SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH YÊN BÁI	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT CẤP TỈNH NĂM HỌC 2022 - 2023
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi có 01 trang, gồm 07 câu)*	Môn: **TOÁN** Thời gian: **180** phút *(không kể thời gian giao đề)* Ngày thi: **29/9/2022**

Câu 1. *(4,0 điểm)*

1) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

2) Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m$ (m là tham số thực). Chứng minh rằng d cắt (C) tại hai điểm A,B phân biệt với mọi tham số thực m. Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A và B. Tìm tất cả các giá trị của m để $P=(k_1)^{2022}+(k_2)^{2022}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 2. *(2,0 điểm)*

Cho đa giác (H) có 20 đỉnh nội tiếp một đường tròn. Chọn bốn đỉnh tùy ý của (H). Tính xác suất để chọn được bốn đỉnh tạo thành một tứ giác lồi có bốn cạnh đều là đường chéo của (H).

Câu 3. *(4,0 điểm)*

Giải phương trình sau trên tập số thực $\sqrt{x^2-x+1}=\dfrac{x^3+3x^2-4x+1}{x^2+3}$.

Câu 4. *(4,0 điểm)*

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Gọi M,N lần lượt là các điểm thuộc cạnh BC,CD sao cho $BM=2MC$ và $CN=2ND$.

1) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

2) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và SN.

Câu 5. *(3,0 điểm)*

Cho hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp đường tròn (O). Tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AB tại P. Gọi I,K lần lượt là trung điểm của PB,PC. Đường thẳng DP cắt đường tròn (O) tại G khác D.

1) Chứng minh KB là tiếp tuyến của đường tròn (O) và tứ giác $AOGI$ nội tiếp.

2) Gọi J là giao điểm của BC và AG. Chứng minh ba điểm O,J,P thẳng hàng.

Câu 6. *(1,5 điểm)*

Cho ba số thực dương a,b,c thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{25a^2}{\sqrt{2a^2+7b^2+16ab}}+\frac{25b^2}{\sqrt{2b^2+7c^2+16bc}}+\frac{c^2(3+a)}{a}.$$

Câu 7. *(1,5 điểm)*

Tìm tất cả các cặp số tự nhiên (m,n) để $A=3^{3m^2+6n-61}+4$ là một số nguyên tố.

.... *Hết* ....