

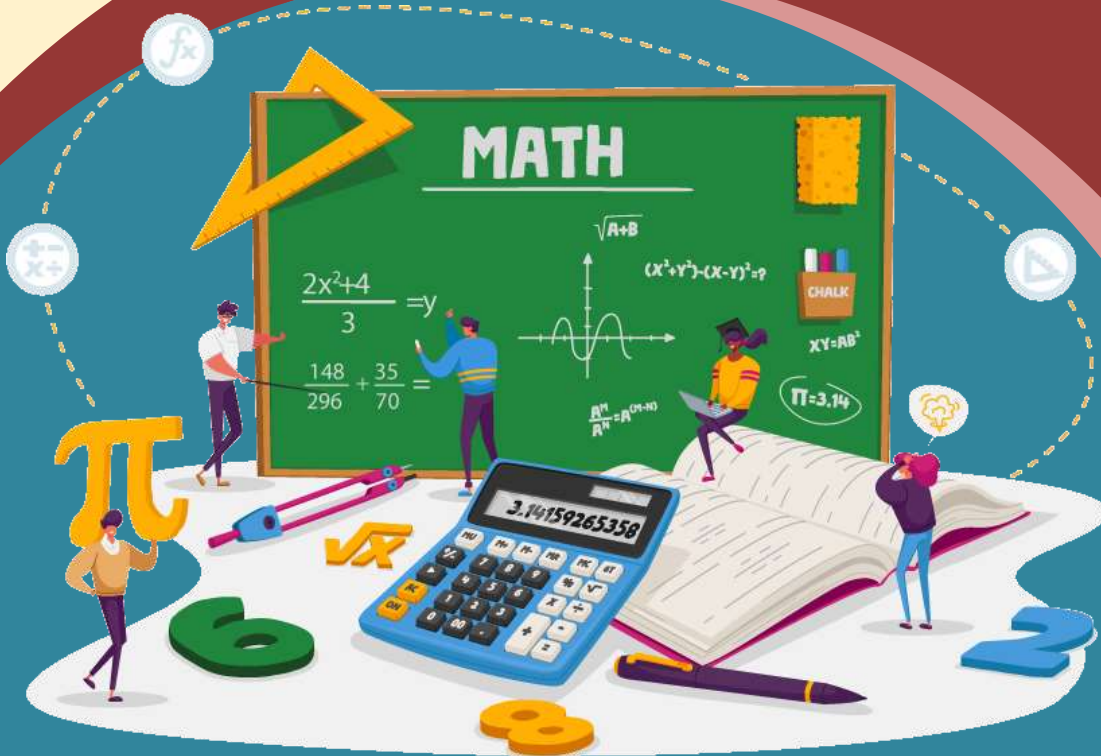
LÊ BÁ BẢO

TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

# TOÁN II

*KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG*

HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC





# CHUYÊN ĐỀ TRẮC NGHIỆM

**Môn: Toán 11**

Chuyên đề:

## HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

PHIẾU HỌC TẬP SỐ 01\_TrNg 2021

Lớp Toán thầy LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ  
116/04 Nguyễn Lộ Trạch, TP Huế

SĐT: 0935.785.115 Facebook: Lê Bá Bảo  
Trung tâm KM 10 Hương Trà, Huế.

### A- LÝ THUYẾT

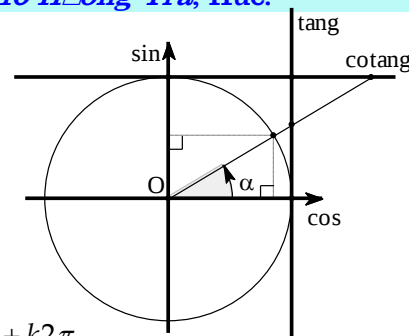
Giới thiệu tổng quan về các hàm số lượng giác:

$$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : \sin(x + k2\pi) = \sin x \quad \cos(x + k2\pi) = \cos x$$

$$\forall x \in D : \tan(x + k\pi) = \tan x \quad \cot(x + k\pi) = \cot x$$

\* Các giá trị đặc biệt: ( $k \in \mathbb{Z}$ )



$$1. \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad 2. \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \quad 3. \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$

$$4. \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad 5. \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \quad 6. \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$$

$$7. \tan x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \quad 8. \tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad 9. \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$10. \cot x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad 11. \cot x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \quad 12. \cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$$

#### 1. Hàm số $y = \sin x$ :

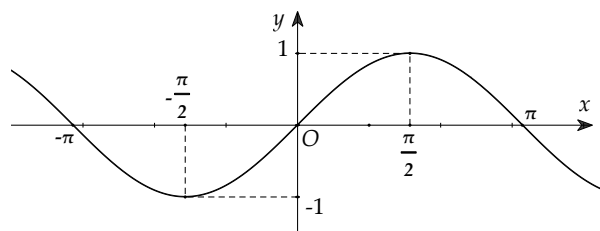
\* TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

\* Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ.

\* Tập giá trị:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$ .

\* Tuần hoàn với chu kỳ:  $T = 2\pi$ .

Đồ thị:



#### 2. Hàm số $y = \cos x$ :

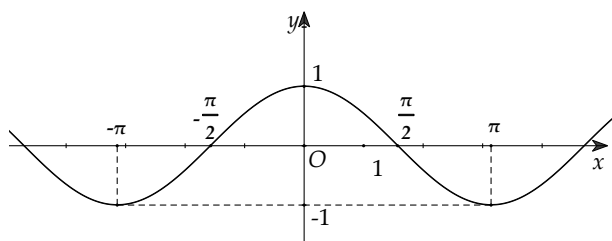
\* TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

\* Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

\* Tập giá trị:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1$ .

\* Tuần hoàn với chu kỳ:  $T = 2\pi$ .

Đồ thị:



3. Hàm số  $y = \tan x$ :

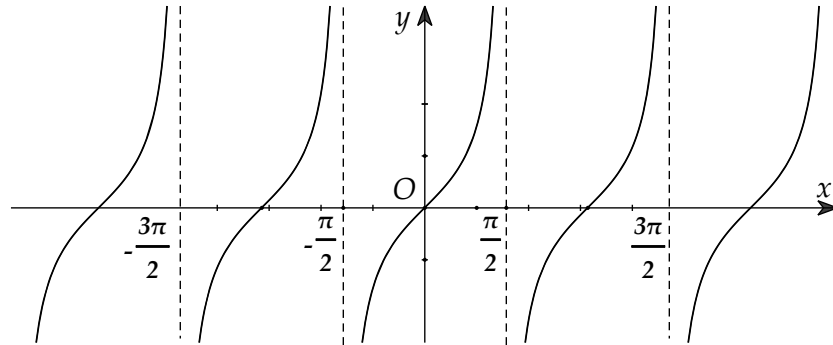
\* TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

\* Tập giá trị:  $\forall x \in D: \tan x \in \mathbb{R}$ .

\* Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ.

\* Tuần hoàn với chu kỳ:  $T = \pi$ .

Đồ thị:



3. Hàm số  $y = \cot x$ :

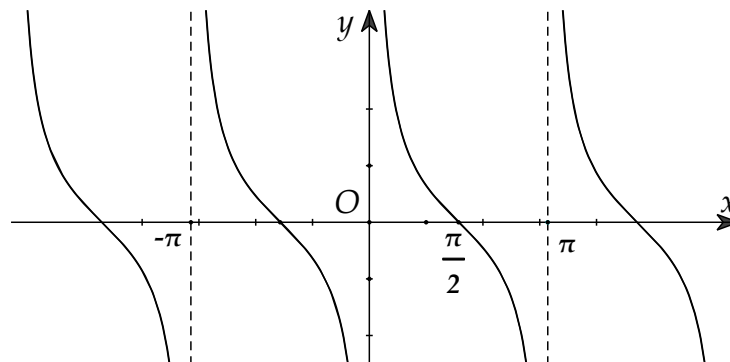
\* TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

\* Tập giá trị:  $\forall x \in D: \cot x \in \mathbb{R}$ .

\* Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ.

\* Tuần hoàn với chu kỳ:  $T = \pi$ .

Đồ thị:



B. MỘT SỐ DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1: TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

- 1) Hàm số  $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$  xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} P(x) \text{ có nghĩa} \\ Q(x) \text{ có nghĩa} \\ Q(x) \neq 0 \end{cases}$
- 2) Hàm số  $y = \sqrt{P(x)}$  xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} P(x) \text{ có nghĩa} \\ P(x) \geq 0 \end{cases}$ .
- 3) Hàm số  $y = \tan u(x)$  xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} u(x) \text{ có nghĩa} \\ u(x) \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ .
- 4) Hàm số  $y = \cot u(x)$  xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} u(x) \text{ có nghĩa} \\ u(x) \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ .

## II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Câu 1:** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = 3 \tan^2 \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right).$

b)  $y = 4 \cot^3 \left( 4x - \frac{\pi}{6} \right).$

c)  $y = \frac{\sin 2x + 1}{\sin 4x - 1}.$

d)  $y = \frac{\tan x}{\sin^2 x - \cos^2 x}.$

**Lời giải:**

a) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\cos \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 2x \neq \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

b) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\sin \left( 4x - \frac{\pi}{6} \right) \neq 0$

$$\Leftrightarrow 4x - \frac{\pi}{6} \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 4x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{24} + \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

c) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\sin 4x \neq 1$

$$\Leftrightarrow 4x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

d) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin^2 x - \cos^2 x \neq 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ -\cos 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x \neq \frac{\pi}{2} + m\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{m\pi}{2} \end{cases}, (k; m \in \mathbb{Z}).$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{4} + \frac{m\pi}{2}, k, m \in \mathbb{Z} \right\}.$

**Câu 2:** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = 2 \tan x + 3 \cot x.$

b)  $y = \frac{2 \tan x}{\sin x + 1}.$

**Lời giải:**

a) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

b) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \sin x \neq -1 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 3:** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a)  $y = \sqrt{1 - \sin 6x}$ .

b)  $y = \sqrt{\cos 3x - 1}$ .

c)  $y = \sqrt{\frac{\cos x + 2}{\sin x - 2}}$ .

d)  $y = \sqrt{\frac{\sin 2x + 4}{1 - \sin 3x}}$ .

**Lời giải:**

a) Hàm số xác định khi chỉ khi  $1 - \sin 6x \geq 0 \Leftrightarrow \sin 6x \leq 1$  (đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ ).

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R}$ .

b) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\cos 3x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \cos 3x \geq 1 \xrightarrow{\cos 3x \in [-1;1]} \cos 3x = 1$

$$\Leftrightarrow 3x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \left\{ \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

c) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \frac{\cos x + 2}{\sin x - 2} \geq 0 \\ \sin x - 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases} \quad (*)$

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} \cos x + 2 > 0 \\ \sin x - 2 < 0 \end{cases}$  nên  $\frac{\cos x + 2}{\sin x - 2} < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \emptyset$ .

d) Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \frac{\sin 2x + 4}{1 - \sin 3x} \geq 0 \\ 1 - \sin 3x \neq 0 \end{cases} \quad (*)$

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} \sin 2x + 4 > 0 \\ 1 - \sin 3x \geq 0 \end{cases}$  nên  $(*) \Leftrightarrow 1 - \sin 3x \neq 0 \Leftrightarrow \sin 3x \neq 1 \Leftrightarrow 3x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

### III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 4:** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

1)  $y = \sin 3x$

2)  $y = \cos \frac{x}{3}$

3)  $y = \sin \sqrt{x}$

4)  $y = \cos \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

5)  $y = \frac{7}{2\cos x}$

6)  $y = \cot \left( 2x - \frac{\pi}{4} \right)$

7)  $y = \frac{\cot x}{\cos x - 1}$

8)  $y = \sqrt{\frac{\sin x + 2}{\cos x + 1}}$

9)  $y = \sqrt{\cos x + 1}$

10)  $y = \frac{3}{\sin^2 x - \cos^2 x}$

11)  $y = \frac{2}{\cos x - \cos 3x}$

12)  $y = \tan x + \cot x$

### IV. TRẮC NGHIỆM: TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sin 2x$ .

A.  $D = [-2; 2]$ .

B.  $D = [-1; 1]$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .

**Câu 2.** Xét bốn mệnh đề sau:

- (1): Hàm số  $y = \sin x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
 (2): Hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
 (3): Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .  
 (4): Hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$ .

Tìm số phát biểu đúng.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 3.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = 2 \cot x + \sin 3x$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan x + \cot x$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cot x}{\sin x - 1}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = 2016 \tan^{2017} 2x$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
 C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin 3x + \sin x}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \sqrt{3} \cos x}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 12.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{2 + \cos x}}{\sin 3x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 13.** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\sin x - 1}$  là

A.  $D = \emptyset$ .

B.  $D = \mathbb{R}$ .

C.  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 14.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2\sin x - 5}}$  là

A.  $D = \emptyset$ .

B.  $D = \mathbb{R}$ .

C.  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 15.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{2 + \sin x}{1 - \cos x}}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Câu 16.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \sin \sqrt{x}$ . B.  $y = \tan 2x$ . C.  $y = \cos 2x$ . D.  $y = \cot(x^2 + 1)$ .

**Câu 17.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = 2 \cos \sqrt{x}$ . B.  $y = \frac{\tan 2x}{\sin^2 x + 1}$ . C.  $y = \cos \frac{1}{x}$ . D.  $y = \sqrt{\frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5}}$ .

**Câu 18.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 19.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{3 \tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$  là

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . D.  $D = \mathbb{R}$ .

**Câu 20.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Câu 21.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \cot\left(\frac{\pi}{2} \cos x\right)$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Câu 22.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{2 - \sin 2x}{\sqrt{m \cos x + 1}}$  xác định trên toàn trục số.

- A.  $-1 \leq m \leq 1$ . B.  $-1 < m < 1$ . C.  $m > 0$ . D.  $0 < m < 1$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2m - 3 \sin x}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $(0; 2022)$  để hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$ ?

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2021.

**Câu 24.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sin 2x - m}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

- A.  $[-1; 1]$ . B.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ . C.  $(-1; 1)$ . D.  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ .

