

Họ và tên thí sinh:; Số báo danh:

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,0 điểm)

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sin x + m \cdot \cos x = 2m - 1$ có nghiệm?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 2. Tìm ảnh của điểm $M(1; -5)$ qua phép tịnh tiến theo $\vec{v} = (-2; 0)$.

- A. $M'(-5; 1)$. B. $M'(-1; -5)$. C. $M'(3; -5)$. D. $M'(-3; 5)$.

Câu 3. Cho tập hợp $T = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Một tổ hợp chập 3 của các phần tử của tập hợp T là

- A. C_{12}^3 . B. C_{13}^3 . C. A_{13}^3 . D. $\{1; 2; 3\}$.

Câu 4. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 11$, $u_5 = 19$. Tìm công sai d .

- A. $d = 4$. B. $d = 8$. C. $d = -1$. D. $d = \frac{19}{11}$.

Câu 5. Xét hai phát biểu sau đây:

- (1) Nếu một cấp số nhân có công bội $q = 1$ thì mọi số hạng của nó bằng nhau.
(2) Nếu một cấp số nhân có mọi số hạng bằng nhau thì nó có công bội $q = 1$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Chỉ (1) đúng. B. Cả (1) và (2) đều đúng.
C. Chỉ (2) đúng. D. Cả (1) và (2) đều sai.

Câu 6. Có 20 học sinh, trong đó có một bạn tên là Thái và một bạn tên là Bình. Có 20 ghế được kê thành 4 dãy ngang, mỗi dãy gồm 5 ghế. Xếp 20 bạn học sinh đó ngồi vào 20 ghế đã cho, mỗi người ngồi một ghế. Tính xác suất để bạn Thái và bạn Bình luôn ngồi cùng dãy với nhau.

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{1}{19}$. C. $\frac{8}{19}$. D. $\frac{4}{19}$.

Câu 7. Cho tứ diện $SABC$ có A' , B' , C' lần lượt là trung điểm của SA , SB , SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AB // (A'B'C')$.

B. $B'C' // BC$.

C. $A'C'$ và BC cắt nhau.

D. $A'B'$ và SC chéo nhau.

Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Mỗi mặt đáy của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là một tam giác đều.

B. Mỗi mặt bên của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là một hình chữ nhật.

C. Các cạnh đáy của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ song song và bằng nhau.

D. Hai cạnh bên của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ vuông góc với nhau.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Câu 9. (2,0 điểm)

1) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3 - \sqrt{x+8}}{x-1} \right)$.

2) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m phương trình sau đây luôn có nghiệm

$$m(x-1)^4(x+2)^7 + 2020(x^2 + 8x - 1) = 0.$$

Câu 10. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + x - 3}$.

1) Tìm tất cả các giá trị của x để $y' \geq 0$.

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có tung độ $y_0 = 5$.

Câu 11. (3,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$, $SA = AB = a$.

1) Chứng minh rằng $SA \perp BC$.

2) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tính SG theo a .

3) Tính theo a khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SBC) .

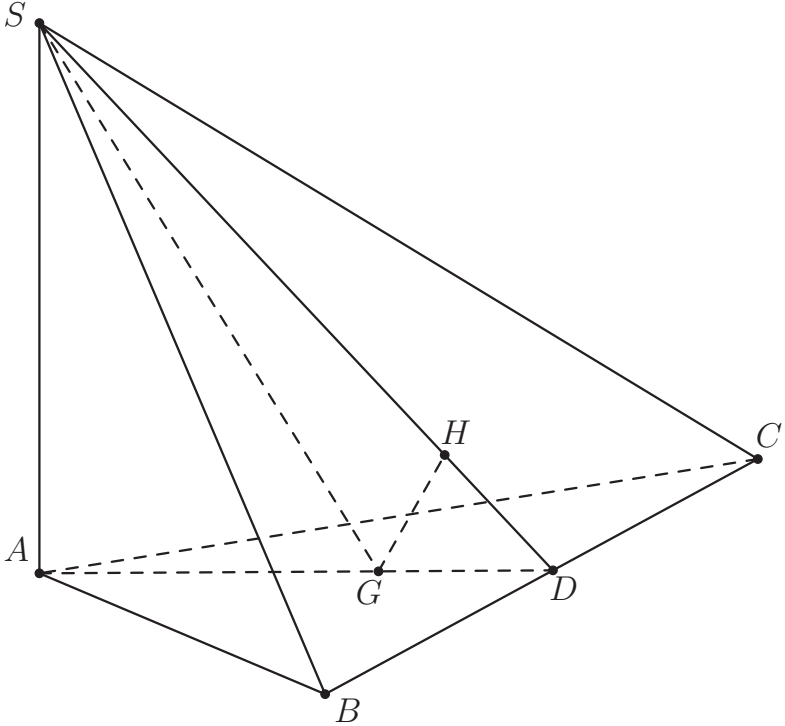
Câu 12. (1,0 điểm) Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(x-2) + y(y+4) = 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt{9 - 2x - 2y} + \sqrt{29 + 8x - 12y}.$$

