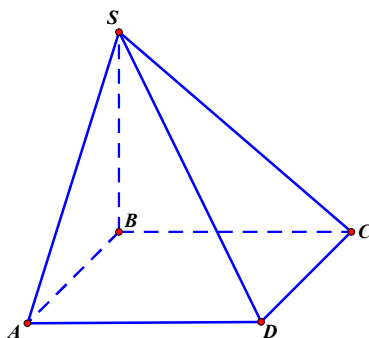


Họ và tên thí sinh:

MÃ ĐỀ THI: 104

Số báo danh:

- Câu 1.** Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng
A. a^3 **B.** $9a^3$ **C.** $6a^3$ **D.** $3a^3$.
- Câu 2.** Cho a, b, c là các số dương, $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?
A. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b + \log_a c$. **B.** $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$.
C. $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_b a - \log_b c$. **D.** $\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a c - \log_a b$.
- Câu 3.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng
A. 4. **B.** $-\frac{3}{2}$ **C.** 3. **D.** $-\frac{5}{4}$.
- Câu 4.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 4a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
A. $8a^3\sqrt{3}$ **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $16a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 5.** Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau sai
A. $S = 4\pi R^2$. **B.** $V = \frac{4}{3}\pi R^2$ **C.** $\frac{V}{R} = \frac{4}{3}\pi R^2$ **D.** $3V = S.R$.
- Câu 6.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB \perp (ABCD)$ (xem hình dưới), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?



- A.** $\widehat{DSB}$ **B.** $\widehat{SDA}$ **C.** $\widehat{SCB}$. **D.** $\widehat{SDC}$.
- Câu 7.** Hàm số $y = (3-x)^\pi$ xác định khi và chỉ khi
A. $x \neq 3$. **B.** $x \in (0; +\infty)$. **C.** $x \in (3; +\infty)$. **D.** $x \in (-\infty; 3)$

Câu 8. Hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; \sqrt{2})$. D. $(-\infty; \sqrt{2})$.

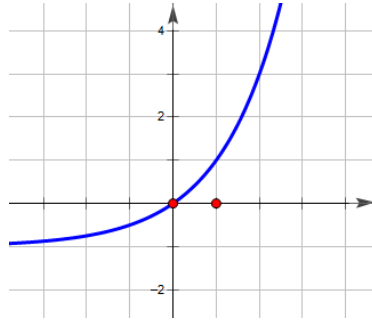
Câu 9. Một cặp số nhân có $u_1 = -3, u_2 = 6$. Công bội của cặp số nhân đó là

- A. 2. B. 9. C. -2. D. -3.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ là

- A. $y' = \sin x$. B. $y' = \cos x$. C. $y' = -\sin x$. D. $y' = -\cos x$

Câu 11. Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số



- A. $y = \log_2(x+1)$. B. $y = 2^x - 1$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = 2^x$.

Câu 12. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 4x^2 - 2$ và trục hoành là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

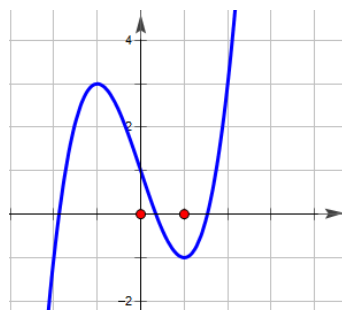
Câu 13. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ là:

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 14. Bất phương trình: $\left(\frac{4}{3}\right)^x > 1$ có tập nghiệm là

- A. $(0; 1)$ B. $(1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 15. Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số



- A. $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x + 1$
C. $y = \frac{x+2}{x-1}$ D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 16. Khối trụ có bán kính đáy r và đường cao h khi đó thể tích khối trụ là

- A. $V = \pi r^2 h$. B. $V = \frac{2}{3} \pi r h$. C. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ D. $V = 2 \pi r h$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 18. Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận của đồ thị hàm số nào sau đây ?

A. $y = \frac{2x-6}{x+3}$.

B. $y = \frac{x+1}{-x-3}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-3}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+3}$.

Câu 19. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

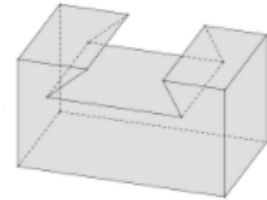
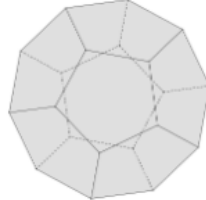
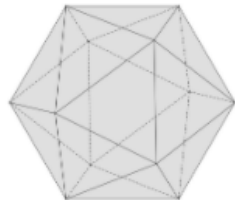
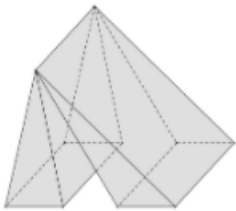
A. 16π .

B. 12π .

C. 20π .

D. 24π .

Câu 20. Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?



A.

B.

C.

D.

Câu 21. Với a là số thực dương, biểu thức rút gọn của $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{3-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}$ là

A. a^3 .

B. a^6 .

C. $a^{2\sqrt{3}}$.

D. a^5 .

Câu 22. Tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y = -x^3 - 3mx^2 + 4m$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là:

A. $m > 0$.

B. $m \leq -2$.

C. $-2 \leq m < 0$.

D. $m \leq -4$.

Câu 23. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3\pi}{2}$.

B. 2π

C. 12π

D. 6π .

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$?

A. $m \neq 0$.

B. $m = 0$.

C. $m < 0$.

D. $m > 0$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{2a^3}{3}$.

B. $\frac{a^3}{3}$

C. $\frac{a^3}{4}$

D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26. Số nghiệm của phương trình $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$ là

A. 1.

B. 3.

C. 0.

D. 2.

Câu 27. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng ?

A. Hình lập phương.

B. Bát diện đều.

C. Tứ diện đều.

D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 28. Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2-x-6}$ là

A. 0

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 29. Một hộp có chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{7}{11}$. D. $\frac{21}{220}$.

Câu 30. Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ song song với đường thẳng $y = 9x - 2$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$				
		↗	↘	↗
	$-\infty$	3	$-\infty$	1
			$-\infty$	

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 32. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AA' = 4a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm M của BC , $A'M = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $8a^3\sqrt{3}$.

Câu 33. Gọi M, C, D thứ tự là số mặt, số đỉnh, số cạnh của hình bát diện. Khi đó $S = M - C + D$ bằng

- A. $S = 2$. B. $S = 10$. C. $S = 14$. D. $S = 26$

Câu 34. Một khối cầu có bán kính bằng 2, mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn (C) biết khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{2}$. Diện tích của hình tròn (C) là

- A. 2π . B. 8π . C. π . D. 4π .