**Câu 25.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{\cos^2 4x - m}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

- A.  $[-1; 1]$ . B.  $(-\infty; 0)$ . C.  $(-\infty; -1]$ . D.  $(-\infty; 0]$ .

## V. LỜI GIẢI CHI TIẾT TRẮC NGHIỆM: TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sin 2x$ .

- A.  $D = [-2; 2]$ . B.  $D = [-1; 1]$ . C.  $D = \mathbb{R}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .

**Lời giải:**

Chú ý phân biệt giữa tập giá trị và tập xác định của hàm số.

⇒ **Chọn đáp án C.**

**Câu 2.** Xét bốn mệnh đề sau:

- (1): Hàm số  $y = \sin x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
 (2): Hàm số  $y = \cos x$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .  
 (3): Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi\}$ .  
 (4): Hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}\right\}$ .

Tìm số phát biểu đúng.

- A. 1.                      **B. 2.**                      C. 3.                      D. 4.

**Lời giải:**

Hàm số  $y = \tan x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ . Vậy (3) sai.

Hàm số  $y = \cot x$  có tập xác định là  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . Vậy (4) sai.

⇒ **Chọn đáp án B.**

**Câu 3.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = 2 \cot x + \sin 3x$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      **B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .**  
 C.  $D = \mathbb{R}$ .                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

⇒ **Chọn đáp án B.**

**Câu 4.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .  
**C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .**                      D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x + \frac{2\pi}{3} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

⇒ **Chọn đáp án C.**

**Câu 5.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan x + \cot x$ .

- A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .                      **B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ .**

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\cot x}{\sin x - 1}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi \\ \sin x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi; k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 7.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = 2016 \tan^{2017} 2x$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 8.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \frac{1}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{1}{-\cos 2x}$ .

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\cos 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 9.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin 3x + \sin x}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \frac{1}{\sin 3x + \sin x} = \frac{1}{2\sin 2x \cos x}$ .

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \sin 2x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 10.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sin x - \sqrt{3} \cos x}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\sin x - \sqrt{3} \cos x \neq 0$

$\Leftrightarrow \sin x \neq \sqrt{3} \cos x \Leftrightarrow \tan x \neq \sqrt{3} \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 12.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\sqrt{2 + \cos x}}{\sin 3x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ . C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ . D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} 2 + \cos x \geq 0 \\ \sin 3x \neq 0 \end{cases} (*)$

Ta có  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq \cos x + 2 \leq 3$ .

Lúc đó,  $(*) \Leftrightarrow \sin 3x \neq 0 \Leftrightarrow 3x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án A.

**Câu 13.** Tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\sin x - 1}$  là

A.  $D = \emptyset$ .

B.  $D = \mathbb{R}$ .

C.  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\sin x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sin x \geq 1 (*)$

Ta có  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$ .

Lúc đó,  $(*) \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 14.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{2\sin x - 5}}$  là

A.  $D = \emptyset$ .

B.  $D = \mathbb{R}$ .

C.  $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $2\sin x - 5 > 0 \Leftrightarrow \sin x > \frac{5}{2} (*)$

Ta có  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1$ .

Lúc đó,  $(*)$  vô nghiệm.

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \emptyset$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án A.

**Câu 15.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{\frac{2 + \sin x}{1 - \cos x}}$ .

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2} | k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi chỉ khi  $\begin{cases} \frac{2 + \sin x}{1 - \cos x} \geq 0 \\ 1 - \cos x \neq 0 \end{cases} (*)$

Ta có  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq \sin x + 2 \leq 3 \\ 1 - \cos x \geq 0 \end{cases}$ .

Lúc đó,  $(*) \Leftrightarrow 1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 16.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \sin \sqrt{x}$ .

B.  $y = \tan 2x$ .

C.  $y = \cos 2x$ .

D.  $y = \cot(x^2 + 1)$ .

**Câu 17.** Hàm số nào sau đây có tập xác định là  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = 2 \cos \sqrt{x}$ .

B.  $y = \frac{\tan 2x}{\sin^2 x + 1}$ .

C.  $y = \cos \frac{1}{x}$ .

D.  $y = \sqrt{\frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5}}$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \sqrt{\frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5}}$ .

Ta có  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} -1 \leq \sin 2x \leq 1 \\ -1 \leq \cos 4x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \leq \sin 2x + 3 \leq 4 \\ 4 \leq \cos 4x + 5 \leq 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5} > 0$ .

Vậy hàm số  $y = \sqrt{\frac{\sin 2x + 3}{\cos 4x + 5}}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 18.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{1}{\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

•  $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  xác định  $\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0$ . (1)

•  $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0$ . (2)

Từ (1) và (2), suy ra hàm số xác định  $\Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow \sin 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq 0$   
 $\Leftrightarrow 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 19.** Tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{3\tan x - 5}{1 - \sin^2 x}$  là

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

C.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

D.  $D = \mathbb{R}.$

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

- $1 - \sin^2 x \neq 0 \Leftrightarrow \sin^2 x \neq 1. \quad (1)$
- $\tan x$  xác định  $\Leftrightarrow \cos x \neq 0. \quad (2)$

Từ (1) và (2), suy ra hàm số xác định  $\Leftrightarrow \cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$

**Câu 20.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right).$

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C.  $D = \mathbb{R}.$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\frac{\pi}{2}\cos x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \cos x \neq 1 + 2k, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x \neq 1 \text{ (ứng với } k=0) \\ \cos x \neq -1 \text{ (ứng với } k=-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \pi + k'2\pi, k' \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 21.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \cot\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right).$

A.  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{(2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

C.  $D = \mathbb{R}.$

D.  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}.$

**Lời giải:**

Hàm số xác định khi và chỉ khi  $\frac{\pi}{2}\cos x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \cos x \neq 2k, k \in \mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow \cos x \neq 0 \text{ (ứng với } k=0) \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 22.** Tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{2 - \sin 2x}{\sqrt{m\cos x + 1}}$  xác định trên toàn trục số.

A.  $-1 \leq m \leq 1.$

B.  $-1 < m < 1.$

C.  $m > 0.$

D.  $0 < m < 1.$

**Lời giải:**

Hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $m\cos x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}. \quad (1)$

- Khi  $m = 0$  thì (1) luôn đúng nên nhận giá trị  $m = 0.$

- Khi  $m > 0$  thì  $m \cos x + 1$  có tập giá trị là đoạn  $[-m+1; m+1]$ . Do đó để (1) đúng khi và chỉ khi  $-m+1 > 0 \Leftrightarrow m < 1 \xrightarrow{m>0} 0 < m < 1$ .
  - Khi  $m < 0$  thì  $m \cos x + 1$  có tập giá trị là đoạn  $[m+1; -m+1]$  Do đó để (1) đúng khi và chỉ khi  $m+1 > 0 \Leftrightarrow m > -1 \xrightarrow{m<0} -1 < m < 0$ .
- Kết hợp ba trường hợp ta được:  $-1 < m < 1$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = \sqrt{2m-3\sin x}$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc  $(0; 2022)$  để hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 2018.                      B. 2019.                      **C. 2020.**                      D. 2021.

**Lời giải:**

Hàm số xác định trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $2m-3\sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 2m \geq 3\sin x, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2m \geq \max_{\mathbb{R}} \{3\sin x\} \Leftrightarrow 2m \geq 3 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow[\substack{m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0; 2022)}]{m \in \mathbb{Z}} m \in \{2; 3; 4; \dots; 2021\}.$$

**Câu 24.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{\sin 2x - m}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

A.  $[-1; 1]$ .                      **B.  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ .**                      C.  $(-1; 1)$ .                      D.  $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$ .

**Lời giải:**

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \sin 2x - m \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \sin 2x \xrightarrow{\forall x \in \mathbb{R}: \sin 2x \in [-1; 1]} m \notin [-1; 1]$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty).$$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 25.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị  $m$  để hàm số  $y = \sqrt{\cos^2 4x - m}$  có tập xác định là  $\mathbb{R}$ .

A.  $[-1; 1]$ .                      B.  $(-\infty; 0)$ .                      C.  $(-\infty; -1]$ .                      **D.  $(-\infty; 0]$ .**

**Lời giải:**

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \cos^2 4x - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \cos^2 4x \xrightarrow{\forall x \in \mathbb{R}: \cos^2 4x \in [0; 1]} m \leq \min_{\mathbb{R}} \cos^2 4x = 0.$$

$$\Leftrightarrow m \in (-\infty; 0].$$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

## Dạng 2: TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

### I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

$$1) \forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1, -1 \leq \sin^{2n+1} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1, -1 \leq \cos^{2n+1} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$2) \forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\sin x| \leq 1, 0 \leq \sin^{2n} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\cos x| \leq 1, 0 \leq \cos^{2n} x \leq 1, n \in \mathbb{N}^*.$$

### II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

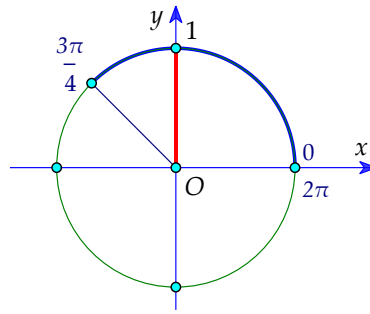
**Câu 1:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

$$a) y = \sin x, x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right].$$

$$b) y = 2\cos 2x + 5, x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right].$$

**Lời giải:**

a) Sử dụng đường tròn lượng giác:



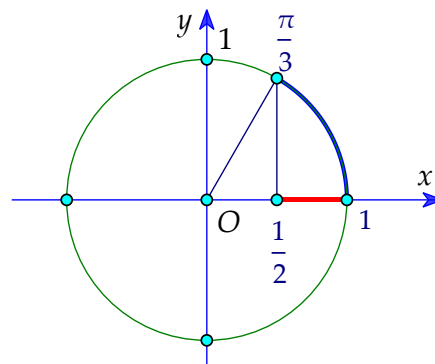
Ta có:  $\forall x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]: 0 \leq \sin x \leq 1$ .

Vậy  $\max_{x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]} y = 1$  đạt được khi  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ ;

$\min_{x \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]} y = 0$  đạt được khi  $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

b) Ta có:  $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right] \Leftrightarrow 2x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Sử dụng đường tròn lượng giác:



Ta có:  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right] \Leftrightarrow 2x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]: \frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \cos 2x \leq 2 \Leftrightarrow 6 \leq 2 \cos 2x + 5 \leq 7$ .

Vậy  $\max_{x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]} y = 7$  đạt được khi  $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ ;

$\min_{x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]} y = 6$  đạt được khi  $\cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$ .

**Câu 2:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = 2 \sin 4x + 5$ .

b)  $y = 3 - 2 \cos 2x$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R}: -1 \leq \sin 4x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \sin 4x \leq 2 \Leftrightarrow 3 \leq 2 \sin 4x + 5 \leq 7$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 7$  đạt được khi  $\sin 4x = 1 \Leftrightarrow 4x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\sin 4x = -1 \Leftrightarrow 4x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \geq -2 \cos 2x \geq -2 \Leftrightarrow 1 \leq 3 - 2 \cos 2x \leq 5$

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 5$  đạt được khi  $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 3:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = 3|\sin 3x| + 2$ .

b)  $y = \sqrt{5\cos^2 2x + 4}$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\sin 3x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 3|\sin 3x| \leq 3 \Leftrightarrow 2 \leq 3|\sin 3x| + 2 \leq 5$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 5$  đạt được khi

$$|\sin 3x| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 1 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \\ \sin 3x = -1 \Leftrightarrow 3x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases};$$

hoặc  $|\sin 3x| = 1 \Leftrightarrow \cos 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 2$  đạt được khi  $|\sin 3x| = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = 0 \Leftrightarrow 3x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \cos^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 5\cos^2 2x \leq 5$

$$\Leftrightarrow 4 \leq 5\cos^2 2x + 4 \leq 9 \Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{5\cos^2 2x + 4} \leq 3.$$

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\cos^2 2x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases};$

hoặc  $\cos^2 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 2$  đạt được khi  $\cos^2 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 4:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ .

b)  $y = \cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

**Lời giải:**

a) Ta có:  $y = \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = \frac{3}{4} + \frac{1}{4}\cos 4x$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos 4x \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq \frac{1}{4}\cos 4x \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{1}{4}\cos 4x + \frac{3}{4} \leq 1$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\cos 4x = 1 \Leftrightarrow 4x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = \frac{1}{2}$  đạt được khi  $\cos 4x = -1 \Leftrightarrow 4x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Ta có:  $y = \cos x + \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)\cos\frac{\pi}{3} = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$

$\min_{\mathbb{R}} y = -1$  đạt được khi  $\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

**Câu 5:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = \sin^2 x - 2\sin x + 3.$  b)  $y = \cos 2x + \cos x, x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$

**Lời giải:**

a) Xét hàm số  $y = \sin^2 x - 2\sin x + 3.$

Đặt  $t = \sin x \in [-1; 1].$

Ta có:  $g(t) = t^2 - 2t + 3, t \in [-1; 1].$

Bảng biến thiên:

| $t$    | $-\infty$ | $-1$ | $1$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|------|-----|-----------|
| $g(t)$ | $+\infty$ | $6$  | $2$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, suy ra:

$\max_{\mathbb{R}} y = \max_{t \in [-1; 1]} g(t) = 6$  đạt được khi  $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$

$\min_{\mathbb{R}} y = \min_{t \in [-1; 1]} g(t) = 2$  đạt được khi  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

b) Xét hàm số  $y = \cos 2x + \cos x = 2\cos^2 x + \cos x - 1.$

Đặt  $t = \cos x; x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \cos x \in [0; 1].$

Ta có:  $g(t) = 2t^2 + t - 1, t \in [0; 1].$

Bảng biến thiên:

| $t$    | $-\infty$ | $-\frac{1}{4}$ | $0$  | $1$ | $+\infty$ |
|--------|-----------|----------------|------|-----|-----------|
| $g(t)$ | $+\infty$ | $-\frac{9}{8}$ | $-1$ | $2$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT, suy ra:

$\max_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \max_{t \in [0; 1]} g(t) = 2$  đạt được khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right];$

$\min_{\left[0; \frac{\pi}{2}\right]} y = \min_{t \in [0; 1]} g(t) = -1$  đạt được khi  $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$

**Câu 6:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 2$ .

b)  $y = 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x + 1$ .

