

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A. $V = \frac{1}{2}a^3$. B. $V = \frac{3}{4}a^3$. C. $V = 2a^3\sqrt{2}$. D. $V = a^3$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 6 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 3: Cho bốn số thực a, b, x, y với a, b là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $(a^x)^y = a^{x+y}$. B. $a^x \cdot a^y = a^{xy}$. C. $(ab)^x = ab^x$. D. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$.

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = \frac{2x+3}{x-1}$. D. $y = x^3 + 3x - 2$.

Câu 5: Cho hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy bằng r . Công thức tính diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A. $S = \pi rh + 2\pi r^2$. B. $S = \pi rh + \pi r^2$. C. $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$. D. $S = 2\pi rh + \pi r^2$.

Câu 6: Cho khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = 4\pi$. C. $V = 4$. D. $V = 12\pi$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

- A. $S = \{1; -3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{-1; 3\}$. D. $S = \{0\}$.

Câu 9: Nếu một hình trụ có diện tích đáy bằng $2cm^2$ và chiều cao bằng $3cm$ thì có thể tích bằng

- A. $6cm^3$. B. $6\pi cm^3$. C. $12\pi cm^3$. D. $2cm^3$.

Câu 10: Giải phương trình $\log_3(x-1) = 2$.

- A. $x = 7$. B. $x = 9$. C. $x = 8$. D. $x = 10$.

Câu 11: Tính thể tích khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao của khối chóp bằng $3a$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 12: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

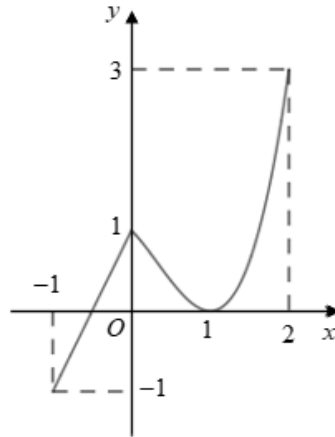
A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 3.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 2]$. Giá trị của $M.m$ bằng



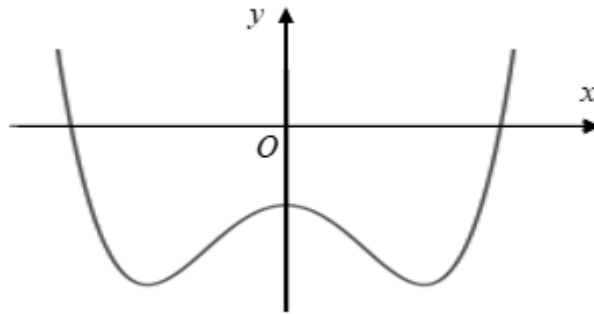
A. -3.

B. 1.

C. -2.

D. 3.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 15: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

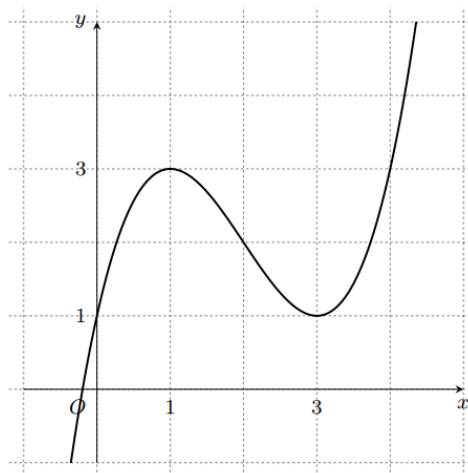
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 16: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1.$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1.$

D. $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1.$

Câu 17: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = 3a, SB = 4a, SC = 5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V = 10a^3.$

B. $V = \frac{5a^3}{2}.$

C. $V = 20a^3.$

D. $V = 5a^3.$

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

A. $\frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}.$

B. $\frac{1+e^x}{x+e^x}.$

C. $\frac{1}{(x+e^x)\ln 2}.$

D. $\frac{1+e^x}{\ln 2}.$

Câu 19: Tính thể tích V của khối cầu có đường kính bằng 3cm.

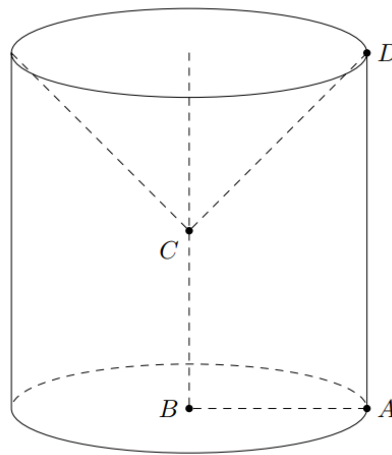
A. $V = 36\pi \text{ cm}^3.$

B. $V = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3.$

C. $V = 9\pi \text{ cm}^3.$

D. $V = \frac{9\pi}{8} \text{ cm}^3.$

Câu 20: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



A. $V = \frac{4\pi a^3}{3}.$

B. $V = \pi a^3.$

C. $V = \frac{7\pi a^3}{3}.$

D. $V = \frac{5\pi a^3}{3}.$

Câu 21: Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$ chọn phát biểu đúng

A. $x_1 + x_2 = -2.$

B. $2x_1 + x_2 = 0.$

C. $x_1 x_2 = -1.$

D. $x_1 + 2x_2 = -1.$

Câu 22: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}.$

B. $D = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty).$

C. $D = \mathbb{R}.$

D. $D = (0; +\infty).$

Câu 23: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a bằng

A. $4\pi a^2.$

B. $\pi a^2 \sqrt{3}.$

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}.$

D. $3\pi a^2.$

Câu 24: Biết $4^{x_1} = 5, 5^{x_2} = 6, 6^{x_3} = 7, \dots, 6^{x_{60}} = 64$, khi đó $x_1 x_2 \cdot x_2 \dots x_{60}$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \leq 0$ là

A. $S = (5; 6]$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = [1; 6]$.

D. $S = [6; +\infty)$.

Câu 26: Hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x+y} = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Câu 27: Hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi tham số m thỏa mãn

A. $m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m > 1$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$						$+\infty$

Diagram showing the function $f(x)$ with arrows indicating the direction of the curve. The curve starts from the bottom left, goes up to a local maximum at $x = -1$ (labeled 3), goes down to a local minimum at $x = 1$ (labeled -1), and then goes up towards the top right.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

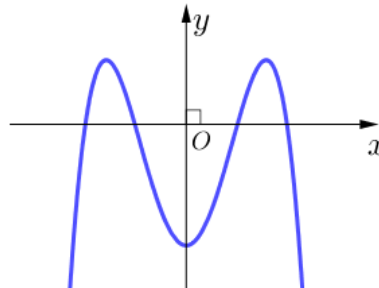
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 29: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 30: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$

A. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 5$.

B. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = \frac{13}{27}$.

C. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = -6$.

D. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 0$.

Câu 31: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3}$ là

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 32: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

A. $y_{CD} = 1$

B. $y_{CD} = 4$

C. $y_{CD} = 0$

D. $y_{CD} = -1$

Câu 33: Trong các khối đa diện sau, khối đa diện nào có số đỉnh và số mặt bằng nhau?

A. Khối tứ diện đều.
C. Khối lập phương.

B. Khối bát diện đều.
D. Khối mười hai mặt đều.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

A. $6V$. **B.** $4V$. **C.** $8V$. **D.** $12V$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$	2	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 36: Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{1}{2x} + x\right) + 2^{\frac{1}{2x} + x} = 5$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^4 - (3m+2)x^2 + 3m+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận?

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2020.

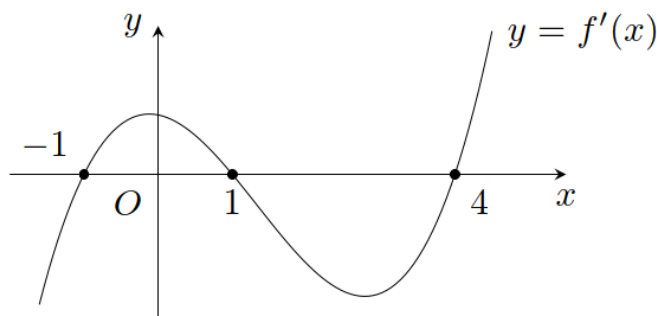
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) = 4$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $3 < m < 5$. **B.** $0 < m < 5$. **C.** $3 < m < 4$. **D.** $4 < m < 5$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.

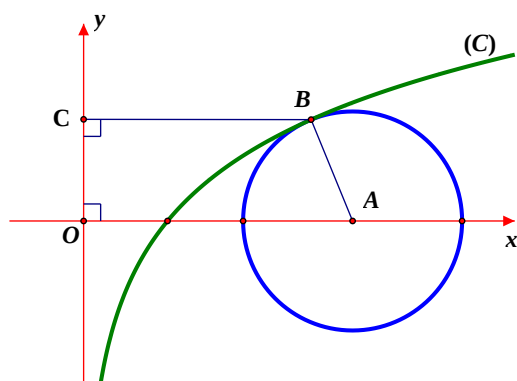


Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-2; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_3(x^2+1) - \log_3(x+31)\right](32-2^{x-1}) \geq 0$?

- A. Vô số. B. 28. C. 26. D. 27.



Câu 41:

Cho hàm số $y = \ln x$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

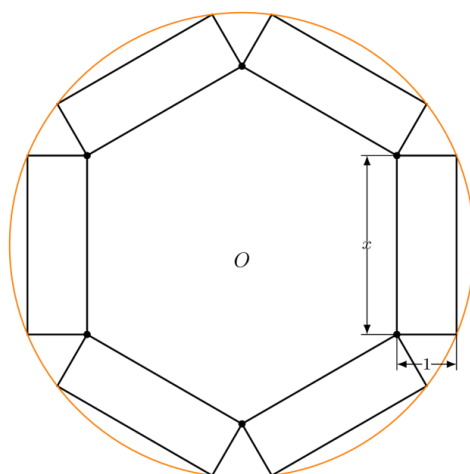
Đường tròn tâm A có duy nhất một điểm chung B với (C) . Biết $C(0;1)$, diện tích của hình thang $ABCO$ gần nhất với số nào sau đây.

- A. 3,01. B. 2,91. C. 3,09. D. 2,98.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

- A. $\frac{57}{2}$. B. $\frac{59}{2}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 16.

Câu 43: Bạn A định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính 4cm để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là 1cm và $x\text{cm}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?

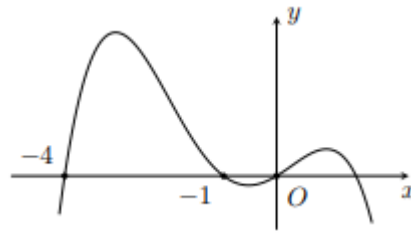


- A. $24,5\text{cm}^3$. B. 25cm^3 . C. $25,5\text{cm}^3$. D. 24cm^3 .

Câu 44: Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $(0;1)$ và có cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

- A. 22. B. 24. C. 20. D. 23.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 2)$ là



- A. 5. B. 9. C. 11. D. 7.

Câu 46: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 4, các đường tròn đáy lần lượt là $(O;1)$ và $(O';1)$. Giả sử AB là một cung cố định trên $(O;1)$ sao cho $AOB = 120^\circ$ và MN là đường kính thay đổi trên $(O';1)$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$ là

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1$, cạnh bên $SA = 1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Kí hiệu M là điểm di động trên đoạn CD và N là điểm di động trên đoạn CB sao cho $MAN = 45^\circ$. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.AMN$ là

- A. $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}+1}{9}$. C. $\frac{\sqrt{2}+1}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{9}$.

