

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI	2
Dạng 1. Phương trình logarit	2
Dạng 1.1 Phương trình cơ bản.....	2
Dạng 1.2 Biến đổi đưa về phương trình cơ bản.....	4
Dạng 1.3 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số	6
Dạng 1.3.1 Phương trình không chứa tham số	6
Dạng 1.3.2 Phương trình chứa tham số	7
Dạng 1.4 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ	7
Dạng 1.4.1 Phương trình không chứa tham số	7
Dạng 1.4.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận	8
Dạng 1.4.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận	9
Dạng 1.5 Giải và biện luận phương trình logarit chứa tham số bằng phương pháp cô lập tham số.....	10
Dạng 1.6 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp hàm số.....	10
Dạng 1.7 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp khác	10
Dạng 2. Phương trình mũ	11
Dạng 2.1 Phương trình cơ bản.....	11
Dạng 2.2 Giải, biện luận phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ	13
Dạng 2.2.1 Phương trình không chứa tham số	13
Dạng 2.2.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận	15
Dạng 2.2.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận	17
Dạng 2.3 Giải và biện luận phương trình mũ bằng phương pháp logarit hóa	18
Dạng 2.4 Giải và biện luận phương trình mũ bằng một số phương pháp khác	19
Dạng 2.5 Phương pháp hàm số.....	19
Dạng 3. Phương trình kết hợp của mũ và logarit.....	19
Dạng 3.1 Giải và biện luận bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	19
Dạng 3.2 Giải và biện luận bằng phương pháp cô lập m	20
Dạng 3.3 Giải và biện luận bằng phương pháp hàm số.....	21
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	21
Dạng 1. Phương trình logarit	21
Dạng 1.1 Phương trình cơ bản.....	21
Dạng 1.2 Biến đổi đưa về phương trình cơ bản.....	27
Dạng 1.3 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số	32
Dạng 1.3.1 Phương trình không chứa tham số	32
Dạng 1.3.2 Phương trình chứa tham số	35

Dạng 1.4 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ	41
Dạng 1.4.1 Phương trình không chứa tham số	41
Dạng 1.4.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận	43
Dạng 1.4.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận	46
Dạng 1.5 Giải và biện luận phương trình logarit chứa tham số bằng phương pháp cô lập tham số.....	50
Dạng 1.6 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp hàm số.....	52
Dạng 1.7 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp khác	53
Dạng 2. Phương trình mũ	57
Dạng 2.1 Phương trình cơ bản.....	57
Dạng 2.2 Giải, biện luận phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ	62
Dạng 2.2.1 Phương trình không chứa tham số	62
Dạng 2.2.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận	69
Dạng 2.2.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận	79
Dạng 2.3 Giải và biện luận phương trình mũ bằng phương pháp logarit hóa	84
Dạng 2.4 Giải và biện luận phương trình mũ bằng một số phương pháp khác	85
Dạng 2.5 Phương pháp hàm số.....	87
Dạng 3. Phương trình kết hợp của mũ và logarit.....	88
Dạng 3.1 Giải và biện luận bằng phương pháp đặt ẩn phụ.....	88
Dạng 3.2 Giải và biện luận bằng phương pháp cô lập m	91
Dạng 3.3 Giải và biện luận bằng phương pháp hàm số.....	95

PHẦN A. CÂU HỎI

Dạng 1. Phương trình logarit

Dạng 1.1 Phương trình cơ bản

- Câu 1. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là :
- A. $\{0\}$ B. $\{0;1\}$ C. $\{-1;0\}$ D. $\{1\}$
- Câu 2. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017)** Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.
- A. $x = 65$ B. $x = 80$ C. $x = 82$ D. $x = 63$
- Câu 3. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.
- A. $x = 5$. B. $x = -3$. C. $x = -4$. D. $x = 3$.
- Câu 4. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là
- A. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ B. $\{-3; 3\}$ C. $\{-3\}$ D. $\{3\}$

- Câu 5. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.
- A. $x=11$ B. $x=13$ C. $x=21$ D. $x=3$
- Câu 6. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7) = 2$ là
- A. $\{4\}$ B. $\{-4\}$ C. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$ D. $\{-4; 4\}$
- Câu 7. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.
- A. $x=6$ B. $x=4$ C. $x=\frac{23}{2}$ D. $x=-6$
- Câu 8. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019)** Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là
- A. $x = \frac{25}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.
- Câu 9. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-x+3) = 1$ là
- A. $\{1\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{-1; 0\}$. D. $\{0\}$.
- Câu 10. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+x+3) = 1$ là:
- A. $\{-1; 0\}$. B. $\{0; 1\}$. C. $\{0\}$ D. $\{-1\}$.
- Câu 11. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là:
- A. $x = \frac{25}{3}$ B. 87 C. $x = \frac{29}{3}$ D. $x = \frac{11}{3}$
- Câu 12. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2-2x+2) = 1$ là
- A. $\emptyset$. B. $\{-2; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-2\}$.
- Câu 13. (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$. Số nghiệm thực của phương trình là:
- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.
- Câu 14. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2+2x) = 1$ là
- A. $\{1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{0\}$. D. $\{-3\}$.
- Câu 15. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019)** Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

A. $[0; +\infty)$.

B. $(-\infty; 0)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 16. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

A. 6

B. 5

C. 13

D. 7

Câu 17. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

A. 6

B. 5

C. 4

D. 0

Câu 18. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

A. $\{4\}$.

B. $\{1; -4\}$.

C. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$.

D. $\{-1; 4\}$.

Câu 19. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1$ là

A. -3 .

B. a .

C. 3 .

D. 0 .

Câu 20. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

A. 2.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Câu 21. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Số nghiệm của phương trình $(x+3)\log_2(5-x^2) = 0$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 22. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằng

A. $\frac{17}{2}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\frac{19}{2}$.

Câu 23. (CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

A. $(0; +\infty)$.

B. $[0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $\mathbb{R}$.

Dạng 1.2 Biến đổi đưa về phương trình cơ bản

Câu 24. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$.

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$

C. $S = \{-3; 3\}$

D. $S = \{4\}$

Câu 25. (Mã 103 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) + 1 = \log_2(3x-1)$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = -1$.

D. $x = 3$.

- Câu 26. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017)** Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.
- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{4\}$ C. $S = \{1\}$ D. $S = \{-2\}$
- Câu 27. (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$
- A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = -3$.
- Câu 28. (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là
- A. $x = 4$. B. $x = -2$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.
- Câu 29. (Mã 102 - BGD - 2019)** Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là
- A. $x = 3$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.
- Câu 30. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là
- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.
- Câu 31.** Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$
- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.
- Câu 32. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019)** Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3 9x - 5 = 0$.
- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3
- Câu 33. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019)** Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.
- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{4\}$.
- Câu 34. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là
- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{1; 3\}$. C. $S = \{2\}$. D. $S = \{1\}$.
- Câu 35. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019)** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = \log_5 125$ là
- A. $\frac{3+\sqrt{33}}{2}$. B. $\frac{3-\sqrt{33}}{2}$. C. 3. D. $\sqrt{33}$.
- Câu 36. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ là
- A. $S = \{4\}$ B. $S = \{-1, 4\}$ C. $S = \{-1\}$ D. $S = \{4, 5\}$
- Câu 37. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019)** Số nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7$ là
- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 38. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, biết rằng

$$\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2 \text{ và } \log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1). \text{ Giá trị của } n \text{ bằng}$$

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{3}{4}$.

Dạng 1.3 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số

Dạng 1.3.1 Phương trình không chứa tham số

Câu 39. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$ C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$ D. $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$

Câu 40. (THPT HÀM RỒNG THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 1) Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 41. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{80}{9}$. C. 9. D. $\frac{82}{9}$.

Câu 42. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

- A. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. B. $x = \sqrt[3]{3}$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 43. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2 + 2) - 1$. Số phần tử của tập S là

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 44. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số nghiệm thực của phương trình $3 \log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

- A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 45. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Dạng 1.3.2 Phương trình chứa tham số

- Câu 46. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho hàm số $3\log_{27} [2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{3}} (x^2 - x + 1 - 3m) = 0$. Số các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| < 15$ là:
- A. 14 B. 11 C. 12 D. 13
- Câu 47. (THPT YÊN PHONG SỐ 1 BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m với $m < 64$ để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tính tổng tất cả các phân tử của S .
- A. 2018. B. 2016. C. 2015. D. 2013.
- Câu 48. (Mã 102 - BGD - 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 7. B. 6. C. 5. D. Vô số.
- Câu 49. (Mã 103 - BGD - 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 4. B. 3. C. Vô số. D. 5.
- Câu 50. (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 2. B. 4. C. 3. D. Vô số.
- Câu 51. (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Cho phương trình $\log_9 x^2 - 4\log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 5. B. 3. C. Vô số. D. 4.
- Câu 52. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Cho phương trình $\log_{mx-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{mx-5}} \sqrt{x+2}$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 53. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019)** Cho phương trình $\log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2} \sqrt{x^2 + mx - 2m^2} = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1^2 + x_2^2 = 3$?
- A. 1 B. 0 C. 3 D. 4

Dạng 1.4 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ**Dạng 1.4.1 Phương trình không chứa tham số**

- Câu 54. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3}$ có hai nghiệm a và b . Khi đó ab bằng

A. 8. B. 81. C. 9. D. 64.

Câu 55. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1) Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

A. $T = 4$ B. $T = -4$ C. $T = 84$ D. $T = 5$

Câu 56. (CỤM 8 TRƯỜNG CHUYÊN LẦN 1) Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(1; 3)$. B. $(5; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(3; 5)$.

Câu 57. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

A. 9. B. -7. C. 1. D. 2.

Câu 58. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho 2 số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt{3}} b = 9$. Giá trị biểu thức $P = ab + 1$ bằng

A. 82. B. 27. C. 243. D. 244.

Câu 59. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Biết phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ bằng

A. 128 B. 64 C. 9 D. 512

Câu 60. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a\ln^2 x + b\ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5\log^2 x + b\log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.

A. $S_{\min} = 17$ B. $S_{\min} = 30$ C. $S_{\min} = 25$ D. $S_{\min} = 33$

Câu 61. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$.

A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$

Dạng 1.4.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận

Câu 62. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - m\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

A. $m = 4$ B. $m = 44$ C. $m = 81$ D. $m = -4$

Câu 63. (CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

A. $m > \frac{9}{4}$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $m > -\frac{9}{4}$.

Câu 64. (CHUYÊN ĐHSPT HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Giải sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

- A. 3. B. 8. C. 2. D. 4.

Câu 65. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 27$.

- A. $m = \frac{14}{3}$. B. $m = 25$. C. $m = \frac{28}{3}$. D. $m = 1$.

Câu 66. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1) Tính tổng T các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

- A. $T = 28$ B. $T = 20$ C. $T = 21$ D. $T = 27$

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm.

- A. $m \in (\sqrt{2}; 2)$. B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$. C. $m \in (-\sqrt{2}; 2)$. D. $m \in (-2; \sqrt{2})$.

Dạng 1.4.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận

Câu 68. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $0 < m < \frac{1}{4}$ B. $0 \leq m < \frac{1}{4}$ C. $m \leq \frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4} < m < 0$

Câu 69. (THPT ĐÔNG SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm m để phương trình : $(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2 (x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0$ có nghiệm trên $\left[\frac{5}{2}, 4\right]$.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$. C. $m \in \emptyset$. D. $-3 < m \leq \frac{7}{3}$.

Câu 70. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

- A. $6 \leq m \leq 9$ B. $2 \leq m \leq 3$ C. $2 \leq m \leq 6$ D. $3 \leq m \leq 6$

Câu 71. (ĐỀ HỌC SINH GIỎI TỈNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x} = m(*)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình (*) có nghiệm?

- A. 2021. B. 2019. C. 4038. D. 2020.

Dạng 1.5 Giải và biện luận phương trình logarit chứa tham số bằng phương pháp cô lập tham số

Câu 72. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- A. 4014. B. 2018. C. 4015. D. 2017.

Câu 73. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx - \ln x = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2; 3)$

- A. $\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 3}{3}\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{\ln 2}{2}\right) \cup \left(\frac{\ln 3}{3}; +\infty\right)$
C. $\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{1}{e}\right)$ D. $\left(\frac{\ln 3}{3}; \frac{1}{e}\right)$

Câu 74. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - x^3) + 2\log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có ba nghiệm phân biệt

- A. $18 < m < \frac{39}{2}$. B. $18 < m < 20$. C. $19 < m < 20$. D. $19 < m < \frac{39}{2}$.

Dạng 1.6 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp hàm số

Câu 75. (THPT ĐÔNG SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$
 có đúng ba nghiệm phân biệt là:

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 3.

Câu 76. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\ln(m + \ln(m + \sin x)) = \sin x$ có nghiệm.

- A. $\frac{1}{e} + 1 \leq m \leq e - 1$. B. $1 \leq m \leq e - 1$. C. $1 \leq m \leq \frac{1}{e} + 1$. D. $1 \leq m < e - 1$.

Dạng 1.7 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp khác

Câu 77. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Câu 78. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hai phương trình $x^2 + 7x + 3 - \ln(x+4) = 0$ (1) và $x^2 - 9x + 11 - \ln(5-x) = 0$ (2). Đặt T là tổng các nghiệm phân biệt của hai phương trình đã cho, ta có:

- A. 2 B. 8 C. 4 D. 6

Câu 79. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Biết phương trình

$\log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là những số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

- A. 5 B. -1 C. 2 D. 1

Câu 80. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho a, b là các số dương lớn hơn 1, thay đổi thỏa mãn $a + b = 2019$ để phương trình $5 \log_a x \cdot \log_b x - 4 \log_a x - 3 \log_b x - 2019 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Biết giá trị lớn nhất của $\ln(x_1 x_2)$ bằng $\frac{3}{5} \ln \left(\frac{m}{7} \right) + \frac{4}{5} \ln \left(\frac{n}{7} \right)$, với m, n là các số nguyên dương. Tính $S = m + 2n$.

- A. 22209. B. 20190. C. 2019. D. 14133.

Dạng 2. Phương trình mũ

Dạng 2.1 Phương trình cơ bản

Câu 81. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Câu 82. (Mã 102 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 83. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$

- A. $x = 10$ B. $x = 9$ C. $x = 3$ D. $x = 4$

Câu 84. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 1$ C. $x = 3$ D. $x = \frac{3}{2}$

Câu 85. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- A. $x = 3$ B. $x = \frac{5}{2}$ C. $x = 2$ D. $x = \frac{3}{2}$

Câu 86. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{17}{2}$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = 3$.

Câu 87. (Mã 103 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 1$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 88. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq 1$ B. $m \geq 0$ C. $m > 0$ D. $m \neq 0$

Câu 89. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập nghiệm S của phương trình

$$5^{2x^2-x} = 5.$$

- A. $S = \emptyset$ B. $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$ C. $S = \{0; 2\}$ D. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$

Câu 90. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Câu 91. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Phương trình

$$\left(\sqrt{5}\right)^{x^2+4x+6} = \log_2 128 \text{ có bao nhiêu nghiệm?}$$

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Câu 92. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Tập nghiệm S của phương trình

$$3^{x^2-2x} = 27.$$

- A. $S = \{1; 3\}$. B. $S = \{-3; 1\}$. C. $S = \{-3; -1\}$. D. $S = \{-1; 3\}$.

Câu 93. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $e^{x^2} = \sqrt{3}$ là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 94. (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 95. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Họ nghiệm của phương trình

$$4^{\cos^2 x} - 1 = 0 \text{ là}$$

- A. $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 96. (CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho biết $9^x - 12^2 = 0$, tính giá trị của

$$\text{biểu thức } P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8.9^{\frac{x-1}{2}} + 19.$$

- A. 31. B. 23. C. 22. D. 15.

Câu 97. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình

$$2^{2x^2+5x+4} = 4$$

- A. $-\frac{5}{2}$. B. -1 . C. 1 . D. $\frac{5}{2}$.

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 99. Cho a, b là hai số thực khác 0, biết: $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ là:

- A. $-\frac{8}{7}$ B. $\frac{1}{7}$ C. $\frac{4}{7}$ D. $-\frac{4}{21}$

Câu 100. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

- A. 0. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 101. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{2}$. C. -1. D. $-\frac{5}{2}$.

Câu 102. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. -1 D. $-\frac{5}{2}$

Câu 103. (SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. $-\frac{5}{2}$. B. 1. C. -1. D. $\frac{5}{2}$.

Dạng 2.2 Giải, biện luận phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Dạng 2.2.1 Phương trình không chứa tham số

Câu 104. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$ ta được phương trình nào sau đây

- A. $2t^2 - 3t = 0$ B. $4t - 3 = 0$ C. $t^2 + t - 3 = 0$ D. $t^2 + 2t - 3 = 0$

Câu 105. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Tập nghiệm của phương trình $5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1$ là

- A. $\{1; -1; 3\}$. B. $\{-1; 1; 3; 6\}$. C. $\{-6; -1; 1; 3\}$. D. $\{1; 3\}$.

Câu 106. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 107. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 6. D. 2.

Câu 108. (CỤM 8 TRƯỜNG CHUYÊN LẦN 1) Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 109. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 4.

Câu 110. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2.4^x - 9.2^x + 4 = 0$ bằng.

A. 2.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

Câu 111. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Phương trình $6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 112. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Cho phương trình $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0$. Khi đặt $t = 5^x$, ta được phương trình nào sau đây.

A. $t^2 - 3 = 0$.B. $t^2 - 4t + 3 = 0$.C. $t^2 - 20t + 3 = 0$.D. $t - \frac{20}{t} + 3 = 0$.

Câu 113. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 114. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4.3^x + 3 = 0$ là

A. $\{0; 1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{1; 3\}$

Câu 115. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 116. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ là

A. $S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$ B. $S = \{-1\}$ C. $S = \{1; -1\}$ D. $S = \{3; 1\}$.

Câu 117. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x) = x.5^x$. Tổng các nghiệm của phương trình $25^x + f'(x) - x.5^x \ln 5 - 2 = 0$ là

A. -2

B. 0

C. -1

D. 1

Câu 118. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho phương trình $3^{2x+10} - 6.3^{x+4} - 2 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$ ($t > 0$) thì phương trình (1) trở thành phương trình nào?

A. $9t^2 - 6t - 2 = 0$.B. $t^2 - 2t - 2 = 0$.C. $t^2 - 18t - 2 = 0$.D. $9t^2 - 2t - 2 = 0$.

Câu 119. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Nghiệm của phương trình: $9^x - 10.3^x + 9 = 0$

A. $x = 2; x = 1$ B. $x = 9; x = 1$ C. $x = 3; x = 0$.D. $x = 2; x = 0$

Câu 120. (THPT CẨM GIÀNG 2 NĂM 2018-2019) Giải phương trình $4^x - 6.2^x + 8 = 0$.

A. $x=1; x=2$.

B. $x=1$.

C. $x=2$.

D. $x=0; x=2$.

Câu 121. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ bằng

A. $4 \log_2 3$. B. 0. C. $3 \log_3 2$. D. 2.

Câu 122. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng

A. 9. B. 18. C. 3. D. 27.

Câu 123. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 3 B. 0 C. 1 D. 2

Câu 124. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Phương trình $(\sqrt{2}-1)^x + (\sqrt{2}+1)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là?

A. 0. B. 2. C. -1. D. 1.

Câu 125. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Gọi $x_1; x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Tính $|x_1 - x_2|$

A. 3 B. 0 C. 2 D. 1

Câu 126. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Giải phương trình: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 2(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8$

Dạng 2.2.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận

Câu 127. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 6 B. 4 C. 13 D. 3

Câu 128. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m=3$ B. $m=1$ C. $m=6$ D. $m=-3$

Câu 129. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 7 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 130. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 2 B. 1 C. 3 D. 5

Câu 131. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt

A. $m \in (0; +\infty)$

B. $m \in (-\infty; 1)$

C. $m \in (0; 1]$

D. $m \in (0; 1)$

Câu 132. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 5

B. 8

C. 4

D. 19

Câu 133. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho phương trình $m \cdot 16^x - 2(m-2) \cdot 4^x + m-3 = 0$ (1). Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tổng $T = a + 2b$ bằng:

A. 14

B. 10

C. 11

D. 7

Câu 134. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-5; 0)$.

