

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2;3;0), B(2;-1;2)$. Mặt cầu nhận AB là đường kính có phương trình.

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 36$.

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Câu 2: Có bao nhiêu cách xếp nhóm 5 học sinh vào một hàng ngang?

A. C_5^5 .

B. 5^5 .

C. $5!$.

D. A_5^0 .

Câu 3: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1+2x}{x-2}$?

A. $y = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $y = 2$.

Câu 4: Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z = \frac{(1+i)3i}{1-i}$.

A. 3.

B. -3.

C. 0

D. -1.

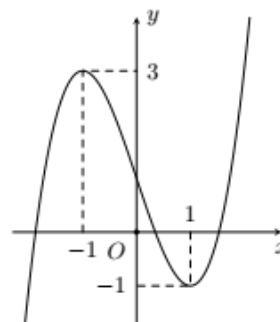
Câu 5: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên

A. $y = x^3 - 3x - 1$

B. $y = x^3 - 3x + 1$

C. $y = -x^3 + 3x - 1$

D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$



Câu 6: Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng.

A. 20.

B. $\frac{65}{3}$.

C. 6.

D. $\frac{52}{3}$.

Câu 7: Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ với $a > 0, a \neq 1$.

A. $P = \sqrt{3}$.

B. $P = 9$.

C. $P = 3$.

D. $P = \frac{3}{2}$.

Câu 8: Khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 1$ có thể tích là.

A. $V = 3$.

B. $V = \frac{4}{3}$.

C. $V = 4$

D. $V = \frac{3}{4}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng Oxy có tọa độ.

A. $N(-1, -2, 3)$.

B. $N(-1, -2, -3)$.

C. $N(1, 2, -3)$.

D. $N(1, 2, 0)$.

Câu 10: Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các kích thước 2, 3, 4 là.

A. $V = 4$.

B. $V = 12$.

C. $V = 24$.

D. $V = 8$.

Câu 11: Hình nón có bán kính đáy r và đường cao h khi đó thể tích khối nón đó được tính.

- A. $V = 2\pi rh$. B. $V = \pi r^2 h$. C. $V = \frac{2}{3}\pi rh$. D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách từ điểm $M(3, -4, 1)$ tới mặt phẳng Oyz bằng ?

- A. 1. B. 5 C. 4. D. 3.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = (2x - 3)^{-4}$

- A. $D = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. C. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

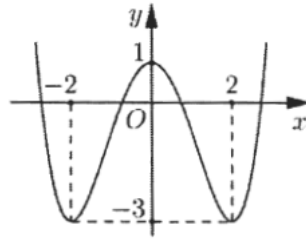
Câu 14: Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- A. $S = \{-1; 1\}$. B. $S = \{-1\}$. C. $S = \{1\}$. D. $S = (-1; 1)$.

Câu 15: Nếu một khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ thì diện tích của mặt cầu đó bằng.

- A. $S = 3$. B. $S = 36\pi$. C. $S = 3\pi$. D. $S = 36$.

Câu 16: Cho hàm số bậc bốn có đồ thị như hình bên dưới. Phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có số nghiệm.



- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17: Tổng phần thực và phần ảo của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng

- A. -2. B. -6. C. 2. D. 6.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) \leq 3$ là ?

- A. $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$ B. $(-\infty; 3]$. C. $[3; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 19: Hàm số $y = 2x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây.

- A. $y = x^2 - \sin x + x$. B. $y = 2 - \sin x$. C. $y = 2 + \sin x$. D. $y = x^2 + \sin x + x$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$ đường thẳng $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{3}$ chứa điểm nào trong các điểm sau.

- A. $P(1, -2, -3)$. B. $N(-1, 2, 3)$. C. $Q(-3, 3, 0)$. D. $M(2, -1, 3)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 + 4t \\ z = -2 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $d_1 // d_2$. B. $d_1 \equiv d_2$.
C. d_1 và d_2 chéo nhau. D. $d_1 \perp d_2$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -2 + i$. Điểm M biểu diễn số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$ có tọa độ?

- A. $M(0; -1)$. B. $M(0; 1)$. C. $M(1; 0)$. D. $M(-1; 0)$.

Câu 23: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là.

- A. $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$. B. $\pi(e^2 + 1)$. C. $\frac{\pi}{2}(e^2 + 1)$. D. $\pi(e^2 - 1)$.

Câu 24: Nghiệm của phương trình $\log_3(1-2x)=1$ là.

- A. $x=1$. B. $x=-1$. C. $x=0$. D. $x=-2$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như hình. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là.

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 26: Hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và chiều cao $h=2$ có diện tích xung quanh bằng.

- A. $S_{xq}=18\pi$. B. $S_{xq}=12\pi$. C. $S_{xq}=2\pi$. D. $S_{xq}=6\pi$.

Câu 27: Nếu $\int_0^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^5 f(x)dx=6$ thì $\int_2^5 f(x)dx$ bằng.

- A. -3. B. 18. C. 3. D. 9.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Phát biểu nào sau đây là đúng.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$. B. $\min_{(0;3)} y = -2$.

- C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 29: Gọi z là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-4z+8=0$. Tính $|w|$ với $w=(1-2i)z$.

- A. $|w|=2\sqrt{10}$. B. $|w|=40$. C. $|w|=10\sqrt{2}$. D. $|w|=\sqrt{5}$.

