SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC

Năm học 2018-2019

ĐỀ THI KSCL CÁC MÔN THI
THPT QUỐC GIA LẦN 1
Môn: Toán 12
Thời gian làm bài: 90 phút

Mã đề thi 789

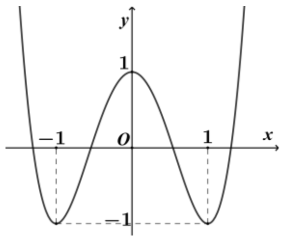
Họ và tên thí sinh: ……………………………………………………………..

Số báo danh: ………………………………………………………………...

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 2: Đường cong dưới đây là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào



A. $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 3: Cho khối chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(2;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $(1;-2)$.

Câu 5: Tìm các giá trị của tham số *m* để bất phương trình $mx>3$ vô nghiệm

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 6: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. 3. **B.** -20. **C.** 7. **D.** -25.

Câu 7: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng *B* và chiều cao bằng *h* là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$.

Câu 8: Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 9: Giá trị của $B = \lim \dfrac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 0$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 5$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = 7$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = 3$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+5}{x-3}$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số không xác định khi $x = 3$.

C. $y' = \dfrac{-11}{(x-3)^2}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(-\dfrac{5}{2};0\right)$.

Câu 12: Mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây

A. $\{3;5\}$. **B.** $\{3;3\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$.

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng *a*. Tìm khoảng cách từ *A* đến mặt phẳng (BCD)

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $2a$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và độ dài trục nhỏ bằng 6 là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{6}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \dfrac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường thẳng Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. -9. **B.** 9. **C.** -7. **D.** 7.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại

A. $m\le 0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge 0$.

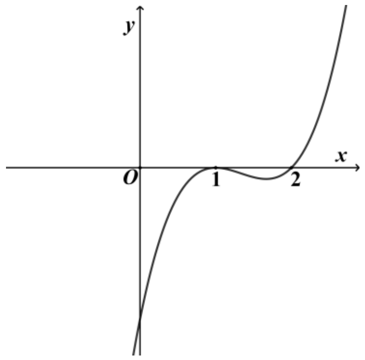
Câu 18: Gọi *A, B* là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x-\frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của *AB* là

A. $(1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(0;-\frac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4\sin x-5$

A. -20. **B.** -8. **C.** -9. **D.** 0.

Câu 20: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

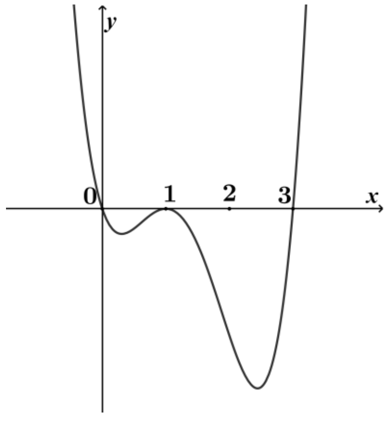
Câu 21: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30°, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 22: Gọi *S* là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số *m* sao cho phương trình $(x+1)^3+3-m=3\sqrt[3]{3x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp *S*.

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm *m* để hàm số $y = f\left(x^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m\in(3;+\infty)$. **B.** $m\in[0;3]$. **C.** $m\in[0;3)$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Câu 24: Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{568}{667}$. **C.** $\frac{33}{667}$. **D.** $\frac{634}{667}$.

Câu 25: Gọi $S=[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số *m* để với mọi số thực *x*, ta có $\left|\frac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2$. Tính tổng $a+b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 26: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị nhận hai điểm $A(0;3)$ và $B(2;-1)$ làm hai điểm cực trị. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|ax^2|x|+bx^2+c|x|+d\right|$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 27: Cho hình chóp có 20 cạnh, tính số mặt của hình chóp đó

A. 20. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Câu 28: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây

A. 2015. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2019.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD=2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA=a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ *B* đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d):3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại 2 điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=6$.