**Lời giải:**

**Chú ý kết quả:**  $a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \alpha)$ ,  $\alpha, a, b \in \mathbb{R}, \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ .

a) Ta có:  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \Rightarrow y \in [0; 4]$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 4$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 0$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

b) Ta có:  $y = 2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin 2x + 1 = \sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x + 2 = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) + 2 \Rightarrow y \in [0; 4]$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 4$  đạt được khi  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 0$  đạt được khi  $\sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

### III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 7:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1)  $y = 2 + 4 \cos x$     2)  $y = 3 - 8 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$     3)  $y = \frac{1 + 4 \cos^2 x}{3}$     4)  $y = 2 \sin^2 x - \cos 2x$

5)  $y = 3 - 2|\sin x|$     6)  $y = \cos x + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$     7)  $y = \cos^2 x + 2 \cos 2x$     8)  $y = \sqrt{5 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

**Câu 8:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

1)  $y = \sin^2 x - 4 \sin x - 2$

2)  $y = a \sin x + b \cos x \quad (a^2 + b^2 > 0)$

3)  $y = 3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x - 8 \sin x \cos x - 2$

4)  $y = 2 \sin^2 x - 4 \cos^2 x + 8 \sin x \cos x - 1$

5)  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

6)  $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

### IV. TRẮC NGHIỆM: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT HÀM SỐ

**Câu 1.** Hàm số nào sau đây có tập giá trị là  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \sin \sqrt{x}$ .

B.  $y = \tan 2x$ .

C.  $y = \cos 2x + \cot 2x$ .

D.  $y = x + \sin x$ .

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây có tập giá trị là  $\mathbb{R}$  trên tập xác định của nó?

A.  $y = \sin \sqrt{x}$ .

B.  $y = \tan 2x$ .

C.  $y = \cos 2x$ .

D.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .

**Câu 3.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sin 2x$ .

A.  $T = [-2; 2]$ .

B.  $T = [-1; 1]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = (-1; 1)$ .

**Câu 4.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0.

B.  $\frac{3}{2}$ .

C. 6.

D. 2.

**Câu 5.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2 \cos x$ .

A.  $T = [-2; 2]$ .

B.  $T = [-1; 1]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = (-1; 1)$ .

**Câu 6.** Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $[-1;1]$ .

(2): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $[0;1]$ .

(3): Trên  $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ .

(4): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$  hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $(0;1]$ .

Tìm số phát biểu đúng.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 7.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\cos 2x$ .

A.  $T = [-2;2]$ . B.  $T = [-1;1]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [-4;4]$ .

**Câu 8.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |\sin x + \cos x|$  trên  $\mathbb{R}$ .

Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0. B.  $\sqrt{2}$ . C. 6. D. 2.

**Câu 9.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\sin x + 1$ .

A.  $T = [-2;2]$ . B.  $T = [-1;3]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [-3;3]$ .

**Câu 10.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 4\cos x - 3$ .

A.  $T = [-1;1]$ . B.  $T = [-7;1]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [-4;4]$ .

**Câu 11.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{1 + \sin x} - 3$ .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $M = 3 - \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}$ . B.  $M = 3 + \sqrt{2}, m = 3$ . C.  $M = 3 + \sqrt{2}, m = \sqrt{2}$ . D.  $M = \sqrt{2} - 3, m = -3$ .

**Câu 12.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 1 - 2\sin 2x$ .

A.  $T = [-1;3]$ . B.  $T = [-3;4]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [-3;3]$ .

**Câu 13.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\sin^2 x + 1$ .

A.  $T = [-2;2]$ . B.  $T = [-1;3]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [1;3]$ .

**Câu 14.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 4\cos^2 2x + 3$ .

A.  $T = [3;7]$ . B.  $T = [0;7]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [0;3]$ .

**Câu 15.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0. B.  $\sqrt{2}$ . C. 6. D. 2.

**Câu 16.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sqrt{5\sin^2 x + 4}$ .

A.  $T = [4;9]$ . B.  $T = [-1;3]$ . C.  $T = [0;2]$ . D.  $T = [2;3]$ .

**Câu 17.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x + 1$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0. B. 2. C. 3. D. 5.

**Câu 18.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sqrt{7\sin^2 2x + 9}$ .

- A.  $T = [3; 4]$ . B.  $T = [3; \sqrt{37}]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [2; 3]$ .

**Câu 19.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin 2x + 1$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 3. C. 6. D. -1.

**Câu 20.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos x + 3$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 5. C. 6. D. -1.

**Câu 21.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos x + 3$  trên  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ . Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 5. C. 6. D. 20.

**Câu 22.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

- A. 0. B.  $\frac{3}{2}$ . C. 8. D. 2.

**Câu 23.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 1 + 2|\sin 2x|$ .

- A.  $T = [1; 3]$ . B.  $T = [-1; 3]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = [-3; 3]$ .

**Câu 24.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x + 3$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

- A. 0. B.  $\sqrt{2}$ . C. 6. D. 5.

**Câu 25.** Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(2): Trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(3): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[0; 1]$ .

(4): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $(0; 1]$ .

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 26.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 3\sin x - 5$  bằng

- A.  $\sqrt{5} - 1$ . B. 0. C.  $\sqrt{10} - 4$ . D.  $\sqrt{13} - 5$ .

**Câu 27.** Để tìm giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ , một học sinh giải theo các bước sau:

Bước 1: Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Bước 2: Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq \sin x + \cos x \leq 2$ .

Bước 3: Vậy GTLN của hàm số bằng 2, GTNN của hàm số bằng -2.

Bài giải của bạn đó đã đúng chưa? Và nếu sai, thì sai bắt đầu từ bước nào?

- A. Bài giải đúng. B. Sai từ bước 1.  
C. Sai từ bước 2. D. Sai từ bước 3.
- Câu 28.** Hàm số  $y = (3 - 5\sin x)^{2022}$  có giá trị lớn nhất là  $M$  và giá trị nhỏ nhất là  $m$ . Giá trị của  $M + m$  bằng  
A.  $2^{2022}$ . B.  $2^{4044}$ . C.  $2^{2022}(1 + 2^{4044})$ . D.  $2^{6066}$ .
- Câu 29.** Hàm số  $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?  
A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.
- Câu 30.** Hàm số  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?  
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 31.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm  $t$  (giờ) trong một ngày bởi công thức  $h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$ . Mực nước của con kênh cao nhất khi  
A.  $t = 13$  (giờ). B.  $t = 14$  (giờ). C.  $t = 15$  (giờ). D.  $t = 16$  (giờ).

**V. LỜI GIẢI CHI TIẾT TRẮC NGHIỆM: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT HÀM SỐ**

- Câu 1.** Hàm số nào sau đây có tập giá trị là  $\mathbb{R}$ ?  
A.  $y = \sin \sqrt{x}$ . B.  $y = \tan 2x$ . C.  $y = \cos 2x + \cot 2x$ . D.  $y = x + \sin x$ .
- Câu 2.** Hàm số nào sau đây có tập giá trị là  $\mathbb{R}$  trên tập xác định của nó?  
A.  $y = \sin \sqrt{x}$ . B.  $y = \tan 2x$ . C.  $y = \cos 2x$ . D.  $y = \frac{1}{\sin x}$ .
- Câu 3.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sin 2x$ .  
A.  $T = [-2; 2]$ . B.  $T = [-1; 1]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = (-1; 1)$ .
- Câu 4.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin x + \cos x$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .  
A. 0. B.  $\frac{3}{2}$ . C. 6. D. 2.

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = \sqrt{2}$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $M = \sqrt{2}; m = -\sqrt{2} \Rightarrow M + m = 0$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

- Câu 5.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\cos x$ .  
A.  $T = [-2; 2]$ . B.  $T = [-1; 1]$ . C.  $T = \mathbb{R}$ . D.  $T = (-1; 1)$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos x \leq 2$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 2$  đạt được khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -2$  đạt được khi  $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-2; 2]$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 6.** Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Trên  $\mathbb{R}$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(2): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $[0; 1]$ .

(3): Trên  $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $\left[0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$ .

(4): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $(0; 1]$ .

Tìm số phát biểu đúng.

A. 1.

B. 2.

**C. 3.**

D. 4.

**Lời giải:**

Các mệnh đề (1), (2) và (4) đúng.

Trên  $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ , hàm số  $y = \cos x$  có tập giá trị là  $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}; 1\right]$ . Vậy (3) sai.

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 7.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2 \cos 2x$ .

**A.  $T = [-2; 2]$ .**

B.  $T = [-1; 1]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [-4; 4]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2 \cos 2x \leq 2$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 2$  đạt được khi  $\cos 2x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -2$  đạt được khi  $\cos 2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-2; 2]$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 8.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |\sin x + \cos x|$  trên  $\mathbb{R}$ .

Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0.

**B.  $\sqrt{2}$ .**

C. 6.

D. 2.

**Lời giải:**

Ta có:  $y = |\sin x + \cos x| = \sqrt{2} \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \right|$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \right| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{2} \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{4} \right) \right| \leq \sqrt{2}$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = \sqrt{2}$  đạt được khi  $\left| \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right| = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

$$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$\min_{\mathbb{R}} y = 0$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy  $M = \sqrt{2}; m = 0 \Rightarrow M + m = \sqrt{2}.$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 9.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\sin x + 1$ .

A.  $T = [-2; 2].$

B.  $T = [-1; 3].$

C.  $T = \mathbb{R}.$

D.  $T = [-3; 3].$

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin x \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq 2\sin x + 1 \leq 3.$

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$

$\min_{\mathbb{R}} y = -1$  đạt được khi  $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-1; 3].$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 10.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 4\cos x - 3$ .

A.  $T = [-1; 1].$

B.  $T = [-7; 1].$

C.  $T = \mathbb{R}.$

D.  $T = [-4; 4].$

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -4 \leq 4\cos x \leq 4 \Leftrightarrow -7 \leq 4\cos x - 3 \leq 1.$

Do đó:  $\max_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z};$

$\min_{\mathbb{R}} y = -7$  đạt được khi  $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-7; 1].$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 11.** Gọi  $M$  và  $m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sqrt{1 + \sin x} - 3$ .

Khẳng định nào dưới đây đúng?

A.  $M = 3 - \sqrt{2}, m = -\sqrt{2}.$  B.  $M = 3 + \sqrt{2}, m = 3.$  C.  $M = 3 + \sqrt{2}, m = \sqrt{2}.$  D.  $M = \sqrt{2} - 3, m = -3.$

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq \sin x + 1 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{\sin x + 1} \leq \sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow -3 \leq \sqrt{\sin x + 1} - 3 \leq \sqrt{2} - 3.$$

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = \sqrt{2} - 3$  đạt được khi  $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$

$\min_{\mathbb{R}} y = -3$  đạt được khi  $\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Vậy  $M = \sqrt{2} - 3; m = -3.$

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 12.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 1 - 2\sin 2x$ .

A.  $T = [-1; 3]$ .

B.  $T = [-3; 4]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [-3; 3]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow 2 \geq -2 \sin 2x \geq -2 \Leftrightarrow -1 \leq 1 - 2 \sin 2x \leq 3$ .

Do đó:  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -1$  đạt được khi  $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [-1; 3]$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 13.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 2\sin^2 x + 1$ .

A.  $T = [-2; 2]$ .

B.  $T = [-1; 3]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [1; 3]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2\sin^2 x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2\sin^2 x + 1 \leq 3$ .

Do đó:  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [1; 3]$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 14.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 4\cos^2 2x + 3$ .

A.  $T = [3; 7]$ .

B.  $T = [0; 7]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [0; 3]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \cos^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 4\cos^2 2x \leq 4 \Leftrightarrow 3 \leq 4\cos^2 2x + 3 \leq 7$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 7$  đạt được khi  $\cos^2 2x = 1 \Leftrightarrow \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [3; 7]$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 15.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |\sqrt{3}\sin x + \cos x|$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0.

B.  $\sqrt{2}$ .

C. 6.

D. 2.

**Lời giải:**

Ta có:  $y = |\sqrt{3}\sin x + \cos x| = 2 \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \right|$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \right| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2 \left| \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \right| \leq 2$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 2$  đạt được khi  $\left| \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \right| = 1 \Leftrightarrow \cos \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = 0$

$\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$$\min_{\mathbb{R}} y = 0 \text{ đạt được khi } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } M = 2; m = 0 \Rightarrow M + m = 2.$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án D.

**Câu 16.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sqrt{5\sin^2 x + 4}$ .

A.  $T = [4; 9]$ .

B.  $T = [-1; 3]$ .

C.  $T = [0; 2]$ .

D.  $T = [2; 3]$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Leftrightarrow 4 \leq 5\sin^2 x + 4 \leq 9 \Leftrightarrow 2 \leq \sqrt{5\sin^2 x + 4} \leq 3.$$

$$\text{Suy ra } \max_{\mathbb{R}} y = 3 \text{ đạt được khi } \sin^2 x = 1 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\min_{\mathbb{R}} y = 2 \text{ đạt được khi } \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số là } T = [2; 3].$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án D.

**Câu 17.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |\sqrt{3}\sin x + \cos x + 1|$  trên

$\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 5.

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } y = |\sqrt{3}\sin x + \cos x + 1| = \left| 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 \right|.$$

$$\text{Ta có: } \forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq \left| 2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + 1 \right| \leq 3$$

$$\text{Suy ra } \max_{\mathbb{R}} y = 3 \text{ đạt được khi } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\min_{\mathbb{R}} y = 0 \text{ đạt được khi } \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}. \\ x = \pi + k2\pi \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M = 3; m = 0 \Rightarrow M + m = 3.$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 18.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = \sqrt{7\sin^2 2x + 9}$ .

