

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $C(2; 0; 0)$. (B) $B(0; 1; 1)$. (C) $D(0; 1; 0)$. (D) $A(1; 1; 1)$.

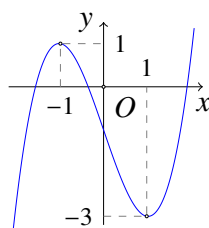
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-1; 1)$. (B) $(-3; +\infty)$. (C) $(-\infty; 1)$. (D) $(1; +\infty)$.

Câu 4. Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

- (A) $b = 10$. (B) $b = 8$. (C) $b = 5$. (D) $b = 6$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		1	2	-1		$+\infty$	

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. (B) $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.
(C) $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số. (D) $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 6. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{3}{2}$. (B) $x = \frac{5}{2}$. (C) $x = 3$. (D) $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- (A) $A(2; 1; 0)$. (B) $A(0; 2; 1)$. (C) $A(0; 1; 1)$. (D) $A(1; 1; 1)$.

Câu 8. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $\log(3a) = 3 \log a$. (B) $\log a^3 = 3 \log a$. (C) $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. (D) $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

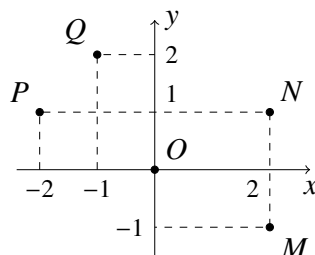
Câu 9. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a, 4a$ và chiều cao của khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- (A) $V = 27a^3$. (B) $V = 12a^3$. (C) $V = 72a^3$. (D) $V = 36a^3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. (D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 11. Cho $z = -1 - 2i$. Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$?



- (A) N . (B) M . (C) P . (D) Q .

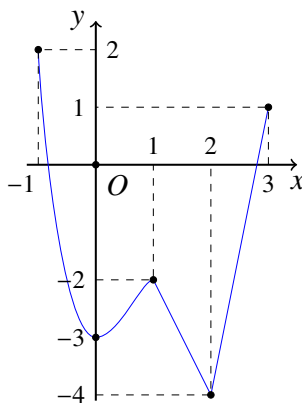
Câu 12. Với $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $P = 27 \log_a b$. (B) $P = 9 \log_a b$. (C) $P = 6 \log_a b$. (D) $P = 15 \log_a b$.

Câu 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là

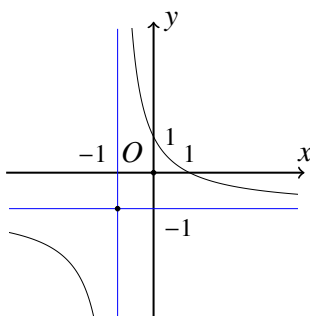
- (A) $2^x \ln 2 - \frac{2}{x^2} + C$. (B) $2^x + 2 \ln x + C$. (C) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$. (D) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- (A) -5 . (B) 2 . (C) -6 . (D) -2 .

Câu 15. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = \frac{-x+1}{x+1}$. (B) $y = x^3 - 3x + 2$. (C) $y = \frac{-x}{x+1}$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 16. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
(A) $2\sqrt{3}$. (B) $2\sqrt{5}$. (C) 6. (D) 4.

Câu 17. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx$ bằng

(A) $e + 3$. (B) $5 + e$. (C) $3 - e$. (D) $5 - e$.

Câu 18. Chọn kết luận đúng

(A) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. (B) $C_n^0 = 0$. (C) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. (D) $A_n^1 = 1$.

Câu 19. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

(A) $\frac{1}{3}\pi R^3$. (B) $\frac{4}{3}\pi^2 R^3$. (C) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (D) $4\pi R^3$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng
(A) $R = 3$. (B) $R = 4$. (C) $R = 2$. (D) $R = 5$.

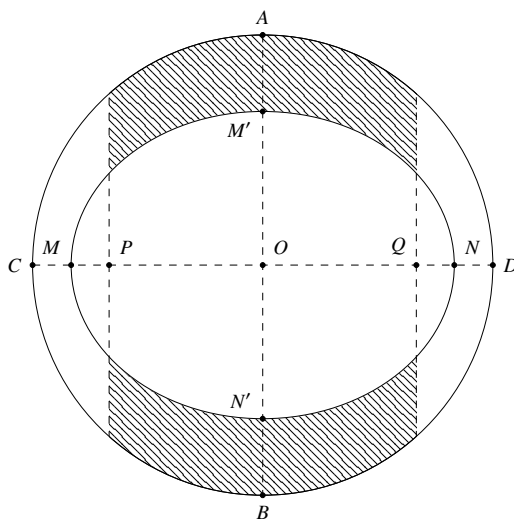
Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1}$ là

(A) $[2; +\infty)$. (B) $\emptyset$. (C) $(0; 1)$. (D) $(1; +\infty)$.

Câu 22. Hàm số $y = \log_2 \sqrt{x^2 + x}$ có đạo hàm là

(A) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)}$. (B) $y' = \frac{2x+1}{2(x^2+x)\ln 2}$. (C) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2}$. (D) $y' = \frac{(2x+1)\ln 2}{2(x^2+x)}$.

Câu 23. Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB = 12m$. Người ta làm một hồ cá có dạng hình elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ, biết $MN = 10m, M'N' = 8m, PQ = 8m$. Diện tích phần trồng cỏ (phần gạch sọc) bằng



(A) $20,33m^2$. (B) $33,02m^2$. (C) $23,03m^2$. (D) $32,03m^2$.

Câu 24. Cho khối trụ (T) có đường cao h , bán kính đáy R và $h = 2R$. Một mặt phẳng qua trục cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

(A) $V = 27\pi a^3$. (B) $V = 16\pi a^3$. (C) $V = \frac{16}{3}\pi a^3$. (D) $V = 4\pi a^3$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

(A) $\frac{8}{3}$.

(B) $\frac{7}{3}$.

(C) $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

(D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4x.f(x)$ là

(A) $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + c$.

(B) $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$.

(C) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$.

(D) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1), B(1; 0; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

(A) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$.

(B) $(Q): x + y + z = 0$ hoặc $(Q): x + y + z - 2 = 0$.

(C) $(Q): x + y + z = 0$.

(D) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$.

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x-2}{x+2m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4]$.

Số phần tử của tập S là

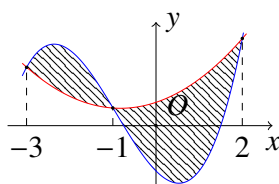
(A) 5.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 2.

Câu 30. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bởi công thức nào sau đây?



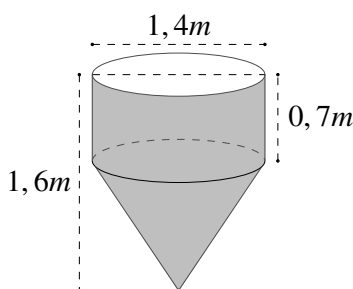
(A) $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

(B) $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$.

(C) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$.

(D) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

Câu 31. Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ (không có nắp đậy trên). Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm (các mối hàn không đáng kể, làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)?



- (A) $5,6m^2$. (B) $6,6m^2$. (C) $5,2m^2$. (D) $4,5m^2$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 33. Số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ là

- (A) $z = 1 - 2i$. (B) $z = -1 - 2i$. (C) $z = 1 + 2i$. (D) $z = -1 + 2i$.

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABC'D')$. Khi đó

- (A) $\tan \alpha = \sqrt{3}$. (B) $\tan \alpha = 1$. (C) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (D) $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 35. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị là

- (A) $m > 0$. (B) $m \geq 0$. (C) $m < 0$. (D) $m \leq 0$.

Câu 36. Cho số thực $a > 4$. Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $a^{\ln x^2} - a^{\ln(ex)} + a = 0$. Khi đó

- (A) $P = ae$. (B) $P = e$. (C) $P = a$. (D) $P = a^e$.

Câu 37. Cho $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \right)^2 dx = \frac{a}{b} + 2 \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

- (A) 16. (B) 18. (C) 25. (D) 20.

Câu 38. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{2019z}{z-2}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) trừ đi một điểm $N(2; 0)$. Bán kính của (C) bằng

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 1. (C) 2. (D) $\sqrt{2}$.

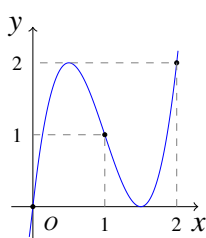
Câu 39. Anh A gửi ngân hàng 900 triệu (VNĐ) với lãi suất 0,4% mỗi tháng theo hình thức lãi kép, ngân hàng tính lãi trên số dư thực tế của tháng đó. Cứ cuối mỗi tháng anh ta rút ra 10 triệu để chi trả sinh hoạt phí. Hỏi sau bao lâu thì số tiền trong ngân hàng của anh ta sẽ hết (tháng cuối cùng có thể rút dưới 10 triệu để cho hết tiền)?

- (A) 111 tháng. (B) 113 tháng. (C) 112 tháng. (D) 110 tháng.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDB) bằng

- (A) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

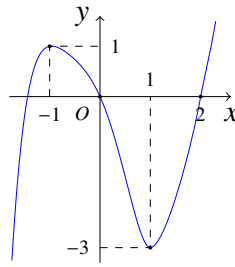
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(2\sin x) - 2\sin^2 x < m$ đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > f(1) - \frac{1}{2}$. (B) $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. (C) $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$. (D) $m > f(0) - \frac{1}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

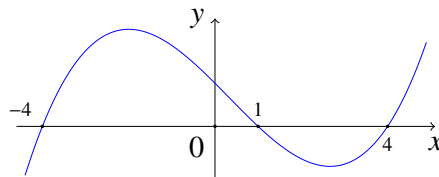
Câu 43. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a là

- (A) $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{21}{4}$. (D) $\frac{19}{4}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(2x - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



- (A) 5. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 46. Có 3 quả cầu màu vàng, 3 quả cầu màu xanh (các quả cầu cùng màu thì giống nhau) bỏ vào hai cái hộp khác nhau, mỗi hộp 3 quả cầu. Tính xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung một hộp.

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{1}{120}$. (C) $\frac{1}{20}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu

$(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(2; 1; 3)$, vuông góc với đường thẳng (d) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

- (A) 4. (B) -2. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) 5.

Câu 48. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là

- (A) $\sqrt{2} + 1$. (B) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và M, N là hai điểm lần lượt trên cạnh CA, CB sao cho MN song song với AB và $\frac{CM}{CA} = k$. Mặt phẳng $(MNB'A')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần có thể tích V_1 (phần chứa điểm C) và V_2 sao cho $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Khi đó giá trị của k là

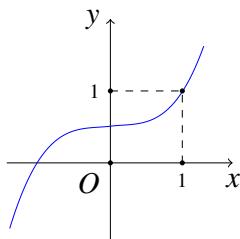
(A) $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$.

(B) $k = \frac{1}{2}$.

(C) $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

(D) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị của m ($m \in \mathbb{R}$) sao cho

$$(x-1) \left[m^3 f(2x-1) - m f(x) + f(x) - 1 \right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Số phần tử của tập S là

(A) 2.

(B) 0.

(C) 3.

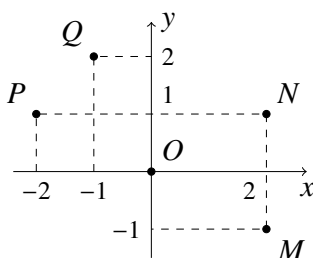
(D) 1.

----- HẾT -----

Câu 1. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{5}{2}$. (B) $x = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x = \frac{3}{2}$.

Câu 2. Cho $z = -1 - 2i$. Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$?



