bốn chữ số.

Chọn a, b, c, d đều có 6 cách chọn nên có $6^4 = 1296$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 18. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Một tổ học sinh có 12 bạn, gồm 7 nam và 5 nữ. Cần chọn một nhóm 3 học sinh của tổ đó để làm vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ?

- A. 22. B. 175. C. 45. D. 350.

Lời giải

Chọn B

Ta có các trường hợp sau:

TH1: **Chọn** được 1 học sinh nam, hai học sinh nữ có $C_7^1 C_5^2 = 70$ cách chọn.

TH2: **Chọn** được 2 học sinh nam, một học sinh nữ có $C_7^2 C_5^1 = 105$ cách chọn.

Vậy, có $70 + 105 = 175$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 19. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?

A. 3125.

B. Đáp án khác.

C. 120.

D. 96.

Lời giải

Chọn A♦ Gọi số tự nhiên phải tìm là $x = \overline{abcde} (a \neq 0)$. $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow a$ có 5 cách chọn, $b \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow b$ có 5 cách chọn, $c \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow c$ có 5 cách chọn $d \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow d$ có 5 cách chọn $e \in \{1; 2; 3; 4; 5\} \Rightarrow e$ có 5 cách chọnVậy có $5^5 = 3125$ số thỏa mãn yêu cầu.**Câu 20. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Chọn ngẫu nhiên hai học sinh trong một nhóm gồm 7 học sinh nam và 14 học sinh nữ. Xác suất để chọn được hai học sinh nữ bằngA. $\frac{13}{15}$.B. $\frac{1}{10}$.C. $\frac{7}{15}$.D. $\frac{13}{30}$.

Lời giải

Chọn DKhông gian mẫu: $n(\Omega) = C_{21}^2$.Gọi A là biến cố để hai học sinh được chọn là học sinh nữ.Số phần tử của biến cố là $n(A) = C_{14}^2$.Xác suất để chọn được hai học sinh nữ bằng $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{14}^2}{C_{21}^2} = \frac{13}{30}$.**Câu 21. (THPT Trần Phú - Đà Nẵng - 2021)** Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau mà hai số này đều lẻ?A. A_5^2 .B. C_5^2 .C. $5!$.D. 5^2 .

Lời giải

Chọn AXét tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Ta thấy tập A gồm 5 chữ số chẵn và 5 chữ số lẻ.

Mỗi số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau mà hai chữ số này đều lẻ chính là một chỉnh hợp chập hai của năm chữ số lẻ.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: A_5^2 .

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

- Câu 1.** (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 6 chữ số và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có mặt số 1 ít nhất một lần bằng
- A. $\frac{729}{2048}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{91}{1024}$. D. $\frac{3367}{4096}$.
- Câu 2.** (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Có 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu rồi nhân các số trên hai quả với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10?
- A. $\frac{48}{145}$. B. $\frac{8}{29}$. C. $\frac{16}{29}$. D. $\frac{16}{145}$.
- Câu 3.** (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503 là
- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{57}{240}$. C. $\frac{259}{360}$. D. $\frac{101}{360}$.
- Câu 4.** (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Có 5 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C ngồi vào hàng ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C không ngồi cạnh học sinh lớp B bằng
- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{2}{15}$. D. $\frac{2}{5}$.
- Câu 5.** (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và tổng của 3 chữ số này bằng 9?
- A. 6. B. 12. C. 18. D. 15.
- Câu 6.** (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng
- A. $\frac{3276}{4913}$. B. $\frac{1728}{4913}$. C. $\frac{23}{68}$. D. $\frac{1637}{4913}$.
- Câu 7.** (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho đa giác đều có 30 đỉnh nội tiếp trong đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 30 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh tạo thành tam giác có một góc bằng 120° ?
- A. $\frac{27}{406}$. B. $\frac{33}{406}$. C. $\frac{57}{406}$. D. $\frac{23}{406}$.
- Câu 8.** (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 200, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành một cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?
- A. 0,0075. B. 0,056. C. 0,0067. D. 0,03.
- Câu 9.** (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong một trò chơi, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất 5 lần. Nếu mỗi lần gieo xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm thì thắng. Xác suất để người chơi thắng ít nhất 4 ván gần nhất với số nào dưới đây?
- A. 0,00014. B. 0,0024. C. 0,0014. D. 0,00024.
- Câu 10.** (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo

thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là:

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm hết bài thi bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án trả lời ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được đúng 5 điểm.

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. B. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$. C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot A_{50}^{25}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$.

Câu 12. (Chuyên KHTN - 2021) Một lớp học có 30 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự lớp gồm có 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp có cả nam và nữ.

- A. $\frac{435}{988}$. B. $\frac{135}{988}$. C. $\frac{285}{494}$. D. $\frac{5750}{9880}$.

Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 15 và mỗi chữ số đều không vượt quá 5.

- A. 38. B. 44. C. 24. D. 48.

Câu 14. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Hộp thứ nhất chứa 3 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp thứ 2 chứa 2 bi đỏ và 5 bi xanh. Chuyển ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai ra. Tính xác suất để viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ.

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{17}{56}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{9}{56}$

Câu 15. (Sở Yên Bái - 2021) Có 12 cây giống thuộc loại: cam, chanh, quýt, trong đó có 6 cam, 4 chanh, 2 quýt. Tính xác suất chọn ra 6 cây giống để trồng sao cho mỗi loại có ít nhất 1 cây.

- A. $\frac{57}{77}$. B. $\frac{683}{924}$. C. $\frac{49}{66}$. D. $\frac{685}{924}$.

Câu 16. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) THÔNG và MINH tham gia trò chơi chiếc hộp may mắn, trong hộp kín đựng 6 tờ tiền mệnh giá 50.000 đồng và 4 tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn, mỗi người lấy một tờ tiền từ hộp đó, xem đó là phần thưởng và cầm lấy, rồi về chỗ. THÔNG chơi lượt đầu tiên, lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ sau đó đến lượt MINH lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ từ hộp đó. Tính xác suất để MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng.