A.  $T = [3; 4]$ .

B.  $T = [3; \sqrt{37}]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [2; 3]$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có: } \forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 9 \leq 7\sin^2 2x + 9 \leq 16 \Leftrightarrow 3 \leq \sqrt{7\sin^2 2x + 9} \leq 4.$$

$$\text{Suy ra } \max_{\mathbb{R}} y = 4 \text{ đạt được khi } \sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z};$$

$$\min_{\mathbb{R}} y = 3 \text{ đạt được khi } \sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy tập giá trị của hàm số là } T = [3; 4].$$

$\Rightarrow$  Chọn đáp án A.

**Câu 19.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\sin 2x + 1$  trên  $\mathbb{R}$ .  
 Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 3. C. 6. D. -1.

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin 2x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\sin 2x \leq 2 \Leftrightarrow -1 \leq 2\sin 2x + 1 \leq 3$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -1$  đạt được khi  $\sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $m = -1; M = 3 \Rightarrow M.m = -3$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 20.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos x + 3$  trên  $\mathbb{R}$ .  
 Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 5. C. 6. D. -1.

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 2\cos x \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 2\cos x + 3 \leq 5$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 5$  đạt được khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $m = 1; M = 5 \Rightarrow M.m = 5$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 21.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 2\cos x + 3$  trên  $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Tính giá trị  $M.m$ .

- A. -3. B. 5. C. 6. D. 20.

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right] : \frac{1}{2} \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2\cos x \leq 2 \Leftrightarrow 4 \leq 2\cos x + 3 \leq 5$ .

Suy ra  $\max_{\left[0; \frac{\pi}{3}\right]} y = 5$  đạt được khi  $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 0 \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ ;

$\min_{\left[0; \frac{\pi}{3}\right]} y = 4$  đạt được khi  $\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ .

Vậy  $m = 4; M = 5 \Rightarrow M.m = 20$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 22.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  trên  $\mathbb{R}$ .  
 Tính giá trị  $M + m$ .

- A. 0. B.  $\frac{3}{2}$ . C. 8. D. 2.

**Lời giải:**

Ta có:  $y = \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq \sin^2 2x \leq 1 \Leftrightarrow 0 \geq -\frac{1}{2} \sin^2 2x \geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x \leq 1$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = \frac{1}{2}$  đạt được khi  $\sin^2 2x = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $m = \frac{1}{2}; M = 1 \Rightarrow M + m = \frac{3}{2}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án B.

**Câu 23.** Tìm tập giá trị  $T$  của hàm số  $y = 1 + 2|\sin 2x|$ .

A.  $T = [1; 3]$ .

B.  $T = [-1; 3]$ .

C.  $T = \mathbb{R}$ .

D.  $T = [-3; 3]$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : 0 \leq |\sin 2x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2|\sin 2x| \leq 2 \Leftrightarrow 1 \leq 1 + 2|\sin 2x| \leq 3$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = 3$  đạt được khi  $|\sin 2x| = 1 \Leftrightarrow \cos 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\sin 2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy tập giá trị của hàm số là  $T = [1; 3]$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án A.

**Câu 24.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |\sqrt{3} \sin x + \cos x + 3|$  trên  $\mathbb{R}$ . Tính giá trị  $M + m$ .

A. 0.

B.  $\sqrt{2}$ .

C. 6.

D. 5.

**Lời giải:**

Ta có:  $y = |\sqrt{3} \sin x + \cos x + 3| = \left| 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \right|$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \leq 5 \Leftrightarrow 1 \leq \left| 2 \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) + 3 \right| \leq 5$ .

Suy ra  $\max_{\mathbb{R}} y = 5$  đạt được khi  $\sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = 1$  đạt được khi  $\sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

Vậy  $m = 1; M = 5 \Rightarrow M + m = 6$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 25.** Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(2): Trên  $\left( 0; \frac{\pi}{2} \right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(3): Trên  $\left[ 0; \frac{\pi}{2} \right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[0; 1]$ .

(4): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $(0; 1]$ .

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

**Lời giải:**

Các mệnh đề (1), (3) đúng.

Trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $(0; 1]$ . Vậy (2) sai.

Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[0; 1]$ . Vậy (4) sai.

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 26.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 3\sin x - 5$  bằng

- A.  $\sqrt{5} - 1$ . B. 0. C.  $\sqrt{10} - 4$ . D.  $\sqrt{13} - 5$ .

**Lời giải:**

Ta có:  $y = 2\sin^2 \frac{x}{2} + 3\sin x - 5 = 2 \frac{1 - \cos x}{2} + 3\sin x - 5 = 3\sin x - \cos x - 4 = \sqrt{10} \sin(x + \alpha) - 4$ , với số

thực  $\alpha$  thỏa mãn  $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ ,  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{10}}$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin(x + \alpha) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \leq \sqrt{10} \sin(x + \alpha) \leq \sqrt{10}$

$\Leftrightarrow -\sqrt{10} - 4 \leq \sqrt{10} \sin(x + \alpha) - 4 \leq \sqrt{10} - 4$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = \sqrt{10} - 4$  đạt được khi  $\sin(x + \alpha) = 1$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{10} - 4$  đạt được khi  $\sin(x + \alpha) = -1$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 27.** Để tìm giá trị lớn nhất (GTLN) và giá trị nhỏ nhất (GTNN) của hàm số  $y = \sin x + \cos x$ , một học sinh giải theo các bước sau:

Bước 1: Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Bước 2: Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : \begin{cases} -1 \leq \sin x \leq 1 \\ -1 \leq \cos x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \leq \sin x + \cos x \leq 2$ .

Bước 3: Vậy GTLN của hàm số bằng 2, GTNN của hàm số bằng -2.

Bài giải của bạn đó đã đúng chưa? Và nếu **sai**, thì **sai** bắt đầu từ bước nào?

- A. Bài giải đúng. B. Sai từ bước 1.  
C. Sai từ bước 2. D. Sai từ bước 3.

**Lời giải:**

Bài giải sai từ bước 3 vì không tồn tại  $x \in \mathbb{R}$  thỏa mãn  $\sin x + \cos x = 2$ ,  $\sin x + \cos x = -2$ , do các

hệ  $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} \sin x = -1 \\ \cos x = -1 \end{cases}$  vô nghiệm.

**Lời giải đúng:**

Ta có:  $y = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

Ta có:  $\forall x \in \mathbb{R} : -1 \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ .

Vậy  $\max_{\mathbb{R}} y = \sqrt{2}$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ ;

$\min_{\mathbb{R}} y = -\sqrt{2}$  đạt được khi  $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 28.** Hàm số  $y = (3 - 5\sin x)^{2022}$  có giá trị lớn nhất là  $M$  và giá trị nhỏ nhất là  $m$ . Giá trị của  $M + m$  bằng

- A.  $2^{2022}$ . B.  $2^{4044}$ . C.  $2^{2022}(1 + 2^{4044})$ . **D.  $2^{6066}$ .**

**Lời giải:**

Ta có  $-1 \leq \sin x \leq 1 \longrightarrow 5 \geq -5\sin x \geq -5$  hay  $-5 \leq -5\sin x \leq 5$

$\longrightarrow -2 \leq 3 - 5\sin x \leq 8 \longrightarrow 0 \leq (3 - 5\sin x)^{2022} \leq 8^{2022}$ .

Vậy  $m = 0$  và  $M = 8^{2022} = 2^{6066}$ .

**Câu 29.** Hàm số  $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 3. B. 4. **C. 5.** D. 6.

**Lời giải:**

Viết lại  $y = 5 + 4\sin 2x \cos 2x = 5 + 2\sin 4x$ .

Mà  $-1 \leq \sin 4x \leq 1 \longrightarrow -2 \leq 2\sin 4x \leq 2 \longrightarrow 3 \leq 5 + 2\sin 4x \leq 7$ .

Vậy  $3 \leq y \leq 7 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{3; 4; 5; 6; 7\}$  nên  $y$  có 5 giá trị nguyên.

**Câu 30.** Hàm số  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x$  có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 1. B. 2. **C. 3.** D. 4.

**Lời giải:**

Ta có:  $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - \sin x = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\sin\frac{\pi}{6} = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .

Ta có  $-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$  nên  $-1 \leq y \leq 1 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z}} y \in \{-1; 0; 1\}$ .

**Câu 31.** Hằng ngày mực nước của con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu  $h$  (mét) của mực nước trong kênh được tính tại thời điểm  $t$  (giờ) trong một ngày bởi công thức

$h = 3\cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) + 12$ . Mực nước của con kênh cao nhất khi

- A.  $t = 13$  (giờ). **B.  $t = 14$  (giờ).** C.  $t = 15$  (giờ). D.  $t = 16$  (giờ).

**Lời giải:**

Mực nước của con kênh cao nhất khi  $h$  lớn nhất

$$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi t}{8} + \frac{\pi}{4} = k2\pi \Rightarrow t = 16k - 2 \text{ với } 0 < t \leq 24 (*) \Leftrightarrow k > \frac{1}{8}, k \in \mathbb{Z}$$

+ Với  $k = 1 \Rightarrow t = 14$  (giờ)

+ Với  $k \geq 2 \Rightarrow t$  không thỏa mãn điều kiện \*

Vậy mực nước của con kênh cao nhất khi  $t = 14$  (giờ).

**Dạng 3: XÉT TÍNH CHẴN LẺ CỦA HÀM SỐ**

**I. MỘT SỐ KẾT QUẢ**

Để xét tính chẵn lẻ của hàm số  $y = f(x)$ , ta thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Tìm TXĐ  $D$  của hàm số và chỉ rõ:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

Bước 2:  $\forall x \in D$ :  $\begin{cases} f(-x) = f(x) \Rightarrow y = f(x) \text{ là hàm chẵn trên } D. \\ f(-x) = -f(x) \Rightarrow y = f(x) \text{ là hàm lẻ trên } D. \end{cases}$

**Các kết quả cần lưu ý:**

- 1) Đồ thị hàm số chẵn nhận trục  $Oy$  làm trục đối xứng;  
Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ  $O$  làm tâm đối xứng.
- 2) Hàm số  $y = \sin x; y = \tan x; y = \cot x$  là hàm lẻ trên tập xác định của nó;  
Hàm số  $y = \cos x$  là hàm chẵn trên tập xác định của nó.

**II. BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Câu 1:** Xét tính chẵn – lẻ của các hàm số sau:

- a)  $y = 2\sin x + 3\tan x$ .
- b)  $y = \frac{2\cos 2x + 5}{1 + x^2}$ .
- c)  $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)\tan x$ .

**Lời giải:**

a) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = 2\sin(-x) + 3\tan(-x) = -2\sin x - 3\tan x = -(2\sin x + 3\tan x) = -y(x)$ .

Vậy hàm số lẻ trên  $D$ .

b) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{2\cos(-2x) + 5}{1 + (-x)^2} = \frac{2\cos 2x + 5}{1 + x^2} = y(x)$ .

Vậy hàm số chẵn trên  $D$ .

c) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .

Biến đổi:  $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)\tan x = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{2} - 2x\right)\tan x = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)\tan x = -\cos 2x \tan x$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = -\cos(-2x)\tan(-x) = \cos 2x \tan x = -y(x)$ .

Vậy hàm số lẻ trên  $D$ .

**Câu 2:** Xét tính chẵn – lẻ của các hàm số sau:

- a)  $y = x \sin^{2021} x \cdot \cos 4x$ .
- b)  $y = (|x-1| - |x+1|)\sin 4x$ .
- c)  $y = \frac{x + \sin x}{4 + \cos 2x}$ .
- d)  $y = \frac{|x| + \tan^4 x}{x^4 + x^2 + 1}$ .

**Lời giải:**

a) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = (-x) \sin^{2021}(-x) \cdot \cos(-4x) = x \sin^{2021} x \cdot \cos 4x = y(x)$ .

Vậy hàm số chẵn trên  $D$ .

b) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = (|(-x)-1| - |(-x)+1|) \sin(-4x) = -(|x+1| - |x-1|) \sin 4x = y(x)$ .

Vậy hàm số chẵn trên  $D$ .

c) TXĐ:  $D = \mathbb{R}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{(-x) + \sin(-x)}{4 + \cos(-2x)} = -\frac{x + \sin x}{4 + \cos 2x} = -y(x)$ .

Vậy hàm số lẻ trên  $D$ .

d) TXĐ:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+) Ta có:  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{|-x| + \tan^4(-x)}{(-x)^4 + (-x)^2 + 1} = \frac{|x| + \tan^4 x}{x^4 + x^2 + 1} = y(x)$ .

Vậy hàm số chẵn trên  $D$ .

### III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 3:** Xác định tính chẵn, lẻ của các hàm số:

$$1) y = x \cos 3x \quad 3) y = x^3 \sin 3x \quad 4) y = \frac{x^3 - \sin x}{\cos 2x}$$

$$5) y = \frac{\cos 2x}{x}$$

$$6) y = x - \sin 2x \quad 7) y = \sqrt{1 - \cos x} \quad 8) y = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$$

$$9) y = \sin^{2000} x + \cos 2x$$

$$10) y = \frac{x^2}{\sin x + \tan x} \quad 11) y = \frac{\sin^{2010} x + 2010}{\cos x}$$

$$12) y = |x| \sin 2x$$

### IV. TRẮC NGHIỆM: TÍNH CHẤM LẺ CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số chẵn.

B. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số chẵn.

C. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số chẵn.

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = 1$ .

D.  $y = x^4 + x^2$ .

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A.  $y = x \sin x$ .