Câu 30: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=-3$. Số hạng u_3 bằng.

- A. $u_3=-9$. B. $u_3=-18$. C. $u_3=18$. D. $u_3=9$.

Câu 31: Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π . Bán kính đáy của hình trụ là.

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y						
		2		3		
	$-\infty$		-1	-1		2

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 33: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và $\int_3^5 f(x)dx=a$,. Tích phân $I=\int_1^2 f(2x+1)dx$ có giá trị là.

- A. $I = 2a$. B. $I = \frac{1}{2}a$. C. $I = 2a + 1$. D. $I = \frac{a}{2} + 1$.

Câu 34: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 35: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 2. B. 4. C. -2. D. -4.

Câu 36: Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

- A. $I(-1; 0)$. B. $I(0; -1)$. C. $I(1; 0)$. D. $I(0; 1)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vector chỉ phương là

- A. $\vec{u} = (0; 1; 3)$. B. $\vec{u} = (2; 0; 0)$. C. $\vec{u} = (2; 1; -3)$. D. $\vec{u} = (0; 1; -3)$.

Câu 38: Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12 B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là:

- A. $\frac{42}{143}$. B. $\frac{84}{143}$. C. $\frac{356}{1287}$. D. $\frac{56}{143}$.

Câu 39: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực $x_1; x_2$ thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

- A. $m = \frac{9}{2}$. B. $m = 3$. C. Không tồn tại. D. $m = \frac{61}{2}$.

Câu 40: Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

- A. $m \geq -3$. B. $m \geq -2$. C. $m > -3$. D. $m > -2$.

Câu 41: Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

- A. $A = (3 + a)a$. B. $A = (3 - a)a$. C. $A = \frac{3 + a}{a}$. D. $A = \frac{3 - a}{a}$.

Câu 42: Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

- A. 25. B. -1. C. 7. D. 14.

Câu 43: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16, \int_0^1 f(2x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)dx$ bằng

- A. 30. B. 28. C. 36. D. 16.

Câu 44: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 45: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m \geq 1$.

B. $m \leq 2$.

C. $m \leq \frac{5}{4}$

D. $m \leq 0$

Câu 46: Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2020 của tham số m để phương trình $\log_6(2020x + m) = \log_4(1010x)$ có nghiệm là

A. 2022.

B. 2020.

C. 2019.

D. 2021.

Câu 47: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S là

A. 108.

B. 136.

C. 120.

D. 210.

Câu 48: Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thoả mãn $\log(x + y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z + 1$. Giá trị của $a + b$ bằng

A. $-\frac{25}{2}$.

B. $-\frac{31}{2}$.

C. $\frac{31}{2}$.

D. $\frac{29}{2}$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . cạnh $BC = 2a$ và $\angle ABC = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

B. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quanh cạnh AC , quanh cạnh AB , ta được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_b > S_c > S_a$.

B. $S_b > S_a > S_c$.

C. $S_c > S_a > S_b$.

D. $S_a > S_c > S_b$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	B	C	B	A	B	C	C	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	B	A	B	D	D	A	C	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	A	A	B	D	B	C	B	A	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	B	C	A	D	B	A	A	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	B	D	C	A	B	D	D	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.B	4.C	5.B	6.A	7.B	8.C	9.C	10.C
11.D	12.D	13.B	14.A	15.B	16.D	17.D	18.A	19.C	20.C
21.A	22.A	23.A	24.B	25.D	26.B	27.C	28.B	29.A	30.C
31.D	32.D	33.B	34.D	35.A	36.D	37.D	38.B	39.A	40.D
41.C	42.A	43.B	44.C	45.C	46.A	47.B	48.D	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-2; 3; 0)$, $B(2; -1; 2)$. Mặt cầu nhận AB là đường kính có phương trình.

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 36$.

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 36$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu nhận AB là đường kính sẽ có tâm I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0; 1; 1)$ và có bán

kính là $IA = \sqrt{(-2-0)^2 + (3-1)^2 + (0-1)^2} = 3$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm: $x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách xếp nhóm 5 học sinh vào một hàng ngang?

A. C_5^5 .

B. 5^5 .

C. $5!$.

D. A_5^0 .

Lời giải

Chọn C

Xếp 5 học sinh vào 5 chỗ có $5!$ cách.

Câu 3. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1+2x}{x-2}$?

A. $y = -2$.

B. $x = 2$.

C. $x = -2$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1+2x}{x-2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 4. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z = \frac{(1+i)3i}{1-i}$.

A. 3.

B. -3.

C. 0.

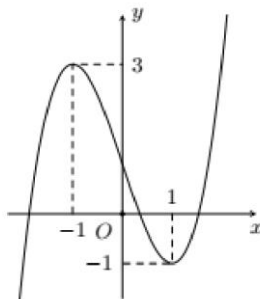
D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z = \frac{(1+i)3i}{1-i} = -3$. Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 0.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên



- A.** $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x - 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình dạng đồ thị hàm số ta thấy nhánh phải đi lên suy ra $a > 0$ nên loại phương án C

Vì hệ số $d > 0$ nên loại phương án A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 3)$ ta chọn phương án B

Câu 6. Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A.** 20. **B.** $\frac{65}{3}$. **C.** 6. **D.** $\frac{52}{3}$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có: $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}$$

$$f(1) = 5; f(2) = 4; f(3) = \frac{13}{3}.$$

Suy ra $\max_{[1;3]} f(x) = 5$ và $\min_{[1;3]} f(x) = 4$.