- A. $\frac{2}{15}$. B. $\frac{4}{15}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{1}{8}$.

Câu 17. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

- A. $\frac{7}{38}$. B. $\frac{3}{38}$. C. $\frac{5}{38}$. D. $\frac{1}{114}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.D	5.C	6.D	7.A	8.A	9.C	10.C
11.D	12.C	13.A	14.B	15.C	16.C	17.B			

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG

Câu 1. (THPT Hoàng Hoa Thám - Đà Nẵng - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 6 chữ số và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc S , xác suất để số đó có mặt số 1 ít nhất một lần bằng

- A. $\frac{729}{2048}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{91}{1024}$. D. $\frac{3367}{4096}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số các số tự nhiên có 6 chữ số và các chữ số thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4\}$ là

$$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^6, \text{ suy ra } n(\Omega) = 4^6.$$

Gọi A là biến cố: “Số lấy được có mặt số 1 ít nhất một lần”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: “Số lấy được không có mặt số 1”.

$$\text{Khi đó } n(\bar{A}) = 3^6.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{3^6}{4^6} = \frac{3367}{4096}.$$

Câu 2. (THPT Đặng Thúc Hứa - Nghệ An - 2021) Có 30 quả cầu được đánh số từ 1 đến 30. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu rồi nhân các số trên hai quả với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10?

- A. $\frac{48}{145}$. B. $\frac{8}{29}$. C. $\frac{16}{29}$. D. $\frac{16}{145}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Phép thử: Lấy hai quả cầu từ 30 quả cầu $\Rightarrow |\Omega| = C_{30}^2$

♦ Biến cố A: Tích các số ghi trên hai quả cầu là một số chia hết cho 10

Trường hợp 1: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 10, ta có $C_3^1 \cdot C_{27}^1$ cách chọn

Trường hợp 2: Số cách chọn sao cho có một số chia hết cho 5 từ tập $\{5; 15; 25\}$ và số còn lại là một số chẵn (không có số nào được chọn chia hết cho 10), ta có $C_3^1 \cdot C_{13}^1$ cách chọn.

$$\text{♦ Vậy xác suất để tích nhận được là một số chia hết cho 10 là } p(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_{27}^1 + C_3^1 \cdot C_{13}^1}{C_{30}^2} = \frac{8}{29}$$

Câu 3. (THPT Quế Võ 1 - Bắc Ninh - 2021) Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp A . Xác suất để số lấy được là số tự nhiên không lớn hơn 2503 là

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{57}{240}$. C. $\frac{259}{360}$. D. $\frac{101}{360}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số phần tử không gian mẫu là } n(\Omega) = A_7^4 - A_6^3 = 720.$$

Gọi “ B là số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không lớn hơn 2503 là $\overline{abcd}$ ”.

□ Trường hợp 1: $0 \neq a < 2 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn và $\overline{bcd}$ có A_6^3 cách chọn.

Do đó, có $1 \cdot A_6^3 = 120$ cách chọn trường hợp 1.

□ Trường hợp 2: $a = 2, 2 \neq b < 5 \Rightarrow b \in \{0, 1, 3, 4\} \Rightarrow b$ có 4 cách chọn và $\overline{cd}$ có A_4^2 cách chọn.

Do đó, có $1.4.A_5^2 = 80$ cách chọn trường hợp 2.

□ Trường hợp 3: $a = 2, b = 5, c = 0, d \leq 3$ và $d \notin \{a, b, c\} \Rightarrow d$ có 2 cách chọn.

Do đó, có 2 cách chọn trường hợp 3.

$\Rightarrow n(A) = 120 + 80 + 2 = 202$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{202}{720} = \frac{101}{360}.$$

Câu 4. (THPT Quảng Xương 1 - Thanh Hóa - 2021) Có 5 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C ngồi vào hàng ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C không ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{2}{15}$.

D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$.

Gọi A là biến cố “học sinh lớp C không ngồi cạnh học sinh lớp B”.

Xếp 1 học sinh lớp C vào chỗ, xảy ra 2 trường hợp:

+) TH1: học sinh lớp C ngồi ở một trong 2 đầu, có 2 cách xếp.

Khi đó, có A_4^2 cách xếp 2 học sinh lớp B và A_3^3 cách xếp 3 học sinh lớp A.

$\Rightarrow$ có $2.A_4^2.A_3^3$ cách xếp cho trường hợp 1.

+) TH2: học sinh lớp C không ngồi ở hai đầu, có 4 cách xếp.

Khi đó, có A_3^2 cách xếp 2 học sinh lớp B và A_3^3 cách xếp 3 học sinh lớp A.

$\Rightarrow$ có $4.A_3^2.A_3^3$ cách xếp cho trường hợp 2.

$$n(A) = 2.A_4^2.A_3^3 + 4.A_3^2.A_3^3.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{2.A_4^2.A_3^3 + 4.A_3^2.A_3^3}{6!} = \frac{2}{5}.$$

Câu 5. (THPT PTNK Cơ sở 2 - TP.HCM - 2021) Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Từ A lập được bao nhiêu số gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và tổng của 3 chữ số này bằng 9?

A. 6.

B. 12.

C. 18.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\overline{abc}$ là số cần lập. Theo đề bài $\{a, b, c\} \equiv \{1, 2, 6\}$ hoặc $\{a, b, c\} \equiv \{1, 3, 5\}$ hoặc $\{a, b, c\} \equiv \{2, 3, 4\}$. Do đó ta có 3 cách chọn bộ $\{a, b, c\}$.

Với mỗi bộ $\{a, b, c\}$, ta lập được $3! = 6$ số. Vậy ta được tất cả là $3.6 = 18$ số thỏa yêu cầu.

Câu 6. (THPT Phan Đình Phùng - Quảng Bình - 2021) Ba bạn A, B, C mỗi bạn viết lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1; 17]$. Xác suất để ba số được viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{3276}{4913}$.

B. $\frac{1728}{4913}$.

C. $\frac{23}{68}$.

D. $\frac{1637}{4913}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega) = 17^3 = 4913$.

Trong các số tự nhiên thuộc $[1; 17]$ có 5 số chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15\}$, có 6 số chia 3 dư 1

là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$ có 6 số chia 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Đề 3 số tổng viết ra chia hết cho 3 xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Cả 3 số viết ra đều chia hết cho 3 $\Rightarrow 5^3$ cách viết.