B.  $y = x \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = x \sin x$ .

B.  $y = x \cos x$ .

C.  $y = x \tan x$ .

D.  $y = x \cot x$ .

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = 2x^2 + x$ . B.  $y = \frac{\sin x}{x}$  C.  $y = \sin^2 x$ . D.  $y = x \tan 2x$ .
- Câu 7.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ . B.  $y = \frac{\sin^3 x}{x}$  C.  $y = \sin 2x$ . D.  $y = |x| - x^4 + 2017$ .
- Câu 8.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = x \sin 4x$ . B.  $y = \frac{\cos x}{x}$ . C.  $y = \tan^3 x$ . D.  $y = |x| \sin x$ .
- Câu 9.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?
- A.  $y = \tan^2 x \sin x$ . B.  $y = x \cos x$ . C.  $y = \tan^3 x$ . D.  $y = 2x \sin 4x$ .
- Câu 10.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?
- A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ . B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ . C.  $y = \sin 2x$ . D.  $y = |x| - x^3 + 2017$ .
- Câu 11.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?
- A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ . B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x^2}$ . C.  $y = \tan 4x \sin 2x$ . D.  $y = x - 1$ .
- Câu 12.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?
- A.  $y = x \tan x$ . B.  $y = x^6 \cot^3 x$ . C.  $y = \sin^2 3x$ . D.  $y = 2017$ .
- Câu 13.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?
- A.  $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1}$ . B.  $y = \frac{\tan x}{x^3}$ . C.  $y = \tan 4x \sin 2x$ . D.  $y = |x|$ .
- Câu 14.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?
- A.  $y = \frac{\sin^4 x}{x}$ . B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ . C.  $y = |x| \sin 2x$ . D.  $y = |x| - x^3 + 2017$ .
- Câu 15.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^2 x$ ;  $y = 1$  là hàm chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 16.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^2 x$ ;  $y = 1$  là hàm chẵn trên tập xác định của nó?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 17.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^3 x$ ;  $y = 1$  là hàm lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 18.** Xét bốn mệnh đề sau:
- (1): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = \sin 2x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .
- (2): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .
- (3): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = x \sin x$  là hàm chẵn.
- (4): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = x \sin^2 x$  là hàm lẻ.
- Tìm số phát biểu đúng.
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 19.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A.  $y = 2x + 3\cos x^2$ .

B.  $y = 5\sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)$ .

C.  $y = \cot^2(x+1) + \tan(x+2)$ .

D.  $y = 2 - \tan 2x$ .

#### IV. LỜI GIẢI CHI TIẾT TRẮC NGHIỆM: TÍNH CHẤM LẺ CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số chẵn.

B. Hàm số  $y = \sin x$  là hàm số chẵn.

C. Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn.

D. Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số chẵn.

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = 1$ .

D.  $y = x^4 + x^2$ .

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

A.  $y = x \sin x$ .

B.  $y = x \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = x \sin x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = (-x) \sin(-x) = x \sin x = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = x \sin x$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A.  $y = x \sin x$ .

B.  $y = x \cos x$ .

C.  $y = x \tan x$ .

D.  $y = x \cot x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = x \cos x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos x = -y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = x \cos x$  là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 6.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = 2x^2 + x$ .

B.  $y = \frac{\sin x}{x}$

C.  $y = \sin^2 x$ .

D.  $y = x \tan 2x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \sin^2 x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = \sin^2(-x) = \sin^2 x = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = \sin^2 x$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:** Hàm số  $y = \frac{\sin x}{x}$ ;  $y = x \tan 2x$  là hàm số chẵn trên tập xác định  $D$  của nó với  $D \neq \mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 7.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ .

B.  $y = \frac{\sin^3 x}{x}$

C.  $y = \sin 2x$ .

D.  $y = |x| - x^4 + 2017$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = |x| - x^4 + 2017$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = |(-x)| - (-x)^4 + 2017 = |x| - x^4 + 2017 = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = |x| - x^4 + 2017$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:**

Hàm số  $y = \sqrt{\cos x - 2}$  có tập xác định  $\emptyset$ .

Hàm số  $y = \frac{\sin^3 x}{x}$  là hàm số chẵn trên tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 8.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = x \sin 4x$ .

B.  $y = \frac{\cos x}{x}$ .

C.  $y = \tan^3 x$ .

D.  $y = |x| \sin x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = |x| \sin x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = |(-x)| \sin(-x) = -|x| \sin x = -y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = |x| \sin x$  là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:**

Hàm số  $y = \frac{\cos x}{x}; y = \tan^3 x$  là hàm số lẻ trên tập xác định  $D$  của nó với  $D \neq \mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 9.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?

A.  $y = \tan^2 x \sin x$ .

B.  $y = x \cos x$ .

C.  $y = \tan^3 x$ .

D.  $y = 2x \sin 4x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = x \cos x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = (-x) \cos(-x) = -x \cos x = -y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = x \cos x$  là hàm số lẻ trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:**

Hàm số  $y = \tan^2 x \sin x; y = \tan^3 x$  là hàm số lẻ trên tập xác định  $D$  của nó với  $D \neq \mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 10.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ .

B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ .

C.  $y = \sin 2x$ .

D.  $y = |x| - x^3 + 2017$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{\sin^5(-x)}{(-x)} = \frac{\sin^5 x}{x} = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$  là hàm số chẵn trên  $D$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 11.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

A.  $y = \sqrt{\cos x - 2}$ .

B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x^2}$ .

C.  $y = \tan 4x \sin 2x$ .

D.  $y = x - 1$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \tan 4x \sin 2x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = \tan(-4x) \sin(-2x) = \tan 4x \sin 2x = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = \tan 4x \sin 2x$  là hàm số chẵn trên  $D$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 12.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?

A.  $y = x \tan x$ .

B.  $y = x^6 \cot^3 x$ .

C.  $y = \sin^2 3x$ .

D.  $y = 2017$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = x^6 \cot^3 x$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = (-x)^6 \cot^3(-x) = -x^6 \cot^3 x = -y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = x^6 \cot^3 x$  là hàm số lẻ trên  $D$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 13.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?

A.  $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1}$ .

B.  $y = \frac{\tan x}{x^3}$ .

C.  $y = \tan 4x \sin 2x$ .

D.  $y = |x|$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1}$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{\sin(-x)}{\sin^2(-x) + 1} = -\frac{\sin x}{\sin^2 x + 1} = -y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = \frac{\sin x}{\sin^2 x + 1}$  là hàm số lẻ trên  $D$ .

⇒ **Chọn đáp án A.**

**Câu 14.** Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

A.  $y = \frac{\sin^4 x}{x}$ .

B.  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ .

C.  $y = |x| \sin 2x$ .

D.  $y = |x| - x^3 + 2017$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

+)  $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ .

+)  $\forall x \in D: y(-x) = \frac{\sin^5(-x)}{(-x)} = \frac{\sin^5 x}{x} = y(x)$ .

Vậy hàm số  $y = \frac{\sin^5 x}{x}$  là hàm số chẵn trên  $D$ .

⇒ **Chọn đáp án B.**

**Câu 15.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^2 x$ ;  $y = 1$  là hàm chẵn trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 1$  là hàm chẵn trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:** Hàm số  $y = |x| \tan^2 x$  là hàm chẵn trên  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \neq \mathbb{R}$ .

⇒ **Chọn đáp án A.**

**Câu 16.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^2 x$ ;  $y = 1$  là hàm chẵn trên tập xác định của nó?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 1$ ;  $y = |x| \tan^2 x$  là hàm chẵn trên tập xác định của nó

⇒ **Chọn đáp án B.**

**Câu 17.** Có bao nhiêu hàm số trong các hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$ ;  $y = |x| \tan^3 x$ ;  $y = 1$  là hàm lẻ trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải:**

Hàm số  $y = \sin 2x$ ;  $y = x \cos x$  là hàm lẻ trên  $\mathbb{R}$ .

**Lưu ý:** Hàm số  $y = |x| \tan^3 x$  là hàm lẻ trên  $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\} \neq \mathbb{R}$ .

⇒ **Chọn đáp án B.**

**Câu 18.** Xét bốn mệnh đề sau:

(1): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = \sin 2x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(2): Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[-1; 1]$ .

(3): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = x \sin x$  là hàm chẵn.

(4): Trên  $\mathbb{R}$ ,  $y = x \sin^2 x$  là hàm lẻ.

Tìm số phát biểu đúng.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải:**

Các mệnh đề (1), (3) và (4) là các mệnh đề đúng.

Trên  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $y = \sin x$  có tập giá trị là  $[0; 1]$ . Vậy (2) sai.

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 19.** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A.  $y = 2x + 3 \cos x^2$ .

B.  $y = 5 \sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right)$ .

C.  $y = \cot^2(x+1) + \tan(x+2)$ .

D.  $y = 2 - \tan 2x$ .

**Lời giải:**

Xét hàm số  $y = 5 \sin\left(x + \frac{5\pi}{2}\right) = 5 \sin\left(x + \frac{\pi}{2} + 2\pi\right) = 5 \cos x$  là hàm số chẵn trên  $\mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án B.

**Dạng 4: XÁC ĐỊNH TÍNH TUẦN HOÀN CỦA CÁC HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC**

### I. MỘT SỐ KẾT QUẢ

1. Chứng minh hàm số  $y = f(x)$  tuần hoàn

Xét hàm số  $y = f(x)$ , tập xác định  $D$ , ta dự đoán có số thực dương  $T_0$  sao cho:

$$\begin{cases} \forall x \in D: x - T_0 \in D \text{ và } x + T_0 \in D & (1) \\ f(x + T_0) = f(x) & (2) \end{cases}$$

2. Chứng minh  $T_0$  là chu kỳ của hàm số (nghĩa là  $T_0$  dương nhỏ nhất thỏa mãn hệ (1) và (2)). Thực hiện bằng phản chứng.

**Bước 1:** Giả sử có số  $T$  sao cho  $0 < T < T_0$  thỏa mãn các tính chất (1) và (2):

$$\forall x \in D: f(x + T) = f(x) \Leftrightarrow \dots \Rightarrow \text{Mâu thuẫn với giả thiết } 0 < T < T_0.$$

**Bước 2:** Mâu thuẫn này chứng tỏ  $T_0$  là số dương nhỏ nhất thỏa mãn (2).

Kết luận: Vậy  $T_0$  là chu kỳ của hàm số  $y = f(x)$ .

3. Xét tính tuần hoàn các hàm số lượng giác, ta sử dụng một số kết quả:

a) Hàm số  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ .

b) Hàm số  $y = \tan x$ ,  $y = \cot x$  tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

Mở rộng:

c) Hàm số  $y = \sin(ax + b)$ ,  $y = \cos(ax + b)$  ( $a \neq 0$ ) tuần hoàn với chu kỳ  $\frac{2\pi}{|a|}$ .

d) Hàm số  $y = \tan(ax + b)$ ,  $y = \cot(ax + b)$  ( $a \neq 0$ ) tuần hoàn với chu kỳ  $\frac{\pi}{|a|}$ .

**Định lý:** Cho cặp hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  tuần hoàn trên tập  $M$  có các chu kỳ lần lượt là  $a$  và  $b$  với  $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ . Khi đó, các hàm số:  $F(x) = f(x) + g(x)$ ,  $G(x) = f(x)g(x)$  cũng tuần hoàn trên  $M$ .

**Hệ quả:**

Hàm số  $F(x) = mf(x) + ng(x)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T$  là “bội chung nhỏ nhất” của  $a$  và  $b$ .

## II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Câu 4:** Tìm chu kỳ của các hàm số sau:

a)  $y = \sin 2x + 2$ .

b)  $y = 4 \tan 6x + 3$ .

**Lời giải:**

a) Hàm số  $y = \sin 2x + 2$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

b) Hàm số  $y = 4 \tan 6x + 3$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{\pi}{6}$ .

**Câu 5:** Tìm chu kỳ của các hàm số sau:

a)  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$ .

b)  $y = 4 \sin^2 2x$ .

c)  $y = 4 \sin 3x \cdot \cos 3x$ .

**Lời giải:**

a) Hàm số  $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4} - 3x\right)$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{3}$ .

b) Ta có:  $y = 4 \sin^2 2x = 4 \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} = 2 - 2 \cos 4x$ .

Vậy hàm số  $y = 4 \sin^2 2x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

c) Ta có:  $y = 4 \sin 3x \cdot \cos 3x = 2 \sin 6x$ .

Vậy hàm số  $y = 4 \sin 3x \cdot \cos 3x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ .

**Câu 6:** Tìm chu kỳ của các hàm số sau:

a)  $y = \sin 2x + \cos 4x$ .

b)  $y = \sin x + \tan \frac{x}{3}$ .

**Lời giải:**

a) Hàm số  $y = \sin 2x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T_1 = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

Hàm số  $y = \cos 4x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T_2 = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

Vậy hàm số  $y = \sin 2x + \cos 4x$  tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

b) Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kỳ  $T_1 = 2\pi$ .

Hàm số  $y = \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kỳ  $T_2 = \frac{\pi}{1/3} = 3\pi$ .

Vậy hàm số  $y = \sin x + \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kỳ  $6\pi$ .

## III. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 7:** Tìm chu kỳ của các hàm số sau:

- 1)  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$       2)  $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 5$       3)  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$       4)  $y = \cos 2x$   
 5)  $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$       6)  $y = \sin x + \cos x$       7)  $y = \sin x \cos x$       8)  $y = 4 \sin^2 x$   
 9)  $y = \frac{1}{\sin x}$ .

#### IV. TRẮC NGHIỆM: TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ - SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn?

- A.  $y = x^2$ .      B.  $y = \sin x$ .      C.  $y = \sin x + x$ .      D.  $y = \sqrt{x}$ .

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ ?

- A.  $y = \sin 2x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan 2x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

- A.  $y = \sin 2x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan 2x$ .      D.  $y = \cot 2x$ .

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây **không** tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

- A.  $y = \sin 2x$ .      B.  $y = \sin x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 6.** Hàm số  $y = 2 \sin 4x + 3$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $8\pi$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 7.** Hàm số  $y = 1 - 5 \cos 2x$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $8\pi$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 8.** Hàm số  $y = 2 \sin^2 x + 7$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $4\pi$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 9.** Hàm số  $y = 4 \sin x \cos x + 5$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $4\pi$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

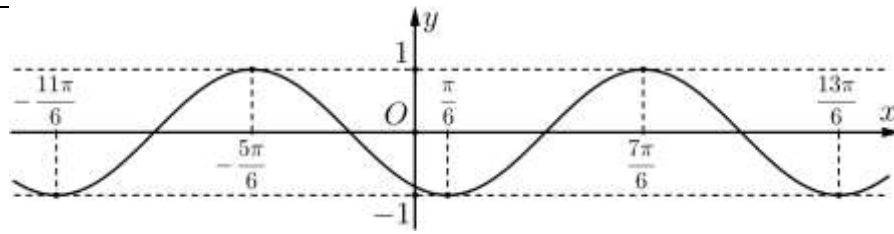
**Câu 10.** Hàm số  $y = \sin x + \sin 2x$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $8\pi$ .      D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Câu 11.** Hàm số  $y = \sin x + \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kỳ là

- A.  $2\pi$ .      B.  $\pi$ .      C.  $8\pi$ .      D.  $6\pi$ .

