

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 42. B. 12. C. 24. D. 4^4 .

Câu 2. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 114 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 342 \end{cases}$

- A. $u_1 = 2, q = 3$. B. $u_1 = 3, q = 2$. C. $u_1 = 1, q = 3$. D. $u_1 = 1, q = 2$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

- A. $x = \frac{8}{3}$. B. $x = \frac{10}{3}$. C. $x = \frac{16}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$. C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

- A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$. B. $\mathcal{D} = (0; 3]$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

- A. $F(x) = e^x - 2019$. B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.
C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$. D. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 8. Cho khối nón (N) có bán kính $r = \sqrt{5}$, có chiều cao $h = 5$. Thể tích V của khối nón (N) đã cho là.

- A. $V_{(N)} = \frac{27\pi}{5}$. B. $V_{(N)} = \frac{16\pi}{5}$. C. $V_{(N)} = \frac{26\pi}{5}$. D. $V_{(N)} = \frac{25\pi}{3}$.

Câu 9. Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là

- A. $\frac{\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\pi a^2}{4}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. πa^2 .

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Câu 11. Tính giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $a > 0, a \neq 1$.

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy $r = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này là

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. $6\pi a^2$. D. $5\pi a^2$.

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

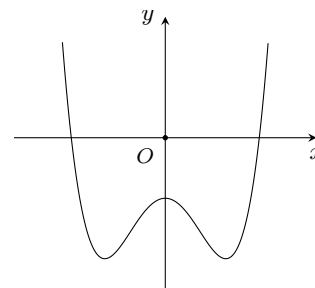
- A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.
 B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.
 C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.
 D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		5		-1	$+\infty$

Câu 14.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
 C. $y = x^3 - x^2 - 1$.
 D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Câu 15. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

- A. $x = -1$.
 B. $x = -2$.
 C. $y = 2$.
 D. $y = -2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 B. $(3; +\infty)$.
 C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
 D. $(2; +\infty)$.

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 1.
 B. 2.
 C. 4.
 D. 3.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1
				$-\infty$

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. 3.
 B. 4.
 C. 2.
 D. -2.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng 2.
 B. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng 2.
 C. Phần thực bằng 3, phần ảo bằng -2.
 D. Phần thực bằng -3, phần ảo bằng -2.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - i$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2|$.

- A. $P = 85$.
 B. $P = 5$.
 C. $P = 50$.
 D. $P = 10$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; 5)$ và $R = 36$.
 B. $I(-2; 5)$ và $R = 6$.
 C. $I(2; -5)$ và $R = 36$.
 D. $I(2; -5)$ và $R = 6$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

- A. $Q(-1; 0; 3)$.
 B. $M(0; 0; 3)$.
 C. $P(0; 2; 3)$.
 D. $N(-1; 0; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

- A. $\sqrt{10}$.
 B. 2.
 C. $\sqrt{5}$.
 D. $\sqrt{13}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

- A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$.
 B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.
 C. $\vec{n} = (1; -2; 4)$.
 D. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $M(6; -4; -1)$. B. $N(6; -4; 2)$. C. $P(6; -4; 3)$. D. $Q(6; -4; 1)$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 4.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập hợp $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính $P = M + m$.

- A. $P = 2$. B. $P = 0$. C. $P = -\sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Câu 29. Cho số thực $a > 1$, $b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$. B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$. C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$. D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Câu 30. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 1$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(1; 4]$. C. $(1; 4)$. D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 32. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

- A. $\frac{3\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{8}$. D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2 \sin t$, $t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Câu 34. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$, $z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1+i)z_1 + 2z_2|$.

- A. $T = 18$. B. $T = 3\sqrt{2}$. C. $T = 0$. D. $T = 3$.

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$. B. $N\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}\right)$. C. $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

- A. $(P): x - y - 2z = 0$. B. $(P): 2x - z = 0$.

C. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$ D. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{1260}$. B. $P = \frac{1}{126}$. C. $P = \frac{1}{28}$. D. $P = \frac{1}{252}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 6. B. 8. C. 7. D. 5.

Câu 42. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40. B. 41. C. 42. D. 43.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh S của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$. B. $S = 8\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = 16\pi a^2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 7, \int_0^1 xf(x) dx = 1$.

Khi đó $\int_0^1 x^2 f'(x) dx$ bằng

A. 6. B. 8. C. 5. D. 9.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

- A. $0 < m < 1$.
 B. $0 < m \leq 1$.
 C. $\frac{1}{2} < m < 1$.
 D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0		1	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y		$-\infty$ 1 0 $-\infty$ $\nearrow$ $\searrow$ 0 $\nearrow$ $+\infty$				

Câu 47. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 14$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 12$. D. $m + n = 10$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3 . Tổng tất cả các phần tử của S là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a > 0$ thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2020} \leq \left(2^{2020} + \frac{1}{2^{2020}}\right)^a$.

- A. $0 < a < 1$. B. $1 < a < 2020$. C. $0 < a \leq 2020$. D. $a \geq 2020$.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. B	4. B	5. D	6. D	7. C	8. D	9. C	10. C
11. C	12. C	13. D	14. A	15. D	16. D	17. A	18. C	19. C	20. D
21. B	22. B	23. A	24. A	25. C	26. D	27. C	28. C	29. C	30. C
31. B	32. B	33. A	34. B	35. B	36. D	37. D	38. A	39. B	40. D
41. C	42. B	43. B	44. D	45. C	46. C	47. C	48. C	49. B	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 42.

B. 12.

C. 24.

D. 4^4 .

Lời giải.

Mỗi số như vậy là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy có thể lập được $4! = 24$ số thỏa mãn đề bài.

Chọn phương án ③

Câu 2. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 114 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 342 \end{cases}$

A. $u_1 = 2, q = 3$.

B. $u_1 = 3, q = 2$.

C. $u_1 = 1, q = 3$.

D. $u_1 = 1, q = 2$.

Lời giải.

$$\begin{cases} u_2 - u_4 + u_5 = 114 \\ u_3 - u_5 + u_6 = 342 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (1 - q^2 + q^3) = 114(1) \\ u_1 q^2 (1 - q^2 + q^3) = 342(2) \end{cases}$$

Lấy phương trình (2) chia cho phương trình (1) ta được $q = 3$.

Thay vào phương trình (1) ta được $u_1 = 2$.

Chọn phương án ①

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 2) = 3$.

A. $x = \frac{8}{3}$.

B. $x = \frac{10}{3}$.

C. $x = \frac{16}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải.

$$\log_2(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow 3x - 2 = 2^3 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}.$$

Chọn phương án ②

Câu 4. Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4 cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

C. 8 cm^3 .

D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Lời giải.

$$\text{Độ dài các cạnh hình lập phương là } \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm.}$$

$$\text{Thể tích khối lập phương là } V = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2} \text{ cm}^3.$$

Chọn phương án ②

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{3-x}{2x}$ là

A. $\mathcal{D} = (3; +\infty)$.

B. $\mathcal{D} = (0; 3]$.

C. $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

D. $\mathcal{D} = (0; 3)$.

Lời giải.

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \frac{3-x}{2x} > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 3).$$

Chọn phương án ④

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = e^x - 2019$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Lời giải.

$$F(x) = \int (2x + e^x) dx = x^2 + e^x + C.$$

Do $F(0) = 2019$ nên $0^2 + e^0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2018$.

Vậy $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

Chọn phương án **(D)** □

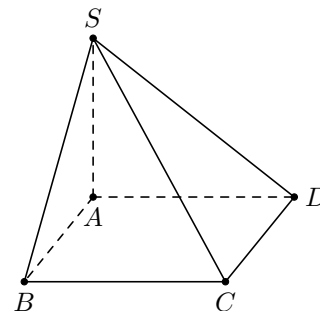
Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ cạnh bên SA vuông góc với đáy, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $6a^3$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Lời giải.

Theo giả thiết $ABCD$ là hình chữ nhật nên thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3}SA \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot a \cdot 2a = 2a^3.$$



Chọn phương án **(C)** □

Câu 8. Cho khối nón (N) có bán kính $r = \sqrt{5}$, có chiều cao $h = 5$. Thể tích V của khối nón (N) đã cho là.

- A. $V_{(N)} = \frac{27\pi}{5}$. B. $V_{(N)} = \frac{16\pi}{5}$. C. $V_{(N)} = \frac{26\pi}{5}$. D. $V_{(N)} = \frac{25\pi}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } V_{(N)} = \frac{1}{3} \cdot 5\pi (\sqrt{5})^2 = \frac{25\pi}{3}.$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 9. Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là

- A. $\frac{\pi a^3}{2}$. B. $\frac{\pi a^2}{4}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. πa^2 .

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính thể tích khối cầu có bán kính r là: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Cách giải: Thể tích khối cầu có bán kính bằng $\frac{a}{2}$ là: $V = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3}{6}$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$.
C. $(1; +\infty)$. D. $(0; 1)$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 11. Tính giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 4}$ với $a > 0, a \neq 1$.

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^{\log_{\sqrt{a}} 4} = a^{2 \log_a 4} = a^{\log_a 16} = 16.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy, $r = a$ độ dài đường sinh $l = 2a$ Diện tích toàn phần của hình trụ này là

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $6\pi a^2$.

D. $5\pi a^2$.

Lời giải.

$$S_{tp} = 2S_d + S_{xq} = 2\pi a^2 + 2\pi a \cdot 2a = 6\pi a^2.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		↗ 5		↘ -1		↗ $+\infty$

A. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 0$.

B. Hàm số có điểm cực đại $x = 5$.

C. Hàm số có điểm cực tiểu $x = -1$.

D. Hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có điểm cực tiểu $x = 1$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 14.

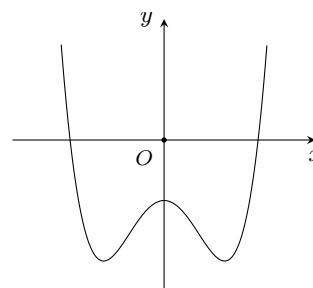
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + x^2 - 1$.



Lời giải.

Dựa vào hình dáng đồ thị ta suy ra hàm số là hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có

- “Đuôi thẳng thiên” nên $a > 0$.
- Cắt trục tung tại điểm nằm phía dưới trục hoành nên $c < 0$.
- Có 3 cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b < 0$.

Chọn phương án **A**

□

Câu 15. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$.

A. $x = -1$.

B. $x = -2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2-2x}{x+1} = -2 \Rightarrow y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn phương án **D**

□

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

B. $(3; +\infty)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

$$3^{2x-1} > 27 \Leftrightarrow 2x-1 > 3 \Leftrightarrow x > 2.$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ tương ứng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = -1$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra số giao điểm hai đồ thị là 2 điểm.

Chọn phương án **A**

Câu 18. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$, $\int_2^5 f(x) dx = -1$ thì $\int_1^5 f(x) dx$ bằng

A. 3. B. 4. C. 2. D. -2.

Lời giải.

Theo tính chất tích phân

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx = 3 + (-1) = 2.$$

Chọn phương án **C**

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 3 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- A. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng 2 . B. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng 2 .
C. Phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 . D. Phần thực bằng -3 , phần ảo bằng -2 .

Lời giải.

Vì $\bar{z} = 3 + 2i \Rightarrow z = 3 - 2i$. Do đó số phức z có phần thực bằng 3 , phần ảo bằng -2 .

Chọn phương án **C**

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = 2 - i$. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2|$.

- A. $P = 85$. B. $P = 5$. C. $P = 50$. D. $P = 10$.

Lời giải.

Ta có $z_1 \cdot z_2 = (3 + i)(2 - i) = 7 - i \Rightarrow z_1 + z_1 \cdot z_2 = 3 + i + 7 - i = 10$.

Suy ra $P = |z_1 + z_1 \cdot z_2| = 10$.

Chọn phương án **D**

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2 - 5i| = 6$ là đường tròn có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(-2; 5)$ và $R = 36$. B. $I(-2; 5)$ và $R = 6$. C. $I(2; -5)$ và $R = 36$. D. $I(2; -5)$ và $R = 6$.

Lời giải.

Gọi $z = x + iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Ta có $|z + 2 - 5i| = 6 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 36$.

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn z là đường tròn có tâm $I(-2; 5)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn phương án **B**

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên trục Oz là điểm

- A. $Q(-1; 0; 3)$. B. $M(0; 0; 3)$. C. $P(0; 2; 3)$. D. $N(-1; 0; 0)$.

Lời giải.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(-1; 2; 3)$ lên trục Oz là điểm $M(0; 0; 3)$.

Chọn phương án **B**

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục Oy có bán kính bằng

A. $\sqrt{10}$.

B. 2.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{13}$.

Lời giải.Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1; 2; -3)$ trên trục $Oy \Rightarrow H(0; 2; 0) \Rightarrow IH = \sqrt{10}$.Gọi R là bán kính mặt cầu có tâm $I(1; 2; -3)$ và tiếp xúc với trục $Oy \Rightarrow R = IH = \sqrt{10}$.Chọn phương án **(A)** □**Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 4 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n} = (1; 1; -2)$.

B. $\vec{n} = (1; 0; -2)$.

C. $\vec{n} = (1; -2; 4)$.

D. $\vec{n} = (1; -1; 2)$.

Lời giải.**Phương pháp:** Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ là 1 véc-tơ pháp tuyến.**Cách giải:** Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 1; -2)$.Chọn phương án **(A)** □**Câu 25.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 0)$, $B(0; 1; 1)$. Gọi (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và song song với đường thẳng AB . Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (α) ?

A. $M(6; -4; -1)$.

B. $N(6; -4; 2)$.

C. $P(6; -4; 3)$.

D. $Q(6; -4; 1)$.

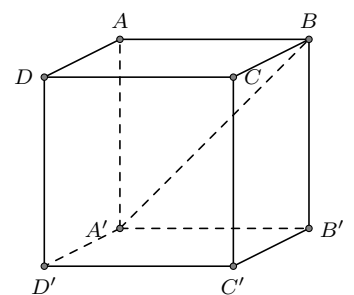
Lời giải.Ta có $\vec{AB} = (-1; 2; 1)$.Véc-tơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$.Suy ra $[\vec{AB}, \vec{u}_d] = (3; 3; -3) = 3(1; 1; -1)$.Vì (α) chứa d và song song với AB nên véc-tơ $\vec{n} = \frac{1}{3} [\vec{AB}, \vec{u}_d] = (1; 1; -1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α) .Lại có, điểm $C(0; 1; 2) \in d \Rightarrow C \in (\alpha)$.Do đó, phương trình của (α) là $x + y - z + 1 = 0$.Lần lượt thay tọa độ các điểm trong các phương án ta được điểm $P(6; -4; 3)$ thỏa mãn.Chọn phương án **(C)** □**Câu 26.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 90° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải.Ta có $CD \parallel AB$, suy ra góc giữa $A'B$ với CD bằng góc giữa $A'B$ với AB , góc này bằng 45° .Chọn phương án **(D)** □**Câu 27.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \\ x = 4. \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	+
$f(x)$							

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2.

Chọn phương án **C**

□

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x - 2}$ trên tập hợp $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính $P = M + m$.

A. $P = 2$.

B. $P = 0$.

C. $P = -\sqrt{5}$.

D. $P = \sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{1 - 2x}{(x - 2)^2 \sqrt{x^2 - 1}}$, $y' = 0 \Leftrightarrow 1 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \notin \mathcal{D}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$
y'	+		-	
y	-1	0	0	$-\sqrt{5}$

Vậy $M = \max_{\mathcal{D}} y = 0$ và $m = \min_{\mathcal{D}} y = -\sqrt{5}$.

Do đó $P = -\sqrt{5}$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 29. Cho số thực $a > 1, b \neq 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b^2 = -2 \log_a |b|$.

B. $\log_a b^2 = 2 \log_a b$.

C. $\log_a b^2 = 2 \log_a |b|$.

D. $\log_a b^2 = -2 \log_a b$.

Lời giải.

Ta có $b \neq 0 \Leftrightarrow |b| > 0$. Khi đó ta có $\log_a b^2 = \log_a |b|^2 = 2 \log_a |b|$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 30. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ và đồ thị hàm số $y = x^2 - x - 1$.

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Chọn phương án **C**

□

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

A. $(-\infty; 4)$.

B. $(1; 4]$.

C. $(1; 4)$.

D. $\left[4; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải.

Điều kiện: $1 < x < \frac{11}{2}$.

Bất phương trình tương đương $-\log_3(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$

$\Leftrightarrow \log_3 \frac{11 - 2x}{x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{11 - 2x}{x - 1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{12 - 3x}{x - 1} \geq 0 \Leftrightarrow 1 < x \leq 4$.

Chọn phương án **B**

□

Câu 32. Tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác đều ABC cạnh bằng 1 quanh AB .

A. $\frac{3\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{8}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Khi quay tam giác đều ABC quanh cạnh AB ta thu được hai khối nón bằng nhau.

Do đó, ta có $V = 2V_{\text{nón}} = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi \cdot \left(\frac{1\sqrt{3}}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$ (đvtt).

(bán kính $r = h_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, đường cao $h = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}$).

Chọn phương án **B** □

Câu 33. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$. Nếu đổi biến số $x = 2\sin t, t \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ thì

A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$.

C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{dt}{t}$.

D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

Lời giải.

Ta có $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$.

Với $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$.

Do đó $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos t dt}{\sqrt{4-4\sin^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos t dt}{2\sqrt{\cos^2 t}} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos t dt}{2\cos t} = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$.

Chọn phương án **A** □

Câu 34. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay quanh trục Ox .

A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.

C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$.

D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Lời giải.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d , ta có

$$x^2 = 2x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2.$$

Trên đoạn $[0; 2]$ ta thấy $2x \geq x^2$ nên thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_0^2 (4x^2 - x^4) dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i, z_2 = 1 - 3i$. Tính $T = |(1 + i)z_1 + 2z_2|$.

A. $T = 18$.

B. $T = 3\sqrt{2}$.

C. $T = 0$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

$(1 + i)z_1 + 2z_2 = (1 + i)(2 + i) + 2(1 - 3i) = 3 - 3i \Rightarrow |(1 + i)z_1 + 2z_2| = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$.

Chọn phương án **B** □

Câu 36. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

A. $M\left(\frac{5}{4}; \frac{1}{4}\right)$.

B. $N\left(\frac{5}{4}; -\frac{1}{4}\right)$.

C. $P\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

D. $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải.

Phương trình $2z^2 - 2z + 13 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ (loại) hay $z = \frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ (nhận).

Nên ta có $w = iz_0 = i\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i\right) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$. Vậy điểm biểu diễn của w là $Q\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 37. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với (d) có phương trình là

A. $(P): x - y - 2z = 0$.

B. $(P): 2x - z = 0$.

C. $(P): x - y + 2z + 2 = 0$.

D. $(P): x - y + 2z = 0$.

Lời giải.

Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 0; -1)$ có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có dạng $(P): x - y + 2z = 0$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 1), B(-1; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) .

A. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Lời giải.

Tam giác OAB vuông tại O nên tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm AB có tọa độ $I(0; 1; 1)$.

Mặt phẳng (OAB) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = [\vec{OA}, \vec{OB}] = (-2; -2; 2)$.

Suy ra đường thẳng Δ có $\vec{u} = (1; 1; -1)$ và đi qua $I(0; 1; 1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C trên một bàn tròn. Tính xác suất P để các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau.

A. $P = \frac{1}{1260}$.

B. $P = \frac{1}{126}$.

C. $P = \frac{1}{28}$.

D. $P = \frac{1}{252}$.

Lời giải.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 9!$.

Gọi E là biến cố các học sinh cùng lớp luôn ngồi cạnh nhau. Ta có các bước sắp xếp như sau:

- Xếp 5 học sinh lớp 12C ngồi vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau. Số cách sắp xếp là $5!$.
- Xếp 3 học sinh lớp 12B vào bàn sao cho các học sinh này ngồi sát nhau và sát nhóm của học sinh 12C. Số cách sắp xếp là $3! \times 2$.
- Xếp 2 học sinh lớp 12A vào hai vị trí còn lại của bàn. Số cách sắp xếp là $2!$.

Số phần tử thuận lợi cho biến cố E là $n(E) = 5! \times 3! \times 2 \times 2!$.

Xác suất của biến cố E là $P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{1}{126}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng:

A. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Phương pháp

Chứng minh để tìm khoảng cách sau đó áp dụng hết thức lượng trong tam giác vuông để tính toán.

Cách giải:

Kẻ $AH \perp SB = \{H\}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

$\begin{cases} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$

Áp dụng hệ thức lượng trong $\triangle SAB$ có đường cao AH ta có:

$$d(A; (SBC)) = AH = \frac{SA \cdot AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 6.

B. 8.

C. 7.

D. 5.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x + 3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi và chỉ khi $\Delta' = (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$, tức là có 7 giá trị.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 42. Với mức tiêu thụ thức ăn của trang trại A không đổi như dự định thì lượng thức ăn dự trữ sẽ đủ dùng cho 100 ngày. Nhưng thực tế, mức tiêu thụ thức ăn tăng thêm 4% mỗi ngày (ngày sau tăng 4% so với ngày trước đó). Hỏi thực tế lượng thức ăn dự trữ đó chỉ đủ dùng cho bao nhiêu ngày?

A. 40.

B. 41.

C. 42.

D. 43.

Lời giải.

Gọi lượng thức ăn tiêu thụ theo dự định hàng ngày là x . Lượng thức ăn dự trữ của trang trại A là $100x$.

Ta có $x(1 + 1,04 + 1,04^2 + \dots + 1,04^{n-1}) = 100x \Leftrightarrow \frac{1,04^n - 1}{1,04 - 1} = 100 \Rightarrow n = \log_{1,04} 5 \approx 41,035$.

Do đó lượng thức ăn dự trữ chỉ đủ dùng cho 41 ngày.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm trên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh S của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 24\pi a^2$.

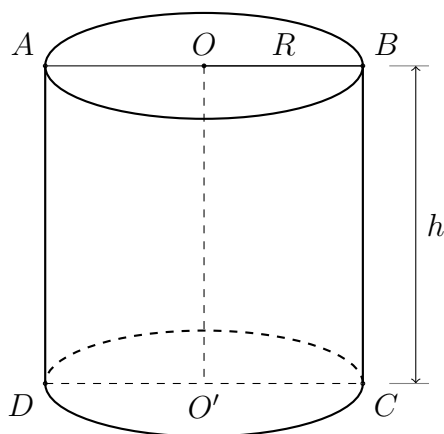
D. $S = 16\pi a^2$.

Lời giải.

Phương pháp: Công thức tính diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy R , chiều cao h là

$$S_{xq} = 2\pi Rh.$$

Cách giải:



Hình trụ có thiết diện đi qua trục là hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $4a$.

Do đó $h = 2R = 4a \Rightarrow R = 2a$ với R, h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

Vậy $S = 2\pi Rh = 16\pi a^2$

Chọn phương án **D**

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(1) = 7, \int_0^1 xf(x) dx = 1$.

Khi đó $\int_0^1 x^2 f'(x) dx$ bằng

A. 6.

B. 8.

C. 5.

D. 9.

Lời giải.

Xét $I = \int_0^1 x^2 f'(x) dx$, đặt $u = x^2, dv = f'(x) dx \Rightarrow du = 2x dx, v = f(x)$, ta được

$$I = x^2 \cdot f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 2xf(x) dx = f(1) - 2 \int_0^1 xf(x) dx = 5.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi:

A. $0 < m < 1$.

B. $0 < m \leq 1$.

C. $\frac{1}{2} < m < 1$.

D. $\frac{1}{2} \leq m < 1$.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Lời giải.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$, từ bảng biến thiên suy ra: $\begin{cases} y'(0) = 0 \\ y'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \end{cases} \quad (1)$

Ta lại có $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \quad (2)$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ 3a + 2b = 0 \\ a + b + c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 1 \\ c = 0 \\ a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$

$$\Rightarrow y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

Đồ thị hàm số $|f(x)| = |2x^3 - 3x^2 + 1|$

Ta có $\left| f\left(\frac{1}{2}\right) \right| = \frac{1}{2}$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \frac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi: $\frac{1}{2} < m < 1$

Chọn phương án **C**

Câu 47. Cho $a, b, c > 1$. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m khi $\log_b c = n$. Tính giá trị $m + n$.

- A. $m + n = 14$. B. $m + n = \frac{25}{2}$. C. $m + n = 12$. D. $m + n = 10$.

Lời giải.

Phương pháp:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}, (a, b > 0; a, b \neq 1).$$

Áp dụng BDT Cô-si cho 2 số dương: $a + b \geq 2\sqrt{ab}$.

Cách giải:

Do $a, b, c > 1$ nên $\log_a b, \log_c a, \log_b c > 0$.

$$\begin{aligned} P &= \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab) = \log_a b + \log_a c + \log_b a + \log_b c + 4\log_c a + 4\log_a b \\ &= (\log_a b + \log_b a) + (\log_a c + 4\log_c a) + (\log_b c + 4\log_c b) \\ &= \left(\log_a b + \frac{1}{\log_a b}\right) + \left(\frac{1}{\log_c a} + 4\log_c a\right) + \left(\log_b c + \frac{4}{\log_b c}\right) \\ &\geq 2\sqrt{\log_a b \cdot \frac{1}{\log_a b}} + 2\sqrt{\frac{1}{\log_c a} \cdot 4\log_c a} + 2\sqrt{\log_b c \cdot \frac{4}{\log_b c}} = 2 + 4 + 4 = 10. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_a b = \frac{1}{\log_a b} \\ \frac{1}{\log_c a} = 4\log_c a \\ \log_b c = \frac{4}{\log_b c} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = 1 \\ \log_c a = \frac{1}{2} \\ \log_b c = 2. \end{cases}$$

Vậy, đạt giá trị nhỏ nhất là 10 khi $\log_b c = 2 \Rightarrow m = 10, n = 2 \Rightarrow m + n = 12$.

Chọn phương án **C**

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3 . Tổng tất cả các phần tử của S là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

Lời giải.

- Nhận xét:

Tìm m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -|x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng -3
 $\Leftrightarrow$ Tìm m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3 .

- Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x + m$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$. Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 & (n) \\ x = -1 & (l) \end{cases}$.
- Suy ra GTLN và GTNN của $f(x)$ thuộc $\{f(0), f(1), f(2)\} = \{m, m-2, m+2\}$.
- Xét hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ ta được giá trị lớn nhất của hàm số y là $\max_{x \in [0; 2]} y = \{|m|, |m-2|, |m+2|\} = 3$.
 - TH 1: $m \geq 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = m+2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.
 - TH 2: $m < 0 \Rightarrow \max_{x \in [0; 2]} y = 2-m = 3 \Leftrightarrow m = -1$.
- Vậy $m \in \{-1; 1\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0 .

Chọn phương án **(C)** □

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của BB' . Mặt phẳng (MDC') chia khối hộp chữ nhật thành hai khối đa diện, một khối chứa đỉnh C và một khối chứa đỉnh A' . Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hai khối đa diện chứa C và A' . Tính $\frac{V_1}{V_2}$.

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{24}$. B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$. C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{12}$. D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{17}{24}$.

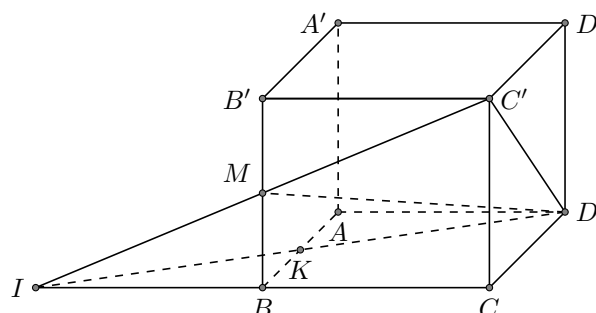
Lời giải.

Gọi $I = BC \cap C'M \Rightarrow DI \cap AB = K$.

Khi đó ta có $V_1 = V_{ICDC'} - V_{IBKM}$ trong đó

$$V_{ICDC'} = \frac{1}{3}IC \cdot \frac{1}{2}CD \cdot CC' = \frac{1}{3}V;$$

Mặt khác $\frac{V_{IBKM}}{V_{ICDC'}} = \frac{1}{8}$
 $\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}V - \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{3}V = \frac{7}{24}V$
 $\Rightarrow V_2 = \frac{17}{24}V$
 $\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{17}$.



Chọn phương án **(B)** □

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $a > 0$ thỏa mãn $\left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2020} \leq \left(2^{2020} + \frac{1}{2^{2020}}\right)^a$.

- A. $0 < a < 1$. B. $1 < a < 2020$. C. $0 < a \leq 2020$. D. $a \geq 2020$.

Lời giải.

Xét hàm $f(x) = \frac{\ln(2^x + 2^{-x})}{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{(2^x - 2^{-x}) \ln 2^x - (2^x + 2^{-x}) \ln(2^x + 2^{-x})}{x^2(2^x + 2^{-x})}$.