————— HẾT —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Phần trắc nghiệm khách quan: 1C-2B-3D-4A-5A-6D-7C-8B	2,0
9	1	Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3 - \sqrt{x+8}}{x-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{-1}{3 + \sqrt{x+8}} \right) = -\frac{1}{6}$.	1,0
	2	Hàm số đa thức $f(x) = m(x-1)^4(x+2)^7 + 2020(x^2 + 8x - 1)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(-2) = 2020 \cdot (-13) < 0$, $f(1) = 2020 \cdot 8 > 0$ nên $f(-2) \cdot f(1) < 0$. Vậy phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.	1,0
10	1	Hàm số $y = \sqrt{2x^2 + x - 3}$ có tập xác định $D = \left(-\infty; -\frac{3}{2} \right] \cup [1; +\infty)$ và có đạo hàm $y' = \frac{4x+1}{2\sqrt{2x^2+x-3}}$, $\forall x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2} \right) \cup (1; +\infty)$.	0,5
		Ta có $\frac{4x+1}{2\sqrt{2x^2+x-3}} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+1 \geq 0 \\ 2x^2+x-3 > 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{4} \\ x > 1 \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$. Vậy $y' \geq 0$ khi và chỉ khi $x > 1$. Chú ý: Nếu học sinh trình bày $y' \geq 0 \Leftrightarrow 4x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$, sau đó kết hợp với điều kiện xác định của y' được $x > 1$ thì vẫn cho điểm tối đa, còn nếu học sinh không kết hợp với điều kiện xác định của y' mà kết luận $x \geq -\frac{1}{4}$ thì không cho điểm phần này.	0,5
	2	Xét phương trình $\sqrt{2x^2+x-3} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}$.	0,5
		Hệ số góc của tiếp tuyến d_1 với đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M_1(-4; 5)$ là $y'(-4) = -\frac{3}{2}$. Tiếp tuyến d_1 có phương trình $y = -\frac{3}{2}(x+4) + 5 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x - 1$.	0,25
		Hệ số góc của tiếp tuyến d_2 với đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M_2\left(\frac{7}{2}; 5\right)$ là $y'\left(\frac{7}{2}\right) = \frac{3}{2}$. Tiếp tuyến d_2 có phương trình $y = \frac{3}{2}\left(x - \frac{7}{2}\right) + 5$ $\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$. Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn yêu cầu của bài toán là $d_1 : y = -\frac{3}{2}x - 1$ và $d_2 : y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}$.	0,25

11	1	Vì $SA \perp (ABC)$ và $BC \subset (ABC)$ nên $SA \perp BC$. 	1,0
	2	Tam giác ABC đều, cạnh bằng a, nên $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}.a$, với D là trung điểm của đoạn thẳng BC. Ta có $AG = \frac{2}{3}AD = \frac{\sqrt{3}}{3}.a$.	0,5
		Vì $SA \perp (ABC)$ và $AG \subset (ABC)$ nên $SA \perp AG$, hay tam giác SAG vuông tại A. Vậy $SG = \sqrt{SA^2 + AG^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}.a\right)^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.a$.	0,5
	3	Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên SD. Khi đó $SD \perp GH$. Vì $BC \perp AD$ và $BC \perp SA$ nên $BC \perp (SAD)$. Suy ra $BC \perp GH$. Dẫn tới $GH \perp (SBC)$.	0,5
		Dễ thấy $GD = \frac{1}{3}AD = \frac{\sqrt{3}}{6}.a$. Tam giác SAD vuông tại A nên cạnh huyền $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}.a\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2}.a$. Hai tam giác vuông SAD, GHD đồng dạng nên $\frac{SA}{GH} = \frac{SD}{GD} \Rightarrow GH = \frac{SA.GD}{SD} = a \cdot \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{2}{a.\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{21}.a$. Vậy $d(G, (SBC)) = GH = \frac{\sqrt{21}}{21}.a$.	0,5

12	Biến đổi $x(x-2) + y(y+4) = 4 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ (đây là phương trình đường tròn (C) tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$). Ta có $ \begin{aligned} P &= \sqrt{9-2x-2y} + \sqrt{29+8x-12y} \\ &= \sqrt{5-2x-2y+4} + \sqrt{25+8x-12y+4} \\ &= \sqrt{5-2x-2y+x(x-2)+y(y+4)} \\ &\quad + \sqrt{25+8x-12y+x(x-2)+y(y+4)} \quad (\text{do } 4 = x(x-2) + y(y+4)) \\ &= \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} + \sqrt{(x+3)^2 + (y-4)^2} \\ &= AM + BM, \end{aligned} $ với $A(2; -1)$ nằm bên trong (C), $B(-3; 4)$ nằm bên ngoài (C), và $M(x; y)$ thuộc đường tròn (C), $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1)$, $\overrightarrow{BM} = (x+3; y-4)$, $\overrightarrow{AB} = (-5; 5)$.	0,5
	Nhận thấy $P = AM + BM \geq AB = 5\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra khi $M(x; y)$ là giao điểm của đoạn thẳng AB với đường tròn (C), tức là $ \begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \\ \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB}, \text{ với } k \in [0; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \\ x-2 = -5k \\ y+1 = 5k, \text{ với } k \in [0; 1] \end{cases} $ $ \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{\sqrt{14}}{10} \\ x = \frac{4 - \sqrt{14}}{2} \\ y = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2} \end{cases}. $ Vậy $\min P = 5\sqrt{2}$, đạt được khi $x = \frac{4 - \sqrt{14}}{2}$, $y = \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}$.	0,5

————— HẾT —————