Câu 31: Xác định đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+5}{1-x}$

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x-1$.

Câu 32: Tìm m để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -2 \end{array}\right.$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **D.** $-1<m<1$.

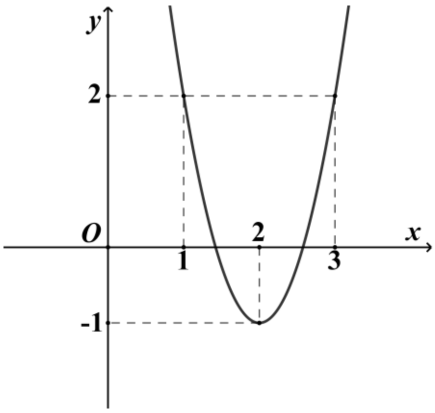
Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(m+3)x-4$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

A. $m\ge\frac{1}{7}$. **B.** $m\ge\frac{4}{7}$. **C.** $m\ge\frac{8}{7}$. **D.** $m\ge\frac{12}{7}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x, BC=y, AB=AC=SB=SC=1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$, biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 36: Tìm số tự nhiên *n* thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

A. $n=99$. **B.** $n=100$. **C.** $n=98$. **D.** $n=101$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^3(2x+3)^7(x-1)^{10}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 38: Tập tất cả các giá trị của tham số thực *m* để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng $(a;b]$. Tính $b-\frac{5}{7}a$.

A. $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **B.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$. **C.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

Câu 39: Cho hàm số $y=x^3-2009x$ có đồ thị là (C). Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1=1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1, tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại M_3 khác M_2, tiếp tuyến của (C) tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} $(n=4,5,...)$. Gọi $(x_n;y_n)$ là tọa độ điểm M_n. Tìm *n* sao cho $2009x_n+y_n+2^{2013}=0$.

A. $n=627$. **B.** $n=672$. **C.** $n=675$. **D.** $n=685$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh *a*, $AC=a$. Tam giác SAB cân tại *S* và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC, biết rằng góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng $60°$.

A. $\dfrac{a\sqrt{906}}{29}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{609}}{29}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{609}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{600}}{29}$.

Câu 41: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1},B_{k+1},C_{k+1},D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm của A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (với $k=1,2,...$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (*m*, *n* là các tham số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi *I* là giao điểm 2 đường tiệm cận, $M(x_0;y_0)$ $(x_0>0)$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2+BI^2=40$. Tính tích x_0y_0.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{15}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ có đồ thị là (C_m). Tìm *m* để đường thẳng $d: y=-1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{1}{2}\\ m\neq 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<\dfrac{1}{2}\\ m\neq 0\end{cases}$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Gọi *I* là trung điểm của BC. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SCA. **B.** Góc SIA. **C.** Góc SCB. **D.** Góc SBA.

Câu 46: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng *a*, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp đó là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 47: Tìm *m* để phương trình $m=\dfrac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ có nghiệm

A. $-2\le m\le 0$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\dfrac{2}{11}\le m\le 2$. **D.** $-2\le m\le -1$.

Câu 48: Một xe buýt của hãng xe *A* có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở *x* hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

B. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $2.700.000$ (đồng).

D. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $3.200.000$ (đồng).

Câu 49: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân tại *C*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt đáy, biết $AB=4a$, $SB=6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\dfrac{a^3}{3V}$ có giá trị là

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{80}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{40}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{80}$.

Câu 50: Tìm *a* để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}x^2+ax+1 & \text{khi } x>2\\ 2x^2-x+1 & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

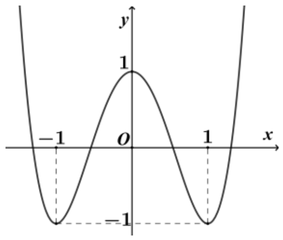
ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI KSCL THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC – LẦN 1

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Đáp án – Chọn B

Câu 2: Đường cong dưới đây là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào



A. $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Đáp án – Chọn A.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Đáp án – Chọn A.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(2;-2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\left(3;\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $(1;-2)$.