- (A) Q. (B) M. (C) P. (D) N.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. (B) $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.
(C) $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số. (D) $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

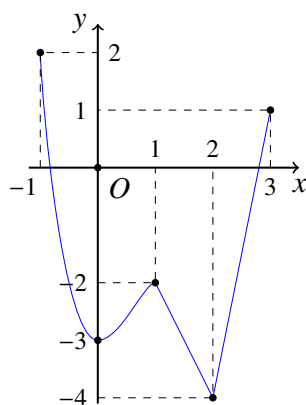
Câu 5. Chọn kết luận **đúng**

- (A) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. (B) $A_n^1 = 1$. (C) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. (D) $C_n^0 = 0$.

Câu 6. Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

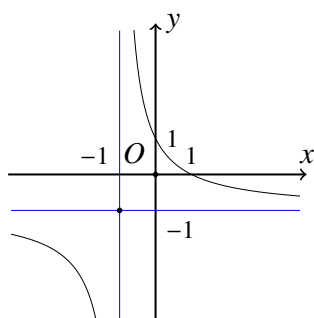
- (A) $b = 5$. (B) $b = 8$. (C) $b = 10$. (D) $b = 6$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- (A) -6. (B) 2. (C) -5. (D) -2.

Câu 8. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

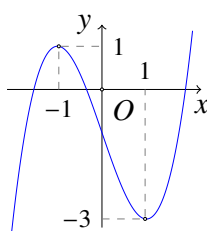


- (A) $y = x^3 - 3x + 2$. (B) $y = \frac{-x+1}{x+1}$. (C) $y = \frac{-x}{x+1}$. (D) $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 9. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a$, $4a$ và chiều cao của khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- (A) $V = 72a^3$. (B) $V = 12a^3$. (C) $V = 36a^3$. (D) $V = 27a^3$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-3; +\infty)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 12. Ký hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{3}$. (C) 6. (D) 4.

Câu 13. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. (B) $\log(3a) = 3 \log a$. (C) $\log a^3 = 3 \log a$. (D) $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- (A) $A(0; 1; 1)$. (B) $A(2; 1; 0)$. (C) $A(1; 1; 1)$. (D) $A(0; 2; 1)$.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx$ bằng

- (A) $e + 3$. (B) $3 - e$. (C) $5 - e$. (D) $5 + e$.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là

- (A) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$. (B) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$. (C) $2^x + 2 \ln x + C$. (D) $2^x \ln 2 - \frac{2}{x^2} + C$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $B(0; 1; 1)$. (B) $C(2; 0; 0)$. (C) $A(1; 1; 1)$. (D) $D(0; 1; 0)$.

Câu 18. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

- (A) $\frac{1}{3}\pi R^3$. (B) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (C) $\frac{4}{3}\pi^2 R^3$. (D) $4\pi R^3$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng

- (A) $R = 3$. (B) $R = 4$. (C) $R = 2$. (D) $R = 5$.

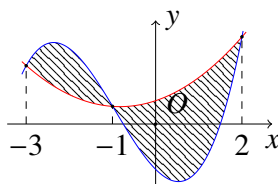
Câu 20. Với $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $P = 9 \log_a b$. (B) $P = 6 \log_a b$. (C) $P = 15 \log_a b$. (D) $P = 27 \log_a b$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị là

- (A) $m \geq 0$. (B) $m \leq 0$. (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

Câu 22. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bởi công thức nào sau đây?



- (A) $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$. (B) $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$.
 (C) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$. (D) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABC'D')$. Khi đó

- (A) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (B) $\tan \alpha = \sqrt{2}$. (C) $\tan \alpha = \sqrt{3}$. (D) $\tan \alpha = 1$.

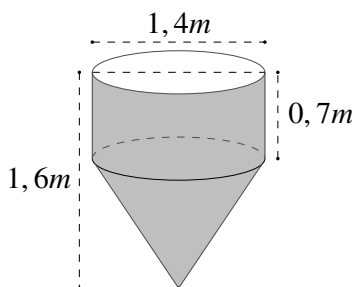
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

- (A) $\frac{8}{3}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) $\frac{8}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

Câu 26. Cho khối trụ (T) có đường cao h , bán kính đáy R và $h = 2R$. Một mặt phẳng qua trục cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

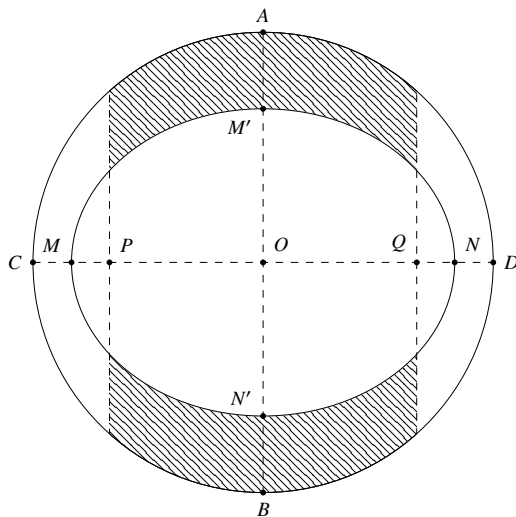
- (A) $V = 27\pi a^3$. (B) $V = 16\pi a^3$. (C) $V = \frac{16}{3}\pi a^3$. (D) $V = 4\pi a^3$.

Câu 27. Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ (không có nắp đậy trên). Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm (các mối hàn không đáng kể, làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)?



- (A) $5,6m^2$. (B) $5,2m^2$. (C) $4,5m^2$. (D) $6,6m^2$.

Câu 28. Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB = 12m$. Người ta làm một hồ cá có dạng hình elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ, biết $MN = 10m, M'N' = 8m, PQ = 8m$. Diện tích phần trống cỏ (phần gạch sọc) bằng



- (A) $23,03m^2$. (B) $33,02m^2$. (C) $32,03m^2$. (D) $20,33m^2$.

Câu 29. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1}$ là

- (A) $[2; +\infty)$. (B) $(0; 1)$. (C) $\emptyset$. (D) $(1; +\infty)$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4x.f(x)$ là

- (A) $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2 + C$. (B) $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2$.
(C) $(x^2+1)\ln(x^2) - x^2 + C$. (D) $x^2 \ln(x^2+1) - x^2$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 32. Số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ là

- (A) $z = 1 - 2i$. (B) $z = -1 + 2i$. (C) $z = -1 - 2i$. (D) $z = 1 + 2i$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- (A) $(Q): x + y + z = 0$ hoặc $(Q): x + y + z - 2 = 0$. (B) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$.
(C) $(Q): x + y + z = 0$. (D) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$.

Câu 34. Hàm số $y = \log_2 \sqrt{x^2 + x}$ có đạo hàm là

- (A) $y' = \frac{2x+1}{2(x^2+x)\ln 2}$. (B) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2}$. (C) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)}$. (D) $y' = \frac{(2x+1)\ln 2}{2(x^2+x)}$.

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x-2}{x+2m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4]$. Số phần tử của tập S là

- (A) 2. (B) 4. (C) 5. (D) 3.

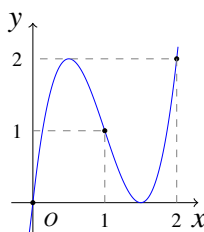
Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng

- (A) $\frac{21}{4}$. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{19}{4}$.

Câu 37. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a là

- (A) $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

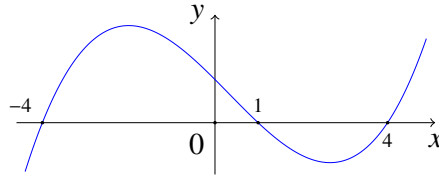
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(2\sin x) - 2\sin^2 x < m$ đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > f(1) - \frac{1}{2}$. (B) $m > f(0) - \frac{1}{2}$. (C) $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. (D) $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(2x - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

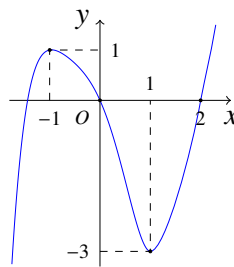


- (A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 40. Anh A gửi ngân hàng 900 triệu (VNĐ) với lãi suất 0,4% mỗi tháng theo hình thức lãi kép, ngân hàng tính lãi trên số dư thực tế của tháng đó. Cứ cuối mỗi tháng anh ta rút ra 10 triệu để chi trả sinh hoạt phí. Hỏi sau bao lâu thì số tiền trong ngân hàng của anh ta sẽ hết (tháng cuối cùng có thể rút dưới 10 triệu để cho hết tiền)?

- (A) 111 tháng. (B) 112 tháng. (C) 113 tháng. (D) 110 tháng.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDB) bằng

- (A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 43. Cho $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right)^2 dx = \frac{a}{b} + 2 \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

- (A) 16. (B) 25. (C) 18. (D) 20.

Câu 44. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{2019z}{z-2}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) trừ đi một điểm $N(2; 0)$. Bán kính của (C) bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho số thực $a > 4$. Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $a^{\ln x^2} - a^{\ln(ex)} + a = 0$. Khi đó

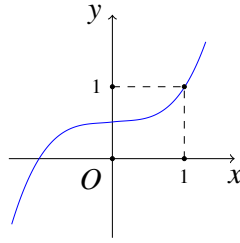
- (A) $P = ae$. (B) $P = a$. (C) $P = a^e$. (D) $P = e$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu

$(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(2; 1; 3)$, vuông góc với đường thẳng (d) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

- (A) 5. (B) -2. (C) 4. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị của m ($m \in \mathbb{R}$) sao cho

$$(x-1) \left[m^3 f(2x-1) - m f(x) + f(x) - 1 \right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Số phần tử của tập S là

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và M, N là hai điểm lần lượt trên cạnh CA, CB sao cho MN song song với AB và $\frac{CM}{CA} = k$. Mặt phẳng $(MNB'A')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần có thể tích

V_1 (phần chứa điểm C) và V_2 sao cho $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Khi đó giá trị của k là

- (A) $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. (B) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $k = \frac{1}{2}$. (D) $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 49. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là

- (A) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$. (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (C) $\sqrt{2} + 1$. (D) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$.

Câu 50. Có 3 quả cầu màu vàng, 3 quả cầu màu xanh (các quả cầu cùng màu thì giống nhau) bỏ vào hai cái hộp khác nhau, mỗi hộp 3 quả cầu. Tính xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung một hộp.

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{1}{20}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{1}{120}$.

----- HẾT -----

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- (A) $A(2; 1; 0)$. (B) $A(0; 1; 1)$. (C) $A(1; 1; 1)$. (D) $A(0; 2; 1)$.

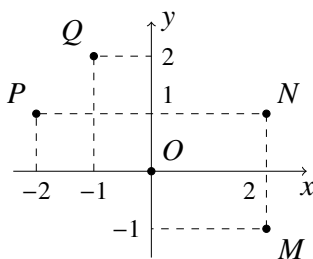
Câu 2. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- (A) $x = 1$. (B) $x = \frac{5}{2}$. (C) $x = \frac{3}{2}$. (D) $x = 3$.

Câu 3. Chọn kết luận **đúng**

- (A) $C_n^0 = 0$. (B) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$. (C) $A_n^1 = 1$. (D) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 4. Cho $z = -1 - 2i$. Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$?



- (A) P . (B) N . (C) Q . (D) M .

Câu 5. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a, 4a$ và chiều cao của khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- (A) $V = 36a^3$. (B) $V = 27a^3$. (C) $V = 12a^3$. (D) $V = 72a^3$.