Câu 48: Cho các số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_{\frac{b}{a}} a.$$

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 9.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau
Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1;1]$ là

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

- A. $f(1)$. B. $f(0)$. C. $f(2)$. D. $f(-1)$.

Câu 50: Cho phương trình $(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 125. B. 123. C. 122. D. 124.

----- HẾT -----

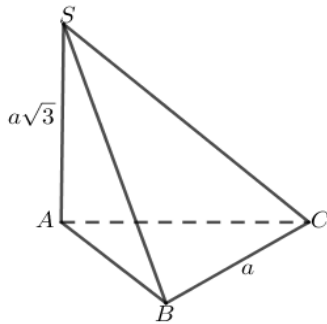
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

- A.** $V = \frac{1}{2}a^3$. **B.** $V = \frac{3}{4}a^3$. **C.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có tam giác đều cạnh $2a$ nên $S_{\triangle ABC} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 6 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	$+\infty$

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) - 6 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 6$.

Kẻ đường thẳng $y = 6$ song song với trục Ox sẽ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt cũng chính là hai nghiệm của phương trình $f(x) - 6 = 0$.

Câu 3: Cho bốn số thực a, b, x, y với a, b là các số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $(a^x)^y = a^{x+y}$. **B.** $a^x.a^y = a^{xy}$. **C.** $(ab)^x = ab^x$. **D.** $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

- A.** $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = \frac{2x+3}{x-1}$. **D.** $y = x^3 + 3x - 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 5: Cho hình trụ có chiều cao h , bán kính đáy bằng r . Công thức tính diện tích toàn phần của hình trụ đó là

- A.** $S = \pi rh + 2\pi r^2$. **B.** $S = \pi rh + \pi r^2$. **C.** $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$. **D.** $S = 2\pi rh + \pi r^2$.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ có $S_{\text{đáy}} = \pi r^2$, $S_{\text{xq}} = 2\pi rh$.

Do đó diện tích toàn phần hình trụ bằng $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$.

Câu 6: Cho khối nón tròn xoay có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

- A.** $V = 16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V = 4\pi$. **C.** $V = 4$. **D.** $V = 12\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi (\sqrt{3})^2 \cdot 4 = 4\pi$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(0; 2)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^x > 9 \Leftrightarrow 3^x > 3^2 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$.

Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 9$ là $(2; +\infty)$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3} = 1$ là

- A.** $S = \{1; -3\}$. **B.** $S = \{2\}$. **C.** $S = \{-1; 3\}$. **D.** $S = \{0\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x^2-2x-3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x-3}=1$ là $S=\{-1;3\}$.

Câu 9: Nếu một hình trụ có diện tích đáy bằng $2cm^2$ và chiều cao bằng $3cm$ thì có thể tích bằng

- A. $6cm^3$. B. $6\pi cm^3$. C. $12\pi cm^3$. D. $2cm^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=B.h=2.3=6cm^3$.

Câu 10: Giải phương trình $\log_3(x-1)=2$.

- A. $x=7$. B. $x=9$. C. $x=8$. D. $x=10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x>1$.

$$\log_3(x-1)=2 \Leftrightarrow x-1=3^2 \Leftrightarrow x=10.$$

Câu 11: Tính thể tích khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao của khối chóp bằng $3a$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. a^3 . C. $a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đáy là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy là $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$$\text{Vậy thể tích khối chóp là } V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.3a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 12: Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

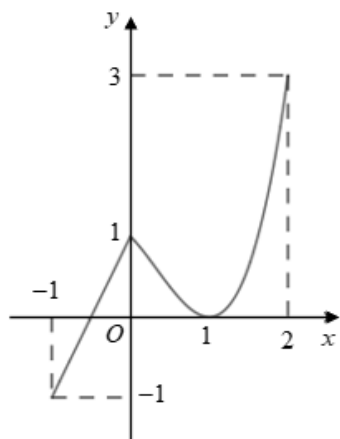
- A. 6. B. 5. C. 4. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;2]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$. Giá trị của $M.m$ bằng



A. -3.

B. 1.

C. -2.

D. 3.

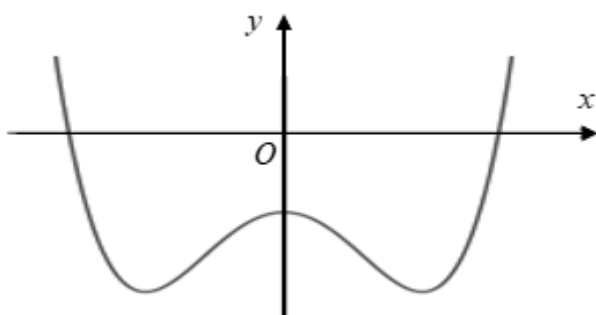
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có $M = 3$ và $m = -1$.

Vậy $M.m = -3$.

Câu 14: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị, ta có hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 15: Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = -x^2 + x + 6$

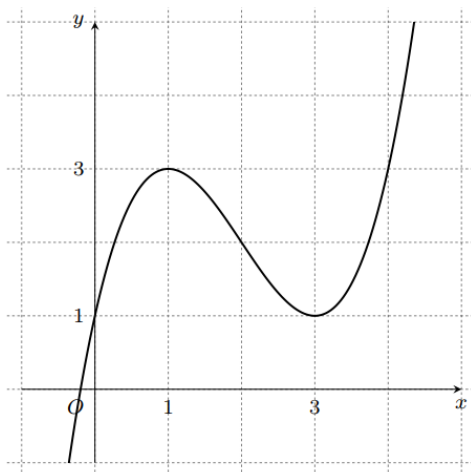
$$y' = 0 \Rightarrow -x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y					

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 16: Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1.$

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

C. $y = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1.$

D. $y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1.$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào dạng đồ thị ta có $a > 0$.

$$y = \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 2x + 1 \Rightarrow y(1) = 1 \text{ loại.}$$

$$y = x^3 - 3x^2 + 1 \Rightarrow y(1) = -1 \text{ loại.}$$

$$\text{Xét hàm } y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1, \quad y' = \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{9}{2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = 3 \Rightarrow y = 1. \end{cases}$$

$$\text{Vậy đồ thị là của hàm số } y = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x + 1.$$

Câu 17: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA , SB , SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a$, $SB=4a$, $SC=5a$. Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$.