Vậy tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng $4 \cdot 5 = 20$.

Câu 7. Tính giá trị của biểu thức $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ với $a > 0, a \neq 1$.

- A.** $P = \sqrt{3}$. **B.** $P = 9$. **C.** $P = 3$. **D.** $P = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $P = a^{\log_{\sqrt{a}} 3} = a^{2 \log_a 3} = (a^{\log_a 3})^2 = 3^2 = 9$.

Câu 8. Khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4$ và chiều cao $h = 1$ có thể tích là

- A.** $V = 3$. **B.** $V = \frac{4}{3}$. **C.** $V = 4$. **D.** $V = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ là: $V = B \cdot h = 4 \cdot 1 = 4$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A.** $N(-1;-2;3)$. **B.** $N(-1;-2;-3)$. **C.** $N(1;2;-3)$. **D.** $N(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Vì N là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng Oxy nên $N(1;2;-3)$.

Câu 10. Thể tích của một khối hộp chữ nhật có các kích thước 2, 3, 4 là

- A.** $V = 4$. **B.** $V = 12$. **C.** $V = 24$. **D.** $V = 8$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = abc = 2.3.4 = 24$ (đvtt).

Câu 11. Hình nón có bán kính r và đường cao h khi đó thể tích khối nón đó được tính.

- A.** $V = 2\pi rh$. **B.** $V = 2\pi r^2 h$. **C.** $V = \frac{2}{3}\pi rh$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn D

Gọi V là thể tích của khối nón tròn xoay, ta có công thức: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$ khoảng cách từ điểm $M(3,-4,1)$ tới mặt phẳng Oyz bằng?

- A.** 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng Oyz : $x = 0$.

Khi đó, $d(M, Oyz) = 3$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = (2x-3)^{-4}$

- A.** $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. **C.** $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y = (2x-3)^{-4}$ có số mũ nguyên âm nên ĐKXĐ là $2x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (2x-3)^{-4}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 14. Tìm tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5.2^x + 2 = 0$.

- A.** $S = \{-1; 1\}$. **B.** $S = \{-1\}$. **C.** $S = \{1\}$. **D.** $S = (-1; 1)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } 4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm S của phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ là $S = \{-1; 1\}$.

Câu 15. Nếu một khối cầu có thể tích $V = 36\pi$ thì diện tích mặt cầu đó bằng ?

A. $S = 3$.

B. $S = 36\pi$.

C. $S = 3\pi$.

D. $S = 36$.

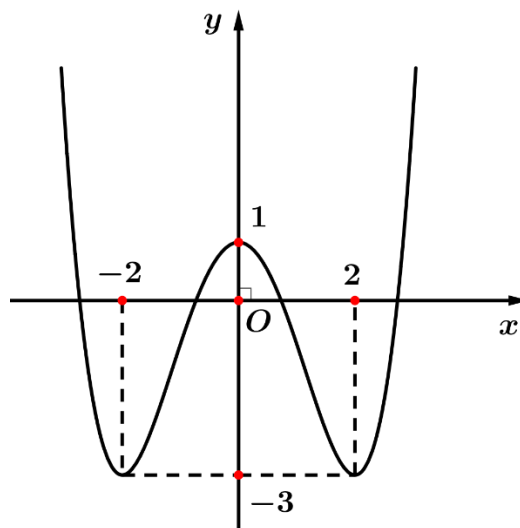
Lời giải

Chọn B

$$\text{Thể tích khối cầu là: } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Rightarrow R = 3.$$

$$\text{Khi đó, diện tích mặt cầu là: } S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 3^2 = 36\pi.$$

Câu 16. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có số nghiệm là



A. 1.

B. 2.

C. 3.

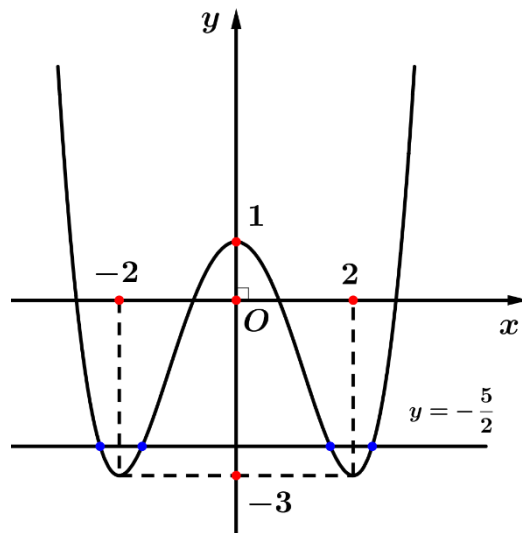
D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình: } 2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{2}.$$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là số giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$.



Dựa vào hình vẽ, ta suy ra phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- Câu 17.** Tổng phần ảo và phần thực của số phức z thỏa mãn $iz + (1-i)\bar{z} = -2i$ bằng
A. -2 . **B.** -6 . **C.** 2 . **D.** 6 .

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Khi đó $iz + (1-i)\bar{z} = -2i \Leftrightarrow i(a + bi) + (1-i)(a - bi) = -2i$

$$\Leftrightarrow a - 2b - bi = -2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ -b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 6$.