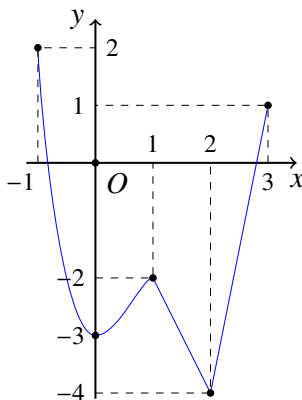
Câu 6. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $\log(3a) = 3 \log a$. (B) $\log a^3 = 3 \log a$. (C) $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. (D) $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $C(2; 0; 0)$. (B) $B(0; 1; 1)$. (C) $A(1; 1; 1)$. (D) $D(0; 1; 0)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- (A) 2. (B) -5. (C) -6. (D) -2.

Câu 9. Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

- (A) $b = 8$. (B) $b = 6$. (C) $b = 5$. (D) $b = 10$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng

- (A) $R = 4$. (B) $R = 2$. (C) $R = 5$. (D) $R = 3$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$+$			
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số. (B) $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
(C) $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số. (D) $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. (D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 13. Với $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $P = 27 \log_a b$. (B) $P = 9 \log_a b$. (C) $P = 6 \log_a b$. (D) $P = 15 \log_a b$.

Câu 14. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

- (A) $\frac{1}{3}\pi R^3$. (B) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. (C) $4\pi R^3$. (D) $\frac{4}{3}\pi^2 R^3$.

Câu 15. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) 4. (C) 6. (D) $2\sqrt{5}$.

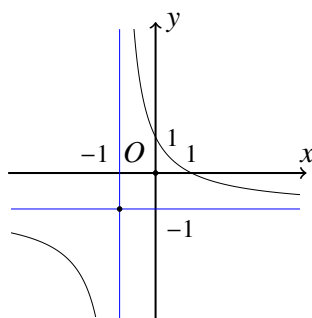
Câu 16. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx$ bằng

- (A) $3 - e$. (B) $5 + e$. (C) $e + 3$. (D) $5 - e$.

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là

- (A) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$. (B) $2^x \ln 2 - \frac{2}{x^2} + C$. (C) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$. (D) $2^x + 2 \ln x + C$.

Câu 18. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- (A) $y = x^4 - 2x^2 + 1$. (B) $y = \frac{-x}{x+1}$. (C) $y = \frac{-x+1}{x+1}$. (D) $y = x^3 - 3x + 2$.

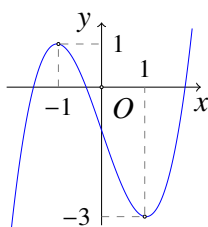
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-3; +\infty)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1)$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị là

- (A) $m > 0$. (B) $m \geq 0$. (C) $m \leq 0$. (D) $m < 0$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- (A) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$. (B) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$.
(C) $(Q): x + y + z = 0$ hoặc $(Q): x + y + z - 2 = 0$. (D) $(Q): x + y + z = 0$.

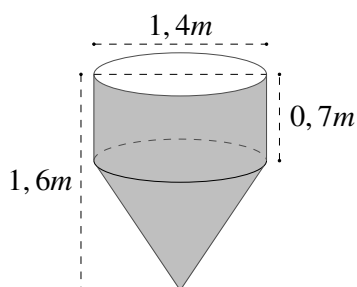
Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 24. Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ (không có nắp đậy trên). Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm (các mối hàn không đáng kể, làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)?



- (A) $6,6m^2$. (B) $4,5m^2$. (C) $5,2m^2$. (D) $5,6m^2$.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABC'D')$. Khi đó

- (A) $\tan \alpha = 1$. (B) $\tan \alpha = \sqrt{3}$. (C) $\tan \alpha = \sqrt{2}$. (D) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 26. Số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ là

- (A) $z = -1 + 2i$. (B) $z = 1 + 2i$. (C) $z = 1 - 2i$. (D) $z = -1 - 2i$.

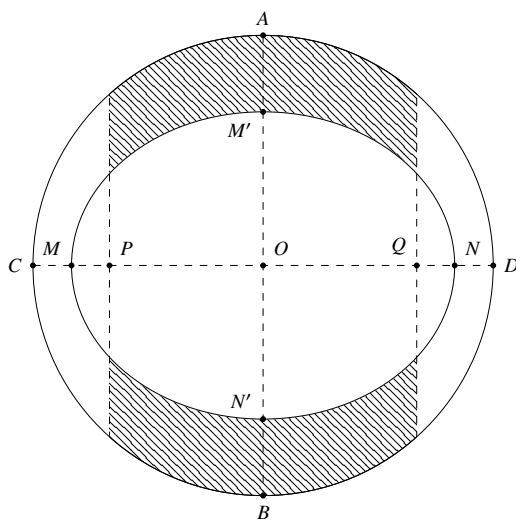
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

- (A) $\frac{7}{3}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{6}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

Câu 28. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x-2}{x+2m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4]$. Số phần tử của tập S là

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 29. Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB = 12m$. Người ta làm một hồ cá có dạng hình elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ, biết $MN = 10m, M'N' = 8m, PQ = 8m$. Diện tích phần trồng cỏ (phần gạch sọc) bằng



- (A) $33,02m^2$. (B) $20,33m^2$. (C) $32,03m^2$. (D) $23,03m^2$.

Câu 30. Hàm số $y = \log_2 \sqrt{x^2 + x}$ có đạo hàm là

- (A) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)}$. (B) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x) \ln 2}$. (C) $y' = \frac{(2x+1) \ln 2}{2(x^2+x)}$. (D) $y' = \frac{2x+1}{2(x^2+x) \ln 2}$.

Câu 31. Cho khối trụ (T) có đường cao h , bán kính đáy R và $h = 2R$. Một mặt phẳng qua trục cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- (A) $V = 4\pi a^3$. (B) $V = \frac{16}{3}\pi a^3$. (C) $V = 16\pi a^3$. (D) $V = 27\pi a^3$.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1}$ là

- (A) $(0; 1)$. (B) $[2; +\infty)$. (C) $\emptyset$. (D) $(1; +\infty)$.

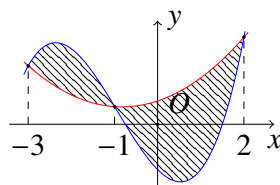
Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$-$	$-$
$f(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 34. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bởi công thức nào sau đây?



- (A) $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$. (B) $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.
(C) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$. (D) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$.

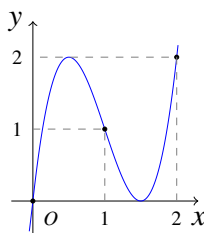
Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0$, $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4x \cdot f(x)$ là

- (A) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$. (B) $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$.
(C) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$. (D) $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + C$.

Câu 36. Anh A gửi ngân hàng 900 triệu (VNĐ) với lãi suất 0,4% mỗi tháng theo hình thức lãi kép, ngân hàng tính lãi trên số dư thực tế của tháng đó. Cứ cuối mỗi tháng anh ta rút ra 10 triệu để chi trả sinh hoạt phí. Hỏi sau bao lâu thì số tiền trong ngân hàng của anh ta sẽ hết (tháng cuối cùng có thể rút dưới 10 triệu để cho hết tiền)?

- (A) 113 tháng. (B) 111 tháng. (C) 112 tháng. (D) 110 tháng.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(2 \sin x) - 2 \sin^2 x < m$ đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > f(0) - \frac{1}{2}$. (B) $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$. (C) $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. (D) $m > f(1) - \frac{1}{2}$.

Câu 38. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a là

- (A) $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (C) $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{2019z}{z-2}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) trừ đi một điểm $N(2; 0)$. Bán kính của (C) bằng

- (A) $\sqrt{2}$. (B) 1. (C) $\sqrt{3}$. (D) 2.

Câu 40. Cho số thực $a > 4$. Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $a^{\ln x^2} - a^{\ln(ex)} + a = 0$. Khi đó

(A) $P = a^e$. (B) $P = e$. (C) $P = a$. (D) $P = ae$.

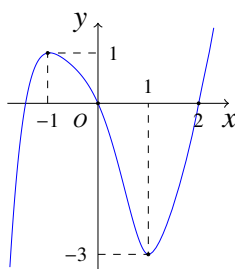
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDB) bằng

(A) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 42. Cho $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right)^2 dx = \frac{a}{b} + 2 \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

(A) 25. (B) 16. (C) 20. (D) 18.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



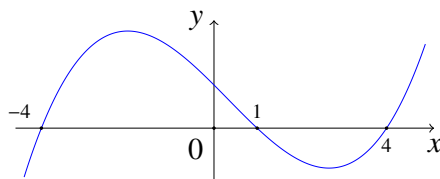
Số nghiệm thực của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

(A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng

(A) $\frac{19}{4}$. (B) $\frac{21}{4}$. (C) $\frac{3}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(2x - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



(A) 3. (B) 5. (C) 1. (D) 2.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(2; 1; 3)$, vuông góc với đường thẳng (d) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

(A) 4. (B) -2. (C) 5. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 47. Có 3 quả cầu màu vàng, 3 quả cầu màu xanh (các quả cầu cùng màu thì giống nhau) bỏ vào hai cái hộp khác nhau, mỗi hộp 3 quả cầu. Tính xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung một hộp.

(A) $\frac{1}{120}$. (B) $\frac{1}{20}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

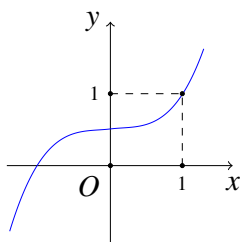
Câu 48. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và M, N là hai điểm lần lượt trên cạnh CA, CB sao cho MN song song với AB và $\frac{CM}{CA} = k$. Mặt phẳng $(MNB'A')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần có thể tích V_1 (phần chứa điểm C) và V_2 sao cho $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Khi đó giá trị của k là

- (A) $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. (B) $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. (C) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (D) $k = \frac{1}{2}$.

Câu 49. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là

- (A) $\sqrt{2} + 1$. (B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị của m ($m \in \mathbb{R}$) sao cho

$$(x - 1) \left[m^3 f(2x - 1) - m f(x) + f(x) - 1 \right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

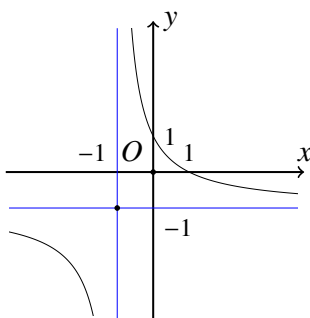
Số phần tử của tập S là

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

----- HẾT -----

Câu 1. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng
(A) 6. (B) 4. (C) $2\sqrt{5}$. (D) $2\sqrt{3}$.

Câu 2. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

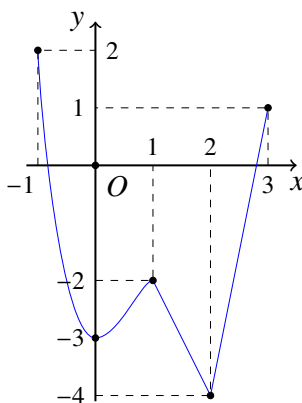


- (A) $y = x^3 - 3x + 2$. (B) $y = \frac{-x}{x+1}$. (C) $y = x^4 - 2x^2 + 1$. (D) $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Câu 3. Với $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

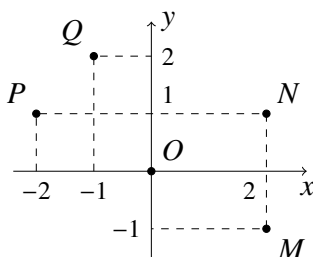
- (A) $P = 27 \log_a b$. (B) $P = 9 \log_a b$. (C) $P = 15 \log_a b$. (D) $P = 6 \log_a b$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



- (A) -6. (B) -2. (C) 2. (D) -5.

Câu 5. Cho $z = -1 - 2i$. Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$?



- (A) M. (B) Q. (C) P. (D) N.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- (A) $A(1; 1; 1)$. (B) $A(0; 2; 1)$. (C) $A(0; 1; 1)$. (D) $A(2; 1; 0)$.