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = a \sin(bx + c), (a; b; c \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ. Chu kỳ  $T$  của hàm số là



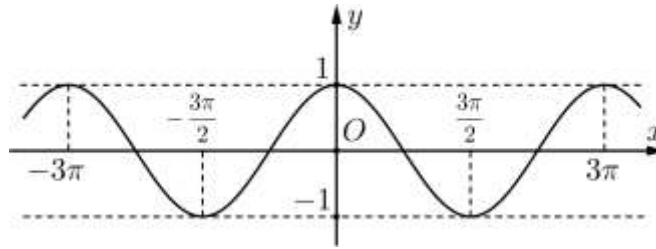
A.  $T = \frac{\pi}{6}$ .

B.  $T = \pi$ .

C.  $T = 2\pi$ .

D.  $T = 4\pi$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = a \sin(bx + c)$ , ( $a; b; c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị như hình vẽ. Chu kỳ  $T$  của hàm số là



A.  $T = \frac{3\pi}{2}$ .

B.  $T = 2\pi$ .

C.  $T = 3\pi$ .

D.  $T = 6\pi$ .

**Câu 14.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

C.  $(0; \pi)$ .

D.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 15.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 16.** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

C.  $(0; \pi)$ .

D.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 17.** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 18.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

B.  $\left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$ .

C.  $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ .

D.  $\left(-\frac{5\pi}{2}; -2\pi\right)$ .

**Câu 19.** Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

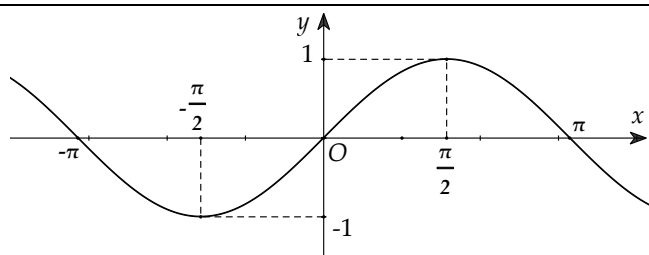
A.  $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\frac{11\pi}{2}; -5\pi\right)$ .

C.  $\left(\frac{11\pi}{2}; 7\pi\right)$ .

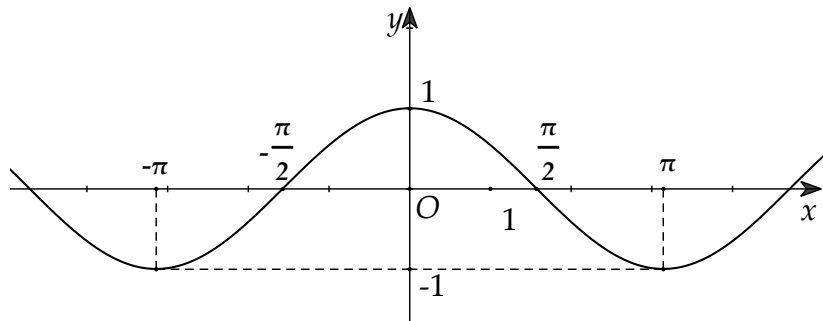
D.  $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right)$ .

**Câu 20.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



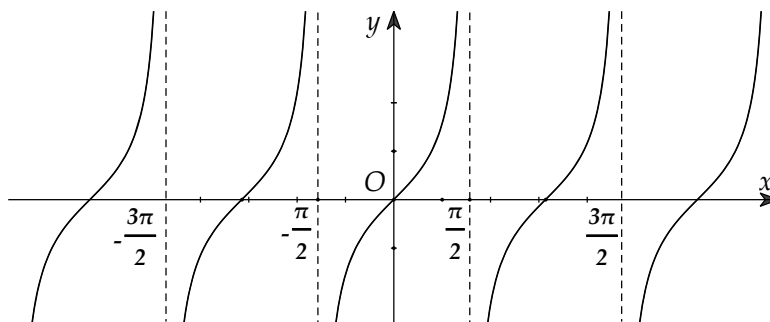
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 21.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



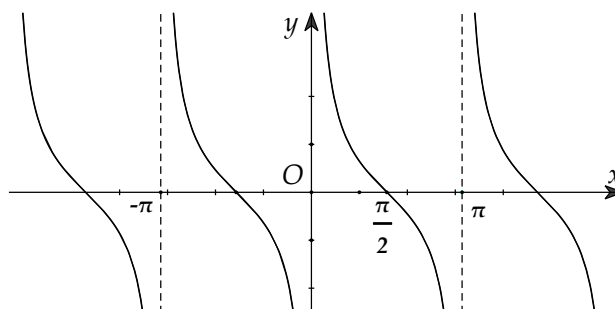
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 22.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



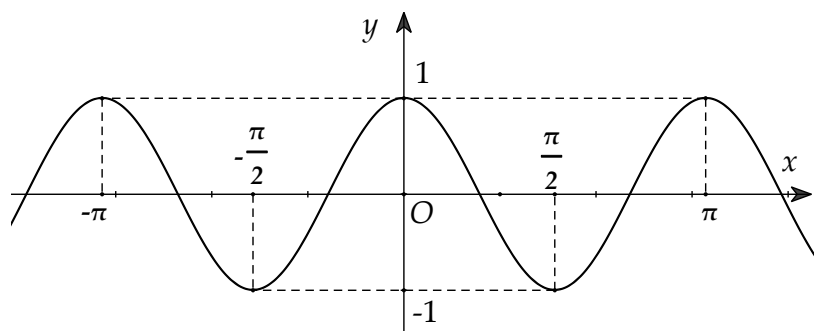
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 23.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



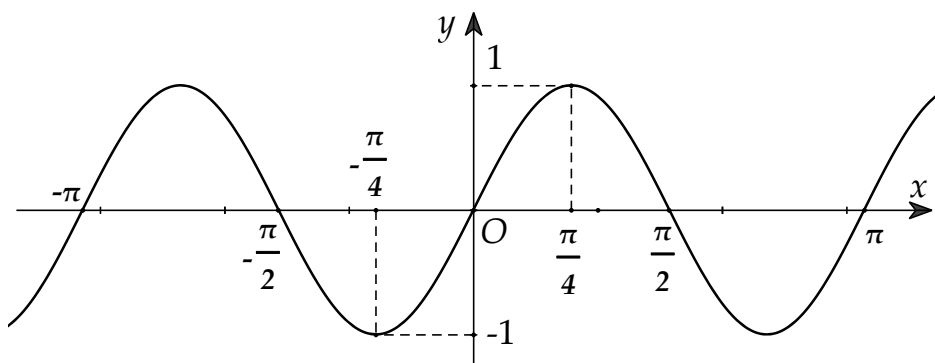
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = \tan x$ .      D.  $y = \cot x$ .

**Câu 24.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



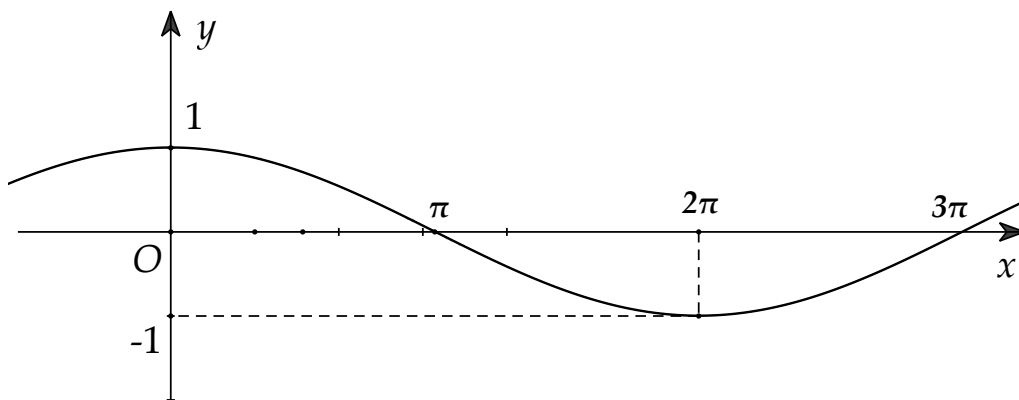
- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = \cos 2x$ .      C.  $y = \sin x$ .      D.  $y = \sin 2x$ .

**Câu 25.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



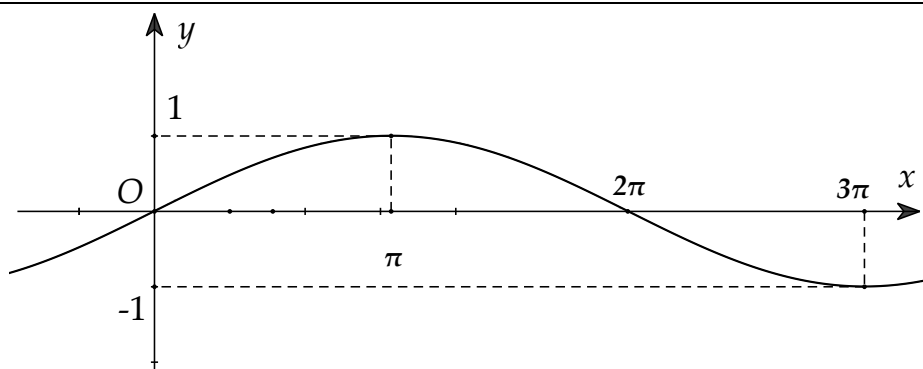
- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = \cos 2x$ .      C.  $y = \sin x$ .      D.  $y = \sin 2x$ .

**Câu 26.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



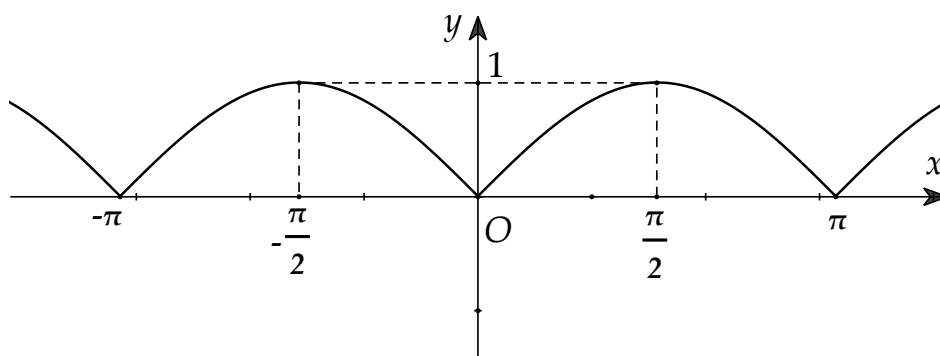
- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = \cos \frac{x}{2}$ .      C.  $y = \sin x$ .      D.  $y = \sin \frac{x}{2}$ .

**Câu 27.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



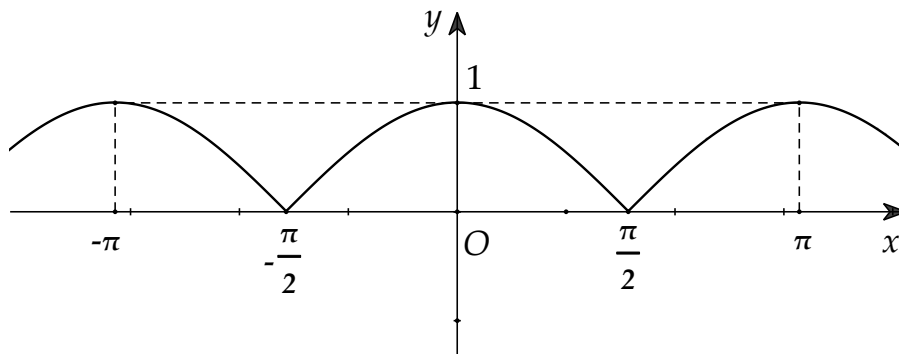
- A.  $y = \cos x$ .      B.  $y = \cos \frac{x}{2}$ .      C.  $y = \sin x$ .      D.  $y = \sin \frac{x}{2}$ .

**Câu 28.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



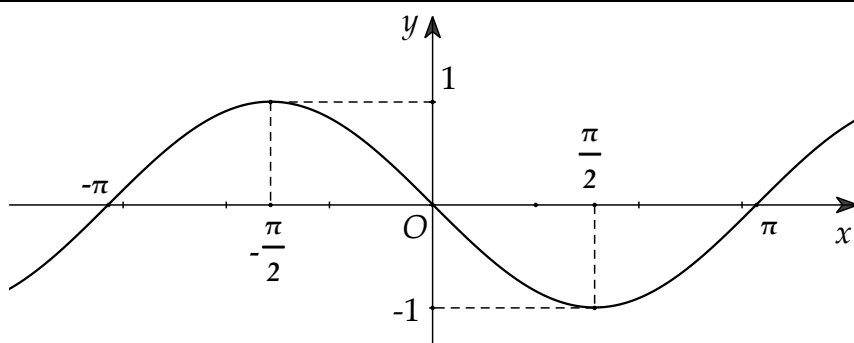
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = |\sin x|$ .      D.  $y = |\cos x|$ .