- Câu 18.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) \leq 3$ là

- A.** $\left(\frac{1}{3}; 3\right]$. **B.** $(-\infty; 3]$. **C.** $[3; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{3}; 3\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện của bất phương trình là: $3x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3}$

Khi đó $\log_2(3x-1) \leq 3 \Leftrightarrow 3x-1 \leq 8 \Leftrightarrow x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{3}; 3\right]$.

- Câu 19.** Hàm số $y = 2x - \cos x + 1$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

- A.** $y = x^2 - \sin x + x$. **B.** $y = 2 - \sin x$. **C.** $y = 2 + \sin x$. **D.** $y = x^2 + \sin x + x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 2 + \sin x$.

- Câu 20.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{3}$ chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A.** $P(1; -2; -3)$. **B.** $N(-1; 2; 3)$. **C.** $Q(-3; 3; 0)$. **D.** $M(2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $\frac{-3+2}{-1} = \frac{3-1}{2} = \frac{0+3}{3}$ nên $Q(-3;3;0)$ thuộc đường thẳng đã cho.

- Câu 21.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-2t \\ y=3+4t \\ z=-2+6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$.
- . Khẳng định nào sau đây **đúng** ?
- A.** $d_1 // d_2$. **B.** $d_1 \equiv d_2$.
C. d_1 và d_2 chéo nhau. **D.** $d_1 \perp d_2$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-2; 4; 6)$.

Đường thẳng d_2 có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; 2; 3)$.

Thấy $\vec{u}_1 = 2\vec{u}_2$ nên hai đường thẳng d_1 và d_2 chỉ có thể song song hoặc trùng nhau.

Lấy điểm $M(1;3;-2) \in d_1$, dễ thấy $M \notin d_2$.

Vậy $d_1 // d_2$.

- Câu 22.** Cho hai số phức $z_1 = 1+2i$ và $z_2 = -2+i$. Điểm M biểu diễn số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$ có tọa độ là
- A.** $M(0;-1)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $M(1;0)$. **D.** $M(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

$$w = \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+2i}{-2+i} = -i.$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$ là $M(0;-1)$.

- Câu 23.** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là
- A.** $\frac{\pi}{2}(e^2-1)$. **B.** $\pi(e^2+1)$. **C.** $\frac{\pi}{2}(e^2+1)$. **D.** $\pi(e^2-1)$.

Lời giải

Chọn A

$$V = \pi \int_0^1 (e^x)^2 dx = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \frac{\pi}{2} e^{2x} \Big|_0^1 = \frac{\pi}{2} (e^2 - 1).$$

- Câu 24.** Nghiệm của phương trình $\log_3(1-2x) = 1$ là
- A.** $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x < \frac{1}{2}$.

$$\log_3(1-2x)=1 \Leftrightarrow 1-2x=3 \Leftrightarrow x=-1. (\text{thỏa điều kiện})$$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$	0	$+$

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua các điểm $x = -1, x = 0, x = 2, x = 4$ nên hàm số đã cho có bốn điểm cực trị.

Câu 26. Hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và chiều cao $h = 2$ có diện tích xung quanh bằng

A. $S_{xq} = 18\pi$.

B. $S_{xq} = 12\pi$.

C. $S_{xq} = 2\pi$.

D. $S_{xq} = 6\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 12\pi$.

Câu 27. Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^5 f(x)dx = 6$ thì $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

A. -3 .

B. 18 .

C. 3 .

D. 9 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \int_0^5 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^5 f(x)dx \Rightarrow \int_2^5 f(x)dx = \int_0^5 f(x)dx - \int_0^2 f(x)dx = 6 - 3 = 3.$$

$$\text{Vậy } \int_2^5 f(x)dx = 3.$$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Phát biểu nào sau đây là đúng.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-		-	0	+
y	$+\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$	

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

B. $\min_{(0;3)} y = -2$.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có $\underset{(0;3)}{\text{Min}} y = -2$.

Phương án A sai vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Phương án C sai vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Phương án D sai vì hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; 1)$.

Câu 29. Gọi z là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 8 = 0$. Tính $|w|$ với $w = (1 - 2i)z$

A. $|w| = 2\sqrt{10}$.

B. $|w| = 40$.

C. $|w| = 10\sqrt{2}$.

D. $|w| = \sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^2 - 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 2i \\ z = 2 - 2i \end{cases}$$

Suy ra nghiệm phức có phần ảo âm là: $z = 2 - 2i \Rightarrow w = (1 - 2i)(2 - 2i) = -2 - 6i$

$$\text{Vậy } |w| = 2\sqrt{10}.$$

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Số hạng u_3 bằng.