Câu 7. Chọn kết luận **đúng**

- (A) $C_n^0 = 0$. (B) $A_n^1 = 1$. (C) $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. (D) $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$.

Câu 8. Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- (A) $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. (B) $\log a^3 = 3 \log a$. (C) $\log(3a) = 3 \log a$. (D) $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$.

Câu 9. Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng

- (A) $4\pi R^3$. (B) $\frac{4}{3}\pi^2 R^3$. (C) $\frac{1}{3}\pi R^3$. (D) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là

- (A) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$. (B) $2^x + 2 \ln x + C$. (C) $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$. (D) $2^x \ln 2 - \frac{2}{x^2} + C$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		1	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $M(0; 2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. (B) $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.
(C) $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số. (D) $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 12. Cho a, b, c theo thứ tự này là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a + b + c = 15$. Giá trị của b bằng

- (A) $b = 10$. (B) $b = 5$. (C) $b = 8$. (D) $b = 6$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng

- (A) $R = 3$. (B) $R = 2$. (C) $R = 5$. (D) $R = 4$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P) : x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- (A) $C(2; 0; 0)$. (B) $B(0; 1; 1)$. (C) $A(1; 1; 1)$. (D) $D(0; 1; 0)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$ có phương trình là

- (A) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. (B) $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. (C) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. (D) $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

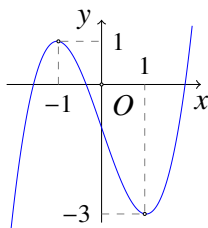
Câu 17. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{3}{2}$. (B) $x = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x = \frac{5}{2}$.

Câu 18. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx$ bằng

- (A) $e + 3$. (B) $5 - e$. (C) $3 - e$. (D) $5 + e$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- (A) $(-\infty; 1)$. (B) $(-3; +\infty)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-1; 1)$.

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a, 4a$ và chiều cao của khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- (A) $V = 72a^3$. (B) $V = 36a^3$. (C) $V = 27a^3$. (D) $V = 12a^3$.

Câu 21. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x-2}{x+2m}$ đồng biến trên $(-\infty; -4]$.

Số phần tử của tập S là

- (A) 2. (B) 5. (C) 4. (D) 3.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; 1)$, $B(1; 0; 0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

- (A) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$. (B) $(Q): x + y + z = 0$.
(C) $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$. (D) $(Q): x + y + z = 0$ hoặc $(Q): x + y + z - 2 = 0$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0$, $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số

$g(x) = 4x, f(x)$ là

- (A) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$. (B) $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$.
(C) $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + c$. (D) $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-	-
$f(x)$	0 $\searrow$	$+\infty \searrow$	$+\infty \searrow$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty \nearrow$	$1 \nearrow$	$0 \nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 26. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABC'D')$. Khi đó

- (A) $\tan \alpha = \sqrt{3}$. (B) $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. (C) $\tan \alpha = 1$. (D) $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 27. Hàm số $y = \log_2 \sqrt{x^2 + x}$ có đạo hàm là

- (A) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)}$. (B) $y' = \frac{(2x+1)\ln 2}{2(x^2+x)}$. (C) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2}$. (D) $y' = \frac{2x+1}{2(x^2+x)\ln 2}$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1}$ là

- (A) $\emptyset$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(0; 1)$. (D) $[2; +\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m$. Tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị là

- (A) $m \geq 0$. (B) $m \leq 0$. (C) $m > 0$. (D) $m < 0$.

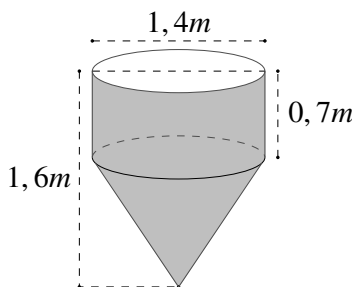
Câu 30. Số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ là

- (A) $z = -1 + 2i$. (B) $z = 1 + 2i$. (C) $z = -1 - 2i$. (D) $z = 1 - 2i$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

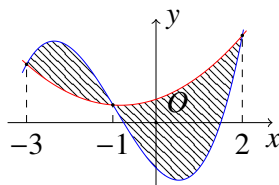
- (A) $\frac{8}{\sqrt{3}}$. (B) $\frac{8}{3}$. (C) $\frac{6}{\sqrt{3}}$. (D) $\frac{7}{3}$.

Câu 32. Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ (không có nắp đậy trên). Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm (các mối hàn không đáng kể, làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)?



- (A) $6,6m^2$. (B) $5,6m^2$. (C) $4,5m^2$. (D) $5,2m^2$.

Câu 33. Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bởi công thức nào sau đây?

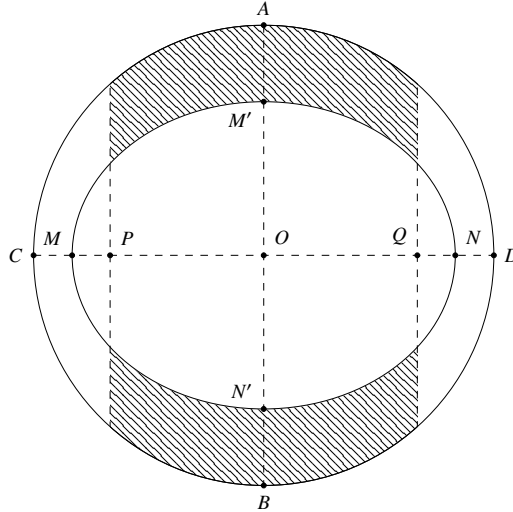


- (A) $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$. (B) $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|$.
(C) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx$. (D) $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx$.

Câu 34. Cho khối trụ (T) có đường cao h , bán kính đáy R và $h = 2R$. Một mặt phẳng qua trục cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- (A) $V = 4\pi a^3$. (B) $V = 27\pi a^3$. (C) $V = 16\pi a^3$. (D) $V = \frac{16}{3}\pi a^3$.

Câu 35. Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB = 12m$. Người ta làm một hồ cá có dạng hình elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ, biết $MN = 10m, M'N' = 8m, PQ = 8m$. Diện tích phần trồng cỏ (phần gạch sọc) bằng



- (A) $33,02m^2$. (B) $32,03m^2$. (C) $20,33m^2$. (D) $23,03m^2$.

Câu 36. Cho $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}\right)^2 dx = \frac{a}{b} + 2 \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của $a + b + c + d$ bằng

- (A) 18. (B) 16. (C) 20. (D) 25.

Câu 37. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a là

- (A) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. (B) $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. (C) $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$. (D) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 38. Cho số thực $a > 4$. Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $a^{\ln x^2} - a^{\ln(ex)} + a = 0$. Khi đó

- (A) $P = ae$. (B) $P = e$. (C) $P = a^e$. (D) $P = a$.

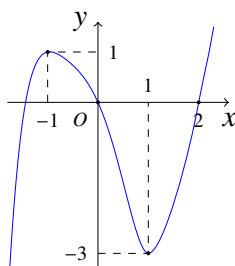
Câu 39. Anh A gửi ngân hàng 900 triệu (VNĐ) với lãi suất 0,4% mỗi tháng theo hình thức lãi kép, ngân hàng tính lãi trên số dư thực tế của tháng đó. Cứ cuối mỗi tháng anh ta rút ra 10 triệu để chi trả sinh hoạt phí. Hỏi sau bao lâu thì số tiền trong ngân hàng của anh ta sẽ hết (tháng cuối cùng có thể rút dưới 10 triệu để cho hết tiền)?

- (A) 111 tháng. (B) 112 tháng. (C) 113 tháng. (D) 110 tháng.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SDB) bằng

- (A) $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$. (B) $\frac{a\sqrt{57}}{19}$. (C) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



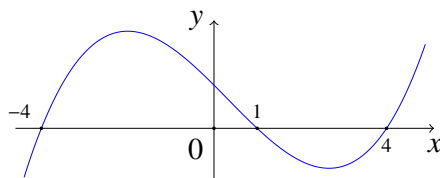
Số nghiệm thực của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng

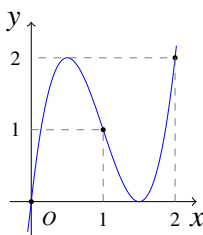
- (A) $\frac{19}{4}$. (B) $\frac{3}{4}$. (C) $\frac{21}{4}$. (D) $\frac{1}{2}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(2x - x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



- (A) 2. (B) 5. (C) 3. (D) 1.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(2 \sin x) - 2 \sin^2 x < m$ đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > f(1) - \frac{1}{2}$. (B) $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$. (C) $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. (D) $m > f(0) - \frac{1}{2}$.

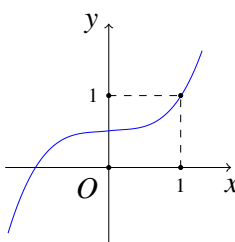
Câu 45. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{2019z}{z-2}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) trừ đi một điểm $N(2; 0)$. Bán kính của (C) bằng

- (A) 1. (B) 2. (C) $\sqrt{3}$. (D) $\sqrt{2}$.

Câu 46. Có 3 quả cầu màu vàng, 3 quả cầu màu xanh (các quả cầu cùng màu thì giống nhau) bỏ vào hai cái hộp khác nhau, mỗi hộp 3 quả cầu. Tính xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung một hộp.

- (A) $\frac{1}{120}$. (B) $\frac{1}{20}$. (C) $\frac{1}{2}$. (D) $\frac{1}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị của m ($m \in \mathbb{R}$) sao cho

$$(x-1)\left[m^3 f(2x-1) - mf(x) + f(x) - 1\right] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Số phần tử của tập S là

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 48. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là

- (A) $\sqrt{2} + 1$. (B) $\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu

$(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(2; 1; 3)$, vuông góc với đường thẳng (d) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

- (A) 4. (B) -2. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) 5.

Câu 50. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và M, N là hai điểm lần lượt trên cạnh CA, CB sao cho MN song song với AB và $\frac{CM}{CA} = k$. Mặt phẳng $(MNB'A')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần có thể tích

V_1 (phần chứa điểm C) và V_2 sao cho $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Khi đó giá trị của k là

- (A) $k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$. (B) $k = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. (C) $k = \frac{1}{2}$. (D) $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

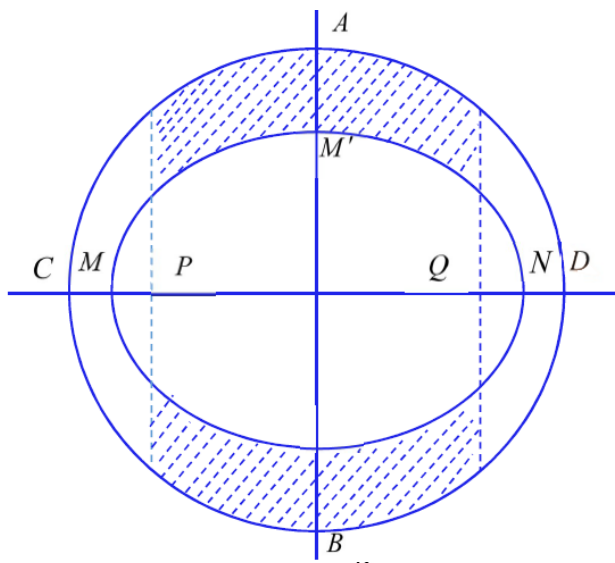
----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	D	B	B	B	A	D	A	B	A	B	B	B	D	B	C	C	B	B	D	A	A	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	C	C	A	C	B	A	B	A	C	B	D	A	C	A	D	D	A	A	C	D	C	D	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Một khu vườn dạng hình tròn có hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau, $AB = 12\text{m}$. Người ta làm một hồ cá có dạng hình elip với bốn đỉnh M, N, M', N' như hình vẽ, biết $MN = 10\text{m}$, $M'N' = 8\text{m}$, $PQ = 8\text{m}$. Diện tích phần trồng cỏ (phần gạch sọc) bằng



A. $20,33\text{m}^2$

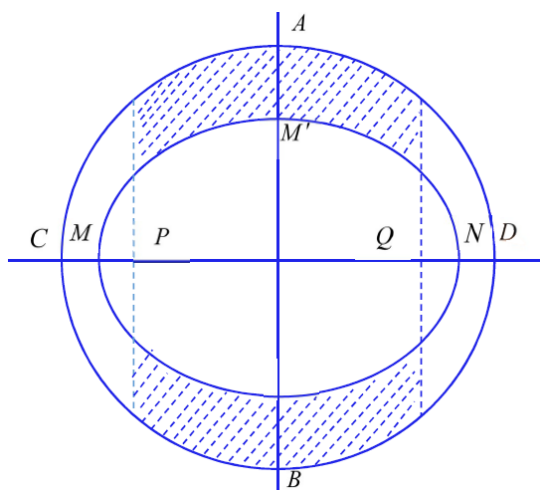
B. $33,02\text{m}^2$

C. $23,03\text{m}^2$

D. $32,03\text{m}^2$

Lời giải

Chọn D



Gọi AB giao CD tại O , đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, khi đó ta có phương trình đường tròn tâm O , đường kính AB là $x^2 + y^2 = 6^2$. Phương trình đường elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Ta thấy phần trồng cỏ chia thành 2 phần bằng nhau, ta gọi diện tích một phần phía trên trục Ox là S_1 .