Vì $\ln 2^x < \ln(2^x + 2^{-x})$ và $0 < 2^x - 2^{-x} < 2^x + 2^{-x}$ nên $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ nghịch biến.

Do vậy

$$\begin{aligned} \left(2^a + \frac{1}{2^a}\right)^{2020} &\leq \left(2^{2020} + \frac{1}{2^{2020}}\right)^a \\ \Leftrightarrow 2020 \ln(2^a + 2^{-a}) &\leq a \ln(2^{2020} + 2^{-2020}) \\ \Leftrightarrow \frac{\ln(2^a + 2^{-a})}{a} &\leq \frac{\ln(2^{2020} + 2^{-2020})}{2020} \\ \Leftrightarrow a &\geq 2020. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)** □

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. C	2. A	3. B	4. B	5. D	6. D	7. C	8. D	9. C	10. C
11. C	12. C	13. D	14. A	15. D	16. D	17. A	18. C	19. C	20. D
21. B	22. B	23. A	24. A	25. C	26. D	27. C	28. C	29. C	30. C
31. B	32. B	33. A	34. B	35. B	36. D	37. D	38. A	39. B	40. D
41. C	42. B	43. B	44. D	45. C	46. C	47. C	48. C	49. B	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập một tổ công tác gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên?

- A. 420. B. 360. C. 120. D. 240.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Tính tổng 10 số hạng đầu của (u_n) .

- A. $S_{10} = 115$. B. $S_{10} = -155$. C. $S_{10} = -115$. D. $S_{10} = 155$.

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$

- A. 2. B. 1. C. 5. D. 3.

Câu 4. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết đường chéo $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. a^3 .

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)\sqrt{2 - \sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-1; 4)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Câu 6. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) \cdot g(x)$ biết $F(1) = 3$, biết $\int f(x)dx = x + 2018$

và $\int g(x)dx = x^2 + 2019$.

- A. $F(x) = x^3 + 1$. B. $F(x) = x^3 + 3$. C. $F(x) = x^2 + 2$. D. $F(x) = x^2 + 3$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 8. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

- A. $2\pi a^2$. B. $4\pi a^2$. C. πa^2 . D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng

- A. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$. B. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$. C. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$. D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 5)$. B. $(-\infty; 5)$.
C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	a	b	$+\infty$

Câu 11. Cho $a, b, c > 0, a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c)$.

- A. $\log_a c$. B. 1. C. $\log_a b$. D. $\log_a bc$.

Câu 12. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S của khối trụ đó.

A. $S = 2\pi a^2$.

B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$.

C. $S = \pi a^2$.

D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

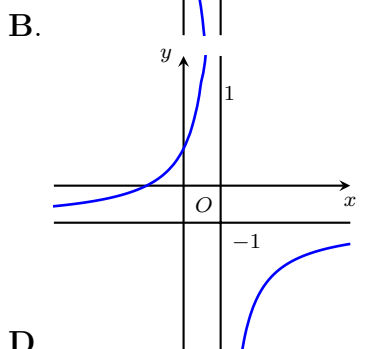
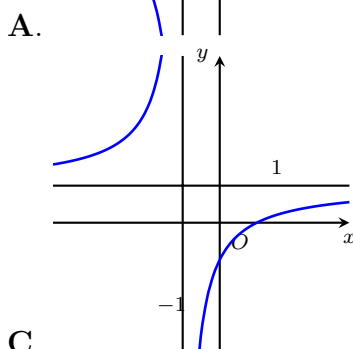
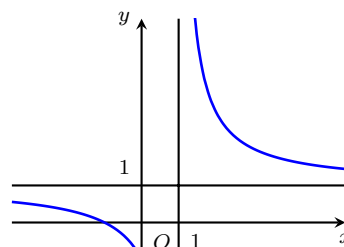
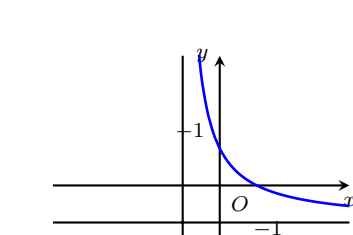
A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = x^3 + 3x$.

D. $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng



Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ và đường tiệm cận ngang là $y = 3$. Tính giá trị của $a + b$?

A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Câu 16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(0,6)^{\frac{1}{x}} \leq (0,6)^{\frac{1}{6}}$

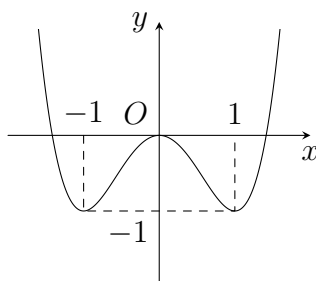
A. $S = (-\infty; 6]$.

B. $S = (0; 6]$.

C. $[0; 6]$.

D. $(-\infty; 0) \cup [6; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 18. Cho $\int_0^1 \frac{x dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

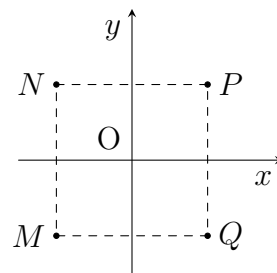
Câu 19. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 3; y = -1$. B. $x = \frac{2}{3}; y = -1$. C. $x = 3; y = -3$. D. $x = -3; y = -1$.

Câu 20.

Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $z + w$?

- A. P . B. N . C. Q . D. M .



Câu 21. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(1; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-1; -1)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$ và $C(2; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

- A. $1; -2; 3$. B. $(-2; 2; -1)$. C. $(2; -2; 1)$. D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

- A. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 29$. B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$. D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 5$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$. B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.
C. $(Q): 3x - 2y + 4z + 5 = 0$. D. $(Q): 3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ bằng

- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{14}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x + \sqrt{8 - 2x^2}$ trên tập xác định của nó?

- A. $M = 2\sqrt{5}$. B. $M = \frac{8\sqrt{3}}{3}$. C. $M = 2\sqrt{6}$. D. $M = 4$.

Câu 29. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{16}(a + 3b) = \log_9 a = \log_{12} b$. Giá trị của $\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3}$ bằng

- A. $\frac{6 - \sqrt{13}}{11}$. B. $\frac{82 - 17\sqrt{13}}{69}$. C. $\frac{5 - \sqrt{13}}{6}$. D. $\frac{3 - \sqrt{13}}{11}$.

Câu 30. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d_m: y = mx + 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - x^2 + 1$ tại 3 điểm $A, B(0; 1)$ và C phân biệt sao cho tam giác AOC vuông tại O .

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 31. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) + \log_3(11 - 2x) \geq 0$ là

- A. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = (1; 4]$. D. $S = (1; 4)$.

Câu 32. Một khối nón có thể tích bằng $9a^3\pi\sqrt{2}$. Tính bán kính R đáy khối nón khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{\sqrt[6]{2}}$. C. $R = \sqrt[3]{9a}$. D. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $f(3) = 21$, $\int_0^3 f(x)dx = 9$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f'(3x)dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 12$. C. $I = 9$. D. $I = 15$.

Câu 34. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{64\pi}{9}$. B. $\frac{10\pi}{3}$. C. $\frac{8\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi^2}{3}$.

Câu 35. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z| + z + 5i = 25$. Khi đó mô-đun z bằng

- A. 12. B. 10. C. 11. D. 13.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ . Giá trị $P = bc$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = -10$. B. $P = 10$. C. $P = 12$. D. $P = -20$.

Câu 39. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

- A. $\frac{29}{38}$. B. $\frac{9}{38}$. C. $\frac{183}{190}$. D. $\frac{82}{95}$.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Biết góc giữa mặt (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD là:

- A. $\frac{2a\sqrt{38}}{17}$. B. $\frac{2a\sqrt{13}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{51}}{13}$. D. $\frac{3a\sqrt{34}}{17}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

- A. 2010. B. 2012. C. 2011. D. 2009.

Câu 42. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này?

- A. 1,17. B. 2,2. C. 15,8. D. 4.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	—	0	+	—
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Phương trình $f(2 - x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 44. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

- A. $V = 16\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 12\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}$, $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(x) \cdot f'(x) = (2x + 1)\sqrt{1 + f^2(x)}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. $\sqrt{23}$. C. $\sqrt{24}$. D. $\sqrt{26}$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0$ có đúng 1 nghiệm dương?

- A. $m \in (-3; 3]$. B. $m \in (-3; 3] \cup \{-3\sqrt{2}\}$.
C. $m \in [0; 3]$. D. $m = \pm 3\sqrt{2}$.

Câu 47. Cho hai số thực $a, b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{(ab)} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$.

- A. $\min S = \frac{4}{9}$. B. $\min S = \frac{9}{4}$. C. $\min S = \frac{9}{2}$. D. $\min S = \frac{1}{4}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

- A. 1. B. 4. C. 3. D. 2.

Câu 49. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

- A. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{11}$. B. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$. C. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$. D. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. A	4. D	5. C	6. C	7. B	8. A	9. D	10. A
11. C	12. C	13. A	14. D	15. C	16. B	17. D	18. B	19. A	20. A
21. D	22. C	23. B	24. B	25. C	26. B	27. A	28. C	29. C	30. B
31. C	32. A	33. A	34. C	35. B	36. D	37. C	38. B	39. A	40. D
41. C	42. C	43. D	44. C	45. C	46. A	47. B	48. D	49. C	50. B

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân lập một tổ công tác gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên?

- A. 420. B. 360. C. 120. D. 240.

Lời giải.

Số cách lập tổ công tác gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân tổ viên là $3 \cdot 7 \cdot C_6^3 = 420$ cách.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = -3$. Tính tổng 10 số hạng đầu của (u_n) .

- A. $S_{10} = 115$. B. $S_{10} = -155$. C. $S_{10} = -115$. D. $S_{10} = 155$.

Lời giải.

Tổng 10 số hạng đầu của (u_n) là $S_{10} = u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = \frac{10}{2}(2u_1 + 9d) = 5(4 - 27) = -115$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 3. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x$

- A. 2. B. 1. C. 7. D. 3.

Lời giải.

Ta có $\log_3(7 - 3^x) = 2 - x \Leftrightarrow 7 - 3^x = 3^{2-x} \Leftrightarrow 7 - 3^x = \frac{9}{3^x} \Leftrightarrow (3^x)^2 - 7 \cdot 3^x + 9 = 0$. (*)

Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt thỏa $3^{x_1} + 3^{x_2} = 7$; $3^{x_1} \cdot 3^{x_2} = 9$,

suy ra $3^{x_1+x_2} = 3^2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 4. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết đường chéo $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. D. a^3 .

Lời giải.

Gọi cạnh hình lập phương là x . Ta có $AC'^2 = 3x^2 = 3a^2 \Rightarrow x = a \Rightarrow V = a^3$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-1; 4)$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
C. $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$. D. $\mathcal{D} = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải.

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 - 3x - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < -1. \end{cases}$

Vậy $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 6. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) \cdot g(x)$ biết $F(1) = 3$, biết $\int f(x)dx = x + 2018$ và $\int g(x)dx = x^2 + 2019$.

- A. $F(x) = x^3 + 1$. B. $F(x) = x^3 + 3$. C. $F(x) = x^2 + 2$. D. $F(x) = x^2 + 3$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)dx = x + 2018 \Rightarrow f(x) = (x + 2018)' = 1$

và $\int g(x)dx = x^2 + 2019 \Rightarrow g(x) = (x^2 + 2019)' = 2x$.

$\Rightarrow f(x) \cdot g(x) = 2x \Rightarrow F(x) = \int f(x) \cdot g(x)dx = x^2 + C$.

Mặt khác $F(1) = 3 \Rightarrow 1^2 + C = 3 \Rightarrow C = 2$.

Vậy $F(x) = x^2 + 2$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Từ đề bài ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

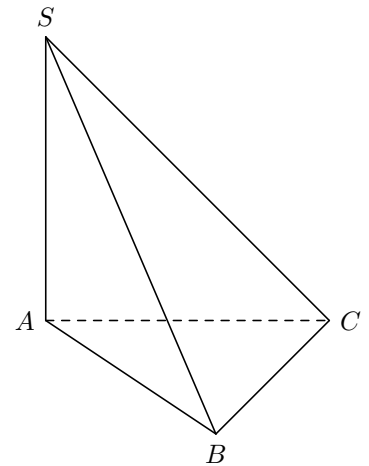
Vì tam giác ABC đều cạnh

$$a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ và } AB = AC = BC = a.$$

Tam giác SAC vuông tại A (do $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp AC$) nên theo định lý Pytago ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp là

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12} \text{ (đvtt)}.$$



Chọn phương án **B**

□

Câu 8. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

A. $2\pi a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $\pi a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Hình nón đã cho có đỉnh S , đáy là đường tròn tâm O đường kính MN như hình vẽ.

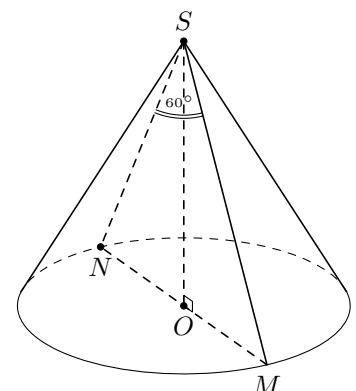
Ta có bán kính đáy $r = OM = a$, góc $\widehat{MSN} = 60^\circ$ suy ra $\widehat{MSO} = 30^\circ$.

$\triangle SOM$ vuông tại O , ta có

$$\sin \widehat{MSO} = \frac{OM}{SM}, \text{ suy ra } SM = \frac{OM}{\sin \widehat{MSO}} = 2a, \text{ hay đường sinh } l = 2a.$$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 2\pi a^2.$$



Chọn phương án **A**

□

Câu 9. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{8\pi a^3}{3}$.

B. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$.

C. $V = \frac{64\pi a^3}{3}$.

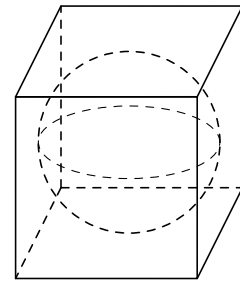
D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Khối lập phương có thể tích $64a^3$ nên cạnh bằng $4a$.

Khối cầu nội tiếp khối lập phương có bán kính $R = \frac{4a}{2} = 2a$ nên thể tích khối cầu

$$\text{là } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$$



Chọn phương án **(D)**

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 5)$. B. $(-\infty; 5)$.
C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	a	b	$+\infty$	

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên miền $(-1; 5)$.

Chọn phương án **(A)**

Câu 11. Cho $a, b, c > 0, a, b \neq 1$. Tính $A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c)$.

- A. $\log_a c$. B. 1 . C. $\log_a b$. D. $\log_a bc$.

Lời giải.

$$\text{Có: } A = \log_a(b^2) \cdot \log_b(\sqrt{bc}) - \log_a(c) = 2\log_a b \cdot \frac{1}{2} \log_b(bc) - \log_a(c)$$

$$= 2\log_a b \cdot \frac{1}{2} (\log_b b + \log_b c) - \log_a(c)$$

$$= \log_a b \cdot (1 + \log_b c) - \log_a c = \log_a b + \log_a b \cdot \log_b c - \log_a c = \log_a b + \log_a c - \log_a c = \log_a b.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 12. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng a . Tính diện tích xung quanh S của khối trụ đó.

- A. $S = 2\pi a^2$. B. $S = \frac{\pi a^2}{2}$. C. $S = \pi a^2$. D. $S = 4\pi a^2$.

Lời giải.

Do thiết diện là hình vuông cạnh a nên bán kính đáy bằng $\frac{a}{2}$ và chiều cao $h = a$.

$$\text{Diện tích xung quanh: } S = 2\pi \times \frac{a}{2} \times a = \pi a^2.$$

Chọn phương án **(C)**

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = x^3 + 3x$. D. $y = x^4 - 2x^2$.

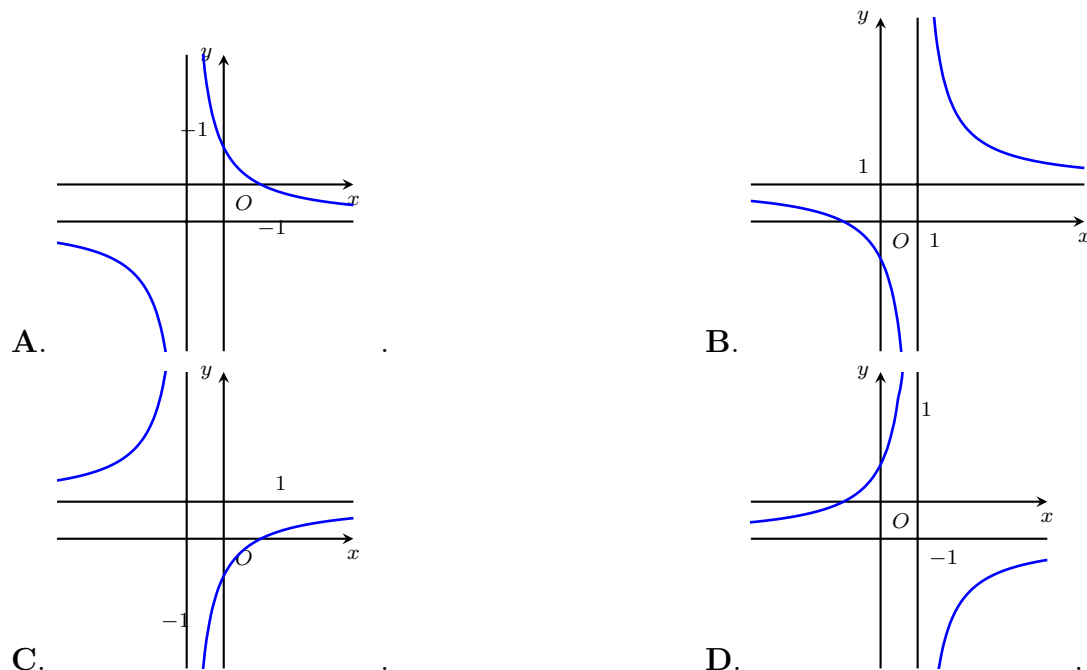
Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 cực trị nên loại C và D.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 2)$ nên chọn A.

Chọn phương án **(A)**

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có dạng



Lời giải.

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, ($ad-bc \neq 0, c \neq 0$) có TCD: $x = -\frac{d}{c}$ và TCN: $y = \frac{a}{c}$.

Nếu $ad-bc > 0$ thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Nếu $ad-bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{1-x}$ có TCD: $x = 1$ và TCN $y = -1$ và đồng biến trên từng khoảng xác định do $1 \cdot 1 - 1 \cdot (-1) = 2 > 0$.

Vậy chọn đồ thị ở câu D.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$ và đường tiệm cận ngang là $y = 3$. Tính giá trị của $a+b$?

A. 1.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Lời giải.

Với $b \neq 0$ và $b \neq -2a$, đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận đường thẳng $x = \frac{2}{b}$ làm tiệm cận đứng.

Theo đề bài $x = 2$ là tiệm cận đứng của đồ thị nên $2 = \frac{2}{b} \Leftrightarrow b = 1$.

Với $b \neq 0$ đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ nhận đường thẳng $y = \frac{a}{b}$ làm tiệm cận ngang.

Theo đề bài $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $\frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow a = 3b \Leftrightarrow a = 3$.

Vậy $a+b = 4$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 16. Tìm tập nghiệm S của phương trình $(0,6)^{\frac{1}{x}} \leq (0,6)^{\frac{1}{6}}$

A. $S = (-\infty; 6]$.

B. $S = (0; 6]$.

C. $[0; 6]$.

D. $(-\infty; 0) \cup [6; +\infty)$.

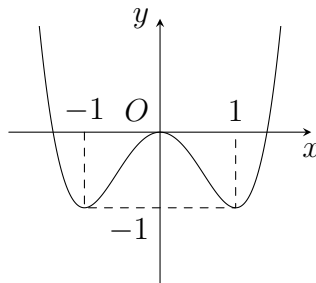
Lời giải.

Ta có: $(0,6)^{\frac{1}{x}} \leq (0,6)^{\frac{1}{6}} \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{6} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{6-x}{x} \geq 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq 6$.

Tập nghiệm bất phương trình là $S = (0; 6]$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $2019f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{2019}$.

Số nghiệm phương trình $2019f(x) + 1 = 0$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $d: y = -\frac{1}{2019}$ (cùng phương với trục Ox).

Dựa vào đồ thị như hình vẽ ta có d cắt đồ thị tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Chọn phương án **D**

Câu 18. Cho $\int_0^1 \frac{x \, dx}{(x+2)^2} = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của $3a + b + c$ bằng

A. -2.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{x \, dx}{(x+2)^2} &= \int_0^1 \frac{x+2-2}{(x+2)^2} \, dx \\ &= \int_0^1 \frac{x+2}{(x+2)^2} \, dx - \int_0^1 \frac{2}{(x+2)^2} \, dx \\ &= \int_0^1 \frac{1}{x+2} \, dx - \int_0^1 \frac{2}{(x+2)^2} \, dx \\ &= \ln|x+2| \Big|_0^1 + \frac{2}{x+2} \Big|_0^1 \\ &= \ln 3 - \ln 2 - \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Nên $a = -\frac{1}{3}$, $b = -1$, $c = 1$, suy ra $3a + b + c = -1$.

Chọn phương án **B**

Câu 19. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i$ với i là đơn vị ảo.

A. $x = 3; y = -1$.

B. $x = \frac{2}{3}; y = -1$.

C. $x = 3; y = -3$.

D. $x = -3; y = -1$.

Lời giải.

Ta có

$$(3x + 2yi) + (3 - i) = 4x - 3i \Leftrightarrow (3x + 3) + (2y - 1)i = 4x - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3 = 4x \\ 2y - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -1. \end{cases}$$

Chọn phương án **A**

Câu 20.

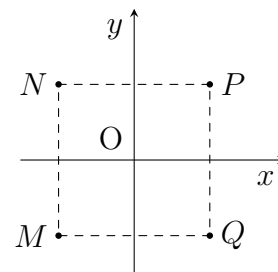
Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình vẽ bên biểu diễn số phức $z + w$?

A. P .

B. N .

C. Q .

D. M .



Lời giải.

Ta có $z + w = 1 + i$, suy ra điểm biểu diễn số phức $z + w$ là điểm P .

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 21. Xét các số phức z thỏa mãn $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A. $(1; -1)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; -1)$.

Lời giải.

Giả sử $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$), ta được

$$\begin{aligned}(z + 2i)(\bar{z} + 2) &= [a + (b + 2)i][(a + 2) - bi] \\ &= [a(a + 2) + b(b + 2)] + [(a + 2)(b + 2) - ab]i.\end{aligned}$$

$(z + 2i)(\bar{z} + 2)$ là số thuần ảo khi và chỉ khi

$$a(a + 2) + b(b + 2) = 0 \Leftrightarrow (a + 1)^2 + (b + 1)^2 = 2$$

nên tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn phương trình

$$(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$$

có tâm $I(-1; -1)$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$, điểm $B(3; -4; 1)$ và $C(2; 0; 1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $1; -2; 3$.

B. $(-2; 2; -1)$.

C. $(2; -2; 1)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Lời giải.

Từ giả thiết $\overrightarrow{OA} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \Rightarrow A(1; -2; 3)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , ta có:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(2; -2; 1).$$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 29$.

B. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$.

D. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 5$.

Lời giải.

Ta có $R^2 = IA^2 = (1 - 1)^2 + (2 - 1)^2 + (3 - 1)^2 = 5$

nên phương trình của mặt cầu là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 5$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; -3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 4z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(Q): 3x - 2y + 4z - 4 = 0$.

B. $(Q): 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

C. (Q): $3x - 2y + 4z + 5 = 0$.

D. (Q): $3x + 2y + 4z + 8 = 0$.

Lời giải.

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (Q): $3(x - 2) - 2(y + 1) + 4(z + 3) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y + 4z + 4 = 0$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(2; -4; -1)$ tới đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$

bằng

A. $\sqrt{14}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{14}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải.

Đường thẳng Δ đi qua $N(0; 2; 3)$, có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-2; 6; 4)$ và $[\overrightarrow{MN}, \vec{u}] = (16; 8; -4)$.

Vậy khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là

$$d(M, \Delta) = \frac{|[\overrightarrow{MN}, \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{336}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{14}.$$

Chọn phương án **(C)** □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) .

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải.

Phương pháp

Góc giữa đường thẳng d với mặt phẳng (P) là góc giữa đường thẳng d với hình chiếu của đường thẳng d trên (P) .

Cách giải:

Ta có $\begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

$(\widehat{SC; (SAD)}) = \widehat{CSD}$

$\widehat{CSD} = \frac{CD}{SD} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + 2a^2}} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\widehat{CSD} = 30^\circ$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	x_1	x_2	x_3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$

Khi đó số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi x qua x_1, x_2, x_3 thuộc tập xác định của hàm số $f(x)$ nên hàm số $f(x)$ có 3 cực trị.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 28. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = 2x + \sqrt{8 - 2x^2}$ trên tập xác định của nó?

A. $M = 2\sqrt{5}$.

B. $M = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

C. $M = 2\sqrt{6}$.

D. $M = 4$.

Lời giải.

Tập xác định của hàm số: $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

$$\text{Ta có } y' = 2 + \frac{-2x}{\sqrt{8-2x^2}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{8-2x^2} = x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 8-2x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 8 = 3x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{3} \in [-2; 2].$$

$$y(-2) = -4; y(2) = 4; y\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = 2\sqrt{6}.$$

Vậy giá trị lớn nhất M của hàm số là $M = 2\sqrt{6}$. Chọn C.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 29. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $\log_{16}(a+3b) = \log_9 a = \log_{12} b$. Giá trị của $\frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3}$ bằng

A. $\frac{6 - \sqrt{13}}{11}$.

B. $\frac{82 - 17\sqrt{13}}{69}$.

C. $\frac{5 - \sqrt{13}}{6}$.

D. $\frac{3 - \sqrt{13}}{11}$.

Lời giải.

Đặt $t = \log_{16}(a+3b) = \log_9 a = \log_{12} b$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 16^t = a+3b \\ 9^t = a \\ 12^t = b \end{cases} \Rightarrow 9^t + 3 \cdot 12^t = 16^t \Rightarrow \left(\frac{9}{16}\right)^t + 3\left(\frac{3}{4}\right)^t = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} = \frac{a}{b}$$

$$\text{Vậy } \frac{a^3 - ab^2 + b^3}{a^3 + a^2b + 3b^3} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^3 - \frac{a}{b} + 1}{\left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{a}{b}\right)^2 + 3} = \frac{5 - \sqrt{13}}{6}.$$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 30. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d_m: y = mx + 1$ cắt đồ thị $(C): y = x^3 - x^2 + 1$ tại 3 điểm $A, B(0; 1)$ và C phân biệt sao cho tam giác AOC vuông tại O .

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của d_m và (C) là:

$$x^3 - x^2 + 1 = mx + 1 \Leftrightarrow x(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - m = 0. \end{cases}$$

Đường thẳng d_m cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt $A, B(0; 1)$ và C .

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2 - x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 1 + 4m > 0 \\ -m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{4} \\ m \neq 0. \end{cases}$$

Khi đó: $A(x_1; mx_1 + 1)$ và $C(x_2; mx_2 + 1)$ Theo Vi-et: x_1 và x_2 là nghiệm phương trình $x^2 - x - m = 0$ nên ta có: $x_1 + x_2 = 1$ và $x_1 x_2 = -m$.

$\triangle AOC$ vuông tại O .

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 + (mx_1 + 1)(mx_2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)(-m) + m + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow -m^3 + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 1. (\text{Thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 31. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là

- A. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$. B. $S = (-\infty; 4]$. C. $S = (1; 4]$. D. $S = (1; 4)$.

Lời giải.

Điều kiện $\begin{cases} x-1 > 0 \\ 11-2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{11}{2}$. Ta có

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) &\geq 0 \Leftrightarrow -\log_3(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \\ \Leftrightarrow \log_3 \frac{11-2x}{x-1} &\geq 0 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{11-2x}{x-1} - 1 \geq 0 \text{ (vì } x-1 > 0) \\ \Leftrightarrow 12-3x &\geq 0 \Leftrightarrow x \leq 4. \end{aligned}$$

Kết hợp với điều kiện ta có $1 < x \leq 4$.

Vậy $S = (1; 4]$.

Chọn phương án **C** □

Câu 32. Một khối nón có thể tích bằng $9a^3\pi\sqrt{2}$. Tính bán kính R đáy khối nón khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

- A. $R = 3a$. B. $R = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. C. $R = \sqrt[3]{9}a$. D. $R = \frac{3a}{\sqrt[3]{2}}$.

Lời giải.