**Câu 29.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



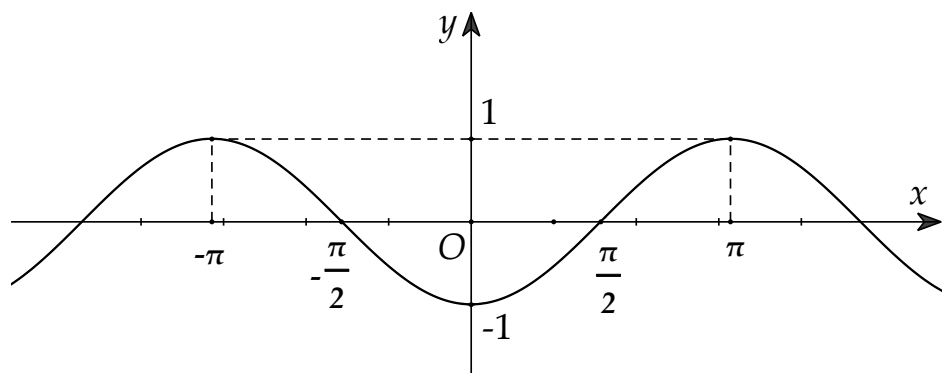
- A.  $y = \sin x$ .      B.  $y = \cos x$ .      C.  $y = |\sin x|$ .      D.  $y = |\cos x|$ .

**Câu 30.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



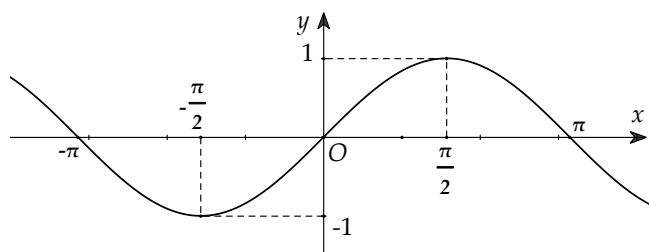
- A.  $y = \sin x$ . B.  $y = -\sin x$ . C.  $y = |\sin x|$ . D.  $y = -\sin 2x$ .

**Câu 31.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = \cos x$ . B.  $y = -\cos x$ . C.  $y = |\cos x|$ . D.  $y = -\cos 2x$ .

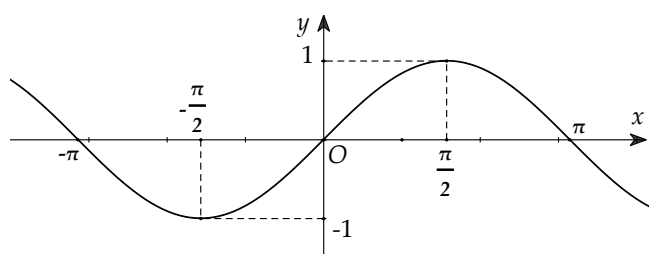
**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0)$ . B. Hàm số nghịch biến trên  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .  
C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi)$ . D. Hàm số đồng biến trên  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây sai?

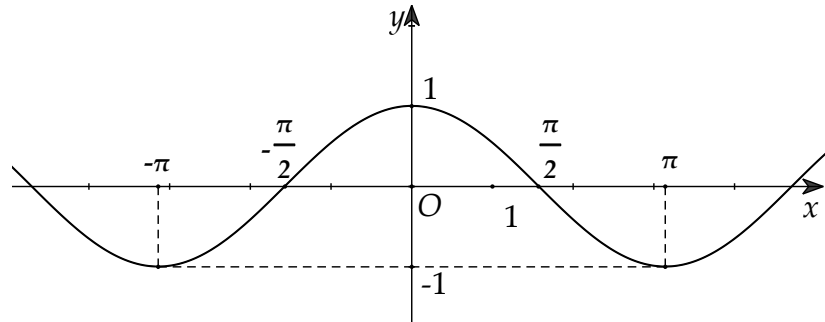
A.  $\max_{x \in [-\pi; \pi]} y = 1.$

B.  $\min_{x \in [-\pi; \pi]} y = -1.$

C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi).$

D. Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

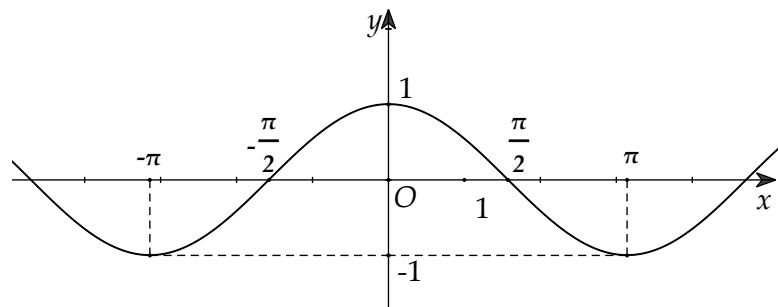
A. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; \pi).$

B. Hàm số nghịch biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$

C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi).$

D. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0).$

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\max_{x \in [-\pi; \pi]} y = 1.$

B.  $\min_{x \in (-\pi; \pi)} y = -1.$

C. Hàm số nghịch biến trên  $(0; \pi).$

D. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0).$

## V. LỜI GIẢI CHI TIẾT TRẮC NGHIỆM: TÍNH TUẦN HOÀN CỦA HÀM SỐ - SỰ BIẾN THIÊN VÀ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

**Câu 1.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn?

A.  $y = x^2.$

B.  $y = \sin x.$

C.  $y = \sin x + x.$

D.  $y = \sqrt{x}.$

**Câu 2.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $2\pi$ ?

A.  $y = \sin 2x.$

B.  $y = \cos x.$

C.  $y = \tan x.$

D.  $y = \cot x.$

**Câu 3.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

A.  $y = \sin x.$

B.  $y = \cos x.$

C.  $y = \tan 2x.$

D.  $y = \cot x.$

**Câu 4.** Hàm số nào sau đây là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

A.  $y = \sin 2x.$

B.  $y = \cos x.$

C.  $y = \tan 2x.$

D.  $y = \cot 2x.$

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây **không** tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ ?

A.  $y = \sin 2x.$

B.  $y = \sin x.$

C.  $y = \tan x.$

D.  $y = \cot x.$

**Câu 6.** Hàm số  $y = 2\sin 4x + 3$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $8\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 2\sin 4x + 3$  tuần hoàn với chu kì  $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 7.** Hàm số  $y = 1 - 5\cos 2x$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $8\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 1 - 5\cos 2x$  tuần hoàn với chu kì  $\frac{2\pi}{2} = \pi$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 8.** Hàm số  $y = 2\sin^2 x + 7$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $4\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 2\sin^2 x + 7 = (1 - \cos 2x) + 7 = 8 - \cos 2x$  tuần hoàn với chu kì  $\frac{2\pi}{2} = \pi$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 9.** Hàm số  $y = 4\sin x \cos x + 5$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $4\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = 4\sin x \cos x + 5 = 2\sin 2x + 5$  tuần hoàn với chu kì  $\frac{2\pi}{2} = \pi$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 10.** Hàm số  $y = \sin x + \sin 2x$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $8\pi$ . D.  $\frac{\pi}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kì  $T_1 = 2\pi$ .

Hàm số  $y = \sin 2x$  tuần hoàn với chu kì  $T_2 = \pi$ .

Vậy hàm số  $y = \sin x + \sin 2x$  tuần hoàn với chu kì  $T = 2\pi$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 11.** Hàm số  $y = \sin x + \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kì là

- A.  $2\pi$ . B.  $\pi$ . C.  $8\pi$ . D.  $6\pi$ .

**Lời giải:**

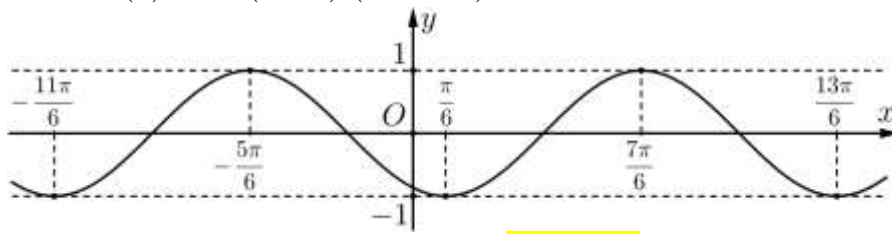
Hàm số  $y = \sin x$  tuần hoàn với chu kì  $T_1 = 2\pi$ .

Hàm số  $y = \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kì  $T_2 = 3\pi$ .

Vậy hàm số  $y = \sin x + \tan \frac{x}{3}$  tuần hoàn với chu kì  $T = 6\pi$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án D.

**Câu 12.** Cho hàm số  $y = f(x) = a \sin(bx + c), (a; b; c \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ. Chu kỳ  $T$  của hàm số là



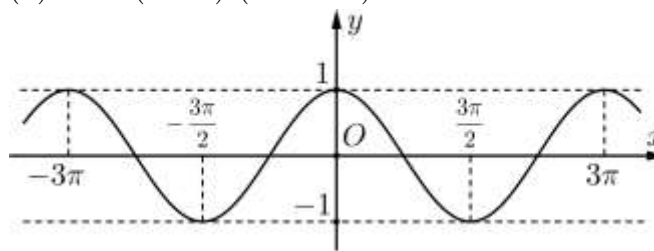
A.  $T = \frac{\pi}{6}$ .

B.  $T = \pi$ .

C.  $T = 2\pi$ .

D.  $T = 4\pi$ .

**Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x) = a \sin(bx + c), (a; b; c \in \mathbb{R})$  có đồ thị như hình vẽ. Chu kỳ  $T$  của hàm số là



A.  $T = \frac{3\pi}{2}$ .

B.  $T = 2\pi$ .

C.  $T = 3\pi$ .

D.  $T = 6\pi$ .

**Câu 14.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

C.  $(0; \pi)$ .

D.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 15.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 16.** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

C.  $(0; \pi)$ .

D.  $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 17.** Hàm số  $y = \cos x$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A.  $\left(-\pi; -\frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C.  $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$ .

D.  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 18.** Hàm số  $y = \sin x$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ .

B.  $\left(\frac{5\pi}{2}; 3\pi\right)$ .

C.  $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\pi\right)$ .

D.  $\left(-\frac{5\pi}{2}; -2\pi\right)$ .

**Câu 19.** Hàm số  $y = \cos x$  nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

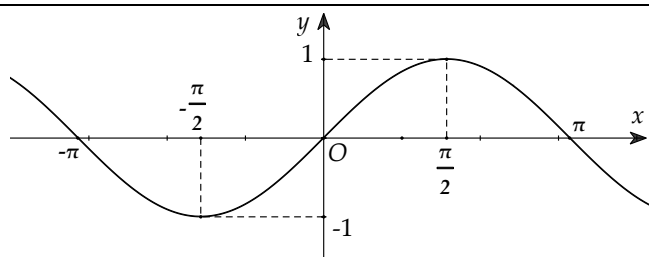
A.  $\left(-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

B.  $\left(-\frac{11\pi}{2}; -5\pi\right)$ .

C.  $\left(\frac{11\pi}{2}; 7\pi\right)$ .

D.  $\left(\frac{19\pi}{2}; 10\pi\right)$ .

**Câu 20.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

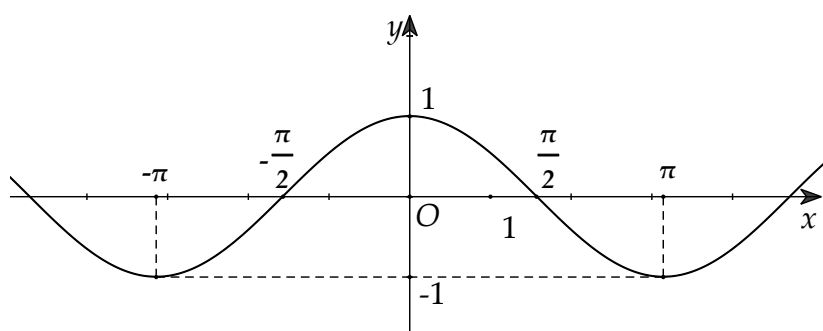
D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0); (\frac{\pi}{2}; 1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án A.**

**Câu 21.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

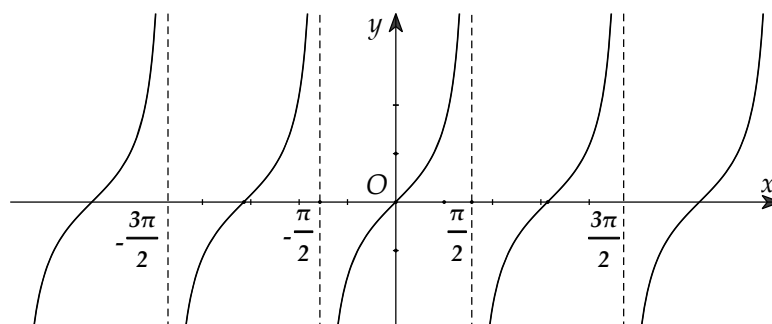
D.  $y = \cot x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;1); (\frac{\pi}{2}; 0)$ . Hoặc quan sát nhanh đồ thị đã cho là đồ thị của hàm chẵn.

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 22.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

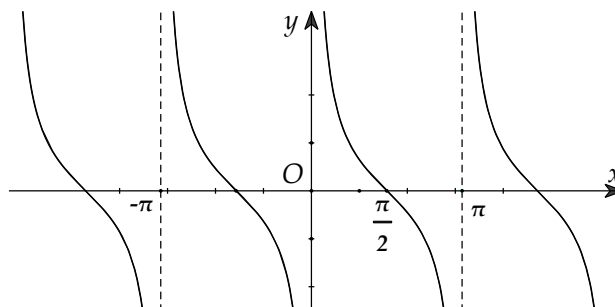
**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0)$  và đồng biến trên  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ .

Hoặc đánh giá hàm số không xác định tại các điểm  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án C.

**Câu 23.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = \tan x$ .

D.  $y = \cot x$ .

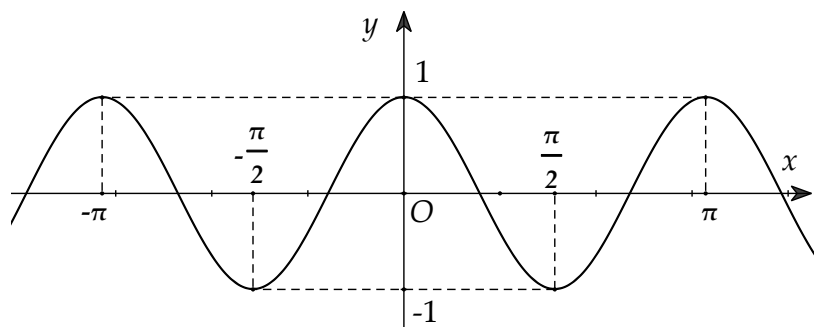
**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$  và nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

Hoặc đánh giá hàm số không xác định tại các điểm  $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án D.