Ta có phương trình 2 nửa đường tròn là $y = \pm\sqrt{6^2 - x^2}$, phương trình 2 nửa đường elip là $y = \pm 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}}$. Do đó diện tích $S_1 = \int_{-4}^4 \left(\sqrt{6^2 - x^2} - 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{25}} \right) dx$.

Vậy diện tích trông cỏ $S = 2S_1 \approx 32,03\text{m}^2$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là

- A.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = -1$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ là: $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.

Câu 3. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.** $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$. **B.** $\log(3a) = 3 \log a$. **C.** $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$. **D.** $\log a^3 = 3 \log a$.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng các kết quả:

$\log_a b^a = a \log_a b$, ($0 < a \neq 1, b > 0$) và $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$, ($0 < a \neq 1, b > 0, c > 0$).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-1}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-5)^2 = 36$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(2;1;3)$, vuông góc với đường thẳng d và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất. Khi đó đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $a + b$.

- A.** $-\frac{1}{2}$. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$ và bán kính $R = 6$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \text{mp}(P)$ có vector pháp tuyến $\vec{n}_p = (2;2;-1)$

$\Rightarrow$ Phương trình $\text{mp}(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$.

Ta có: $d(I, (P)) = \frac{2}{3} < R \Rightarrow$ Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn giao tuyến (C) có tâm H .

$$H \text{ là hình chiếu của } I \text{ lên mặt phẳng } (P) \Leftrightarrow \begin{cases} H \in (P) \\ \overrightarrow{IH} = k \cdot \vec{n}_p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y - z - 3 = 0 \\ x - 3 = 2k \\ y - 2 = 2k \\ z - 5 = -k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{23}{9} \\ y = \frac{14}{9} \\ z = \frac{47}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{23}{9}; \frac{14}{9}; \frac{47}{9}\right).$$

Δ là đường thẳng đi qua $A(2;1;3)$, vuông góc với đường thẳng $d \Rightarrow \Delta \subset (P)$.

Khi đó Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất $\Leftrightarrow \Delta$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm có khoảng cách lớn nhất $\Leftrightarrow \Delta$ đi qua tâm H của đường tròn (C).

$$\Rightarrow \Delta \text{ có vector chỉ phương cùng phương với vector } \overrightarrow{AH} = \left(\frac{5}{9}; \frac{5}{9}; \frac{20}{9} \right).$$

$$\Rightarrow \Delta \text{ có một vector chỉ phương là } \vec{u} = (1; 1; 4).$$

$$\text{Vậy } a + b = 1 + 4 = 5.$$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai vector đơn vị trên hai trục Ox, Oy . Tọa độ điểm A là

- A.** $A(1;1;1)$. **B.** $A(2;1;0)$. **C.** $A(0;1;1)$. **D.** $A(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} = 2\vec{i} + 1\vec{j} + 0\vec{k} \Rightarrow A(2;1;0).$$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x + y + z - 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $D(0;1;0)$. **B.** $A(1;1;1)$. **C.** $B(0;1;1)$ **D.** $C(2;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm vào phương trình mặt phẳng, ta được $1 + 1 + 1 - 3 = 0$ suy ra $A(1;1;1) \in (P)$.

Câu 7. Với $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

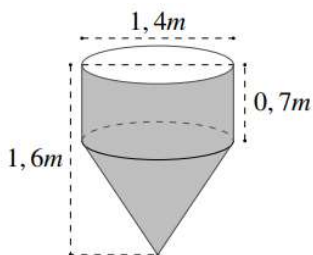
- A.** $P = 6 \log_a b$. **B.** $P = 9 \log_a b$. **C.** $P = 27 \log_a b$. **D.** $P = 15 \log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + \frac{6}{2} \log_a b = 3 \log_a b + 3 \log_a b = 6 \log_a b.$$

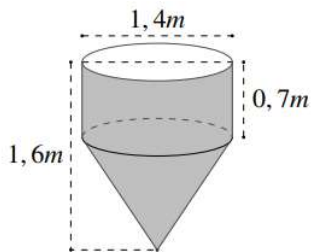
Câu 8. Người ta làm một dụng cụ sinh hoạt gồm hình nón và hình trụ như hình vẽ (không có nắp đậy trên). Cần bao nhiêu m^2 vật liệu để làm (các mối hàn không đáng kể, làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân sau dấu phẩy)?



- A.** $5,2m^2$. **B.** $6,6m^2$. **C.** $4,5m^2$. **D.** $5,6m^2$.

Lời giải

Chọn D



+ Hình trụ và hình nón có cùng bán kính đáy $r = \frac{1,4}{2} = 0,7m$.

$$+ \text{ Hình trụ có đường sinh } l = 0,7m \Rightarrow s_1 = 2\pi rl = 2\pi rh = 2\pi \cdot 0,7 \cdot 0,7 = \frac{49}{50} \pi (m^2).$$

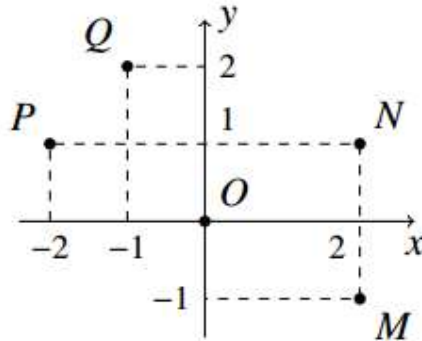
+ Hình nón có chiều cao $h' = 1,6 - 0,7 = 0,9m$, đường sinh.

$$l' = \sqrt{h'^2 + r^2} = \sqrt{0,9^2 + 0,7^2} = \frac{\sqrt{130}}{10}m \Rightarrow s_2 = \pi r l' = \pi \cdot 0,7 \cdot \frac{\sqrt{130}}{10} (m^2).$$

Diện tích cần để làm dụng cụ bằng tổng diện tích xung quanh của hình trụ s_1 và diện tích xung quanh của hình nón s_2 . Gọi s là diện tích xung quanh của dụng cụ sinh hoạt.

$$\text{Khi đó } s = s_1 + s_2 = \frac{49}{50}\pi + \pi \cdot 0,7 \cdot \frac{\sqrt{130}}{10} \approx 5,6m^2.$$

Câu 9. Cho $z = -1 - 2i$. Điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$?



A. Q .

B. P .

C. N .

D. M .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z = -1 - 2i \Rightarrow \bar{z} = -1 + 2i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm Q .

Câu 10. Anh A gửi ngân hàng 900 triệu (VNĐ) với lãi suất 0,4% mỗi tháng theo hình thức lãi kép, ngân hàng tính lãi trên số dư thực tế của tháng đó. Cứ cuối mỗi tháng anh ta rút ra 10 triệu để chi trả sinh hoạt phí. Hỏi sau bao lâu số tiền trong ngân hàng của anh ta sẽ hết (tháng cuối cùng có thể rút dưới 10 triệu để hết tiền)?

113 tháng.

112 tháng.

111 tháng.

110 tháng.

A.

B.

C.

D.

Lời giải

Chọn B

Gọi P : số tiền gửi vào ngân hàng; A : số tiền rút ra hàng tháng; r : lãi suất mỗi tháng.

Sau tháng thứ nhất số tiền trong ngân hàng còn lại là: $P(1+r) - A$

Sau tháng thứ hai số tiền trong ngân hàng còn lại là:

$$(P(1+r) - A)(1+r) - A = P(1+r)^2 - A((1+r) + 1)$$

Sau tháng thứ ba số tiền trong ngân hàng còn lại là:

$$(P(1+r)^2 - A((1+r) + 1))(1+r) - A = P(1+r)^3 - A((1+r)^2 + (1+r) + 1)$$

.....

Sau tháng thứ n số tiền trong ngân hàng còn lại là:

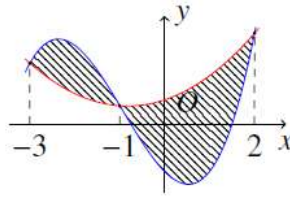
$$P(1+r)^n - A((1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + (1+r) + 1) = P(1+r)^n - A\left(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right)$$

$$\text{Để sau tháng thứ } n \text{ số tiền anh ta vừa hết thì } P(1+r)^n - A\left(\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 900(1+0,4\%)^n - 10\left(\frac{(1+0,4\%)^n - 1}{0,4\%}\right) = 0 \Leftrightarrow n \approx 111,79.$$

Kết luận: 112 tháng.

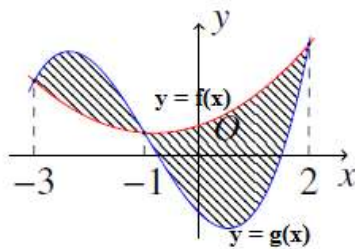
Câu 11. Cho hàm số bậc hai $f(x)$ và hàm số bậc ba $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức nào sau đây?



- A.** $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx.$
- B.** $S = \int_{-3}^{-1} [f(x) - g(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx.$
- C.** $S = \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [g(x) - f(x)] dx.$
- D.** $S = \left| \int_{-3}^2 [f(x) - g(x)] dx \right|.$

Lời giải

Chọn A



Diện tích phần gạch chéo được tính bằng công thức

$$\begin{aligned} S &= \int_{-3}^2 |f(x) - g(x)| dx \\ &= \int_{-3}^{-1} |f(x) - g(x)| dx + \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx \\ &= \int_{-3}^{-1} [g(x) - f(x)] dx + \int_{-1}^2 [f(x) - g(x)] dx. \end{aligned}$$

Câu 12. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là:

- A.** $x = 3.$ **B.** $x = 1.$ **C.** $x = \frac{3}{2}.$ **D.** $x = \frac{5}{2}.$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1.$$

Câu 13. Cho $\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \right)^2 dx = \frac{a}{b} + 2 \ln \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của $a+b+c+d$ bằng

- A.** 25. **B.** 18. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x} \Rightarrow dt = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx.$$

Với $x=1 \Rightarrow t=1$.

Với $x=4 \Rightarrow t=2$.