A. $V = 10a^3.$

B. $V = \frac{5a^3}{2}.$

C. $V = 20a^3.$

D. $V = 5a^3.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $V = \frac{1}{6} \cdot 3a \cdot 4a \cdot 5a = 10a^3$.

Câu 18: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x + e^x)$.

- A.** $\frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$ **B.** $\frac{1+e^x}{x+e^x}$ **C.** $\frac{1}{(x+e^x)\ln 2}$ **D.** $\frac{1+e^x}{\ln 2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{(x+e^x)'}{(x+e^x)\ln 2} = \frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$.

Câu 19: Tính thể tích V của khối cầu có đường kính bằng 3cm.

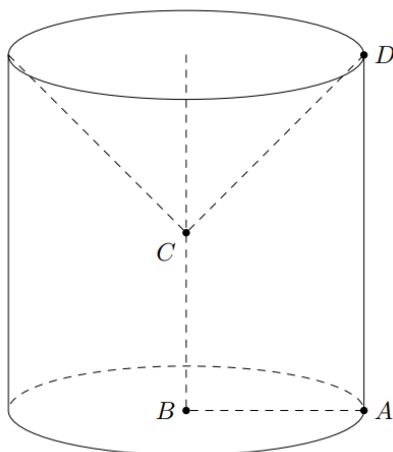
- A.** $V = 36\pi \text{ cm}^3$ **B.** $V = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$ **C.** $V = 9\pi \text{ cm}^3$ **D.** $V = \frac{9\pi}{8} \text{ cm}^3$

Lời giải

Chọn B

Bán kính $R = \frac{3}{2}$ nên thể tích của khối cầu bằng $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{9\pi}{2} \text{ cm}^3$.

Câu 20: Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B với $AB = BC = \frac{AD}{2} = a$. Quay hình thang và miền trong của nó quanh đường thẳng chứa cạnh BC . Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.



- A.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$ **B.** $V = \pi a^3$ **C.** $V = \frac{7\pi a^3}{3}$ **D.** $V = \frac{5\pi a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành bằng

$$V = \pi R^2 h_T - \frac{1}{3} \pi R^2 h_N = \pi \cdot a^2 \cdot 2a - \frac{1}{3} \pi \cdot a^2 \cdot a = \frac{5\pi a^3}{3}.$$

Câu 21: Phương trình $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 trong đó $x_1 < x_2$ chọn phát biểu đúng

A. $x_1 + x_2 = -2$.

B. $2x_1 + x_2 = 0$.

C. $x_1 x_2 = -1$.

D. $x_1 + 2x_2 = -1$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (3^x)^2 - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành: $3t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$

+ Với $t = 1$ suy ra $3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

+ Với $t = \frac{1}{3}$ suy ra $3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = -1$

Từ đó suy ra $x_1 = -1, x_2 = 0$

Vậy $x_1 + 2x_2 = -1$.

Câu 22: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

B. $D = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (0; +\infty)$.

Lời giải**Chọn A**

Hàm số xác định khi $x^2 + x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$

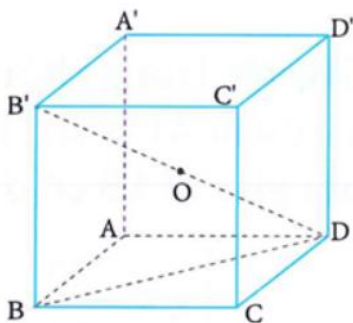
Câu 23: Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a bằng

A. $4\pi a^2$.

B. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

D. $3\pi a^2$.

Lời giải**Chọn D**Xét hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R = OD$ (trong đó O là trung điểm cạnh $B'D'$)

Xét $\triangle BDB'$ vuông tại B ta có $B'D = \sqrt{BB'^2 + BD^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$

$$\text{Suy ra } R = \frac{B'D}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là } S = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 3\pi a^2.$$

Câu 24: Biết $4^{x_1} = 5$, $5^{x_2} = 6$, $6^{x_3} = 7$, ..., $6^{x_{60}} = 64$, khi đó $x_1 x_2 x_3 \dots x_{60}$ bằng

A. 4.

B. 3.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{cases} 4^{x_1} = 5 \\ 5^{x_2} = 6 \\ 6^{x_3} = 7 \\ \dots \\ 6^{x_{60}} = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \log_4 5 \\ x_2 = \log_5 6 \\ x_3 = \log_6 7 \\ \dots \\ x_{60} = \log_{63} 64 \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 x_3 \dots x_{60} = \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \dots \cdot \log_{63} 64 = \log_4 64 = 3.$$

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \leq 0$ là

A. $S = (5; 6]$.

B. $S = (1; +\infty)$.

C. $S = [1; 6]$.

D. $S = [6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Bất phương trình } \Leftrightarrow -\log_3(x^2 - 6x + 5) + \log_3(x - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x^2 - 6x + 5) \geq \log_3(x - 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 5 \geq x - 1 \\ x - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 7x + 6 \geq 0 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq 6. \\ x > 1 \end{cases}$$

Tập nghiệm của bất phương trình $S = [6; +\infty)$.

Câu 26: Hệ phương trình $\begin{cases} 2^{x+y} = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} 2^{x+y} = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x \cdot 2^y = 8 \\ 2^x + 2^y = 5 \end{cases}$$

Suy ra $2^x, 2^y$ là 2 nghiệm dương của phương trình $t^2 - 5t + 8 = 0$.