Gọi h, l lần lượt là chiều cao và độ dài đường sinh của khối nón.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = 9a^3\pi\sqrt{2} \Rightarrow h = \frac{27a^3\sqrt{2}}{R^2} \Rightarrow l = \sqrt{R^2 + h^2} = \sqrt{R^2 + 2 \cdot \frac{729a^6}{R^4}}.$$

$$S_{xq} = \pi Rl = \pi \sqrt{R^4 + \frac{729a^6}{R^2} + \frac{729a^6}{R^2}} \geq \pi \sqrt[3]{R^4 \cdot \frac{729a^6}{R^2} \cdot \frac{729a^6}{R^2}}.$$

$$\Rightarrow S_{xq} = 9\pi a^2. \text{ Nên min } S_{xq} = 9\pi a^2 \text{ khi } R^4 = \frac{729a^6}{R^2} \Leftrightarrow R = 3a.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và $f(3) = 21$, $\int_0^3 f(x)dx = 9$. Tính tích phân $I = \int_0^1 x \cdot f'(3x)dx$.

- A. $I = 6$. B. $I = 12$. C. $I = 9$. D. $I = 15$.

Lời giải.

Đặt $3x = t \Rightarrow dx = \frac{dt}{3}$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 3. \end{cases}$

$$I = \int_0^3 \frac{t}{3} f'(t) \frac{dt}{3} = \frac{1}{9} \int_0^3 x f'(x) dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{9} \left(x f(x) \Big|_0^3 - \int_0^3 f(x) dx \right) = 6.$$

Chọn phương án **A** □

Câu 34. Tính thể tích khối tròn xoay sinh bởi Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{64\pi}{9}$. B. $\frac{10\pi}{3}$. C. $\frac{8\pi}{3}$. D. $\frac{8\pi^2}{3}$.

Lời giải.

(E) có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$. Do đó hai đỉnh thuộc trục lớn có tọa độ $A'(-2; 0)$ và $(2; 0)$.

$$\text{Vì } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \frac{x^2}{4}.$$

Do đó thể tích khối tròn xoay là $V_{Ox} = \pi \int_{-2}^2 y^2 dx = \pi \int_{-2}^2 \left(1 - \frac{x^2}{4}\right) dx = \frac{8\pi}{3}$.

Vậy $V_{Ox} = \frac{8\pi}{3}$ (đvtt).

Chọn phương án **C** □

Câu 35. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{z+2}{z-2i}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

- A. 1. B. $\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải.

Gọi $z = a + bi$ ta có:

$$\frac{z+2}{z-2i} = \frac{(a+2) + bi}{a + (b-2)i} = \frac{[(a+2) + bi][a - (b-2)i]}{[a + (b-2)i][a - (b-2)i]}$$

$$= \frac{(a+2)a - (a+2)(b-2)i + abi + b(b-2)}{a^2 + (b-2)^2}.$$

$$= \frac{a^2 + 2a + b^2 - 2b}{a^2 + (b-2)^2} - \frac{(a+2)(b-2) - ab}{a^2 + (b-2)^2}i.$$

Để số trên là số thuần ảo $\Rightarrow$ có phần thực bằng 0 $\Rightarrow a^2 + 2a + b^2 - 2b = 0$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính

$$R = \sqrt{(-1)^2 + 1^2 - 0} = \sqrt{2}.$$

Chọn phương án **B** □

Câu 36. Cho số phức z thỏa mãn $|z| + z + 5i = 25$. Khi đó mô-đun z bằng

- A. 12. B. 10. C. 11. D. 13.

Lời giải.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$|z| + z + 5i = 25 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} + x + yi + 5i = 25$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + x = 25 \\ y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 25} = 25 - x \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 25 = (25 - x)^2 \\ x \leq 25 \\ y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } z = 12 - 5i \Rightarrow |z| = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13.$$

Chọn phương án **D** □

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{5}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+5}{1}$.

Lời giải.

$$\text{Gọi } A \text{ là giao điểm của } (P) \text{ và } d \text{ ta có tọa độ } A \text{ là nghiệm } \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow A(1; 1; 1).$$

d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; -1)$, (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; 1)$ nên mặt phẳng (Q) qua d vuông góc (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(Q)} = [\vec{u}, \vec{n}_{(P)}] = (3; -2; -1)$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là giao tuyến Δ của (P) và (Q) , nên Δ qua A và có vectơ chỉ phương là $[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}] = (1; 4; -5)$.

$$\text{Phương trình } \Delta \text{ là } \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{-5}.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) , vuông góc với đường thẳng d đồng thời khoảng cách từ giao điểm I của d với (P) đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{42}$. Gọi $M(5; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của I trên Δ . Giá trị $P = bc$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = -10$. B. $P = 10$. C. $P = 12$. D. $P = -20$.

Lời giải.

Gọi $I(3+2t; -2+t; -1-t) \in d$, vì I thuộc mặt phẳng (P) nên

$$\begin{aligned} 3+2t+(-2+t)+(-1-t)+2 &= 0 \\ \Leftrightarrow t &= -1 \\ \Rightarrow I(1; -3; 0). \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } IM = \sqrt{42} \Leftrightarrow (5-1)^2 + (b+3)^2 + (c-0)^2 = 42 \Leftrightarrow (b+3)^2 + c^2 = 26 \quad (1).$$

$$\text{Mà } M(5; b; c) \in (P) \Rightarrow 5+b+c+2=0 \Leftrightarrow c = -7-b.$$

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow (b+3)^2 + (b+7)^2 = 26 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ b = -8. \end{cases}$$

$$\text{Với } b = -2 \Rightarrow c = -5 \text{ và } b = -8 \Rightarrow c = 1.$$

$$\text{Vậy } P = bc = 10 \text{ hoặc } P = bc = -8.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 39. Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

- A. $\frac{29}{38}$. B. $\frac{9}{38}$. C. $\frac{183}{190}$. D. $\frac{82}{95}$.

Lời giải.

$$\text{Số cách lấy 3 viên bi từ hộp chứa 20 viên bi là } C_{20}^3 = 1140.$$

$$\text{Số cách lấy 3 viên bi có đủ 3 màu là } 9 \cdot 6 \cdot 5 = 270.$$

$$\text{Do đó, số cách lấy được 3 viên bi không quá 2 màu là } 1140 - 270 = 870.$$

$$\text{Vậy xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu là } \frac{870}{1140} = \frac{29}{38}.$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn BD sao cho $HD = 3HB$. Biết góc giữa mặt (SCD) và mặt phẳng đáy bằng 45° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD là:

- A. $\frac{2a\sqrt{38}}{17}$. B. $\frac{2a\sqrt{13}}{3}$. C. $\frac{2a\sqrt{51}}{13}$. D. $\frac{3a\sqrt{34}}{17}$.

Lời giải.

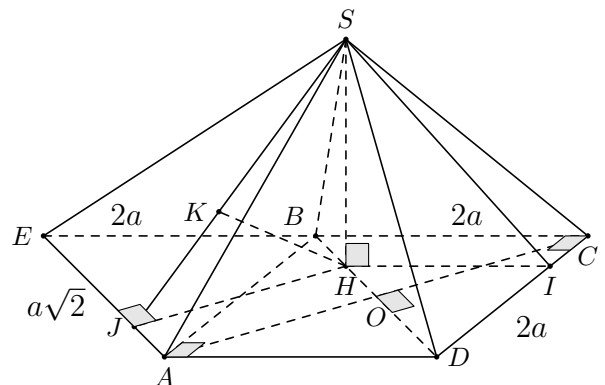
$$\text{Kẻ } HI \parallel BC (I \in CD) \text{ ta có: } \begin{cases} CD \perp HI \\ CD \perp SI. \end{cases}$$

Suy ra góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng đáy là góc $\widehat{SIH} = 45^\circ$.

Dựng hình bình hành $ADBE$.

$$\text{Ta có } BD \parallel (SAE) \Rightarrow d_{(SA, BD)} = d_{(BD, (SAE))} = d_{(B, (SAE))} = d_{(H, (SAE))}.$$

- Kẻ $HJ \perp AE (J \in AE)$ ta có $AE \perp (SHJ) \Rightarrow (SAE) \perp (SHJ)$ theo giao tuyến SJ .
- Kẻ $HK \perp SJ (K \in SJ)$ ta có $HK \perp (SAE) \Rightarrow HK = d_{(H, (SAE))}.$



$$\text{Ta có } HK = \frac{HJ \cdot HS}{SJ} = \frac{HJ \cdot HS}{\sqrt{HJ^2 + HS^2}}.$$

$$\text{Với } HJ = AO = a\sqrt{2}, HS = HI = \frac{3}{4}BC = \frac{3a}{2}$$

$$\text{Vậy } HK = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{3a}{2}}{\sqrt{2a^2 + \frac{9a^2}{4}}} = \frac{3a\sqrt{34}}{17}.$$

Chọn phương án **D** □

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-6x+m)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để hàm số $g(x) = f(1-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$?

A. 2010.

B. 2012.

C. 2011.

D. 2009.

Lời giải.

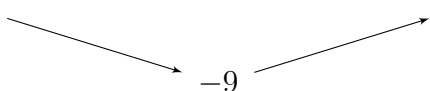
Ta có

$$\begin{aligned} g'(x) &= -f'(1-x) = -(1-x)^2(1-x-2)[(1-x)^2-6(1-x)+m] \\ &= -(x-1)^2(-1-x)(x^2+4x+m-5) = (x-1)^2(x+1)(x^2+4x+m-5). \end{aligned}$$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow g'(x) \leq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1) \\ &\Leftrightarrow (x+1)(x^2+4x+m-5) \leq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1) \\ &\Leftrightarrow x^2+4x+m-5 \geq 0 \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1) \text{ (Do } x \in (-\infty; -1) \Rightarrow x+1 < 0) \\ &\Leftrightarrow h(x) = x^2+4x-5 \geq -m \text{ với mọi } x \in (-\infty; -1) \\ &\Leftrightarrow -m \leq \min_{x \in (-\infty; -1]} h(x). \end{aligned}$$

Ta có $h'(x) = 2x+4$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$. Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h'(x)$	-	0	+
$h(x)$			

Do đó $-m \leq -9 \Leftrightarrow m \geq 9$. Mặt khác $m \in [-2019; 2019]$ và m nguyên nên $m \in \{9; 10; 11; \dots; 2019\}$ hay có $2019 - 9 + 1 = 2011$ giá trị của m thỏa mãn.

Chọn phương án **C** □

Câu 42. Cường độ một trận động đất M được cho bởi công thức $M = \log A - \log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này?

A. 1,17.

B. 2,2.

C. 15,8.

D. 4.

Lời giải.

Gọi M_1 , A_1 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại San Francisco.

Gọi M_2 , A_2 lần lượt là cường độ, biên độ rung chấn tối đa của trận động đất tại địa điểm còn lại.

Ta có

$$\begin{aligned} M_1 &= \log A_1 - \log A_0 = \log \frac{A_1}{A_0} \Rightarrow \frac{A_1}{A_0} = 10^{M_1}. \\ M_2 &= \log A_2 - \log A_0 = \log \frac{A_2}{A_0} \Rightarrow \frac{A_2}{A_0} = 10^{M_2}. \end{aligned}$$

Khi đó $\frac{A_1}{A_2} = \frac{10^{M_1}}{10^{M_2}} = 10^{M_1-M_2} = 10^{1,2} \approx 15,8$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Phương trình $f(2-x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thực hiện các bước sau

- Đối xứng đồ thị $y = f(x)$ qua trục Oy ta thu được đồ thị $y = f(-x)$.
- Tịnh tiến đồ thị $y = f(-x)$ sang phải 2 đơn vị ta thu được đồ thị $y = f(-x+2)$.

Hàm số $y = f(-x+2)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $f(2-x) - 1 = 0$ (1) bằng số giao điểm hai đồ thị $y = f(2-x)$ và $y = 1$.
Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm.

Chọn phương án **D**

□

Câu 44. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích V của khối trụ là

A. $V = 16\pi a^3$.

B. $V = 4\pi a^3$.

C. $V = 12\pi a^3$.

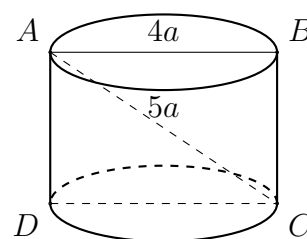
D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải.

Ta có $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.

Bán kính đáy $r = \frac{AB}{2} = 2a$, chiều cao $BC = 3a$.

Vậy $V = h\pi r^2 = 3a \cdot 4a^2 = 12\pi a^3$.



Chọn phương án **C**

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}$, $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(x) \cdot f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị $f(1)$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $\sqrt{23}$.

C. $\sqrt{24}$.

D. $\sqrt{26}$.

Lời giải.

Từ giả thiết ta có $2x+1 = \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} \Rightarrow \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx = \int (2x+1) dx$.

Bây giờ ta tính $I = \int \frac{f(x) \cdot f'(x)}{\sqrt{1+f^2(x)}} dx$.

Đặt $\sqrt{1+f^2(x)} = t \Rightarrow 1+f^2(x) = t^2 \Rightarrow 2f(x)f'(x)dx = 2tdt \Rightarrow f(x)f'(x)dx = tdt$.

Do đó $I = \int \frac{t}{t} dx = \int dt = t + C = \sqrt{1+f^2(x)} + C$.

Ta nhận được $\sqrt{1+f^2(x)} + C = x^2 + x$. $f(0) = 2\sqrt{2} \Rightarrow C = -3$.

Từ đó $\sqrt{1+f^2(x)} - 3 = x^2 + x$. Khi $x = 1$ ta có

$$\sqrt{1+f^2(1)} - 3 = 1 + 1 \Rightarrow 1 + f^2(1) = 25 \Rightarrow f(1) = \sqrt{24}.$$

Chọn phương án **C** □

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x - m - \sqrt{9 - x^2} = 0$ có đúng 1 nghiệm dương?

A. $m \in (-3; 3]$.

B. $m \in (-3; 3] \cup \{-3\sqrt{2}\}$.

C. $m \in [0; 3]$.

D. $m = \pm 3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Điều kiện: $-3 \leq x \leq 3$.

Phương trình tương đương với $x - \sqrt{9 - x^2} = m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{9 - x^2}$ và đường thẳng $y = m$.

Xét hàm số $y = x - \sqrt{9 - x^2}$ với $-3 \leq x \leq 3$

$$y' = 1 + \frac{x}{\sqrt{9 - x^2}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9 - x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ 9 - x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3\sqrt{2}}{2} \in [-3; 3].$$

BBT:

x	-3	$-\frac{3\sqrt{2}}{2}$	0	3
y'	-	0	+	+
y	-3	$-3\sqrt{2}$	-3	3

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-3 < m \leq 3$.

Chọn phương án **A** □

Câu 47. Cho hai số thực $a, b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{1}{\log_{(ab)} a} + \frac{1}{\log_{\sqrt[4]{ab}} b}$.

A. $\min S = \frac{4}{9}$.

B. $\min S = \frac{9}{4}$.

C. $\min S = \frac{9}{2}$.

D. $\min S = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

$$S = \log_a(ab) + \frac{1}{4} \log_b(ab) = 1 + \log_a b + \frac{1}{4} (1 + \log_b a) = \log_a b + \frac{1}{4 \log_a b} + \frac{5}{4}$$

Vì $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cô - si ta có

$$S \geq 2 \sqrt{\log_a b \cdot \frac{1}{4 \log_a b}} + \frac{5}{4} = 1 + \frac{5}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \log_a b = \frac{1}{4 \log_a b} \Leftrightarrow (\log_a b)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_a b = -\frac{1}{2} (l) \\ \log_a b = \frac{1}{2} (TM) \end{cases}$$

$$\text{Với } \log_a b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow b = a^{\frac{1}{2}}$$

Chọn phương án **B** □

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right| \text{ trên } [1; 2] \text{ bằng } 2. \text{ Số phần tử của } S \text{ là}$$

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x + 1}$ trên $[1; 2]$. Ta có $f'(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} > 0, \quad \forall x \in [1; 2].$$

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$. Do đó $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{3m+4}{3}$, $\min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{2m+1}{2}$.

Khi đó $\max_{[1;2]} |f(x)| = \max \left\{ \left| \frac{3m+4}{3} \right|, \left| \frac{2m+1}{2} \right| \right\}$. Ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| \geq \left| \frac{2m+1}{2} \right| \Leftrightarrow 4(3m+4)^2 \geq 9(2m+1)^2 \Leftrightarrow m \geq -\frac{11}{12}.$$

• Với $m \geq -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{3m+4}{3} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{3m+4}{3} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m+4}{3} = 2 \\ \frac{3m+4}{3} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = -\frac{10}{3} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

• Với $m < -\frac{11}{12}$, ta có $\max_{[1;2]} |f(x)| = \left| \frac{2m+1}{2} \right|$. Theo đề bài, ta có

$$\left| \frac{2m+1}{2} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m+1}{2} = 2 \\ \frac{2m+1}{2} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \quad (\text{thỏa mãn}) \\ m = -\frac{5}{2} \quad \text{loại.} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{2}{3}; -\frac{5}{2} \right\} \Rightarrow$ Số phần tử của S là 2.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 49. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Gọi O là tâm của đáy ABC , d_1 là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) và d_2 là khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) . Tính $d = d_1 + d_2$.

A. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{11}$.

B. $d = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$.

C. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

D. $d = \frac{8a\sqrt{2}}{11}$.

Lời giải.

Do tam giác ABC đều tâm O suy ra $AO \perp BC$ tại M là trung điểm của BC .

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $MO = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $OA = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Từ giả thiết hình chóp đều suy ra $SO \perp (ABC)$, $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{3a^2}{9}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Dựng $OK \perp SM$, $AH \perp SM \Rightarrow AH // OK$; $\frac{OK}{AH} = \frac{OM}{AM} = \frac{1}{3}$.

Có $\begin{cases} BC \perp SO \\ BC \perp AM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow BC \perp OK$.

Có $\begin{cases} OK \perp SM \\ OK \perp BC \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SBC)$, $AH \perp (SBC)$ (do $AH // OK$).

Từ đó có $d_1 = d(A, (SBC)) = AH = 3OK$; $d_2 = d(O, (SBC)) = OK$. Trong tam giác vuông OSM có đường cao OK nên $\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OM^2} + \frac{1}{SO^2} = \frac{36}{3a^2} + \frac{9}{24a^2} = \frac{99}{8a^2} \Rightarrow OK = \frac{2a\sqrt{2}}{33}$.

Vậy $d = d_1 + d_2 = 4OK = \frac{8a\sqrt{2}}{33}$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2, liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}.$$

Hàm số $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Ta có $g'(x) = [f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 15x^4 + 12x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt[3]{-\frac{4}{5}} \end{cases}.$$

Nhận thấy $x = 0$ và $x = \sqrt[3]{-\frac{4}{5}}$ là các nghiệm đơn nên ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\sqrt[3]{-\frac{4}{5}}$	0	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực trị.

Chọn phương án **B**

□

—————HẾT—————

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1. A	2. C	3. A	4. D	5. C	6. C	7. B	8. A	9. D	10. A
11. C	12. C	13. A	14. D	15. C	16. B	17. D	18. B	19. A	20. A
21. D	22. C	23. B	24. B	25. C	26. B	27. A	28. C	29. C	30. B
31. C	32. A	33. A	34. C	35. B	36. D	37. C	38. B	39. A	40. D
41. C	42. C	43. D	44. C	45. C	46. A	47. B	48. D	49. C	50. B

KỶ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một hội đồng gồm 5 nam và 4 nữ được tuyển vào một ban quản trị gồm 4 người. Biết rằng ban quản trị có ít nhất một nam và một nữ. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn?

- (A) 240. (B) 260. (C) 126. (D) 120.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 0 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính u_5 .

- (A) $u_5 = 0$. (B) $u_5 = -4$. (C) $u_5 = -3$. (D) $u_5 = -2$.

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 4. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC = 2a$.

- (A) $2\sqrt{2}a^3$. (B) a^3 . (C) $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3}{3}$.

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_8(6x - 5)$.

- (A) $y' = \frac{2}{(6x - 5) \ln 2}$. (B) $y' = \frac{1}{(6x - 5) \ln 8}$. (C) $y' = \frac{6}{6x - 5}$. (D) $y' = \frac{6}{(6x - 5) \ln 4}$.

Câu 6. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \cos x$. Tìm khẳng định đúng.

- (A) $F(x) = e^{-x} + \sin x + 2019$. (B) $F(x) = e^{-x} + \cos x + 2019$.
(C) $F(x) = -e^{-x} + \sin x + 2019$. (D) $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2019$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $a^3\sqrt{3}$. (C) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ (cm), bán kính đáy $r = 25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

- (A) $S = 400$ (cm²). (B) $S = 500$ (cm²). (C) $S = 406$ (cm²). (D) $S = 300$ (cm²).

Câu 9. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4cm được thiết diện là một hình tròn có diện tích 9π cm². Tính thể tích khối cầu (S) .

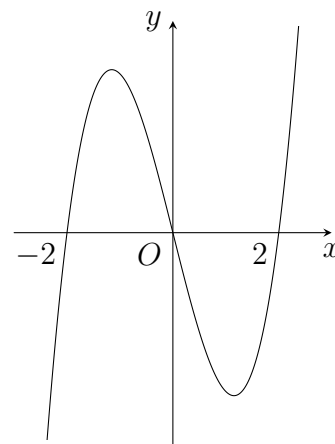
- (A) $\frac{250\pi}{3}$ cm³. (B) $\frac{2500\pi}{3}$ cm³. (C) $\frac{25\pi}{3}$ cm³. (D) $\frac{500\pi}{3}$ cm³.

Câu 10.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 (B) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 (C) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 (D) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 11. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

- (A) $I = -\frac{1}{3}$. (B) $I = -3$. (C) $I = \frac{1}{3}$. (D) $I = 3$.

Câu 12. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- (A) $V = 27\sqrt{3}a^3$. (B) $V = 24\sqrt{3}a^3$. (C) $V = 36\sqrt{3}a^3$. (D) $V = 81\sqrt{3}a^3$.

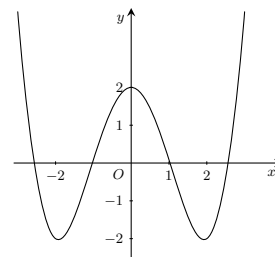
Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + mx - 2$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 1$. (C) không có m . (D) $m = -2$.

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(0; 1)$. (B) $(-1; 0)$. (C) $(-2; -1)$. (D) $(-1; 1)$.



Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}(C)$, đồ thị (C) có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

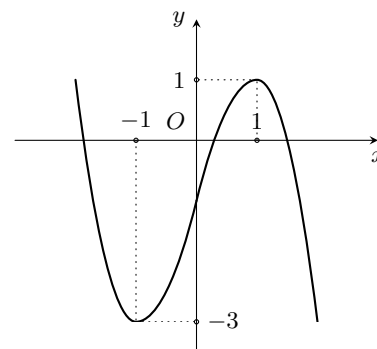
Câu 16. Nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x-1)$ là

- (A) $\frac{5}{2} < x \leq 4$. (B) $1 < x \leq 4$. (C) $\frac{5}{2} \leq x \leq 4$. (D) $x \geq 4$.

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

- (A) 3. (B) 5. (C) 4. (D) 6.



Câu 18. Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị 2^{a-3b+c} bằng

(A) 12.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 64.

Câu 19 (2D4B1-2). Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

(A) (5; 2).

(B) (2; 5).

(C) (-2; 5).

(D) (2; -5).

Câu 20. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a + b$ bằng

(A) -1.

(B) 1.

(C) -4.

(D) 5.

Câu 21. Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm M biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$. Gọi N là điểm thuộc đường thẳng $y = 3$ sao cho tam giác OMN cân tại O . Điểm N là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z = 3 - 2i$.

(B) $z = -2 - 3i$.

(C) $z = 2 + 3i$.

(D) $z = -2 + i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D .

(A) $D(1; 3; 0)$.

(B) $D(-3; 1; 0)$.

(C) $D(3; -1; 0)$.

(D) $D(3; 1; 0)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

(A) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$.

(B) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 6$.

(C) $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 36$.

(D) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 36$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

(A) $\frac{8}{3}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) 3.

(D) $\frac{4}{3}$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA , φ là góc giữa BM và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \varphi$.

(A) $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$.

(B) $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{15}}$.

(C) $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$.

(D) $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{15}}$.

Câu 27.

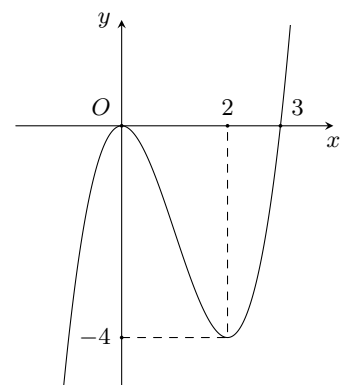
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 2.



Câu 28. Tìm giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - m}{x + 1}$ trên $[0; 1]$ bằng -2 .

(A) $m = -2$.

(B) $m = 1$.

(C) $m = -2$ và $m = -1$.

(D) $m = -2$ và $m = 1$.

Câu 29. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

(A) $\frac{1}{6}$.

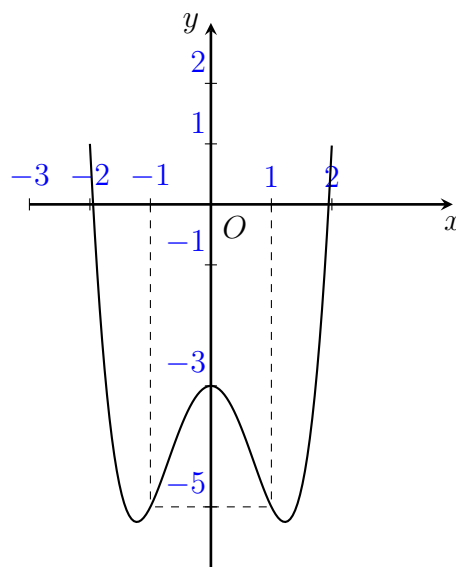
(B) $\frac{3}{2}$.

(C) 6 .

(D) $\frac{2}{3}$.

Câu 30.

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 - 3 = m$ có 3 nghiệm phân biệt



(A) $m = -4$.

(B) $m = -3$.

(C) $m = 0$.

(D) $m = -5$.

Câu 31. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8} \right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2} \right) < 4 \log_{2^{-1}} x$ là

(A) $x = 7$.

(B) $x = 8$.

(C) $x = 4$.

(D) $x = 1$.

Câu 32. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R . Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình tròn đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

(A) 2 .

(B) $2\sqrt{2}$.

(C) 3 .

(D) $\frac{1}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f'(x) = f(x) \cdot (3x^2 + 2mx + m)$ với m là tham số. Giá trị của tham số m để $f(3) = e^{-4}$ là

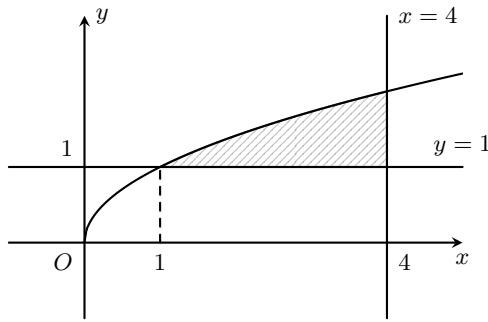
(A) $m = -2$.

(B) $m = \sqrt{3}$.

(C) $m = -3$.

(D) $m = 4$.

Câu 34. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}, y = 1$ đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh đường thẳng $y = 1$ bằng



(A) $\frac{9}{2}\pi$.

(B) $\frac{119}{6}\pi$.

(C) $\frac{7}{6}\pi$.

(D) $\frac{21}{2}\pi$.

Câu 35. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{26iz}{9}$ có môđun bằng

(A) 9.

(B) $\sqrt{26}$.

(C) $\sqrt{6}$.

(D) 5.

Câu 36. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

(A) $I(2; -3)$.

(B) $I(1; 1)$.

(C) $I(0; 1)$.

(D) $I(1; 0)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : x - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d .

(A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$.

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h - k$ bằng

(A) 0.

(B) 4.

(C) 6.

(D) -2.

Câu 39. Cho hai hộp, hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng, hộp thứ hai chứa 3 bi đỏ và n bi vàng ($n \in \mathbb{N}$). Khi chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, xác suất để chọn được hai bi khác màu là $\frac{7}{15}$. Số bi vàng trong hộp thứ hai là?

(A) $n = 12$.

(B) $n = 10$.

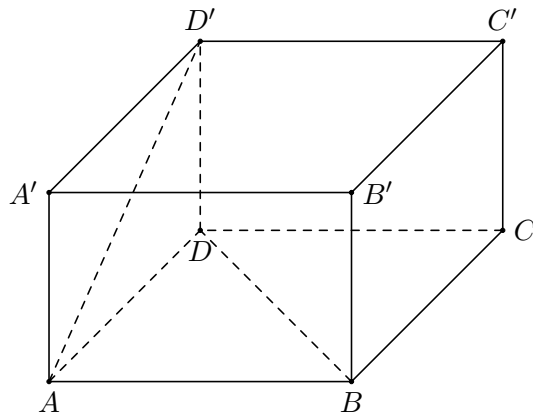
(C) $n = 7$.