B. $(-7; -5)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(5; 7)$.

Câu 135. (THPT LÊ XOAY VĨNH PHÚC LẦN 1 NĂM 2018-2019) Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = 2$.

C. $m = 8$.

D. $m = \frac{13}{2}$.

Câu 136. (THPT ĐOÀN THƯỢNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi

A. $m = 4$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Câu 137. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4 \cdot 4^{x^2+2x} + (2m-2)6^{x^2+2x+1} - (6m+3)3^{2x^2+4x+2} = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $4 - 3\sqrt{2} < m < 4 + 3\sqrt{2}$

B. $m > 4 + 3\sqrt{2}$ hoặc $m < 4 - 3\sqrt{2}$

C. $m > -1$ hoặc $m < \frac{-1}{2}$

D. $-1 < m < \frac{-1}{2}$

Câu 138. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m-1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tính tích $a \cdot b$.

A. 4

B. -3

C. 2

D. 3

Câu 139. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 2019 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 1008.

B. 1007.

C. 2018.

D. 2017.

Câu 140. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Cho phương trình $(4 + \sqrt{15})^x + (2m+1)(4 - \sqrt{15})^x - 6 = 0$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 0$. Ta có m thuộc khoảng nào?

- A. $(3;5)$. B. $(-1;1)$. C. $(1;3)$. D. $(-\infty;-1)$.

Câu 141. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$.

Khi đó a thuộc khoảng

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 142. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02) Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Tính tích $a.b$.

- A. 4 B. -3 C. 2 D. 3

Câu 143. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $9^x - 2m.3^x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $-2 < m < 2$ B. $m > 2$ C. $m > -2$ D. $m < 2$

Câu 144. Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m < -2$. B. $m > -3$. C. $m > -1$. D. $m > -2$.

Câu 145. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Biết rằng $m = m_0$ là giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây

- A. $(3;9)$. B. $(9; +\infty)$. C. $(1;3)$. D. $(-2;0)$.

Câu 146. (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2(m+1)4^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

- A. 6 B. 7 C. 0 D. 3

Câu 147. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m.2^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1 B. 4 C. 9 D. 7

Câu 148. (THPT NGHĨA HÙNG ND- GK2 - 2018 - 2019) Cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Giá trị của m thuộc khoảng

- A. $(9; +\infty)$. B. $(3;9)$. C. $(-2;0)$. D. $(1;3)$.

Dạng 2.2.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận

Câu 149. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2.12^x + (m-2).9^x = 0$ có nghiệm dương?

A. 2

B. 4

C. 3

D. 1

Câu 150. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $9^{\sqrt{4x-x^2}} - 4.3^{\sqrt{4x-x^2}} + 2m - 1 = 0$ có nghiệm?

A. 27.

B. 25.

C. 23.

D. 24.

Câu 151. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Gọi $(a; b)$ là tập các giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$ là

A. 2.

B. 4.

C. -6.

D. -14.

Câu 152. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(\sqrt{2} + 1)^x - m(\sqrt{2} - 1)^x = 8$ có hai nghiệm dương phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 8.

B. 7.

C. 10.

D. 9.

Câu 153. (CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $(\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Câu 154. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m.\left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm khi m nhận giá trị:

A. $m < -\frac{1}{2}$.B. $-\frac{1}{2} < m < 4 - 2\sqrt{5}$.C. $m \geq 4 + 2\sqrt{5}$.D. $m < -\frac{1}{2} \vee m \geq 4 + 2\sqrt{5}$.

Câu 155. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $(m+1).16^x - 2(2m-3).4^x + 6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu là

A. 4.

B. 8.

C. 1.

D. 2.

Dạng 2.3 Giải và biện luận phương trình mũ bằng phương pháp logarit hóa

Câu 156. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6}$ có một nghiệm dạng $x = b + \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 7)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 7

B. 24

C. 9

D. 16

Câu 157. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^x.5^{x^2-2x}=1$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $2 - \log_5 2$.B. $-2 + \log_5 2$.C. $2 + \log_5 2$.D. $2 - \log_2 5$.

Dạng 2.4 Giải và biện luận phương trình mũ bằng một số phương pháp khác

Câu 158. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $3.4^x + (3x-10)2^x + 3 - x = 0$. Tính S .

- A. $S = \log_2 \frac{3}{2}$ B. $S = \log_2 3$ C. $S = 2 \log_2 3$ D. $S = \log_2 \frac{2}{3}$

Câu 159. Phương trình $4^x + 1 = 2^x \cdot m \cdot \cos(\pi x)$ có nghiệm duy nhất. Số giá trị của tham số m thỏa mãn là

- A. Vô số B. 1 C. 2 D. 0

Câu 160. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4}$, với m là tham số. Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m_0 \in [-5; -1)$. B. $m_0 < -5$. C. $m_0 \in [-1; 0)$. D. $m_0 > 0$.

Câu 161. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$ trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2019\pi\right)$

- A. 2020. B. 2019. C. 2018. D. 1.

Dạng 2.5 Phương pháp hàm số

Câu 162. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $8^x + 3x \cdot 4^x + (3x^2 + 1) \cdot 2^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 10)$.

- A. 101 B. 100 C. 102 D. 103

Câu 163. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right)$ có nghiệm.

- A. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$ C. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$

Dạng 3. Phương trình kết hợp của mũ và logarit**Dạng 3.1 Giải và biện luận bằng phương pháp đặt ẩn phụ**

Câu 164. (TT THANH TUỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(25^x - 3 \cdot 5^x + 15) = x + 1$ bằng

- A. $\frac{1 - \log_3 5}{\log_3 5}$. B. $\frac{1 + \log_3 5}{\log_3 5}$. C. 8. D. $\frac{1 + \log_5 3}{\log_5 3}$.

Câu 165. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1$ bằng

- A. 4 B. 1 C. 0 D. 3

Câu 166. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Biết rằng phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai nghiệm x_1 và x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 252$. B. $S = 180$. C. $S = 9$. D. $S = 45$.

Câu 167. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(9 - 5^x) = 1 - x$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 9. D. 5.

Câu 168. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(6 - 2^x) = 1 - x$ bằng

- A. 1. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 169. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log(8.5^x + 20^x) = x + \log 25$ bằng

- A. 16. B. 3. C. 25. D. 8.

Câu 170. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Với các số thực x, y dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

- A. 3 B. 5 C. 2 D. 4

Câu 171. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

- A. 11 B. 4 C. 6 D. 8

Dạng 3.2 Giải và biện luận bằng phương pháp cô lập m

Câu 172. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho phương trình $(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. Vô số. B. 124. C. 123. D. 125.

Câu 173. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. vô số. B. 81. C. 79. D. 80.

Câu 174. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho phương trình $(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{4^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?

- A. 64. B. Vô số. C. 62. D. 63.

- Câu 175. (Mã đề 101 - BGD - 2019)** Cho phương trình $(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5)\sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?
- A. 49. B. 47. C. Vô số. D. 48.

Dạng 3.3 Giải và biện luận bằng phương pháp hàm số

- Câu 176. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 15 B. 16 C. 9 D. 14
- Câu 177. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 19 B. 9 C. 21 D. 20
- Câu 178. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 9 B. 25 C. 24 D. 26
- Câu 179.** Cho phương trình $5^x + m + \log_{\frac{1}{5}}(x - m) = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm thực?
- A. 20. B. 21. C. 18. D. 19.
- Câu 180. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018)** Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?
- A. 9 B. 19 C. 17 D. 18

----- HẾT -----

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

Dạng 1. Phương trình logarit

Dạng 1.1 Phương trình cơ bản

- Câu 1. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là :
- A. $\{0\}$ B. $\{0; 1\}$ C. $\{-1; 0\}$ D. $\{1\}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(x^2 - x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Câu 2. (ĐỀ MINH HỌA GBD&ĐT NĂM 2017) Giải phương trình $\log_4(x-1) = 3$.

A. $x = 65$

B. $x = 80$

C. $x = 82$

D. $x = 63$

Lời giải

Chọn A

$$\text{ĐK: } \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Phương trình } \log_4(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 4^3 \Leftrightarrow x = 65.$$

Câu 3. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

A. $x = 5$.

B. $x = -3$.

C. $x = -4$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow 1-x = 4 \Leftrightarrow x = -3.$$

Câu 4. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1) = 3$ là

A. $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$

B. $\{-3; 3\}$

C. $\{-3\}$

D. $\{3\}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_2(x^2-1) = 3 \Leftrightarrow x^2-1 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3.$$

Câu 5. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 11$

B. $x = 13$

C. $x = 21$

D. $x = 3$

Lời giải

Chọn C

$$\text{ĐK: } x-5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$$

$$\text{Khi đó } \log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 16 \Leftrightarrow x = 21.$$

Câu 6. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7) = 2$ là

A. $\{4\}$

B. $\{-4\}$

C. $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$

D. $\{-4; 4\}$

Lời giải

Chọn D

$$\log_3(x^2-7) = 2 \Leftrightarrow x^2-7 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

Câu 7. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

A. $x = 6$

B. $x = 4$

C. $x = \frac{23}{2}$

D. $x = -6$

Lời giải

Chọn BĐiều kiện: $x > -1$

$$\text{Xét phương trình } \log_{25}(x+1) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_5(x+1) = 1 \Leftrightarrow x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 4.$$

Câu 8. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

A. $x = \frac{25}{3}$.

B. $x = 87$.

C. $x = \frac{29}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_3(3x-2) = 3 \Leftrightarrow 3x-2 = 3^3 \Leftrightarrow 3x = 29 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}.$$

$$\text{Vậy phương trình đã cho có nghiệm là } x = \frac{29}{3}.$$

Câu 9. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

A. $\{1\}$.

B. $\{0; 1\}$.

C. $\{-1; 0\}$.

D. $\{0\}$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } x^2 - x + 3 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Ta có: } \log_3(x^2 - x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 3 = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình là } S = \{0; 1\}.$$

Câu 10. (THPT CÙ HUY CẬN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + x + 3) = 1$ là:

A. $\{-1; 0\}$.

B. $\{0; 1\}$.

C. $\{0\}$.

D. $\{-1\}$.

Lời giải

$$\log_3(x^2 + x + 3) = 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 3 = 3 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Câu 11. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02) Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{25}{3}$.

B. 87

C. $x = \frac{29}{3}$.

D. $x = \frac{11}{3}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } x > \frac{2}{3}.$$

Phương trình tương đương $3x - 2 = 3^3 \Leftrightarrow x = \frac{29}{3}$ (nhận).

Vậy $S = \left\{ \frac{29}{3} \right\}$.

- Câu 12.** (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 2x + 2) = 1$ là
- A. $\emptyset$. B. $\{-2; 4\}$. C. $\{4\}$. D. $\{-2\}$.

Lời giải

Ta có $\log(x^2 - 2x + 2) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 10 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 4 \end{cases}$

- Câu 13.** (CHUYÊN LƯƠNG THẾ VINH ĐỒNG NAI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho phương trình $\log_2(2x - 1)^2 = 2 \log_2(x - 2)$. Số nghiệm thực của phương trình là:
- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Điều kiện: $x > 2$.

Phương trình đã cho tương đương với: $2 \log_2(2x - 1) = 2 \log_2(x - 2)$

$\Leftrightarrow 2x - 1 = x - 2 \Leftrightarrow x = -1$

Nghiệm này không thỏa mãn điều kiện của phương trình nên phương trình đã cho vô nghiệm.

- Câu 14.** (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là
- A. $\{1; -3\}$. B. $\{1; 3\}$. C. $\{0\}$. D. $\{-3\}$.

Lời giải

Phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 3^1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Tập nghiệm của phương trình là $\{1; -3\}$.

- Câu 15.** (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là
- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $\mathbb{R}$. D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Tập giá trị của hàm số $y = \log_2 x$ là $\mathbb{R}$ nên để phương trình có nghiệm thực thì $m \in \mathbb{R}$

Câu 16. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0 \text{ bằng}$$

A. 6

B. 5

C. 13

D. 7

Lời giải

Chọn C

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 = 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2 \vee x_2 = 3 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 = 13$$

Câu 17. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình

$$\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \text{ là}$$

A. 6

B. 5

C. 4

D. 0

Lời giải

$$\text{Điều kiện } x \neq 0. \text{ Có } \log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = 1 + \log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = 2 + \log_2 6 \Leftrightarrow x^2 = 6^2$$

Do đó, tổng các nghiệm sẽ bằng 0

Câu 18. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình

$$\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1 \text{ là:}$$

A. $\{4\}$.B. $\{1; -4\}$.C. $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$.D. $\{-1; 4\}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x > 0 \\ x^2 - 3x = (0,25)^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 3 \\ x = 4 \quad (n) \\ x = -1 \quad (n) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; 4\}$.

Câu 19. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Nghiệm nhỏ nhất của phương trình

$$\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1 \text{ là}$$

A. -3.

B. a.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

$$\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 = 5 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \end{cases}. \text{ Vậy nghiệm nhỏ nhất của phương}$$

trình $\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1$ là 0.

Câu 20. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

A. 2.

B. 4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Có } \ln|x^2 - 5| = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 5| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5 = 1 \\ x^2 - 5 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{6} \\ x = -\sqrt{6} \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm dương là $x = \sqrt{6}$, $x = 2$.

Câu 21. (CHUYÊN HẠ LONG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Số nghiệm của phương trình $(x+3)\log_2(5-x^2) = 0$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Điều kiện: $5 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < x < \sqrt{5}$.

$$\text{Phương trình } (x+3)\log_2(5-x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ \log_2(5-x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ 5-x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=\pm 2 \end{cases}.$$

Đối chiếu điều kiện ta có $x = \pm 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 22. (THPT YÊN KHÁNH - NINH BÌNH - 2018 - 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0$ bằng

A. $\frac{17}{2}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\frac{19}{2}$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} 0 < x \neq 1 \\ x > \frac{6}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{6}{7} < x \neq 1 (*).$$

$$\text{Phương trình } (2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 2] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 = 0 \\ \log_x(7x - 6) - 2 = 0 \end{cases}.$$

$$+ \text{ Phương trình } 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Kết hợp với điều kiện } (*) \Rightarrow x = 2.$$

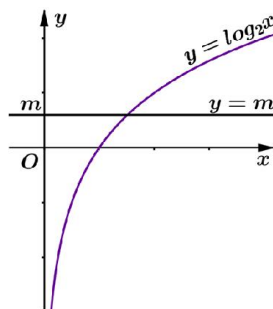
$$+ \text{ Phương trình } \log_x(7x - 6) - 2 = 0 \Leftrightarrow 7x - 6 = x^2 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases} \text{ . Kết hợp với}$$

điều kiện $(*) \Rightarrow x = 6$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 2$; $x = 6$ suy ra tổng các nghiệm bằng 8.

- Câu 23.** (CHUYÊN ĐHSP HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là
- A. $(0; +\infty)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(-\infty; 0)$. **D. $\mathbb{R}$.**

Lời giải



Điều kiện để phương trình đã cho có nghĩa là $x > 0$.

Để thấy $\forall m \in \mathbb{R}$ thì đường thẳng $y = m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \log_2 x$ tại đúng một điểm.

Vậy tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là $\forall m \in \mathbb{R}$.

Dạng 1.2 Biến đổi đưa về phương trình cơ bản

- Câu 24.** (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2 (x-1) + \log_2 (x+1) = 3$.
- A. $S = \{3\}$ B. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$ C. $S = \{-3; 3\}$ **D. $S = \{4\}$**

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x > 1$. Phương trình đã cho trở thành $\log_2 (x^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 3$

Đối chiếu điều kiện, ta được nghiệm duy nhất của phương trình là $x = 3 \Rightarrow S = \{3\}$

- Câu 25.** (Mã 103 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2 (x+1) + 1 = \log_2 (3x-1)$ là
- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = -1$. **D. $x = 3$.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện phương trình: $x > \frac{1}{3}$.

$$\log_2 (x+1) + 1 = \log_2 (3x-1) \Leftrightarrow \log_2 [(x+1).2] = \log_2 (3x-1) \Leftrightarrow 2(x+1) = 3x-1 \Leftrightarrow x = 3.$$

Ta có $x = 3$ (Thỏa mãn điều kiện phương trình)

Vậy nghiệm phương trình là $x = 3$.

Câu 26. (MĐ 105 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình

$$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1.$$

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{4\}$

C. $S = \{1\}$

D. $S = \{-2\}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{ĐK: } \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{-1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Ta có } \log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x+1}{x-1} = 1 \Leftrightarrow \frac{2x+1}{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (thỏa)}$$

Câu 27. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = 3$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > -\frac{1}{4}$. Ta có:

$$\log_3(x+1) + 1 = \log_3(4x+1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ 3(x+1) = 4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{4} \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy: Nghiệm của phương trình là $x = 2$.

Câu 28. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

A. $x = 4$.

B. $x = -2$.

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

$$\text{Ta có: } \log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_3(2x+1) = \log_3[3 \cdot (x-1)]$$

$$\Leftrightarrow 2x+1 = 3x-3$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}.$$

Câu 29. (Mã 102 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1)$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 2$.

C. $x = 1$.

D. $x = -2$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > -1 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_2(x+1) = 1 + \log_2(x-1).$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2 2 \cdot (x-1)$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 2x-2 \Leftrightarrow x=3 \quad (\text{Thỏa mãn}).$$

Câu 30. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số nghiệm của phương trình

$$\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7) \text{ là}$$

A. 1.**B. 0.****C. 2.****D. 3.**

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } x > -1$$

$$PT \Leftrightarrow \ln[(x+1)(x+3)] = \ln(x+7)$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x+3) = x+7$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 & (n) \\ x=-4 & (\ell) \end{cases}$$

Câu 31. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$ **A. 0.****B. 1.****C. 3.****D. 2.**

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } x > 1$$

$$\text{Ta có: } \log_2 x + \log_2(x-1) = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2[x(x-1)] = 2 \Leftrightarrow x(x-1) = 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$.

Câu 32. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3 9x - 5 = 0$.

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Lời giải

+) Điều kiện $x > 0$

+) Phương trình $\Leftrightarrow \log_3(6+x) + \log_3 x = 3 \Leftrightarrow \log_3 x(6+x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -9(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$. Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 33. (THPT ĐOÀN THƯỜNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Tìm tập nghiệm S của phương trình:

$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

A. $S = \{3\}$.B. $S = \{1\}$.C. $S = \{2\}$.D. $S = \{4\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Với điều kiện trên, $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_3(2x+1) = \log_3(x-1) + \log_3 3$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+1) = \log_3(3x-3) \Leftrightarrow 2x+1 = 3x-3 \Leftrightarrow x = 4$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy tập nghiệm $S = \{4\}$.

Câu 34. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là

A. $S = \{-1; 3\}$.B. $S = \{1; 3\}$.C. $S = \{2\}$.D. $S = \{1\}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

Với điều kiện trên, ta có: $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1 \Leftrightarrow \log_2 [x(x-1)] = 1 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện ta được: $x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{2\}$.

Câu 35. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Tổng các nghiệm của phương trình

$\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = \log_5 125$ là

A. $\frac{3 + \sqrt{33}}{2}$.B. $\frac{3 - \sqrt{33}}{2}$.

C. 3.

D. $\sqrt{33}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 2$

$$\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = \log_5 125 \Leftrightarrow \log_2(x^2 - 3x + 2) = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{33}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{33}}{2} \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện ta thấy nghiệm $x = \frac{3 + \sqrt{33}}{2}$ thỏa mãn.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là $\frac{3 + \sqrt{33}}{2}$.