A. $u_3 = -9$.

B. $u_3 = -18$.

C. $u_3 = 18$.

D. $u_3 = 9$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } u_3 = u_1 \cdot q^2 = 2 \cdot (-3)^2 = 18.$$

Câu 31. Cho hình trụ có tỉ số diện tích xung quanh và diện tích toàn phần bằng $\frac{1}{3}$. Biết thể tích khối trụ bằng 4π . Bán kính đáy của hình trụ là

A. 3.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi R , h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.

$$\text{Thể tích khối trụ là } V = \pi R^2 h = 4\pi \Rightarrow R^2 h = 4 \Rightarrow h = \frac{4}{R^2}.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_{xq} = 2\pi Rh.$$

$$\text{Diện tích toàn phần của hình trụ là } S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \frac{S_{xq}}{S_{tp}} &= \frac{2\pi Rh}{2\pi Rh + 2\pi R^2} = \frac{h}{h + R} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3h = h + R \Leftrightarrow 2h = R \Rightarrow \frac{8}{R^2} = R \Leftrightarrow R^3 = 8 \\ &\Leftrightarrow R = 2. \end{aligned}$$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	-1	3	2	

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 33. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x)dx = a$. Tích phân $I = \int_1^2 f(2x+1)dx$ có giá trị là

A. $I = 2a$.

B. $I = \frac{1}{2}a$.

C. $I = 2a+1$.

D. $I = \frac{a}{2}+1$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2x+1 \Rightarrow dt = 2dx$

x	1	2
t	3	5

Suy ra $I = \frac{1}{2} \int_3^5 f(t)dt = \frac{a}{2}$

Câu 34. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(C'BD)$ bằng

A. 90°

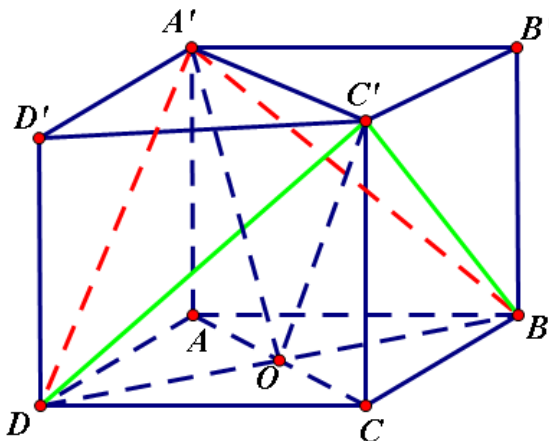
B. 3

C. 2

D. $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D



$$A'BD \cap C'BD = BD$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} BD \perp AA' \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp A'O \quad (1)$$

$$\text{Tương tự ta chứng minh được } BD \perp C'O \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } A'BD ; C'BD = A'OC'$$

$$\text{Ta có } C'O = A'O = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2} = a\sqrt{2} = A'C'$$

$$\text{Suy ra tam giác } A'OC' \text{ là tam giác đều, suy ra } A'OC' = 60^\circ$$

Câu 35. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Khi đó $a + b$ bằng
A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 6x + 2a.$$

Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$ khi:

$$\begin{cases} y'(2) = 0 \\ y(2) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 0 \\ 4a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Với } a = 0; b = 2 \text{ ta có } y = x^3 - 3x^2 + 2. \text{ Khi đó } y' = 3x^2 - 6x; \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'		0	0	
y		2	-2	$+\infty$
	$-\infty$			

Ta thấy đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2; -2)$.

$$\text{Vậy } a + b = 2.$$

Câu 36. Cho số phức thỏa $|z| = 3$. Biết rằng tập hợp số phức $w = \bar{z} + i$ là một đường tròn. Tìm tâm của đường tròn đó.

A. $I(-1; 0)$. **B.** $I(0; -1)$. **C.** $I(1; 0)$. **D.** $I(0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $w = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) $\Rightarrow \bar{z} = w - i = a + bi - i = a + (b-1)i$.

Do $|z| = 3$ nên ta có $\sqrt{a^2 + (b-1)^2} = 3 \Leftrightarrow a^2 + (b-1)^2 = 9$.

Suy ra tâm của đường tròn biểu diễn tập hợp số phức w là $I(0;1)$.

- Câu 37.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vector chỉ phương là
- A.** $\vec{u}(0;1;3)$. **B.** $\vec{u}(2;0;0)$. **C.** $\vec{u}(2;1;-3)$. **D.** $\vec{u}(0;1;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Lấy $A(-3;1;1), B(-1;2;-2)$ thuộc $d \Rightarrow$ Hình chiếu của A, B trên (Oyz) lần lượt là $H(0;1;1), K(0;2;-2)$.

Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vector chỉ phương là $\overrightarrow{HK} = (0;1;-3)$.

- Câu 38.** Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp 12A, 5 học sinh lớp 12B và 8 học sinh lớp 12C thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B là
- A.** $\frac{42}{143}$. **B.** $\frac{84}{143}$. **C.** $\frac{356}{1287}$. **D.** $\frac{56}{143}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B.

Chọn ra 8 học sinh từ 16 học sinh được 1 nhóm, 8 học sinh còn lại tạo thành nhóm thứ 2. Vì ở đây không phân biệt thứ tự các nhóm nên ta có $n(\Omega) = \frac{C_{16}^8}{2!}$.

Mỗi nhóm đều có học sinh lớp 12A và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp 12B nên 1 nhóm có 1 hoặc 2 học sinh lớp 12A và có 2 hoặc 3 học sinh lớp 12B. Do đó $n(A) = \frac{C_3^1 \cdot C_5^2 \cdot C_8^5 + C_3^1 \cdot C_5^3 \cdot C_8^4}{2!}$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{84}{143}$.

- Câu 39.** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

- A.** $m = \frac{9}{2}$. **B.** $m = 3$. **C.** Không tồn tại. **D.** $m = \frac{61}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \log_3 x$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t + 2m - 7 = 0 (*)$.

Ứng với mỗi nghiệm t của phương trình $(*)$ có một nghiệm x .