Câu 35. Cho hai số thực a, b biết $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $\log_b a < \log_a b < 1$.
C. $\log_b a < 1 < \log_a b$. D. $1 < \log_b a < \log_a b$.

Câu 36. Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2}(x^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2\alpha + \beta}$. B. $\frac{\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. C. $\frac{3\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$. D. $\frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}$.

Câu 37. Cho biểu thức $P = \log_a^2(xy) + \log_{a^2}(y^4) + \log_a(x^6y^4 + x^2z^2 + 2x^4y^2z) + \frac{12 + 5\sqrt{4z - y^2}}{3}$. Với

$a > 1, |y| \geq 1$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất bằng b khi $a = a_0$ và $(x; y; z) = (x_1; y_1; z_1)$ hoặc $(x; y; z) = (x_2; y_2; z_2)$. . Hãy tính $S = 21a_0^2 - 22b^2 + 8(|x_1y_1z_1| + |x_2y_2z_2|)$.

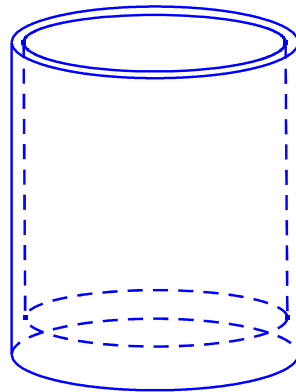
A. -37.

B. -42.

C. 44.

D. 42.

Câu 38. Người ta thiết kế 1 cái ly thủy tinh dùng để uống nước có dạng hình trụ như hình vẽ, biết rằng ở mặt ngoài ly có chiều cao là 12 cm và đường kính đáy là 8 cm , độ dài thành ly là 2 mm , độ dày đáy là 1 cm . Hãy tính thể tích lượng thủy tinh cần để làm nên cái ly đó (kết quả gần đúng nhất).



A. $603185,8\text{ mm}^3$.

B. $104175,2\text{ mm}^3$.

C. $499010,6\text{ mm}^3$.

D. $104122,4\text{ mm}^3$.

Câu 39. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - (m+2)x + m$ có 2 điểm cực trị và điểm $N\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó.

A. $m = \frac{9}{5}$

B. $m = -1$

C. $m = -\frac{5}{9}$.

D. $m = -\frac{9}{5}$.

Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $4a$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $10a^3$.

B. $30a^3\pi$.

C. $\frac{100a^3\pi}{3}$

D. $\frac{80a^3\pi}{3}$

Câu 41. Cho hình chóp ngũ giác đều có tổng diện tích tất cả các mặt là $S = 4$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp ngũ giác đều đã cho có dạng $\max V = \frac{a\sqrt{10}}{b\sqrt{\tan 36^\circ}}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính $T = a + b$.

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 16.

Câu 42. Một loại kẹo có hình dạng là khối cầu với bán kính đáy bằng 1 cm và được đặt trong vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều (các mặt của vỏ tiếp xúc với kẹo). Biết rằng khối chóp đều tạo thành từ vỏ kẹo đó có thể tích bé nhất, tính tổng diện tích tất cả các mặt xung quanh của vỏ kẹo.

A. 12 cm^2

B. 48 cm^2

C. 36 cm^2

D. 24 cm^2

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SD sao cho $3SM = 2SA$; $3SN = 2SD$. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P . Đặt $\frac{SQ}{SB} = x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$.
Tìm x để $V_1 = \frac{1}{2}V$.

A. $x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6}$. B. $x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$. C. $x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$. D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 44. Điều kiện để phương trình $\sqrt{12 - 3x^2} - x = m$ có nghiệm là $m \in [a; b]$, khi đó $2a - b$ bằng

A. 3. B. -8. C. -4. D. 0.

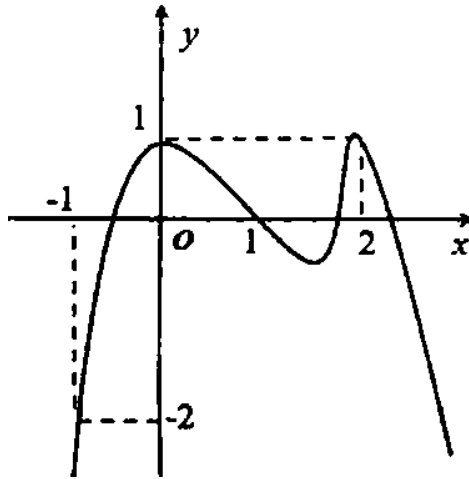
Câu 45. Cho các số thực x, y thỏa mãn: $x^2 + y^2 = 1$, tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{(2y-1)^2 x^2 + (2y^2 - y)^2} + \sqrt{2y+2}$$
 bằng

A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{13\sqrt{2}}{4}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Hỏi phương trình $f\left(\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\cos^6 x - \frac{1}{4}\sin^2 2x + \frac{7}{24} - f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$?



A. 2. B. 6. C. 4. D. 3.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $AC = 4\sqrt{3}a, BD = 4a, SD = 2\sqrt{2}a$ và SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng:

A. $\frac{4\sqrt{21}}{7}a$. B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}a$. C. $\frac{5\sqrt{21}}{7}a$. D. $\frac{2\sqrt{21}}{7}a$.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + mx^2 - 2m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 0. B. 1 C. 2 D. 3.

Câu 49. Hàm số $y = x - \ln(2x - 3)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$ D. $\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Câu 50. Cho mặt cầu đường kính $AB = 2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB), cắt mặt cầu theo đường tròn (C) . Tính $h = AI$ theo R để hình nón có đỉnh A , đáy là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất.

A. $h = \frac{R}{3}$.

B. $h = R$

C. $h = \frac{4R}{3}$.

D. $h = \frac{2R}{3}$.

_____ **HẾT** _____

Câu 1: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

- A. a^3 . B. $9a^3$. C. $6a^3$. D. $3a^3$.

Câu 2: Cho a, b, c là các số dương, $a \neq 1$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b + \log_a c$. B. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.
C. $\log_a \frac{b}{c} = \log_b a - \log_b c$. D. $\log_a \frac{b}{c} = \log_a c - \log_a b$

Câu 3: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{-x+3}{x-2}$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

- A. 4. B. $-\frac{3}{2}$. C. 3. D. $-\frac{5}{4}$.

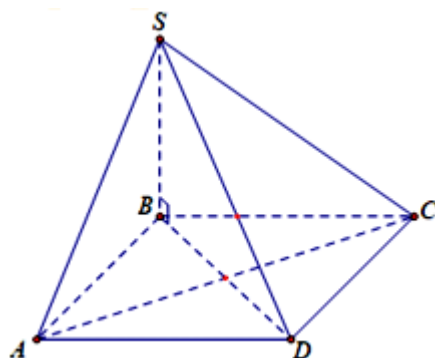
Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = 4a$ và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $8a^3\sqrt{3}$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 5: Gọi R là bán kính, S là diện tích mặt cầu và V là thể tích khối cầu. Công thức nào sau đây **sai**?