Câu 36. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình

$$\log_2 x + \log_2(x-3) = 2 \text{ là}$$

A. $S = \{4\}$

B. $S = \{-1, 4\}$

C. $S = \{-1\}$

D. $S = \{4, 5\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x \geq 3$.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \log_2 [x(x-3)] = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -1 \end{cases}$$

So sánh điều kiện ta được $x = 4$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{4\}$.

Câu 37. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Số nghiệm của phương trình

$$\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7 \text{ là}$$

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Lời giải

Đk: $x > 6$

$$\text{Ta có: } \log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7 \Leftrightarrow \log_3 [x(x-6)] = \log_3 7 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases}$$

So với điều kiện vậy phương trình có một nghiệm $x = 7$

Câu 38. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, biết rằng

$$\log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2 \text{ và } \log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1). \text{ Giá trị của } n \text{ bằng}$$

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $\sin x > 0$ và $\cos x > 0$.

$$\text{Ta có: } \log_2(\sin x) + \log_2(\cos x) = -2 \Leftrightarrow \log_2(\sin x \cdot \cos x) = -2 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{4}.$$

$$\Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Suy ra: } \log_2(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log_2 n + 1) \Leftrightarrow \log_2(\sin x + \cos x)^2 = \log_2(2n)$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + \cos x)^2 = 2n \Leftrightarrow \frac{3}{2} = 2n \Leftrightarrow n = \frac{3}{4}.$$

Dạng 1.3 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đưa về cùng cơ số

Dạng 1.3.1 Phương trình không chứa tham số

Câu 39. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$.

A. $S = \{3\}$

B. $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$

C. $S = \{2 + \sqrt{5}\}$

D. $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1 \quad (*).$$

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 2\log_2(x-1) - \log_2(x+1) = 1$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2(x-1) = \log_2(x+1) + \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 = \log_2[2(x+1)]$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{5} (L) \\ x = 2 + \sqrt{5} \end{cases}. \text{ Vậy tập nghiệm phương trình } S = \{2 + \sqrt{5}\}$$

Câu 40. (THPT HÀM RỒNG THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 1) Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$ là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Viết lại phương trình ta được

$$\log_3(x^2 + 4x) = \log_3(2x + 3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 > 0 \\ x^2 + 4x = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 41. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

A. 0.

B. $\frac{80}{9}$.

C. 9.

D. $\frac{82}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x > 0$.

Phương trình đã cho tương đương với

$$\log_3 \frac{1}{2} \cdot \log_3 x \cdot \frac{1}{3} \log_3 x \cdot \frac{1}{4} \log_3 x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow (\log_3 x)^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = \frac{1}{9} \end{cases}$$

Câu 42. (ĐỀ THI THỬ VTED 02 NĂM HỌC 2018 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

A. $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.B. $x = \sqrt[3]{3}$.C. $x = \frac{1}{3}$.D. $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

$$\text{Ta có: } \log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3} \Leftrightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = -\frac{1}{2} \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_2 x + \log_2 x + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \log_2 x + \log_2 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^3 + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \log_2 (3x^3) = 0 \Leftrightarrow 3x^3 = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}.$$

So với điều kiện, nghiệm phương trình là $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 43. (THPT LÊ QUÝ ĐÔN ĐÀ NẴNG NĂM 2018-2019) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1$. Số phần tử của tập S là

A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Lời giải

ĐK: $x > -1$

$$\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1 \Rightarrow (x+1)^2 = \frac{x^2+2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 0(TM) \\ x = -4(L) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm có một phần tử

Câu 44. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 5$

$$3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3 \Leftrightarrow 3\log_3(x-1) + 3\log_3(x-5) = 3$$

$$\Leftrightarrow \log_3(x-1) + \log_3(x-5) = 1 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(x-5)] = 1 \Leftrightarrow (x-1)(x-5) = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{7}$$

Đối chiếu điều kiện suy ra phương trình có 1 nghiệm $x = 3 + \sqrt{7}$

Câu 45. (THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG NAM ĐỊNH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

A. 0. B. 3. C. 9. D. 6.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $2 < x \neq 4$.

Với điều kiện trên, phương trình đã cho tương đương

$$2\log_3(x-2) + 2\log_3|x-4| = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-2)|x-4| = 0 \Leftrightarrow (x-2)|x-4| = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 7 = 0 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

So lại điều kiện, ta nhận hai nghiệm $x_1 = 3 + \sqrt{2}; x_2 = 3$

Ta được: $S = x_1 + x_2 = 6 + \sqrt{2} \Rightarrow a = 6; b = 1$. Vậy $Q = a.b = 6$.

Dạng 1.3.2 Phương trình chứa tham số

Câu 46. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hàm số $3\log_{27}[2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x + 1 - 3m) = 0$. Số các giá trị nguyên của m để phương

trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| < 15$ là:

A. 14

B. 11

C. 12

D. 13

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3\log_{27}[2x^2 - (m+3)x + 1 - m] + \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - x + 1 - 3m) = 0$

$$\Leftrightarrow \log_3[2x^2 - (m+3)x + 1 - m] = \log_3(x^2 - x + 1 - 3m)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 - 3m > 0 \\ 2x^2 - (m+3)x + 1 - m = x^2 - x + 1 - 3m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 - 3m > 0(*) \\ x^2 - (m+2)x + 2m = 0(1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x + 1 - 3m > 0(*) \\ \begin{cases} x = m \\ x = 2 \end{cases} \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa

$$\text{mãn } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + 1 - 3m > 0 \\ 2^2 - 1 + 1 - 3m > 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4 - 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 2 - \sqrt{3}.$$

Theo giả thiết $|x_1 - x_2| < 15 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 < 225 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 221 < 0 \Leftrightarrow -13 < m < 17$ Do đó $-13 < m < 2 - \sqrt{3}$. Vậy số các giá trị nguyên của m thỏa mãn là 13.

Câu 47. (THPT YÊN PHONG SỐ 1 BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m với $m < 64$ để phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0$ có nghiệm. Tính tổng tất cả các

phần tử của S .

A. 2018.

B. 2016.

C. 2015.

D. 2013.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{5}}(x+m) + \log_5(2-x) = 0 \Leftrightarrow \log_5(x+m) = \log_5(2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x = \frac{2-m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vì } x < 2 \text{ nên } \frac{2-m}{2} < 2 \Leftrightarrow m > -2.$$

Kết hợp với $m < 64$. Khi đó $-2 < m < 64$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-1; 0; 1 \dots 63\}$ có 65 giá trị.

$$\text{Vậy tổng } S \text{ các giá trị của } m \text{ để phương trình có nghiệm là: } S = \frac{(-1+63) \cdot 65}{2} = 2015.$$

Câu 48. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > \frac{1}{6} \\ m > 0 \end{cases}$$

Khi đó

$$\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 x + \log_3 m = \log_3(6x-1)$$

$$\Leftrightarrow mx = 6x-1 \Leftrightarrow x(6-m) = 1 \quad (1)$$

+) Với $m = 6$, phương trình (1) trở thành $0 = 1$ (vô lý).

+) Với $m \neq 6$, phương trình (1) có nghiệm $x = \frac{1}{6-m}$

$$\Rightarrow \frac{1}{6-m} > \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6-m} - \frac{1}{6} > 0 \Leftrightarrow \frac{m}{6-m} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 6.$$

Vậy $0 < m < 6$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 49. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(5x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4.

B. 6.

C. Vô số.

D. 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ m > 0 \end{cases}$$

Xét phương trình: $\log_9 x^2 - \log_3 (5x-1) = -\log_3 m \quad (1)$.

Cách 1.

$$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3 (5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{5x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow \frac{5x-1}{x} = m \Leftrightarrow 5 - \frac{1}{x} = m \quad (2).$$

Xét $f(x) = 5 - \frac{1}{x}$ trên khoảng $\left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$.

$$\text{Có } f'(x) = \frac{1}{x^2} > 0, \forall x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right) \text{ và } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{1}{x}\right) = 5.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$\frac{1}{5}$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	5

Phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ phương trình (2) có nghiệm $x > \frac{1}{5}$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0 < m < 5$.

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Cách 2.

$$\text{Với } \begin{cases} x > \frac{1}{5} \\ m > 0 \end{cases}, \text{ ta có:}$$

$$(1) \Leftrightarrow \log_3 x - \log_3 (5x-1) = -\log_3 m \Leftrightarrow \log_3 \frac{5x-1}{x} = \log_3 m \Leftrightarrow \frac{5x-1}{x} = m \Leftrightarrow (5-m)x = 1 \quad (2)$$

Với $m = 5$, phương trình (2) thành $0 \cdot x = 1$ (vô nghiệm).

$$\text{Với } m \neq 5, (2) \Leftrightarrow x = \frac{1}{5-m}.$$

$$\text{Xét } x > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{5-m} > \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{m}{5(5-m)} > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 5.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m > 0$ nên $m \in \{1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm.

Câu 50. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực).

Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. Vô số.

Lời giải

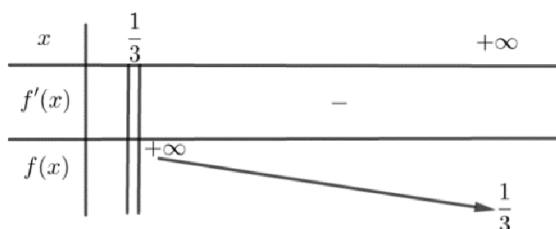
Chọn A

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$ và $m > 0$.

Phương trình đã cho tương đương: $\log_3 x - \log_3(3x-1) = \log_3 \frac{1}{m} \Leftrightarrow \frac{x}{3x-1} = \frac{1}{m}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x}{3x-1}$ với $x > \frac{1}{3}$

Có $f'(x) = -\frac{1}{(3x-1)^2} < 0, \forall x > \frac{1}{3}$



Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm khi $\frac{1}{m} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$

Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2\}$.

Câu 51. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Cho phương trình $\log_9 x^2 - 4\log_3(4x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có

tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 5.

B. 3.

C. Vô số.

D. 4.

Lời giải

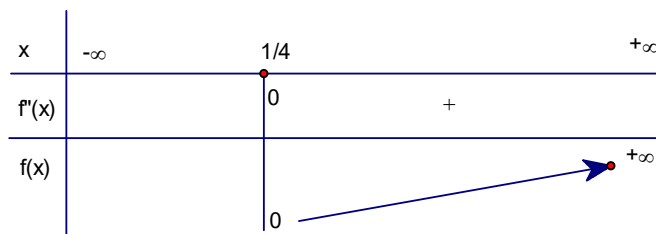
Chọn C

Điều kiện: $x > \frac{1}{4}$. Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \log_3 x - 4\log_3(4x-1) = -\log_3 m$

$\Leftrightarrow \log_3 x - \log_3(4x-1)^4 = \log_3 \frac{1}{m} \Leftrightarrow \log_3 \frac{x}{(4x-1)^4} = \log_3 \frac{1}{m} \Leftrightarrow m = \frac{(4x-1)^4}{x} = f(x)$

Xét hàm số $f(x) = \frac{(4x-1)^4}{x}$ có $f'(x) = \frac{16x(4x-1)^3 - (4x-1)^4}{x^2} = \frac{(4x-1)^3(12x+1)}{x^2} > 0, \forall x > \frac{1}{4}$.

Suy ra bảng biến thiên:



Do đó phương trình có nghiệm khi $m > 0$. Vậy có vô số giá trị nguyên của m .

Câu 52. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1) Cho phương trình $\log_{mx-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{mx-5}} \sqrt{x+2}$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số $m \in \mathbb{Z}$ để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

$$+ \text{Điều kiện } \begin{cases} x+2 > 0 \\ 0 < mx-5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ 5 < mx \neq 6 \end{cases}$$

$$\text{Với điều kiện trên, phương trình } \log_{mx-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{mx-5}} \sqrt{x+2} \quad (*)$$

$$\Leftrightarrow \log_{mx-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{mx-5}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 12 = x + 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$x = 2 \text{ là nghiệm phương trình } (*) \text{ khi } 5 < 2m \neq 6 \Leftrightarrow \frac{5}{2} < m \neq 3, \text{ vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 4 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = 5 \text{ là nghiệm phương trình } (*) \text{ khi } 5 < 5m \neq 6 \Leftrightarrow 1 < m \neq \frac{6}{5}, \text{ vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$+ \text{Phương trình } \log_{mx-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{mx-5}} \sqrt{x+2} \text{ có nghiệm duy nhất khi } m = 2 \text{ hoặc } m = 3$$

Thử lại

$$m = 2 : \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{2x-5}} \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{2x-5}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 12 = x + 2 \\ x + 2 > 0 \\ 0 < 2x - 5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

$$m = 3 : \log_{3x-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{\sqrt{3x-5}} \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \log_{3x-5}(x^2 - 6x + 12) = \log_{3x-5}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 6x + 12 = x + 2 \\ x + 2 > 0 \\ 0 < 4x - 5 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 5.$$

Vậy có hai giá trị $m \in \mathbb{Z}$ thỏa mãn ycbt.

- Câu 53.** (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $\log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2}\sqrt{x^2 + mx - 2m^2} = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1^2 + x_2^2 = 3$?
- A. 1 B. 0 C. 3 D. 4

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\begin{aligned} & \log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2}(x^2 + mx - 2m^2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \log_{\sqrt{5}+2}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) - \log_{\sqrt{5}+2}(x^2 + mx - 2m^2) = 0 \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2mx - 2m^2 > 0 \\ 2x^2 - x + 2m - 4m^2 = x^2 + mx - 2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2mx - 2m^2 > 0 \\ x^2 - (m+1)x + 2m - 2m^2 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx - 2m^2 > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 2m \\ x_2 = 1 - m \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \begin{cases} (2m)^2 + m(2m) - 2m^2 > 0 \\ (1-m)^2 + m(1-m) - 2m^2 > 0 \\ (2m)^2 + (1-m)^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 > 0 \\ 2m^2 + m - 1 > 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 = 0 \end{cases} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -1 < m < \frac{1}{2} \\ m = \frac{1-\sqrt{11}}{5}; m = \frac{1+\sqrt{11}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1-\sqrt{11}}{5} \end{aligned}$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu đề bài

Dạng 1.4 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Dạng 1.4.1 Phương trình không chứa tham số

- Câu 54. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02)** Biết rằng phương trình $\log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3}$ có hai nghiệm a và b . Khi đó ab bằng
- A. 8. B. 81. C. 9. D. 64.

Lời giải

Đ/K: $x > 0$.

$$\text{Phương trình } \log_3^2 x = \log_3 \frac{x^4}{3} \Leftrightarrow \log_3^2 x - 4 \log_3 x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 2 - \sqrt{3} \\ \log_3 x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3^{2-\sqrt{3}} \\ x = 3^{2+\sqrt{3}} \end{cases} \text{ Khi đó } a.b = 3^{2-\sqrt{3}} \cdot 3^{2+\sqrt{3}} = 81.$$

- Câu 55. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0$. Tính T .
- A. $T = 4$ B. $T = -4$ C. $T = 84$ D. $T = 5$

Lời giải

ĐKXĐ: $x > 0$

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-\log_3 x)^2 - 5 \log_3 x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3^2 x - 5 \log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 3^4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = 3 + 3^4 = 84$$

- Câu 56. (CỤM 8 TRƯỜNG CHUYÊN LẦN 1)** Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng nào sau đây?
- A. $(1; 3)$. B. $(5; 9)$. C. $(0; 1)$. D. $(3; 5)$.

Lời giải

$$\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5 \Leftrightarrow [1 + \log_2(2x)]^2 - 2 \log_2(2x) = 5 \Leftrightarrow \log_2^2(2x) = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(2x) = 2 \\ \log_2(2x) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ 2x = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Vậy nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng $(0; 1)$.

- Câu 57. (THPT LƯƠNG THẾ VINH HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 1)** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là
- A. 9. B. -7. C. 1. D. 2.

Lời giải

Để thấy phương trình bậc hai: $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt

Khi đó theo Vi-et, $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = -\frac{-2}{1} \Leftrightarrow \log_3(x_1 \cdot x_2) = 2 \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 = 9$.

- Câu 58. (CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Cho 2 số thực dương a và b thỏa mãn $\log_9 a^4 + \log_3 b = 8$ và $\log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9$. Giá trị biểu thức $P = ab + 1$ bằng
- A. 82. B. 27. C. 243. D. 244.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \log_9 a^4 + \log_3 b = 8 \\ \log_3 a + \log_{\sqrt[3]{3}} b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3 a + \log_3 b = 8 \\ \log_3 a + 3\log_3 b = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 a = 3 \\ \log_3 b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 27 \\ b = 9 \end{cases}$$

Nên $P = ab + 1 = 244$

- Câu 59. (THPT CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH NĂM 2018-2019 LẦN 01)** Biết phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 \cdot x_2$ bằng
- A. 128 B. 64 C. 9 D. 512

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đk: } x > 0; \log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7-\sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7+\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 \cdot x_2 = 2^{\frac{7-\sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7+\sqrt{13}}{2}} = 2^7 = 128$$

- Câu 60. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017)** Xét các số nguyên dương a, b sao cho phương trình $a \ln^2 x + b \ln x + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và phương trình $5 \log^2 x + b \log x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_3, x_4 thỏa mãn $x_1 x_2 > x_3 x_4$. Tính giá trị nhỏ nhất $S_{\min}$ của $S = 2a + 3b$.
- A. $S_{\min} = 17$ B. $S_{\min} = 30$ C. $S_{\min} = 25$ D. $S_{\min} = 33$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > 0$, điều kiện mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt là $b^2 > 20a$.

Đặt $t = \ln x, u = \log x$ khi đó ta được $at^2 + bt + 5 = 0(1), 5t^2 + bt + a = 0(2)$.

Ta thấy với mỗi một nghiệm t thì có một nghiệm x , một u thì có một x .

Ta có $x_1.x_2 = e^{t_1}.e^{t_2} = e^{t_1+t_2} = e^{-\frac{b}{a}}, x_3.x_4 = 10^{u_1+u_2} = 10^{-\frac{b}{5}}$, lại có $x_1.x_2 > x_3.x_4 \Leftrightarrow e^{-\frac{b}{a}} > 10^{-\frac{b}{5}}$

$\Rightarrow -\frac{b}{a} > -\frac{b}{5} \ln 10 \Leftrightarrow a > \frac{5}{\ln 10} \Leftrightarrow a \geq 3$ (do a, b nguyên dương), suy ra $b^2 > 60 \Rightarrow b \geq 8$.

Vậy $S = 2a + 3b \geq 2.3 + 3.8 = 30$, suy ra $S_{\min} = 30$ đạt được $a = 3, b = 8$.

Câu 61. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tích các nghiệm của phương trình $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1$.

- A. 630. B. $\frac{1}{125}$. C. $\frac{630}{625}$. D. $\frac{7}{125}$

Lời giải

Điều kiện $x > 0; x \neq 1$.

Ta có $\log_x(125x) \cdot \log_{25}^2 x = 1 \Leftrightarrow (\log_x 125 + \log_x x) \left(\frac{1}{2} \log_5 x \right)^2 = 1 \Leftrightarrow (3 \cdot \log_x 5 + 1) \log_5^2 x = 4$

Đặt $\log_5 x = t$ phương trình tương đương:

$$\left(\frac{3}{t} + 1 \right) t^2 = 4 \Leftrightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{625} \end{cases}$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là $\frac{1}{125}$.

Dạng 1.4.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận

Câu 62. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của m để phương trình $\log_3^2 x - m \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$.