Đáp án – Chọn B

Câu 5: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx>3$ vô nghiệm

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\neq 0$.

Đáp án – Chọn C.

Câu 6: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. 3. **B.** -20. **C.** 7. **D.** -25.

Đáp án – Chọn D

Câu 7: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=Bh$. **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$.

Đáp án – Chọn C.

Câu 8: Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$.

Đáp án – Chọn C.

Câu 9: Giá trị của $B=\lim\frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 0. **D.** 4.

Đáp án – Chọn A.

Câu 10: Gọi giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$.

Đáp án – Chọn C

Câu 11: Cho hàm số $y=\frac{2x+5}{x-3}$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số không xác định khi $x=3$.

C. $y'=\frac{-11}{(x-3)^2}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(-\frac{5}{2};0\right)$.

Đáp án – Chọn A.

Câu 12: Mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây

A. $\{3;5\}$. **B.** $\{3;3\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$.

Đáp án – Chọn C

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tìm khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD)

A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $2a$.

Đáp án – Chọn B

Câu 14: Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và độ dài trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Đáp án – Chọn D

Thầy Đức nhận xét: *Chú ý rằng phương trình chính tắc của Elip có dạng* $\frac{x}{a^2}+\frac{y}{b^2}=1$, *trong đó độ dài trục lớn là* $2a$, *độ dài trục bé là* $2b$. *Do đó* $a=4$ *và* $b=3$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$.

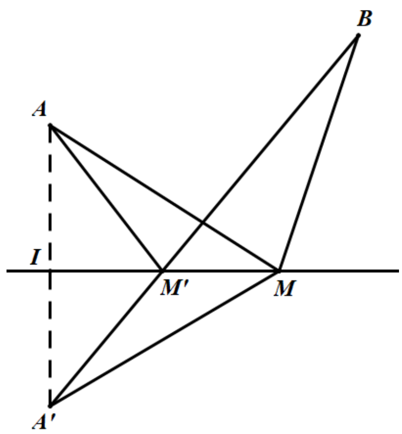
Đáp án – Chọn B

Thầy Đức nhận xét: *Khi nói hàm số đơn điệu trên khoảng K, ta chỉ xét K là 1 đoạn, 1 khoảng hoặc 1 nửa khoảng. Vì thế khi nói hàm số đơn điệu trên các khoảng như* $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$; $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ *hoặc* $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$ *thì đây đều là các khoảng rời rạc nên các khẳng định này đều là các khẳng định sai.*

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường thẳng Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

A. -9. **B.** 9. **C.** -7. **D.** 7.

Đáp án



Nhận xét: A và B cùng phía đối với đường thẳng Δ.

Gọi $A'(x_0;y_0)$ là điểm đối xứng với A qua Δ.

$A'B$ cắt Δ tại M'. Ta có: $MA+MB=MA'+MB\geq A'B=M'A'+M'B=M'A+MB$

Do đó $MA+MB$ nhỏ nhất khi $M\equiv M'$.

Trung điểm của AA' là $I\left(\frac{x_0+2}{2};\frac{y_0+1}{2}\right)\in\Delta$ nên $\frac{x_0+2}{2}-\frac{y_0+1}{2}+1=0\Leftrightarrow x_0-y_0=-3$ (1).

$\overrightarrow{AA'}=\left(x_0-2;y_0-1\right)$. Vì $\overrightarrow{AA'}\perp(1;1)$ nên $\left(x_0-2\right)+\left(y_0-1\right)=0\Leftrightarrow x_0+y_0=3$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $x_0=0$, $y_0=3$; $A'(0;3)$.

Phương trình đường thẳng $A'B$: $x-3y=-9$.