TH2: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 1 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

TH3: Cả 3 số viết ra đều chia cho 3 dư 2 $\Rightarrow 6^3$ cách viết.

TH4: Trong 3 số viết ra có 1 số chia hết cho 3, có 1 số chia cho 3 dư 1, có 1 số chia cho 3 dư 2 nên có $5.6.6.3!$ cách viết.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 5.6.6.3!}{4913} = \frac{1637}{4913}.$$

Câu 7. (Sở Vĩnh Phúc - 2021) Cho đa giác đều có 30 đỉnh nội tiếp trong đường tròn. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh trong 30 đỉnh. Tính xác suất để 3 đỉnh tạo thành tam giác có một góc bằng 120° ?

A. $\frac{27}{406}$.

B. $\frac{33}{406}$.

C. $\frac{57}{406}$.

D. $\frac{23}{406}$.

Lời giải

Chọn A

+) Số phần tử của không gian mẫu $|\Omega| = C_{30}^3$.

+) Đánh số đỉnh của đa giác là $A_1, A_2, \dots, A_{30}$.

Gọi tâm hình tròn là O.

Giả sử tam giác $A_1 A_n A_m$ đều. Tam giác này chia đường tròn thành 3 cung bằng nhau, trên mỗi cung có 9 đỉnh. Lấy ngẫu nhiên 1 đỉnh trên cung đó cùng với 1 cạnh ta được một tam giác có 1 góc bằng 120° . Số tam giác đều tạo thành từ 30 đỉnh là 10.

Vậy số tam giác có một góc bằng 120° là $|\Omega_A| = 10.27 = 270$

$$P(A) = \frac{270}{C_{30}^3} = \frac{27}{406}$$

Câu 8. (Sở Hà Tĩnh - 2021) Cho tập hợp gồm các số tự nhiên từ 1 đến 200, chọn ba số bất kỳ. Xác suất để ba số được chọn lập thành một cấp số cộng gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,0075.

B. 0,056.

C. 0,0067.

D. 0,03.

Lời giải

Chọn A

♦ Số kết quả có thể chọn được ba số bất kỳ từ 200 là: C_{200}^3

♦ Giả sử ba số tạo thành CSC là a, b, c . Khi đó $2b = a + c$. Do $2b$ chẵn nên chỉ có 2 trường hợp: a, c cùng chẵn hoặc a, c cùng lẻ.

TH1: $a, c \in \{2; 4; 6; 8; \dots; 198; 200\}$ có C_{100}^2 cách chọn a, c .

TH2: $a, c \in \{1; 3; 5; 7; \dots; 197; 199\}$ có C_{100}^2 cách chọn a, c .

Suy ra số kết quả thuận lợi là $C_{100}^2 + C_{100}^2$

♦ Vậy xác suất là $\frac{C_{100}^2 + C_{100}^2}{C_{200}^3} = \frac{3}{398} \approx 0,00754$

Câu 9. (Sở Tuyên Quang - 2021) Trong một trò chơi, người chơi gieo đồng thời 3 con súc sắc đồng chất 5 lần. Nếu mỗi lần gieo xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm thì thắng. Xác suất để người chơi thắng ít nhất 4 ván gần nhất với số nào dưới đây?

A. 0,00014.

B. 0,0024.

C. 0,0014.

D. 0,00024.

Lời giải

Chọn C

Gọi biến cố A_i : “Lần gieo thứ i xuất hiện ít nhất hai mặt sáu chấm”.

$$\text{Khi đó ta có } P(A_i) = C_3^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{27} \Rightarrow P(\overline{A_i}) = \frac{25}{27}$$

Gọi biến cố B : “Người chơi thắng ít nhất 4 ván”.

Khi đó ta có:

$$B = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 + A_1 A_2 A_3 A_4 \overline{A_5} + A_1 A_2 A_3 \overline{A_4} A_5 + A_1 A_2 \overline{A_3} A_4 A_5 + A_1 \overline{A_2} A_3 A_4 A_5 + \overline{A_1} A_2 A_3 A_4 A_5$$

$$\Rightarrow P(B) = \left(\frac{2}{27}\right)^5 + 5 \cdot \left(\frac{2}{27}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{27}\right) = 0.0014$$

Câu 10. (Sở Tuyên Quang - 2021) Cho hai đường thẳng song song d_1 và d_2 . Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ, trên d_2 có 4 điểm phân biệt được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là:

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{5}{9}$. C. $\frac{5}{8}$. D. $\frac{3}{8}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $C_6^2 \cdot C_4^1 + C_6^1 \cdot C_4^2 = 96$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố “tam giác có hai đỉnh màu đỏ” là $C_6^2 \cdot C_4^1 = 60$.

$$\text{Xác suất biến cố “tam giác có hai đỉnh màu đỏ” là } P = \frac{60}{96} = \frac{5}{8}.$$

Câu 11. (Chuyên Lê Hồng Phong - TPHCM - 2021) Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm hết bài thi bằng cách chọn ngẫu nhiên một trong 4 phương án trả lời ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được đúng 5 điểm.

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25}$. B. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$. C. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot A_{50}^{25}$. D. $\left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có xác suất để có câu trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất để chọn câu trả lời sai $\frac{3}{4}$

Để được 5 điểm học sinh đó phải trả lời đúng 25 và trả lời sai 25

$$\text{Xác suất để học sinh đó được 5 điểm là } \left(\frac{1}{4}\right)^{25} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{25} \cdot C_{50}^{25}$$

Câu 12. (Chuyên KHTN - 2021) Một lớp học có 30 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự lớp gồm có 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp có cả nam và nữ.

- A. $\frac{435}{988}$. B. $\frac{135}{988}$. C. $\frac{285}{494}$. D. $\frac{5750}{9880}$.

Lời giải

Chọn C

♦ Ta có $n(\Omega) = C_{40}^3$.