- A. $m = 4$ B. $m = 44$ C. $m = 81$ D. $m = -4$

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = \log_3 x$ ta được $t^2 - mt + 2m - 7 = 0$, tìm điều kiện để phương trình có hai nghiệm t_1, t_2

$$t_1 + t_2 = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \log_3 (x_1 x_2) = \log_3 81 = 4$$

Theo vi-et suy ra $t_1 + t_2 = m \Rightarrow m = 4$ (Thay lại $m = 4$ và đề bài ta thấy phương trình có hai

nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 81$)

Câu 63. (CHUYÊN LÊ THÁNH TỔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$.

- A. $m > \frac{9}{4}$. B. $0 < m < \frac{1}{4}$. C. $0 < m < \frac{9}{4}$. D. $m > -\frac{9}{4}$.

Lời giải

Ta có $\log_3^2 3x + \log_3 x + m - 1 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + 3\log_3 x + m = 0$ (1)

Đặt $t = \log_3 x$ với $x \in (0; 1)$ thì $t < 0$

$$(1) \Leftrightarrow t^2 + 3t + m = 0 \quad (2)$$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; 1)$ thì phương trình (2) có hai nghiệm

$$\text{âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^2 - 4m > 0 \\ \frac{-3}{2} < 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Câu 64. (CHUYÊN ĐHSB HÀ NỘI NĂM 2018-2019 LẦN 01) Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

- A. 3. B. 8. C. 2. D. 4.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x$.

Khi đó phương trình đã cho có dạng: $t^2 - (m+2)t + 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2^m \end{cases}$.

Do $x_1 + x_2 = 6 \Leftrightarrow 4 + 2^m = 6 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy $|x_1 - x_2| = |4 - 2^1| = 2$.

Câu 65. (THPT YÊN PHONG 1 BẮC NINH NĂM HỌC 2018-2019 LẦN 2) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1 x_2 = 27$.

- A. $m = \frac{14}{3}$. B. $m = 25$. C. $m = \frac{28}{3}$. D. $m = 1$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x$. Phương trình trở thành $t^2 - (m+2)t + 3m - 1 = 0$.

Để phương trình có hai nghiệm thì $\Delta = m^2 - 8m + 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 2\sqrt{2} \\ m > 4 + 2\sqrt{2} \end{cases} (*)$

Với điều kiện (*) thì phương trình đã cho có hai nghiệm t_1, t_2 .

Theo giả thiết $x_1 x_2 = 27 \Rightarrow \log_3 (x_1 x_2) = \log_3 27 = 3 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 3 \Leftrightarrow t_1 + t_2 = 3$

Theo định lý Viet ta có $t_1 + t_2 = m + 2$ nên suy ra $m + 2 = 3 \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 66. (CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ NĂM 2018-2019 LẦN 1) Tính tổng T các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m$ có đúng hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn $\frac{1}{\log e}$.

A. $T = 28$

B. $T = 20$

C. $T = 21$

D. $T = 27$

Lời giải

$$e^x + (m^2 - m)e^{-x} = 2m \Leftrightarrow e^x + \frac{(m^2 - m)}{e^x} - 2m = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = e^x, (t > 0)$

$$(1) \Leftrightarrow t^2 - 2mt + m^2 - m = 0 \quad (*)$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thỏa: $x_1 < x_2 < \frac{1}{\log e} \Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t_1; t_2$ thỏa mãn $0 < t_1 < t_2 < 10$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 0 < \frac{S}{2} < 10 \\ P > 0 \\ (t_1 - 10)(t_2 - 10) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m > 0 \\ 0 < m < 10 \\ m^2 - m > 0 \\ m^2 - 21m + 100 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 < m < 10 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty) \\ m \in \left(-\infty; \frac{21 - \sqrt{41}}{2}\right) \cup \left(\frac{21 + \sqrt{41}}{2}; +\infty\right) \end{cases}$$

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0$ vô nghiệm.

A. $m \in (\sqrt{2}; 2)$.

B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; 2)$.

D. $m \in (-2; \sqrt{2})$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log^2 |\cos x| - m \log \cos^2 x - m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \log^2 |\cos x| - 2m \log |\cos x| - m^2 + 4 = 0 \quad (*)$$

Đặt $\log |\cos x| = t$. Điều kiện: $t \leq 0$

Khi đó phương trình (*) trở thành: $t^2 - 2mt - m^2 + 4 = 0, t \leq 0$. (1)

Phương trình (*) vô nghiệm khi và chỉ khi phương trình (1) vô nghiệm hoặc có các nghiệm đều dương.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' < 0 \\ \Delta' \geq 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 \cdot (-m^2 + 4) < 0 \\ m^2 - 1 \cdot (-m^2 + 4) \geq 0 \\ \frac{2m}{1} > 0 \\ \frac{-m^2 + 4}{1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 4 < 0 \\ 2m^2 - 4 \geq 0 \\ 2m > 0 \\ -m^2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \\ m \geq \sqrt{2} \\ -2 < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < 2$$

Dạng 1.4.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận

Câu 68. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng } (0; 1).$$

A. $0 < m < \frac{1}{4}$

B. $0 \leq m < \frac{1}{4}$

C. $m \leq \frac{1}{4}$

D. $-\frac{1}{4} < m < 0$

Lời giải

Ta có:

$$4(\log_2 \sqrt{x})^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0 \Leftrightarrow (2\log_2 \sqrt{x})^2 + \log_2 x + m = 0 \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 + \log_2 x = -m \quad (1)$$

Đặt $t = \log_2 x$ với $t \in (-\infty; 0)$.

$$(1) \Leftrightarrow t^2 + t = -m.$$

Xét $f(t) = t^2 + t$.

$$f'(t) = 2t + 1$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0
$f'(t)$	$-$	0	$+$
$f(t)$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	0

Dựa vào bảng biến thiên $-\frac{1}{4} < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$

Câu 69. (THPT ĐÔNG SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm m để phương trình :

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2)^2 + 4(m-5)\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x-2} + 4m - 4 = 0 \text{ có nghiệm trên } \left[\frac{5}{2}, 4\right].$$

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $-3 < m \leq \frac{7}{3}$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 2$. Phương trình đã cho

$$\Leftrightarrow (m-1) \left[\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \right]^2 + 4(m-5) \log_2(x-2) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1) \left[-2 \log_2(x-2) \right]^2 + 4(m-5) \log_2(x-2) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(m-1) \log_2^2(x-2) + 4(m-5) \log_2(x-2) + 4m - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1) \log_2^2(x-2) + (m-5) \log_2(x-2) + m - 1 = 0. \quad (1)$$

Đặt $t = \log_2(x-2)$. Vì $x \in \left[\frac{5}{2}; 4 \right] \Rightarrow t \in [-1; 1]$.

Phương trình (1) trở thành $(m-1)t^2 + (m-5)t + m - 1 = 0, t \in [-1; 1]. \quad (2)$

$$\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 5t + 1}{t^2 + t + 1} = f(t), t \in [-1; 1].$$

Ta có $f'(t) = \frac{-4t^2 + 4}{(t^2 + t + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

t	-1						1
$f'(t)$				+			
$f(t)$							$\frac{7}{3}$
	-3						

Phương trình đã cho có nghiệm $x \in \left[\frac{5}{2}; 4 \right]$ khi phương trình (2) có nghiệm $t \in [-1; 1]$.

Từ bảng biến thiên suy ra $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$.

Câu 70. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm m để phương trình $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$ có nghiệm $x \in [1; 8]$.

A. $6 \leq m \leq 9$

B. $2 \leq m \leq 3$

C. $2 \leq m \leq 6$

D. $3 \leq m \leq 6$

Lời giải

Chọn C

$$\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m \quad (1)$$

• Điều kiện: $x > 0$ (*)

$$\text{pt}(1) \Leftrightarrow (\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 3 = m$$

Cách 1: (Tự luận)

• Đặt $t = \log_2 x$, với $x \in [1; 8]$ thì $t \in [0; 3]$.

Phương trình trở thành: $t^2 - 2t + 3 = m \quad (2)$

• Để phương trình (1) có nghiệm $x \in [1; 8]$

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có nghiệm $t \in [0; 3]$

$\Leftrightarrow \min_{[0;3]} f(t) \leq m \leq \max_{[0;3]} f(t)$, trong đó $f(t) = t^2 - 2t + 3$

$\Leftrightarrow 2 \leq m \leq 6$. (bấm máy tính)

Câu 71. (ĐỀ HỌC SINH GIỎI TỈNH BẮC NINH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x} = m$ (*). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2019; 2019]$ để phương trình (*) có nghiệm?

A. 2021.

B. 2019.

C. 4038.

D. 2020.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ m + \log_2 x \geq 0 \end{cases}$

$$\log_2^2 x - 2\log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x} = m \Leftrightarrow 4\log_2^2 x - 8\log_2 x - 4\sqrt{m + \log_2 x} = 4m$$

$$\Leftrightarrow 4\log_2^2 x - 4\log_2 x + 1 = 4\sqrt{m + \log_2 x} + 4(m + \log_2 x) + 1$$

$$\Leftrightarrow (2\log_2 x - 1)^2 = (2\sqrt{m + \log_2 x} + 1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{m + \log_2 x} + 1 = 2\log_2 x - 1 \\ 2\sqrt{m + \log_2 x} + 1 = -2\log_2 x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{m + \log_2 x} = \log_2 x - 1 \\ \sqrt{m + \log_2 x} = -\log_2 x \end{cases}$$

$$* \text{ TH1: } \sqrt{m + \log_2 x} = -\log_2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq 0 \\ m + \log_2 x = \log_2^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ \log_2^2 x - \log_2 x - m = 0 \end{cases} (1)$$

Đặt: $t = \log_2 x$ ($t \leq 0$), phương trình (1) trở thành: $t^2 - t - m = 0 \Leftrightarrow t^2 - t = m$ (2)

Đặt: $g(t) = t^2 - t$ ($t \in (-\infty; 0]$). Bài toán trở thành: Tìm giá trị của tham số m để phương trình (2) có ít nhất 1 nghiệm $t \leq 0$

Ta có: $g(t) = t^2 - t \Rightarrow g'(t) = 2t - 1 < 0 \forall t \leq 0$

Ta có BBT:

t	$-\infty$	0
$g'(t)$		$-$
$g(t)$	$+\infty$	0

Dựa vào BBT, suy ra: để phương trình (2) có ít nhất 1 nghiệm $t \leq 0$ thì $m \geq 0$ (*)

$$* \text{ TH 2 : } \sqrt{m + \log_2 x} = \log_2 x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ m + \log_2 x = \log_2^2 x - 2\log_2 x + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \geq 1 \\ \log_2^2 x - 3\log_2 x + 1 - m = 0 \quad (3) \end{cases}$$

Đặt: $t = \log_2 x$ ($t \geq 1$), phương trình (1) trở thành: $t^2 - 3t + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = t^2 - 3t + 1$ (4)

Đặt: $g(t) = t^2 - 3t + 1, t \in [1; +\infty)$

Ta có: $g(t) = t^2 - 3t + 1 \Rightarrow g'(t) = 2t - 3$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \in [1; +\infty)$$

Bài toán trở thành: Tìm giá trị của tham số m để phương trình (4) có ít nhất 1 nghiệm $t \geq 1$

Ta có BBT:

t	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(t)$	$-$	0	$+$
$g(t)$	-1	$-\frac{5}{4}$	$+\infty$

Dựa vào BBT, suy ra: để phương trình (4) có ít nhất 1 nghiệm $t \geq 1$ thì $m \geq -\frac{5}{4}$ (**)

Kết hợp (*) và (**), $m \in [-2019; 2019] \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1; 2; \dots; 2019\}$

Vậy có tất cả 2021 giá trị của m thỏa mãn ycbt

Dạng 1.5 Giải và biện luận phương trình logarit chứa tham số bằng phương pháp cô lập tham số

Câu 72. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

A. 4014.

B. 2018.

C. 4015.

D. 2017.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x > -1, mx > 0$.

$$\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow mx = (x+1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{(x+1)^2}{x}$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = \frac{(x+1)^2}{x} \quad (x > -1, x \neq 0); \quad f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \quad (l) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên

x	-1	0	1	$+\infty$	
y'			-	0	+
y	0	$+\infty$	4	$+\infty$	

Dựa vào BBT, phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m = 4 \\ m < 0. \end{cases}$

Vì $m \in [-2017; 2017]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên chỉ có 2018 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu là $m \in \{-2017; -2016; \dots; -1; 4\}$.

Chú ý: Trong lời giải, ta đã có thể bỏ qua điều kiện $mx > 0$ vì với phương trình $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ với $0 < a \neq 1$ ta chỉ cần điều kiện $f(x) > 0$.

Câu 73. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $mx - \ln x = 0$ có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(2; 3)$

A. $\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{\ln 3}{3}\right)$

B. $\left(-\infty; \frac{\ln 2}{2}\right) \cup \left(\frac{\ln 3}{3}; +\infty\right)$

C. $\left(\frac{\ln 2}{2}; \frac{1}{e}\right)$

D. $\left(\frac{\ln 3}{3}; \frac{1}{e}\right)$

Lời giải

Chọn D

$$mx - \ln x = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\ln x}{x}, \forall x \in (2; 3)$$

Đặt $f(x) = \frac{\ln x}{x}, \forall x \in (2; 3)$

$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e$

BBT

x	2	e	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\frac{\ln 2}{2}$	$\frac{1}{e}$	$\frac{\ln 3}{3}$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $m \in \left(\frac{\ln 3}{3}; \frac{1}{e} \right)$.

Câu 74. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Cho phương trình $\log_{\sqrt{2}}(mx - x^3) + 2 \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có ba nghiệm phân biệt

A. $18 < m < \frac{39}{2}$.

B. $18 < m < 20$.

C. $19 < m < 20$.

D. $19 < m < \frac{39}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $-14x^2 + 29x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{14} < x < 2$

Phương trình

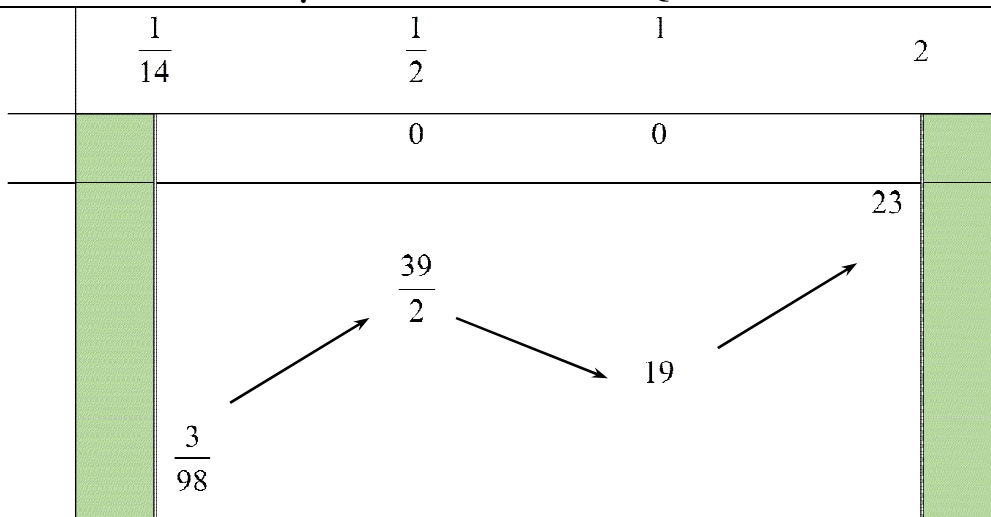
$\log_{\sqrt{2}}(mx - 6x^3) + 2 \log_{\frac{1}{2}}(-14x^2 + 29x - 2) = 0 \Leftrightarrow 2 \log_2(mx - 6x^3) - 2 \log_2(-14x^2 + 29x - 2) = 0$

$\Leftrightarrow mx - 6x^3 = -14x^2 + 29x - 2 \Leftrightarrow mx = 6x^3 - 14x^2 + 29x - 2 \Leftrightarrow m = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$

Xét hàm số $y = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}, x \in \left(\frac{1}{14}; 2 \right)$

Ta có $y' = 12x - 14 + \frac{2}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow 12x^3 - 14x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{3} \notin \left(\frac{1}{14}; 2 \right) \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi đồ thị hàm số $y = 6x^2 - 14x + 29 - \frac{2}{x}$, $x \in \left(\frac{1}{14}; 2\right)$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 3 điểm phân biệt với $19 < m < \frac{39}{2}$.

Dạng 1.6 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp hàm số

Câu 75. (THPT ĐÔNG SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tổng tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) \text{ có đúng ba nghiệm phân biệt là:}$$

- A. 2. B. $\frac{3}{2}$. C. 0. D. 3.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$2^{(x-1)^2} \cdot \log_2(x^2 - 2x + 3) = 4^{|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2} \cdot \log_2((x-1)^2 + 2) = 2^{2|x-m|} \cdot \log_2(2|x-m| + 2) (*)$$

Đặt $f(t) = 2^t \log_2(t+2)$, $t \geq 0$; $f'(t) = 2^t \ln 2 \cdot \log_2(t+2) + 2^t \frac{1}{(t+2) \ln 2} > 0, \forall t \geq 0$.

Vậy hàm số $f(t) = 2^t \log_2(t+2)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Từ (*) ta có $f[(x-1)^2] = f[2|x-m|] \Leftrightarrow (x-1)^2 = 2|x-m| \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-m) = (x-1)^2 \\ 2(x-m) = -(x-1)^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(x) = x^2 - 4x + 1 + 2m = 0 \text{ (a)} \\ x^2 = 2m - 1 \text{ (b)} \end{cases}$$

Do các phương trình (a) và (b) là phương trình bậc hai nên để phương trình ban đầu có 3 nghiệm phân biệt ta có các trường hợp sau:

TH1: $m = \frac{1}{2}$, (b) chỉ có nghiệm kép bằng 0 và (a) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 (thỏa mãn).

TH2: $m > \frac{1}{2}$, (b) có 2 nghiệm phân biệt $x = \pm\sqrt{2m-1}$ và (a) có 2 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng $\pm\sqrt{2m-1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1 \text{ (thỏa mãn).}$$

+ TH3: $m > \frac{1}{2}$, (b) có 2 nghiệm phân biệt $x = \pm\sqrt{2m-1}$ và (a) có nghiệm kép khác $\pm\sqrt{2m-1}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 0 \\ g(\pm\sqrt{2m-1}) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ m \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tổng các giá trị của m là $\frac{1}{2} + 1 + \frac{3}{2} = 3$.

Câu 76. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\ln(m + \ln(m + \sin x)) = \sin x$ có nghiệm.

- A. $\frac{1}{e} + 1 \leq m \leq e - 1$. B. $1 \leq m \leq e - 1$. C. $1 \leq m \leq \frac{1}{e} + 1$. D. $1 \leq m < e - 1$.

Lời giải

Đặt $u = \ln(m + \sin x)$ ta được hệ phương trình:
$$\begin{cases} u = \ln(m + \sin x) \\ \ln(m + u) = \sin x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^u = m + \sin x \\ e^{\sin x} = m + u \end{cases}$$

Từ hệ phương trình ta suy ra: $e^u + u = e^{\sin x} + \sin x$ (*)

Xét hàm số $f(t) = e^t + t$ có $f'(t) = e^t + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(*) \Leftrightarrow f(u) = f(\sin x) \Leftrightarrow u = \sin x$$

Khi đó ta được: $\ln(m + \sin x) = \sin x \Leftrightarrow e^{\sin x} - \sin x = m$ (**)

Đặt $z = \sin x, z \in [-1; 1]$. Phương trình (**) trở thành: $e^z - z = m$ (**)

Xét hàm số: $g(z) = e^z - z$ trên $[-1; 1]$.

Hàm số $g(z) = e^z - z$ liên tục trên $[-1; 1]$ và có $\max_{[-1; 1]} g(z) = g(1) = e - 1, \min_{[-1; 1]} g(z) = g(0) = 1$

Hệ phương trình ban đầu có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow 1 \leq m \leq e - 1$.