M' là giao của AB và Δ nên $M'(3;4)$. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Đây là bài toán khá quen thuộc ta đã được học ở kiến thức hình học lớp 9. Ngoài cách giải này ra ta còn có thể giải theo cách khác bằng cách dùng bất đẳng thức đại số.* $M(a;b)\in\Delta\Rightarrow b=a+1$, *do đó* $M(a;a+1)$.

$$MA=\sqrt{(a-2)^2+a^2}=\sqrt{2a^2-4a+4}=\sqrt{2}\sqrt{a^2-2a+2}=\sqrt{2}\sqrt{(a-1)^2+1}$$

$$MB=\sqrt{(a-9)^2+(a-5)^2}=\sqrt{2a^2-28a+106}=\sqrt{2}.\sqrt{(a-7)^2+2^2}$$

Áp dụng BĐT: $\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{a^2+b^2}\ge\sqrt{(a+x)^2+(y+b)^2}$ *(các bạn dễ dàng chứng minh BĐT này theo nhiều cách), ta có:*

$$MA+MB=\sqrt{2}\left(\sqrt{(1-a)^2+1^2}+\sqrt{(a-7)^2+2^2}\right)\ge\sqrt{2}\left(\sqrt{6^2+3^2}\right).$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1-a}{1}=\frac{a-7}{2}\Leftrightarrow a=3$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số *m* để hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại

A. $m\le0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\ge1$. **D.** $m\ge0$.

Đáp án

Điều kiện: $ab\ge0\Leftrightarrow -m\ge0\Leftrightarrow m\le0$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Hàm số* $y=ax^4+bx^2+c$ $(a>0)$ *luôn có cực tiểu. Để hàm số không có cực đại thì hàm số này phải có 1 điểm cực trị duy nhất (chính là điểm cực tiểu), điều này xảy ra khi và chi chỉ khi* $ab\ge0$.

Câu 18: Gọi *A*, *B* là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x-\frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của *AB* là

A. $(1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(0;-\frac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Đáp án

$y'=-x^2+1$; $y''=-2x$, điểm uốn $I\left(0;-\frac{2}{3}\right)$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: *Nên nhớ rằng điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba là điểm đối xứng của đồ thị, vì thế nếu hàm số có 2 điểm cực trị 2 điểm đó đối xứng nhau qua điểm uốn.*

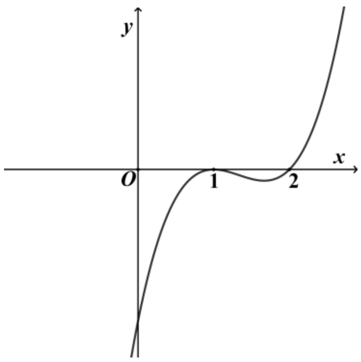
Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4\sin x-5$

A. -20. **B.** -8. **C.** -9. **D.** 0.

Đáp án

Đặt $t=\sin x$, $t\in[-1;1]$. Xét hàm $f(t)=t^2-4t-5$ có $f'(t)=2t-4<0$ khi $t\in[-1;1]$ nên $f(t)$ nghịch biến trên $[-1;1]$. Do đó $f(t)\ge f(1)=-8$. Chọn B.

Câu 20: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Đáp án

Dựa vào đồ thị, ta có $f'(x)>0\Leftrightarrow x>2$. Chọn A.

Câu 21: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $30°$, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Đáp án

Gọi độ dài cạnh AB là a. Gọi H là trung điểm của BC thì $\angle AHA'=30°$; $AH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ nên

$AA'=AH.\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{a}{2}$; $A'H=\dfrac{AA'}{\sin 30°}=a$.

$S_{\Delta A'BC}=\dfrac{1}{2}BC.A'H=\dfrac{1}{2}a.a=\dfrac{a^2}{2}$; theo đề bài: $\dfrac{a^2}{2}=8\Rightarrow a=4$.

$V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.AA'=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2.\dfrac{a}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3=8\sqrt{3}$. Chọn A.

Câu 22: Gọi *S* là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số *m* sao cho phương trình $(x+1)^3+3-m=3\sqrt[3]{3x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả các phần tử của *S*.