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 4(2m - 7) > 0 \Leftrightarrow 9 - 8m + 28 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{37}{8}.$$

Gọi t_1, t_2 là hai nghiệm phương trình $(*)$.

Theo định lý Viét ta có: $t_1 + t_2 = 3 \Rightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow \log_3 (x_1 \cdot x_2) = 3 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 27$.

Theo đề bài $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + 3(x_1 + x_2) + 9 = 72 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$.

$$\text{Vậy ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 \cdot x_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow t_1 \cdot t_2 = 2.$$

Theo định lý Viét ta có $t_1 \cdot t_2 = 2 \Leftrightarrow 2 = 2m - 7 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$ (thỏa mãn).

Kết luận: $m = \frac{9}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x - 1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

A. $m \geq -3$.

B. $m \geq -2$

C. $m > -3$.

D. $m > -2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 3x^2 + 2 = m(x - 1) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - mx + m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x^2 - 2x - m - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x - (m + 2) = 0 (*) \end{cases}$$

Để hai đồ thị cắt nhau tại ba điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt

$$\text{khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1^2 + (m + 2) > 0 \\ 1 - 2 - m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -3 \\ m \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow m > -3.$$

Gọi x_2, x_3 là hai nghiệm phương trình $(*)$.

$$\text{Theo định lý Viét ta có } \begin{cases} x_2 + x_3 = 2 \\ x_2 \cdot x_3 = -(m + 2) \end{cases}.$$

$$\text{Theo bài ta có } x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5 \Leftrightarrow 1 + x_2^2 + x_3^2 > 5 \Leftrightarrow x_2^2 + x_3^2 > 4$$

$$\Leftrightarrow (x_2 + x_3)^2 - 2x_2x_3 > 4 \Leftrightarrow 4 + 2(m + 2) > 4 \Leftrightarrow m > -2.$$

So sánh với điều kiện ở trên suy ra $m > -2$.

Kết luận: $m > -2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho $\log_2 m = a$ và $\log_m (8m) = A$ với $m > 0, m \neq 1$. Tìm mối liên hệ giữa A và a .

A. $A = (3 + a)a$.

B. $A = (3 - a)a$.

C. $A = \frac{3 + a}{a}$.

D. $A = \frac{3 - a}{a}$.

Lời giải

Chọn C

Với $m > 0, m \neq 1$, ta có $A = \log_m (8m) = \log_m 8 + \log_m m = \log_m 2^3 + 1$

$$= 3\log_m 2 + 1 = \frac{3}{\log_2 m} + 1 = \frac{3}{a} + 1 = \frac{3 + a}{a}.$$

Vậy $A = \frac{3+a}{a}$.

Câu 42. Ta xác định được các số a, b, c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1; 0)$ và có điểm cực trị $(-2; 0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 25.

B. -1.

C. 7.

D. 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = x^3 + ax^2 + bx + c \Rightarrow y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Theo đề, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y(1) = 0 \\ y(-2) = 0 \\ y'(-2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1^3 + a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \\ 0 = (-2)^3 + a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \\ 0 = 3 \cdot (-2)^2 + 2a \cdot (-2) + b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = -1 \\ 4a - 2b + c = 8 \\ -4a + b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -4 \end{cases}.$$

Vậy $T = a^2 + b^2 + c^2 = 3^2 + 0^2 + (-4)^2 = 25$.

Câu 43. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16, \int_0^1 f(2x) dx = 2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x) dx$ bằng

A. 30.

B. 28.

C. 36.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_0^1 f(2x) dx = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^1 f(2x) d(2x) = 2 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x) dx = 4$.

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

$$\Rightarrow \int_0^2 xf'(x) dx = xf(x) \Big|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx = 2f(2) - 4 = 32 - 4 = 28.$$

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , tâm O . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60° , cosin của góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

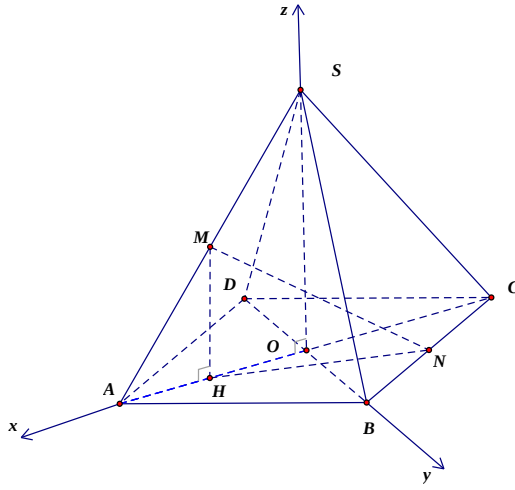
B. $\frac{\sqrt{41}}{41}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Đặt $SO = m, (m > 0)$.

$$A\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}; 0; 0\right); S(0; 0; m); N\left(-\frac{a\sqrt{2}}{4}; \frac{a\sqrt{2}}{4}; 0\right) \Rightarrow M\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}; 0; \frac{m}{2}\right).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{2}}{4}; -\frac{m}{2}\right). \text{ Mặt phẳng } (ABCD) \text{ có véc tơ pháp tuyến } \vec{k} = (0; 0; 1).$$

$$\Rightarrow \sin(MN, (ABCD)) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{k}|}{|\overrightarrow{MN}| |\vec{k}|} = \frac{\frac{m}{2}}{\sqrt{\frac{5a^2}{8} + \frac{m^2}{4}}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow m^2 = \frac{15a^2}{8} + \frac{3m^2}{4}.$$

$$\Rightarrow 2m^2 = 15a^2 \Rightarrow m = \frac{a\sqrt{30}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{a\sqrt{2}}{4}; -\frac{a\sqrt{30}}{4}\right), \text{ mặt phẳng } (SBD) \text{ có véc tơ pháp tuyến là } \vec{i} = (1; 0; 0).$$

$$\Rightarrow \sin(MN, (SBD)) = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot \vec{i}|}{|\overrightarrow{MN}| |\vec{i}|} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{8} + \frac{30a^2}{16}}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \cos(MN, (SBD)) = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 45. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \frac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$.