- A. $S = 4\pi R^2$. B. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. C. $\frac{V}{R} = \frac{4}{3}\pi R^2$. D. $3V = S.R$

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SB \perp (ABCD)$ (xem hình dưới), góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc nào sau đây?



A. $\widehat{DSB}$ B. $\widehat{SDA}$ C. $\widehat{SCB}$ D. $\widehat{SDC}$

Câu 7: Hàm số $y = (3 - x)^\pi$ xác định khi và chỉ khi

A. $x \neq 3$.B. $x \in (0; +\infty)$.C. $x \in (3; +\infty)$.D. $(-\infty; 3)$.

Câu 8: Hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; +\infty)$.C. $(0; \sqrt{2})$.D. $(-\infty; \sqrt{2})$

Câu 9: Một cặp số nhân có $u_1 = -3, u_2 = 6$. Công bội của cặp số nhân đó là

A. 2.

B. 9.

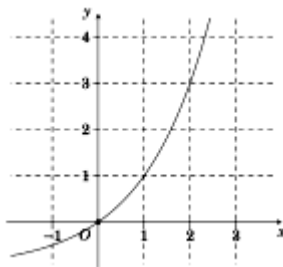
C. -2.

D. -3.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y = \sin x$ là

A. $y' = \sin x$.B. $y' = \cos x$.C. $y' = -\sin x$.D. $y' = -\cos x$.

Câu 11: Đường cong trong hình bên dưới là của đồ thị hàm số

A. $y = \log_2(x+1)$.B. $y = 2^x - 1$.C. $y = \log_2 x$.D. $y = 2^x$.

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^4 - 4x^2 - 2$ và trục hoành là

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 0.

Câu 13: Số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 5$ là

A. 3.

B. 0.

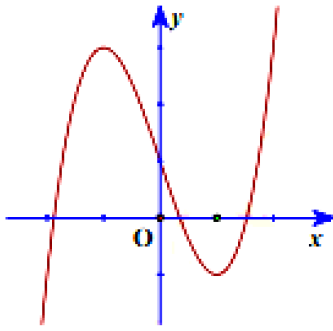
C. 1.

D. 2.

Câu 14: Bất phương trình: $\left(\frac{4}{3}\right)^x > 1$ có tập nghiệm là

A. $(0; 1)$.B. $(1; +\infty)$.C. $(0; +\infty)$.D. $(-\infty; 0)$.

Câu 15: Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 16: Khối trụ có bán đáy r và đường cao h khi đó thể tích khối trụ là

A. $V = \pi r^2 h$.

B. $V = \frac{2}{3} \pi r h$.

C. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

D. $V = 2 \pi r h$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

Câu 18: Đường thẳng $x = 3$ là tiệm cận đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{2x-6}{x+3}$.

B. $y = \frac{x+1}{-x-3}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-3}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+3}$.

Câu 19: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 4$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

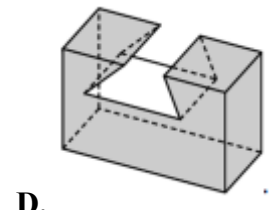
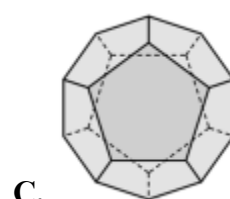
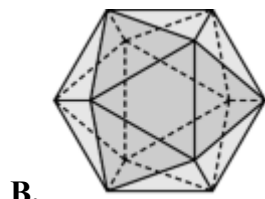
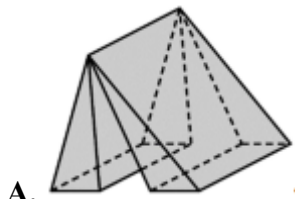
A. 16π .

B. 12π .

C. 20π .

D. 24π .

Câu 20: Vật thể nào dưới đây **không phải** là khối đa diện?



Câu 21: Với a là số thực dương, biểu thức rút gọn của $\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{3-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}}$ là

A. a^3 .

B. a^6 .

C. $a^{2\sqrt{3}}$.

D. a^5 .

Câu 22: Tất cả các giá trị của m sao cho hàm số $y = -x^3 - 3mx^2 + 4m$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$ là

A. $m > 0$.

B. $m \leq -2$.

C. $-2 \leq m < 0$.

D. $m \leq -4$.

Câu 23: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B , $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. 2π . C. 12π . D. 6π .

Câu 24: Với giá trị nào của m thì hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$?

- A. $m \neq 0$. B. $m = 0$. C. $m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{2a^3}{3}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 27: Hình đa diện nào dưới đây **không** có tâm đối xứng?

- A. Hình lập phương. B. Bát diện đều.
C. Tứ diện đều. D. Lăng trụ lục giác đều.

Câu 28: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2-x-6}$ là

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

Câu 29: Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả cầu xanh là

- A. $\frac{7}{44}$. B. $\frac{4}{11}$. C. $\frac{7}{11}$. D. $\frac{21}{220}$.

Câu 30: Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ song song với đường thẳng $y = 9x - 2$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	$-\infty$	1

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 32: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều, $AA' = 4a$. Biết rằng hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm M của BC , $A'M = 2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{16a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $16a^3\sqrt{3}$. D. $8a^3\sqrt{3}$.

Câu 33: Gọi $M, C, Đ$ thứ tự là số mặt, số cạnh, số đỉnh của hình bát diện. Khi đó $S = M - C + Đ$ bằng

- A. $S = 2$. B. $S = 10$. C. $S = 14$. D. $S = 26$.

Câu 34: Một khối cầu có bán kính bằng 2, một mặt phẳng (α) cắt khối cầu đó theo một hình tròn (C) biết khoảng cách từ tâm khối cầu đến mặt phẳng (α) bằng $\sqrt{2}$. Diện tích của hình tròn (C) là

- A. 2π . B. 8π . C. π . D. 4π .

Câu 35: Cho hai số thực $0 < a < b < 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. $\log_a b < 1 < \log_b a$. B. $\log_b a < \log_a b < 1$. C. $\log_b a < 1 < \log_a b$. D. $1 < \log_6 a < \log_a b$.

Câu 36: Cho $\alpha = \log_a x, \beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2}(x^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2\alpha + \beta}$ B. $\frac{\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$ C. $\frac{3\alpha\beta}{2\alpha + \beta}$ D. $\frac{3(\alpha + \beta)}{\alpha + 2\beta}$

Câu 37: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{3}$ và mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3 \cdot 7\sqrt{21}}{32}$. C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3 \cdot 7\sqrt{21}}{96}$.