Mà phương trình $t^2 - 5t + 8 = 0$ vô nghiệm nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 27: Hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi tham số m thỏa mãn

A. $m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $m \geq 1$.

D. $m > 1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$y = \frac{x+m}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}.$$

Hàm số đã cho đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y' > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow 1-m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		3		-1		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

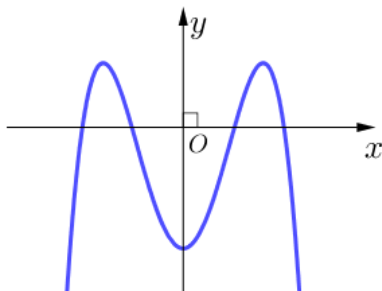
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 29: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$$

+ Hàm số có 3 cực trị nên $a \cdot b < 0 \Rightarrow b > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 30: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1; 3]$

- A. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 5$. B. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = \frac{13}{27}$. C. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = -6$. D. $\max_{x \in [1; 3]} f(x) = 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định trên đoạn $[1; 3]$.

Ta có $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 16x + 16$.

$$\text{Nên } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \notin [1; 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } f(1) = 0; f(3) = -6; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}.$$

$$\text{Vậy } \max_{x \in [1; 3]} f(x) = \frac{13}{27}.$$

Câu 31: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x - 3}$ là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn C

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang

$$\text{Do } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\frac{1}{4} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x = 1 \text{ không là tiệm cận đứng}$$

$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} y = -\infty \Rightarrow x = -3$ là tiệm cận đứng

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị là 2.

Câu 32: Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là

- A. $y_{CD} = 1$ B. $y_{CD} = 4$ C. $y_{CD} = 0$ D. $y_{CD} = -1$

Lời giải

Chọn B

$$y' = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$y'' = 6x, y''(-1) = -6 < 0, y(-1) = 4$$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và giá trị cực đại là 4.

Câu 33: Trong các khối đa diện sau, khối đa diện nào có số đỉnh và số mặt bằng nhau?

- A. Khối tứ diện đều. B. Khối bát diện đều.

C. Khối lập phương. D. Khối mười hai mặt đều.

Lời giải

Chọn A

Khối tứ diện đều có số đỉnh bằng số mặt bằng 4.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, AD sao cho $MA = MB, NA = 2NC, PA = 3PD$. Biết thể tích khối tứ diện $AMNP$ bằng V thì khối tứ diện $ABCD$ tính theo V có giá trị là

A. $6V$.

B. $4V$.

C. $8V$.

D. $12V$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $AM = \frac{1}{2}AB, AN = \frac{2}{3}AC, AP = \frac{3}{4}AD$

$$\frac{V_{AMNP}}{V_{ABCD}} = \frac{V}{V_{ABCD}} = \frac{AM \cdot AN \cdot AP}{AB \cdot AC \cdot AD} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot \frac{2}{3}AC \cdot \frac{3}{4}AD}{AB \cdot AC \cdot AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{ABCD} = 4V.$$

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+		+	0	-
y	-1	$+\infty$	$-\infty$	2	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$. Suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một TCN là đường thẳng $y = -1$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$. Suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một TCD là đường thẳng $x = 1$.

Câu 36: Tính tích tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_2\left(\frac{1}{2x} + x\right) + 2^{\frac{1}{2x}+x} = 5$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $x > 0$

$\log_2 \left(\frac{1}{2x} + x \right) + 2^{\frac{1}{2x} + x} = 5 \Leftrightarrow f \left(\frac{1}{2x} + x \right) = f(2)(1)$, với $f(t) = \log_2 t + 2^t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Vậy $(1) \Leftrightarrow \frac{1}{2x} + x = 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 0$.

Suy ra tích tất cả các nghiệm thực của phương trình đã cho bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^4 - (3m+2)x^2 + 3m+1}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận?

A. 2018.

B. 2019.

C. 2021.

D. 2020.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi: $x^4 - (3m+2)x^2 + 3m+1 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \neq 1 \\ x^2 \neq 3m+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \pm 1 \\ x^2 \neq 3m+1 \end{cases}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$. Suy ra đồ thị hàm số có một TCN là đường thẳng $y = 0$.

Vậy đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận khi nó có 4 đường TCD $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 = 3m+1$

có hai nghiệm phân biệt khác $\pm 1, -3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1 > 0 \\ 3m+1 \neq 1 \\ 3m+1 \neq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \\ m \neq \frac{8}{3} \end{cases}$.

Suy ra số giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận là 2019.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) = 4$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	3	$+\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $3 < m < 5$.

B. $0 < m < 5$.

C. $3 < m < 4$.

D. $4 < m < 5$.

Lời giải

Chọn D

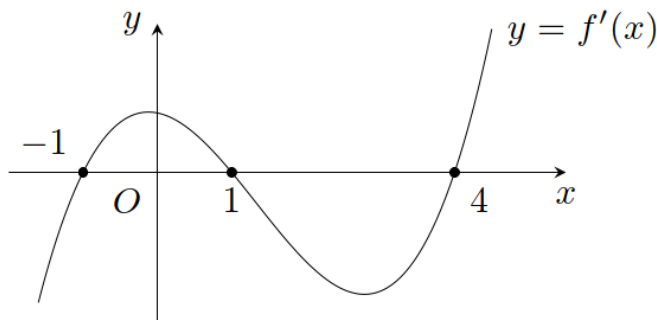
Hàm số $y = f(|x|)$ là hàm chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Từ bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm $y = f(|x|)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
y'							
y	$+\infty$		5	4	5	3	$+\infty$

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ tại 6 điểm phân biệt khi $4 < m < 5$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

- A.** $(2; +\infty)$. **B.** $(-2; 1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $[f(2-x)]' = -f'(2-x)$.

Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến

$$\Leftrightarrow -f'(2-x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(2-x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \leq -1 \\ 1 \leq 2-x \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $[\log_3(x^2+1) - \log_3(x+31)](32-2^{x-1}) \geq 0$?

- A.** Vô số. **B.** 28. **C.** 26. **D.** 27.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > -31$.