Dạng 1.7 Giải và biện luận phương trình logarit bằng phương pháp khác

Câu 77. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Hỏi phương trình $3x^2 - 6x + \ln(x+1)^3 + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?

- A. 1 B. 3 C. 4 D. 2

Chọn B

Điều kiện: $x > -1$.

Phương trình đã cho tương đương với $3x^2 - 6x + 3\ln(x+1) + 1 = 0$.

Xét hàm số $y = 3x^2 - 6x + 3\ln(x+1) + 1$ liên tục trên khoảng $(-1; +\infty)$.

$$y' = 6(x-1) + \frac{3}{x+1} = \frac{6x^2 - 3}{x+1}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

x	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$f(-\frac{\sqrt{2}}{2})$	$f(\frac{\sqrt{2}}{2})$	$+\infty$	

Vì $f(-\frac{\sqrt{2}}{2}) > 0$, $f(\frac{\sqrt{2}}{2}) < 0$ và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Câu 78. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho hai phương trình $x^2 + 7x + 3 - \ln(x+4) = 0$ (1) và $x^2 - 9x + 11 - \ln(5-x) = 0$ (2). Đặt T là tổng các nghiệm phân biệt của hai phương trình đã cho, ta có:

A. 2

B. 8

C. 4

D. 6

Lời giải

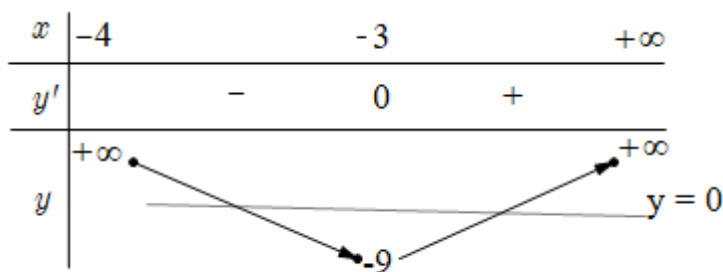
Chọn A

Cách 1: Gọi hai phương trình là (1) và (2)

$$f(x) = x^2 + 7x + 3 - \ln(x+4), \text{ với } x \in (-4; +\infty).$$

$$f'(x) = 2x + 7 + 3 - \frac{1}{x+4} = \frac{2x^2 + 15x + 27}{x+4}, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 15x + 17 = 0 \Leftrightarrow x = -3, x = -\frac{9}{2} (L)$$

Bảng biến thiên



Theo bảng biến thiên thì (1) có hai nghiệm phân biệt, gọi hai nghiệm là x_1, x_2

Giải sử x_0 là nghiệm của phương trình (1), đặt $t_0 = 1 - x_0 \Leftrightarrow x_0 = 1 - t_0$ ta có

$$x^2 + 7x + 3 - \ln(x + 4) = 0 \Leftrightarrow (1 - t_0)^2 + 7(1 - t_0) + 3 - \ln(1 - t_0 + 4) = 0$$

$$t_0^2 - 9t_0 + 11 - \ln(5 - t_0) = 0. \text{ Do đó } t_0 \text{ là nghiệm của phương trình (2)}$$

Như vậy (2) cũng có đúng hai nghiệm là $t_1 = 1 - x_1$ và $t_2 = 1 - x_2$

Vậy tổng các nghiệm của hai phương trình là $T = x_1 + x_2 + t_1 + t_2 = x_1 + x_2 + 1 - x_1 + 1 - x_2 = 2$

Cách 2: Dùng máy tính casio dò nghiệm rồi cộng lại.

Câu 79. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Biết phương trình

$\log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ có nghiệm duy nhất $x = a + b\sqrt{2}$ trong đó a, b là những số nguyên. Khi đó $a + b$ bằng

A. 5

B. -1

C. 2

D. 1

Lời giải

Điều kiện: $x > 1$.

Xét $f(x) = \log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right)$ trên $(1; +\infty)$

$$f'(x) = \frac{-\sqrt{x} - 1}{(2x\sqrt{x} + x) \ln 2018} < 0 \quad \forall x > 1 \Rightarrow \text{hàm số nghịch biến trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Mặt khác: } f(x) = 0 \Leftrightarrow \log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} = 1 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}.$$

Xét $g(x) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$ trên $(1; +\infty)$.

$$g'(x) = \frac{2(x+1)}{(x^2-x)\ln 2019} > 0, \forall x > 1 \Rightarrow \text{hàm số đồng biến trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Mặt khác: } g(x) = 0 \Leftrightarrow \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1 \Leftrightarrow x - 2\sqrt{x} - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{Xét phương trình } \log_{2018} \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} \right) = 2 \log_{2019} \left(\frac{\sqrt{x}}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$

Do $f(x)$ nghịch biến trên $(1; +\infty)$, $g(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$ và $f(3 + 2\sqrt{2}) = g(3 + 2\sqrt{2})$ nên phương trình $f(x) = g(x)$ có nghiệm duy nhất $x = 3 + 2\sqrt{2}$.

Vậy $a = 3$, $b = 2$, do đó $a + b = 5$.

Câu 80. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Cho a, b là các số dương lớn hơn 1, thay đổi thỏa mãn $a + b = 2019$ để phương trình $5 \log_a x \cdot \log_b x - 4 \log_a x - 3 \log_b x - 2019 = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Biết giá trị lớn nhất của $\ln(x_1 x_2)$ bằng $\frac{3}{5} \ln \left(\frac{m}{7} \right) + \frac{4}{5} \ln \left(\frac{n}{7} \right)$, với m, n là các số nguyên dương. Tính $S = m + 2n$.

A. 22209.

B. 20190.

C. 2019.

D. 14133.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\text{Ta có } 5 \log_a x \cdot \log_b x - 4 \log_a x - 3 \log_b x - 2019 = 0 \Leftrightarrow 5 \frac{\ln x}{\ln a} \cdot \frac{\ln x}{\ln b} - 4 \frac{\ln x}{\ln a} - 3 \frac{\ln x}{\ln b} - 2019 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \ln x. \text{ Ta được phương trình: } \frac{5t^2}{\ln a \cdot \ln b} - \left(\frac{3 \ln a + 4 \ln b}{\ln a \cdot \ln b} \right) t - 2019 = 0 \quad (*)$$

Do $a, b > 1 \Rightarrow \ln a \cdot \ln b > 0$. Vậy (*) luôn có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 . Suy ra phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Mặt khác ta có: } t_1 + t_2 = \frac{3 \ln a + 4 \ln b}{5} = \frac{3 \ln a + 4 \ln(2019 - a)}{5}.$$

$$\Rightarrow \ln(x_1 x_2) = \ln x_1 + \ln x_2 = t_1 + t_2 = \frac{3 \ln a + 4 \ln(2019 - a)}{5}$$

Vì $a > 1$, $b > 1$ và $a + b = 2019$ nên $a \in (1; 2018)$.

$$\text{Xét hàm số } f(u) = \frac{3 \ln u + 4 \ln(2019 - u)}{5} \text{ trên } (1; 2018).$$

Ta có $f'(u) = \frac{6057 - 7u}{5u(2019 - u)} \Rightarrow f'(u) = 0 \Leftrightarrow u = \frac{6057}{7}$

Bảng biến thiên:

u	1	$\frac{6057}{7}$	2018
$f'(u)$	+	0	-
$f(u)$	$\nearrow \frac{3}{5} \ln \frac{6057}{7} + \frac{4}{5} \ln \frac{8076}{7} \searrow$		

Vậy giá trị lớn nhất của $\ln(x_1 x_2)$ bằng $\frac{3}{5} \ln \frac{6057}{7} + \frac{4}{5} \ln \frac{8076}{7}$.

Do đó $m = 6075$, $n = 8076$ hay $S = m + 2n = 22209$.

Dạng 2. Phương trình mũ

Dạng 2.1 Phương trình cơ bản

Câu 81. (Mã đề 101 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 82. (Mã đề 102 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

- A. 5. B. 4. C. 2. D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2x+1=3 \Rightarrow x=1$.

Câu 83. Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$

- A. $x=10$ B. $x=9$ C. $x=3$ D. $x=4$

Lời giải

Chọn D

$3^{x-1} = 3^3 \Leftrightarrow x-1=3 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 84. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$ B. $x = 1$ C. $x = 3$ D. $x = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.Câu 85. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

A. $x = 3$

B. $x = \frac{5}{2}$

C. $x = 2$

D. $x = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.Câu 86. (Mã đề 104 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{17}{2}$.

C. $x = \frac{5}{2}$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

 $2^{2x-1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x-1 = 5 \Leftrightarrow x = 3$.Câu 87. (Mã 103 - BGD - 2019) Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = 2$.

B. $x = \frac{5}{2}$.

C. $x = 1$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.Câu 88. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

A. $m \geq 1$

B. $m \geq 0$

C. $m > 0$

D. $m \neq 0$

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực thì $m > 0$.Câu 89. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.

A. $S = \emptyset$

B. $S = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

C. $S = \{0; 2\}$

D. $S = \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

Chọn D

$$5^{2x^2-x} = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 90. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$

- A. $S = \{4\}$. B. $S = \{1\}$. C. $S = \{3\}$. D. $S = \{2\}$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{2\}$.

Câu 91. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Phương trình $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = \log_2 128$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 B. 3 C. 2 D. 0

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với: $x^2 + 4x + 6 = \log_{\sqrt{5}} 7 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 6 - \log_{\sqrt{5}} 7 = 0$

Sử dụng máy tính bỏ túi ta thấy phương trình trên có hai nghiệm phân biệt.

Câu 92. (THPT - YÊN ĐỊNH THANH HÓA 2018 2019- LẦN 2) Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$.

- A. $S = \{1; 3\}$. B. $S = \{-3; 1\}$. C. $S = \{-3; -1\}$. D. $S = \{-1; 3\}$.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-2x} = 27 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$ là $S = \{-1; 3\}$.

Câu 93. (THPT QUỲNH LƯU 3 NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $e^{x^2} = \sqrt{3}$ là:

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Lời giải

Ta có $e^{x^2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = \ln \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\ln \sqrt{3}}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 94. (SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 01 NĂM 2018-2019) Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Lời giải

Ta có $5^{x+2} - 1 = 0 \Leftrightarrow 5^{x+2} = 1 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

Vậy $S = \{-2\}$.

Câu 95. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Họ nghiệm của phương trình $4^{\cos^2 x} - 1 = 0$ là

A. $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. B. $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $\{k2\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. D. $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có: $4^{\cos^2 x} - 1 = 0 \Leftrightarrow 4^{\cos^2 x} = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy họ nghiệm của phương trình là: $\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$.

Câu 96. (CHUYÊN LÊ THÁNH TÔNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho biết $9^x - 12^2 = 0$, tính giá trị

của biểu thức $P = \frac{1}{3^{-x-1}} - 8 \cdot 9^{\frac{x-1}{2}} + 19$.

A. 31. B. 23. C. 22. D. 15.

Lời giải

Ta có $9^x - 12^2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = 12$.

$P = 3^{x+1} - 8 \cdot 3^{x-1} + 19 = 3 \cdot 3^x - 8 \cdot \frac{3^x}{3} + 19 = 3 \cdot 12 - 8 \cdot \frac{12}{3} + 19 = 23$.

Câu 97. (CHUYÊN BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$

A. $-\frac{5}{2}$. B. -1. C. 1. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tổng hai nghiệm bằng $-\frac{5}{2}$.

Câu 98. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$. B. $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $m \in (0; +\infty)$. D. $m \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn A

$3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3 + m - 2m^2$

Phương trình có nghiệm khi $3 + m - 2m^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{3}{2}$.

Vậy $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 99. Cho a, b là hai số thực khác 0, biết: $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab}$. Tỉ số $\frac{a}{b}$ là:

A. $\frac{-8}{7}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{-4}{21}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-8ab} \Leftrightarrow 5^{-3(a^2+4ab)} = 5^{\frac{4}{3}(3a^2-8ab)}$$

$$\Leftrightarrow -3(a^2 + 4ab) = \frac{4}{3}(3a^2 - 8ab) \Leftrightarrow 21a^2 = -4ab \Leftrightarrow \frac{a}{b} = -\frac{4}{21}$$

Câu 100. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

A. 0.

B. -2.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 2^{x^2-2x+1} = 8 \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+1} = 2^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$$

Như vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $1 - \sqrt{3}$; $1 + \sqrt{3}$.

Tổng hai nghiệm là: $(1 - \sqrt{3}) + (1 + \sqrt{3}) = 2$.

Câu 101. (KTNL GV THUẬN THÀNH 2 BẮC NINH NĂM 2018-2019) Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. 1.

B. $\frac{5}{2}$.

C. -1.

D. $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4} = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là: $-2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}$.

Cách 2:

$$\text{Ta có: } 2^{2x^2+5x+4} = 4 \Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4} = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \quad (1)$$

Xét phương trình (1): $\Delta = 9 > 0 \Rightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$.

$$\text{Theo định lý Viet ta có: } x_1 + x_2 = -\frac{5}{2}.$$

$$\text{Tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là: } -\frac{5}{2}.$$

Câu 102. (THPT NGÔ SĨ LIÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. 1 B. $\frac{5}{2}$ C. -1 D. $-\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$5^{2x^2+5x+4} = 5^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\text{Tổng các nghiệm là } -\frac{5}{2}.$$

Câu 103. (SỞ GD&ĐT BẮC NINH NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- A. $-\frac{5}{2}$ B. 1. C. -1. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$7^{2x^2+5x+4} = 49 \Leftrightarrow 7^{2x^2+5x+4} = 7^2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 4 = 2 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng: } -2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{2}.$$

Dạng 2.2 Giải, biện luận phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Dạng 2.2.1 Phương trình không chứa tham số

Câu 104. (MÃ ĐỀ 123 BGD&ĐT NĂM 2017) Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$ ta được phương trình nào sau đây

- A. $2t^2 - 3t = 0$ B. $4t - 3 = 0$ C. $t^2 + t - 3 = 0$ D. $t^2 + 2t - 3 = 0$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } \Leftrightarrow 4^x + 2 \cdot 2^x - 3 = 0$$

Câu 105. (TRƯỜNG THPT HOÀNG HOA THÁM HƯNG YÊN NĂM 2018-2019) Tập nghiệm của phương trình

$$5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1 \text{ là}$$

- A. $\{1; -1; 3\}$. B. $\{-1; 1; 3; 6\}$. C. $\{-6; -1; 1; 3\}$. D. $\{1; 3\}$.

Lời giải

$$5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{2x^2+3x+9} + 1 \Leftrightarrow 5^{x^2-4x+3} + 5^{x^2+7x+6} = 5^{(x^2-4x+3)+(x^2+7x+6)} + 1.$$

Đặt $\begin{cases} a = x^2 - 4x + 3 \\ b = x^2 + 7x + 6 \end{cases}$, ta được phương trình:

$$5^a + 5^b = 5^{a+b} + 1 \Leftrightarrow 5^a + 5^b = 5^a \cdot 5^b + 1 \Leftrightarrow (1 - 5^a)(1 - 5^b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^a = 1 \\ 5^b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Khi đó $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ x^2 + 7x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \\ x = -1 \\ x = -6 \end{cases}$.

Tập nghiệm của phương trình là $\{-6; -1; 1; 3\}$.

Câu 106. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN ĐIỆN BIÊN LẦN 3 NĂM 2018-2019) Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 9^x - 6^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \quad (*).$$

Đặt $\left(\frac{3}{2}\right)^x = t$ với $t > 0$, phương trình (*) trở thành $t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \quad (L).$

Với $t = 2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2 > 0$.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm âm.

Câu 107. (CHUYÊN NGUYỄN TRÃI HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng các nghiệm của phương trình

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \text{ bằng}$$

- A. 0. B. 1. C. 6. D. 2.

Lời giải

$$4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 + \sqrt{7} \\ 2^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_2(3 + \sqrt{7}) \\ x = \log_2(3 - \sqrt{7}) \end{cases}.$$

Vậy tổng hai nghiệm của phương trình là

$$\log_2(3 + \sqrt{7}) + \log_2(3 - \sqrt{7}) = \log_2[(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7})] = \log_2 2 = 1.$$

Câu 108. (CỤM 8 TRƯỜNG CHUYÊN LẦN 1) Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Lời giải

Ta có: $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^x + \frac{3}{3^x} = 10$

Đặt $t = 3^x$ ($t > 0$), phương trình trở thành: $3t + \frac{3}{t} = 10 \Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{1}{3} \end{cases}$

Với $t = 3$ ta có $3^x = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = \frac{1}{3}$ ta có $3^x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3^x = 3^{-1} \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là: $1 - 1 = 0$.

Câu 109. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Lời giải

Ta có: $(2 - \sqrt{3})^x \cdot (2 + \sqrt{3})^x = 1$. Đặt $t = (2 - \sqrt{3})^x, t > 0 \Rightarrow (2 + \sqrt{3})^x = \frac{1}{t}$.

Phương trình trở thành: $t + \frac{1}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \pm \sqrt{3}$.

Với $t = 2 - \sqrt{3} \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = 2 - \sqrt{3} \Leftrightarrow x = 1$.

Với $t = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow (2 - \sqrt{3})^x = 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow (2 - \sqrt{3})^x = (2 - \sqrt{3})^{-1} \Leftrightarrow x = -1$.

Vậy $x_1^2 + 2x_2^2 = 3$.

Câu 110. (ĐỀ THI CÔNG BẰNG KHTN LẦN 02 NĂM 2018-2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$ bằng.

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Lời giải

Phương trình: $2.4^x - 9.2^x + 4 = 0$ (1) có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$) Khi đó pt (1) trở thành:

$$2t^2 - 9t + 4 = 0 \Leftrightarrow (t-4)(2t-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4(tm) \\ t = \frac{1}{2}(tm) \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow 2^x = 2^2 \Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{Với } t = \frac{1}{2} \Rightarrow 2^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x = 2^{-1} \Leftrightarrow x = -1$$

Phương trình có tập nghiệm là: $S = \{2; -1\}$. Vậy tổng tất cả các nghiệm của pt (1) là 1.

Câu 111. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Phương trình $6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.

A. 5.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

$$6^{2x-1} - 5.6^{x-1} + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{6^{2x}}{6} - \frac{5.6^x}{6} + 1 = 0 \Leftrightarrow 6^{2x} - 5.6^x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6^{x_1} = 2 \\ 6^{x_2} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6^{x_1}.6^{x_2} = 3.2 \Leftrightarrow 6^{x_1+x_2} = 6 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 1.$$

Câu 112. (ĐỀ 15 LOVE BOOK NĂM 2018-2019) Cho phương trình $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0$. Khi đặt $t = 5^x$, ta được phương trình nào sau đây.

A. $t^2 - 3 = 0$.

B. $t^2 - 4t + 3 = 0$.

C. $t^2 - 20t + 3 = 0$.

D. $t - \frac{20}{t} + 3 = 0$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } 25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 20.\frac{5^x}{5} + 3 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2 - 4.5^x + 3 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 5^x, t > 0$$

$$\text{Khi đó phương trình trở thành: } t^2 - 4t + 3 = 0.$$

Câu 113. (THPT BẠCH ĐẰNG QUẢNG NINH NĂM 2018-2019) Phương trình $3^{1-x} = 2 + \left(\frac{1}{9}\right)^x$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có: PT } \Leftrightarrow 3.3^{-x} = 2 + (3^{-x})^2 \Leftrightarrow (3^{-x})^2 - 3.3^{-x} + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{-x} = 1 \\ 3^{-x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\log_3 2 < 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm âm.