**Câu 24.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = \cos 2x$ .

C.  $y = \sin x$ .

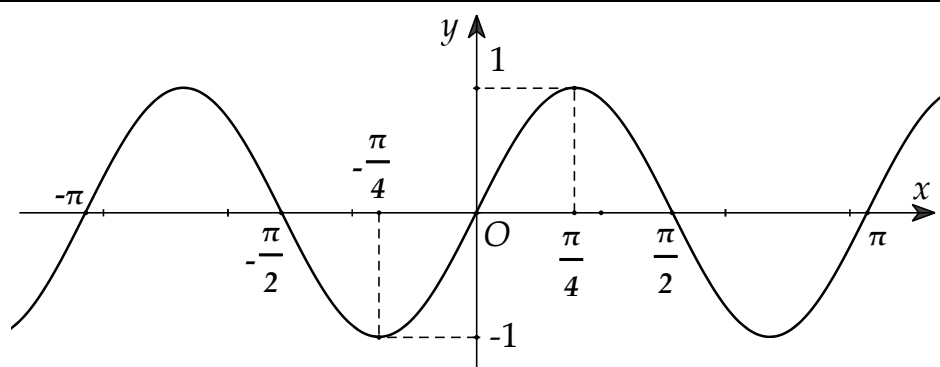
D.  $y = \sin 2x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0; 1); \left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$ .

$\Rightarrow$  Chọn đáp án B.

**Câu 25.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = \cos 2x$ .

C.  $y = \sin x$ .

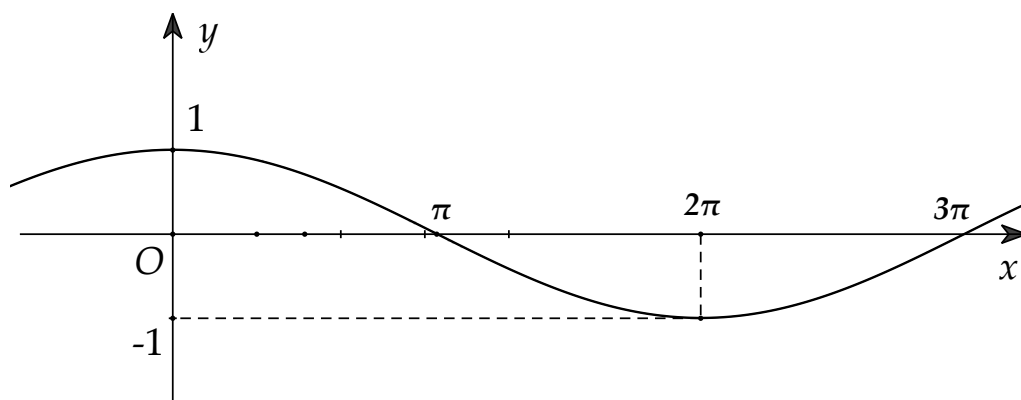
D.  $y = \sin 2x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0); (\frac{\pi}{4};1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 26.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = \cos \frac{x}{2}$ .

C.  $y = \sin x$ .

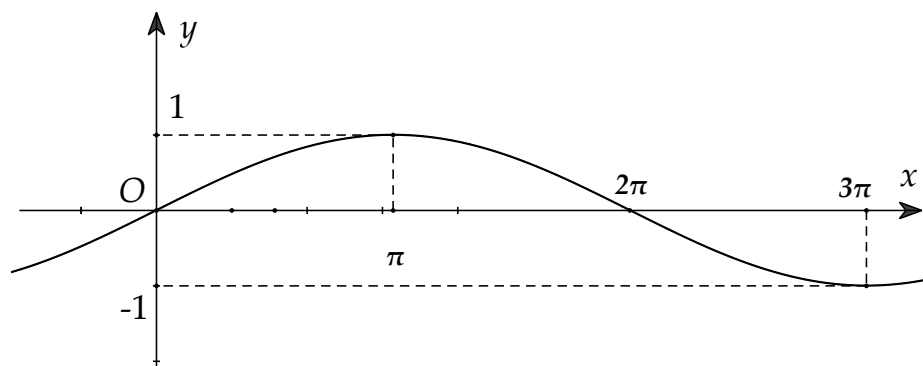
D.  $y = \sin \frac{x}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;1); (\pi;0)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 27.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = \cos \frac{x}{2}$ .

C.  $y = \sin x$ .

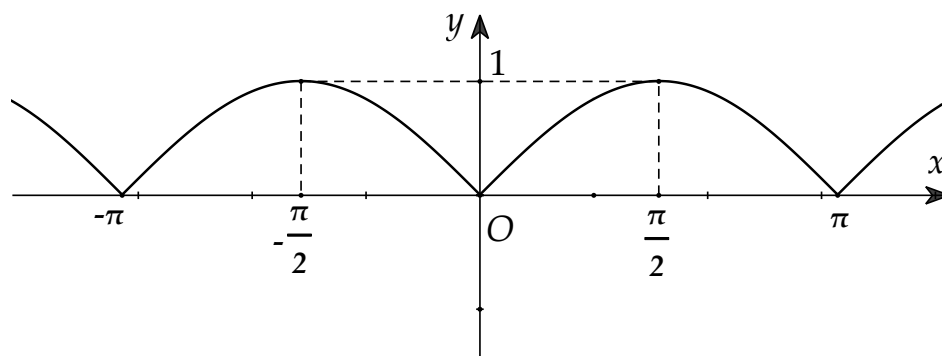
D.  $y = \sin \frac{x}{2}$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0);(\pi;1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 28.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = |\sin x|$ .

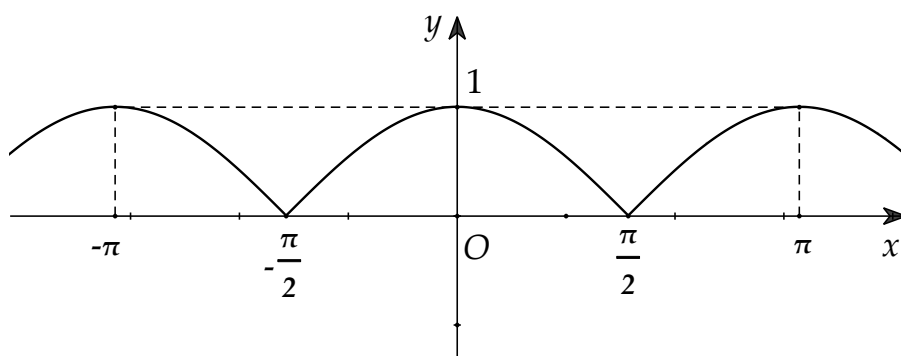
D.  $y = |\cos x|$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0);(-\frac{\pi}{2};1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 29.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = \cos x$ .

C.  $y = |\sin x|$ .

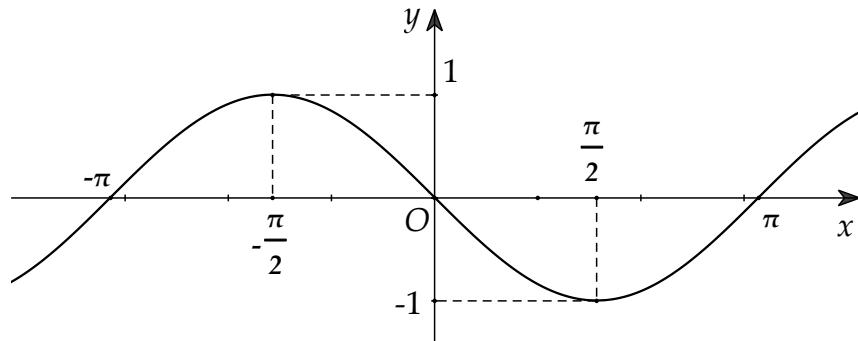
D.  $y = |\cos x|$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;1);(-\pi;1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 30.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \sin x$ .

B.  $y = -\sin x$ .

C.  $y = |\sin x|$ .

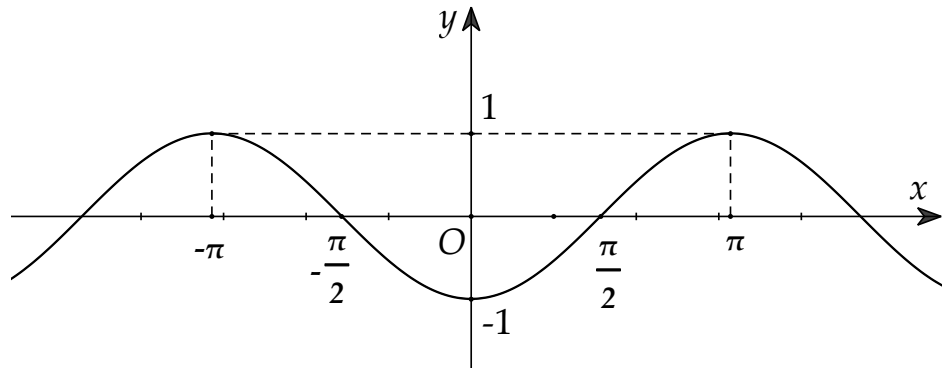
D.  $y = -\sin 2x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;0); \left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 31.** Đường cong trong hình là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = \cos x$ .

B.  $y = -\cos x$ .

C.  $y = |\cos x|$ .

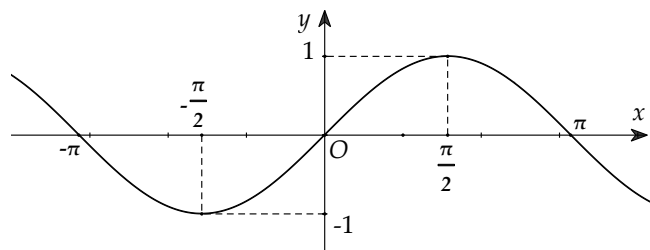
D.  $y = -\cos 2x$ .

**Lời giải:**

Hàm số qua các điểm  $(0;-1); \left(\frac{\pi}{2}; 0\right); (\pi; 1)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**

**Câu 32.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi)$ .

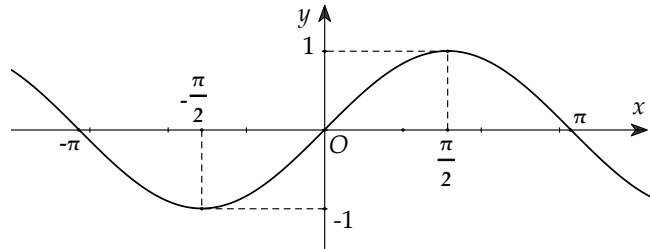
D. Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

**Lời giải:**

Trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ , đồ thị hàm số là đường đi lên (từ trái sang phải) nên hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 33.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\max_{x \in [-\pi; \pi]} y = 1$ .

B.  $\min_{x \in [-\pi; \pi]} y = -1$ .

C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi)$ .

D. Hàm số đồng biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

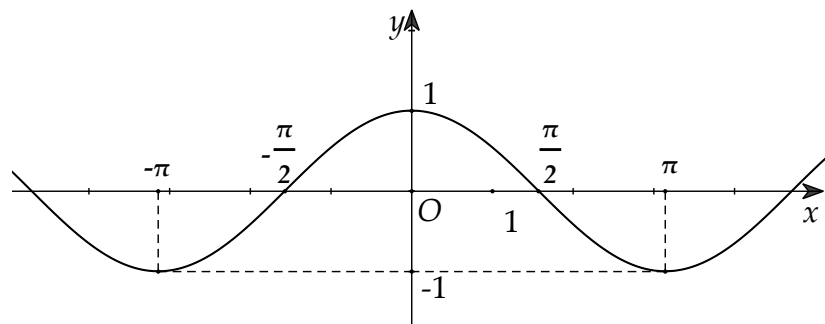
**Lời giải:**

Trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ , đồ thị hàm số là đường đi lên (từ trái sang phải) nên hàm số đồng biến trên  $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ .

Trên  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ , đồ thị hàm số là đường đi xuống (từ trái sang phải) nên hàm số nghịch biến trên  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ . Vậy C sai.

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án C.**

**Câu 34.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; \pi)$ .

B. Hàm số nghịch biến trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ .

C. Hàm số đồng biến trên  $(0; \pi)$ .

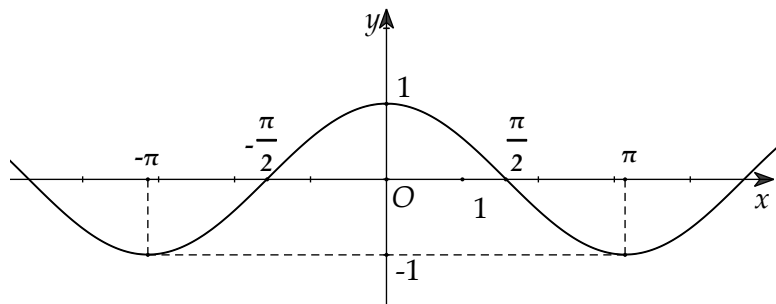
D. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0)$ .

**Lời giải:**

Trên  $(-\pi; 0)$ , đồ thị hàm số là đường đi lên (từ trái sang phải) nên hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0)$ .

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án D.**

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

A.  $\max_{x \in [-\pi; \pi]} y = 1.$

B.  $\min_{x \in (-\pi; \pi)} y = -1.$

C. Hàm số nghịch biến trên  $(0; \pi)$ .

D. Hàm số đồng biến trên  $(-\pi; 0)$ .

**Lời giải:**

Trên  $(-\pi; \pi)$ , hàm số không tồn tại giá trị nhỏ nhất. Vậy B sai.

$\Rightarrow$  **Chọn đáp án B.**