- A.** $m \geq 1$. **B.** $m \leq 2$. **C.** $m \leq \frac{5}{4}$. **D.** $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } y' = \frac{-\cos^2 x + 2m \sin x - 2 \sin^2 x}{\cos^3 x} = \frac{-1 + 2m \sin x - \sin^2 x}{\cos^3 x}$$

Để hàm số nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{6}\right)$ thì

$$y' \leq 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow -\sin^2 x + 2m \sin x - 1 \leq 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right), \text{ vì } \cos^3 x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right) \quad (1)$$

Đặt $\sin x = t, t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow -t^2 + 2mt - 1 \leq 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow m \leq \frac{t^2 + 1}{2t}, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right) \quad (2)$

Ta xét hàm $f(t) = \frac{t^2 + 1}{2t}, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$

Ta có $f'(t) = \frac{2(t^2 - 1)}{4t^2} < 0, \forall t \in \left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Bảng biến thiên

t	0	$\frac{1}{2}$
$f'(t)$		-
$f(t)$	$+\infty$	$\frac{5}{4}$

Từ bảng biến thiên suy ra $(2) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{4}$.

- Câu 46.** Số các giá trị nguyên nhỏ hơn 2020 của tham số m để phương trình $\log_6(2020x + m) = \log_4(1010x)$ có nghiệm là
- A.** 2022. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Ta đặt $\log_6(2020x + m) = \log_4(1010x) = t$. Khi đó

$2020x + m = 6^t$ và $1010x = 4^t$. Ta suy ra $2 \cdot 4^t + m = 6^t \Leftrightarrow m = 6^t - 2 \cdot 4^t$

Đặt $f(t) = -2 \cdot 4^t + 6^t$

$f'(t) = 6^t \ln 6 - 2 \cdot 4^t \cdot \ln 4$

$f'(t) = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{2 \ln 4}{\ln 6} = \log_6 16 \Leftrightarrow t = \log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)$.

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)$	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$	$f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right)$	$+\infty$

Phương trình $f(t) = m$ có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq f\left(\log_{\frac{3}{2}}(\log_6 16)\right) \approx -2,01$.

Hơn nữa, $\begin{cases} m < 2020 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ nên suy ra $\begin{cases} -2 \leq m \leq 2019 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$.

Vậy ta có 2022 giá trị m thỏa mãn.

- Câu 47.** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S là
- A.** 180. **B.** 136. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Chọn B

Xét $u = \frac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30$ trên đoạn $[0; 2]$.

$$u' = 0 \Leftrightarrow x^3 - 28x + 48 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \notin [0; 2] \\ x = 2 \in [0; 2] \\ x = 4 \notin [0; 2] \end{cases}.$$

Khi đó $\max_{[0; 2]} u = \max \{u(0), u(2)\} = \max \{m - 30, m + 14\} = m + 14$.

Suy ra $\max_{[0; 2]} y = \max \{|m - 30|, |m + 14|\}$.

Trường hợp 1: $\max_{[0; 2]} y = |m + 14|$

$$\begin{cases} |m + 14| \geq |m - 30| \\ |m + 14| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m + 14|^2 \geq |m - 30|^2 \\ -30 \leq m + 14 \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 88m \geq 704 \\ -44 \leq m \leq 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 8 \\ -44 \leq m \leq 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 8 \leq m \leq 16, \text{ mà } m \in \mathbb{Z}.$$

$$\Leftrightarrow m \in \{8; 9; 10; \dots; 16\}.$$

Trường hợp 2: $\max_{[0; 2]} y = |m - 30|$

$$\begin{cases} |m - 30| \geq |m + 14| \\ |m - 30| \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m + 14|^2 \leq |m - 30|^2 \\ -30 \leq m - 30 \leq 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 88m \leq 704 \\ 0 \leq m \leq 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 8 \\ 0 \leq m \leq 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq m \leq 8, \text{ mà } m \in \mathbb{Z}.$$

$$\Leftrightarrow m \in \{0; 1; 2; \dots; 8\}.$$

Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn là: $0+1+2+\dots+16=136$.

Câu 48. Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương

x, y, z thỏa mãn $\log(x+y) = z$ và $\log(x^2 + y^2) = z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $-\frac{25}{2}$.