Câu 38: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2$, các cạnh còn lại bằng 4, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{11}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số để đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - (m+2)x + m$ có 2 điểm cực trị và điểm $N\left(2; -\frac{1}{3}\right)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó.

A. $m = \frac{9}{5}$.

B. $m = -1$.

C. $m = -\frac{5}{9}$.

D. $m = -\frac{9}{5}$.

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao bằng $4a$. Một mặt phẳng đi qua các đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}a^2$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $10a^3$.

B. $30a^3\pi$.

C. $\frac{100a^3\pi}{3}$.

D. $\frac{80a^3\pi}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp ngũ giác đều có tổng diện tích tất cả các mặt là $S = 4$. Giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp ngũ giác đều đã cho có dạng $\max V = \frac{a\sqrt{10}}{b\sqrt{\tan 36^\circ}}$, trong đó $a, b \in \mathbb{N}^*$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Hãy tính $T = a + b$.

A. 15.

B. 17.

C. 18.

D. 16.

Câu 42: Một loại kẹo có hình dạng là khối cầu với bán kính bằng 1cm được đặt trong vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều (các mặt của vỏ tiếp xúc với kẹo). Biết rằng khối chóp đều tạo thành từ vỏ kẹo đó có thể tích bé nhất, tính tổng diện tích tất cả các mặt xung quanh của vỏ kẹo:

A. 12cm^2 .

B. 48cm^2 .

C. 36cm^2 .

D. 24cm^2 .

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt thuộc các cạnh SA, SD sao cho $3SM = 2SA, 3SN = 2SD$. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P . Đặt $\frac{SQ}{SB} = x, V_1$ là thể tích của khối chóp $S.MNPQ$, V là thể tích khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1 = \frac{1}{2}V$.

A. $x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6}$.

B. $x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$.

C. $x = \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 44: Điều kiện để phương trình $\sqrt{12 - 3x^2} - x = m$ có nghiệm $m \in [a; b]$. Khi đó $2a - b$ bằng

A. 3.

B. -8.

C. -4.

D. 0.

Câu 45: Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$, tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{(2y-1)^2 x^2 + (2y^2 - y)^2} + \sqrt{2y+2}$ bằng

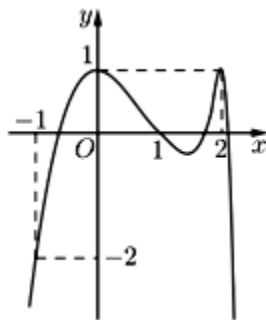
A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{13\sqrt{2}}{4}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hỏi phương trình $f\left(\frac{1}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}\cos^6 x - \frac{1}{4}\sin^2 2x + \frac{7}{24} - f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$?

A. 2

B. 6

C. 4

D. 3

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O . Biết $AC = 4\sqrt{3}a$, $BD = 4a$, $SD = 2\sqrt{2}a$ và SO vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}a}{7}$.

B. $\frac{3\sqrt{21}a}{7}$.

C. $\frac{5\sqrt{21}a}{7}$.

D. $\frac{2\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y = -x^3 + mx^2 - 2m$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 49: Hàm số $y = x - \ln(2x - 3)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

B. $(0; +\infty)$

C. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

D. $\left(0; \frac{5}{2}\right)$

Câu 50: Cho mặt cầu đường kính $AB = 2R$. Mặt phẳng (P) vuông góc AB tại I (I thuộc đoạn AB) cắt mặt cầu theo một đường tròn (C) . Tính $h = AI$ theo R để hình nón đỉnh A , đáy là (C) có thể tích lớn nhất.

A. $h = R$.

B. $h = \frac{R}{3}$.

C. $h = \frac{4R}{3}$.

D. $h = \frac{2R}{3}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	2-B	3-D	4-A	5-B	6-C	7-D	8-C	9-C	10-B
11-B	12-D	13-A	14-C	15-B	16-A	17-D	18-C	19-A	20-A
21-A	22-B	23-D	24-B	25-B	26-A	27-C	28-D	29-C	30-C
31-B	32-D	33-A	34-A	35-A	36-C	37-A	38-D	39-D	40-D
41-B	42-D	43-A	44-B	45-D	46-D	47-A	48-C	49-C	50-C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}.S.h = \frac{1}{3}.3a^2.3a = 3a^3$.

Câu 2: Chọn B.

Theo lý thuyết ta có $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

Câu 3: Chọn D.

Ta có $y' = -\frac{1}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in [-2; 0]$

Suy ra hàm số $y = \frac{-x+3}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

Suy ra $\max_{[-2; 0]} y = f(-2) = -\frac{5}{4}$.

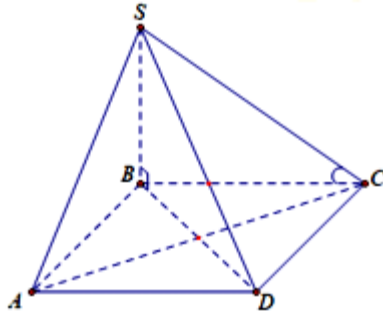
Câu 4: Chọn A.

$V = S.h = \frac{1}{2}(4a)^2 .a\sqrt{3} = 8a^3\sqrt{3}$.

Câu 5: Chọn B.

Thể tích khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, nên đáp án B sai.

Câu 6: Chọn C.



Hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là BC .

Suy ra $\widehat{(SC; (ABCD))} = \widehat{(SC; BC)} = \widehat{SCB}$.

Câu 7: Chọn D.

Hàm số lũy thừa với số mũ không nguyên nên: $3 - x > 0 \Leftrightarrow x < 3$.

Câu 8: Chọn C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu y' .

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; \sqrt{2})$.

Câu 9: Chọn C.

Gọi cấp số nhân có công bội q .

$$\text{Ta có } u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-3} = -2.$$

Câu 10: Chọn B.

Ta có $y' = (\sin x)' \Rightarrow y' = \cos x$.

Câu 11: Chọn B.

Câu 12: Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4 - 4x^2 - 2 = 0$ (phương trình vô nghiệm.)

Vậy đồ thị hàm số $y = -x^4 - 4x^2 - 2$ không cắt trục hoành.

Câu 13: Chọn A.

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 - 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	5	1	$+\infty$

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 14: Chọn C.

$$\text{Ta có: } \left(\frac{4}{3}\right)^x > 1 \Leftrightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^x > \left(\frac{4}{3}\right)^0 \Leftrightarrow x > 0.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là: $(0; +\infty)$.

Câu 15: Chọn B.

Đồ thị có dạng của hàm số bậc ba, nhánh cuối đi lên nên có $a > 0$.

Do đó chọn đáp án B.

Câu 16: Chọn A.

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$.