♦ Gọi A là biến cố: “3 học sinh trong ban cán sự lớp có cả nam và nữ”

$$n(A) = C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1$$

$$P(A) = \frac{C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1}{C_{40}^3} = \frac{15}{26} = \frac{285}{494}$$

Câu 13. (Chuyên KHTN - 2021) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau, chia hết cho 15 và mỗi chữ số đều không vượt quá 5.

- A. 38. B. 44. C. 24. D. 48.

Lời giải

Chọn A

♦ Giả sử số có bốn chữ số thỏa mãn đề bài là $\overline{abcd}$. Vì $\overline{abcd} : 15$ nên $\overline{abcd} : 5$, suy ra $d = 0$ hoặc $d = 5$.

- ♦ Nếu $d = 0$, khi đó bộ ba chữ số a, b, c có thể là $(1; 2; 3), (2; 3; 4), (3; 4; 5), (1; 3; 5)$. Suy ra trong trường hợp này có $4.3! = 24$ số.
 - ♦ Nếu $d = 5$, khi đó bộ ba chữ số a, b, c có thể là $(1; 2; 4), (0; 1; 3), (0; 3; 4)$. Suy ra trong trường hợp này có $3! + 2.2.2! = 14$ số.
- Vậy có $24 + 14 = 38$ số thỏa mãn.

Câu 14. (Chuyên Quốc Học Huế - 2021) Hộp thứ nhất chứa 3 bi đỏ và 4 bi xanh, hộp thứ 2 chứa 2 bi đỏ và 5 bi xanh. Chuyển ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai, rồi lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai ra. Tính xác suất để viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ.

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{17}{56}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{9}{56}$

Lời giải

Chọn B

♦ **TH1:** Chuyển được 1 một viên bi màu đỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai và lấy ra được ở hộp thứ hai một viên bi màu đỏ với xác suất là $P_1 = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{9}{56}$

♦ **TH2:** Chuyển được 1 một viên bi màu xanh từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai và lấy ra được ở hộp thứ hai một viên bi màu đỏ với xác suất là $P_2 = \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{8} = \frac{8}{56}$

Vậy xác suất để viên bi được lấy ra ở hộp thứ hai là màu đỏ là $P = P_1 + P_2 = \frac{17}{56}$

Câu 15. (Sở Yên Bái - 2021) Có 12 cây giống thuộc loại: cam, chanh, quýt, trong đó có 6 cam, 4 chanh, 2 quýt. Tính xác suất chọn ra 6 cây giống để trồng sao cho mỗi loại có ít nhất 1 cây.

- A. $\frac{57}{77}$ B. $\frac{683}{924}$ C. $\frac{49}{66}$ D. $\frac{685}{924}$

Lời giải

Chọn C

Ω : “chọn ra 6 cây giống trong 12 cây giống” $\Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^6 = 924$.

A : “chọn ra 6 cây giống sao cho mỗi loại có ít nhất 1 cây”

Số cách chọn 6 cây giống cam, chanh là C_{10}^6 .

Số cách chọn 6 cây giống cam, quýt là C_8^6 .

Số cách chọn 6 cây giống chanh, quýt là C_6^6 .

Số cách chọn 6 cây giống cam là C_6^6 .

Suy ra $n(A) = C_{12}^6 - C_{10}^6 - C_8^6 - C_6^6 + C_6^6 = 686$.

Ta có $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{686}{924} = \frac{49}{66}$.

Câu 16. (Trung Tâm Thanh Trường -2021) THÔNG và MINH tham gia trò chơi chiếc hộp may mắn, trong hộp kín đựng 6 tờ tiền mệnh giá 50.000 đồng và 4 tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng được sắp xếp một cách lộn xộn, mỗi người lấy một tờ tiền từ hộp đó, xem đó là phần thưởng và cầm lấy, rồi về chỗ. THÔNG chơi lượt đầu tiên, lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ sau đó đến lượt MINH lấy ngẫu nhiên một tờ tiền bất kỳ từ hộp đó. Tính xác suất để MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng.

- A. $\frac{2}{15}$ B. $\frac{4}{15}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{8}$

Lời giải

Chọn C

Không gian mẫu, mỗi bạn bốc 1 lần là: $n(\Omega) = C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$.

Gọi A là biến cố MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng khi THÔNG đã bốc được 200.000 đồng.

$$n(A) = C_4^1 \cdot C_3^1 = 12$$

Gọi B là biến cố MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng khi THÔNG không bốc được 200.000 đồng.

$$n(B) = C_6^1 \cdot C_4^1 = 24$$

Xác suất để MINH lấy được tờ tiền mệnh giá 200.000 đồng là: $\frac{n(A) + n(B)}{n(\Omega)} = \frac{2}{5}$

Câu 17. (THPT Triệu Sơn - Thanh Hóa - 2021) Cho tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng là

A. $\frac{7}{38}$.

B. $\frac{3}{38}$.

C. $\frac{5}{38}$.

D. $\frac{1}{114}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi a, b, c là ba số lấy ra theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng, nên $b = \frac{a+c}{2} \in \mathbb{N}$. Do đó a và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ và hơn kém nhau ít nhất 2 đơn vị.

Số cách chọn bộ (a, b, c) theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng bằng số cặp (a, c) cùng chẵn hoặc cùng lẻ, số cách chọn là $2 \cdot C_{10}^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P = \frac{2 \cdot C_{10}^2}{C_{20}^3} = \frac{3}{38}$.