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 5.

Đáp án

Phương trình tương đương với $(x+1)^3=3\sqrt[3]{3(x+1)+m-3}+m-3$ (1)

Đặt $\sqrt[3]{3(x+1)+m-3}=t$, ta có $t^3=3(x+1)+m-3$, $(1)\Leftrightarrow(x+1)^3=3t+m-3$.

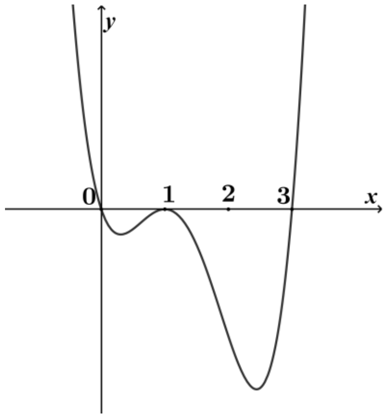
Do đó $t^3+3t=(x+1)^3+3(x+1)\Leftrightarrow t=x+1\Leftrightarrow(x+1)^3=3(x+1)+m-3\Leftrightarrow x^3+3x^2+1=m$.

Xét hàm $f(x)=x^3+3x^2+1$ có $f'(x)=3x^2+6x=3x(x+2)$.

Vẽ bảng biến thiên của hàm $f(x)$ ra, ta thấy để phương trình có đúng 2 nghiệm thực thì $m=1$ hoặc $m=5$, nên $S=\{1;5\}$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: *Phương trình* $(x+1)^3+3-m=3\sqrt[3]{3x+m}$ *cho ta ý tưởng phải đặt ẩn phụ để đưa về hệ đối xứng loại 2.*

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm *m* để hàm số $y=f(x^2+m)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m\in(3;+\infty)$. **B.** $m\in[0;3]$. **C.** $m\in[0;3)$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Đáp án

Dễ thấy hàm số $f(x^2+m)$ là hàm chẵn, để hàm số này có 3 điểm cực trị thì hàm số này phải có đúng 1 điểm cực trị dương.

Ta có: $y'=2x.f'(x^2+m)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'(x^2+m)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+m=0\\x^2+m=1\\x^2+m=3\end{array}\right.$.

Chú ý rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên các nghiệm của $x^2+m=1$ (nếu có) không làm cho $f'(x^2+m)$ đổi dấu khi x đi qua, do đó các điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2+m)$ là các điểm nghiệm của hệ $\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+m=0\\x^2+m=3\end{array}\right.$.

Hệ này có duy nhất 1 nghiệm dương khi và chỉ khi $\begin{cases}-m\le 0\\3-m>0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m<3$. Chọn C.

Câu 24: Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{568}{667}$. **C.** $\frac{33}{667}$. **D.** $\frac{634}{667}$.

Đáp án

30 số từ 1 tới 30 được chia thành 3 tập hợp:

Tập hợp các số lẻ: 15 phần tử.

Tập hợp các số chia hết cho 10: 3 phần tử

Tập hợp các số chẵn không chia hết cho 10: 12 phần tử.

Số cách chọn ra 5 phần tử trong tập hợp thứ 1: C_{15}^{5}.

Số cách chọn ra 1 phần tử trong tập hợp thứ 2: C_{3}^{1}.

Số cách chọn ra 4 phần tử trong tập hợp thứ 3: C_{12}^{4}.

Tổng số cách chọn thỏa mãn: $C_{15}^{5}.C_{3}^{1}.C_{12}^{4}$. Không gian mẫu: C_{30}^{10}.

Xác suất cần tính: $P=\frac{C_{15}^{5}.C_{3}^{1}.C_{12}^{4}}{C_{30}^{10}}=\frac{99}{667}$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Bài toán xác suất thường gây khó khăn cho nhiều bạn, hãy chú ý đến công đoạn thực hiện việc chọn ra 10 tấm thẻ sao cho hợp lý. Ở mỗi công đoạn ta tính số khả năng có thể xảy ra rồi dùng quy tắc nhân.*

Câu 25: Gọi $S=[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x, ta có $\left|\frac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2$. Tính tổng $a+b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4.

