

ĐỀ SỐ 1

Bài 1 (3 điểm).

- a. Chứng minh rằng với 4 điểm bất kì A, B, C, D ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$
- b. Cho hình bình hành MNPQ có tâm là O. Chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{MQ} = \vec{0}$

Bài 2 (4 điểm). Cho $\triangle ABC$. Gọi I, J, K là các điểm định bởi $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{IB} = 2\overrightarrow{AI}$; $\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{BC}$

- a. Phân tích vector $\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{JK}$ theo hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- b. Chứng minh rằng I, J, K thẳng hàng.
- c. Cho H là điểm thay đổi, L là điểm xác định bởi: $\overrightarrow{HL} = 3\overrightarrow{HC} + 4\overrightarrow{HB}$. Chứng minh rằng đường thẳng HL luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 3 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(-2;3)$, $B(2, 5)$, $C(3;-1)$.

- a. Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác.
- b. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
Tìm tọa độ điểm E sao cho A là trọng tâm của tam giác BCE.
- c. Tìm tọa độ điểm M trên cạnh BC và điểm N trên cạnh BA sao cho MN song song với AC và diện tích tứ giác ACMN bằng 8 lần diện tích tam giác BMN.

ĐỀ SỐ 2

Bài 1 (3 điểm).

- a. Chứng minh rằng với 4 điểm bất kì M, N, P, Q ta có: $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{PN}$
- b. Cho hình bình hành ABCD có tâm là O. Chứng minh đẳng thức: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

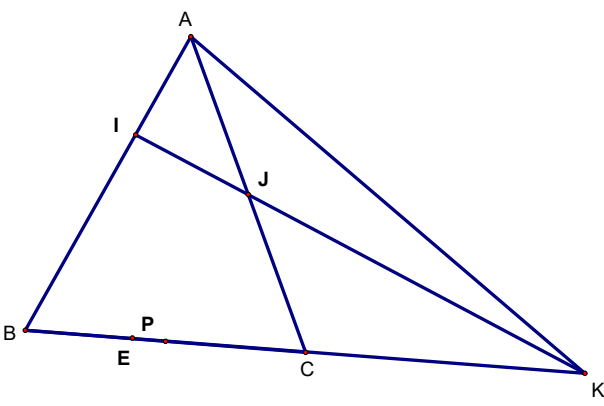
Bài 2 (4 điểm). Cho $\triangle ABC$. Gọi M, N, P là các điểm định bởi $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$; $\overrightarrow{NB} = 2\overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{BP} = 2\overrightarrow{BC}$

- a. Phân tích vector $\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{MP}$ theo 2 vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$.
- b. Chứng minh rằng M, N, P thẳng hàng.
- c. Cho Q là điểm thay đổi, R là điểm xác định bởi: $\overrightarrow{QR} = 3\overrightarrow{QB} + 4\overrightarrow{QC}$. Chứng minh rằng đường thẳng QR luôn đi qua một điểm cố định.

Bài 3 (3 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;-1)$, $B(2, 5)$, $C(-2;3)$.

- a. Chứng minh A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác.
- b. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.
Tìm tọa độ điểm E sao cho C là trọng tâm của tam giác ABE.
- c. Tìm tọa độ điểm M trên cạnh CB và điểm N trên cạnh CA sao cho MN song song với AB và diện tích tứ giác ABMN bằng 8 lần diện tích tam giác CMN.