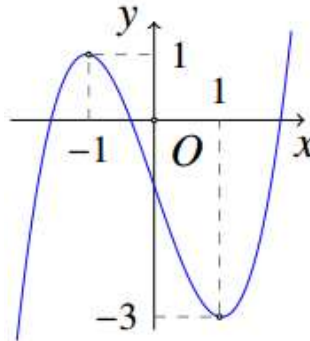
Khi đó,

$$\int_1^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1} \right)^2 dx = \int_1^2 \left(\frac{t+2}{t+1} \right)^2 dx = \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{t+1} \right)^2 dx$$

$$\int_1^2 \left(1 + \frac{2}{t+1} + \frac{1}{(t+1)^2} \right) dx = \left(t + 2 \ln(1+t) - \frac{1}{t+1} \right) \Big|_1^2 = \frac{7}{6} + 2 \ln \frac{3}{2}.$$

Vậy $a+b+c+d=18$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)$.

D. $(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{1}$. Khoảng cách giữa Δ và (P) bằng

A. $\frac{7}{3}$.

B. $\frac{8}{\sqrt{3}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{8}{3}$.

Lời giải

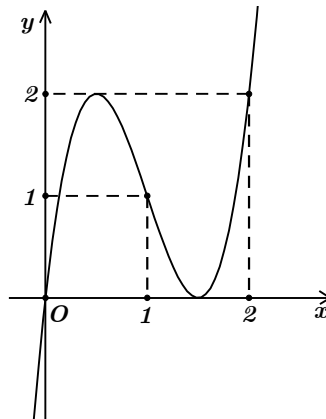
Chọn D

Ta có vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-2;2)$, vec tơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}=(2;2;1)$ suy ra $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1.2 + (-2).2 + 2.1 = 0$ nên Δ song song (P) hoặc $\Delta \subset (P)$.

Ta chọn một điểm trên Δ là $M(1;-2;1)$, khoảng cách giữa Δ và (P) là khoảng cách từ M đến

$$(P): d(\Delta, (P)) = d(M, (P)) = \frac{|1-2(-2)+2.1+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}} = \frac{8}{3}.$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Bất phương trình $f(2\sin x) - 2\sin^2 x < m$ đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi

- A.** $m > f(0) - \frac{1}{2}$. **B.** $m > f(1) - \frac{1}{2}$. **C.** $m \geq f(1) - \frac{1}{2}$. **D.** $m \geq f(0) - \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

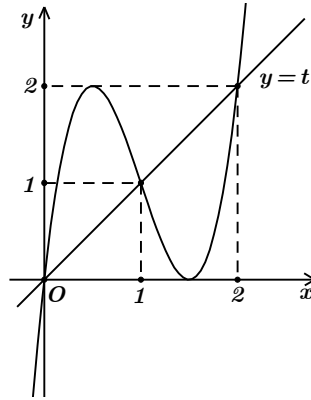
Đặt $2\sin x = t$. Vì $x \in (0; \pi)$ nên $t \in (0; 2)$.

Bất phương trình trở thành $f(t) - \frac{t^2}{2} < m$. Đặt $g(t) = f(t) - \frac{t^2}{2}$ với $t \in (0; 2)$.

Bất phương trình đúng với mọi $t \in (0; 2)$ khi và chỉ khi $\max_{(0;2)} g(t) < m$.

Ta có $g'(t) = f'(t) - t$.

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t$. Nghiệm phương trình này trên khoảng $(0; 2)$ là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = t$ với $t \in (0; 2)$.



Dựa vào đồ thị ta được nghiệm $t = 1 \in (0; 2)$.

Cũng dựa vào đồ thị ta thấy khi $t \in (0; 1)$ thì $f'(t) > t \Rightarrow g'(t) > 0$, khi $t \in (1; 2)$ thì $f'(t) < t \Rightarrow g'(t) < 0$.

Bảng biến thiên:

t	0	1	2
$g'(t)$	+	0	-
$g(t)$	$f(1) - \frac{1}{2}$		

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\max_{(0;2)} g(t) = g(1) = f(1) - \frac{1}{2}$.

Vậy bất phương trình đã cho đúng với mọi $x \in (0; \pi)$ khi và chỉ khi $m > f(1) - \frac{1}{2}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
y'	+	0	-	+	0	+

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta có y' đổi dấu qua các nghiệm nên hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 18. Cho số thực $a > 4$. Gọi P là tích tất cả các nghiệm của phương trình $a^{\ln x^2} - a^{\ln(x^e)} + a = 0$. Khi đó

A. $P = ae$.

B. $P = a^e$.

C. $P = e$.

D. $P = a$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có: $a^{\ln x^2} - a^{\ln(x^e)} + a = 0 \Leftrightarrow a^{2\ln x} - a \cdot a^{\ln x} + a = 0$ (1).

Đặt: $t = a^{\ln x}$, ($t > 0$). Khi đó (1) trở thành $t^2 - at + a = 0$

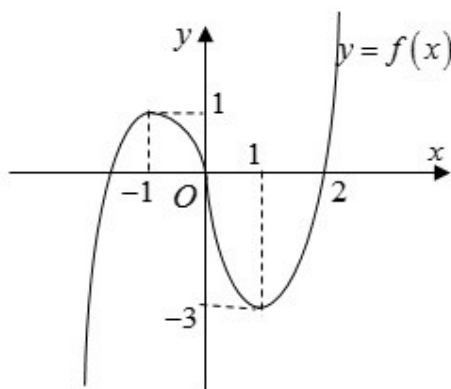
Ta có: $\Delta = a^2 - 4a > 0$; (do $a > 4$) $\Rightarrow$ (1) có hai nghiệm $t_1; t_2 > 0$

$\Rightarrow t_1 = a^{\ln x_1} \Leftrightarrow x_1 = e^{\log_a t_1}$; $t_2 = a^{\ln x_2} \Leftrightarrow x_2 = e^{\log_a t_2}$.

$\Rightarrow P = x_1 x_2 = e^{\log_a t_1} e^{\log_a t_2} = e^{\log_a t_1 + \log_a t_2} = e^{\log_a (t_1 t_2)} = e^{\log_a a} = e$.

Kết luận: $P = e$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(2 + f(e^x)) = 1$ là

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

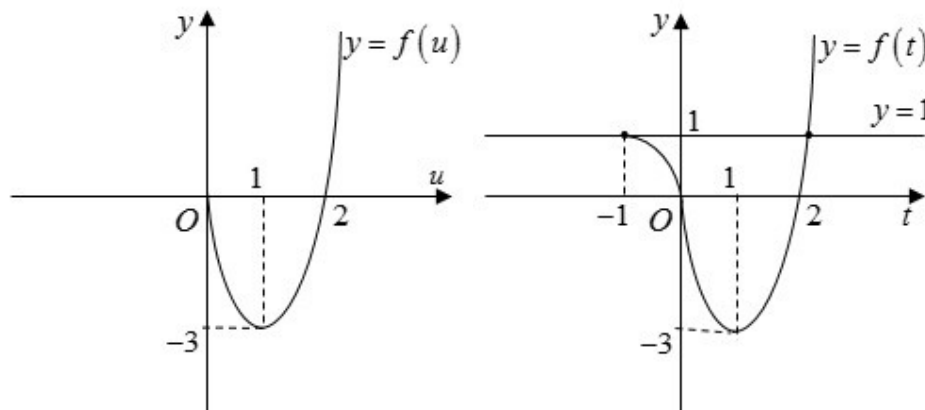
Đặt $u = e^x > 0$, từ đồ thị suy ra: $f(u) \geq -3, \forall u > 0$.

Đặt $t = 2 + f(u)$, $t \geq -1$.

Ứng với mỗi nghiệm $t = -1$, có một nghiệm $u = 1$.

Ứng với mỗi nghiệm $t \in (-1; 2)$, có hai nghiệm $u \in (0; 2)$.

Ứng với mỗi nghiệm $t > 2$, có một nghiệm $u > 2$.



Phương trình $f(t)=1$ có một nghiệm $t=-1$ và một nghiệm $t>2$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm.

Câu 20. Thể tích của khối cầu có bán kính bằng R bằng

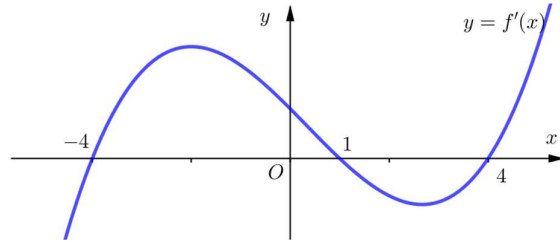
- A.** $\frac{4}{3}\pi^2 R^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^3$. **D.** $\frac{1}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối cầu có bán kính R bằng $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, với $a,b,c,d,e\in\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Hỏi hàm số $y=f(2x-x^2)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A.** 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x)=f(2x-x^2)$, $g'(x)=(2-2x).f'(2x-x^2)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ f'(2x-x^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2x-x^2=1 \\ 2x-x^2=\pm 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1-\sqrt{5} \\ x=1+\sqrt{5} \end{cases}$$

Ta có: $g'(4)=-6.f'(-8)>0$ vì $f'(-8)<0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$1-\sqrt{5}$	1	$1+\sqrt{5}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	↘ CT ↗ CĐ ↘ CT ↗				

Vậy, hàm số $g(x)=f(2x-x^2)$ có một điểm cực đại.

Câu 22. Cho hàm số $y=x^4-2mx^2+m$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số có 3 cực trị

- A.** $m>0$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m<0$. **D.** $m\leq 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$$y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m).$$

$$y'=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-m)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x^2=m \end{cases} (*)$$

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt $x\neq 0 \Leftrightarrow m>0$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi α là góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABC'D')$. Khi đó

A. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

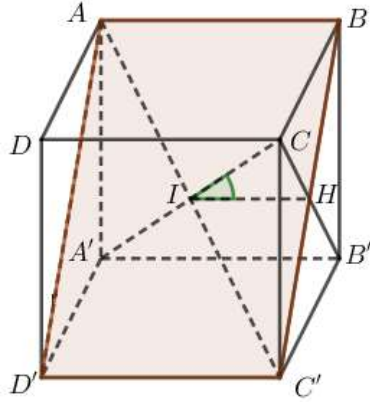
B. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = A'C \cap AC'$ và $H = BC' \cap CB'$.

Khi đó $\alpha = \widehat{(A'C, (ABC'D'))} = \widehat{(CI, (ABC'D'))}$

Ta có $CH \perp BC'$ (hai đường chéo hình vuông).

$CH \perp IH$ (do $IH \perp (BCC'B')$).

$\Rightarrow CH \perp (ABC'D')$.

Do đó $\alpha = \widehat{(CI, (ABC'D'))} = \widehat{(CI, HI)} = \widehat{CIH}$.

Giả sử hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a , khi đó $CH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ và $IH = \frac{a}{2}$

Tam giác CHI vuông tại $H \Rightarrow \tan \alpha = \tan \widehat{CIH} = \frac{CH}{IH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;0)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) đồng thời đường thẳng AB cắt (Q) tại C sao cho $CA = 2CB$. Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$

B. $(Q): x + y + z = 0$

C. $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ **D.** $(Q): x + y + z = 0$ hoặc $(Q): x + y + z - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(c_1; c_2; c_3)$

Phương trình mặt phẳng $(Q): x + y + z + d = 0$

Ta có $\overrightarrow{CA}(-c_1; 1-c_2; 1-c_3)$ và $\overrightarrow{CB}(1-c_1; -c_2; -c_3)$

Trường hợp 1. $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -c_1 = 2(1-c_1) \\ 1-c_2 = -2c_2 \\ 1-c_3 = -2c_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = 2 \\ c_2 = -1 \\ c_3 = -1 \end{cases} \Rightarrow C(2; -1; -1)$$

Vì $C \in (Q)$ nên $2 - 1 - 1 + d = 0 \Leftrightarrow d = 0$

Phương trình mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$

Trường hợp 2. $\overrightarrow{CA} = -2\overrightarrow{CB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -c_1 = -2(1-c_1) \\ 1-c_2 = 2c_2 \\ 1-c_3 = 2c_3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c_1 = \frac{2}{3} \\ c_2 = \frac{1}{3} \\ c_3 = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

Vì $C \in (Q)$ nên $d = -\frac{4}{3}$

Phương trình mặt phẳng $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$

Vậy $(Q): x + y + z - \frac{4}{3} = 0$ hoặc $(Q): x + y + z = 0$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 1	$\searrow$ 0	$\nearrow$ $+\infty$	

Số nghiệm của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2019f(x) - 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{5}{2019}$.