(D) $n = 5$.

Câu 40.

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $AB = 2a, AD = AA' = a$ như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

- (A) a . (B) $\frac{a}{2}$. (C) $a\sqrt{3}$. (D) $\frac{2a}{3}$.



Câu 41. Tìm tất cả các giá trị khác nhau của tham số m để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

- (A) $m < -2$. (B) $m \leq -2$. (C) $-2 < m \leq 1$. (D) $-2 < m < 1$.

Câu 42. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm 2019 số dân của Việt Nam sẽ gần với số nào nhất sau đây?

- (A) 99.389.200. (B) 99.386.600. (C) 100.861.100. (D) 99.251.200.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > f(1) - \sin 1$.
(B) $m \geq f(1) - \sin 1$.
(C) $m \leq f(-1) + \sin 1$.
(D) $m < f(-1) + \sin 1$.

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

Câu 44. Hình trụ có bán kính đáy bằng a chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$ Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- (A) $4\pi a^3$. (B) πa^3 . (C) $3\pi a^3$. (D) $5\pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx.$$

- (A) $I = \frac{3}{2}$. (B) $I = -\frac{3}{2}$. (C) $I = \frac{9}{2}$. (D) $I = -\frac{9}{2}$.

Câu 46. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

- (A) $m > 0$. (B) $m < -2$ hoặc $m > 1$.
(C) $-1 < m < 0$. (D) $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Câu 47. Cho hai số thực $a, b > 1$ sao cho tồn tại số thực $0 < x \neq 1$ thỏa mãn $a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

Ⓐ $\frac{1}{4}$.

Ⓑ $-\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$.

Ⓒ $\frac{e}{2}$.

Ⓓ $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$?

Ⓐ 5.

Ⓑ 4.

Ⓒ 6.

Ⓓ Vô số.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng:

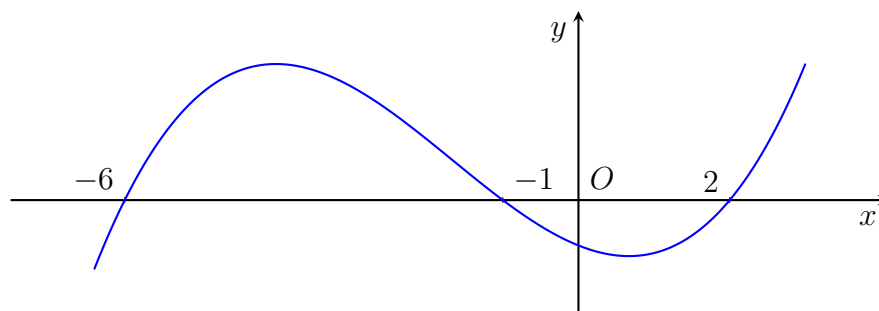
Ⓐ $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ⓑ $2a$.

Ⓒ $\frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Ⓓ $R = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng?

Ⓐ $(2; 3)$.

Ⓑ $(-1; 0)$.

Ⓒ $(-2; -1)$.

Ⓓ $(0; 1)$.

————— HẾT —————

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. A	5. A	6. C	7. A	8. B	9. D	10. D
11. D	12. D	13. A	14. A	15. C	16. A	17. C	18. D	19. B	20. A
21. C	22. D	23. D	24. B	25. B	26. B	27. B	28. D	29. D	30. B
31. A	32. C	33. C	34. C	35. B	36. A	37. B	38. A	39. C	40. D
41. C	42. A	43. D	44. C	45. A	46. D	47. B	48. A	49. C	50. B

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một hội đồng gồm 5 nam và 4 nữ được tuyển vào một ban quản trị gồm 4 người. Biết rằng ban quản trị có ít nhất một nam và một nữ. Hỏi có bao nhiêu cách tuyển chọn?

- (A) 240. (B) 260. (C) 126. (D) 120.

Lời giải.

Số cách chọn 4 người bất kỳ từ 9 người hội đồng là: C_9^4 cách.

Số cách chọn 4 người đều nữ là: C_4^4 cách.

Số cách chọn 4 người đều nam là: C_5^4 cách.

Vậy để có ít nhất một nam và một nữ thì có $C_9^4 - (C_4^4 + C_5^4) = 120$ cách.

Chọn phương án (D)

Câu 2. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 0 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n; \forall n \geq 1 \end{cases}$. Tính u_5 .

- (A) $u_5 = 0$. (B) $u_5 = -4$. (C) $u_5 = -3$. (D) $u_5 = -2$.

Lời giải.

$u_3 = 2u_2 - u_1 = -1; u_4 = 2u_3 - u_2 = -2; u_5 = 2u_4 - u_3 = -3$

Chọn phương án (C)

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Lời giải.

Đặt $t = 3^x, t > 0$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 + 6t - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (nhận)} \\ t = -7 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Với $t = 1$ thì $3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 0$.

Chọn phương án (D)

Câu 4. Tính thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC = 2a$.

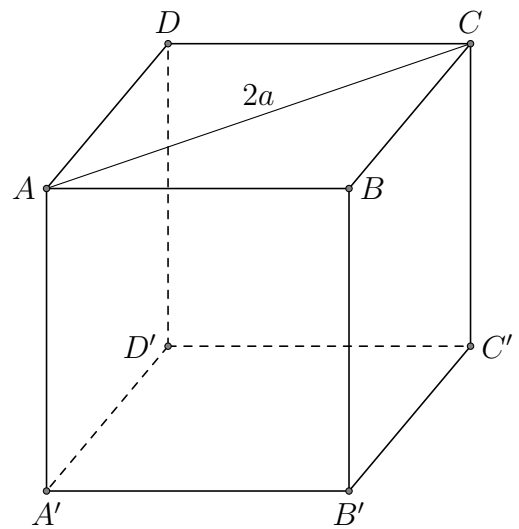
- (A) $2\sqrt{2}a^3$. (B) a^3 . (C) $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. (D) $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi độ dài cạnh của hình phương là $x, x > 0$. Khi đó ta có

$$x^2 + x^2 = (2a)^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{2}.$$

Suy ra thể tích khối lập phương $V = (a\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}a^3$.



Chọn phương án **(A)**

□

Câu 5. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_8(6x - 5)$.

(A) $y' = \frac{2}{(6x - 5) \ln 2}$
 (B) $y' = \frac{1}{(6x - 5) \ln 8}$
 (C) $y' = \frac{6}{6x - 5}$
 (D) $y' = \frac{6}{(6x - 5) \ln 4}$

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(6x - 5)'}{(6x - 5) \cdot \ln 8} = \frac{6}{3(6x - 5) \cdot \ln 2} = \frac{2}{(6x - 5) \cdot \ln 2}$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 6. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} + \cos x$. Tìm khẳng định đúng.

(A) $F(x) = e^{-x} + \sin x + 2019$
 (B) $F(x) = e^{-x} + \cos x + 2019$
 (C) $F(x) = -e^{-x} + \sin x + 2019$
 (D) $F(x) = -e^{-x} - \cos x + 2019$

Lời giải.

Áp dụng công thức $\int (e^{-x} + \cos x) dx = -e^{-x} + \sin x + C$, với C là hằng số

Cho $C = 2019$ ta có $F(x) = -e^{-x} + \sin x + 2019$.

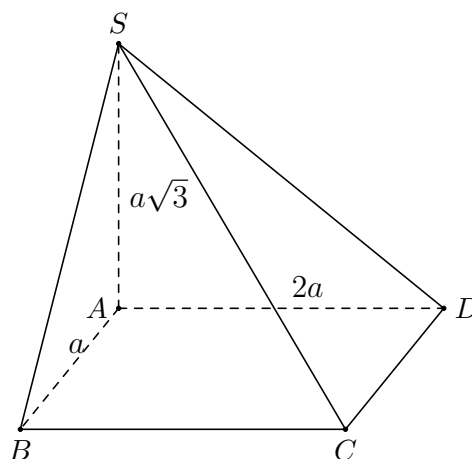
Chọn phương án **(C)**

□

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$
 (B) $a^3\sqrt{3}$
 (C) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$
 (D) $2a^3\sqrt{3}$

Lời giải.



Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn phương án (A)

□

Câu 8. Cho hình nón tròn xoay có chiều cao $h = 20$ (cm), bán kính đáy $r = 25$ (cm). Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 (cm). Tính diện tích của thiết diện đó.

- (A) $S = 400$ (cm²). (B) $S = 500$ (cm²). (C) $S = 406$ (cm²). (D) $S = 300$ (cm²).

Lời giải.

Thiết diện qua đỉnh là tam giác SAB .

Gọi K là trung điểm $AB \Rightarrow OK \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOK) \Rightarrow (SAB) \perp (SOK)$.

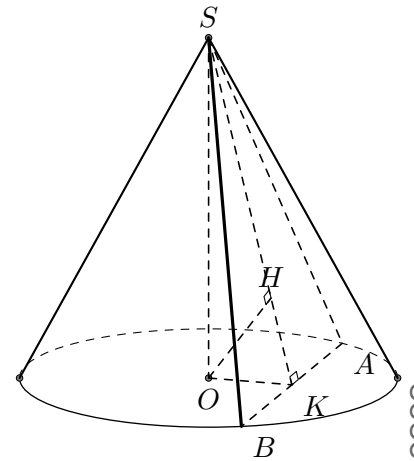
Kẻ $OH \perp SK$ ($H \in SK$) $\Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow OH = 12$ (cm).

Ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow \frac{1}{OK^2} = \frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2} = \frac{1}{225} \Rightarrow OK = 15$ (cm).

$KB = \sqrt{OB^2 - OK^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \Rightarrow AB = 2BK = 40$ (cm).

$SK = \sqrt{SO^2 + OK^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$ (cm).

$\Rightarrow S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SK \cdot AB = 500$ (cm²).



Chọn phương án (B)

□

Câu 9. Cắt mặt cầu (S) bằng một mặt phẳng cách tâm một khoảng bằng 4cm được thiết diện là một hình tròn có diện tích 9π cm². Tính thể tích khối cầu (S).

- (A) $\frac{250\pi}{3}$ cm³. (B) $\frac{2500\pi}{3}$ cm³. (C) $\frac{25\pi}{3}$ cm³. (D) $\frac{500\pi}{3}$ cm³.

Lời giải.

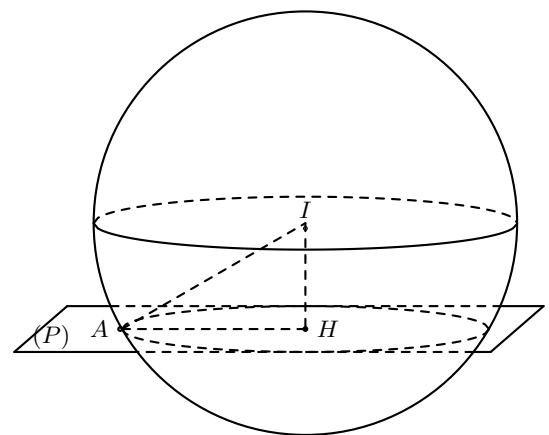
— Gọi I là tâm mặt cầu (S), H là tâm đường tròn giao tuyến, A là một điểm bất kì trên đường tròn, R là bán kính của (S).

— Ta có $d(I, (P)) = 4$.

— $S_{(C)} = \pi AH^2 = 9\pi \Rightarrow AH = 3$.

— Ta có $R = \sqrt{AH^2 + d(I, (P))^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

— Thể tích khối cầu (S) là $V_{(S)} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{500\pi}{3}$.



Chọn phương án (D)

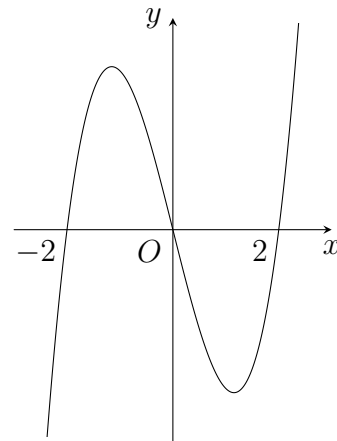
□

Câu 10.

Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 (B) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 (C) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 (D) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Lời giải.

Từ đồ thị của $y = f'(x)$, ta có với $x \in (0; 2)$, $f'(x) < 0$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Chọn phương án (D) ☐

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

- (A) $I = -\frac{1}{3}$. (B) $I = -3$. (C) $I = \frac{1}{3}$. (D) $I = 3$.

Lời giải.

Ta có $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right) = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right)^3 = 3 \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a}{5} \right) = 3$.

Chọn phương án (D) ☐

Câu 12. Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông, diện tích xung quanh bằng $36\pi a^2$. Tính thể tích V của lăng trụ lục giác đều nội tiếp hình trụ.

- (A) $V = 27\sqrt{3}a^3$. (B) $V = 24\sqrt{3}a^3$. (C) $V = 36\sqrt{3}a^3$. (D) $V = 81\sqrt{3}a^3$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục hình trụ là hình vuông $ADD'A'$. Gọi O, O' lần lượt là hai tâm đường tròn đáy (hình vẽ). Suy ra $l = 2r$.

Theo giả thiết ta có

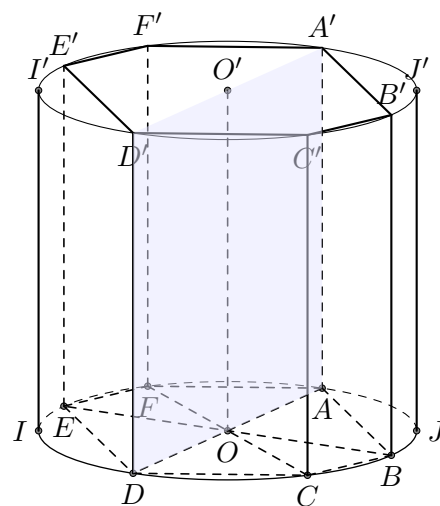
$$S_{xq} = 2\pi r l = 36\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi r \cdot 2r = 36\pi a^2 \Rightarrow r = 3a \Rightarrow l = 6a.$$

Lăng trụ lục giác đều $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$ nội tiếp hình trụ có chiều cao là $h = 6a$.

$$S_{ABCDEF} = 6S_{\triangle OAB} = 6 \cdot \frac{(3a)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2} \text{ (vì } \triangle OAB \text{ đều, cạnh bằng } 3a).$$

$$\text{Suy ra } V = \frac{27a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot 6a = 81a^3 \sqrt{3}.$$

Chọn phương án (D) ☐



Câu 13. Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (m+1)x^2 + mx - 2$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

- (A) $m = -1$. (B) $m = 1$. (C) không có m . (D) $m = -2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

$$y' = x^2 - 2(m+1)x + m; \quad y'' = 2x - 2(m+1).$$

Vì hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên

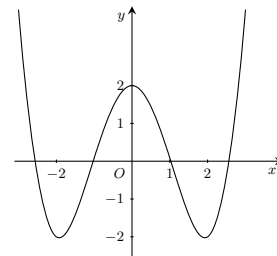
Hàm số có điểm cực đại là $x = -1$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y'(-1) = 0 \\ y''(-1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2(m+1) + m = 0 \\ -2 - 2(m+1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} m = -1 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 14.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- (A)** $(0; 1)$. **(B)** $(-1; 0)$. **(C)** $(-2; -1)$. **(D)** $(-1; 1)$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}(C)$, đồ thị (C) có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A)** 0. **(B)** 1. **(C)** 2. **(D)** 3.

Lời giải.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Ta có $y = \frac{x+2}{x-2}$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$ và tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 16. Nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x-5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x-1)$ là

- (A)** $\frac{5}{2} < x \leq 4$. **(B)** $1 < x \leq 4$. **(C)** $\frac{5}{2} \leq x \leq 4$. **(D)** $x \geq 4$.

Lời giải.

$$\log_{2-\sqrt{3}}(2x-5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-5 \leq x-1 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x > \frac{5}{2} \end{cases}.$$

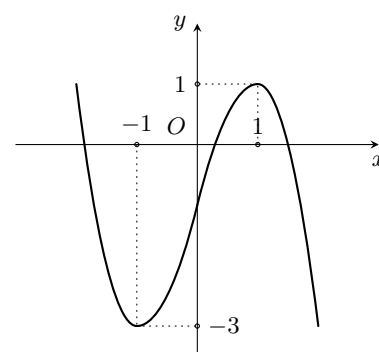
Vậy nghiệm của bất phương trình là $\frac{5}{2} < x \leq 4$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2|f(x)| - 5 = 0$ là

- (A)** 3. **(B)** 5. **(C)** 4. **(D)** 6.



Lời giải.

$$2|f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \frac{5}{2} & (1) \\ f(x) = -\frac{5}{2} & (2) \end{cases}.$$

Số nghiệm của phương trình đã cho là tổng số nghiệm của phương trình (1) và phương trình (2).

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đường thẳng $y = \frac{5}{2}$ và đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Như vậy, dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 18. Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị 2^{a-3b+c} bằng

(A) 12.

(B) 6.

(C) 1.

(D) 64.

Lời giải.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx &= \int_3^4 \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2}{x-2} \right) dx = 3 \ln |x-1| \Big|_3^4 + 2 \ln |x-2| \Big|_3^4 \\ &= 3 \ln 3 - 3 \ln 2 + 2 \ln 2 = -\ln 2 + 3 \ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow a - 3b + c = 6. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 19 (2D4B1-2). Cho số phức $z = 2 + 5i$. Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

(A) (5; 2).

(B) (2; 5).

(C) (-2; 5).

(D) (2; -5).

Lời giải.

Phương pháp: Số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn số phức trong mặt phẳng Oxy là $(a; b)$.

Cách giải: Điểm biểu diễn số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là (2; 5).

Chọn phương án **(B)** □

Câu 20. Cho a, b là các số thực thỏa mãn $a + 6i = 2 - 2bi$, với i là đơn vị ảo. Giá trị của $a + b$ bằng

(A) -1.

(B) 1.

(C) -4.

(D) 5.

Lời giải.

$$\text{Ta có } a + 6i = 2 - 2bi \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ 6 = -2b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 21. Trong hệ tọa độ Oxy , cho điểm M biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$. Gọi N là điểm thuộc đường thẳng $y = 3$ sao cho tam giác OMN cân tại O . Điểm N là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

(A) $z = 3 - 2i$.

(B) $z = -2 - 3i$.

(C) $z = 2 + 3i$.

(D) $z = -2 + i$.

Lời giải.

Do giả thiết suy ra tọa độ $M(-2; 3)$ nên M thuộc đường thẳng $y = 3$. Vì tam giác OMN cân tại O suy ra N đối xứng với M qua Oy nên tọa độ điểm $N(2; 3)$. Khi đó điểm N là biểu diễn của số phức

$$z = 2 + i.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$. Tìm tọa độ điểm D .

- (A) $D(1; 3; 0)$. (B) $D(-3; 1; 0)$. (C) $D(3; -1; 0)$. (D) $D(3; 1; 0)$.

Lời giải.

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1)$, $\overrightarrow{DC} = (2 - x_D; 1 - y_D; 1 - z_D)$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -1 = 2 - x_D \\ 0 = 1 - y_D \\ 1 = 1 - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = 1 \\ z_D = 0. \end{cases} \text{ Vậy } D(3; 1; 0).$$

Chọn phương án **D**

□

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 5)$, $N(-1; 6; -3)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình là

- (A) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 6$. (B) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.
(C) $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 36$. (D) $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Lời giải.

Tâm I của mặt cầu là trung điểm đoạn $MN \Rightarrow I(1; 2; 1)$.

$$\text{Bán kính mặt cầu } R = \frac{MN}{2} = \frac{\sqrt{(-1-3)^2 + (6+2)^2 + (-3-5)^2}}{2} = 6.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$ và $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ bằng

- (A) $\frac{8}{3}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) 3. (D) $\frac{4}{3}$.

Lời giải.

Dựa vào phương trình (P) , (Q) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; 2)$ nên $(P) \parallel (Q)$.

$$\text{Ta có } |\vec{n}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3; d(O, (P)) = \frac{10}{3}; d(O, (Q)) = \frac{3}{3} = 1,$$

$$\text{suy ra } d((P), (Q)) = d(O, (P)) - d(O, (Q)) = \frac{7}{3}.$$

Chọn phương án **B**

□

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y - 1 = 0$. Đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- (A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Ta có: $\vec{n}_{(P)} = (1; 1; 0)$, $\vec{n}_{(Oxy)} = (0; 0; 1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua A đồng thời song song với (P) và mặt phẳng (Oxy) .

Khi đó
$$\begin{cases} \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_d \perp \vec{n}_{(Oxy)} \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_d = [\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Oxy)}] = (1; -1; 0).$$

Vậy $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1. \end{cases}$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A cạnh $AB = a$, SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của SA , φ là góc giữa BM và mặt phẳng (SBC) . Tính $\sin \varphi$.

(A) $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{15}}$. **(B)** $\sin \varphi = \frac{1}{\sqrt{15}}$. **(C)** $\sin \varphi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$. **(D)** $\sin \varphi = \frac{1}{2\sqrt{15}}$.

Lời giải.

Gọi N là trung điểm của BC , ta có $AN \perp BC$, mà $SA \perp BC$ nên suy ra $(SAN) \perp BC$.

Vậy (SAN) vuông góc (SBC) theo giao tuyến SN , kẻ $MH \perp SN$ tại H , khi đó $MH \perp (SBC)$.

Vậy góc giữa BM và (SBC) là góc $\widehat{MBH}$.

Ta có $AN = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SN = \sqrt{SA^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

Mặt khác ta có $\triangle SHM \sim \triangle SAN$ nên

$$\frac{MH}{AN} = \frac{SM}{SN} \Rightarrow MH = \frac{AN \cdot SM}{SN} = \frac{a\sqrt{10}}{10}.$$

Ta lại có $MB = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

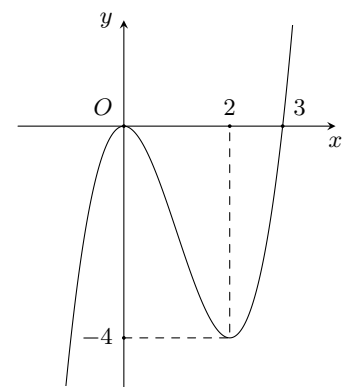
Xét $\triangle MBH$, có $\sin \widehat{MBH} = \frac{MH}{MB} = \frac{1}{\sqrt{15}}$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 27.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 4. **(B)** 5. **(C)** 3. **(D)** 2.



Lời giải.

Ta có $y' = 2xf'(x^2 - 2)$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2}. \end{cases}$

Dựa vào đồ thị $y = f(x)$, ta có $f'(x^2 - 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 > 2 \\ x^2 - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \vee x < -2 \\ -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \end{cases}$.

$f'(x^2 - 2) < 0 \Leftrightarrow 0 < x^2 - 2 < 2 \Leftrightarrow 2 < x^2 < 4 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} < x < 2. \end{cases}$

Khi đó, ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
$2x$		-		-		+	+
$f'(x^2 - 2)$		+	0	-	0	+	+
y'		-	0	+	0	-	+

Dựa vào bảng xét dấu suy ra hàm số có 5 điểm cực trị.

Chọn phương án **(B)**

Câu 28. Tìm giá trị m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - m}{x + 1}$ trên $[0; 1]$ bằng -2 .

(A) $m = -2$.

(B) $m = 1$.

(C) $m = -2$ và $m = -1$.

(D) $m = -2$ và $m = 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{m^2 + m + 1}{(x + 1)^2} > 0, \forall x \neq -1$.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[0; 1] \Rightarrow \min_{[0;1]} f(x) = f(0) = -m^2 - m = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 1. \end{cases}$

Chọn phương án **(D)**

Câu 29. Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

(A) $\frac{1}{6}$.

(B) $\frac{3}{2}$.

(C) 6.

(D) $\frac{2}{3}$.

Lời giải.

Ta có $\log_a b + \log_b a^2 = 3 \Leftrightarrow \log_a b + 2 \log_b a = 3$.

(1)

Đặt $t = \log_a b$. Do $1 < a < b \Leftrightarrow t > \log_a b \Rightarrow t > 1$.

Khi đó (1) trở thành: $t + \frac{2}{t} = 3 \Leftrightarrow t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \text{ (không thỏa)} \\ t = 2 \text{ (thỏa)} \end{cases}$.

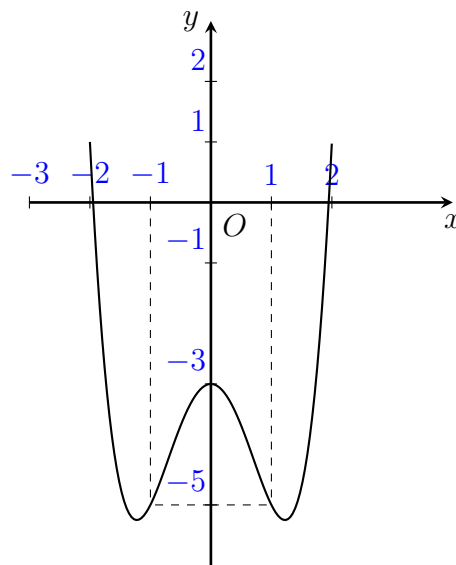
Với $t = 2$ ta có $\log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2$.

Suy ra $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2} = \log_{a^3} a^2 = \frac{2}{3} \log_a a = \frac{2}{3}$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 30.

Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 - 3 = m$ có 3 nghiệm phân biệt



- ☐ (A) $m = -4$.
 ☐ (B) $m = -3$.
 ☐ (C) $m = 0$.
 ☐ (D) $m = -5$.

Lời giải.

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số để xác định m thỏa mãn bài toán.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình đã cho là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ và đường thẳng $y = m$. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m = -3$.

Chọn phương án ☒ (B)

□

Câu 31. Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $\log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}} x$ là

- ☐ (A) $x = 7$.
 ☐ (B) $x = 8$.
 ☐ (C) $x = 4$.
 ☐ (D) $x = 1$.

Lời giải.

Điều kiện : $x > 0$.

$$\begin{aligned}
 & \log_2^4 x - \log_2^2 \left(\frac{x^3}{8}\right) + 9 \log_2 \left(\frac{32}{x^2}\right) < 4 \log_{2^{-1}} x \\
 & \Leftrightarrow \log_2^4 x - (\log_2 x^3 - \log_2 8)^2 + 9 (\log_2 32 - \log_2 x^2) < 4 \log_2^2 x \\
 & \Leftrightarrow \log_2^4 x - (3 \log_2 x - 3)^2 + 9 (5 - 2 \log_2 x) - 4 \log_2^2 x < 0 \\
 & \Leftrightarrow \log_2^4 x - 13 \log_2^2 x + 36 < 0 \\
 & \Leftrightarrow (t^2 - 9)(t^2 - 4) < 0 \text{ (với } t = \log_2 x) \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < t < -2 \\ 2 < t < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < \log_2 x < -2 \\ 2 < \log_2 x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{8} < x < \frac{1}{4} \\ 4 < x < 8. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình đã cho là $x = 7$.

Chọn phương án ☒ (A)

□

Câu 32. Một hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy R . Hình nón có đỉnh là tâm đáy trên của hình trụ và đáy là hình tròn đáy dưới của hình trụ. Gọi V_1 là thể tích của hình trụ, V_2 là thể tích của hình nón. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

(A) 2.

(B) $2\sqrt{2}$.

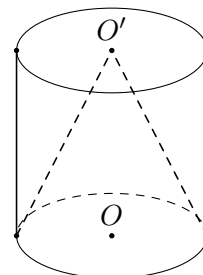
(C) 3.

(D) $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Hai khối nón và khối trụ có cùng chiều cao h và cùng bán kính đáy bằng r .

$$\text{Do đó ta có } \frac{V_1}{V} = \frac{\pi r^2 h}{\frac{1}{3}\pi r^2 h} = 3.$$



Chọn phương án (C)

□

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, liên tục trên $\mathbb{R}$, nhận giá trị dương trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = 1, f'(x) = f(x) \cdot (3x^2 + 2mx + m)$ với m là tham số. Giá trị của tham số m để $f(3) = e^{-4}$ là

(A) $m = -2$.

(B) $m = \sqrt{3}$.

(C) $m = -3$.

(D) $m = 4$.

Lời giải.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \frac{f'(x)}{f(x)} = 3x^2 + 2mx + m \Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (3x^2 + 2mx + m) dx.$$

$$\text{Nên } \ln[f(x)] = x^3 + mx^2 + mx + C \Rightarrow f(x) = e^{x^3 + mx^2 + mx + C}.$$

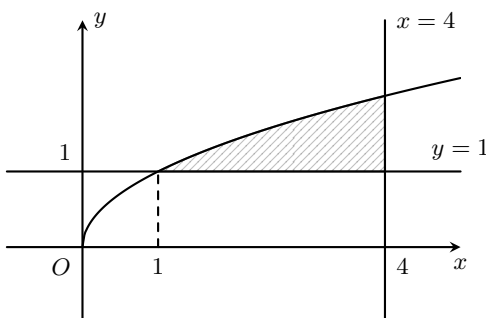
$$\text{Do } f(1) = 1 \Rightarrow e^{1+2m+C} = 1 \Rightarrow C = -2m - 1.$$

$$\text{Vậy } f(x) = e^{x^3 + mx^2 + mx - 2m - 1} \Rightarrow f(3) = e^{-4} \Leftrightarrow e^{26+10m} = e^{-4} \Leftrightarrow m = -3.$$

Chọn phương án (C)

□

Câu 34. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số sau $y = \sqrt{x}, y = 1$ đường thẳng $x = 4$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (H) khi quay quanh đường thẳng $y = 1$ bằng



(A) $\frac{9}{2}\pi$.