Đáp án

Vì $\left|\frac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2$ đúng với mọi x nên $x^2-mx+4\ne 0$ với mọi x, do đó $\Delta=m^2-16<0\Leftrightarrow -4<m<4$. Khi đó $x^2-mx+4>0$.

$\left|\frac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2\Leftrightarrow \frac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\le 2\Leftrightarrow x^2+x+4\le 2x^2-2mx+8\Leftrightarrow x^2-(2m+1)x+4\ge 0$

$\Delta=(2m+1)^2-16\le 0\Leftrightarrow -4\le 2m+1\le 4\Leftrightarrow -\frac{5}{2}\le m\le\frac{3}{2}$ nên $a+b=-1$. Chọn C.

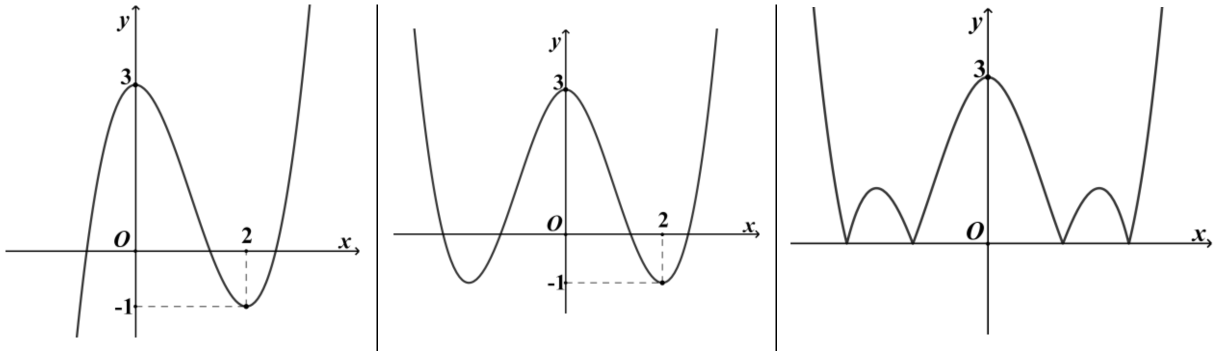
Thầy Đức nhận xét: *Cái hay của bài toán nằm ở keyword ở đề bài: Với mọi số thực x. Rõ ràng nếu bất phương trình đúng với mọi số thực x thì với mọi x,* $x^2-mx+4\ne 0$, *từ đó ta cũng có* $x^2-mx+4>0$ *với mọi x. Do đó dấu giá trị tuyệt đối ở đây không còn đáng sợ nữa.*

Câu 26: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị nhận hai điểm $A(0;3)$ và $B(2;-1)$ làm hai điểm cực trị. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|ax^2|x|+bx^2+c|x|+d\right|$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Đáp án

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số này có 2 điểm cực trị. Ta thực hiện các phép biến đổi đồ thị, suy ra các đồ thị hàm số $y = f(|x|)$; $y = |f(|x|)|$ như hình vẽ.



$y = f(x)$ $y = f(|x|)$ $y = |f(|x|)|$

Dựa vào phép biến đổi đồ thị suy ra số điểm cực trị là 7. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Dựa vào giả thiết bài toán nhiều bạn sẽ đi tìm các giá trị a, b, c, d cụ thể. Tuy nhiên điều đó là không cần thiết và mất thời gian. Với 2 điểm cực trị, ta định hình được hình dạng đồ thị hàm bậc ba* $y = f(x)$, *hàm số cần xét là hàm số* $|f(|x|)|$, *đồ thị hàm số này có thể được vẽ thông qua đồ thị hàm số* $f(x)$ *như hình vẽ.*

Câu 27: Cho hình chóp có 20 cạnh, tính số mặt của hình chóp đó

A. 20. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11.

Đáp án

Giả sử đa giác đáy có *n* đỉnh. Số cạnh của hình chóp là $2n = 20 \Rightarrow n = 10$.