Số nghiệm của phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ là số giao điểm của $y = f(x)$ và $y = \frac{5}{2019}$.

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y = f(x)$, ta suy ra $0 < \frac{5}{2019} < 1$.

Do đó $y = f(x)$ và $y = \frac{5}{2019}$ có 3 giao điểm.

Vậy phương trình $2019f(x) - 5 = 0$ có 3 nghiệm.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-	-
$f(x)$	0 $\searrow$ $-\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow -\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$, vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0$.

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2; x = -2$.

vì $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow (2)^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow (2)^+} y = +\infty$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 27. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x-2}{x+2m}$ đồng biến $(-\infty; -4]$. Số phần tử của tập S là

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chon D

Điều kiện: $x \neq -2m$.

$$y' = \frac{2m+2}{(x+2m)^2}.$$

$$\text{Hàm số đồng biến } (-\infty; -4] \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-\infty; -4] \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+2 > 0 \\ -2m > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 2.$$

Vì m là số nguyên nên $m = 0, m = 1$.

Vây tập S có 2 phần tử.

Câu 28. Cho khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông, độ dài hai cạnh góc vuông là $3a$, $4a$ và chiều cao của khối lăng trụ là $6a$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $72a^3$.

B. $27a^3$.

C. $36a^3$.

D. $12a^3$.

Lời giải

Chon C

Thể tích của khối lăng trụ: $V = S.h = \frac{1}{2} 3a.4a.6a = 36a^3$.

Câu 29. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là

A. $2^x + 2\ln x + C$.

B. $2^x \ln 2 - \frac{2}{x^2} + C.$

C. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C.$

D. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C.$

Lời giải

Chon C

$$\int f(x) dx = \int \left(2^x + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C.$$

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1}$ là

A. $(1; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(0; 1)$.

D. $\emptyset$.

Lời giải

Chon A

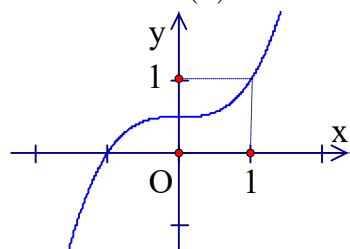
Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_2 \frac{1}{x^2-1} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} \frac{1}{x^2-1} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{2}}(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow x-1 < x^2-1 \Leftrightarrow x^2-x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 1 \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện $x > 1$ ta được tập nghiệm của bất phương trình $(1; +\infty)$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp các giá trị của $m (m \in \mathbb{R})$ sao cho

$$(x-1)[m^3 f(2x-1) - mf(x) + f(x) - 1] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Số phần tử của tập S là

A. 0.

B. 3.

C. 2

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy $f(x)=1$. Đặt $g(x)=m^3 f(2x-1)-mf(x)+f(x)-1$.

$$(x-1)[m^3 f(2x-1)-mf(x)+f(x)-1] \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

Từ giả thiết ta có điều kiện cần để có (*) là

$$g(1)=0 \Leftrightarrow m^3 f(1)-mf(1)+f(1)-1=0 \Leftrightarrow m^3-m=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\pm 1 \end{cases}$$

Điều kiện đủ:

+) Với $m=0$ ta có $(*) \Leftrightarrow g(x)=(x-1)[f(x)-1] \geq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Do đó $m=0$ thỏa mãn.

+) Với $m=1$ ta có $(x-1)[f(2x-1)-1] = \frac{1}{2}[(2x-1)-1][f(2x-1)-1] \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Do đó $m=1$ thỏa mãn.

+) Với $m=-1$, $(*) \Leftrightarrow (x-1)[-f(2x-1)+2f(x)-1] \geq 0 \quad (**)$.

$$\text{Xét } x > 1 \text{ ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x-1)+1}{2f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a(2x-1)^3 + b(2x-1)^2 + c(2x-1) + d + 1}{2(ax^3 + bx^2 + cx + d)} = 4 > 0$$

$$\Rightarrow \exists \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 1: f(2\alpha-1)+1 > 2f(\alpha) \text{ hay } 2f(\alpha)-f(2\alpha-1)-1 < 0$$

$$\Rightarrow (\alpha-1)[2f(\alpha)-f(2\alpha-1)-1] < 0 \text{ (không thỏa mãn (**)).}$$

Do đó $m=-1$ không thỏa mãn

Vậy S có 2 phần tử.

Câu 32. Số phức z thỏa mãn $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ là

A. $z = -1 + 2i$.

B. $z = 1 + 2i$.

C. $z = 1 - 2i$.

D. $z = -1 - 2i$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Suy ra $\bar{z} = a - bi$.

Vì $z(1+i) + \bar{z} - i = 0$ nên ta có: $(a+bi)(1+i) + a - bi - i = 0$

$$\Leftrightarrow 2a - b + (a-1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $z = 1 + 2i$.

Câu 33. Hàm số $y = \log_2 \sqrt{x^2 + x}$ có đạo hàm là

$$\text{A. } y' = \frac{2x+1}{2(x^2+x)\ln 2}. \quad \text{B. } y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)}.$$

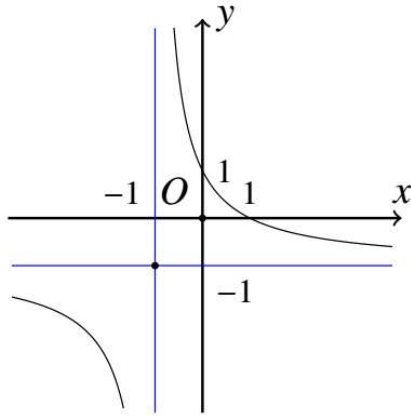
$$\text{C. } y' = \frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2}. \quad \text{D. } y' = \frac{(2x+1)\ln 2}{2(x^2+x)}.$$

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{(\sqrt{x^2+x})'}{\sqrt{x^2+x} \cdot \ln 2} = \frac{\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x}}}{\sqrt{x^2+x} \cdot \ln 2} = \frac{2x+1}{2(x^2+x) \cdot \ln 2}.$$

Câu 34. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = \frac{-x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{-x}{x+1}$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn B

Đường cong có dạng đồ thị của hàm hữu tỉ bậc nhất nên loại đáp án C, D

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$ nên loại đáp án B

Câu 35. Cho a, b, c theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Biết $a+b+c=15$. Giá trị của b bằng

- A. $b=10$. B. $b=8$. C. $b=5$. D. $b=6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $a+b+c=15 \Leftrightarrow 3b=15 \Leftrightarrow b=5$.

Câu 36. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$. Khi đó $\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx$ bằng

A. $3-e$. B. $5+e$. C. $e+3$. D. $5-e$.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^1 [2f(x) + e^x] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 e^x dx = 2 \cdot 2 + e^x \Big|_0^1 = 4 + (e-1) = 3+e.$$

Câu 37. Cho khối trụ (T) có đường cao h , bán kính đáy R và $h=2R$. Một mặt phẳng qua trục cắt khối trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $16a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $V = 27\pi a^3$ B. $V = 16\pi a^3$ C. $V = 4\pi a^3$ D. $V = \frac{16}{3}\pi a^3$

Lời giải

Chọn B

Vì thiết diện là hình chữ nhật đi qua trục và có diện tích bằng $16a^2$ nên $2R \cdot h = 16a^2$

$$\Leftrightarrow (2R)^2 = 16a^2 \Leftrightarrow R = 2a$$

Thể tích khối trụ là: $V = \pi \cdot (2a)^2 \cdot 4a = 16\pi a^3$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. $R = 5$. B. $R = 4$. C. $R = 3$. D. $R = 2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có dạng

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \quad (d = a^2 + b^2 + c^2 - R^2)$$

$$\text{Từ phương trình mặt cầu } (S) \text{ suy ra: } \begin{cases} a=1; b=0; c=0 \\ d=-3 \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = 2.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $BC = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

D. $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$.

Lời giải

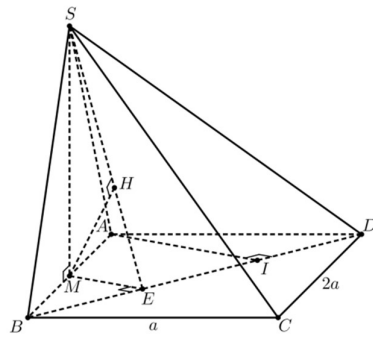
Chọn A

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM \perp AB$ (vì $\triangle SAB$ đều).

Mà 2 mặt phẳng (SAB) , $(ABCD)$ vuông góc và cắt nhau theo giao tuyến AB .

$\Rightarrow SM \perp (ABCD)$ hay SM là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

• Cách 1:



$$\text{Vì } AB \cap (SBD) = B \text{ nên } \frac{d(A, (SBD))}{d(M, (SBD))} = \frac{BA}{BM} = 2 \Rightarrow d(A, (SBD)) = 2 \cdot d(M, (SBD)) \quad (1).$$

Trong $(ABCD)$, kẻ $AI \perp BD$ tại I , kẻ $ME \perp BD$ tại E .

Trong (SME) , kẻ $MH \perp SE$ tại H .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \perp SM \\ BD \perp ME \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SME) \Rightarrow (SBD) \perp (SME).$$

$$\text{Từ đó: } \begin{cases} (SBD) \perp (SME) \\ (SBD) \cap (SME) = SE \\ MH \subset (SME) \\ MH \perp SE \end{cases} \Rightarrow MH \perp (SBD)$$

$$\Rightarrow MH = d(M, (SBD)) \quad (2).$$

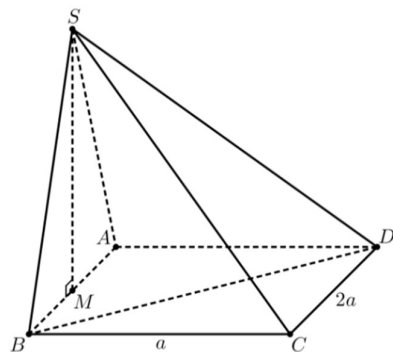
$$\triangle ABD \text{ vuông tại } A \Rightarrow \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AI = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Mà } \triangle ABI \text{ có } ME \text{ là đường trung bình nên } ME = \frac{AI}{2} = \frac{a}{\sqrt{5}}.$$

$$\triangle SME \text{ vuông tại } M \Rightarrow \frac{1}{MH^2} = \frac{1}{SM^2} + \frac{1}{ME^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{3}}{4} \quad (3).$$

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow d(A, (SBD)) = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

• Cách 2:



Chứng minh tương tự, ta được $AD \perp (SAB) \Rightarrow SA \perp AD$ hay $\triangle SAD$ vuông tại A .

$$\text{Ta có: } V_{S.ABD} = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Ngoài ra, $\triangle SBD$ có $SB = 2a$, $BD = SD = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$ nên áp dụng công thức Heron, ta được $S_{SBD} = 2a^2$.

$$\Rightarrow d(A, (SBD)) = \frac{3V_{A.SBD}}{S_{SBD}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{3}}{2a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 40. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để tồn tại 4 số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2$ và $z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m$ là số thuần ảo. Tổng các phần tử của S là

A. 1.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

$$*) z = x + yi, \forall x, y \in \mathbb{R} \Rightarrow |z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = 2 \Leftrightarrow |2x| + |2yi| = 2 \Leftrightarrow |x| + |y| = 1.$$

$$*) z(\bar{z} + 2) - (z + \bar{z}) - m = x^2 + y^2 + 2yi - m \text{ là số thuần ảo } \Leftrightarrow x^2 + y^2 = m \ (m > 0).$$

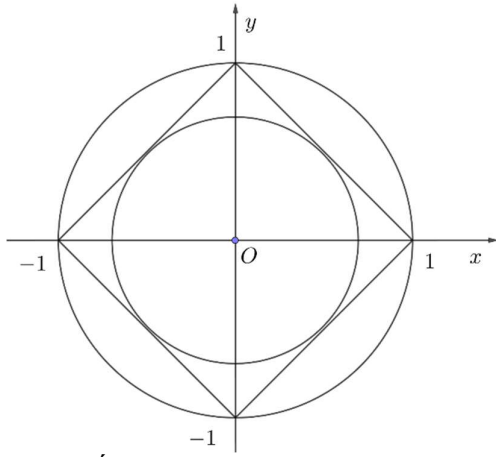
Để tồn tại 4 số phức z thì hệ phương trình $\begin{cases} |x| + |y| = 1 \\ x^2 + y^2 = m \end{cases}$ (*) có 4 nghiệm phân biệt.

