

(Đề có 02 trang)

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ II

NĂM HỌC: 2023 - 2024

Môn: Toán 11

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 8$ là

- A.** $x = 3$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -\frac{5}{2}$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 3^x$ là

- A.** $f'(x) = x \cdot 3^{x-1}$. **B.** $f'(x) = 3^x$.
- C.** $f'(x) = 3^x \ln 3$. **D.** $f'(x) = \frac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ là

- A. $\widehat{BSA}$. B. $\widehat{SAB}$. C. $\widehat{SBA}$. D. $\widehat{SBC}$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 5. Phương trình $\log_2(x^2 - 2) = \log_2 x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(5x-1) > 0$ là

- A.** $\left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5}; +\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(0; \frac{1}{5}\right)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- A.** $(SAB) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (ABC)$.
C. $(SAB) \perp (SBC)$. **D.** $(SAB) \perp (SAC)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + 1$. Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình

$y' = 0$ ($x_1 < x_2$). Giá trị của biểu thức $S = 2x_2 - x_1$ bằng

- A.** -9 . **B.** 4 . **C.** -4 . **D.** 9 .

Câu 9. Một vật chuyển động thẳng theo phương trình: $S(t) = t^2 + 2t + 5$ (m), trong đó t là thời gian chuyển động được tính bằng giây (s), $S(t)$ là quãng đường chuyển động của vật theo thời gian t . Tại thời điểm $t = 2$ giây, vận tốc của vật là

- A.** 13m/s. **B.** 4m/s. **C.** 8m/s. **D.** 6m/s.

Câu 10. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(0;1)$ là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = -x - 1$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 1$.

Câu 11. Cho số thực $a > 0$. Nếu $x = \sqrt{3}$ là một nghiệm của bất phương trình $a^x > a^{2024}$ (1) thì số nghiệm nguyên dương của bất phương trình (1) là

- A. 2024. B. 2025. C. 2023. D. Vô số.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = a$, AC cắt BD tại O , $SO = a$. Khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu 1 (2,0 điểm)

- a) Giải phương trình: $2^{x^2-x+1} = 2^x$.
b) Giải bất phương trình: $\log(x+2) > \log(2x-3)$.

Câu 2 (2,0 điểm)

- a) Cho hàm số $f(x) = \cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$. Tính $f'(0)$.
b) Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$ có đồ thị là (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C)

biết rằng tiếp tuyến đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

Câu 3 (2,5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi H, M, N lần lượt là trung điểm của AB , SA và CD .

- a) Chứng minh rằng $SH \perp (ABCD)$ và tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.
b) Gọi α là số đo góc nhị diện $[A, SC, B]$. Tính $\cos \alpha$.
c) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SN .

Câu 4 (0,5 điểm)

Một vật dao động điều hòa có phương trình dao động là $x(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó $t > 0$ là thời gian dao động và được tính bằng giây (s); $x(t)$ là li độ của dao động và được tính bằng centimet (cm). Tại thời điểm lần đầu tiên vật đạt vận tốc bằng $\frac{\pi}{2}$ (cm/s) thì gia tốc của vật bằng bao nhiêu?

===== Hết =====

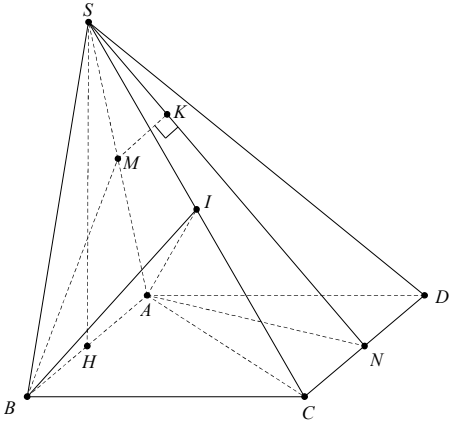
I. TRẮC NGHIỆM (3,0 điểm)

Với mỗi câu: Trả lời đúng được 0,25 điểm, trả lời sai 0 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	C	A	B	A	D	D	D	A	C	B