Số mặt hình chóp là $n + 1 = 11$. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Chú ý rằng hình chóp là hình có 1 đỉnh và đáy là 1 đa giác lồi. Nếu như đáy có n đỉnh* $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$ *thì số mặt của hình chóp gồm 1 mặt đáy và n mặt bên, là* $n+1$ *mặt. Số cạnh hình chóp là n cạnh đáy là n cạnh bên, bằng* $2n$ *cạnh.*

Câu 28: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây

A. 2015. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2019.

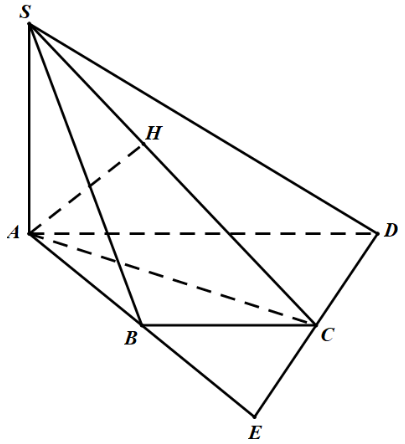
Đáp án

Giả sử đa giác đáy có *n* cạnh, khi đó hình lăng trụ có $3n$ cạnh nên số cạnh hình lăng trụ phải chia hết cho 3. Chọn D.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ *B* đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Đáp án



AB giao *CD* tại *E*. Vì *ABCD* là nửa lục giác đều đường kính *AD* nên tam giác *ADE* đều và *B*, *C* là trung điểm của *AE* và *DE*.

Kẻ $AH \perp SC$ $(H \in SC)$. Dễ thấy $CD \perp AC \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow AH \perp CD$. Do đó khoảng cách từ *A* tới mặt phẳng (SCD) là *AH*.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = \sqrt{2}a.$$

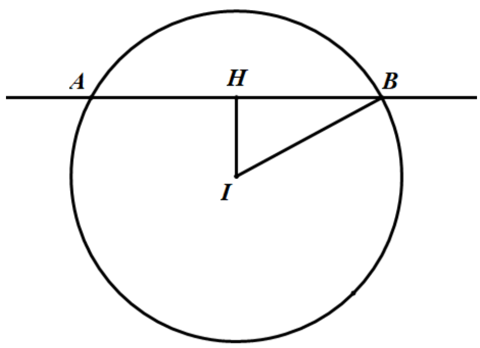
Theo định lý Talet: $d_{B/(SCD)} = \frac{1}{2} d_{A/(SCD)} = \frac{1}{2} AH = \frac{\sqrt{2}}{2} a$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: *Nửa lục giác đều thực chất là 1 hình thang cân có góc ở đáy bằng 60^0. Để bài yêu cầu tìm khoảng cách từ B dẫn đến ý tưởng tìm khoảng cách từ chân đường vuông góc của đỉnh S (là điểm A).*

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R = 5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x - 4y + 8 = 0$ cắt đường tròn (C) tại 2 điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = 8$. **B.** $AB = 4$. **C.** $AB = 3$. **D.** $AB = 6$.

Đáp án



Khoảng cách từ *I* tới đường thẳng *d*: $IH = \frac{|3 - 4.(-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$

Áp dụng định lý Pitago: $HB = \sqrt{IB^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \Rightarrow AB = 2.HB = 2.4 = 8$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Ta hoàn toàn có thể tìm tọa độ các điểm A và B, tuy nhiên nếu làm như vậy sẽ dài và mất thời gian. Vì thế khi nhìn nhận 1 bài toán, hãy cố gắng mở mang ra nhiều ý tưởng khác nhau.*

Câu 31: Xác định đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+5}{1-x}$

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x-1$.

Đáp án

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$, tiệm cận ngang $y=2$. Chọn C.