(B) $\frac{119}{6}\pi$.

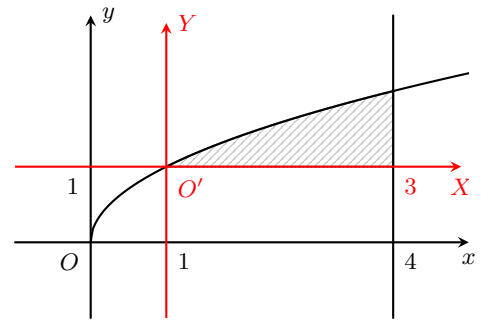
(C) $\frac{7}{6}\pi$.

(D) $\frac{21}{2}\pi$.

Lời giải.

Phương pháp: Gắn hệ trục tọa độ mới. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Khi đó thể tích vật thể tròn xoay giới hạn bởi hai đồ thị số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ khi quay quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_a^b |f^2(x) - g^2(x)| dx.$$



Cách giải: Đặt $\begin{cases} X = x - 1 \\ Y = y - 1 \end{cases}$. Ta được hệ trục tọa độ OXY như

hình vẽ:

$$\text{Ta có: } y = \sqrt{x} \Leftrightarrow Y + 1 = \sqrt{X + 1} \Leftrightarrow Y = \sqrt{X + 1} - 1.$$

Thể tích cần tìm là

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^3 (\sqrt{X+1} - 1)^2 dX = \pi \int_0^3 (X + 2 - 2\sqrt{X+1}) dX \\ &= \pi \left(\frac{1}{2}X^2 + 2X - \frac{4}{3}(X+1)\sqrt{X+1} \right) \Big|_0^3 = \pi \left[\left(\frac{9}{2} + 6 - \frac{32}{3} \right) - \left(-\frac{4}{3} \right) \right] = \frac{7\pi}{6}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 35. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{26iz}{9}$ có môđun bằng

- (A)** 9. **(B)** $\sqrt{26}$. **(C)** $\sqrt{6}$. **(D)** 5.

Lời giải.

Gọi số phức z có dạng : $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$.

Do $z \neq 0$ nên $a^2 + b^2 > 0$. Ta có:

$$\begin{aligned} \frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} &= |z|^2 \\ \Leftrightarrow iz - (3i + 1)\bar{z} &= (1 + i)|z|^2 \\ \Leftrightarrow i(a + bi) - (3i + 1)(a - bi) &= (1 + i)(a^2 + b^2) \\ \Leftrightarrow ia - b - 3ai - 3b - a + bi &= a^2 + b^2 + i(a^2 + b^2) \\ \Leftrightarrow (-a - 4b) + (b - 2a)i &= a^2 + b^2 + i(a^2 + b^2) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 4b = a^2 + b^2 \\ b - 2a = a^2 + b^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -a - 4b = b - 2a \\ -a - 4b = a^2 + b^2 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ -9b = 26b^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ \begin{bmatrix} b = 0 \\ b = -\frac{9}{26} \end{bmatrix} \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} a = b = 0 \text{ (loại)} \\ a = -\frac{45}{26}, b = -\frac{9}{26} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy : } w = \frac{26}{9}i \left(-\frac{45}{26} - \frac{9}{26}i \right) = 1 - 5i \Rightarrow |w| = \sqrt{26}$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 36. Cho số phức z thỏa $|z - 1 + 2i| = 3$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 2z + i$ trên mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

(A) $I(2; -3)$.

(B) $I(1; 1)$.

(C) $I(0; 1)$.

(D) $I(1; 0)$.

Lời giải.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức w .

Ta có $w = 2z + i \Leftrightarrow z = \frac{w - i}{2}$.

Do đó $|z - 1 + 2i| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{w - i}{2} - 1 + 2i \right| = 3 \Leftrightarrow |w - 2 + 3i| = 6 \Leftrightarrow MI = 6$, với $I(2; -3)$.

Do đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm $I(2; -3)$ và bán kính $R = 6$.

Chọn phương án (A)

□

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha) : x - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng

$$d : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases} . \text{Viết phương trình đường thẳng } \Delta \text{ nằm trong mặt phẳng } (\alpha) \text{ cắt đồng thời vuông}$$

góc với d .

(A) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+2}{1}$.

(B) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(C) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

(D) $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{1}$.

Lời giải.

Giao điểm I của d và (α) là nghiệm của hệ $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \\ x - 2z - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2; 4; -2)$.

Mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; -2)$; đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 1; -1)$.

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $I(2; 4; -2)$ và có một vectơ chỉ phương $[\vec{n}, \vec{u}] = (2; -1; 1)$ nên có phương trình chính tắc: $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Chọn phương án (B)

□

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d : \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1 : \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(h; k; 1)$. Giá trị $h - k$ bằng

(A) 0.

(B) 4.

(C) 6.

(D) -2.

Lời giải.

Ta có $H \in \Delta_1 \Leftrightarrow H(3+2t; t; 1+t)$; $K \in \Delta_2 \Leftrightarrow K(1+m; 2+2m; m)$.

Suy ra $\overrightarrow{HK} = (m-2t-2; 2m-t+2; m-t-1)$.

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}_d = (1; 1; -2)$.

$\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{HK} = 0 \Leftrightarrow m-t+2=0 \Leftrightarrow m=t-2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t-4; t-2; -3)$.

Ta có $HK^2 = (-t-4)^2 + (t-2)^2 + (-3)^2 = 2(t+1)^2 + 27 \geq 27, \forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min HK = \sqrt{27}$, đạt được khi $t = -1$.

Khi đó ta có $\overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3)$, suy ra $\vec{u}(1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 39. Cho hai hộp, hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng, hộp thứ hai chứa 3 bi đỏ và n bi vàng ($n \in \mathbb{N}$). Khi chọn ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, xác suất để chọn được hai bi khác màu là $\frac{7}{15}$. Số bi vàng trong hộp thứ hai là?

(A) $n = 12$.

(B) $n = 10$.

(C) $n = 7$.

(D) $n = 5$.

Lời giải.

Không gian mẫu $|\Omega| = 12 \cdot (n + 3)$.

Gọi A là biến cố chọn được hai bi khác màu.

Ta có $P(A) = \frac{5n + 7 \cdot 3}{12(n + 3)} = \frac{7}{15} \Rightarrow n = 7$.

Chọn phương án **(C)** □

Câu 40.

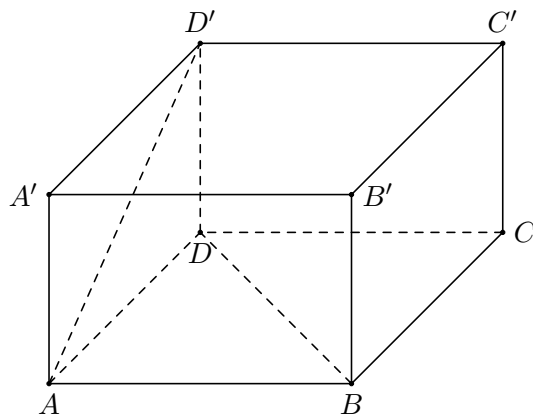
Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $AB = 2a$, $AD = AA' = a$ như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và AD' bằng

(A) a .

(B) $\frac{a}{2}$.

(C) $a\sqrt{3}$.

(D) $\frac{2a}{3}$.



Lời giải.

— Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0; 0; 0)$, $B(2a; 0; 0)$, $D(0; a; 0)$, $A'(0; 0; a)$. Ta có $D'(0; a; a)$.

— Khi đó $\overrightarrow{BD} = (-2a; a; 0)$, $\overrightarrow{AD'} = (0; a; a)$, $\overrightarrow{AB} = (2a; 0; 0)$.

— Ta có $\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD} = (-a^2; -2a^2; 2a^2)$, $(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB} = -2a^3$.

— $d(AD', BD) = \frac{|(\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}) \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AD'} \wedge \overrightarrow{BD}|} = \frac{2a^3}{3a^2} = \frac{2a}{3}$.

Chọn phương án **(D)** □

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị khác nhau của tham số m để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.

(A) $m < -2$.

(B) $m \leq -2$.

(C) $-2 < m \leq 1$.

(D) $-2 < m < 1$.

Lời giải.

ĐK: $5^{-x} \neq m$. Đặt $t = 5^{-x}$ là hàm nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ (1), suy ra $t \in (1; +\infty)$.

Xét hàm số $y = f(t) = \frac{t + 2}{t - m}$, $f'(t) = \frac{-m - 2}{(t - m)^2}$.

Do (1), để hàm số $y = \frac{5^{-x} + 2}{5^{-x} - m}$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$ thì hàm số $f(t) = \frac{t + 2}{t - m}$ nghịch biến trên

$(1; +\infty)$

$$\Leftrightarrow f'(t) < 0, \forall t \in (1; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m-2 < 0 \\ m \notin (1, +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 1.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 42. Dân số thế giới được tính theo công thức $S = A \cdot e^{ni}$ trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Cho biết năm 2005 Việt Nam có khoảng 80.902.400 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47% một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi thì đến năm 2019 số dân của Việt Nam sẽ gần với số nào nhất sau đây?

(A) 99.389.200.

(B) 99.386.600.

(C) 100.861.100.

(D) 99.251.200.

Lời giải.

Áp dụng công thức $S = A \cdot e^{ni}$ với $A = 80.902.400$, $n = 2019 - 2005 = 14$, $i = 1,47\% = 0,0147$, ta có số dân Việt Nam đến năm 2019 là

$$S = A \cdot e^{ni} = 80902400 \cdot e^{14 \cdot 0,0147} \approx 99389203,38.$$

Như vậy, số dân Việt Nam đến năm 2019 gần với số 99.389.200 nhất.

Chọn phương án **A**

□

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau. Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

(A) $m > f(1) - \sin 1$.

(B) $m \geq f(1) - \sin 1$.

(C) $m \leq f(-1) + \sin 1$.

(D) $m < f(-1) + \sin 1$.

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

Lời giải.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \sin x$.

$$g'(x) = f'(x) - \cos x.$$

Với $\forall x \in (-1; 1)$, ta có $f'(x) < -1 \Rightarrow f'(x) - \cos x < -1 - \cos x < 0 \Rightarrow g'(x) < 0$.

Suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ nên $g(x) < g(-1) = f(-1) + \sin 1$.

Do đó bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi bất phương trình $m < f(x) - \sin x$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

$$\Leftrightarrow m < \max_{[-1; 1]} g(x) \Leftrightarrow m < f(-1) + \sin 1.$$

Vậy $m < f(-1) + \sin 1$.

Chọn phương án **D**

□

Câu 44. Hình trụ có bán kính đáy bằng a chu vi của thiết diện qua trục bằng $10a$ Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) $4\pi a^3$.

(B) πa^3 .

(C) $3\pi a^3$.

(D) $5\pi a^3$.

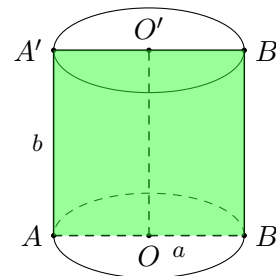
Lời giải.

Thiết diện qua trục là 1 hình chữ nhật.

Giả sử chiều cao của khối trụ là b .

Theo đề ta có $2(2a + b) = 10a \Leftrightarrow b = 3a$.

Thể tích khối trụ là $V = S.h = \pi a^2.3a = 3\pi a^3$.



Chọn phương án **(C)** □

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ với $x \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$. Tính

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx.$$

(A) $I = \frac{3}{2}$.

(B) $I = -\frac{3}{2}$.

(C) $I = \frac{9}{2}$.

(D) $I = -\frac{9}{2}$.

Lời giải.

Ta có $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ và $f\left(\frac{1}{x}\right) + 2f(x) = 3 \cdot \frac{1}{x}$. Suy ra $f(x) = \frac{2}{x} - x$.

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 \left(\frac{2}{x^2} - 1 \right) dx = \frac{3}{2}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 46. Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

(A) $m > 0$.

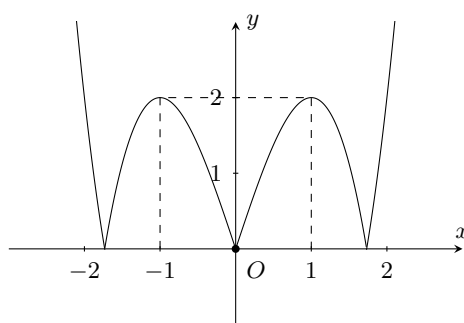
(B) $m < -2$ hoặc $m > 1$.

(C) $-1 < m < 0$.

(D) $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Lời giải.

Đồ thị của hàm số $y = |x^3 - 3x|$.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$ và đường thẳng $y = m^2 + m$.

Suy ra phương trình có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < m < 1 \\ -2 < m < -1. \end{cases}$

Chọn phương án **(D)** □

Câu 47. Cho hai số thực $a, b > 1$ sao cho tồn tại số thực $0 < x \neq 1$ thỏa mãn $a^{\log_b x} = b^{\log_a(x^2)}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab)$.

(A) $\frac{1}{4}$.

(B) $-\frac{3 + 2\sqrt{2}}{12}$.

(C) $\frac{e}{2}$.

(D) $\frac{1 - 3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}
 a^{\log_b x} &= b^{\log_a (x^2)} \\
 \Rightarrow x^{\log_b a} &= (x^2)^{\log_a b} \\
 \Rightarrow \log_b a &= 2 \cdot \log_a b \\
 \Leftrightarrow \frac{\ln a}{\ln b} &= 2 \cdot \frac{\ln b}{\ln a} \\
 \Leftrightarrow \ln^2 a &= 2 \cdot \ln^2 b \\
 \Rightarrow \ln a &= \sqrt{2} \ln b, \text{ (vì } a, b > 1).
 \end{aligned}$$

Ta được

$$\begin{aligned}
 P &= \ln^2 a + \ln^2 b - \ln(ab) \\
 &= 3 \ln^2 b - (1 + \sqrt{2}) \ln b \\
 &= \left(\sqrt{2} \ln b - \frac{1 + \sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \right)^2 - \frac{(1 + \sqrt{2})^2}{12} \\
 &\geq -\frac{3 + 2\sqrt{2}}{12}.
 \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$?

- (A) 5. (B) 4. (C) 6. (D) Vô số.

Lời giải.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ trên $[1; 3]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (1; 3) \\ x = 2 \in (1; 3) \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	1	2	3
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$m - 2$	$m - 4$	m

Vì $m - 4 < m - 2 < m$ nên $\max_{[1;3]} |f(x)| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq 4 \\ |m - 4| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 \leq m \leq 4 \\ 0 \leq m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 4.$

$\Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4\}.$

Chọn phương án **(A)**

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng:

- (A) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $2a$. (C) $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. (D) $R = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải.

$SA \perp (ABC) \Rightarrow AB$ là hình chiếu vuông góc của SB lên

(ABC)

Suy ra $\widehat{(SB, (ABC))} = \widehat{(SB, AB)} = \widehat{SBA} = 60^\circ$

$\Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

Lấy điểm D sao cho $ACBD$ là hình bình hành.

Dựng $\begin{cases} AK \perp BD \text{ tại } K \\ AH \perp SK \text{ tại } H \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} BK \perp AK \\ BK \perp SA \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SAK) \Rightarrow BK \perp AH$

Từ đó $AH \perp (SBK)$

Vì $\begin{cases} BK \parallel AC \\ BK \subset (SBK) \\ AC \not\subset (SBK) \end{cases} \Rightarrow AC \parallel (SBK) \Rightarrow d(AC, SB) = d(A, (SBK)) = AH$

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow BM = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (với BM đường cao trong $\triangle ABC$ đều cạnh a).

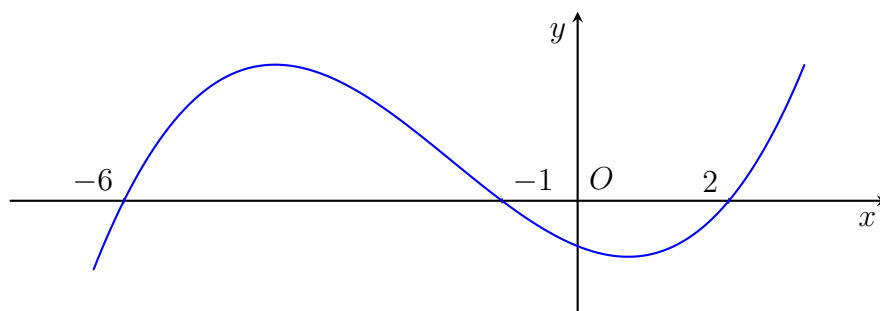
Xét tam giác SAK vuông tại A ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$

Vậy $d(AC, SB) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$

Chọn phương án **C**

□

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng?

(A) $(2; 3)$.

(B) $(-1; 0)$.

(C) $(-2; -1)$.

(D) $(0; 1)$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị, ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-6	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$

$$g'(x) = -2xf'(3 - x^2).$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2x = 0 \\ f(3 - x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1. \end{cases}$$

$$f(3 - x^2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -6 < 3 - x^2 < -1 \\ 2 < 3 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < -2 \\ 2 < x < 3 \\ -1 < x < 1. \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(3-x^2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$-2x$		$+$	$ $	$+$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$-$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Từ BBT suy ra hàm số đồng biến trên $(-1; 0)$.

Chọn phương án **B**

—————HẾT—————

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. A	5. A	6. C	7. A	8. B	9. D	10. D
11. D	12. D	13. A	14. A	15. C	16. A	17. C	18. D	19. B	20. A
21. C	22. D	23. D	24. B	25. B	26. B	27. B	28. D	29. D	30. B
31. A	32. C	33. C	34. C	35. B	36. A	37. B	38. A	39. C	40. D
41. C	42. A	43. D	44. C	45. A	46. D	47. B	48. A	49. C	50. B

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một trường cấp ba của tỉnh X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi TNTHPT gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- (A) 120 cách. (B) 60 cách. (C) 12960 cách. (D) 90 cách.

Câu 2. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

- (A) $u_{10} = 55$. (B) $u_{10} = 67$. (C) $u_{10} = 61$. (D) $u_{10} = 59$.

Câu 3. Phương trình $7^{2x^2+6x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) 1. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -1. (D) $-\frac{5}{2}$.

Câu 4. Hình lập phương có độ dài đường chéo là 6 thì có thể tích là

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $54\sqrt{2}$. (C) $24\sqrt{3}$. (D) 8.

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log(x+1) - 1}$.

- (A) $\mathcal{D} = (10; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (9; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = (-\infty; 9)$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 6. Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- (A) $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
 (B) $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.
 (C) $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.
 (D) $f(x) = \frac{x^2(\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

- (A) $V = \frac{a^3}{8}$. (B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (D) $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 8. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- (A) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. (B) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. (C) $\frac{2\pi a^3}{3}$. (D) $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 9. Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $4a^2\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích khối cầu (S) .

- (A) $16a^3\pi \text{ cm}^3$. (B) $32a^3\pi \text{ cm}^3$. (C) $\frac{4a^3\pi}{3} \text{ cm}^3$. (D) $\frac{16a^3\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- ☐ (A) $(-1; +\infty)$. ☐ (B) $(-1; 1)$.
☐ (C) $(-\infty; 1)$. ☐ (D) $(1; +\infty)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $T = \log_a a^{\sqrt[3]{a}}$.

- ☐ (A) $T = \frac{1}{3}$. ☐ (B) $T = \frac{3}{4}$. ☐ (C) $T = \frac{4}{3}$. ☐ (D) $T = \frac{1}{4}$.

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- ☐ (A) $3\pi a^2$. ☐ (B) $4\pi a^2$. ☐ (C) $2\pi a^2$. ☐ (D) πa^2 .

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		
y									

- ☐ (A) 3. ☐ (B) 0. ☐ (C) 1. ☐ (D) 2.

Câu 14. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ tại điểm $M(1; 0)$ là

- ☐ (A) $y = -x + 1$. ☐ (B) $y = -4x - 4$. ☐ (C) $y = -4x + 4$. ☐ (D) $y = -4x + 1$.

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- ☐ (A) 4. ☐ (B) 1.
☐ (C) 3. ☐ (D) 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	5

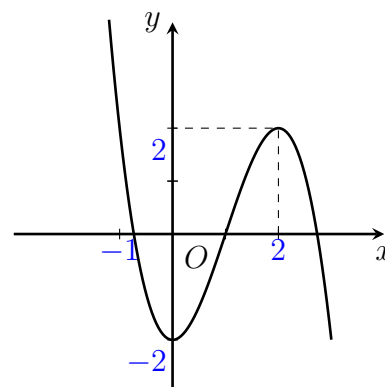
Câu 16. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}(x+1) > \frac{1}{2}$.

- ☐ (A) $S = (-4; +\infty)$. ☐ (B) $S = (-\infty; 4)$. ☐ (C) $S = (-1; 4)$. ☐ (D) $S = (4; +\infty)$.

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Phương trình

$f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?



- ☐ (A) 0. ☐ (B) 1. ☐ (C) 2. ☐ (D) 3.

Câu 18. Nếu $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$, (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $a + 2b + 3c$

là

(A) 13.

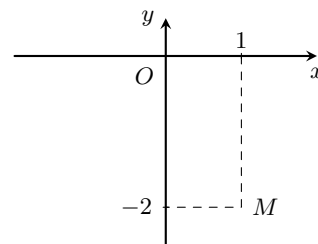
(B) 14.

(C) 9.

(D) 11.

Câu 19.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



(A) Phần thực là -2 và phần ảo là i .

(B) Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

(C) Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.

(D) Phần thực là -2 và phần ảo là 1 .

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |\bar{z} + 1 + 2i|$ là đường thẳng có phương trình.

(A) $x - 2y + 1 = 0$.

(B) $x + 2y = 0$.

(C) $x - 2y = 0$.

(D) $x + 2y + 1 = 0$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Môđun của số phức z bằng

(A) 2.

(B) 1.

(C) 16.

(D) 4.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy, Oz . Tính diện tích tam giác OAB .

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) 1.

(D) 2.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1; 2; -4), B(1; -3; 1), C(2; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

(A) $I(2; -1; 0)$.

(B) $I(0; 0; 1)$.

(C) $I(0; 0; -2)$.

(D) $I(-2; 1; 0)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

(A) $x - 2y + z = 0$.

(B) $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

(C) $x + \frac{y}{2} - z = 1$.

(D) $2x - y + z = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.

(A) 45° .

(B) 30° .

(C) 60° .

(D) 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 4.

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$. Hãy tính $P = M + m$.

(A) $P = 2(\sqrt{2} - 1)$.

(B) $P = 2(\sqrt{2} + 1)$.

(C) $P = \sqrt{2} + 1$.

(D) $P = \sqrt{2} - 1$.

Câu 29. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

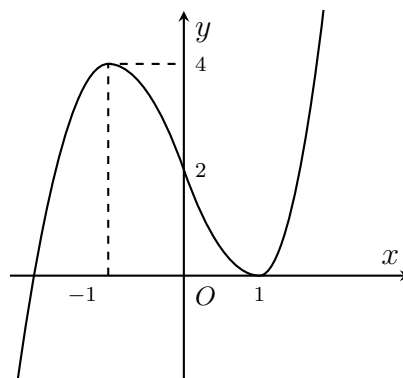
(A) $2\log(a + 2b) = 5(\log a + \log b)$.

(B) $\log(a + 1) + \log b = 1$.

(C) $2\log \frac{a + 2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}$.

(D) $\log(a + 2b) = \log a - \log b$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $|f(x - 2) - 2| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 6.

(D) 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b\right)$ với a, b là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = -b$.

(B) $a + b = 1$.

(C) $a = b$.

(D) $a = 2b$.

Câu 32. Cho hình nón tròn xoay có đường cao bằng 20 cm, bán kính đáy bằng 25 cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Tính diện tích của thiết diện đó.

(A) 500 cm^2 .

(B) 1000 cm^2 .

(C) 250 cm^2 .

(D) 250 cm^3 .

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $xf'(x) = -[f(x)]^2 \cdot \ln x$; $f(1) = 1$. Giá trị $f(e)$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) $\frac{e}{2}$.

(C) $\frac{2e}{3}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Câu 34. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do D quay quanh trục Ox .

(A) $\frac{64\pi}{15}$.

(B) $\frac{32}{15}$.

(C) $\frac{32\pi}{15}$.

(D) $\frac{64}{15}$.

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 5$ và $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực. Tính $P = |a| + |b|$.

(A) $P = 8$.

(B) $P = 4$.

(C) $P = 5$.

(D) $P = 7$.

Câu 36. Tìm mô-đun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

Ⓐ $|z| = \frac{1}{2}$.

Ⓑ $|z| = 2$.

Ⓒ $|z| = 4$.

Ⓓ $|z| = 1$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d) : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P) : x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, biết $(\Delta) \parallel (P)$ và (Δ) cắt (d) .

Ⓐ $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

Ⓑ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

Ⓒ $\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

Ⓓ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

Ⓐ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -1 \end{cases}$

Ⓑ $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{-25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$

Ⓒ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t \\ z = 4 \end{cases}$

Ⓓ $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 39. Cho hai chiếc hộp A và B . Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A và bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

Ⓐ $\frac{126}{275}$.

Ⓑ $\frac{21}{55}$.

Ⓒ $\frac{123}{257}$.

Ⓓ $\frac{37}{83}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

Ⓐ $\frac{3a}{2}$.

Ⓑ $\frac{a}{2}$.

Ⓒ a .

Ⓓ $2a$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

Ⓐ 2020.

Ⓑ 2019.

Ⓒ 2028.

Ⓓ 2018.

Câu 42. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào một ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất sau đây?

Ⓐ 635.000 đồng.

Ⓑ 645.000 đồng.

Ⓒ 613.000 đồng.

Ⓓ 535.000 đồng.

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2|f(2x-3)| - 13 = 0$ là

Ⓐ 3.

Ⓑ 2.

Ⓒ 4.

Ⓓ 1.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	$+\infty$	7	$+\infty$	$+\infty$

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

Ⓐ $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}$.

Ⓑ $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}$.

$$\textcircled{\text{C}} V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}.$$

$$\textcircled{\text{D}} V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2 h}{4}.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, $f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$. Tính

$$I = \int_{-2}^2 f(x) dx.$$

$$\textcircled{\text{A}} \frac{\pi}{20}.$$

$$\textcircled{\text{B}} \frac{\pi}{10}.$$

$$\textcircled{\text{C}} -\frac{\pi}{20}.$$

$$\textcircled{\text{D}} -\frac{\pi}{10}.$$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

$$\textcircled{\text{A}} 1.$$

$$\textcircled{\text{B}} 3.$$

$$\textcircled{\text{C}} 2.$$

$$\textcircled{\text{D}} 0.$$

Câu 47. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

$$\textcircled{\text{A}} P = 2 + 3\sqrt{2}.$$

$$\textcircled{\text{B}} P = 6.$$

$$\textcircled{\text{C}} P = 2\sqrt{2} + 3.$$

$$\textcircled{\text{D}} P = \sqrt{17} + \sqrt{3}.$$

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m|$ bằng 2. Số phần tử của S là

$$\textcircled{\text{A}} 4.$$

$$\textcircled{\text{B}} 3.$$

$$\textcircled{\text{C}} 1.$$

$$\textcircled{\text{D}} 2.$$

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

$$\textcircled{\text{A}} \frac{3a^3}{4}.$$

$$\textcircled{\text{B}} \frac{9\sqrt{3}a^3}{4}.$$

$$\textcircled{\text{C}} \frac{9a^3}{4}.$$

$$\textcircled{\text{D}} \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$$

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-7; 7)$ để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 3mx^2 - 4|$ có đúng 3 điểm cực trị A, B, C và diện tích tam giác ABC lớn hơn 4.

$$\textcircled{\text{A}} 4.$$

$$\textcircled{\text{B}} 2.$$

$$\textcircled{\text{C}} 1.$$

$$\textcircled{\text{D}} 3.$$

—————HẾT—————

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. C	5. B	6. C	7. A	8. A	9. C	10. D
11. C	12. C	13. A	14. C	15. C	16. D	17. C	18. D	19. B	20. C
21. A	22. C	23. D	24. B	25. A	26. D	27. A	28. A	29. C	30. B
31. C	32. A	33. A	34. A	35. D	36. B	37. C	38. B	39. A	40. A
41. B	42. A	43. B	44. B	45. A	46. B	47. C	48. D	49. C	50. C

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một trường cấp ba của tỉnh X có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi TNTHPT gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- (A) 120 cách. (B) 60 cách. (C) 12960 cách. (D) 90 cách.