Câu 17: Chọn D.

$$\text{Ta có } \begin{cases} S_{\triangle ABC} = \frac{a^2}{2} \\ SA = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 18: Chọn C.

Vì $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x+1}{x-3} = +\infty$ nên nhận đường thẳng $x=3$ làm tiệm cận đứng.

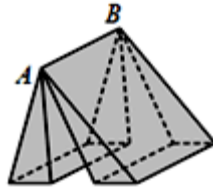
Câu 19: Chọn A.



Ta có đường sinh của hình trụ là $l = h = 2$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi$.

Câu 20: Chọn A.



Cạnh AB của vật thể trong hình.

A. vi phạm tính chất trong khái niệm về hình đa diện “Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác”. Cụ thể cạnh AB trong hình là cạnh chung của 4 đa giác.

Câu 21: Chọn A.

$$\frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{3-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{5}-2})^{\sqrt{5}+2}} = \frac{a^{(\sqrt{3}+1)(3-\sqrt{3})}}{a^{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}} = \frac{a^4}{a} = a^3.$$

Câu 22: Chọn B.

$$y = -x^3 - 3mx^2 + 4m$$

$$y' = -3x^2 - 6mx.$$

Hàm số $y = -x^3 - 3mx^2 + 4m$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$

$$\Leftrightarrow f'(x) > 0, \forall x \in (0; 4)$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 6mx > 0, \forall x \in (0; 4)$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 > 6mx, \forall x \in (0; 4)$$

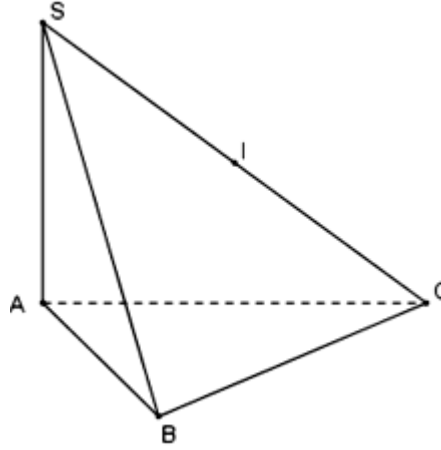
$$\Leftrightarrow -m > \frac{x}{2}, \forall x \in (0; 4)$$

$$\Leftrightarrow -m \geq 2$$

$$\Leftrightarrow m \leq -2.$$

Vậy $m \leq -2$.

Câu 23: Chọn D.



Do tam giác ABC vuông tại B nên $AB \perp BC$, mặt khác $BC \perp SA$ nên $BC \perp SB$. Do vậy ta có $\widehat{SBC} = \widehat{SAC} = 90^\circ$ nên tâm mặt cầu ngoại tiếp của $S.ABC$ là trung điểm của SC .

Bán kính $R = \frac{SC}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \frac{\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Vậy diện tích mặt cầu $S = 4\pi R^2 = 6\pi$.

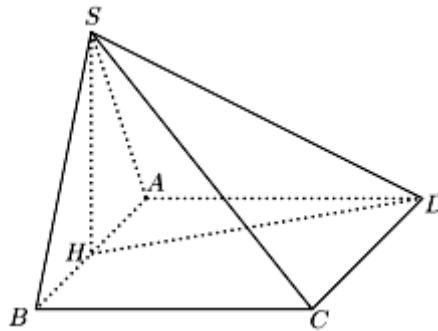
Câu 24: Chọn B.

$y = x^3 - 3x^2 + mx$, suy ra $y' = 3x^2 - 6x + m$; $y'' = 6x - 6$.

Để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ thì

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -6 < 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 25: Chọn B.



Gọi H là trung điểm của AB , khi đó $SH \perp (ABCD)$.

$$\text{Ta có } HD^2 = AH^2 + AD^2 = \frac{a^2}{4} + a^2 = \frac{5a^2}{4} \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{5a^2}{4}} = a$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SH = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 26: Chọn A.

ĐK: $x \leq 1$.

$$\text{Phương trình } \log_2(3-x) + \log_2(1-x) = 3 \Leftrightarrow \log_2[(3-x)(1-x)] = 3$$

$$\Leftrightarrow (3-x)(1-x) = 8 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$$

Kết hợp với ĐK ta có nghiệm của phương trình $x = -1$.

Câu 27: Chọn C.

Hình tứ diện đều không có tâm đối xứng.

Câu 28: Chọn D.

$$\text{TXĐ: } (-\infty; 2] \setminus \{-2\}.$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow (-2)} f(x) = +\infty \Rightarrow x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 29: Chọn C.

$$n(\Omega) = C_{12}^3$$

$$\text{Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả cầu xanh là: } P = \frac{C_7^2 \cdot C_5^1 + C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{11}.$$

Câu 30: Chọn C.

Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$\text{Tiếp tuyến song song với đường thẳng } y = 9x - 2 \Rightarrow f'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 3x_0^2 - 6x_0 = 9 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ x_0 = 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } x_0 = -1 \Rightarrow y_0 = -2. \text{ Phương trình tiếp tuyến } y = 9(x+1) - 2 \Leftrightarrow y = 9x + 7$$

$$\text{Với } x_0 = 3 \Rightarrow y_0 = 2. \text{ Phương trình tiếp tuyến } y = 9(x-3) + 2 \Leftrightarrow y = 9x - 25.$$

Vậy có 2 tiếp tuyến.

Câu 31: Chọn B.

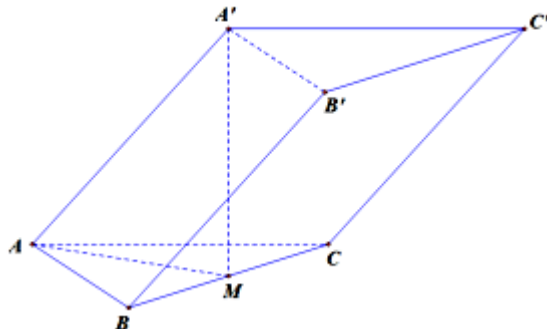
Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có:

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

+ Các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$.

Từ các giới hạn trên ta suy ra: Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Câu 32: Chọn D.



Xét tam giác AMA' vuông tại M có: $AM = \sqrt{AA'^2 - A'M^2} = \sqrt{16a^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{3}$.

Đặt cạnh tam giác đều bằng x , ta có: $AM = 2a\sqrt{3} = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 4a$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

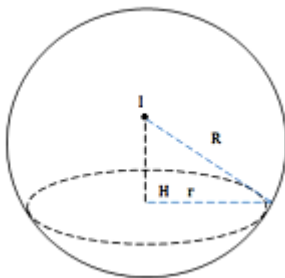
$$V_{ABC.A'B'C'} = A'M \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{(4a)^2 \sqrt{3}}{4} = 8a^3 \sqrt{3}.$$

Câu 33: Chọn A.