Câu 114. (SỞ GD&ĐT BÌNH PHƯỚC NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4.3^x + 3 = 0$ là

A. $\{0;1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{0\}$ D. $\{1;3\}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } 9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3^0 \\ 3^x = 3^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Câu 115. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là:

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

$$\text{pt} \Leftrightarrow 4^{x-1} + 16 \cdot 2^{x-1} - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x-1} = -8 + 2\sqrt{17} \\ 2^{x-1} = -8 - 2\sqrt{17} \end{cases} \Leftrightarrow x = 1 + \log_2(-8 + 2\sqrt{7})$$

Câu 116. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tập nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ là

A. $S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$ B. $S = \{-1\}$ C. $S = \{1; -1\}$ D. $S = \{3; 1\}$.

Lời giải

Chọn C

$$3^{2+x} + 3^{2-x} = 30 \Leftrightarrow 3 \cdot 3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Câu 117. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Cho hàm số $f(x) = x \cdot 5^x$. Tổng các nghiệm của phương trình $25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0$ là

A. -2

B. 0

C. -1

D. 1

lời giải:

Chọn B

$$\text{Ta có } f(x) = x \cdot 5^x \Rightarrow f'(x) = 5^x + x \cdot 5^x \cdot \ln 5$$

$$\text{Nên } 25^x + f'(x) - x \cdot 5^x \cdot \ln 5 - 2 = 0 \Rightarrow 25^x + 5^x - 2 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 5^x (t > 0)$$

$$\text{Ta được phương trình } t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -2(l) \end{cases} \Rightarrow 5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

Câu 118. (THPT AN LÃO HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Cho phương trình $3^{2x+10} - 6 \cdot 3^{x+4} - 2 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$ ($t > 0$) thì phương trình (1) trở thành phương trình nào?

- A. $9t^2 - 6t - 2 = 0$. B. $t^2 - 2t - 2 = 0$. C. $t^2 - 18t - 2 = 0$. D. $9t^2 - 2t - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có (1) $\Leftrightarrow 3^{2(x+5)} - 2 \cdot 3^{x+5} - 2 = 0$, do đó phương trình (1) trở thành $t^2 - 2t - 2 = 0$.

Câu 119. (THPT LÊ QUY ĐÔN ĐIỆN BIÊN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Nghiệm của phương trình: $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

- A. $x = 2; x = 1$ B. $x = 9; x = 1$ C. $x = 3; x = 0$. D. $x = 2; x = 0$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy đáp án là D

Câu 120. (THPT CẨM GIANG 2 NĂM 2018-2019) Giải phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

- A. $x = 1; x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 0; x = 2$.

Lời giải

Cách 1:

$$\text{Ta có phương trình: } 4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 2^x \text{ (điều kiện: } t > 0 \text{)}. \text{ Phương trình trở thành: } t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 4 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Với } t = 2 \Rightarrow 2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Với } t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = 1; x = 2$.

Câu 121. (THPT GIA LỘC HẢI DƯƠNG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $A = 2x_1 + 3x_2$ bằng

- A. $4 \log_2 3$. B. 0. C. $3 \log_3 2$. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } 9^x - 3 \cdot 3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_3 2 \end{cases}$$

Do $x_1 < x_2$ nên $x_1 = 0$ và $x_2 = \log_3 2$.

Vậy $A = 2x_1 + 3x_2 = 3\log_3 2$.

Câu 122. (CHUYÊN KHTN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng

A. 9.

B. 18.

C. 3.

D. 27.

Lời giải

$$3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0 \Leftrightarrow (3^x)^2 - 18 \cdot 3^x + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 9 + 3\sqrt{6} \\ 3^x = 9 - 3\sqrt{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \log_3 (9 + 3\sqrt{6}) \\ x_2 = \log_3 (9 - 3\sqrt{6}) \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là:

$$x_1 + x_2 = \log_3 (9 + 3\sqrt{6}) + \log_3 (9 - 3\sqrt{6}) = \log_3 [(9 + 3\sqrt{6})(9 - 3\sqrt{6})] = \log_3 27 = 3.$$

Câu 123. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

A. 3

B. 0

C. 1

D. 2

Lời giải

$$\text{Ta có: } 9^x - 6^x = 2^{2x+1} \Leftrightarrow 9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^x = -1(L) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \log_{\frac{3}{2}} 2.$$

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm âm.

Câu 124. (CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Phương trình

$$(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} = 0 \text{ có tích các nghiệm là?}$$

A. 0.

B. 2.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = (\sqrt{2} - 1)^x \text{ (} t > 0 \text{)} \Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^x = \frac{1}{t}$$

Phương trình đã cho trở thành

$$t + \frac{1}{t} - 2\sqrt{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2\sqrt{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 + \sqrt{2} \\ t = -1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2} - 1)^x = 1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = -1$$

$$\text{Với } t = -1 + \sqrt{2} \Rightarrow (\sqrt{2} - 1)^x = -1 + \sqrt{2} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy tích 2 nghiệm của phương trình đã cho là -1

Câu 125. (CHUYÊN BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình

$$4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3. \text{ Tính } |x_1 - x_2|$$

A. 3

B. 0

C. 2

D. 1

Lời giải

Chọn D

Đặt $2^{x^2-x} = t (t > 0)$. Phương trình tương đương với

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$\text{Vì } t > 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = 1$$

Câu 126. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Giải phương trình: $4^{1+x} + 4^{1-x} = 2(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8$

Lời giải

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = 2(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8 \Leftrightarrow 4^{1+x} + 4^{1-x} = 4(2^{1+x} - 2^{1-x}) + 8$$

$$\text{Đặt } t = 2^{1+x} - 2^{1-x} \Rightarrow t^2 = 4^{1+x} + 4^{1-x} - 8$$

Phương trình trở thành:

$$t^2 = 4t \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{1+x} - 2^{1-x} = 0 \\ 2^{1+x} - 2^{1-x} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{1+x} = 2^{1-x} \\ 2^{2x} - 2 \cdot 2^x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x = 1-x \\ 2^x = 1 - \sqrt{2} \\ 2^x = 1 + \sqrt{2} \end{cases} (VN) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_2(1 + \sqrt{2}) \end{cases}$$

Dạng 2.2.2 Phương trình chứa tham số và dùng định lý vi-et để biện luận

Câu 127. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp tất cả giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

A. 6

B. 4

C. 13

D. 3

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 4^x, (t > 0)$. Phương trình trở thành:

$$t^2 - 4mt + 5m^2 - 45 = 0 \quad (1).$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $t > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 45 > 0 \\ 5m^2 - 45 > 0 \\ 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{5} < m < 3\sqrt{5} \\ m < -3 \vee m > 3 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < m < 3\sqrt{5}.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{4; 5; 6\}$. Vậy S có 3 phần tử.

Câu 128. (MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

A. $m = 3$

B. $m = 1$

C. $m = 6$

D. $m = -3$

Lời giải

Chọn A

Ta có $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + m = 0$.

$$\text{Phương trình có hai nghiệm thực } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } x_1 + x_2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ 3^{x_1} + 3^{x_2} = 6 > 0 \\ 3^{x_1+x_2} = 3 = m \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

Câu 129. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 7

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $25^x - m \cdot 5^{x+1} + 7m^2 - 7 = 0$ (1).

Đặt $t = 5^x$ ($t > 0$). Phương trình trở thành $t^2 - 5mt + 7m^2 - 7 = 0$ (2).

YCBT $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25m^2 - 4(7m^2 - 7) > 0 \\ 5m > 0 \\ 7m^2 - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < \frac{2\sqrt{21}}{3}.$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{2; 3\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m .

Câu 130. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Gọi S là tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử.

A. 2

B. 1

C. 3

D. 5

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } 4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow 4^x - 2m \cdot 2^x + 2m^2 - 5 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, t > 0. \text{ Phương trình (1) thành: } t^2 - 2m \cdot t + 2m^2 - 5 = 0 \quad (2)$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m^2 + 5 > 0 \\ 2m > 0 \\ 2m^2 - 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{5} < m < \sqrt{5} \\ m > 0 \\ m < -\sqrt{\frac{5}{2}} \text{ hoặc } m > \sqrt{\frac{5}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{2} < m < \sqrt{5}.$$

Do m nguyên nên $m = 2$. Vậy S chỉ có một phần tử

Câu 131. (MÃ ĐỀ 110 BGD&ĐT NĂM 2017) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt

- A. $m \in (0; +\infty)$ B. $m \in (-\infty; 1)$ C. $m \in (0; 1]$ D. $m \in (0; 1)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình } 4^x - 2^{x+1} + m = 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 2 \cdot 2^x + m = 0, \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = 2^x > 0. \text{ Phương trình (1) trở thành: } t^2 - 2t + m = 0, \quad (2).$$

Phương trình (1) có hai nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt và lớn hơn 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m > 0 \\ -\frac{-2}{1} > 0 \\ \frac{m}{1} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 1.$$

Câu 132. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- A. 5 B. 8 C. 4 D. 19

Lời giải

Chọn C

$$9^x - m \cdot 3^{x+1} + 3m^2 - 75 = 0 \quad (1) \Leftrightarrow (3^x)^2 - 3m \cdot 3^x + 3m^2 - 75 = 0$$

$$\text{Đặt } t = 3^x, (t > 0)$$

Phương trình trở thành: $t^2 - 3mt + 3m^2 - 75 = 0(2)$

(1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 300 - 3m^2 > 0 \\ 3m > 0 \\ 3m^2 - 75 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10 < m < 10 \\ m > 0 \\ \begin{cases} m < -5 \\ m > 5 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 10$$

Do m nguyên nên $m = \{6; 7; 8; 9\}$

Câu 133. (THPT CHUYÊN LAM SƠN THANH HÓA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Cho phương trình $m.16^x - 2(m-2).4^x + m - 3 = 0(1)$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt là khoảng $(a; b)$. Tổng $T = a + 2b$ bằng:

A. 14

B. 10

C. 11

D. 7

Lời giải

Chọn C

+) Đặt: $4^x = t (t > 0) \Rightarrow (1) \Leftrightarrow m.t^2 - 2(m-2)t + m - 3 = 0(2)$

+) Để (1) có 2 nghiệm phân biệt thì (2) phải có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Rightarrow \text{Điều kiện: } \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ \frac{m-2}{m} > 0 \\ (m-3)m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -m+4 > 0 \\ \begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m > 3 \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m < 4 \\ m < 0(l) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Vậy } 3 < m < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 11$$

Câu 134. (THCS - THPT NGUYỄN KHUYẾN NĂM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $4^x - 3.2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-5; 0)$.

B. $(-7; -5)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(5; 7)$.

Lời giải

Đặt $t = 2^x$. Ta có phương trình $t^2 - 6t + m = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1 \Leftrightarrow$ pt có hai nghiệm dương t_1, t_2 thỏa

$$\text{mãn } t_1.t_2 = 2^{x_1+x_2} = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ s > 0 \\ p = \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9-m \geq 0 \\ 6 > 0 \\ m = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 135. (THPT LÊ XOAY VĨNH PHÚC LẦN 1 NĂM 2018-2019) Với giá trị nào của tham số m để phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m + 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 4$

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = 2$.

C. $m = 8$.

D. $m = \frac{13}{2}$.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương $2^{2x} - 2m.2^x + 2m + 3 = 0$ (1).

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$), khi đó phương trình (1) trở thành: $t^2 - 2m.t + 2m + 3 = 0$ (2). Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm t_1, t_2 dương

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m - 3 \geq 0 \\ 2m > 0 \\ 2m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3. \text{ Theo định lý Viet ta có } \begin{cases} t_1 + t_2 = 2m \\ t_1.t_2 = 2m + 3 \end{cases}$$

$$\text{Với } t = 2^x \text{ ta có: } \begin{cases} t_1 = 2^{x_1} \\ t_2 = 2^{x_2} \end{cases} \Rightarrow t_1.t_2 = 2^{x_1+x_2} \Leftrightarrow 2m+3 = 2^{x_1+x_2} \Leftrightarrow 16 = 2m+3 \Leftrightarrow m = \frac{13}{2} \text{ (thỏa mãn).}$$

Câu 136. (THPT ĐOÀN THƯỜNG - HẢI DƯƠNG - 2018 2019) Phương trình $4^x - m.2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$ khi

A. $m = 4$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$.

Lời giải

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$. Phương trình viết thành $t^2 - 2mt + 2m = 0$ (1).

$$\text{Ta có } x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = 2^3 \Leftrightarrow 2^{x_1}.2^{x_2} = 8.$$

Ycbt tương đương phương trình (1) có hai nghiệm dương t_1, t_2 thỏa mãn $t_1.t_2 = 8$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 2m > 0 \\ t_1 + t_2 = 2m > 0 \\ t_1.t_2 = 2m = 8 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 137. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4.4^{x^2+2x} + (2m-2)6^{x^2+2x+1} - (6m+3)3^{2x^2+4x+2} = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $4 - 3\sqrt{2} < m < 4 + 3\sqrt{2}$

B. $m > 4 + 3\sqrt{2}$ hoặc $m < 4 - 3\sqrt{2}$

C. $m > -1$ hoặc $m < -\frac{1}{2}$ D. $-1 < m < -\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn D

$$4 \cdot 4^{x^2+2x} + (2m-2)6^{x^2+2x+1} - (6m+3)3^{2x^2+4x+2} = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow 4^{x^2+2x+1} + (2m-2)6^{x^2+2x+1} - (6m+3)9^{x^2+2x+1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{4}{9}\right)^{x^2+2x+1} + (2m-2)\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2x+1} - (6m+3) = 0 \quad (2)$$

• Đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2+2x+1} = \left(\frac{2}{3}\right)^{(x+1)^2} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1$. Suy ra $0 < t \leq 1$

Pt (2) trở thành: $t^2 + (2m-2)t - 6m-3 = 0 \quad (3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 & (\text{loại}) \\ t = -2m-1 \end{cases}$$

• Để phương trình (1) có 2 nghiệm x phân biệt

$$\Leftrightarrow \text{Phương trình } t^2 + (2m-2)t - 6m-3 = 0 \text{ có đúng một nghiệm } t \text{ thuộc khoảng } (0; 1)$$

$$\Leftrightarrow 0 < -2m-1 < 1$$

$$\Leftrightarrow -1 < m < -\frac{1}{2}.$$

Chú ý: Nếu $t = 1$ thì phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{(x+1)^2} = 1$ chỉ có nghiệm duy nhất là $x = -1$.

Câu 138. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 02 NĂM 2018-2019) Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m-1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tính tích $a.b$.

A. 4

B. -3

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn D

Đặt: $3^x = t, (t > 0)$. Khi đó phương trình trở thành $(m-3)t^2 + 2(m+1)t - m-1 = 0(*)$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(2m-2) > 0 \\ -\frac{m+1}{m-3} > 0 \\ \frac{-m-1}{m-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > 1 \\ -1 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3 \Rightarrow a.b = 3$$

Câu 139. (HỌC MÃI NĂM 2018-2019-LẦN 02) Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m - 2019 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 1008.

B. 1007.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

$$4^x - m \cdot 2^x + 2m - 2019 = 0 \quad (1)$$

Đặt $t = 2^x$ ($t > 0$). Phương trình (1) trở thành $t^2 - mt + 2m - 2019 = 0$ (2)

Phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 0 < x_2$ khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm

$$t_1, t_2 \text{ thỏa } 0 < t_1 < 1 < t_2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S = t_1 + t_2 > 0 \\ P = t_1 t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ m > 0 \\ 2m - 2019 > 0 \\ t_1 t_2 - (t_1 + t_2) + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(2m - 2019) < 0 \\ m > 0 \\ m > \frac{2019}{2} \\ 2m - 2019 - m + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 8076 > 0 (\forall m) \\ m > 0 \\ m > \frac{2019}{2} \\ m < 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2019}{2} < m < 2018. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } 1010 \leq m \leq 2017$$

Số giá trị nguyên m thỏa đề là 1008.

Câu 140. (TT HOÀNG HOA THÁM - 2018-2019) Cho phương trình

$(4 + \sqrt{15})^x + (2m + 1)(4 - \sqrt{15})^x - 6 = 0$. Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 0$. Ta có m thuộc khoảng nào?

A. $(3; 5)$.B. $(-1; 1)$.C. $(1; 3)$.D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Đặt $t = (4 + \sqrt{15})^x$, $t > 0$. Khi đó phương trình ban đầu trở thành:

$$t + \frac{(2m+1)}{t} - 6 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 2m + 1 = 0, t > 0 \quad (*)$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 0$ khi và chỉ khi phương trình (*) có

$$\text{hai nghiệm dương phân biệt } t_1, t_2 \text{ thỏa mãn } t_1 = (t_2)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(*)} > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m < 4$$

$$\text{Theo Viet, ta có: } \begin{cases} t_1 + t_2 = 6 \\ t_1 t_2 = 2m + 1 \\ t_1 = (t_2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 + t_2 = 6 \\ t_2 = \sqrt[3]{2m+1} \\ t_1 = (\sqrt[3]{2m+1})^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[3]{2m+1})^2 + \sqrt[3]{2m+1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt[3]{2m+1} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2} \in (3; 5).$$

Câu 141. (LIÊN TRƯỜNG THPT TP VINH NGHỆ AN NĂM 2018-2019) Phương trình

$(2 + \sqrt{3})^x + (1 - 2a)(2 - \sqrt{3})^x - 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3$. Khi đó a thuộc khoảng

- A. $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

$$\text{Đặt } t = (2 + \sqrt{3})^x, t > 0$$

$$\text{Phương trình trở thành } t + \frac{1-2a}{t} - 4 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 - 2a = 0 \quad (1)$$

GT: Phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 - x_2 = \log_{2+\sqrt{3}} 3 \Leftrightarrow (2 + \sqrt{3})^{x_1 - x_2} = 3$

$$\text{Khi đó } t_1 = 3t_2$$

YCBT $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm dương phân biệt thỏa mãn $t_1 = 3t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 > 0; t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 = 4 \\ t_1 \cdot t_2 = 1 - 2a \\ t_1 = 3t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 + 2a > 0 \\ t_1 = 3 \\ t_2 = 1 \\ t_1 t_2 = 1 - 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > -\frac{3}{2} \\ a = -1 \end{cases}$$

Câu 142. (THPT CHUYÊN VINH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 02) Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a; b)$. Tính tích $a.b$.

- A. 4 B. -3 C. 2 D. 3

Lời giải

$$\text{Đặt } 3^x = t, (t > 0), \text{ phương trình đã cho trở thành } (m-3)t^2 + 2(m+1)t - m - 1 = 0 \quad (*)$$

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(2m-2) > 0 \\ -\frac{m+1}{m-3} > 0 \\ \frac{-m-1}{m-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3$$

$$\text{Khi đó } (a; b) = (1; 3)$$

$$\text{Tích } a.b = 3$$

Câu 143. (CHUYÊN TRẦN PHÚ HẢI PHÒNG NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình

$$9^x - 2m \cdot 3^x + m + 2 = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt}$$

A. $-2 < m < 2$

B. $m > 2$

C. $m > -2$

D. $m < 2$

Lời giải

Đặt $t = 3^x \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow t \in (0; +\infty)$ và mỗi x cho ta một giá trị t tương ứng.

Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + m + 2 = 0 \quad (*)$

Để pt đã cho có 2 nghiệm phân biệt, tương đương phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$$

Câu 144. Xác định các giá trị của tham số m để phương trình $9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m < -2$.

B. $m > -3$.

C. $m > -1$.

D. $m > -2$.

Lời giải

Xét phương trình: $9^x - 2(m+2)6^x + (m^2 + 4m + 3)4^x = 0$

Chia cả hai vế của phương trình cho 4^x ta được $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 2(m+2)\left(\frac{3}{2}\right)^x + m^2 + 4m + 3 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x, (t > 0)$ khi đó phương trình trở thành: $t^2 - 2(m+2)t + m^2 + 4m + 3 = 0$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 \cdot t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2 - m^2 - 4m - 3 > 0 \\ 2(m+2) > 0 \\ m^2 + 4m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m > -2 \\ m \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

Câu 145. (KTNL GV THPT LÝ THÁI TỔ NĂM 2018-2019) Biết rằng $m = m_0$ là giá trị của tham số m sao cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Khi đó m_0 thuộc khoảng nào sau đây

A. $(3; 9)$.

B. $(9; +\infty)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn C

$$9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = 3^x, t > 0. \text{ Pt(1) trở thành: } t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 4m-1 \end{cases}$$

Để pt(1) có 2 nghiệm thì điều kiện cần và đủ là $4m-1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$.