Lời giải.

TH1: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Toán và 1 giáo viên Vật lý.

Trường hợp này có $C_4^1 C_3^1 C_5^1 + C_4^1 C_3^2 = 72$.

TH2: Đoàn công tác gồm 2 giáo viên Vật lý và 1 giáo viên Toán. Trường hợp này có $C_4^2 C_3^1 = 18$.

Vậy có $72 + 18 = 90$ cách chọn một đoàn công tác thỏa mãn yêu cầu.

Chọn phương án (D)

Câu 2. Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n = 3n^2 + 4n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

- (A) $u_{10} = 55$. (B) $u_{10} = 67$. (C) $u_{10} = 61$. (D) $u_{10} = 59$.

Lời giải.

Ta có $S_1 = 7 \Rightarrow u_1 = 7$.

$S_2 = 3(2)^2 + 4(2) = 20 \Rightarrow u_1 + u_2 = 20 \Rightarrow u_2 = 13$.

Do đó công sai $d = 6$. Khi đó $u_{10} = u_1 + 9d = 7 + 9 \cdot 6 = 61$.

Chọn phương án (C)

Câu 3. Phương trình $7^{2x^2+6x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) 1. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -1. (D) $-\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương với

$$7^{2x^2+6x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 4 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2. \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm bằng $-\frac{1}{2} - 2 = -\frac{5}{2}$.

Chọn phương án (D)

Câu 4. Hình lập phương có độ dài đường chéo là 6 thì có thể tích là

- (A) $2\sqrt{2}$. (B) $54\sqrt{2}$. (C) $24\sqrt{3}$. (D) 8.

Lời giải.

Phương pháp:

Sử dụng công thức hình lập phương cạnh a có độ dài đường chéo chính là $a\sqrt{3}$.

Thể tích hình lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Cách giải:

Gọi độ dài cạnh hình lập phương là a , ($a > 0$) thì độ dài đường chéo hình lập phương là $a\sqrt{3} = 6 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3}$.

Thể tích hình lập phương là $V = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{\log(x+1) - 1}$.

(A) $\mathcal{D} = (10; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (9; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; 9)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log(x+1) - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ \log(x+1) \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 \geq 10 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 9.$$

Vậy $\mathcal{D} = (9; +\infty)$.

Chọn phương án **B**

□

Câu 6. Hàm số $F(x) = x^2 \ln(\sin x - \cos x)$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

(A) $f(x) = \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.

(B) $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2}{\sin x - \cos x}$.

(C) $f(x) = 2x \ln(\sin x - \cos x) + \frac{x^2(\cos x + \sin x)}{\sin x - \cos x}$.

(D) $f(x) = \frac{x^2(\sin x + \cos x)}{\sin x - \cos x}$.

Lời giải.

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ nên

$$f(x) = F'(x) = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \cdot \frac{(\sin x - \cos x)'}{\sin x - \cos x} = 2x \cdot \ln(\sin x - \cos x) + x^2 \cdot \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}.$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính theo a thể tích của khối chóp $S.ABC$.

(A) $V = \frac{a^3}{8}$.

(B) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

(C) $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

(D) $V = \frac{a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm AB , suy ra $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \times SH \times S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \times \frac{a\sqrt{3}}{2} \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 8. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

(A) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

(B) $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$.

(C) $\frac{2\pi a^3}{3}$.

(D) $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

$$\text{Chiều cao } h = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \pi a^2 a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 9. Cho mặt cầu (S) có diện tích bằng $4a^2\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích khối cầu (S).

(A) $16a^3\pi \text{ cm}^3$.

(B) $32a^3\pi \text{ cm}^3$.

(C) $\frac{4a^3\pi}{3} \text{ cm}^3$.

(D) $\frac{16a^3\pi}{3} \text{ cm}^3$.

Câu 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(-1; +\infty)$.

(B) $(-1; 1)$.

(C) $(-\infty; 1)$.

(D) $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta thấy $y' > 0, \forall x > 1$ suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Chọn phương án (D)

□

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $T = \log_a a\sqrt[3]{a}$.

(A) $T = \frac{1}{3}$.

(B) $T = \frac{3}{4}$.

(C) $T = \frac{4}{3}$.

(D) $T = \frac{1}{4}$.

Lời giải.

Ta có $T = \log_a a^{1+\frac{1}{3}} = \log_a a^{\frac{4}{3}} = \frac{4}{3}$.

Chọn phương án (C)

□

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy a , có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

(A) $3\pi a^2$.

(B) $4\pi a^2$.

(C) $2\pi a^2$.

(D) πa^2 .

Lời giải.

Ta có $r = a$ và $l = h = 2r = 2a$.

Khi đó, diện tích xung quanh hình trụ là

$$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot a \cdot 2a = 4\pi a^2.$$

Chọn phương án (C)

□

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số

x	$-\infty$	-2		0		2		$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y								

(A) 3.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, ta suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Chọn phương án (A)

□

Câu 14. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - x + 3$ tại điểm $M(1; 0)$ là

(A) $y = -x + 1$.

(B) $y = -4x - 4$.

(C) $y = -4x + 4$.

(D) $y = -4x + 1$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 1 \Rightarrow y'(1) = -4$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(1; 0)$ là $y = -4(x - 1) \Leftrightarrow y = -4x + 4$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 15.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 4. (B) 1.
(C) 3. (D) 2.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Lời giải.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 3.

Chọn phương án **C**

□

Câu 16. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{25}(x + 1) > \frac{1}{2}$.

- (A) $S = (-4; +\infty)$. (B) $S = (-\infty; 4)$. (C) $S = (-1; 4)$. (D) $S = (4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có: $\log_{25}(x + 1) > \frac{1}{2} \Leftrightarrow x + 1 > 25^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x > 4$.

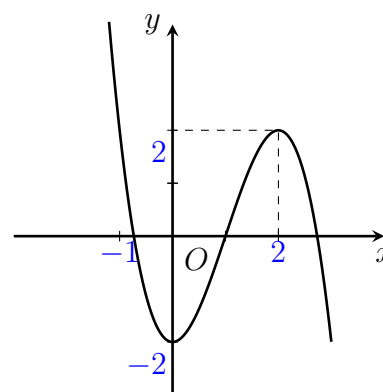
Chọn phương án **D**

□

Câu 17.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số như hình bên. Phương trình

$f(x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt nhỏ hơn 2?



- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Lời giải.

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số để biện luận số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 1$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ nhỏ hơn 2.

Chọn phương án **C**

□

Câu 18. Nếu $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx = \frac{a}{b} \ln c$, (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $a > 0$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) thì $a + 2b + 3c$ là

(A) 13.

(B) 14.

(C) 9.

(D) 11.

Lời giải.

Có $\sqrt{1 + \sin 2x} = \sqrt{(\sin x + \cos x)^2} = \sin x + \cos x$, vì $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right]$. Suy ra

$$\begin{aligned} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} dx &= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} dx \\ &= - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d(\sin x + \cos x)}{\sin x + \cos x} = - \ln |\sin x + \cos x| \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = - (\ln 1 - \ln \sqrt{2}) = \frac{1}{2} \ln 2. \end{aligned}$$

Suy ra $a = 1$, $b = 2$, $c = 2$. Vậy $a + 2b + 3c = 11$.

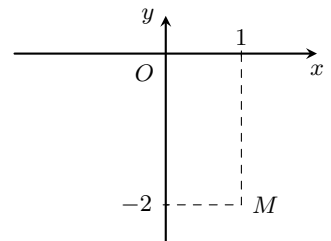
Chọn phương án **D**

□

Câu 19.

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .

- (A)** Phần thực là -2 và phần ảo là i .
- (B)** Phần thực là 1 và phần ảo là -2 .
- (C)** Phần thực là 1 và phần ảo là $-2i$.
- (D)** Phần thực là -2 và phần ảo là 1 .



Lời giải.

Điểm M có tọa độ $M(1; -2)$ nên $z = 1 - 2i$.

Vậy phần thực là 1 và phần ảo là -2 .

Chọn phương án **B**

□

Câu 20. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = |\bar{z} + 1 + 2i|$ là đường thẳng có phương trình.

(A) $x - 2y + 1 = 0$.

(B) $x + 2y = 0$.

(C) $x - 2y = 0$.

(D) $x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải.

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = x - yi$ và $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của số phức z .

Ta có:

$$\begin{aligned}
 |z - 1 + 2i| &= |\bar{z} + 1 + 2i| \\
 \Leftrightarrow |x + yi - 1 + 2i| &= |x - yi + 1 + 2i| \\
 \Leftrightarrow |(x - 1) + (y + 2)i| &= |(x + 1) + (2 - y)i| \\
 \Leftrightarrow \sqrt{(x - 1)^2 + (y + 2)^2} &= \sqrt{(x + 1)^2 + (2 - y)^2} \\
 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 &= x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \\
 \Leftrightarrow x - 2y &= 0.
 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $x - 2y = 0$.

Chọn phương án **C**

□

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Môđun của số phức z bằng

(A) 2.

(B) 1.

(C) 16.

(D) 4.

Lời giải.

Đặt $z = a + bi$. Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
 a + bi - 4 &= (1 + i)\sqrt{a^2 + b^2} - (4 + 3a + 3bi)i \\
 \Leftrightarrow a - 4 + bi &= \sqrt{a^2 + b^2} + i\sqrt{a^2 + b^2} - (4 + 3a)i + 3b \\
 \Leftrightarrow a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 + (b - \sqrt{a^2 + b^2} + 3a + 4)i &= 0 \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 = 0 \\ 3a + b - \sqrt{a^2 + b^2} + 4 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b - \sqrt{a^2 + b^2} - 4 = 0 \\ 2a + 4b + 8 = 0 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} -2b - 4 - 3b - \sqrt{(-2b - 4)^2 + b^2} - 4 = 0 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{(-2b - 4)^2 + b^2} = 5b + 8 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 5b^2 + 16b + 16 = 25b^2 + 80b + 64 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 20b^2 + 64b + 48 = 0 \\ a = -2b - 4 \end{cases} \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{6}{5} \\ a = -\frac{8}{5} \\ b = -2 \\ a = 0 \end{cases}.
 \end{aligned}$$

Với cả hai trường hợp ta đều có $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 2$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 22. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oy, Oz . Tính diện tích tam giác OAB .

(A) $\frac{3}{2}$.

(B) $\frac{1}{2}$.

(C) 1.

(D) 2.

Lời giải.

— Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oy là điểm $A(0; 2; 0)$.

— Hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 2; -1)$ lên trục Oz là điểm $B(0; 0; -1)$.

Vậy diện tích tam giác vuông OAB là $S = \frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm I nằm trên mặt phẳng (Oxy) đi qua ba điểm $A(1; 2; -4), B(1; -3; 1), C(2; 2; 3)$. Tìm tọa độ điểm I .

(A) $I(2; -1; 0)$.

(B) $I(0; 0; 1)$.

(C) $I(0; 0; -2)$.

(D) $I(-2; 1; 0)$.

Lời giải.

Vì $I \in (Oxy) \Rightarrow I(a; b; 0)$. Ta có $\overrightarrow{AI} = (a - 1; b - 2; 4); \overrightarrow{BI} = (a - 1; b + 3; -1); \overrightarrow{CI} = (a - 2; b - 2; -3)$.

Do I là tâm cầu nên

$$\begin{aligned} & \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (a - 1)^2 + (b - 2)^2 + 4^2 = (a - 1)^2 + (b + 3)^2 + 1 \\ (a - 1)^2 + (b - 2)^2 + 4^2 = (a - 2)^2 + (b - 2)^2 + 9 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} -4b + 20 = 6b + 10 \\ -2a + 17 = -4a + 13 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \end{cases} \\ \Rightarrow & I(-2; 1; 0). \end{aligned}$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

(A) $x - 2y + z = 0$.

(B) $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

(C) $x + \frac{y}{2} - z = 1$.

(D) $2x - y + z = 0$.

Lời giải.

Áp dụng phương trình mặt phẳng đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (ABC) là $x - y + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

(D) $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải.

Mặt phẳng $(P): x + z - 2 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 0; 1)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) nhận $\vec{n}_{(P)}$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 \\ z = -1 + t. \end{cases}$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'C)$ và $(C'D'A)$.

(A) 45° .

(B) 30° .

(C) 60° .

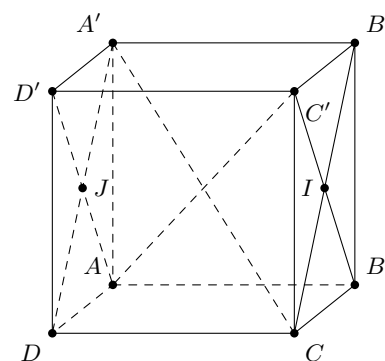
(D) 90° .

Lời giải.

Gọi $I = B'C \cap BC'$, $J = A'D \cap AD'$, ta có

$$\begin{cases} (A'B'C) \cap (C'D'A) = IJ \\ IJ \perp B'C \subset (A'B'C) \\ IJ \perp BC' \subset (C'D'A). \end{cases}$$

Từ đó, suy ra góc giữa mặt phẳng $(A'B'C)$ và mặt phẳng $(C'D'A)$ là góc giữa đường thẳng $B'C$ và BC' hay là bằng 90° .



Chọn phương án **(D)** □

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 4.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta suy ra:

— Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $x = 1$.

— Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

— Hàm số không đạt cực trị tại $x = 3$ do đạo hàm không đổi dấu khi đi qua điểm $x = 3$.

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 28. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2}$. Hãy tính $P = M + m$.

(A) $P = 2(\sqrt{2} - 1)$.

(B) $P = 2(\sqrt{2} + 1)$.

(C) $P = \sqrt{2} + 1$.

(D) $P = \sqrt{2} - 1$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathcal{D} = [-2; 2]$.

$$y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

$$y(-2) = -2; y(2) = 2; y(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Suy ra } m = -2; M = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy } P = 2(\sqrt{2} - 1).$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 29. Cho $a > 0, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + 4b^2 = 5ab$. Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $2\log(a+2b) = 5(\log a + \log b).$

(B) $\log(a+1) + \log b = 1.$

(C) $2\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}.$

(D) $\log(a+2b) = \log a - \log b.$

Lời giải.

$$\text{Ta có } a^2 + 4b^2 = 5ab \Leftrightarrow (a+2b)^2 = 9ab.$$

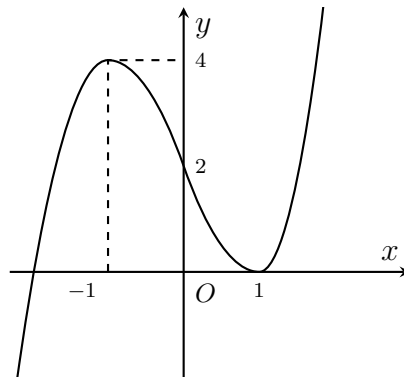
Logarit cơ số 10 hai vế ta được

$$\begin{aligned} \log(a+2b)^2 &= \log(9ab) \Leftrightarrow 2\log(a+2b) = \log 9 + \log a + \log b \\ &\Leftrightarrow 2(\log(a+2b) - \log 3) = \log a + \log b \\ &\Leftrightarrow 2\log \frac{a+2b}{3} = \frac{\log a + \log b}{2}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **C**

□

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Phương trình $|f(x-2) - 2| = \pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 6.

(D) 3.

Lời giải.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = k$ và số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x+p)$ với đường thẳng $y = k$ luôn như nhau. Do đó nghiệm của phương trình $|f(x-2) - 2| = \pi$ cũng chính là nghiệm của phương trình $|f(x) - 2| = \pi$.

$$\text{Phương trình } |f(x) - 2| = \pi \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) - 2 = \pi \\ f(x) - 2 = -\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 + \pi \\ f(x) = 2 - \pi \end{cases}.$$

Xét phương trình $f(x) = 2 + \pi$: Vì $2 + \pi > 4$ nên phương trình có 1 nghiệm.

Xét phương trình $f(x) = 2 - \pi$: Vì $2 - \pi < 0$ nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm thực.

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 \left(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x \right) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b \right)$ với a, b là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = -b$.

(B) $a + b = 1$.

(C) $a = b$.

(D) $a = 2b$.

Lời giải.

Điều kiện $x > 0$.

$$\log_2 \left(1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x \right) < 1 \Leftrightarrow 0 < 1 + \log_{\frac{1}{9}} x - \log_9 x < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < \log_9 x < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < 3.$$

Do đó tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{3}; 3 \right)$. Suy ra $a = b$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 32. Cho hình nón tròn xoay có đường cao bằng 20 cm, bán kính đáy bằng 25 cm. Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là 12 cm. Tính diện tích của thiết diện đó.

(A) 500 cm^2 .

(B) 1000 cm^2 .

(C) 250 cm^2 .

(D) 250 cm^3 .

Lời giải.

Ký hiệu S là đỉnh của hình nón và O là tâm của đường tròn đáy.

Gọi A, B là hai giao điểm (khác đỉnh S của hình nón) của mặt phẳng với hình nón. Suy ra thiết diện của mặt phẳng với hình nón là tam giác SAB .

Gọi M là trung điểm của AB .

Kẻ $OH \perp SM$ tại H .

Xét đường thẳng AB và mặt phẳng (SOM) có

$$\begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp OM \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOM).$$

Cho nên $(SAB) \perp (SOM)$.

Mà $(SAM) \cap (SOM) = SM$ và $OH \perp SM$ nên OH là khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện. Suy ra $OH = 12 \text{ cm}$.

Ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OM^2} \Leftrightarrow \frac{1}{OM^2} = \frac{1}{OH^2} - \frac{1}{SO^2} \Leftrightarrow OM = \sqrt{\frac{OH^2 \cdot SO^2}{SO^2 - OH^2}} \Leftrightarrow OM = 15.$$

Khi đó $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = 25$ và $AB = 2AM = 2\sqrt{25^2 - 15^2} = 40$.

Vậy diện tích của thiết diện SAB bằng $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 25 = 500 \text{ cm}^2$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $xf'(x) = -[f(x)]^2 \cdot \ln x$; $f(1) = 1$. Giá trị $f(e)$ bằng

(A) $\frac{2}{3}$.

(B) $\frac{e}{2}$.

(C) $\frac{2e}{3}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $xf'(x) = -[f(x)]^2 \cdot \ln x$; $f(1) = 1 \Rightarrow -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} = \frac{\ln x}{x}$.

Suy ra $\int -\frac{f'(x)}{[f(x)]^2} dx = \int \frac{\ln x}{x} dx = \int \ln x d(\ln x) \Rightarrow \frac{1}{f(x)} = \frac{\ln^2 x}{2} + C$

Theo giả thiết $f(1) = 0 + C = 1 \Rightarrow C = 1$. Khi $x = e \Rightarrow \frac{1}{f(e)} = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(e) = \frac{2}{3}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 34. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi hai đường $y = 2(x^2 - 1)$; $y = 1 - x^2$. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành do D quay quanh trục Ox .

(A) $\frac{64\pi}{15}$.

(B) $\frac{32}{15}$.

(C) $\frac{32\pi}{15}$.

(D) $\frac{64}{15}$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$

và $y = 1 - x^2$ là

$$2(x^2 - 1) = 1 - x^2 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ qua trục Ox ta được đồ thị hàm số $y = 2(1 - x^2)$.

Ta có $2(1 - x^2) \geq 1 - x^2, \forall x \in [-1; 1]$.

Khi đó trên đoạn $[-1; 1]$ phần thể tích của hàm số $y = 2(x^2 - 1)$ chứa cả phần thể tích của hàm số $y = 1 - x^2$.

Suy ra thể tích khối tròn xoay cần tìm là

$$V = \pi \int_{-1}^1 [2(x^2 - 1)]^2 dx = \frac{64\pi}{15}.$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z| = 5$ và $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực. Tính $P = |a| + |b|$.

(A) $P = 8$.

(B) $P = 4$.

(C) $P = 5$.

(D) $P = 7$.

Lời giải.

Ta có

$$z(2 + i)(1 - 2i) = (a + bi)(4 - 3i) = 4a + 3b + (-3a + 4b)i. \quad (1)$$

Do $z(2 + i)(1 - 2i)$ là một số thực nên từ (1) suy ra $-3a + 4b = 0 \Leftrightarrow b = \frac{3}{4}a$. (2)

Mặt khác $|z| = 5 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 25$. (3)

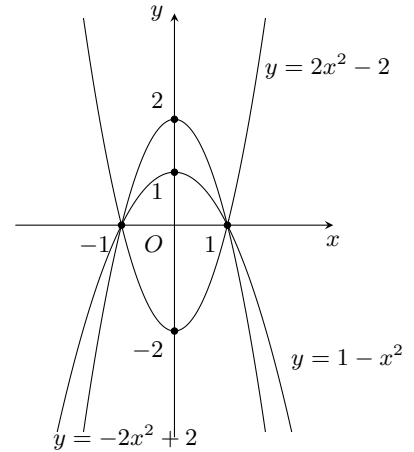
Thế (2) vào (3) ta được phương trình

$$a^2 + \left(\frac{3}{4}a\right)^2 = 25 \Leftrightarrow a^2 = 16 \Leftrightarrow a = \pm 4.$$

Với $a = 4 \Rightarrow b = 3$ và $a = -4 \Rightarrow b = -3$.

Vậy $P = |a| + |b| = 3 + 4 = 7$.

Chọn phương án **(D)** □



Câu 36. Tìm mô-đun của số phức z biết $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$.

(A) $|z| = \frac{1}{2}$.

(B) $|z| = 2$.

(C) $|z| = 4$.

(D) $|z| = 1$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} z - 4 &= (1 + i)|z| - (4 + 3z)i \\ \Leftrightarrow z - 4 &= |z| + i|z| - 4i - 3iz \\ \Leftrightarrow z(1 + 3i) &= |z| + 4 + (|z| - 4)i \\ \Rightarrow |z(1 + 3i)| &= ||z| + 4 + (|z| - 4)i| \text{ (lấy mô-đun hai vế)} \\ \Leftrightarrow |z| \cdot \sqrt{10} &= \sqrt{(|z| + 4)^2 + (|z| - 4)^2} \\ \Leftrightarrow 10|z|^2 &= 2|z|^2 + 32 \\ \Leftrightarrow |z|^2 &= 4 \Leftrightarrow |z| = 2. \end{aligned}$$

Chọn phương án (B) □

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d) : \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P) : x - y - z - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua điểm $A(1; 1; -2)$, biết $(\Delta) \parallel (P)$ và (Δ) cắt (d) .

(A) $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.

(B) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$.

(C) $\frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

(D) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

Lời giải.

Gọi $M = (d) \cap (\Delta) \Rightarrow M(-1 + 2t; 1 + t; 2 + 3t)$.

Khi đó $\overrightarrow{AM} = (2t - 2; t; 3t + 4)$ là một véc-tơ chỉ phương của (Δ) .

$(\Delta) \parallel (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \perp \vec{n}_{(P)}$ với $\vec{n}_{(P)} = (1; -1; -1)$.

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n}_{(P)} = 0 \Leftrightarrow 2t - 2 - t - 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-8; -3; -5)$.

Vậy $(\Delta) : \frac{x-1}{8} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{5}$.

Chọn phương án (C) □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y+4}{1} = \frac{z-3}{-1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-5}$. Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxz) và cắt d_1 và d_2 có phương trình là

(A) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 + t \\ z = -1 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{-25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$

(C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = -3 + t \\ z = 4 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} x = t \\ y = -4 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi d là đường thẳng cần tìm, $A = d \cap d_1$ và $B = d \cap d_2$.

Ta có tọa độ $A = (u; -4 + u; 3 - u)$, $B = (1 - 2v; -3 + v; 4 - 5v)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 2v - u; 1 + v - u; 1 - 5v + u)$ là véc-tơ chỉ phương của d .

Do $d \perp (Oxz)$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_{Oxz} = (0; 1; 0)$ cùng phương.

$$\text{Từ đó ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{i} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{j} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2v - u = 0 \\ 1 - 5v + u = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = \frac{3}{7} \\ v = \frac{2}{7} \end{cases}$$

Nên tọa độ $A(\frac{3}{7}; \frac{-25}{7}; \frac{18}{7})$.

$$\text{Vậy } d \text{ đi qua } A \text{ và có véc-tơ chỉ phương } \overrightarrow{AB} = (0; 1; 0) \text{ có phương trình là } \begin{cases} x = \frac{3}{7} \\ y = \frac{-25}{7} + t \\ z = \frac{18}{7} \end{cases}$$

Chọn phương án **(B)**

□

Câu 39. Cho hai chiếc hộp A và B . Hộp A chứa 6 viên bi trắng, 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A và bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

(A) $\frac{126}{275}$.

(B) $\frac{21}{55}$.

(C) $\frac{123}{257}$.

(D) $\frac{37}{83}$.

Lời giải.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 10 \cdot C_{11}^2$.

Trường hợp 1: Lấy một viên bi đen từ hộp A bỏ vào hộp B ta có 4 cách. Khi đó số cách lấy hai bi trắng từ hộp B là C_7^2 .

Trường hợp 2: Lấy một viên bi trắng từ hộp A bỏ vào hộp B khi đó ta có 6 cách. Với mỗi cách đó thì số cách lấy hai bi trắng từ hộp B là C_8^2 .

Vậy số cách lấy hai viên bi trắng từ hộp B là $4 \cdot C_7^2 + 6 \cdot C_8^2$.

$$\text{Xác suất cần tìm là } P = \frac{4 \cdot C_7^2 + 6 \cdot C_8^2}{10 \cdot C_{11}^2} = \frac{126}{275}.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 3a$ và $SA \perp (ABC)$. Biết $AB = BC = 2a$ và $\widehat{ABC} = 120^\circ$.

Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

(A) $\frac{3a}{2}$.

(B) $\frac{a}{2}$.

(C) a .

(D) $2a$.

Lời giải.

Gọi I là hình hình chiếu vuông góc của A trên BC , ta có $AI \perp BC$. (1)

Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp BC$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SIA)$. (3)

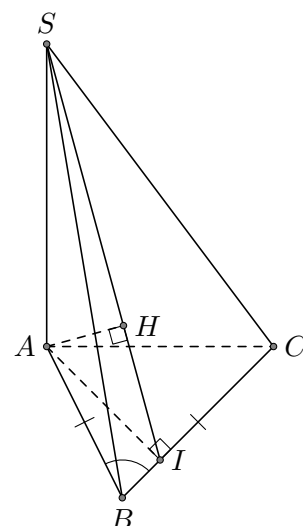
Gọi H là hình hình chiếu vuông góc của A trên SI , ta có $AH \perp SI$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $AH \perp (SBC)$ nên khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là AH .

Xét tam giác BIA vuông tại I , ta có

$$AI = AB \cdot \sin 120^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác SAI vuông tại A , ta có



$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AI^2}{AS^2 + AI^2}} = \sqrt{\frac{(3a)^2 \cdot (a\sqrt{3})^2}{(3a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{3a}{2}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3a}{2}$.

Chọn phương án **(A)** □

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

(A) 2020.

(B) 2019.

(C) 2028.

(D) 2018.

Lời giải.

Phương pháp:

— Sử dụng công thức $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, đặt ẩn phụ $t = \sin x$.

— Để hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a; b) \Rightarrow f'(x) \geq 0 \forall x \in (a; b)$.

Cách giải:

$$y = \sin^3 x - 3 \cos^2 x - m \sin x - 1 = \sin^3 x - 3(1 - \sin^2 x) - m \sin x - 1.$$

$$y = \sin^3 x + 3 \sin^2 x - m \sin x - 4.$$

Đặt $t = \sin x$, với $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0; 1]$.

Bài toán trở thành tìm m để hàm số $y = t^3 + 3t^2 - mt - 4$ đồng biến trên $[0; 1]$.

TXĐ: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3t^2 + 6t - m$.

Để hàm số đồng biến trên $[0; 1]$

$$\Rightarrow y' \geq 0 \forall t \in [0; 1] \Rightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq 3t^2 + 6t \forall t \in [0; 1].$$

$$\Rightarrow m \leq f(t) = 3t^2 + 6t \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \leq \min_{[0;1]} f(t).$$

Xét hàm số $f(t) = 3t^2 + 6t$, ta có $f(0) = 0, f(1) = 9 \Rightarrow \min_{[0;1]} f(t) = 0 \Leftrightarrow m \leq 0$.

$$\text{Kết hợp điều kiện đề bài} \Rightarrow \begin{cases} m \in (-2019; 0] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow \text{Có 2019 giá trị của } m \text{ thỏa mãn.}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 42. Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào một ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất sau đây?

(A) 635.000 đồng.

(B) 645.000 đồng.

(C) 613.000 đồng.

(D) 535.000 đồng.