ĐÁP ÁN ĐỀ 1

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Bài 1a	$\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{VP}$ (đpcm)	2 điểm
Bài 1b	Áp dụng quy tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{MN} + 2\overrightarrow{PO} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{MP} + 2\overrightarrow{PO} = 2(\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PO}) = \vec{0} \quad (\text{đpcm})$	1 điểm
Bài 2a	 Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$	1 điểm 1 điểm
Bài 2b	Ta có: $\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 3(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC})$ Từ câu a, suy ra $\overrightarrow{JK} = 3\overrightarrow{IJ}$ Vậy I, J, K thẳng hàng (đpcm)	0,5 điểm 0,5 điểm
Bài 2c	Gọi P là trung điểm BC, E thuộc đoạn BP sao cho BE = 6EP. Ta có: $\overrightarrow{HE} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{HB} + \frac{3}{7}\overrightarrow{BC} = \frac{3}{7}\overrightarrow{HC} + \frac{4}{7}\overrightarrow{HB} = \frac{1}{7}\overrightarrow{HL}$ Suy ra H, E, L thẳng hàng. Hay HL đi qua E cố định.	0,5 điểm 0,5 điểm
Bài 3a	Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; -4)$ Vì $\frac{4}{-5} \neq \frac{2}{-4}$ nên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương hay A, B, C không thẳng hàng Vậy A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác	1 điểm
Bài 3b	Gọi $D(x; y)$. Tứ giác ABCD là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{AD} = (x+2; y-3)$; $\overrightarrow{BC} = (1; -6)$ Suy ra: $\begin{cases} x+2=1 \\ y-3=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$ Vậy $D(-1; -3)$	0,5 điểm
	Vì A là trọng tâm tam giác BCE nên ta có $\begin{cases} 3x_A = x_B + x_C + x_E \\ 3y_A = y_B + y_C + y_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = 3x_A - (x_B + x_C) = -11 \\ y_E = 3y_A - (y_B + y_C) = 5 \end{cases}$ Vậy $E(-11; 5)$	0,5 điểm

	Ta có: $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$	1 điểm
Bài 2b	Ta có: $\frac{3}{2}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = 3(-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC})$ Từ câu a, suy ra $\overrightarrow{MP} = 3\overrightarrow{NM}$ Vậy M, N, P thẳng hàng (đpcm)	0,5 điểm
		0,5 điểm
Bài 2c	Gọi I là trung điểm BC, E thuộc đoạn IC sao cho CE = 6EI. Ta có: $\overrightarrow{QE} = \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{QB} + \frac{4}{7}\overrightarrow{BC} = \frac{4}{7}\overrightarrow{QC} + \frac{3}{7}\overrightarrow{QB} = \frac{1}{7}\overrightarrow{QR}$ Suy ra Q, E, R thẳng hàng. Hay QR đi qua E cố định.	0,5 điểm
		0,5 điểm
Bài 3a	Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 6)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; 4)$ Vì $\frac{-1}{-5} \neq \frac{6}{4}$ nên $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương hay A, B, C không thẳng hàng Vậy A, B, C là 3 đỉnh của một tam giác	1 điểm
Bài 3b	Gọi $D(x; y)$. Tứ giác ABCD là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ $\overrightarrow{AD} = (x - 3; y + 1)$; $\overrightarrow{BC} = (-4; -2)$ Suy ra: $\begin{cases} x - 3 = -4 \\ y + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$ Vậy $D(-1; -3)$	0,5 điểm
	Vì C là trọng tâm tam giác ABE nên ta có $\begin{cases} 3x_C = x_B + x_A + x_E \\ 3y_C = y_B + y_A + y_E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = 3x_C - (x_B + x_A) = -11 \\ y_E = 3y_C - (y_B + y_A) = 5 \end{cases}$ Vậy $E(-11; 5)$	0,5 điểm
Bài 3c	Theo bài ra ta có diện tích tam giác CAB bằng 9 lần diện tích tam giác CMN và tam giác BCA đồng dạng với tam giác CMN Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{CA} = 3\overrightarrow{CN}$; $\overrightarrow{CB} = 3\overrightarrow{CM}$ Gọi $N(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{CA} = (5; -4)$; $\overrightarrow{CN} = (x + 2; y - 3)$ $\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = \frac{5}{3} \\ y - 3 = \frac{-4}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases}$ Vậy $N(\frac{-1}{3}; \frac{5}{3})$ Gọi $M(x; y)$. Ta có $\overrightarrow{CB} = (4; 2)$; $\overrightarrow{CM} = (x + 2; y - 3)$ $\Rightarrow \begin{cases} x + 2 = \frac{4}{3} \\ y - 3 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$ Vậy $M(\frac{-2}{3}; \frac{11}{3})$	0,5 điểm
		0,5 điểm