B. $-\frac{31}{2}$.

C. $\frac{31}{2}$.

D. $\frac{29}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} \log(x+y) = z \\ \log(x^2 + y^2) = z+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ x^2 + y^2 = 10^{z+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ (x+y)^2 - 2xy = 10 \cdot 10^z \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ 10^{2z} - 2xy = 10 \cdot 10^z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 10^z \\ xy = \frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = 10^{3z} - 3 \cdot \left(\frac{10^{2z} - 10 \cdot 10^z}{2} \right) \cdot 10^z$$

$$= \frac{1}{2} (2 \cdot 10^{3z} - 3 \cdot 10^{3z} + 30 \cdot 10^{2z}) = \frac{1}{2} (-10^{3z} + 30 \cdot 10^{2z}) = -\frac{1}{2} \cdot 10^{3z} + 15 \cdot 10^{2z}.$$

Lại có $x^3 + y^3 = a \cdot 10^{3z} + b \cdot 10^{2z}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 15 \end{cases} \Rightarrow a+b = \frac{29}{2}.$$

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\angle ABC = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $\angle B'BC$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

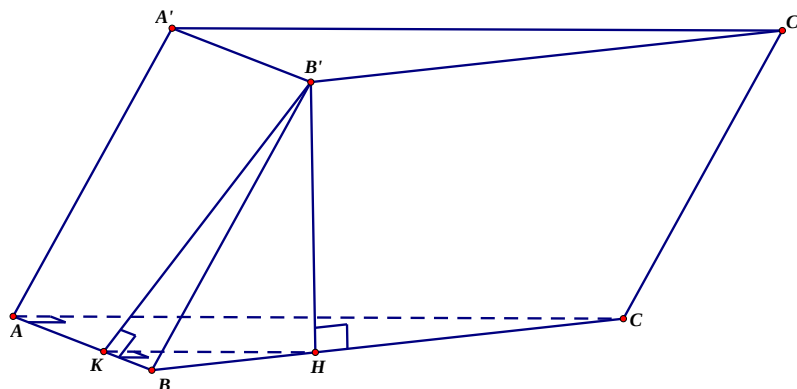
B. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

C. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$.

D. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là chân đường cao hạ từ B' của tam giác $B'BC$. Do góc $B'BC$ là góc nhọn nên H thuộc cạnh BC . $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) suy ra $B'H$ là đường cao của lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

$BCC'B'$ là hình thoi suy ra $BB' = BC = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A , cạnh $BC = 2a$ và $\angle ABC = 60^\circ$ suy ra $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Gọi K là hình chiếu của H lên AB , do tam giác ABC là tam giác vuông tại A nên $HK \parallel AC$
 $\Rightarrow \frac{BK}{BA} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BH = 2BK$.

Khi đó mặt phẳng $(B'HK)$ vuông góc với AB nên góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) là góc $B'KH$. Theo giả thiết, $B'KH = 45^\circ \Rightarrow B'K = h\sqrt{2}$, với $B'H = h$.

Xét tam giác vuông $B'BH$ có $B'H^2 + BH^2 = B'B^2$ hay $h^2 + 4BK^2 = 4a^2$ (1).

Xét tam giác vuông $B'BK$: $B'K^2 + BK^2 = B'B^2$ hay $2h^2 + BK^2 = 4a^2$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $h = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{7}}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = S_{ABC}.h = \frac{1}{2}AB.BC.h = \frac{3a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 50. Cho tam giác ABC vuông tại A , $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, $b < c$. Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC , quay cạnh AC , quanh cạnh AB , ta thu được các hình có diện tích toàn phần theo thứ tự bằng S_a, S_b, S_c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_b > S_c > S_a$.

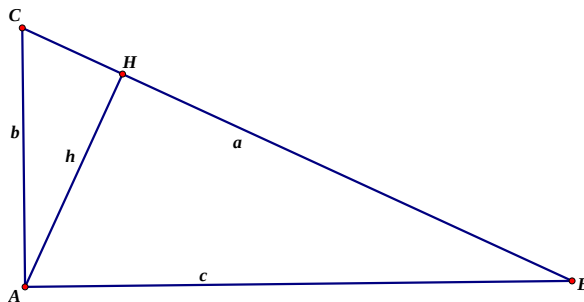
B. $S_b > S_a > S_c$.

C. $S_c > S_a > S_b$.

D. $S_a > S_c > S_b$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh BC , $AH = h$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh BC ta thu được hình hợp bởi hai hình nón tròn xoay có chung đáy bán kính bằng h , đường sinh lần lượt là b, c . Do đó $S_a = \pi bh + \pi ch$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AC ta thu được hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng c , đường sinh bằng a , $S_b = \pi ac + \pi c^2 = \pi c(a + c)$.

Khi quay tam giác vuông ABC một vòng quanh cạnh AB ta thu được hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng b , đường sinh bằng a , $S_c = \pi ab + \pi b^2 = \pi b(a + b)$.

Do $b < c$ nên $\begin{cases} ab < ac \\ b^2 < c^2 \end{cases} \Rightarrow S_c < S_b$.

Ta có $h = \frac{bc}{a} \Rightarrow S_a = \pi b^2 \cdot \frac{c}{a} + \pi c^2 \cdot \frac{b}{a}$.

Tam giác ABC vuông nên $\frac{c}{a} < 1 \Rightarrow \pi b^2 \cdot \frac{c}{a} < \pi b^2$; $\frac{c^2}{a^2} < 1 \Rightarrow \pi c^2 \cdot \frac{b}{a} < \pi ab$.

$\Rightarrow S_a < \pi b^2 + \pi ab = \pi b(a + b) = S_c$. Do đó $S_a < S_c$.

Vậy $S_b > S_c > S_a$.

-----Hết-----