Nguyễn Bảo Vương

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

- Câu 1.** (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Chọn ngẫu nhiên 3 số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 26\}$. Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 5 bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = m + n$.
- A. 104. B. 100. C. 81. D. 79.
- Câu 2.** (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng
- A. $\frac{601}{1080}$. B. $\frac{6}{11}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{61}{360}$.
- Câu 3.** (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau đôi một được chọn từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Xác định số phần tử của S . Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho số 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11.
- A. $\frac{1}{42}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{1}{63}$. D. $\frac{1}{84}$.
- Câu 4.** (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau bằng
- A. $\frac{97}{560}$. B. $\frac{583}{3360}$. C. $\frac{97}{650}$. D. $\frac{79}{560}$.
- Câu 5.** (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai hộp đựng bi, đựng 2 loại bi là bi trắng và bi đen, tổng số bi trong hộp là 20 bi và hộp thứ nhất đựng ít bi hơn hộp thứ hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Cho biết xác suất để lấy được 2 bi đen là $\frac{55}{84}$, tính xác suất để lấy được 2 bi trắng?
- A. $\frac{1}{28}$. B. $\frac{15}{84}$. C. $\frac{11}{84}$. D. $\frac{3}{28}$.
- Câu 6.** (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$ là tập hợp 30 số nguyên dương đầu tiên. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau trong tập S , xác suất sao cho ba số lấy được có tổng các lập phương của chúng là một số chia hết cho 4 thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?
- A. $(0, 3; 0, 4)$. B. $(0, 4; 0, 5)$. C. $(0, 5; 0, 6)$. D. $(0, 2; 0, 3)$.
- Câu 7.** (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021) Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng
- A. 85. B. 239 C. 58. D. 127.
- Câu 8.** (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021) Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Dung và 8 học sinh nam trong đó có Hải. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Tính xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm

- A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{7}{32}$.

Câu 9. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

- A. $\frac{7}{150}$. B. $\frac{7}{375}$. C. $\frac{7}{125}$. D. $\frac{189}{1250}$.

Câu 10. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Có 6 học sinh gồm 2 học sinh trường A, 2 học sinh trường B và 2 học sinh trường C sắp xếp trên một hàng dọc. Xác suất để được cách sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B là

- A. $\frac{1}{90}$. B. $\frac{1}{45}$. C. $\frac{1}{180}$. D. $\frac{1}{30}$.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Xác suất để chọn một tam giác từ tập X là tam giác vuông nhưng không phải là tam giác cân bằng

- A. $\frac{10}{57}$. B. $\frac{8}{57}$. C. $\frac{3}{19}$. D. $\frac{1}{57}$.

Câu 12. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?

- A. $16.(4!)^2$. B. $16.8!$. C. $32.(4!)^2$. D. $32.8!$.

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có 10 học sinh, gồm 5 học sinh lớp 12A và 5 học sinh lớp 12B tham gia một trò chơi. Để thực hiện trò chơi, người điều hành ghép ngẫu nhiên 10 học sinh thành 5 cặp. Xác suất để không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp bằng

- A. $\frac{1}{63}$. B. $\frac{4}{63}$. C. $\frac{8}{63}$. D. $\frac{2}{63}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.C	4.A	5.A	6.A	7.D	8.D	9.A	10.B
11.B	12.C	13.C							

MỨC ĐỘ VẬN DỤNG CAO

Câu 1. (THPT Nguyễn Công Trứ - Hà Tĩnh - 2021) Chọn ngẫu nhiên 3 số a, b, c trong tập hợp $S = \{1; 2; \dots; 26\}$. Biết xác suất để 3 số chọn ra thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 5 bằng $\frac{m}{n}$ với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tính giá trị biểu thức $T = m + n$.

A. 104.

B. 100.

C. 81.

D. 79.

Lời giải**Chọn D**

Gọi A là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia hết cho 5, A có 5 phần tử.

B là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia cho 5 dư 1 hoặc dư 4, B có 11 phần tử.

C là tập hợp các phần tử thuộc S mà chia cho 5 dư 2 hoặc dư 3, C có 10 phần tử.

Ta có nhận xét

+ Với $k \in A$ thì k^2 chia hết cho 5.

+ Với $k \in B$ thì k^2 chia cho 5 dư 1.

+ Với $k \in C$ thì k^2 chia cho 5 dư 4.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{26}^3 .

Để chọn được 3 số thỏa mãn bài toán, ta có hai trường hợp

+ Trường hợp: 3 số được chọn đều thuộc A , có C_5^3 cách chọn.

+ Trường hợp: 3 số được chọn có mỗi số thuộc mỗi tập A, B, C , có $C_5^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^1$ cách chọn.

Suy ra số phần tử của biến cố là $C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^1$.

Xác suất của biến cố là $\frac{C_5^3 + C_5^1 \cdot C_{11}^1 \cdot C_{10}^1}{C_{26}^3} = \frac{14}{65} = \frac{m}{n}$. Suy ra $m + n = 79$.

Câu 2. (THPT Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2021) Có ba chiếc hộp: hộp I có 4 bi đỏ và 5 bi xanh, hộp II có 3 bi đỏ và 2 bi đen, hộp III có 5 bi đỏ và 3 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra một hộp rồi lấy một viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi lấy được màu đỏ bằng

A. $\frac{601}{1080}$.B. $\frac{6}{11}$.C. $\frac{1}{6}$.D. $\frac{61}{360}$.**Lời giải****Chọn A**

Lấy ngẫu nhiên một hộp.

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp I;

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp II;

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp III.

Suy ra $P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$.

Gọi C là biến cố “lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi màu đỏ”.

Ta có: $C = (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3)$

$\Rightarrow P(C) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3)$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{601}{1080}$.

Câu 3. (THPT Ba Đình - Thanh Hóa - 2021) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau đôi một được chọn từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Xác định số phần tử của S . Lấy ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn là số chia hết cho số 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

- A. $\frac{1}{42}$. B. $\frac{1}{21}$. C. $\frac{1}{63}$. D. $\frac{1}{84}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(S) = A_9^4$.

Xét một số tự nhiên thuộc $x \in S$ với $x = \overline{abcd}$, ta có x chỉ hết cho 11 khi và chỉ khi $a - b + c - d$ là số chia hết cho 11.

Ta lại có tổng các chữ số của x chia hết cho 11 nên $a + b + c + d = 11$ hoặc $a + b + c + d = 22$.

Bây giờ ta xét tập hợp $T = \{(2; 9); (3; 8); (4; 7); (5; 6)\}$ ta lấy cứ hai cặp số thuộc T sẽ cho ta 8 số x thỏa mãn đồng thời hai điều kiện trên, do vậy số tất cả các số x thỏa mãn cả hai điều kiện trên là $n(A) = 8.C_4^2$.