Lời giải.

Gọi r là lãi suất kép hàng tháng.

Gọi T_n là số tiền người đó có được ở cuối tháng thứ n , ta có:

- Cuối tháng thứ nhất người đó có số tiền là: $T_1 = T + T \cdot r = T(1 + r)$.

- Đầu tháng thứ hai, người đó gửi số tiền là:

$$T(1 + r) + T = T[(1 + r) + 1] = \frac{T}{(1 + r) - 1} \cdot [(1 + r)^2 - 1] = \frac{a}{r} [(1 + r)^2 - 1].$$

- Cuối tháng thứ hai người đó có số tiền là:

$$T_2 = \frac{T}{r} [(1 + r)^2 - 1] + \frac{T}{r} [(1 + r)^2 - 1] r = \frac{T}{r} [(1 + r)^2 - 1] (1 + r).$$

- Cuối tháng thứ n người đó có số tiền là:

$$T_n = \frac{T}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r).$$

Suy ra: $T = \frac{T_n r}{[(1+r)^n - 1] (1+r)}.$

Do đó số tiền ban đầu người đó gửi là:

$$T = \frac{10000000 \cdot 0,6\%}{[(1+0,6\%)^{15} - 1] (1+0,6\%)} \approx 635301 \text{ đồng.}$$

Chọn phương án **(A)** □

Câu 43.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2|f(2x-3)| - 13 = 0$ là

- (A)** 3. **(B)** 2. **(C)** 4. **(D)** 1.

Lời giải.

Đặt $t = 2x - 3$. Cứ mỗi một $t \neq 0$ sẽ cho một x .

Phương trình đã cho trở thành $|f(t)| = \frac{13}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(t) = \frac{13}{2} \\ f(t) = -\frac{13}{2} \end{cases}.$

Ta có $-\frac{13}{2} < \frac{13}{2} < 7$ nên dựa vào bảng biến thiên đã cho, ta có

— Phương trình $f(t) = \frac{13}{2}$ có 1 nghiệm $t_1 > 0$.

— Phương trình $f(t) = -\frac{13}{2}$ có 1 nghiệm t_2 thỏa mãn $0 < t_2 < t_1$.

Suy ra phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

(A) $V = \frac{\sqrt{3}a^2h}{4}.$

(B) $V = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}.$

(C) $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 + \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}.$

(D) $V = \frac{3\sqrt{3}\pi a^2h}{4}.$

Lời giải.

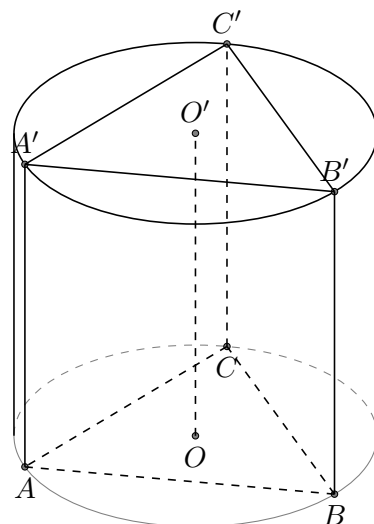
Gọi x là cạnh đáy của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ, bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh x là $\frac{x\sqrt{3}}{3}$, do đó:

$$\frac{x\sqrt{3}}{3} = a \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}.$$

Diện tích mặt đáy của hình lăng trụ: $S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(a\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4}.$

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là

$$V = Bh = \frac{3\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2h}{4}.$$



Chọn phương án **(B)**

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$, $f(-x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x) + 3f(-x) = \frac{1}{4+x^2}$. Tính

$$I = \int_{-2}^2 f(x) dx.$$

(A) $\frac{\pi}{20}$.

(B) $\frac{\pi}{10}$.

(C) $-\frac{\pi}{20}$.

(D) $-\frac{\pi}{10}$.

Lời giải.

Xét $I = \int_{-2}^2 f(x) dx$.

Đặt $x = -u \Rightarrow dx = -du$.

— Với $x = -2 \Rightarrow u = 2$.

— Với $x = 2 \Rightarrow u = -2$.

Suy ra $I = - \int_2^{-2} f(-u) du = \int_{-2}^2 f(-u) du = \int_{-2}^2 f(-x) dx$.

Từ đó ta có $5I = 2I + 3I = 2 \int_{-2}^2 f(x) dx + 3 \int_{-2}^2 f(-x) dx = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$.

Tính $J = \int_{-2}^2 \frac{1}{x^2 + 4} dx$.

Đặt $x = 2 \tan v \Rightarrow dx = 2(1 + \tan^2 v) dv$.

Đổi cận

— Với $x = -2 \Rightarrow v = -\frac{\pi}{4}$.

— Với $x = 2 \Rightarrow v = \frac{\pi}{4}$.

Suy ra $J = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{4 \tan^2 v + 4} \cdot 2(1 + \tan^2 v) dv = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} dv = \frac{\pi}{4}$.

Từ đó suy ra $I = \frac{\pi}{20}$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Phương trình $f(x) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

(A) 1.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

Lời giải.

Phương trình $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = 2$ là số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ (*)

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có 3 nghiệm.

Chọn phương án (B)

□

Câu 47. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = x + y$.

(A) $P = 2 + 3\sqrt{2}$.

(B) $P = 6$.

(C) $P = 2\sqrt{2} + 3$.

(D) $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Lời giải.

Từ $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y) \Leftrightarrow xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow (x - 1)y \geq x^2$.

Nếu $0 < x \leq 1$ thì $y \geq xy \geq x^2 + y \Leftrightarrow 0 \geq x^2$ (vô lý).

Nếu $x > 1$ thì $(x - 1)y \geq x^2 \Leftrightarrow y \geq \frac{x^2}{x - 1}$. Vậy $P = x + y \geq x + \frac{x^2}{x - 1}$.

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{x^2}{x - 1}$ trên $(1; +\infty)$. $f'(x) = \frac{2x^2 - 4x + 1}{x^2 - 2x + 1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \text{ (loại)} \\ x = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \text{ (nhận)}. \end{cases}$

Lập bảng biến thiên suy ra $\min_{(1; +\infty)} f(x) = f\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}\right) = 2\sqrt{2} + 3$.

Chọn phương án (C)

□

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m|$ bằng 2. Số phần tử của S là

(A) 4.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 2.

Lời giải.

Ta có $y = |\sin^4 x + \cos 2x + m| = |\sin^4 x - 2\sin^2 x + m + 1|$.

Đặt $t = \sin^2 x$, $t \in [0; 1]$, hàm số trở thành $y = |t^2 - 2t + m + 1|$.

Xét hàm $f(t) = t^2 - 2t + m + 1$, với $t \in [0; 1]$. Ta có $f'(t) = 2t - 2 \leq 0$, với $\forall t \in [0; 1]$, suy ra hàm số nghịch biến trên $[0; 1]$. Do đó $f(1) \leq f(t) \leq f(0) \Leftrightarrow m \leq f(t) \leq m + 1$.

Xét các trường hợp sau

— $m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -1$. Khi đó, $\min y = -m - 1$. Theo giả thiết $-m - 1 = 2 \Leftrightarrow m = -3$ (thỏa mãn).

— $-1 < m \leq 0$. Khi đó, $\min y = 0$ (loại).

— $m > 0$. Khi đó, $\min y = m$. Theo giả thiết $m = 2$ (thỏa mãn).

Vậy tập hợp S có 2 phần tử.

Chọn phương án (D)

□

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi (α) là góc tạo bởi hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp.

(A) $\frac{3a^3}{4}$.

(B) $\frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$.

(C) $\frac{9a^3}{4}$.

(D) $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải.

Gọi O và O' lần lượt là tâm của hình thoi $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Vì $BO' \perp (A'B'C'D')$ nên $OD' \perp (ABCD)$.

Ta có $AD = a\sqrt{3}$, $DO = \frac{3a}{2}$ nên

$$AO = \sqrt{AD^2 - DO^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $AC = a\sqrt{3}$, do đó, tam giác ACD đều.

Từ O kẻ $OH \perp CD$, kết hợp với $OD' \perp CD$ (do $OD' \perp (ABCD)$) suy ra $HD' \perp CD$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$ là $\widehat{OHD'}$.

Ta có $OH = \frac{1}{2} \cdot h_A = \frac{3a}{4}$, $\widehat{OHD'} = \alpha$ và $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $OD' = OH \cdot \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích đáy hình hộp là $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó, $V = S_{ABCD} \cdot OD' = \frac{9a^3}{4}$.

Chọn phương án (C) □

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên $m \in (-7; 7)$ để đồ thị hàm số $y = |x^4 - 3mx^2 - 4|$ có đúng 3 điểm cực trị A, B, C và diện tích tam giác ABC lớn hơn 4.

(A) 4.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Lời giải.

Đặt $f(x) = x^4 - 3mx^2 - 4$. Ta thấy $f(0) = -4$.

Do vậy $y = |f(x)|$ có đúng 3 cực trị $\Leftrightarrow f(x)$ có 1 cực trị $\Leftrightarrow m \leq 0$. (1)

Ta thấy $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot BC = 4 \cdot |x_C|$.

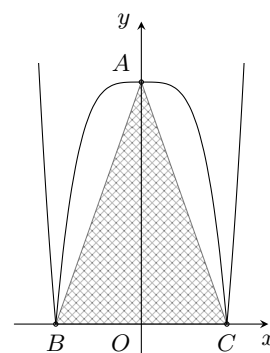
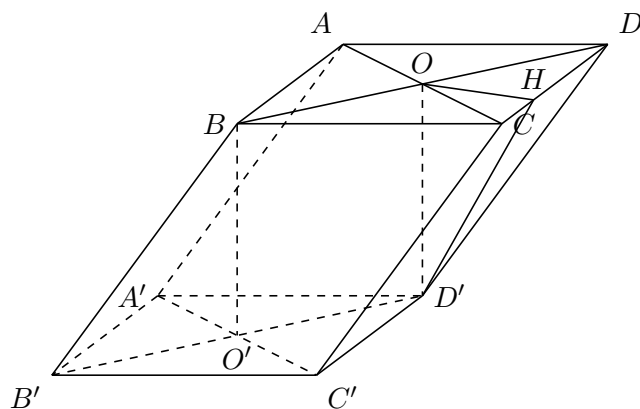
Theo giả thiết, ta được

$$\begin{aligned} \frac{3m + \sqrt{9m^2 + 16}}{2} &> 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{9m^2 + 16} &> 2 - 3m \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m \leq \frac{2}{3} \\ m > -1 \end{cases} \\ \stackrel{(1)}{\Rightarrow} -1 < m &\leq 0. \end{aligned}$$

Vậy có 1 giá trị m nguyên thuộc $(-7; 7)$ là $m = 0$ thỏa mãn đề bài.

Chọn phương án (C) □

HẾT



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. D	4. C	5. B	6. C	7. A	8. A	9. C	10. D
11. C	12. C	13. A	14. C	15. C	16. D	17. C	18. D	19. B	20. C
21. A	22. C	23. D	24. B	25. A	26. D	27. A	28. A	29. C	30. B
31. C	32. A	33. A	34. A	35. D	36. B	37. C	38. B	39. A	40. A
41. B	42. A	43. B	44. B	45. A	46. B	47. C	48. D	49. C	50. C

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

- (A) $C_6^2 + C_9^4$. (B) $A_6^2 \cdot A_9^4$. (C) $C_6^2 \cdot C_9^4$. (D) $C_6^4 \cdot C_9^2$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = 3 - 5n$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) .

- (A) $d = 3$. (B) $d = -5$. (C) $d = -3$. (D) $d = 5$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

- (A) $S = \{1; 2\}$. (B) $S = (1; 2)$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \{2\}$.

Câu 4. Tổng diện tích các mặt của khối lập phương bằng 96. Tìm thể tích của khối lập phương đó.

- (A) 48. (B) 84. (C) 64. (D) 91.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
(C) $\mathcal{D} = [-3; 2]$. (D) $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ thỏa mãn $F(2) = 4$. Giá trị $F(-1)$ bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 1. (C) $2\sqrt{3}$. (D) 2.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

- (A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (C) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. (D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

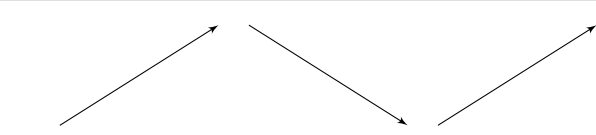
Câu 8. Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm có thể tích bằng

- (A) $128\pi \text{ cm}^3$. (B) $96\pi \text{ cm}^3$. (C) $124\pi \text{ cm}^3$. (D) $140\pi \text{ cm}^3$.

Câu 9. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

- (A) $S = 32\pi$. (B) $S = 16\pi$. (C) $S = 64\pi$. (D) $S = 8\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

- (A) $(-\infty; 2)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(-1; 2)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $Q = \log_a \frac{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}$.

- Ⓐ $Q = \frac{19}{5}$. Ⓑ $Q = \frac{19}{7}$. Ⓒ $Q = \frac{19}{4}$. Ⓓ $Q = \frac{19}{6}$.

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

- Ⓐ $85\pi \text{ cm}^2$. Ⓑ $35\pi \text{ cm}^2$. Ⓒ $\frac{35}{3}\pi \text{ cm}^2$. Ⓓ $70\pi \text{ cm}^2$.

Câu 13.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

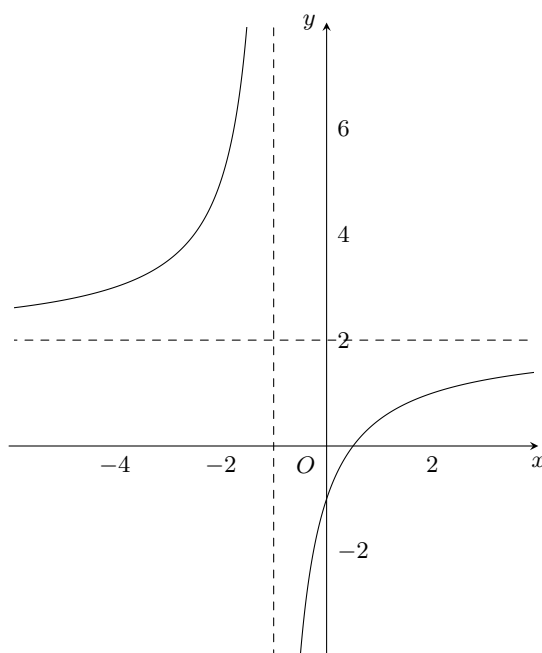
x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1

	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2
--	------	------------	-----	------------	-----

- Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định hàm số trên.

- Ⓐ $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Ⓑ $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Ⓒ $y = \frac{2x-1}{x+1}$. Ⓓ $y = \frac{3x+1}{2x+2}$.



Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- Ⓐ 1. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$ là

- Ⓐ $\left(-2, -\frac{3}{2}\right]$. Ⓑ $\left[-2, -\frac{3}{2}\right]$. Ⓒ $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 17.

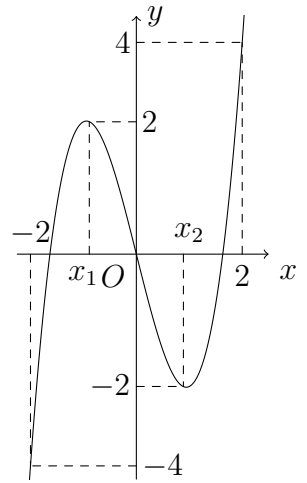
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

(A) 4.

(B) 6.

(C) 3.

(D) 5.



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$, có $f(2) = 14$ và $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 6$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(x) \ln x dx.$$

(A) $I = 14 \ln 2 - 6$.

(B) $I = 7 \ln 2 - 6$.

(C) $I = 7 \ln 2 - 6$.

(D) $I = 14 \ln 2 + 6$.

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Môđun của z bằng bao nhiêu?

(A) $\sqrt{10}$.

(B) 10.

(C) $\sqrt{3}$.

(D) 4.

Câu 20. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của $z = 6z_1 + 5z_2$.

(A) $\bar{z} = 51 + 40i$.

(B) $\bar{z} = 51 - 40i$.

(C) $\bar{z} = 48 + 37i$.

(D) $\bar{z} = 48 - 37i$.

Câu 21. Gọi A, B, C là các điểm trong mặt phẳng Oxy theo thứ tự biểu diễn các số phức $2 + 3i$, $3 + i$, $1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

(A) $z = 1 + i$.

(B) $z = 1 - i$.

(C) $z = 2 - 2i$.

(D) $z = 2 + 2i$.

Câu 22 (2H3B1-1). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$

(A) $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$.

(B) $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$.

(C) $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$.

(D) $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Câu 23. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

(A) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

(B) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z - 3 = 0$.

(C) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 1 = 0$.

(D) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 1 = 0$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến (P) .

(A) $d = 3$.

(B) $d = 4$.

(C) $d = 1$.

(D) $d = \frac{1}{3}$.

Câu 25. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

(A) 9.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 7.

Câu 26. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

(A) 120° .

(B) 60° .

(C) 30° .

(D) 45° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
y'	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

(A) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

(B) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

(D) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \sqrt{5 - x^2}$.

(A) 5.

(B) $2\sqrt{5}$.

(C) -3.

(D) $-2\sqrt{5}$.

Câu 29. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b - a}{2}$. Tính giá trị $T = \frac{a}{b}$.

(A) $T = \frac{3 + \sqrt{6}}{4}$.

(B) $T = 7 - 2\sqrt{6}$.

(C) $T = 7 + 2\sqrt{6}$.

(D) $T = \frac{3 - \sqrt{6}}{4}$.

Câu 30. Phương trình $x^3 - 3x + 2m - 2 = 0$ có đúng một nghiệm dương khi m thỏa

(A) $m = 2$ hoặc $m \leq 1$.

(B) $m \in \emptyset$.

(C) $m > 1$.

(D) $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Câu 31. Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là?

(A) $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

(B) $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

(D) $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 32. Cho khối nón có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^3$ và thiết diện qua trục là tam giác đều. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

(A) $S_{xq} = \pi a^2 \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$.

(B) $S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{9}{16}}$.

(C) $S_{xq} = 3\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{9}{16}}$.

(D) $S_{xq} = 3\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{2}{16}}$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ dương có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$, biết rằng $f'(x) - \sqrt{x^2 + 1}$.

$f(x) = 0$ và $f(\sqrt{3}) = e^3$. Tính $I = \int_0^{\sqrt{3}} \ln[f(x)] dx$.

(A) $2\sqrt{3}$.

(B) $3\sqrt{3} - \frac{7}{3}$.

(C) $3\sqrt{3} + \frac{7}{3}$.

(D) $3\sqrt{3} - 2$.

Câu 34. Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là

(A) $\frac{13}{3}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{7\pi}{3}$.

(D) $\frac{13\pi}{3}$.

Câu 35. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|2z - i| = |iz + 2|$, biết $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 2z_2|$.

(A) $A = \sqrt{5}$.

(B) $A = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

(C) $A = \sqrt{3}$.

(D) $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là z_1, z_2 . Tính $A = |z_1| + |z_2| + z_1 \cdot z_2$.

(A) $A = 25 + 2\sqrt{5}$.

(B) $A = 0$.

(C) $A = 5 - 2\sqrt{5}$.

(D) $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(0; -1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

(A) $y - 2z + 5 = 0$. (B) $x - y + 2z - 5 = 0$. (C) $-y + 2z + 5 = 0$. (D) $y - 2z - 5 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ . Biết rằng $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

(A) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$

Câu 39. Từ một hộp chứa 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 3 viên bi vàng lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ 3 màu.

(A) $\frac{3}{11}$. (B) $\frac{1}{22}$. (C) $\frac{3}{220}$. (D) $\frac{11}{3}$.

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

(A) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $\frac{a\sqrt{7}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{mx - 4m + 5}{x + 3m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 5.

Câu 42. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó có được gấp đôi số tiền ban đầu?

(A) 9. (B) 10. (C) 7. (D) 8.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

(A) $2\sqrt{3}a^2$. (B) a^2 . (C) πa^2 . (D) $\sqrt{3}a^2$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{4}{15}$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx =$

$\frac{49}{45}$. Tích phân $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$ bằng

(A) $\frac{2}{9}$. (B) $\frac{1}{6}$. (C) $\frac{4}{63}$. (D) 1.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x - 1)| = 2$ là

- (A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương, thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x + 3y$.

- (A) $P_{\min} = 7 + 3\sqrt{2}$. (B) $P_{\min} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. (C) $P_{\min} = 7 - 2\sqrt{10}$. (D) $P_{\min} = 7 + 2\sqrt{10}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

- (A) 10. (B) 12. (C) 14. (D) 11.

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 3ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt khối chóp thành hai phần, gọi thể tích phần chứa đỉnh S là V_1 , thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{80}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{53}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{29}{80}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_2(2x + m) = \log_{\sqrt{2}}(x - 1)$ có nghiệm duy nhất:

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

—————HẾT—————

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. C	5. D	6. D	7. A	8. B	9. B	10. C
11. D	12. D	13. A	14. C	15. A	16. D	17. B	18. A	19. A	20. D
21. D	22. B	23. A	24. C	25. D	26. C	27. D	28. D	29. B	30. A
31. B	32. B	33. B	34. B	35. A	36. D	37. A	38. A	39. A	40. A
41. C	42. A	43. B	44. A	45. A	46. A	47. D	48. D	49. A	50. D

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2020

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề.

Câu 1. Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam?

- (A) $C_6^2 + C_9^4$. (B) $A_6^2 \cdot A_9^4$. (C) $C_6^2 \cdot C_9^4$. (D) $C_6^4 \cdot C_9^2$.

Lời giải.

Số cách chọn 2 học sinh nam là C_6^2 .

Số cách chọn 4 học sinh nữ là C_9^4 .

Số cách chọn 6 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam là $C_6^2 \cdot C_9^4$.

Chọn phương án (C) □

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_n = 3 - 5n$. Tìm công sai d của cấp số cộng (u_n) .

- (A) $d = 3$. (B) $d = -5$. (C) $d = -3$. (D) $d = 5$.

Lời giải.

Theo giả thiết suy ra $u_{n+1} = 3 - 5(n+1) = -2 - 5n \Rightarrow u_{n+1} - u_n = -5, \forall n \geq 1$.

Suy ra (u_n) là cấp số cộng, công sai $d = -5$.

Chọn phương án (B) □

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

- (A) $S = \{1; 2\}$. (B) $S = (1; 2)$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \{2\}$.

Lời giải.

$$\text{Ta có } 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 1. \end{cases}$$

Chọn phương án (A) □

Câu 4. Tổng diện tích các mặt của khối lập phương bằng 96. Tìm thể tích của khối lập phương đó.

- (A) 48. (B) 84. (C) 64. (D) 91.

Lời giải.

Khối lập phương có 6 mặt và theo đề bài tổng diện tích các mặt của khối lập phương là 96 nên diện tích một mặt của khối lập phương là $96 \div 6 = 16$.

Suy ra cạnh của hình lập phương là $\sqrt{16} = 4$. Do đó, thể tích của khối lập phương là $4^3 = 64$.

Chọn phương án (C) □

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ là

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-3; 2\}$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.
(C) $\mathcal{D} = [-3; 2]$. (D) $\mathcal{D} = (-3; 2)$.

Lời giải.

Hàm số $\log_2 \frac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi $\frac{x+3}{2-x} > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 6. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ thỏa mãn $F(2) = 4$. Giá trị $F(-1)$ bằng

(A) $\sqrt{3}$.

(B) 1.

(C) $2\sqrt{3}$.

(D) 2.

Lời giải.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{1}{\sqrt{x+2}} dx = 2\sqrt{x+2} + C.$$

Theo đề bài $F(2) = 4$ nên $2\sqrt{2+2} + C = 4 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(-1) = 2\sqrt{-1+2} = 2$.

Vậy $F(-1) = 2$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có $(SAB) \perp (ABC)$, tam giác ABC đều cạnh $2a$, tam giác SAB vuông cân tại S . Tính thể tích hình chóp $S.ABC$.

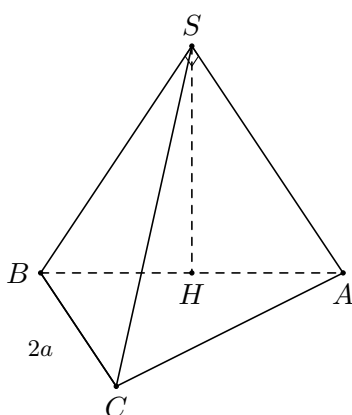
(A) $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

(B) $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

(C) $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

(D) $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.



Kẻ $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$ Vì $(ABC) \cap (SAB) = AB$ và $(SAB) \perp (ABC)$.

Ta có: $SH = \frac{AB}{2} = a$ (Do SAB là tam giác vuông cân tại S cạnh huyền $AB = 2a$).

Diện tích tam giác ABC là $S_{\triangle ABC} = (2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

Vậy thể tích khối chóp $SABC$ là: $V_{SABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \sqrt{3}a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 8. Khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 8 cm và độ dài đường sinh bằng 10 cm có thể tích bằng

(A) $128\pi \text{ cm}^3$.

(B) $96\pi \text{ cm}^3$.

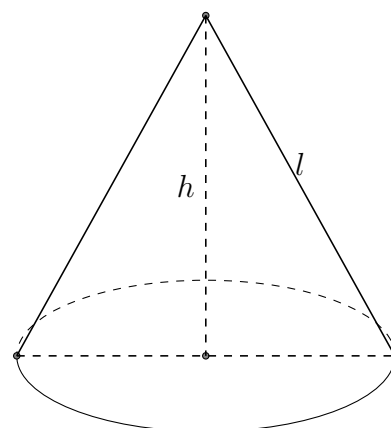
(C) $124\pi \text{ cm}^3$.

(D) $140\pi \text{ cm}^3$.

Lời giải.

Bán kính đáy $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 6 \text{ cm}$.

Thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6^2 \cdot 8 = 96\pi \text{ cm}^3$.



Chọn phương án (B)

□

Câu 9. Tính diện tích mặt cầu (S) khi biết chu vi đường tròn lớn của nó bằng 4π .

(A) $S = 32\pi$.

(B) $S = 16\pi$.

(C) $S = 64\pi$.

(D) $S = 8\pi$.

Lời giải.

Đường tròn lớn có bán kính bằng bán kính R của mặt cầu.

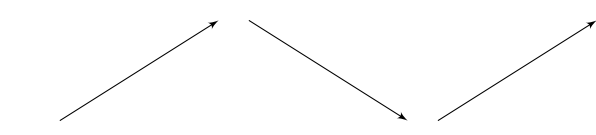
Do đó, chu vi của đường tròn lớn là $2\pi R = 4\pi \Leftrightarrow R = 2$.

Vậy diện tích của mặt cầu (S) là $4\pi R^2 = 16\pi$.

Chọn phương án (B)

□

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới. Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y					

(A) $(-\infty; 2)$.

(B) $(0; 2)$.

(C) $(-1; 2)$.

(D) $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$, suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Chọn phương án (C)

□

Câu 11. Cho a là số thực dương và $a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $Q = \log_a \frac{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}}$.

(A) $Q = \frac{19}{5}$.

(B) $Q = \frac{19}{7}$.

(C) $Q = \frac{19}{4}$.

(D) $Q = \frac{19}{6}$.

Lời giải.

$$Q = \log_a \frac{a^3 \cdot \sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}} = \log_a a^{3 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = \log_a a^{\frac{19}{6}} = \frac{19}{6}.$$

Chọn phương án (D)

□

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

(A) $85\pi \text{ cm}^2$.

(B) $35\pi \text{ cm}^2$.

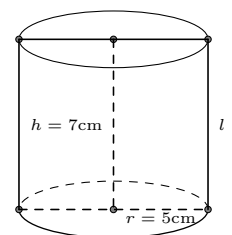
(C) $\frac{35}{3}\pi \text{ cm}^2$.

(D) $70\pi \text{ cm}^2$.

Lời giải.

Hình trụ có độ dài đường sinh $l = h = 7$ cm.

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi \text{ cm}^2$.



Chọn phương án (D)

□

Câu 13.

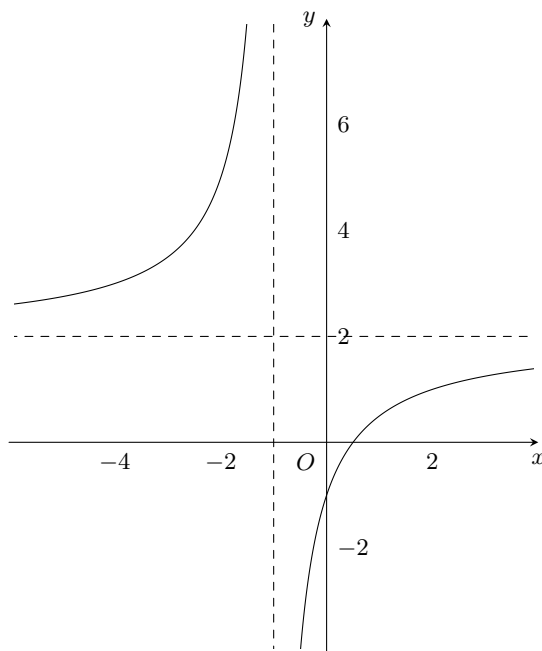
Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu cực trị?