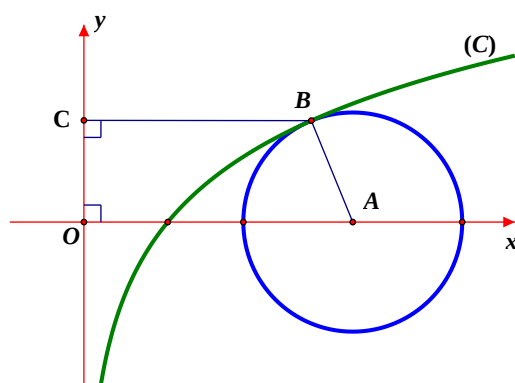
$$\text{Ta có } [\log_3(x^2+1) - \log_3(x+31)](32-2^{x-1}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(x^2+1) - \log_3(x+31) \geq 0 \\ 32-2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} \log_3(x^2+1) - \log_3(x+31) \leq 0 \\ 32-2^{x-1} \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \geq x + 31 \\ 2^{x-1} \leq 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 \geq 0 \\ 2^{x-1} \leq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x = 6 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện $x > -31$ ta có $\begin{cases} -31 < x \leq -5 \\ x = 6 \end{cases}$.

Vậy có 27 số nguyên x .

Câu 41: Cho hàm số $y = \ln x$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Đường tròn tâm A có duy nhất một điểm



chung B với (C) . Biết $C(0;1)$, diện tích của hình thang $ABCO$ gần nhất với số nào sau đây.

A. 3,01.

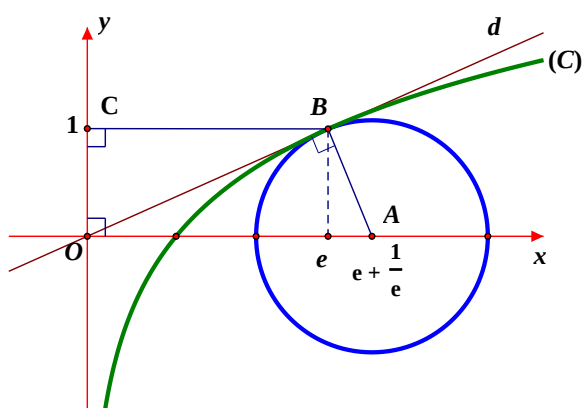
B. 2,91.

C. 3,09.

D. 2,98.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng đi qua $C(0;1)$ và song song với trục hoành cắt đồ thị (C) tại $B(e;1)$.

Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại $B(e;1)$ thì phương trình (d) là $y = \frac{x}{e}$.

(C) tiếp xúc với đường tròn tâm A tại $B(e;1)$ thì (d) là tiếp tuyến chung của (C) và đường tròn tâm A . $AB \perp (d) \Rightarrow A(e + \frac{1}{e}; 0)$.

Hình thang $ABCO$ có: $OA = e + \frac{1}{e}$; $CB = e$; $OC = 1$.

$$\text{Vậy } S_{ABCO} = \frac{(OA+CB)OC}{2} = e + \frac{1}{2e} \approx 2,91.$$

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

A. $\frac{57}{2}$.

B. $\frac{59}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$ trên $[-1; 3]$.

Ta có: $g'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-1; 3] \\ x = 0 \in [-1; 3] \\ x = 2 \in [-1; 3] \end{cases}$$

$$g(-1) = m - 5; \quad g(0) = m; \quad g(2) = m - 32; \quad g(3) = m + 27$$

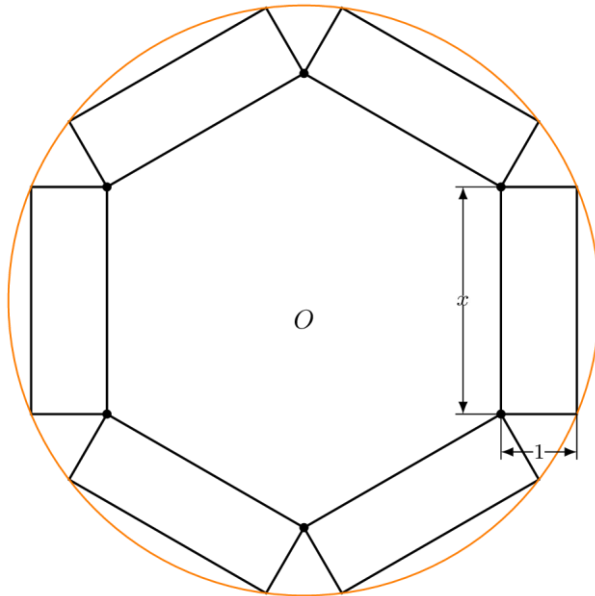
Thấy: $m - 32 < m - 5 < m < m + 27, \forall m \in \mathbb{R}$. Vậy $\max_{[-1; 3]} = \max\{|m - 32|; |m + 27|\}$.

TH1: $|m + 27| \leq |m - 32| \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. Khi đó $M = |m - 32| \geq \frac{59}{2}, \forall m \leq \frac{5}{2} \Rightarrow \min M = \frac{59}{2}$.

TH2: $|m + 27| \geq |m - 32| \Leftrightarrow m \geq \frac{5}{2}$. Khi đó $M = |m + 27| \geq \frac{59}{2}, \forall m \geq \frac{5}{2} \Rightarrow \min M = \frac{59}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của M là $\frac{59}{2}$.

Câu 43: Bạn A định làm một cái hộp quà lưu niệm (không nắp) bằng cách cắt từ một tấm bìa hình tròn bán kính $4cm$ để tạo thành một khối lăng trụ lục giác đều, biết 6 hình chữ nhật có các kích thước là $1cm$ và xcm (tham khảo hình vẽ). Thể tích của hộp quà gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $24,5\text{cm}^3$.