Xác suất để số được chọn là số chia hết cho số 11 và tổng 4 chữ số của nó cũng chia hết cho 11

$$\text{là } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8.C_4^2}{A_9^4} = \frac{1}{63}.$$

Câu 4. (THPT Nguyễn Đức Cảnh - Thái Bình - 2021) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau được thành lập từ các chữ số $0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{97}{560}$. B. $\frac{583}{3360}$. C. $\frac{97}{650}$. D. $\frac{79}{560}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần tìm: $\overline{abcdef}$

Ta có: $n(\Omega) = 8.A_8^6 = 53760$ (cách)

Vì số được chọn có 6 chữ số nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn.

Và vì số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn tối đa là 3 chữ số chẵn.

*TH1: Số được chọn có đúng hai chữ số chẵn

+ Xếp 4 chữ số lẻ trước: $4!$ cách

	lẻ		lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--	----	--

+ Lấy 2 số chẵn trong 5 số chẵn xếp vào 2 trong 5 ô: có $C_5^2.A_5^2$ cách.

+ Trường hợp có số 0 ở đầu (xếp 1 số chẵn trong 4 số vào 1 trong 4 ô còn lại) có: $C_4^1.C_4^1$ cách.

Suy ra: TH1 có $4!(C_5^2.A_5^2 - C_4^1.C_4^1) = 4416$ số.

*TH2: Số được chọn có 3 chữ số chẵn

	lẻ		lẻ		lẻ	
--	----	--	----	--	----	--

+ Xếp 3 chữ số lẻ trước: A_4^3 cách

+ Xếp 3 số chẵn bất kỳ trong 5 chữ số chẵn xếp vào 3 ô trong 4 ô: có $C_4^3.A_5^3$ cách.

+ Trường hợp có số 0 ở đầu có: $C_3^2.A_4^2$ cách.

Suy ra: TH2 có $A_4^3(C_4^3.A_5^3 - C_3^2.A_4^2) = 4896$ số.

Do đó: Số các số cần tìm thỏa mãn YCBT là: $n(A) = 4416 + 4896 = 9312$ (số)

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{9312}{53760} = \frac{97}{560}$.

Câu 5. (THPT Hậu Lộc 4 - Thanh Hóa - 2021) Cho hai hộp đựng bi, đựng 2 loại bi là bi trắng và bi đen, tổng số bi trong hộp là 20 bi và hộp thứ nhất đựng ít bi hơn hộp thứ hai. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 bi. Cho biết xác suất để lấy được 2 bi đen là $\frac{55}{84}$, tính xác suất để lấy được 2 bi trắng?

- A. $\frac{1}{28}$. B. $\frac{15}{84}$. C. $\frac{11}{84}$. D. $\frac{3}{28}$.

Lời giải

Chọn A

Hộp thứ nhất có chứa x viên bi, trong đó có d viên bi đen.

Hộp thứ hai có chứa x' viên bi, trong đó có d' viên bi đen.

Ta có: $x + x' = 20$, $x < x'$. (1)

Xét phép thử: Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = xx'$.

Gọi A là biến cố lấy được hai bi đen, suy ra $n(A) = dd'$.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{dd'}{xx'} = \frac{55}{84}$.

Theo BĐT côsi: $xx' \leq \frac{1}{4}(x + x')^2 = \frac{1}{4} \cdot 20^2 = 100$.

Suy ra: $xx' = 84$, (2).

Từ (1) và (2) suy ra x, x' là nghiệm của phương trình $X^2 - 20X + 84 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x' = 14 \end{cases}$

Khi đó $dd' = 55 \Rightarrow \begin{cases} d = 5, (d < x) \\ d' = 11 \end{cases}$

Do đó hộp thứ nhất chứa 1 bi trắng, hộp thứ hai chứa 3 bi trắng.

Gọi B là biến cố lấy được hai bi trắng.

Ta có: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1 \cdot 3}{84} = \frac{1}{28}$.

Câu 6. (THPT Đồng Quan - Hà Nội - 2021) Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$ là tập hợp 30 số nguyên dương đầu tiên. Lấy ngẫu nhiên 3 số khác nhau trong tập S , xác suất sao cho ba số lấy được có tổng các lập phương của chúng là một số chia hết cho 4 thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0, 3; 0, 4)$. B. $(0, 4; 0, 5)$. C. $(0, 5; 0, 6)$. D. $(0, 2; 0, 3)$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{30}^3 = 4060$.

Gọi A là biến cố "Tổng lập phương của ba số lấy ra chia hết cho 4."

Trường hợp 1: 3 số chọn được là số chẵn khi đó tổng lập phương của chúng chia hết cho 4.

Do đó ta có $C_{15}^3 = 455$ cách.

Trường hợp 2 : Trong 3 số được chọn có 1 số chẵn, 1 số chia 4 dư 3 và 1 số chia 4 dư 1.

Có 15 số chẵn, 8 số chia 4 dư 1 là $\{1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29\}$ và 7 số chia 4 dư 3 là $\{3; 7; 11; 15; 19; 23; 27\}$.

Do đó ta có $15 \cdot 8 \cdot 7 = 840$ cách.

$$\text{Suy ra } n(A) = 455 + 840 = 1295 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1295}{4060} \approx 0,32 \in (0,3; 0,4).$$

- Câu 7. (THPT Lê Lợi - Thanh Hóa - 2021)** Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$. Biết xác suất để ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3 bằng $\frac{m}{n}$, với m, n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Biểu thức $S = m + n$ bằng
- A. 85. B. 239 C. 58. D. 127.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên ba số a, b, c trong tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ ”.

Gọi A là biến cố: “Ba số tìm được thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2$ chia hết cho 3”.

Ta có $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Tập hợp các số $S = \{1; 2; 3; \dots; 19; 20\}$ gồm

+ 6 số chia hết cho 3 là: 3; 6; 9; ...; 18.

+ 14 số không chia hết cho 3: Các số còn lại thuộc S .

Ta thấy số chính phương chia cho 3 hoặc chia hết hoặc dư 1.