Hình bát diện có số mặt là 8, số đỉnh là 6 và số cạnh là 12.

Do đó $S = M - C + Đ = 8 - 12 + 6 = 2$.

Câu 34: Chọn A.



$$R = 2; IH = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{2}.$$

Diện tích của hình tròn (C) là $S = \pi r^2 = 2\pi$.

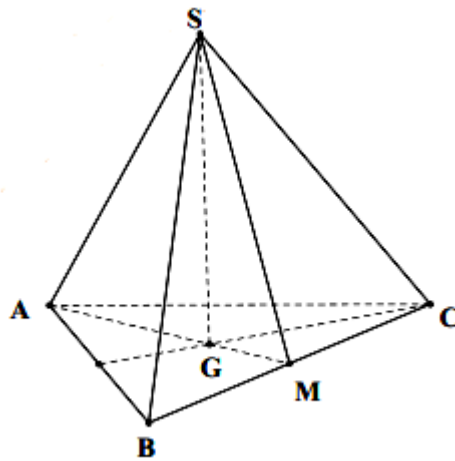
Câu 35: Chọn A.

Ta có: $\log_a b = \frac{\log b}{\log a} < 1$ do $0 < a < b < 1$ và $\log_b a = \frac{\log a}{\log b} > 1$.

Câu 36: Chọn C.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \log_{ab^2}(x^3) &= 3 \log_{ab^2} x = \frac{3}{\log_x(ab^2)} = \frac{3}{\log_x a + 2 \log_x b} \\ &= \frac{3}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{2}{\log_b x}} = \frac{3 \log_a x \cdot \log_b x}{2 \log_a x + \log_b x} = \frac{2\alpha\beta}{2\alpha + \beta}. \end{aligned}$$

Câu 37: Chọn A.



Giả sử chóp tam giác đều là $S.ABC$, ta có tam giác ABC đều và $SG \perp (ABC)$ với G là trọng tâm tam giác ABC .

Gọi M là trung điểm của đoạn BC , suy ra

$$\begin{cases} AG \perp BC \\ SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAG) \Rightarrow BC \perp SM.$$

Do đó $((SBC), (ABC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} = 60^\circ$.

Gọi cạnh $AB = x (x > 0)$, suy ra $AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \frac{2}{3} AM = \frac{x\sqrt{3}}{3}$;

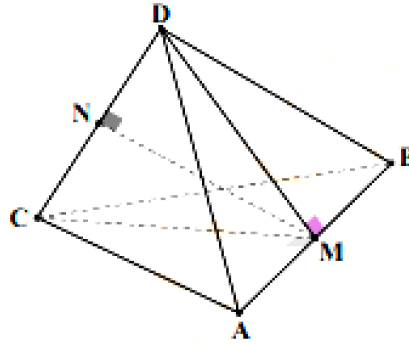
$$GM = \frac{1}{3} AM = \frac{x\sqrt{3}}{6}.$$

$$\text{Lại có } \tan \widehat{SMA} = \frac{SG}{GM} \Leftrightarrow \tan 60^\circ = \frac{SG}{GM} \Leftrightarrow SG = GM \cdot \tan 60^\circ \Leftrightarrow SG = \frac{x}{2}.$$

Mà tam giác SAG vuông tại $G \Rightarrow SG^2 + GA^2 = SA^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{3} = \frac{7a^2}{3} \Leftrightarrow x^2 = 4a^2 \Leftrightarrow x = 2a$.

Suy ra $SG = a, S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AM \cdot BC = a^2 \sqrt{3}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SG \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 38: Chọn D.



Gọi M là trung điểm của đoạn AB .

Ta có tam giác ABC cân tại C nên $CM \perp AB$ và tam giác ABD cân tại D nên $DM \perp AB$.

Suy ra $AB \perp (CDM)$. Gọi N là trung điểm của CD thì $AB \perp MN$.

Lại có $\Delta DAB = \Delta CAB \Rightarrow DM = CM$ hay tam giác DCM cân tại $M \Rightarrow CD \perp MN$ nên MN là đoạn vuông góc chung của AB và CD . Suy ra $d(AB, CD) = MN$.

$$\text{Có } DM = CM = \sqrt{CA^2 - BM^2} = \sqrt{CA^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{15}.$$

$$\text{Do đó } MN = \sqrt{CM^2 - CN^2} = \sqrt{CM^2 - \frac{CD^2}{4}} = \sqrt{11}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, CD) = \sqrt{11}.$$

Câu 39: Chọn D.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 4x - (m+2)$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \neq 0 \\ 4 - 3(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Mặt khác } y = \frac{1}{9}(3x-2)y' - \frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4)$$

$$y(x_1) = -\frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4), \text{ vì } y'(x_1) = 0.$$

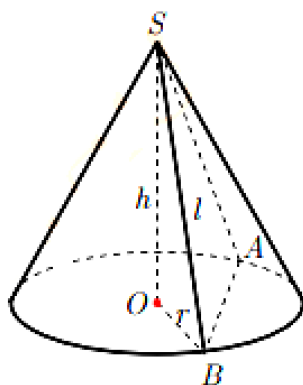
$$y(x_2) = -\frac{2}{9}(3m+2)x_2 + \frac{1}{9}(7m-4), \text{ vì } y'(x_2) = 0.$$

Do đó phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$\Delta: y = -\frac{2}{9}(3m+2)x + \frac{1}{9}(7m-4)$$

$$\text{Mà } N\left(2; -\frac{1}{3}\right) \in \Delta \text{ nên } -\frac{4}{9}(3m+2) + \frac{1}{9}(7m-4) = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{9}{5}.$$

Câu 40: Chọn D.



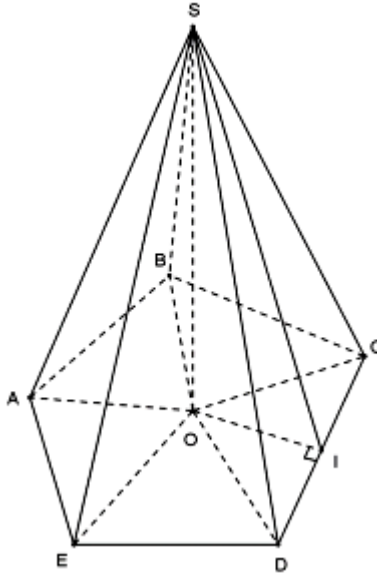
Giả sử SAB là thiết diện đi qua đỉnh hình nón.

$$\text{Ta có tam giác } SAB \text{ có } SA = SB = AB = l \text{ và } S_{SAB} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}a^2 \Rightarrow l = 6a.$$

$$\text{Mà } r = \sqrt{l^2 - h^2} = 2\sqrt{5}a.$$

$$\text{Khi đó thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{80a^3\pi}{3}.$$

Câu 41: Chọn B.