Hệ (*) có 4 nghiệm thì đường tròn tâm O bán kính $\sqrt{m}$ phải cắt các đường thẳng $|x| + |y| = 1$ tại 4 điểm phân biệt.

Các đường thẳng $|x| + |y| = 1$ đôi một cắt nhau tạo thành 1 hình vuông như trên đồ thị.

Để đường tròn $(C): x^2 + y^2 = m$ cắt các đường thẳng $|x| + |y| = 1$ tại 4 điểm thì đường tròn sẽ là đường tròn nội tiếp hoặc ngoại tiếp hình vuông với các bán kính tương ứng $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và bán kính

$$R = 1. \text{ Hay } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra tổng các giá trị } m \text{ cần tìm là } \frac{3}{2}.$$



Câu 41. Chọn kết luận **đúng**

A. $C_n^0 = 0$.

B. $A_n^1 = 1$.

C. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

D. $C_n^k = \frac{n!}{k!(n+k)!}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và M, N là hai điểm lần lượt trên cạnh CA, CB sao cho MN song song AB và $\frac{CM}{CA} = k$. Mặt phẳng $(MNB'A')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành hai phần có thể tích V_1 (phần chứa điểm C) và V_2 sao cho $\frac{V_1}{V_2} = 2$. Khi đó giá trị của k là

A. $k = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

B. $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

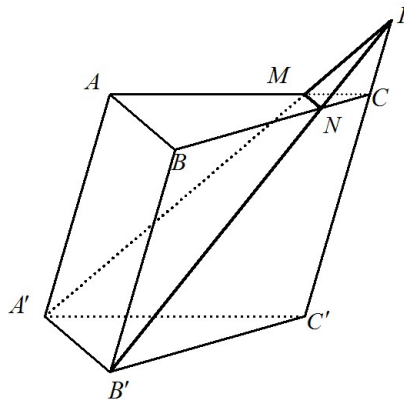
C. $k = \frac{1}{2}$.

D. $k = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A'M, B'N, CC'$ đồng quy tại I (theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng phân biệt) $\Rightarrow \frac{IM}{IA'} = \frac{IN}{IB'} = \frac{IC}{IC'} = \frac{CN}{C'B'} = k$ và $\frac{d(I, (A'B'C'))}{d(C, (A'B'C'))} = \frac{IC'}{CC'} = \frac{IC'}{IC' - IC} = \frac{IC'}{IC' - kIC'} = \frac{1}{1-k}$.



Khi đó $\frac{V_{IMNC}}{V_{IA'B'C'}} = \left(\frac{IC}{IC'}\right)^3 = k^3$

$\Rightarrow V_1 = V_{MNC A'B'C'} = V_{IA'B'C'} - V_{IMNC} = (1 - k^3) V_{IA'B'C'}$.

Mặt khác: $V_{IA'B'C'} = \frac{1}{3} d(I, (A'B'C')) \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-k} \cdot d(C, (A'B'C')) \cdot S_{\Delta A'B'C'} = \frac{1}{3(1-k)} V_{ABC.A'B'C'}$

$$\Rightarrow V_1 = (1 - k^3) \frac{1}{3(1-k)} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{(k^2 + k + 1)}{3} V_{ABC.A'B'C'} \quad (1).$$

$$\text{Theo giả thiết } \frac{V_1}{V_2} = 2 \Leftrightarrow V_1 = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) \& (2)} \Rightarrow \frac{k^2 + k + 1}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow k^2 + k - 1 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \quad (\text{vì } k > 0).$$

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4x.f(x)$ là

A. $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$. **B.** $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$.

C. $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + C$.

D. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2 + 1} d(x^2 + 1) = \frac{1}{2} \ln|x^2 + 1| + C = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C.$$

$$\text{Vì } f(0) = 0 \text{ nên } \frac{1}{2} \ln 1 + C = 0 \Rightarrow C = 0. \text{ Vậy } f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1).$$

$$\text{Khi đó } \int g(x) dx = \int 2x \ln(x^2 + 1) dx = \int \ln(x^2 + 1) d(x^2 + 1)$$

$$\text{Đặt } u = \ln(x^2 + 1), dv = d(x^2 + 1) \Rightarrow du = \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1}, \text{ chọn } v = x^2 + 1$$

$$\int g(x) dx = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - \int d(x^2 + 1)$$

$$= (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - (x^2 + 1) + C'$$

$$= (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + C.$$

Câu 44. Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

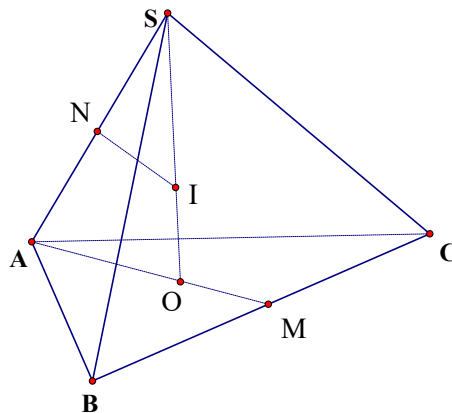
B. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$

C. $\frac{3a\sqrt{6}}{4}$

D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm của đáy, M là trung điểm của BC và N là trung điểm của tam giác đều SA .

Vì $S.ABC$ là tứ diện đều nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Trong mặt phẳng (SOA) , trung trực Δ của cạnh SA cắt SO tại I .

Ta có I cách đều S, A, B, C nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

$$\text{Ta có } AO = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}, SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}, SN = \frac{a}{2}.$$

$$\triangle SIN \sim \triangle SAO \Rightarrow \frac{SI}{SA} = \frac{SN}{SO} \Rightarrow SI = \frac{SN}{SO} \cdot SA = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $R = SI = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 45. Có 3 quả cầu màu vàng, 3 quả cầu màu xanh (các quả cầu cùng màu thì giống nhau) bỏ vào hai cái hộp khác nhau, mỗi hộp 3 quả cầu. Tính xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung 1 hộp.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{20}$.

C. $\frac{1}{120}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi không gian mẫu $\Omega =$ “ Mỗi hộp có 3 quả cầu trong tổng số 3 quả cầu vàng, 3 quả cầu màu xanh.”

Trường hợp 1: Hộp thứ nhất có 3 quả vàng, hộp thứ 2 có 3 quả xanh. Và ngược lại. Nên có 2 cách.

Trường hợp 2: Hộp thứ nhất có 2 quả vàng, 1 quả xanh. Hộp thứ 2 có 2 quả xanh, 1 quả vàng. Và ngược lại. Có 2 cách

$$\Rightarrow n(\Omega) = 4.$$

Biến cố $A =$ “Mỗi hộp có 3 quả cầu cùng màu”.

Số cách lựa chọn biến cố A chính là trường hợp 1 $\Rightarrow n(A) = 2$.

$$\text{Xác suất để các quả cầu cùng màu thì vào chung 1 hộp là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

Câu 46. Xét số phức z thỏa mãn $\frac{2019z}{z-2}$ là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của z là một đường tròn (C) trừ đi một điểm $N(2;0)$. Bán kính của (C) bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thì điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z .

Điều kiện có nghĩa của $w = \frac{2019z}{z-2}$ là $z \neq 2$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó, } \frac{w}{2019} &= \frac{x + yi}{(x-2) + yi} = \frac{(x + yi)(x-2 - yi)}{(x-2)^2 + y^2} \\ &= \frac{x^2 + y^2 - 2x - 2yi}{(x-2)^2 + y^2} = \frac{x^2 + y^2 - 2x}{(x-2)^2 + y^2} - \frac{2y}{(x-2)^2 + y^2} i. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow w = 2019 \cdot \left[\frac{x^2 + y^2 - 2x}{(x-2)^2 + y^2} - \frac{2y}{(x-2)^2 + y^2} i \right].$$

$$\text{Theo đề bài, } w \text{ là số thuần ảo} \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2 - 2x}{(x-2)^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x = 0 \\ (x-2)^2 + y^2 \neq 0 \end{cases} (*).$$

(*) là phương trình đường tròn (C) trừ đi điểm $N(2;0)$.

Vậy (C) có tâm $I(1;0)$ và bán kính $R = 1$.

Câu 47. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. 4.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $z^2 - 3z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{3 \pm \sqrt{3}i}{2}$.

Vậy $|z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{3 + \sqrt{3}i}{2} \right|^2 + \left| \frac{3 - \sqrt{3}i}{2} \right|^2 = 6$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0; 0; 2)$, $B(1; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{4}$.

Xét điểm M thay đổi thuộc (S) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. $\frac{19}{4}$.

D. $\frac{21}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 1)$, bán kính $R = \frac{1}{2}$.

Gọi K là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0} \Rightarrow K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Ta có

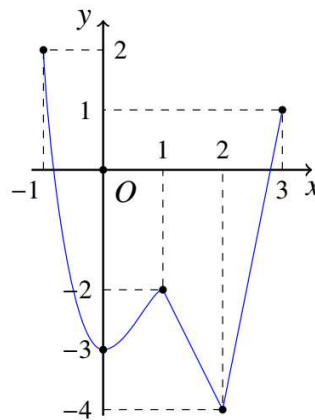
$$\begin{aligned} MA^2 + 2MB^2 &= (\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KA})^2 + 2(\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KB})^2 \\ &= 3MK^2 + KA^2 + 2KB^2 + 2\overrightarrow{MK} \cdot (\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB}) = 3MK^2 + KA^2 + 2KB^2. \end{aligned}$$

Biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ đạt GTNN khi và chỉ khi MK đạt giá trị nhỏ nhất.

Với M thay đổi thuộc (S) ta có $MK_{\min} = |KI - R| = \left| 1 - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$.

Vậy $(MA^2 + 2MB^2)_{\min} = 3MK_{\min}^2 + KA^2 + 2KB^2 = \frac{3}{4} + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = \frac{19}{4}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ là



A. -5.

B. 2.

C. -6.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có $M = 2$, đạt khi $x = -1$ và $m = -4$, đạt khi $x = 2$.

Vậy $M + m = -2$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$	1	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $M(0;2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- B. $f(-1)$ là một giá trị cực tiểu của hàm số.
- C. $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số.
- D. $x_0 = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Lời giải

Chọn A

vì điểm $M(0;2)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

----- HẾT -----