Khi đó pt (1) có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \log_3(4m-1)$.

Từ giả thiết $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow 3(\log_3(4m-1) + 2) = 12 \Leftrightarrow \log_3(4m-1) = 2$

$$\Leftrightarrow m = \frac{1}{4} \cdot (3^2 + 1) = \frac{5}{2}. \text{ Vậy } m \in (1; 3).$$

Câu 146. (SỞ GD&ĐT PHÚ THỌ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $16^x - 2(m+1)4^x + 3m - 8 = 0$ có hai nghiệm trái dấu?

A. 6

B. 7

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 4^x, t > 0$

Phương trình đã cho trở thành $t^2 - 2(m+1)t + 3m - 8 = 0 (*)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ pt $(*)$ có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa $0 < t_1 < 1 < t_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ (t_1 - 1)(t_2 - 1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m + 9 > 0 \\ m + 1 > 0 \\ 3m - 8 > 0 \\ m - 9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 9$$

Vậy m có 6 giá trị nguyên.

Câu 147. (THPT CHUYÊN THÁI NGUYÊN LẦN 01 NĂM 2018-2019) Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R} \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1

B. 4

C. 9

D. 7

Lời giải

Đặt $t = 2^x (t > 0)$, khi đó phương trình có dạng

$$t^2 - mt + 2m + 1 = 0 (2)$$

Để phương trình ban đầu có nghiệm thì phương trình (2) có nghiệm dương

$$\text{TH 1: Pt(2) có 2 nghiệm trái dấu } \Leftrightarrow 2m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$$

$$\text{TH 2: pt(2) có 2 nghiệm dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 8m - 4 \geq 0 \\ m > 0 \\ 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4 + \sqrt{20}$$

Nên $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[4 + \sqrt{20}; +\infty\right) \Rightarrow \mathbb{R} \setminus S = \left[-\frac{1}{2}; 4 + \sqrt{20}\right)$. Vậy các số nguyên thỏa mãn là

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 hay đáp án C

Câu 148. (THPT NGHĨA HƯNG NĐ- GK2 - 2018 - 2019) Cho phương trình $9^x - 2(2m+1)3^x + 3(4m-1) = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12$. Giá trị của m thuộc khoảng

- A. $(9; +\infty)$. B. $(3; 9)$. C. $(-2; 0)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Đặt $t = 3^x, t > 0$. Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 2(2m+1)t + 3(4m-1) = 0$ (1)

Phương trình đã cho có hai nghiệm thực x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 8m + 4 > 0 \\ 2(2m+1) > 0 \\ 3(4m-1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{1}{2} \\ m > \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > \frac{1}{4} \end{cases}$$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm là $t = 4m - 1$ và $t = 3$.

Với $t = 4m - 1$ thì $3^{x_1} = 4m - 1 \Leftrightarrow x_1 = \log_3(4m - 1)$.

Với $t = 3$ thì $3^{x_2} = 3 \Leftrightarrow x_2 = 1$.

Ta có $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 12 \Leftrightarrow x_1 = 2 \Leftrightarrow \log_3(4m - 1) = 2 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$ (thỏa điều kiện).

Vậy giá trị m cần tìm là $m = \frac{5}{2}$ nên m thuộc khoảng $(1; 3)$.

Dạng 2.2.3 Phương trình chứa tham số và dùng phương pháp cô lập m để biện luận

Câu 149. (ĐỀ THAM KHẢO BGD & ĐT 2018) Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2) \cdot 9^x = 0$ có nghiệm dương?

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Lời giải

Chọn A

Phương trình $16^x - 2 \cdot 12^x + (m-2) \cdot 9^x = 0$ có nghiệm $\forall x \in (0; +\infty)$

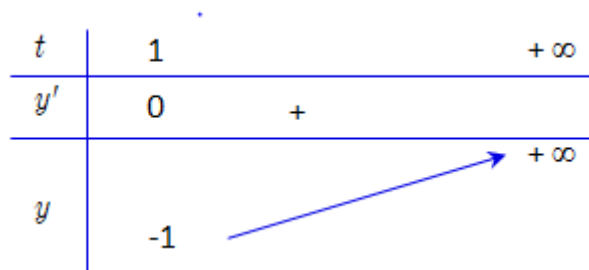
Phương trình tương đương $\left(\frac{4}{3}\right)^{2x} - 2 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^x + (m-2) = 0$ có nghiệm $\forall x \in (0; +\infty)$

Đặt $t = \left(\frac{4}{3}\right)^x, t \in (1; +\infty)$

$$\Rightarrow t^2 - 2t + (m-2) = 0, \forall t \in (1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow t^2 - 2t = 2 - m, \forall t \in (1; +\infty)$$

Xét $y = t^2 - 2t$



Phương trình có nghiệm $\forall t \in (1; +\infty)$ khi $2 - m > -1 \Leftrightarrow m < 3$

Câu 150. (THPT BA ĐÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 02) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$9^{\sqrt{4x-x^2}} - 4 \cdot 3^{\sqrt{4x-x^2}} + 2m - 1 = 0$$
 có nghiệm?

A. 27.

B. 25.

C. 23.

D. 24.

Lời giải

ĐKXĐ: $x \in [0; 4]$.

Đặt $t = \sqrt{4x - x^2}$ với $x \in [0; 4]$ thì $t \in [0; 2]$

Đặt $u = 3^t$ với $t \in [0; 2]$ thì $u \in [1; 9]$

Khi đó, tìm m để phương trình $u^2 - 4u + 2m - 1 = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1; 9]$.

$$\Leftrightarrow 2m = -u^2 + 4u + 1, \text{ với } u \in [1; 9]$$

Xét hàm số $f(u) = -u^2 + 4u + 1$.

$$f'(u) = -2u + 4 = 0 \Leftrightarrow u = 2.$$

Ta có, $f(1) = 4$, $f(2) = 5$, $f(9) = -44$.

Do đó, phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-44 \leq 2m \leq 5 \Leftrightarrow -22 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Vậy có 25 số nguyên của tham số m .

Câu 151. (THPT-THANG-LONG-HA-NOI-NAM-2018-2019 LẦN 01) Gọi $(a; b)$ là tập các giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$ là

A. 2.

B. 4.

C. -6.

D. -14.

Lời giải

Đặt $t = e^x$; $x \in (0; \ln 5)$ tương ứng $t \in (1; 5)$.

Phương trình thành $2t^2 - 8t = m$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^2 - 8t$ với $t \in (1; 5)$ có $f'(t) = 4t - 8$

t	1	2	5
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-6	-8	10

Khi đó, phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0; \ln 5)$ khi phương trình $f(t) = m$ có hai nghiệm $t \in (1; 5) \Leftrightarrow -8 < m < -6$.

Câu 152. (SỞ GD&ĐT BẮC GIANG NĂM 2018-2019 LẦN 01) Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(\sqrt{2} + 1)^x - m(\sqrt{2} - 1)^x = 8$ có hai nghiệm dương phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 8.

B. 7.

C. 10.

D. 9.

Lời giải

Đặt $(\sqrt{2} + 1)^x = t, t > 0$. Vì $(\sqrt{2} + 1)^x \cdot (\sqrt{2} - 1)^x = 1$ nên $(\sqrt{2} - 1)^x = \frac{1}{t}$.

Phương trình đã cho trở thành

$$t - \frac{m}{t} = 8 \Leftrightarrow t^2 - 8t = m \quad (*)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Xét $f(t) = t^2 - 8t$, trên $(1; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 2t - 8$.

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$$

Bảng biến thiên của hàm $f(t)$

t	1	4	$+\infty$
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	-7	-16	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 khi và chỉ khi $-16 < m < -7$.

Vậy số phần tử của S là 8.

Câu 153. (CHUYÊN THÁI BÌNH NĂM 2018-2019 LẦN 03) Tìm số giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương

$$\text{trình } (\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1} \text{ có đúng hai nghiệm phân biệt?}$$

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 16.

Lời giải

$$(\sqrt{10} + 1)^{x^2} + m(\sqrt{10} - 1)^{x^2} = 2 \cdot 3^{x^2+1} \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2} + m\left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{x^2} = 6 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \left(\frac{\sqrt{10} + 1}{3}\right)^{x^2}, t > 0 \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{10} - 1}{3}\right)^{x^2} = \frac{1}{t}$$

$$(1) \Leftrightarrow t + m \cdot \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + m = 0 \quad (2)$$

Để (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi (2) có một nghiệm lớn hơn 1.

(2) $\Leftrightarrow m = -t^2 + 6t$. Xét hàm số $f(t) = -t^2 + 6t$ trên khoảng $(1; +\infty)$, ta có:

$$f'(t) = -2t + 6; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 3.$$

Bảng biến thiên:

t	1	3	$+\infty$
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$	5	9	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $m < 5$ hoặc $m = 9$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Do $m \in (-10; 10)$ nên $m = \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 9\}$.

Suy ra có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 154. (ĐỀ GK2 VIỆT ĐỨC HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm khi

m nhận giá trị:

- A. $m < -\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2} < m < 4 - 2\sqrt{5}$. C. $m \geq 4 + 2\sqrt{5}$. D. $m < -\frac{1}{2} \vee m \geq 4 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có phương trình: $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$

Đặt $t = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, ($t > 0$) phương trình trở thành: $t^2 - m \cdot t + 2m + 1 = 0$

Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình có nghiệm dương.

$t = 2$ không là nghiệm của phương trình nên $\Leftrightarrow m = \frac{t^2 + 1}{t - 2} = f(t)$

$$f'(t) = \frac{t^2 - 4t - 1}{(t-2)^2}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 - 4t - 1}{(t-2)^2} = 0 \Rightarrow t^2 - 4t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 - \sqrt{5} \text{ (L)} \\ t = 2 + \sqrt{5} \text{ (N)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên.

t	0	2	$2+\sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(t)$	-		- 0	+
$f(t)$	$-\frac{1}{2}$ 	$+\infty$	$4+2\sqrt{5}$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy, phương trình có nghiệm khi $m < -\frac{1}{2} \vee m \geq 4 + 2\sqrt{5}$

Câu 155. (THPT GANG THẾP THÁI NGUYÊN NĂM 2018-2019) Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5=0$ có hai nghiệm trái dấu là

- A. 4. B. 8. C. 1. D. 2.

Lời giải

Cách 1.

Đặt $t = 4^x$, $t > 0$, phương trình đã cho trở thành:

$$(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5=0 \Leftrightarrow m = -\frac{t^2 + 6t + 5}{t^2 - 4t + 6} \quad (*)$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu khi phương trình (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Đặt } f(t) = -\frac{t^2 + 6t + 5}{t^2 - 4t + 6} \Rightarrow f'(t) = \frac{10t^2 - 2t - 56}{(t^2 - 4t + 6)^2}. \text{ Suy ra } f'(t) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{561}}{10}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1 - \sqrt{561}}{10}$	0	1	$\frac{1 + \sqrt{561}}{10}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0		-	0	+
$f(x)$			$-\frac{5}{6}$			

$\swarrow$ -4 $\searrow$
 $\approx -11,67$ $\nearrow$ -1

Từ bảng biến thiên, ta có phương trình (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < 1 < t_2$ khi $-4 < m < -1$.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán là $m = -3$ và $m = -2$.

Cách 2:

Đặt $t = 4^x, t > 0$, phương trình đã cho trở thành: $(m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5 = 0$ (*).

Đặt $f(x) = (m+1)t^2 - 2(2m-3)t + 6m+5$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 trái dấu khi phương trình (*) có hai nghiệm t_1, t_2 thỏa mãn: $0 < t_1 < 1 < t_2$.

$$\text{Điều đó xảy ra khi: } \begin{cases} (m+1)f(1) < 0 \\ (m+1)f(0) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)(3m+12) < 0 \\ (m+1)(6m+5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < -1 \\ m < -1 \\ m > -\frac{5}{6} \end{cases} \Leftrightarrow -4 < m < -1.$$

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán là $m = -3$ và $m = -2$.

Dạng 2.3 Giải và biện luận phương trình mũ bằng phương pháp logarit hóa

Câu 156. (THPT CHUYÊN BẮC GIANG NAM 2018-2019 LẦN 01) Phương trình $2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6}$ có một nghiệm dạng $x = b + \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1; 7)$. Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 7

B. 24

C. 9

D. 16

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2^{x-3} = 5^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow \log_2 2^{x-3} = \log_2 5^{x^2-5x+6} \Leftrightarrow x-3 = (x^2-5x+6)\log_2 5$$

$$\Leftrightarrow x-3=(x-3)(x-2)\log_2 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=0 \\ (x-2)\log_2 5=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=2+\log_5 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=2 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow a+2b=5+2.2=9$$

- Câu 157.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1$. Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng
- A. $2 - \log_5 2$. B. $-2 + \log_5 2$. C. $2 + \log_5 2$. D. $2 - \log_2 5$.

Lời giải

$$2^x \cdot 5^{x^2-2x} = 1 \Leftrightarrow \log_5 (2^x \cdot 5^{x^2-2x}) = 0 \Leftrightarrow x \log_5 2 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(\log_5 2 + x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 - \log_5 2 \end{cases}$$

Dạng 2.4 Giải và biện luận phương trình mũ bằng một số phương pháp khác

- Câu 158.** (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Gọi S là tổng các nghiệm của phương trình $3 \cdot 4^x + (3x-10)2^x + 3 - x = 0$. Tính S .

A. $S = \log_2 \frac{3}{2}$ B. $S = \log_2 3$ C. $S = 2 \log_2 3$ D. $S = \log_2 \frac{2}{3}$

Lời giải

Đặt $t = 2^x, t > 0$. Phương trình trở thành $3t^2 + (3x-10)t + 3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{3} \\ t = -x + 3 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \log_2 \frac{1}{3} \\ 2^x = -x + 3 \end{cases}$$

Xét $2^x = -x + 3 \Leftrightarrow f(x) = 2^x + x - 3 = 0$ (*).

Nhận thấy (*) có một nghiệm là $x = 1$ và $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1 > 0 \forall x$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó $x = 1$ là nghiệm duy nhất của (*).

Suy ra tổng các nghiệm là $1 + \log_2 \frac{1}{3} = \log_2 \frac{2}{3}$.

- Câu 159.** Phương trình $4^x + 1 = 2^x m \cos(\pi x)$ có nghiệm duy nhất. Số giá trị của tham số m thỏa mãn là
- A. Vô số B. 1 C. 2 D. 0

Lời giải

Chọn B

Ta có $4^x + 1 = 2^x m \cos(\pi x) \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = m \cos(\pi x)$

Ta thấy nếu $x = x_0$ là một nghiệm của phương trình thì $x = -x_0$ cũng là nghiệm của phương trình nên để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x_0 = 0$.

Với $x_0 = 0$ là nghiệm của phương trình thì $m = 2$.

Thử lại: Với $m = 2$ ta được phương trình $2^x + 2^{-x} = 2 \cos(\pi x)$ (*)

$$VT \geq 2; VP \leq 2 \text{ nên (*) } \begin{cases} 2^x + 2^{-x} = 2 \\ 2 \cos(\pi x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \text{ thỏa mãn. Vậy } m = 2.$$

Câu 160. (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI NĂM 2018-2019) Cho phương trình $2^x = \sqrt{m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x)} - 4$, với m là tham số.

Gọi m_0 là giá trị của m sao cho phương trình trên có đúng một nghiệm thực. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $m_0 \in [-5; -1)$. B. $m_0 < -5$. C. $m_0 \in [-1; 0)$. D. $m_0 > 0$.

Lời giải

$$\text{Phương trình } 4^x = m \cdot 2^x \cdot \cos(\pi x) - 4 \Leftrightarrow 2^x + 2^{2-x} = m \cdot \cos(\pi x)$$

Điều kiện cần: nếu x_0 là một nghiệm của phương trình thì $2 - x_0$ cũng là nghiệm. Vì phương trình có nghiệm duy nhất nên $x_0 = 1$

Thay vào phương trình ta có: $m = -4$.

Điều kiện đủ:

$$\text{Với } m = -4 \text{ ta có } 4^x + 4 \cdot 2^x \cos(\pi x) + 4 = 0 \Leftrightarrow [2^x + 2 \cos(\pi x)]^2 + 4 \sin^2(\pi x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -2 \cos(\pi x) \\ \sin(\pi x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -2 \cos(\pi x) \\ \cos(\pi x) = 1 \\ \cos(\pi x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ \cos(\pi x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Vậy $m = -4$ thỏa mãn

Câu 161. (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN QUẢNG TRỊ NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tính số nghiệm của phương trình $\cot x = 2^x$

trong khoảng $\left(\frac{11\pi}{12}; 2019\pi\right)$

- A. 2020. B. 2019. C. 2018. D. 1.

Lời giải

Điều kiện: $x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Ta có $\cot x = 2^x \Leftrightarrow \cot x - 2^x = 0$. (1)

Xét hàm số $f(x) = \cot x - 2^x$ trên $\left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right), (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$.

$$\text{Có } f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x} - 2^x \cdot \ln 2 < 0 \quad \forall x \in \left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right), (\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi).$$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

$$\text{Trên } \left(\frac{11\pi}{12}; \pi\right) \text{ ta có } f(x) < f\left(\frac{11\pi}{12}\right) \Rightarrow f(x) < \cot\left(\frac{11\pi}{12}\right) - 2^{\frac{11\pi}{12}} < 0 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Ta có hàm số $f(x)$ nghịch biến trên từng khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$ và trên mỗi khoảng đó hàm số có tập giá trị là $\mathbb{R}$

Suy ra trên mỗi khoảng $(\pi; 2\pi), \dots, (2018\pi; 2019\pi)$, phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất. Vậy phương trình (1) có 2018 nghiệm.

Dạng 2.5 Phương pháp hàm số

Câu 162. (HSG BẮC NINH NĂM 2018-2019) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $8^x + 3x \cdot 4^x + (3x^2 + 1) \cdot 2^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $(0; 10)$.

A. 101

B. 100

C. 102

D. 103

Lời giải

$$8^x + 3x \cdot 4^x + (3x^2 + 1) \cdot 2^x = (m^3 - 1)x^3 + (m - 1)x \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (2^x + x)^3 + (2^x + x) = (mx)^3 + mx$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^3 + t$$

$$\text{Ta có } t = 2^x + x \text{ mà } 0 < x < 10 \Rightarrow \begin{cases} 1 < 2^x < 1024 \\ 0 < x < 10 \end{cases} \Rightarrow 1 < 2^x + x < 1034 \Rightarrow 1 < t < 1034$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^3 + t, t \in (1; 1034).$$

$$f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in (1; 1034) \text{ hay } f(t) = t^3 + t \text{ đồng biến trên } (1; 1034)$$

$$\text{Suy ra } (2) \Leftrightarrow 2^x + x = mx \Leftrightarrow \frac{2^x + x}{x} = m$$

$$\text{xét hàm số } g(x) = \frac{2^x}{x} + 1, x \in (0; 10).$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{x \cdot 2^x \ln 2 - 2^x}{x^2} = \frac{2^x (x \ln 2 - 1)}{x^2}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\ln 2} = \log_2 e$$

BBT

x	0	$\log_2 e$	10
$g'(x)$		- 0 +	
$g(x)$	$+\infty$	$e \cdot \ln 2 + 1$	104,4

$$ycbt \Leftrightarrow e \cdot \ln 2 + 1 < m < 104,4$$

mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \overline{3,104}$.