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	-1	3	2

4.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định hàm số trên.

- (A) $y = \frac{2x+1}{x-1}$. (B) $y = \frac{2x-1}{x-1}$. (C) $y = \frac{2x-1}{x+1}$. (D) $y = \frac{3x+1}{2x+2}$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số nhận đường $x = -1$ là tiệm cận đứng nên ta loại ngay đáp án A và B vì đồ thị của hai hàm số này đều nhận đường $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số nhận đường $y = 2$ là tiệm cận ngang.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Vậy hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ thỏa mãn bài toán.

Chọn phương án (C)

□

Câu 15. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.

Hàm số có nghĩa khi chỉ khi $x \in [-3; 2) \cup (2; 3]$, do đó hàm số không có tiệm cận ngang.

Ta có $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ hoặc $x = 4 \notin [-3; 3]$.

Mà $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-6x+8} = -\infty$ nên hàm số có duy nhất một tiệm cận đứng $x = 2$.

Chọn phương án (A)

□

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}} \frac{4x+6}{x} \geq 0$ là

- (A) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right]$. (B) $\left[-2, -\frac{3}{2}\right]$. (C) $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$. (D) $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải.

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} \frac{4x+6}{x} > 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Bất phương trình tương đương: } \frac{4x+6}{x} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{4x+6-x}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3x+6}{x} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 0.$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta được: } -2 \leq x < -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } \left[-2, -\frac{3}{2}\right).$$

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 17.

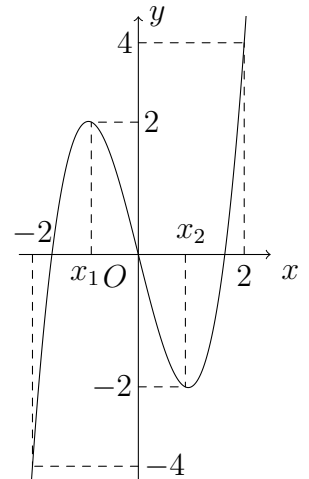
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.

(A) 4.

(B) 6.

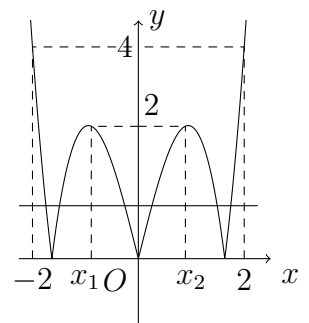
(C) 3.

(D) 5.



Lời giải.

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ là số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = 1$. Theo đồ thị ta được số nghiệm là 6.



Chọn phương án **(B)**

□

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$, có $f(2) = 14$ và $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 6$. Tính

$$I = \int_1^2 f'(x) \ln x dx.$$

(A) $I = 14 \ln 2 - 6$.

(B) $I = 7 \ln 2 - 6$.

(C) $I = 7 \ln 2 - 6$.

(D) $I = 14 \ln 2 + 6$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ v' = f'(x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u' = \frac{1}{x} \\ v = f(x) \end{cases}. \text{ Khi đó } I = f(x) \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = f(2) \ln 2 - 0 - 6 = 14 \ln 2 - 6.$$

Chọn phương án (A) ☐

Câu 19. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} - 3 + i = 0$. Môđun của z bằng bao nhiêu?

- (A) $\sqrt{10}$. (B) 10. (C) $\sqrt{3}$. (D) 4.

Lời giải.

Ta có $|z| = |\bar{z}| = |3 - i| = \sqrt{10}$.

Chọn phương án (A) ☐

Câu 20. Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Tìm số phức liên hợp của $z = 6z_1 + 5z_2$.

- (A) $\bar{z} = 51 + 40i$. (B) $\bar{z} = 51 - 40i$. (C) $\bar{z} = 48 + 37i$. (D) $\bar{z} = 48 - 37i$.

Lời giải.

Ta có $z = 6z_1 + 5z_2 = 48 + 37i$ nên $\bar{z} = 48 - 37i$.

Chọn phương án (D) ☐

Câu 21. Gọi A, B, C là các điểm trong mặt phẳng Oxy theo thứ tự biểu diễn các số phức $2 + 3i, 3 + i, 1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z .

- (A) $z = 1 + i$. (B) $z = 1 - i$. (C) $z = 2 - 2i$. (D) $z = 2 + 2i$.

Lời giải.

Ta có: $A(2; 3), B(3; 1), C(1; 2) \Rightarrow G(2; 2)$ là điểm biểu diễn số phức $z = 2 + 2i$.

Chọn phương án (D) ☐

Câu 22 (2H3B1-1). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$

- (A) $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. (B) $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. (C) $M\left(\frac{2}{3}; 0; 0\right)$. (D) $M\left(\frac{1}{3}; 0; 0\right)$.

Lời giải.

Ta có $M \in Ox \Rightarrow M(m; 0; 0)$.

Theo bài ta có:

$$\begin{aligned} MA = MB &\Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \\ &\Leftrightarrow (m-1)^2 + 2^2 + 1^2 = (m-2)^2 + 1^2 + 2^2 \\ &\Leftrightarrow (m-1)^2 = (m-2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 = m-2 \\ m-1 = 2-m \end{cases} \\ &\Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right). \end{aligned}$$

Chọn phương án (B) ☐

Câu 23. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; -1; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 3 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- (A) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$. (B) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z - 3 = 0$.
(C) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 1 = 0$. (D) $S: x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + z + 1 = 0$.

Lời giải.

Gọi R là bán kính mặt cầu.

Do (S) tiếp xúc với (P) nên $R = d(I, (P)) = \frac{|2 - 2(-1) - 2(-1) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$.

Vậy phương trình $S: (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 4 = 0$. Tính khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến (P) .

(A) $d = 3$.

(B) $d = 4$.

(C) $d = 1$.

(D) $d = \frac{1}{3}$.

Lời giải.

Khoảng cách d từ điểm $M(1; 2; 1)$ đến (P) là $d(M, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 + 1 + 4|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = 1$.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 25. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$ cắt mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$ tại điểm $I(a; b; c)$. Khi đó $a + b + c$ bằng

(A) 9.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 7.

Lời giải.

Ta có $\{I\} = d \cap (P)$ suy ra $I \in d$ và $I \in (P)$.

Vì $I \in d$ nên tọa độ của I có dạng $(1 + 2t; 3 - t; 1 + t)$ với $t \in \mathbb{R}$.

Vì $I \in (P)$ nên ta có phương trình: $2(1 + 2t) - 3(3 - t) + 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $I(3; 2; 2)$ suy ra $a + b + c = 3 + 2 + 2 = 7$.

Chọn phương án **(D)**

□

Câu 26. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $\sqrt{3}a^2$ (đvdt), diện tích tam giác $A'BC$ bằng $2a^2$ (đvdt). Tính góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) ?

(A) 120° .

(B) 60° .

(C) 30° .

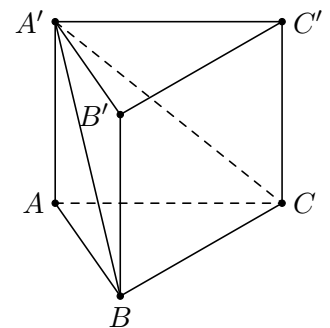
(D) 45° .

Lời giải.

• Ta có $\triangle ABC$ là hình chiếu vuông góc của $\triangle A'BC$ trên mặt phẳng (ABC) .

• Gọi φ là góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) .

Ta có: $\cos \varphi = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A'BC}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \varphi = 30^\circ$.



Chọn phương án **(C)**

□

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	-3	-1	0	1	2	3	
y'	+	0	-	0	+	0	-

Mệnh đề nào sau đây **sai** về hàm số đó?

(A) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

(B) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

(D) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Lời giải.

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy $f'(0) = 0$ và đạo hàm không đổi dấu khi x qua $x_0 = 0$ nên hàm số đã cho không đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Chọn phương án **(D)**

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x + \sqrt{5 - x^2}$.

- (A)** 5. **(B)** $2\sqrt{5}$. **(C)** -3. **(D)** $-2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 2 - \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$y(1) = 4; y(\sqrt{5}) = 2\sqrt{5}; y(-\sqrt{5}) = -2\sqrt{5}.$$

Chọn phương án **(D)**

Câu 29. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b - a}{2}$. Tính giá trị $T = \frac{a}{b}$.

- (A)** $T = \frac{3 + \sqrt{6}}{4}$. **(B)** $T = 7 - 2\sqrt{6}$. **(C)** $T = 7 + 2\sqrt{6}$. **(D)** $T = \frac{3 - \sqrt{6}}{4}$.

Lời giải.

Đặt $\log_9 a = \log_{16} b = \log_{12} \frac{5b - a}{2} = t$, ta được $a = 9^t, b = 16^t, \frac{5b - a}{2} = 12^t$.

$$\text{Suy ra } \frac{5 \cdot 16^t - 9^t}{2} = 12^t \Leftrightarrow 5 \cdot 16^t - 2 \cdot 12^t - 9^t = 0 \Leftrightarrow 5 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t - \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t = \sqrt{6} - 1.$$

$$\text{Do đó } \frac{a}{b} = \frac{9^t}{16^t} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2t} = (\sqrt{6} - 1)^2 = 7 - 2\sqrt{6}.$$

Chọn phương án **(B)**

Câu 30. Phương trình $x^3 - 3x + 2m - 2 = 0$ có đúng một nghiệm dương khi m thỏa

- (A)** $m = 2$ hoặc $m \leq 1$. **(B)** $m \in \emptyset$. **(C)** $m > 1$. **(D)** $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Lời giải.

Phương trình đã cho tương đương: $x^3 - 3x = 2 - 2m$. Đặt $y = x^3 - 3x$ (C) và $y = 2 - 2m$ (d).

Ta có bảng biến thiên của $y = x^3 - 3x$ là

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Số nghiệm phương trình chính là số giao điểm của (d) và (C). Yêu cầu bài toán là phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương, tức là trong số các giao điểm của (d) và (C) chỉ có đúng một điểm có hoành độ dương.

$$\text{Dựa vào bảng biến thiên của } (C) \text{ ta có các trường hợp thỏa yêu cầu } \begin{cases} 2 - 2m \geq 0 \\ 2 - 2m = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Chọn phương án **(A)**

Câu 31. Bất phương trình $6 \cdot 4^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 9^x > 0$ có tập nghiệm là?

- (A)** $S = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$. **(B)** $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
(C) $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **(D)** $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải.

$$\text{Chia cả hai vế của bất phương trình cho } 9^x \text{ ta được } 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 13 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 6 > 0.$$

Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t$ ($t > 0$). Ta được bất phương trình mới $6t^2 - 13t + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{3}{2} \\ t > \frac{3}{2} \end{cases}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x < \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1. \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn phương án **(B)** □

Câu 32. Cho khối nón có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^3$ và thiết diện qua trục là tam giác đều. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

$$\text{(A)} S_{xq} = \pi a^2 \sqrt[3]{\frac{1}{16}}. \quad \text{(B)} S_{xq} = 2\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{9}{16}}. \quad \text{(C)} S_{xq} = 3\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{9}{16}}. \quad \text{(D)} S_{xq} = 3\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{2}{16}}.$$

Lời giải.

Do thiết diện qua trục là tam giác đều nên $l = 2R$ và $h = \frac{2R\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$.

$$\text{Theo đề bài khối nón có thể tích } V = \frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}h \cdot \pi R^2 = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi R^3\sqrt{3} = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{4} \Leftrightarrow R^3 = \frac{3}{4}a^3 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot a$$

$$\Rightarrow \text{đường sinh của hình nón là } l = 2\sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot a.$$

$$\text{Diện tích xung quanh hình nón là } S_{xq} = \pi Rl = 2\pi a^2 \sqrt[3]{\frac{9}{16}}.$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ dương có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$, biết rằng $f'(x) - \sqrt{x^2 + 1}$.

$$f(x) = 0 \text{ và } f(\sqrt{3}) = e^3. \text{ Tính } I = \int_0^{\sqrt{3}} \ln[f(x)] dx.$$

$$\text{(A)} 2\sqrt{3}. \quad \text{(B)} 3\sqrt{3} - \frac{7}{3}. \quad \text{(C)} 3\sqrt{3} + \frac{7}{3}. \quad \text{(D)} 3\sqrt{3} - 2.$$

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} f'(x) - \sqrt{x^2 + 1} \cdot f(x) = 0 &\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f(x)} = \sqrt{x^2 + 1} \\ &\Rightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int \sqrt{x^2 + 1} dx \\ &\Rightarrow \ln f(x) = \frac{x}{2}\sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C. \end{aligned}$$

$$\text{Ta có } f(\sqrt{3}) = e^3 \Rightarrow C = 3 - \sqrt{3} - \frac{1}{2} \ln(\sqrt{3} + 2).$$

Do đó

$$\begin{aligned} \int_0^{\sqrt{3}} \ln f(x) dx &= \int_0^{\sqrt{3}} \left[\frac{x}{2}\sqrt{x^2 + 1} + \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + \left(3 - \sqrt{3} - \frac{1}{2} \ln(\sqrt{3} + 2) \right) \right] dx \\ &= 3\sqrt{3} - \frac{7}{3}. \end{aligned}$$

Chọn phương án **(B)** □

Câu 34. Cho hình D giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2$ và $y = -|x|$. Khi đó diện tích của hình D là

(A) $\frac{13}{3}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{7\pi}{3}$.

(D) $\frac{13\pi}{3}$.

Lời giải.

Xét phương trình $x^2 - 2 = -|x| \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = x \text{ nếu } x < 0 \\ x^2 - 2 = -x \text{ nếu } x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1 \text{ và } x = 1.$

Do đó ta có $S = \int_{-1}^0 (x + 2 - x^2)dx + \int_0^1 (-x - x^2 + 2)dx = \frac{7}{3}.$

Chọn phương án (B) □

Câu 35. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|2z - i| = |iz + 2|$, biết $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = |z_1 - 2z_2|$.

(A) $A = \sqrt{5}$.

(B) $A = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

(C) $A = \sqrt{3}$.

(D) $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi $z_1 = x_1 + y_1i, z_2 = x_2 + y_2i$ với $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$. Theo giả thiết ta có

$$\begin{cases} |2x_1 + (2y_1 - 1)i| = |2 - y_1 + x_1i| \\ |2x_2 + (2y_2 - 1)i| = |2 - y_2 + x_2i| \\ (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 1 \\ x_2^2 + y_2^2 = 1 \\ x_1x_2 + y_1y_2 = 0 \end{cases}$$

Do đó, $A^2 = |z_1 - 2z_2|^2 = (x_1 - 2x_2)^2 + (y_1 - 2y_2)^2 = (x_1^2 + y_1^2) + 4(x_2^2 + y_2^2) - 4(x_1x_2 + y_1y_2) = 5$. Khi đó $A = \sqrt{5}$.

Chọn phương án (A) □

Câu 36. Cho phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức là z_1, z_2 . Tính $A = |z_1| + |z_2| + z_1 \cdot z_2$.

(A) $A = 25 + 2\sqrt{5}$.

(B) $A = 0$.

(C) $A = 5 - 2\sqrt{5}$.

(D) $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải.

Do z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $|z_1|^2 = |z_2|^2 = z_1 \cdot z_2 = 5$.

Suy ra $A = 5 + 2\sqrt{5}$.

Chọn phương án (D) □

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(0; -1; 2)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Phương trình của (P) là

(A) $y - 2z + 5 = 0$.

(B) $x - y + 2z - 5 = 0$.

(C) $-y + 2z + 5 = 0$.

(D) $y - 2z - 5 = 0$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 3$. $A(0; -1; 2)$ là điểm nằm bên trong mặt cầu (S) . (P) là mặt phẳng qua A và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính r .

Gọi H là hình chiếu của O lên (P) . Ta có

$$r^2 = R^2 - OH^2. \quad r_{\min} \Leftrightarrow OH_{\max} \Leftrightarrow H \equiv A.$$

Khi đó (P) nhận $\overrightarrow{OA} = (0; -1; 2)$ là véc-tơ pháp tuyến. Vậy phương trình (P) : $y - 2z + 5 = 0$.

Chọn phương án (A) □

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 4; 5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ . Biết rằng $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

- (A) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$
 (B) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 + 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$
 (D) $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 - t \end{cases}$

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của HK .

Xét các tam giác AHI và BKI , ta có các tam giác này vuông tại H, K , theo giả thiết $AH = BK, IH = IK \Rightarrow \triangle HIA = \triangle IKB \Rightarrow IA = IB \Rightarrow I$ thuộc mặt phẳng trung trực của AB .

Theo giả thiết $I \in (P) \Rightarrow I$ thuộc giao tuyến của mặt phẳng trung trực (α) của AB với (P) .

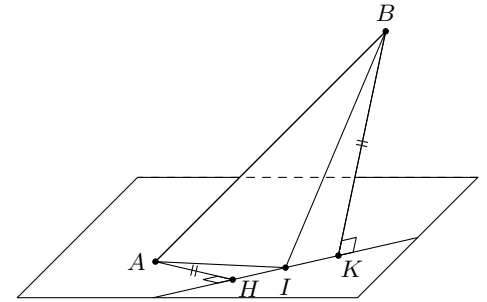
Mặt phẳng $(\alpha): \begin{cases} \text{Qua } I_0(2; 3; 4) \\ \text{Có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AB} = (1; 1; 1). \end{cases}$

Suy ra $(\alpha): x + y + z - 9 = 0$.

Tọa độ các điểm $M \in d$ thỏa mãn hệ $\begin{cases} x + 2y + 3z - 14 = 0 \\ x + y + z - 9 = 0. \end{cases}$

Đặt $x = t \Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t \end{cases} \Rightarrow$ phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases} x = t \\ y = 13 - 2t \\ z = -4 + t. \end{cases}$

Chọn phương án (A)



Câu 39. Từ một hộp chứa 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh và 3 viên bi vàng lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ 3 màu.

- (A) $\frac{3}{11}$.
 (B) $\frac{1}{22}$.
 (C) $\frac{3}{220}$.
 (D) $\frac{11}{3}$.

Lời giải.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố: "3 viên bi lấy ra có đủ 3 màu".

Số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_5^1 C_4^1 C_3^1 = 60$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Chọn phương án (A)

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và AB' bằng

- (A) $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
 (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.
 (C) $\frac{a\sqrt{7}}{4}$.
 (D) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $BC \parallel B'C' \Rightarrow BC \parallel (AB'C')$.

Suy ra:

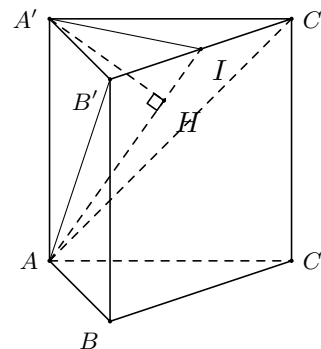
$$d(BC, AB') = d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(A', (AB'C')).$$

Gọi I và H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' trên $B'C'$ và AI .

Ta có: $B'C' \perp A'I$ và $B'C' \perp A'A$

nên $B'C' \perp (A'AI) \Rightarrow B'C' \perp A'H$.

Mà $AI \perp A'H$. Do đó $(AB'C') \perp A'H$.



$$\text{Khi đó: } d(A', (AB'C')) = A'H = \frac{A'A \cdot A'I}{\sqrt{A'A^2 + A'I^2}} = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Vậy khoảng cách cần tìm là $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{mx - 4m + 5}{x + 3m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S .

(A) 2.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 5.

Lời giải.

$$y' = \frac{3m^2 + 4m - 5}{(x + 3m)^2}.$$

$$\text{Để hàm số nghịch biến thì } 3m^2 + 4m - 5 < 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{19}}{3} < m < \frac{2 + \sqrt{19}}{3}.$$

Vậy các giá trị nguyên của m là 0, 1, 2.

Chọn phương án **(C)**

□

Câu 42. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó có được gấp đôi số tiền ban đầu?

(A) 9.

(B) 10.

(C) 7.

(D) 8.

Lời giải.

Gọi số tiền ban đầu người đó gửi vào ngân hàng là A , $r = 8,4\%$ là lãi suất hàng năm, P_n là số tiền nhận được sau n năm. Vì lãi hàng năm nhập vào vốn nên theo công thức lãi kép ta có

$$P_n = A \cdot (1 + r)^n \Rightarrow 2A = A \cdot (1 + r)^n \Rightarrow 2 = (1 + r)^n \Rightarrow n = \log_{1+r} 2 \approx 9.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

(D) 5.

Lời giải.

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ bằng số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ cộng với số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành (không tính điểm cực trị).

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị và cắt trục Ox tại 1 điểm trên đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ có $2 + 1 = 3$ điểm cực trị.

Chọn phương án (B)

□

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$. Mặt phẳng (P) song song với trục và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P) .

(A) $2\sqrt{3}a^2$.

(B) a^2 .

(C) πa^2 .

(D) $\sqrt{3}a^2$.

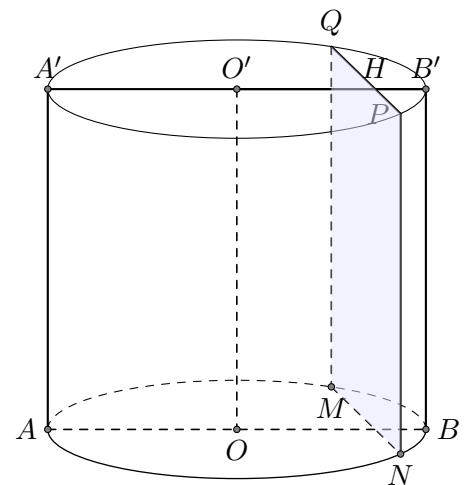
Lời giải.

Gọi $ABB'A'$ là thiết diện qua trục của hình trụ. Từ giả thiết ta suy ra đường cao hình trụ là $AA' = 2a$, bán kính đường tròn đáy hình trụ là $R = \frac{AB}{2} = a$.

Mặt phẳng (P) song song với trục nên cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật có một cạnh $MQ = AA' = 2a$, và cách trục một khoảng $\frac{a}{2}$ nên $O'H = \frac{a}{2}$ với H là trung điểm của PQ . Khi

đó $PQ = 2\sqrt{O'Q^2 - O'H^2} = 2\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = a\sqrt{3}$.

Do đó diện tích thiết diện cần tìm là $MQ \cdot PQ = 2\sqrt{3}a^2$.



Chọn phương án (A)

□

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 xf(x) dx = \frac{4}{15}$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 dx =$

$\frac{49}{45}$. Tích phân $\int_0^1 [f(x)]^2 dx$ bằng

(A) $\frac{2}{9}$.

(B) $\frac{1}{6}$.

(C) $\frac{4}{63}$.

(D) 1.

Lời giải.

Đặt $\begin{cases} u = xf(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = [f(x) + xf'(x)] dx \\ v = x \end{cases}$. Khi đó

$$\begin{aligned} \int_0^1 xf(x) dx &= x^2 f(x) \Big|_0^1 - \int_0^1 x[f(x) + xf'(x)] dx \\ &= f(1) - \int_0^1 xf(x) dx - \int_0^1 x^2 f'(x) dx. \end{aligned}$$

Suy ra $\int_0^1 x^2 f'(x) dx = 1 - 2 \cdot \frac{4}{15} = \frac{7}{15}$. Khi đó dự đoán dạng $f'(x) = mx^2$, với $m \in \mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{aligned} \int_0^1 [mx^2 - f'(x)]^2 dx &= \int_0^1 m^2 x^4 dx - \int_0^1 2mx^2 f'(x) dx + \int_0^1 [f'(x)]^2 dx \\ &= \frac{m^2}{5} - \frac{14m}{15} + \frac{49}{45} = \frac{(3m-7)^2}{45}. \end{aligned}$$

Ta cần $\int_0^1 [mx^2 - f'(x)]^2 dx = 0 \Leftrightarrow \frac{(3m-7)^2}{45} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{3}$. Như vậy ta có

$$\int_0^1 \left[\frac{7}{3}x^2 - f'(x) \right]^2 dx = 0.$$

Suy ra $f'(x) = \frac{7}{3}x^2 \Rightarrow f(x) = \frac{7x^3}{9} + C$. Từ $f(1) = 1 \Rightarrow C = \frac{2}{9}$. Khi đó $f(x) = \frac{7x^3}{9} + \frac{2}{9}$ thỏa mãn

$$\int_0^1 xf(x) dx = \frac{4}{15}. \text{ Vậy}$$

$$\int_0^1 [f(x)]^2 dx = \int_0^1 \left(\frac{7x^3}{9} + \frac{2}{9} \right)^2 dx = \frac{2}{9}.$$

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $|f(x-1)| = 2$ là

(A) 5.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 2.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1 < -2 < x_2 < 3 < x_3$. Khi đó phương trình $f(x-1) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt là x_1+1, x_2+1, x_3+1 .

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x-1)|$ như sau

x	$-\infty$	x_1+1	-1	x_2+1	4	x_3+1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$	
y	$+\infty$	0	4	0	2	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta suy ra phương trình $|f(x-1)| = 2$ có 5 nghiệm.

Chọn phương án **(A)**

□

Câu 47. Cho x, y là các số thực dương, thỏa mãn $\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = 2x + 3y$.

- (A) $P_{\min} = 7 + 3\sqrt{2}$. (B) $P_{\min} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$. (C) $P_{\min} = 7 - 2\sqrt{10}$. (D) $P_{\min} = 7 + 2\sqrt{10}$.

Lời giải.

$\log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} y \leq \log_{\frac{1}{3}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y - 1) \geq y^2$. Từ đây, do x, y dương nên ta suy ra $y > 1$ và $x \geq \frac{y^2}{y - 1} = y + 1 + \frac{1}{y - 1}$.

Do đó, $P \geq 5y + 2 + \frac{2}{y - 1} = 5(y - 1) + \frac{2}{y - 1} + 7 \geq 2\sqrt{10} + 7$. Dấu bằng xảy ra khi $y = 1 + \frac{\sqrt{10}}{5}, x = 2 + \frac{7\sqrt{10}}{10}$.

Chọn phương án (D) □

Câu 48. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16. Số phần tử của S là

- (A) 10. (B) 12. (C) 14. (D) 11.

Lời giải.

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ có $y' = 3x^2 - 6x - 9, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3. \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	-2	-1	3	4	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$m - 2$	$m + 5$	$m - 27$	$m - 20$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 - 9x + m|$ trên đoạn $[-2; 4]$ bằng 16 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m + 5 = 16 \\ 27 - m \leq 16 \\ m - 27 = 16 \\ m + 5 \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow m = 11.$$

Vậy $m = 11$ là giá trị duy nhất thỏa mãn.

Chọn phương án (D) □

Câu 49. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC , N thuộc cạnh SD sao cho $SN = 3ND$. Mặt phẳng (AMN) cắt khối chóp thành hai phần, gọi thể tích phần chứa đỉnh S là V_1 , thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V_2 . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

- (A) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{80}$. (B) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$. (C) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{53}$. (D) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{29}{80}$.

Lời giải.

Ta có

$$\frac{V_{SAMN}}{V_{SACD}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} \Rightarrow V_{SAMN} = \frac{3}{16}V_2.$$
$$\frac{V_{SAME}}{V_{SACB}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SE}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{10} \Rightarrow V_{SAME} = \frac{3}{20}V_2.$$

Suy ra

$$V_1 = V_{SAMN} + V_{SAME} = \frac{3}{16}V_2 + \frac{3}{20}V_2 = \frac{27}{80}V_2.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{27}{80}.$$

Chọn phương án **A**

□

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$ có nghiệm duy nhất:

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

Lời giải.

$$\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+m > 0 \\ x-1 > 0 \\ \log_2(2x+m) = \log_2(x-1)^2 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 2x+m = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - 4x + 1 - m = 0 \end{cases} \quad (1).$$

PT $\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$ có nghiệm duy nhất khi phương trình (1) có nghiệm duy nhất lớn hơn 1.

Ta có (1) $\Leftrightarrow m = x^2 - 4x + 1$. Xét hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 1$ trên khoảng $(1; +\infty)$ ta được

$$\begin{cases} m = -3 \\ m \geq -2 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1\}.$$

Chọn phương án **D**

□

—————HẾT—————

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. C	5. D	6. D	7. A	8. B	9. B	10. C
11. D	12. D	13. A	14. C	15. A	16. D	17. B	18. A	19. A	20. D
21. D	22. B	23. A	24. C	25. D	26. C	27. D	28. D	29. B	30. A
31. B	32. B	33. B	34. B	35. A	36. D	37. A	38. A	39. A	40. A
41. C	42. A	43. B	44. A	45. A	46. A	47. D	48. D	49. A	50. D