Gọi hình chóp ngũ giác đều đã cho là $S.ABCDE$ có O là tâm của đáy $ABCDE$, I là trung điểm cạnh CD .

$\Rightarrow SO \perp (ABCDE)$ và $OI \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOI)$.

Lại có: $\widehat{COI} = \frac{1}{2}\widehat{COD} = 36^\circ \Rightarrow IC = OI \cdot \tan 36^\circ$

Dễ thấy: $S_{\Delta SCD} + S_{\Delta OCD} = \frac{1}{5}S = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{1}{2}SI \cdot CD + \frac{1}{2}OI \cdot CD = \frac{4}{5} \Rightarrow SI \cdot IC + OI \cdot IC = \frac{4}{5}$

$\Rightarrow SI \cdot OI \cdot \tan 36^\circ + OI^2 \cdot \tan 36^\circ = \frac{4}{5} \Rightarrow SI = \frac{4}{5 \cdot OI \cdot \tan 36^\circ} - OI$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{5 \cdot OI \cdot \tan 36^\circ} - OI\right)^2 - OI^2} = \sqrt{\frac{16}{25 \cdot OI^2 \cdot \tan^2 36^\circ} - \frac{8}{5 \tan 36^\circ}}$

Thể tích khối chóp $S.ABCDE$ là: $V = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCDE} = \frac{1}{3}SO \cdot 5S_{\Delta COD} = \frac{5}{3}SO \cdot \frac{1}{2}OI \cdot CD$

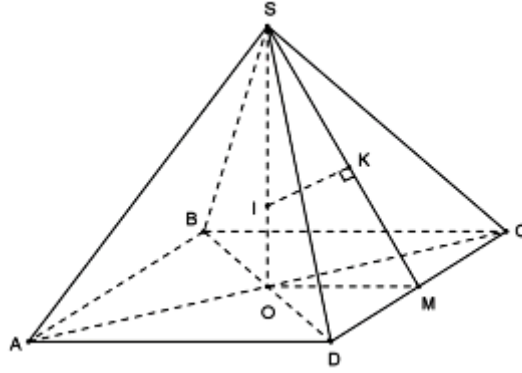
$= \frac{5}{3}SO \cdot OI \cdot IC = \frac{4}{2} \sqrt{\frac{16}{25 \cdot OI^2 \cdot \tan^2 36^\circ} - \frac{8}{5 \tan 36^\circ}} \cdot OI^2 \cdot \tan 36^\circ$

$= \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5 \tan 36^\circ}} \sqrt{\left(\frac{2}{5} - OI^2 \cdot \tan 36^\circ\right) \cdot OI^2 \cdot \tan 36^\circ} \leq \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5 \tan 36^\circ}} \cdot \frac{\frac{2}{5} - OI^2 \cdot \tan 36^\circ + OI^2 \cdot \tan 36^\circ}{2}$

$= \frac{10\sqrt{2}}{3\sqrt{5 \tan 36^\circ}} \cdot \frac{1}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{15\sqrt{\tan 36^\circ}}$

Vậy: $a = 2; b = 15 \Rightarrow T = a + b = 17$.

Câu 42: Chọn D.



Giả sử vỏ kẹo có hình dạng là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh a , đường cao $SO = h$. Loại kẹo có hình dạng là khối cầu có tâm I .

Gọi M là trung điểm cạnh CD .

Gọi K là hình chiếu của I trên $SM \Rightarrow K$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (SCD) .

$$\Rightarrow OI = OK = 1.$$

$$\text{Để thấy } \triangle SKI \sim \triangle SOM \Rightarrow \frac{SI}{SM} = \frac{IK}{OM} \Rightarrow \frac{SO - OI}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{IK}{OM}$$

$$\Rightarrow \frac{h-1}{\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}} = \frac{1}{\frac{a}{2}} \Rightarrow ah - a = \sqrt{4h^2 + a^2} \Rightarrow h = \frac{2a^2}{a^2 - 4}$$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

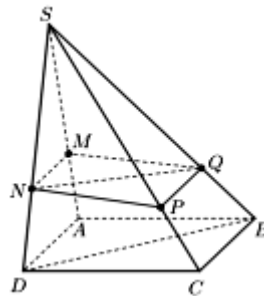
$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a^2}{a^2 - 4} \cdot a^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^4}{a^2 - 4} = \frac{2}{3} \cdot \left(a^2 - 4 + \frac{16}{a^2 - 4} + 8 \right) \geq \frac{2}{3} \cdot (2 \cdot 4 + 8) = \frac{32}{3}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra} \Leftrightarrow a^2 - 4 = \frac{16}{a^2 - 4} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow h = 4 \Rightarrow OM = \sqrt{2}; SM = 3\sqrt{2}$$

Câu 43: Chọn A.

Cách 1.



Ta có $V_1 = V_{S.MNPQ} = V_{S.MNQ} + V_{S.PNQ}$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \cap (SBC) = PQ \\ MN \parallel BC \\ MN \subset (\alpha) \\ BC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow PQ \parallel MN \parallel BC \Rightarrow \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SB} = x.$$

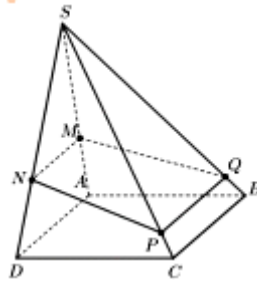
$$\text{Có } \frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ADB}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SQ}{SB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{4}{9}x \Rightarrow V_{S.MNQ} = \frac{4x}{9} V_{S.ADB} = \frac{4x}{9} \cdot \frac{V}{2} = \frac{2x}{9} V.$$

$$\text{Đồng thời } \frac{V_{S.PNQ}}{V_{S.CDB}} = \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SQ}{SB} = x \cdot \frac{2}{3} \cdot x = \frac{2x^2}{3} \Rightarrow V_{S.PNQ} = \frac{2x^2}{3} V_{S.CDB} = \frac{2x^2}{3} \cdot \frac{V}{2} = \frac{x^2}{3} V.$$

Như vậy $V_1 = \left(\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{9} \right) V$. Mà theo giả thiết ta có $V_1 = \frac{1}{2} V$ nên ta suy ra:

$$\frac{x^2}{3} + \frac{2x}{9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6} (\text{Nhan}) \\ x = \frac{-2 - \sqrt{58}}{6} (\text{Loai}) \end{cases}. \text{ Vậy } x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6}.$$

Cách 2:



$$\text{Đặt } a = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}; b = \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}; c = \frac{SP}{SC}. \text{ Ta có } \frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b} + \frac{1}{x} \Rightarrow c = x.$$

$$\text{Lại có } \frac{V_1}{V} = \frac{abcx}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{x} \right) = \frac{x^2}{9} \left(3 + \frac{2}{x} \right).$$

$$\text{Mà } \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2} \Rightarrow 6x^3 + 4x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (\text{Loai}) \\ x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6} (\text{Nhan}) \\ x = \frac{-2 - \sqrt{58}}{6} (\text{Loai}) \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-2 + \sqrt{58}}{6}.$$

Câu 44: Chọn B.ĐK: $-2 \leq x \leq 2$.Xét hàm số $f(x) = \sqrt{12-3x^2} - x, \forall x \in [-2; 2]$.Ta có $f'(x) = \frac{-3x}{\sqrt{12-3x^2}} - 1, \forall x \in (-2; 2)$.