Có tất cả 102 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 163. (THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC NĂM 2018-2019 LẦN 3) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $e^{3m} + e^m = 2(x + \sqrt{1-x^2})(1 + x\sqrt{1-x^2})$ có nghiệm.

- A. $\left(0; \frac{1}{2} \ln 2\right)$ B. $\left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right]$ C. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$ D. $\left[\frac{1}{2} \ln 2; +\infty\right)$

Lời giải

$$\text{Đặt } t = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 1}{2}.$$

$$\text{Ta có } t' = \frac{\sqrt{1-x^2} - x}{\sqrt{1-x^2}}, t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

x	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
t'		+	-
t	1	$\sqrt{2}$	1

$$\text{Vậy } t \in [-1; \sqrt{2}].$$

Phương trình trở thành $e^{3m} + e^m = 2t \left(1 + \frac{t^2 - 1}{2}\right) \Leftrightarrow e^{3m} + e^m = t^3 + t \Leftrightarrow e^m = t$. (sử dụng hàm đặc trưng).

$$\text{Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi } -1 \leq e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \ln \sqrt{2} \Leftrightarrow m \in (-\infty; \frac{1}{2} \ln 2].$$

Dạng 3. Phương trình kết hợp của mũ và logarit

Dạng 3.1 Giải và biện luận bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Câu 164. (TT THANH TƯỜNG NGHỆ AN NĂM 2018-2019 LẦN 02) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(25^x - 3 \cdot 5^x + 15) = x + 1$ bằng

- A. $\frac{1 - \log_3 5}{\log_3 5}$ B. $\frac{1 + \log_3 5}{\log_3 5}$ C. 8. D. $\frac{1 + \log_5 3}{\log_5 3}$.

Lời giải

$$\log_5(25^x - 3 \cdot 5^x + 15) = x + 1 \Leftrightarrow 25^x - 3 \cdot 5^x + 15 = 5^{x+1}$$

$$\Leftrightarrow 25^x - 8 \cdot 5^x + 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 3 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5 3 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $1 + \log_5 3 = \frac{1 + \log_3 5}{\log_3 5}$.

Câu 165. (ĐỀ THI THỬ VTED 03 NĂM HỌC 2018 - 2019) Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $\log_6(3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x) = x + 1$ bằng

A. 4

B. 1

C. 0

D. 3

Lời giải

Chọn B

Phương trình đã cho tương đương $3 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^x = 6^{x+1} \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 6 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 = 0$

Đặt $\left(\frac{2}{3}\right)^x = t, (t > 0)$. Khi đó ta có phương trình $3t^2 - 6t + 2 = 0$

Hiển nhiên phương trình có 2 nghiệm phân biệt t_1, t_2 dương và thỏa mãn

$$t_1 t_2 = \frac{2}{3} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x_1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{x_2} = \frac{2}{3} \Rightarrow x_1 + x_2 = 1.$$

Câu 166. (SỞ GD&ĐT THANH HÓA NĂM 2018 - 2019) Biết rằng phương trình $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2$ có hai

nghiệm x_1 và x_2 . Hãy tính tổng $S = 27^{x_1} + 27^{x_2}$.

A. $S = 252$.B. $S = 180$.C. $S = 9$.D. $S = 45$.

Lời giải

Đkxđ: $x > -1$.

Ta có $\log_3(3^{x+1} - 1) = 2x + \log_{\frac{1}{3}} 2 \Leftrightarrow \log_3(3^{x+1} - 1) = \log_3 3^{2x} - \log_3 2$

$$\Leftrightarrow \log_3(3^{x+1} - 1) = \log_3 \frac{3^{2x}}{2} \Leftrightarrow 3^{x+1} - 1 = \frac{3^{2x}}{2} \Leftrightarrow 3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 2 = 0.$$

Đặt $t = 3^x, t > 0$, phương trình trên trở thành

$$t^2 - 6t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 + \sqrt{7} \\ t = 3 - \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 3 + \sqrt{7} \\ 3^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \log_3(3 + \sqrt{7}) \\ x_2 = \log_3(3 - \sqrt{7}) \end{cases}.$$

$$\Rightarrow S = 27^{x_1} + 27^{x_2} = 3^{3x_1} + 3^{3x_2} = 3^{3\log_3(3 + \sqrt{7})} + 3^{3\log_3(3 - \sqrt{7})} = (3 + \sqrt{7})^3 + (3 - \sqrt{7})^3 = 180.$$

Câu 167. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(9 - 5^x) = 1 - x$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 9.

D. 5.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_5(9 - 5^x) = 1 - x \Leftrightarrow 9 - 5^x = 5^{1-x} \Leftrightarrow 5^{2x} - 9 \cdot 5^x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = \frac{9 + \sqrt{61}}{2} \\ 5^x = \frac{9 - \sqrt{61}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_5 \frac{9 + \sqrt{61}}{2} \\ x = \log_5 \frac{9 - \sqrt{61}}{2} \end{cases}$$

$$\text{Tổng tất cả các nghiệm: } \log_5 \frac{9 + \sqrt{61}}{2} + \log_5 \frac{9 - \sqrt{61}}{2} = \log_5 \frac{81 - 61}{4} = 1.$$

Câu 168. (THPT CHUYÊN SƠN LA NĂM 2018-2019 LẦN 01) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(6 - 2^x) = 1 - x$ bằng

A. 1.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

$$\text{Điều kiện xác định: } 6 - 2^x > 0 \Leftrightarrow 2^x < 6 \Leftrightarrow x < \log_2 6$$

Với điều kiện trên, phương trình đã cho trở thành:

$$6 - 2^x = 2^{1-x} \Leftrightarrow 6 - 2^x = \frac{2}{2^x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 6 \cdot 2^x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 3 + \sqrt{7} \\ 2^x = 3 - \sqrt{7} \end{cases}$$

$$\text{Ta suy ra: } \begin{cases} x = \log_2(3 + \sqrt{7}) \\ x = \log_2(3 - \sqrt{7}) \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện)}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là:

$$\log_2(3 + \sqrt{7}) + \log_2(3 - \sqrt{7}) = \log_2(3 + \sqrt{7})(3 - \sqrt{7}) = 1.$$

Câu 169. (ĐỀ 01 ĐỀ PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log(8.5^x + 20^x) = x + \log 25$ bằng

A. 16.

B. 3.

C. 25.

D. 8.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log(8.5^x + 20^x) = \log 25.10^x \Leftrightarrow 8.5^x + 20^x = 25.10^x \quad (1)$$

$$\text{Chia 2 vế phương trình (1) cho } 5^x \text{ ta được phương trình: } 8 + 4^x = 25.2^x \quad (2)$$

$$\text{Đặt } t = 2^x, \quad (t > 0)$$

Phương trình (2) trở thành $t^2 - 25t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{25 - \sqrt{593}}{2} \\ t = \frac{25 + \sqrt{593}}{2} \end{cases}$ hai nghiệm đều thỏa mãn.

Với $t = 2^x \Rightarrow x = \log_2 t$

Ta có $x_1 + x_2 = \log_2 t_1 + \log_2 t_1 = \log_2 t_1 t_2 = \log_2 8 = 3$.

Câu 170. (KSCL THPT NGUYỄN KHUYẾN LẦN 05 NĂM 2018-2019) Với các số thực x, y dương

thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$.

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = \log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right) \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x+y = 6 \cdot 4^t \end{cases}$.

Suy ra $9^t + 6^t = 6 \cdot 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^t = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = 2$.

Câu 171. (KTNL GIA BÌNH NĂM 2018-2019) Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện

$\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a + b$.

A. 11

B. 4

C. 6

D. 8

Lời giải

Chọn C

Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y) = t \Rightarrow x = 9^t; y = 6^t; x+y = 4^t$

Khi đó $9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2} \right)^{2t} + \left(\frac{3}{2} \right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ \left(\frac{3}{2} \right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} (L) \end{cases}$

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow a = 1; b = 5 \Rightarrow a + b = 6$.

Dạng 3.2 Giải và biện luận bằng phương pháp cô lập m

Câu 172. (Mã 103 - BGD - 2019) Cho phương trình $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. Vô số.

B. 124.

C. 123.

D. 125.

Lời giải

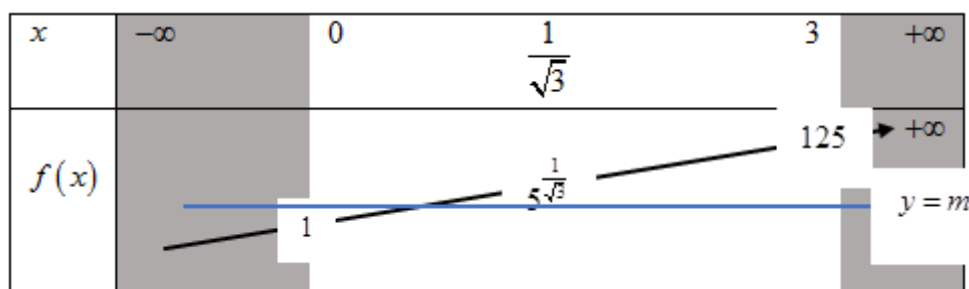
Chọn C

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 5^x - m \geq 0 \ (m > 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_5 m \end{cases}$$

$$(2\log_3^2 x - \log_3 x - 1)\sqrt{5^x - m} = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 \\ 5^x - m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, x = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ f(x) = 5^x = m \end{cases}$$

Xét $f(x) = 5^x$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.



Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} m = 1 \\ 5^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \leq m < 125 \end{cases}, m \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow \begin{cases} 0 < m \leq 1 \\ 3 \leq m \leq 124 \end{cases}$$

Nên có 123 giá trị m thỏa mãn.

Câu 173. (Mã 102 - BGD - 2019) Cho phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. vô số.

B. 81.

C. 79.

D. 80.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m \leq 3^x \end{cases} (*)$$

$$\text{Ta có } (2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2 = 0 & (2) \\ \sqrt{3^x - m} = 0 & (3) \end{cases}$$

$$\text{Trong đó } (2) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (4)$$

Với $m > 0$ thì $3^x = m \Leftrightarrow \log_3 m = x$.

Do đó, phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi xảy ra các trường hợp sau:

TH1: (3) có nghiệm $x = \log_3 m \leq 0 \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$. Kết hợp điều kiện (*) và (4) ta được $m = 1$ thì (1) có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $x = 4$.

TH2: $m > 1$, khi đó (*) $\Leftrightarrow x \geq \log_3 m > 0$.

Và do $4 > \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_3 m < 4 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq m < 3^4$.

Mà m nguyên dương nên ta có $m \in \{3, 4, \dots, 80\}$, có 78 giá trị của m .

Vậy có 79 giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt

- Câu 174. (Mã đề 104 - BGD - 2019)** Cho phương trình $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{4^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt?
- A. 64. B. Vô số. C. 62. D. 63.

Lời giải

Chọn C

Ta có điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \geq \log_4 m \end{cases}$ (*) (với m nguyên dương).

Phương trình $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{4^x - m} = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1 = 0 & (2) \\ 4^x = m & (3) \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình (2)} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}.$$

Phương trình (3) $\Leftrightarrow x = \log_4 m$.

Do m nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

TH 1: $m = 1$ thì $\log_4 m = 0$. Do đó (*) là $x > 0$.

Khi đó nghiệm của phương trình (3) bị loại và nhận nghiệm của phương trình (2).

Do đó nhận giá trị $m = 1$.

TH 2: $m \geq 2$ thì (*) là $x \geq \log_4 m$ (vì $\log_4 m \geq \frac{1}{2}$)

Để phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \leq \log_4 m < 3$$

$$\Leftrightarrow 4^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \leq m < 4^3$$

Suy ra $m \in \{3; 4; 5; \dots; 63\}$.

Vậy từ cả 2 trường hợp ta có: $63 - 3 + 1 + 1 = 62$ giá trị nguyên dương m .

- Câu 175.** (Mã đề 101 - BGD - 2019) Cho phương trình $(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5)\sqrt{7^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?
- A. 49. B. 47. C. Vô số. D. 48.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 0 \\ 7^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 7^x \geq m \end{cases}.$$

* Trường hợp $m \leq 0$ thì $(4\log_2^2 x + \log_2 x - 5)\sqrt{7^x - m} = 0 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 1)(4\log_2 x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -\frac{5}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{5}{4}} \end{cases}.$$

Trường hợp này không thỏa điều kiện m nguyên dương.

* Trường hợp $m > 0$, ta có $\begin{cases} x > 0 \\ 7^x \geq m \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \log_7 m$ nếu $m > 1$ và $x > 0$ nếu $0 < m \leq 1$.

$$\text{Khi đó } (4\log_2^2 x + \log_2 x - 5)\sqrt{7^x - m} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4\log_2^2 x + \log_2 x - 5 = 0 \\ \sqrt{7^x - m} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2^{-\frac{5}{4}} \\ x = \log_7 m \end{cases}.$$

+ Xét $0 < m \leq 1$ thì nghiệm $x = \log_7 m \leq 0$ nên trường hợp này phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm

$x = 2; x = 2^{-\frac{5}{4}}$ thỏa mãn điều kiện.

+ Xét $m > 1$, khi đó điều kiện của phương trình là $x \geq \log_7 m$.

Vì $2 > 2^{-\frac{5}{4}}$ nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $2 > \log_7 m \geq 2^{-\frac{5}{4}}$

$$\Leftrightarrow 7^{2^{-\frac{5}{4}}} \leq m < 7^2.$$

Trường hợp này $m \in \{3; 4; 5; \dots; 48\}$, có 46 giá trị nguyên dương của m .

Tóm lại có 47 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn.

Chọn phương án

B.

Dạng 3.3 Giải và biện luận bằng phương pháp hàm số

Câu 176. (Mã đề 102 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho phương trình $3^x + m = \log_3(x - m)$ với m là tham số.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 15

B. 16

C. 9

D. 14

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^x + m = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x + x = \log_3(x - m) + x - m \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = 3^t + t$, với $t \in \mathbb{R}$. Có $f'(t) = 3^t \ln 3 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập xác định. Mặt khác phương trình $(*)$ có dạng: $f(x) = f(\log_3(x - m))$. Do đó ta có $f(x) = f(\log_3(x - m)) \Leftrightarrow x = \log_3(x - m) \Leftrightarrow 3^x = x - m \Leftrightarrow 3^x - x = -m$

Xét hàm số $g(x) = 3^x - x$, với $x \in \mathbb{R}$. Có $g'(x) = 3^x \ln 3 - 1, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy các giá trị của tham số để phương trình có nghiệm là:

$m \in \left[-\infty; -g\left(\log_3\left(\frac{1}{\ln 3}\right)\right)\right]$. Vậy số giá trị nguyên của $m \in (-15; 15)$ để phương trình đã cho có nghiệm là: 14.

Câu 177. (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 19

B. 9

C. 21

D. 20

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > m$

$$\text{Đặt: } t = \log_5(x - m) \Rightarrow \begin{cases} x - m = 5^t \\ 5^x + m = t \end{cases} \Rightarrow 5^x + x = 5^t + t \quad (1).$$

Xét hàm số $f(u) = 5^u + u \Rightarrow f'(u) = 5^u \ln 5 + 1 > 0, \forall u \in \mathbb{R}$.

Do đó: $(1) \Leftrightarrow x = t \Leftrightarrow x = 5^x + m \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $f(x) = x - 5^x, x > m$

Do: $5^x > 0 \Rightarrow m < x$, suy ra phương trình có nghiệm luôn thỏa điều kiện.

$$f'(x) = 1 - 5^x \ln 5, f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 5^x \ln 5 = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right).$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\approx -0,295$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	$\nearrow \approx -0,917$	$\searrow -\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow m \leq \approx -0,917 \xrightarrow{m \in (-20; 20)} m = \{-19; -18; \dots; -1\}$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của m thỏa ycbt.

Câu 178. (MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho phương trình $7^x + m = \log_7(x - m)$ với m là tham số.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 25)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9

B. 25

C. 24

D. 26

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x > m$

$$\text{Đặt } t = \log_7(x - m) \text{ ta có } \begin{cases} 7^x + m = t \\ 7^t + m = x \end{cases} \Rightarrow 7^x + x = 7^t + t \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 7^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1) \Leftrightarrow t = x$. Khi đó:

$$7^x + m = x \Leftrightarrow m = x - 7^x.$$

Xét hàm số $g(x) = x - 7^x \Rightarrow g'(x) = 1 - 7^x \ln 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_7(\ln 7)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_7(\ln 7)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$g(-\log_7(\ln 7))$	$-\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leq g(-\log_7(\ln 7)) \approx -0,856$ (các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x - m = 7^x > 0$)

Do m nguyên thuộc khoảng $(-25; 25)$, nên $m \in \{-24; -16; \dots; -1\}$.

Câu 179. Cho phương trình $5^x + m + \log_{\frac{1}{5}}(x - m) = 0$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số

$m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm thực?

A. 20.

B. 21.

C. 18.

D. 19.

Lời giải

Ta có: $5^x + m + \log_{\frac{1}{5}}(x - m) = 0 \Leftrightarrow 5^x = \log_5(x - m) - m = 0 \quad (1)$.

ĐKXĐ: $x > m$.

Đặt $t = \log_5(x - m)$, ta có $x - m = 5^t$.

Khi đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - m = 5^t \\ t - m = 5^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - m = 5^t \quad (*) \\ 5^x + x = 5^t + t \quad (2) \end{cases}$.

Xét hàm số $f(u) = 5^u + u$, $u \in \mathbb{R}$.

+ $f'(u) = 5^u \ln 5 + 1 > 0, \forall u$ suy ra hàm số $f(u) = 5^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(2) \Leftrightarrow f(x) = f(t) \Leftrightarrow x = t$.

Thay vào phương trình $(*)$ ta có $m = x - 5^x \quad (3)$.

Ta có $x - m = 5^x > 0$, do đó phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình (3) có nghiệm $x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x$, $x \in \mathbb{R}$, có $g'(x) = 1 - 5^x \ln 5$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$.

+ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 5^x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 5^x) = -\infty$.

x	$-\infty$	$\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\log_5\left(\frac{1}{e \ln 5}\right)$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \leq \log_5\left(\frac{1}{e \ln 5}\right) \approx -0,91$.

Vì $m \in (-20; 20)$ và là số nguyên, suy ra $m \in \{-20; -19; \dots; -1\}$

Vậy có 19 giá trị của m .

Câu 180. (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) Cho phương trình $2^x + m = \log_2(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-18; 18)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 9

B. 19

C. 17

D. 18

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x > m$

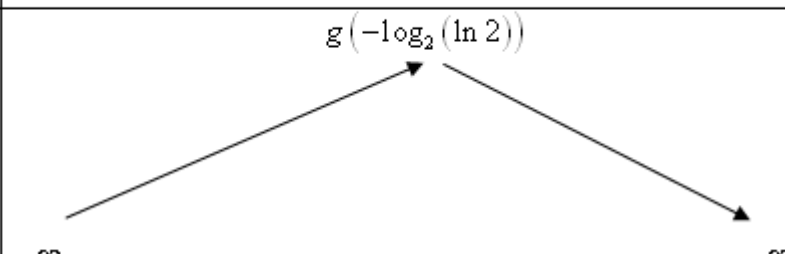
$$\text{Đặt } t = \log_2(x - m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x + m = t \\ 2^t + m = x \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 2^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1) \Leftrightarrow t = x$. Khi đó:

$$2^x + m = x \Leftrightarrow m = x - 2^x.$$

Xét hàm số $g(x) = x - 2^x \Rightarrow g'(x) = 1 - 2^x \ln 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_2(\ln 2)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$			

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $m \leq g(-\log_2(\ln 2)) \approx -0,914$ (các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x - m = 2^x > 0$)

Do m nguyên thuộc khoảng $(-18; 18)$, nên $m \in \{-17; -16; \dots; -1\}$.

----- HẾT -----