II. TỰ LUẬN (7,0 điểm)

Câu	Lời giải sơ lược	Điểm
1. (2,0 điểm)		
a)	$2^{x^2-x+1} = 2^x \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = x$	0,5
	$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$	0,5
b)	$\log(x+2) > \log(2x-3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3 > 0 \\ x+2 > 2x-3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < x < 5$	0,5
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{3}{2}; 5\right).$	0,25
2. (2,5 điểm)		
a)	Ta có: $f'(x) = -\frac{2}{\sin^2\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)}$	0,5
	$\Rightarrow f'(0) = -8.$	0,5
b)	Ta có: $y' = x^2 - 2x + 1$ Gọi $M\left(m; \frac{1}{3}m^3 - m^2 + m\right)$ là tiếp điểm. Vì tiếp tuyến tại M của (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân nên hệ số góc của tiếp tuyến bằng 1 hoặc -1 , tức là: $\begin{cases} y'(m) = 1 \\ y'(m) = -1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 = 1 \\ m^2 - 2m + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$	0,25
	+) Với $m = 0 \Rightarrow M(0;0) \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = x$ (loại vì tiếp tuyến đi qua O)	0,25

	+) Với $m = -3 \Rightarrow M(-3; -16) \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến là: $y = x - \frac{4}{3}$ (t/m) Vậy pt tiếp tuyến cần tìm là $y = x - \frac{4}{3}$.	0,25
3. (2,5 điểm)		
a) Vì $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow SH \perp AB$ Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$	 (Vẽ đúng hình ý a được 0,25 điểm)	0,25
Vì $SH \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD}$ $\triangle SAB$ là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ $S_{ABCD} = AB \cdot BC \cdot \sin \widehat{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3}{4}$.		0,5
b) Dễ thấy $\triangle ABC$ đều $\Rightarrow AC = BC = a \Rightarrow$ các tam giác SAC và SBC lần lượt cân tại A và B. Gọi I là trung điểm của $SC \Rightarrow \begin{cases} AI \perp SC \\ BI \perp SC \end{cases} \Rightarrow \widehat{AIB}$ là góc phẳng nhị diện $[A, SC, B]$.		0,5
Ta có: $SC^2 = SH^2 + CH^2 = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow SI^2 = IC^2 = \frac{3a^2}{8}$ $IA^2 = SA^2 - SI^2 = \frac{5a^2}{8}$ Tương tự: $IB^2 = \frac{5a^2}{8}$ $\Rightarrow \cos \alpha = \cos \widehat{AIB} = \frac{IA^2 + IB^2 - AB^2}{2IA \cdot IB} = \frac{1}{5}$.		0,5
c) Ta có: $\triangle ACD$ đều $\Rightarrow AN \perp CD \Rightarrow AN \perp AB$ $\Rightarrow AN \perp (SAB) \Rightarrow (SAN) \perp (SAB)$ $\triangle SAB$ đều $\Rightarrow BM \perp SA$ $\Rightarrow BM \perp (SAN)$ Dựng $MK \perp SN$ tại $K \Rightarrow MK$ là đoạn vuông góc chung của BM và SN $\Rightarrow d(BM, SN) = MK$		0,25

	$MK = MS \cdot \sin \widehat{MSK} = MS \cdot \frac{AN}{SN} = MS \cdot \frac{AN}{\sqrt{SA^2 + AN^2}} = \frac{a}{2} \cdot \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$ Vậy: $d(BM, SN) = \frac{a\sqrt{21}}{14}.$	0,25
4. (0,5 điểm)		
	Vận tốc tức thời của vật là $v(t) = x'(t) = -\pi \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s})$ Gia tốc tức thời của vật là $a(t) = x''(t) = -\frac{\pi^2}{4} \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) (\text{cm/s}^2)$ $v(t) = \frac{\pi}{2} (\text{cm/s}) \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 8k \\ t = \frac{16}{3} + 8k \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	Với $t = 8k$ Do $t > 0 \Rightarrow 8k > 0 \Rightarrow k > 0$ Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \geq 1 \Rightarrow t \geq 8$ (1) Với $t = \frac{16}{3} + 8k$ Do $t > 0 \Rightarrow \frac{16}{3} + 8k > 0 \Rightarrow k > -\frac{2}{3}$ Mà $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \geq 0 \Rightarrow t \geq \frac{16}{3}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra lần đầu tiên vật đạt vận tốc là $\frac{\pi}{2} (\text{cm/s})$ tại thời điểm $t = \frac{16}{3} (\text{s})$ $\Rightarrow a\left(\frac{16}{3}\right) = \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{8} (\text{cm/s}^2).$	0,25

Lưu ý: Các cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm theo các bước tương ứng.