Do đó, các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là:

Trường hợp 1: a^2, b^2, c^2 cùng chia hết cho 3 $\Leftrightarrow a, b, c$ cùng chia hết cho 3

$\Rightarrow C_6^3 = 20$ cách chọn a, b, c .

Trường hợp 2: a^2, b^2, c^2 cùng chia cho 3 dư 1 $\Leftrightarrow a, b, c$ cùng không chia hết cho 3

$\Rightarrow C_{14}^3 = 364$ cách chọn a, b, c .

$\Rightarrow n(A) = 364 + 20 = 384$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{384}{1140} = \frac{32}{95} \Rightarrow m = 32; n = 95 \Rightarrow m + n = 127$.

- Câu 8. (Liên trường huyện Quảng Xương - Thanh Hóa - 2021)** Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Dung và 8 học sinh nam trong đó có Hải. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Tính xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm
- A. $\frac{5}{16}$. B. $\frac{11}{16}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{7}{32}$.

Lời giải

Chọn D

♦ Ta có: Không gian mẫu là số cách chia 12 học sinh thành 3 nhóm và phải đảm bảo mỗi nhóm có ít nhất 1 học sinh nữ, giả sử:

- Nhóm thứ nhất có 2 học sinh nữ, 2 học sinh nam, có: $C_4^2 \cdot C_8^2$ cách

- Nhóm thứ hai có 1 học sinh nữ và 3 học sinh nam, có: $C_2^1 \cdot C_6^3$ cách

Sau khi chia nhóm thứ nhất và thứ hai xong thì còn lại 1 nữ và 3 nam nên để chọn nhóm còn lại thì chỉ có duy nhất 1 cách

Vậy không gian mẫu ta có được là: $n(\Omega) = C_4^2 \cdot C_8^2 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3 = 6720$ cách.

♦ Trường hợp 1: Dung và Hải cùng với 1 bạn nam và 1 bạn nữ tạo thành 1 nhóm nên có: $C_3^1 \cdot C_7^1$ cách. Nhóm thứ hai có 3 bạn nam và 1 bạn nữ có $C_2^1 \cdot C_6^3$ cách. Cuối cùng còn lại 3 bạn nam và 1 bạn nữ nên chỉ có duy nhất 1 cách. Suy ra trường hợp này có: $C_3^1 \cdot C_7^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3$ cách.

♦ Trường hợp 2: Dung và Hải cùng với 2 bạn nam tạo thành 1 nhóm nên có: C_7^2 cách. Nhóm thứ hai có 2 bạn nam và 2 bạn nữ nên có: $C_5^2 \cdot C_3^2$ cách. Còn lại 3 bạn nam và 1 bạn nữ nên chỉ có duy nhất 1 cách cho nhóm thứ ba. Suy ra trường hợp này có: $C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_7^2$ cách.

♦ Trường hợp 3: Dung và Hải cùng với 2 bạn nam thành một nhóm. Nhóm thứ hai có 3 bạn nam và 1 bạn nữ. Suy ra nhóm thứ ba có 2 bạn nam và 2 bạn nữ. Trường hợp này vô tình trùng trường hợp thứ hai nên ta không cần tính nữa

Suy ra tổng biến cố thỏa mãn đề bài cho là: $n(A) = C_3^1 \cdot C_7^1 \cdot C_2^1 \cdot C_6^3 + C_5^2 \cdot C_3^2 \cdot C_7^2 = 1470$ cách.

Vậy, xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm là $P = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1470}{6720} = \frac{7}{32}$.

Câu 9. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu - An Giang - 2021) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{150}$.

B. $\frac{7}{375}$.

C. $\frac{7}{125}$.

D. $\frac{189}{1250}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Gọi số tự nhiên có 6 chữ số là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Chọn a_1 : có 9 cách.

Chọn a_2 : có 10 cách.

Chọn a_3 : có 10 cách.

Chọn a_4 : có 10 cách.

Chọn a_5 : có 10 cách.

Chọn a_6 : có 10 cách.

Suy ra số các phần tử của S là: $9 \cdot 10^5$ cách.

♦ Chọn ngẫu nhiên một số từ $S \Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot 10^5$.

♦ Gọi A là biến cố: “Số được chọn có 6 chữ số đôi một khác nhau và có mặt chữ số 0 và 1”.

TH1: $a_1 = 1$

Có 5 vị trí để xếp số 0.

Và có A_8^4 cách chọn 4 vị trí còn lại.

Suy ra có: $5 \cdot A_8^4 = 8400$ số.

TH2: $a_1 = 2, \dots, 9$

Chọn a_1 : có 8 cách.

Xếp hai số 0 và 1 có: $A_5^2 = 20$ cách.

Xếp vào 3 vị trí còn lại có: $A_7^3 = 210$ cách.

Suy ra có: $8 \cdot 20 \cdot 210 = 33600$ số.

$\Rightarrow n(A) = 8400 + 33600 = 42000$

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{42000}{900000} = \frac{7}{150}$.

Câu 10. (Chuyên Quang Trung - Bình Phước - 2021) Có 6 học sinh gồm 2 học sinh trường A, 2 học sinh trường B và 2 học sinh trường C sắp xếp trên một hàng dọc. Xác suất để được cách sắp xếp mà hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B là

A. $\frac{1}{90}$.

B. $\frac{1}{45}$.

C. $\frac{1}{180}$.

D. $\frac{1}{30}$.

Lời giải

Chọn B

♦ Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 6!$.

♦ Gọi A là biến cố “hai học sinh trường C thì một em ngồi giữa hai học sinh trường A và một em ngồi giữa hai học sinh trường B”.

Ta có:

+ Sắp xếp 2 học sinh trường A có $2!$ cách.

+ Sắp xếp 2 học sinh trường B có $2!$ cách.

+ Sắp xếp 2 học sinh trường C (trong đó 1 học sinh ở giữa 2 học sinh trường A vừa xếp, 1 học sinh ở giữa 2 học sinh trường B vừa xếp) có $2!$ cách.