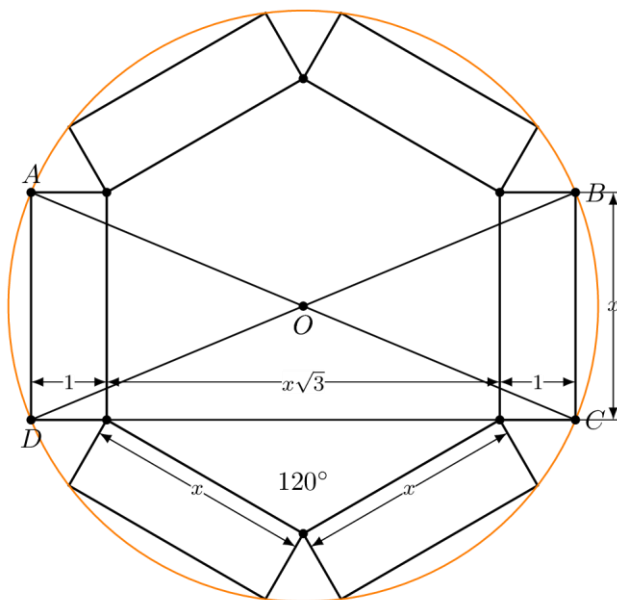
B. 25cm^3 .

C. $25,5\text{cm}^3$.

D. 24cm^3 .

Lời giải

Chọn B



Xét hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp (O) , do đó, AC là đường kính của (O) . Ta có $AC = 8\text{cm}$.

Tính được $DC = 1 + x\sqrt{3} + 1 = x\sqrt{3} + 2$

Áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác ADC ta có

$$x^2 + (2 + x\sqrt{3})^2 = 8^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x\sqrt{3} - 60 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{7} - \sqrt{3}}{2}$$

$$V = h.S_d = 1.6 \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3}{2}x^2\sqrt{3} = \frac{-27\sqrt{7} + 99\sqrt{3}}{4} \approx 25,0094\text{cm}^3$$

Câu 44: Giả sử các số a, b, c thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua $(0;1)$ và có cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = 4a + b + c$.

A. 22.

B. 24.

C. 20.

D. 23.

Lời giải

Chọn D

$$y' = 3x^2 + 2ax + b$$

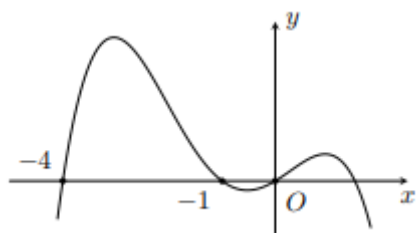
Hàm số có cực trị $a^2 - 3b > 0$

Đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1);(-2;0)$ nên $\begin{cases} c=1 \\ -8+4a-2b+c=0 \end{cases}$

Hàm số đạt cực trị tại $x = -2$ do đó $12 - 4a + b = 0$

$$\text{Vậy ta có hệ } \begin{cases} c=1 \\ -8+4a-2b+c=0 \\ 12-4a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{17}{4} \\ b=5 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow T = 4a + b + c = 23$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị có 3 điểm cực trị như hình dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + 2)$ là



A. 5.

B. 9.

C. 11.

D. 7.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } g'(x) = (3x^2 - 3)f'(x^3 - 3x + 2), \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x^3 - 3x + 2 = m_1 \quad (1) \\ x^3 - 3x + 2 = m_2 \quad (2), \\ x^3 - 3x + 2 = m_3 \quad (3) \end{cases} \quad \text{với}$$

$$m_1 \in (-4; -1); m_2 \in (-1; 0); m_3 \in (0; 1)$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, có $y' = 3x^2 - 3$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		4	0	$+\infty$	

Với $m_1 \in (-4; -1) \Rightarrow (1)$ có 1 nghiệm

Với $m_2 \in (-1; 0) \Rightarrow (2)$ có 1 nghiệm

Với $m_3 \in (0; 1) \Rightarrow (3)$ có 3 nghiệm phân biệt

Vậy $g'(x) = 0$ có 7 nghiệm bội lẻ, nên có 7 điểm cực trị.

Câu 46: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 4, các đường tròn đáy lần lượt là $(O; 1)$ và $(O'; 1)$. Giả sử AB là một dây cung cố định trên $(O; 1)$ sao cho $AOB = 120^\circ$ và MN là đường kính thay đổi trên $(O'; 1)$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$ là

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V_{ABMN} = \frac{1}{6} AB \cdot MN \cdot d(AB, MN) \cdot \sin(AB, MN)$.

Mà $d(AB, MN) = 4$; và có $\sin(AB, MN) \leq 1$

Nên $V_{ABMN} \leq \frac{1}{6} \cdot AB \cdot MN \cdot 4 \cdot 1 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. Vậy giá trị lớn nhất của thể tích khối tứ diện $ABMN$ là $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $\sin(AB, MN) = 1 \Leftrightarrow AB \perp MN$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $AB = 1$, cạnh bên $SA = 1$ và vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Kí hiệu M là điểm di động trên đoạn CD và N là điểm di động trên đoạn CB sao cho $\angle MAN = 45^\circ$. Thể tích nhỏ nhất của khối chóp $S.AMN$ là

A. $\frac{\sqrt{2}-1}{3}$.

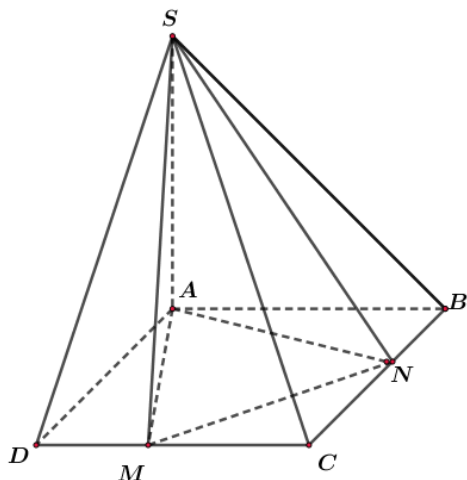
B. $\frac{\sqrt{2}+1}{9}$.