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x = \sqrt{12-3x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x \geq 0 \\ 9x^2 = 12-3x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x = \pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên:

x	-2	-1	2		
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	2	4		-2	

$$\text{Vậy YCBT} \Leftrightarrow m \in [-2; 4] \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow 2a - b = -8.$$

Câu 45: Chọn D.+ Từ giả thiết suy ra: $x, y \in [-1; 1]$.

$$+ P = \sqrt{(2y-1)^2 x^2 + (2y^2 - y)^2} + \sqrt{2y+2} = \sqrt{(2y-1)^2 (x^2 + y^2)} + \sqrt{2y+2} = |2y-1| + \sqrt{2y+2}$$

$$+ \text{Đặt } P = f(y) = \begin{cases} 2y-1 + \sqrt{2y+2}, \frac{1}{2} \leq y \leq 1 \\ -2y+1 + \sqrt{2y+2}, -1 \leq y \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$+ \text{Xét } f(y) \text{ trên } \left[\frac{1}{2}; 1\right]: \text{Khảo sát ta được } \min_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(y) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}; \max_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(y) = f(1) = 3.$$

$$+ \text{Xét } f(y) \text{ trên } \left[-1; \frac{1}{2}\right]: \text{Khảo sát ta được } \min_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} f(y) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}; \max_{\left[-1; \frac{1}{2}\right]} f(y) = f\left(-\frac{7}{8}\right) = \frac{13}{4}.$$

$$+ \text{Suy ra: } \min_{[-1; 1]} f(y) = \sqrt{3}; \max_{[-1; 1]} f(y) = \frac{13}{4}.$$

Câu 46: Chọn D.

$$+ \text{Phương trình} \Leftrightarrow f(\cos^2 x) - \frac{1}{2} \cos^6 x + \cos^4 x - \cos^2 x = f\left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}. (*)$$

Trong tam giác OCD vuông tại O , kẻ $OM \perp CD$, ta có $SO \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOM)$

Mà $CD \subset (SCD) \Rightarrow (SOM) \perp (SCD)$

Trong mặt phẳng (SOM) , kẻ $OH \perp OM$

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SOM) \perp (SCD) \\ (SOM) \cap (SCD) = SM \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH. \\ OH \subset (SOM), OH \perp SM \end{cases}$$

Tam giác SOD vuông tại O , có $OD = \frac{1}{2}BD = 2a, SD = 2\sqrt{2}a$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = 2a.$$

Tam giác OCD vuông tại O , có $OD = 2a, OC = 2\sqrt{3}a$ và $OM \perp CD$

$$\Rightarrow OM = \frac{OC \cdot OD}{\sqrt{OC^2 + OD^2}} = \frac{2\sqrt{3}a \cdot 2a}{\sqrt{(2\sqrt{3}a)^2 + (2a)^2}} \Rightarrow OM = \sqrt{3}a.$$

Tam giác SOM vuông tại O , có $OM = \sqrt{3}a, SO = 2a$ và $OH \perp SM$

$$\Rightarrow OH = \frac{SO \cdot OM}{\sqrt{SO^2 + OM^2}} = \frac{2a \cdot \sqrt{3}a}{\sqrt{(2a)^2 + (\sqrt{3}a)^2}} \Rightarrow OH = \frac{2\sqrt{21}a}{7}.$$

$$\text{Vậy } d(AB, SD) = 2d(O, (SCD)) = \frac{4\sqrt{21}a}{7}.$$

Câu 48: Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $-x^3 + mx^2 - 2m = 0$ (1).

+) **Điều kiện cần:**

Giả sử phương trình (1) có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

$$\Rightarrow -x^3 + mx^2 - 2m = -(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$$

$$\text{Đồng nhất hệ số ta được } x_2 = \frac{m}{3}.$$

$$\text{Thay } x_2 = \frac{m}{3} \text{ vào phương trình (1) ta được } -\frac{m^3}{27} + \frac{m^3}{9} - 2m = 0$$

$$\Leftrightarrow m^3 - 27m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm 3\sqrt{3} \end{cases}$$

+) Điều kiện đủ:

+ Với $m = 0$ thì (1) $\Leftrightarrow x = 0$ (không thỏa mãn).

$$+ \text{ Với } m = 3\sqrt{3} \text{ thì (1) } \Leftrightarrow -x^3 + 3\sqrt{3}x^2 - 6\sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 + \sqrt{3} \\ x = \sqrt{3} \\ x = 3 + \sqrt{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

$$+ \text{ Với } m = -3\sqrt{3} \text{ thì (1) } \Leftrightarrow -x^3 - 3\sqrt{3}x^2 + 6\sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 - \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \\ x = 3 - \sqrt{3} \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Chọn C.

Điều kiện: $x > \frac{3}{2}$.

$$\text{Ta có: } y = x - \ln(2x - 3) \Rightarrow y' = 1 - \frac{2}{2x - 3}.$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
y'			- 0 +	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 50: Chọn C.

Đặt $OI = x; (0 \leq x \leq R)$.

$$\text{Ta có: } h = AI = AO + OI = R + x.$$

$$\text{Lại có } r^2 = R^2 - x^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi (R^2 - x^2)(R + x) = \frac{1}{3} \pi (-x^3 - Rx^2 + xR^2 + R^3)$$

$$V_{\max} \text{ khi và chỉ khi } (-x^3 - Rx^2 + xR^2)_{\max}$$

$$\text{Xét } f(x) = -x^3 - Rx^2 + xR^2, x \in [0; R]$$

$$f'(x) = -3x^2 - 2Rx + R^2$$

$$f'(x) = -3x^2 - 2Rx + R^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -R \notin [0; R] \\ x = \frac{R}{3} \in [0; R] \end{cases}$$

$$f(0) = 0; f(R) = -R^3; f\left(\frac{R}{3}\right) = \frac{11}{27}R^3.$$

$$\Rightarrow h = R + \frac{R}{3} = \frac{4R}{3}.$$

_____ **HẾT** _____