+ Xem 2 học sinh trường A và 1 học sinh trường C vừa xếp như một phần tử (ACA), 2 học sinh trường B và 1 học sinh trường C vừa xếp như một phần tử (BCB). Sắp xếp phần tử (ACA) và (BCB) có $2!$ cách.

Vậy $n(A) = 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!$.

Suy ra xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{45}$.

Câu 11. (Chuyên Hạ Long - Quảng Ninh - 2021) Cho một đa giác đều có 20 đỉnh nội tiếp nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Xác suất để chọn một tam giác từ tập X là tam giác vuông nhưng không phải là tam giác cân bằng

A. $\frac{10}{57}$.

B. $\frac{8}{57}$.

C. $\frac{3}{19}$.

D. $\frac{1}{57}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của tập X là $n(X) = C_{20}^3 = 1140$.

Có 10 cách chọn cạnh huyền của một tam giác vuông (vì có 10 cạnh đi qua tâm của đường tròn), ứng với đó có 18 cách chọn đỉnh còn lại của tam giác vuông.

Suy ra số cách chọn tam giác vuông là $10 \cdot 18 = 180$.

Do đó số tam giác vuông không cân là $180 - 10 \cdot 2 = 160 \Rightarrow n(A) = 160$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(X)} = \frac{160}{1140} = \frac{8}{57}$.

Câu 12. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội - 2021) Một nhóm 10 học sinh gồm 5 học sinh nam trong đó có An và 5 học sinh nữ trong đó có Bình được xếp ngồi vào 10 cái ghế trên một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp nam và nữ ngồi xen kẽ, đồng thời An không ngồi cạnh Bình?

A. $16 \cdot (4!)^2$.

B. $16 \cdot 8!$.

C. $32 \cdot (4!)^2$.

D. $32 \cdot 8!$.

Lời giải

Chọn C

Đánh số 10 vị trí tương ứng với 10 ghế như sau:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

Trường hợp 1. Xếp các học sinh nam ở vị trí lẻ và các học sinh nữ ở vị trí chẵn.

+ Nếu An ở vị trí (1) thì chỉ có thể xếp Bình vào các vị trí (4), (6), (8), (10) $\rightarrow$ Có 4 cách xếp An và Bình.

Xếp 4 bạn nam còn lại vào các vị trí (3), (5), (7), (9) có $4!$ cách xếp.

Xếp 4 bạn nữ còn lại vào 4 vị trí chẵn còn lại có $4!$ cách xếp.

$\rightarrow$ Có $4 \cdot (4!)^2$ cách xếp học sinh trong trường hợp An ở vị trí (1).

+ Nếu An ở một trong các vị trí (3), (5), (7), (9) $\rightarrow$ Có 4 cách xếp An.

Với mỗi cách xếp An, có 3 cách xếp Bình (không ngồi cạnh An và ở vị trí chẵn).

Xếp 4 bạn nam còn lại có $4!$ cách xếp và xếp 4 bạn nữ còn lại có $4!$ cách xếp.

$\rightarrow$ Có $4 \cdot 3 \cdot (4!)^2 = 12 \cdot (4!)^2$ cách xếp trong trường hợp An ngồi ở các vị trí (3), (5), (7), (9).

Vậy có $4 \cdot (4!)^2 + 12 \cdot (4!)^2 = 16 \cdot (4!)^2$ cách xếp học sinh trong trường hợp 1.

Trường hợp 2. Xếp các học sinh nam ở vị trí chẵn và các học sinh nữ ở vị trí lẻ.

Tương tự trường hợp 1, có $16 \cdot (4!)^2$ cách xếp.

Vậy có tất cả $16 \cdot (4!)^2 + 16 \cdot (4!)^2 = 32 \cdot (4!)^2$ cách xếp học sinh thỏa mãn bài toán.

Câu 13. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An - 2021) Có 10 học sinh, gồm 5 học sinh lớp 12A và 5 học sinh lớp 12B tham gia một trò chơi. Để thực hiện trò chơi, người điều hành ghép ngẫu nhiên 10 học sinh thành 5 cặp. Xác suất để không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp bằng

A. $\frac{1}{63}$.

B. $\frac{4}{63}$.

C. $\frac{8}{63}$.

D. $\frac{2}{63}$.

Lời giải

Chọn C

Lấy 2 học sinh trong 10 học sinh để tạo thành một cặp có C_{10}^2 cách,

Lấy 2 học sinh trong 8 học sinh để tạo thành một cặp có C_8^2 cách,

Lấy 2 học sinh trong 6 học sinh để tạo thành một cặp có C_6^2 cách,

Lấy 2 học sinh trong 4 học sinh để tạo thành một cặp có C_4^2 cách,

Lấy 2 học sinh trong 2 học sinh để tạo thành một cặp có C_2^2 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $n(\Omega) = C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2$.

Gọi A là biến cố “trong 5 cặp không có cặp nào gồm hai học sinh cùng lớp”

Lấy 1 học sinh trong 5 học sinh của lớp 12A có 5 cách, lấy 1 học sinh trong 5 học sinh của lớp 12B có 5 cách để ghép thành 1 cặp có 5.5 cách

Lấy 1 học sinh trong 4 học sinh của lớp 12A có 4 cách, lấy 1 học sinh trong 4 học sinh của lớp 12B có 4 cách để ghép thành 1 cặp có 4.4 cách

Lấy 1 học sinh trong 3 học sinh của lớp 12A có 3 cách, lấy 1 học sinh trong 3 học sinh của lớp 12B có 3 cách để ghép thành 1 cặp có 3.3 cách

Lấy 1 học sinh trong 2 học sinh của lớp 12A có 2 cách, lấy 1 học sinh trong 2 học sinh của lớp 12B có 2 cách để ghép thành 1 cặp có 2.2 cách

Lấy 1 học sinh trong 1 học sinh của lớp 12A có 1 cách, lấy 1 học sinh trong 1 học sinh của lớp 12B có 1 cách để ghép thành 1 cặp có 1.1 cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có $n(A) = 5.5.4.4.3.3.2.2.1.1$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5.5.4.4.3.3.2.2.1.1}{C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2} = \frac{8}{63}$$