C. $\frac{\sqrt{2}+1}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{2}-1}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $DM = x; BN = y$ ($0 < x, y < 1$)

$$\text{Ta có } S_{\triangle AMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle ABN} - S_{\triangle ADM} - S_{\triangle CMN} = 1 - \frac{1}{2}[x + y + (1-x)(1-y)] = \frac{1}{2}(1-xy)$$

$$\text{Xét tam giác vuông } CMN: MN^2 = (1-x)^2 + (1-y)^2 \quad (1).$$

Áp dụng định lí cos cho tam giác $\triangle AMN$:

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2 \cdot AM \cdot AN \cdot \cos 45^\circ = 1 + x^2 + 1 + y^2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{y^2+1} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra

$$(1-x)^2 + (1-y)^2 = 1 + x^2 + 1 + y^2 - \sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2+1} \cdot \sqrt{y^2+1}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y = \sqrt{2(x^2+1)(y^2+1)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = x^2 y^2 + 1 - 4xy \quad (3)$$

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 \geq 2xy \quad (4)$$

$$\text{Từ (3) và (4) suy ra } x^2 y^2 + 1 - 4xy \geq 2xy \Leftrightarrow (xy)^2 - 6xy + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} xy \geq 3 + 2\sqrt{2} \text{ (loại)} \\ xy \leq 3 - 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}(1-xy) \geq \frac{\sqrt{2}-1}{2}$$

$$\Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle AMN} \geq \frac{\sqrt{2}-1}{3}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \begin{cases} x = y \\ xy = 3 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

$$\text{Vậy thể tích nhỏ nhất của khối chóp } S.AMN \text{ bằng } \frac{\sqrt{2}-1}{3}$$

Câu 48: Cho các số thực a, b thỏa mãn $\frac{1}{3} < b < a < 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8 \log_{\frac{2}{a}} a.$$

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } \frac{1}{3} < b < a < 1 \text{ nên } (3b-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 \geq \frac{4(3b-1)}{9} \Rightarrow \log_a \frac{4(3b-1)}{9} \leq \log_a b^2$$

$$\text{Ta có } 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a = 8\left(\frac{1}{\log_a b - 1}\right)^2$$

Đặt $\log_a b = x$. Vì $\frac{1}{3} < b < a < 1$ nên $x = \log_a b > 1$. Khi đó

$$P = \log_a \frac{4(3b-1)}{9} + 8\log_{\frac{b}{a}}^2 a \geq \log_a b^2 + 8\left(\frac{1}{\log_a b - 1}\right)^2 \Rightarrow P \geq 2x + \frac{8}{(x-1)^2}$$

$$\text{Mà } 2x + \frac{8}{(x-1)^2} = (x-1) + (x-1) + \frac{8}{(x-1)^2} + 2 \geq 3\sqrt[3]{(x-1) \cdot (x-1) \cdot \frac{8}{(x-1)^2}} + 2 = 8$$

Suy ra $P \geq 8$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{3} \\ a = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} \end{cases}$$

Vậy $\min P = 8$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - \sin^2 x$ trên đoạn $[-1; 1]$ là

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$

A. $f(1)$.

B. $f(0)$.

C. $f(2)$.

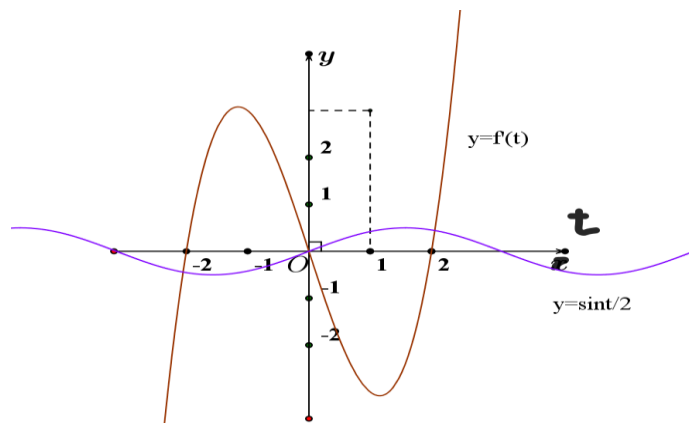
D. $f(-1)$.

Lời giải

Chọn B

$$g'(x) = 2f'(2x) - 2\sin x \cdot \cos x = 2f'(2x) - \sin 2x. \text{ Đặt } t = 2x \Rightarrow t \in [-2; 2].$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2f'(t) - \sin t = 0 \Leftrightarrow f'(t) = \frac{\sin t}{2}, \forall t \in [-2; 2].$$



t	-2	-1	0	1	2
$g'(t)$		+	0	-	-
$g(t)$	$g(-2)$		$g(0)$		$g(2)$

Vậy giá trị lớn nhất là $g(0) = f(0)$

Câu 50: Cho phương trình $(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 125.

B. 123.

C. 122.

D. 124.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ 5^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m \leq 5^x \end{cases}.$$

$$(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, 5^x - m \geq 0 \\ 5^x - m = 0 \\ 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, 5^x - m \geq 0 \\ 5^x - m = 0 \\ \log_3 x = \frac{-1}{2} \\ \log_3 x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, 5^x - m \geq 0 \\ x = \log_5 m \\ x = 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \\ x = 3 \end{cases}$$

+ Khi $m=1 \Rightarrow x=\log_2 1=0$ vậy phương trình $(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0$ có 2 nghiệm

$$\begin{cases} x = 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \\ x = 3 \end{cases}$$

+ $m > 1 \Rightarrow x = \log_5 m$ là 1 nghiệm. Để phương trình có đúng 2 nghiệm thì

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \log_5 m < 3 \Leftrightarrow 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq m < 5^3 \Leftrightarrow 2,53 \leq m < 125$$

----- HẾT -----