Câu 32: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2\\ m\le -2\end{array}\right.$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0\\ 1\le m<2\end{array}\right.$. **D.** $-1<m<1$.

Đáp án

$y'=\dfrac{2-m}{(\cos x-m)^2}.(\cos x)'=\dfrac{2-m}{(\cos x-m)^2}.(-\sin x)$, $\sin x>0\ \ \forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$. Do đó:

Hàm số nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi

$\begin{cases} 2-m>0\\ \cos x-m\ne 0\end{cases}\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow\begin{cases} m<2\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m<2\\ \left[\begin{array}{l} m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} -1\le m<2\\ m\le 0\end{array}\right.$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: *Dạng toán quen thuộc về hàm hợp của hàm số bậc nhất trên bậc nhất. Chú ý rằng* $f(x)=\dfrac{au(x)+b}{cu(x)+d}$ *với* $c\ne 0$, $ad\ne bc$ *thì* $f'(x)=\dfrac{ad-bc}{(cu(x)+d)^2}.u'(x)$. *Ở bài toán này,* $u(x)=\cos x$ *nên* $u'(x)=-\sin x$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(m+3)x-4$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

A. $m\ge\dfrac{1}{7}$. **B.** $m\ge\dfrac{4}{7}$. **C.** $m\ge\dfrac{8}{7}$. **D.** $m\ge\dfrac{12}{7}$.

Đáp án

$y'=-x^2+2(m-1)x+m+3$.

Hàm số đồng biến trên $(0;3)$ khi và chỉ khi

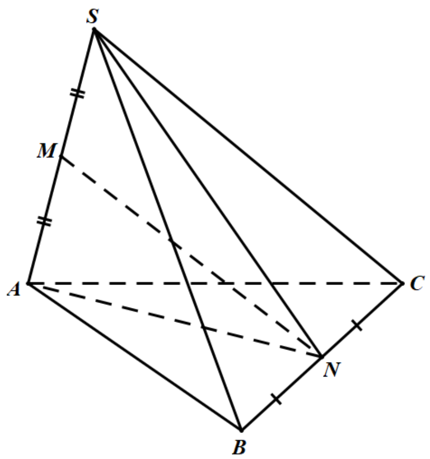
$$\begin{cases} y'(0)\ge 0\\ y'(3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m+3\ge 0\\ -9+6m-6+m+3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\ge -3\\ m\ge\dfrac{12}{7}\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\dfrac{12}{7}$$

Thầy Đức nhận xét: *Hàm số muốn đồng biến trên* $(m;n)$ *thì* $y' \ge 0$ *với mọi* $x \in (m;n)$*. Chú ý rằng* y' *là tam thức bậc hai có hệ số a âm, vì thế* $y' \ge 0$ *với mọi* $x \in (m;n)$ *khi và chỉ khi* $\begin{cases} y'(m) \ge 0 \\ y'(n) \ge 0 \end{cases}$*. Bài toán sẽ trở nên khó khăn hơn nếu đề bài yêu cầu tìm m để hàm số nghịch biến trên* $(0;3)$*.*

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x, BC = y, AB = AC = SB = SC = 1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Đáp án



Gọi *M*, *N* lần lượt là trung điểm của *SA* và *BC*.

Dễ thấy $BC \perp AN$, $BC \perp SN \Rightarrow BC \perp (SAN)$. Do đó:

$$V_{S.ABC} = V_{S.ABN} + V_{S.ANC} = \frac{1}{3}.S_{ASN}.BN + \frac{1}{3}.S_{ASN}.CN = \frac{1}{3}S_{ASN}.(BN + CN) = \frac{1}{3}S_{ASN}.BC.$$

$$MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{AB^2 - BN^2 - AM^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}$$

Do đó $S_{ASN} = \frac{1}{2}SA.MN = \frac{x}{2}.\sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}}$.

Do đó $V_{S.ABC} = \frac{1}{6}xy\sqrt{1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}}$,

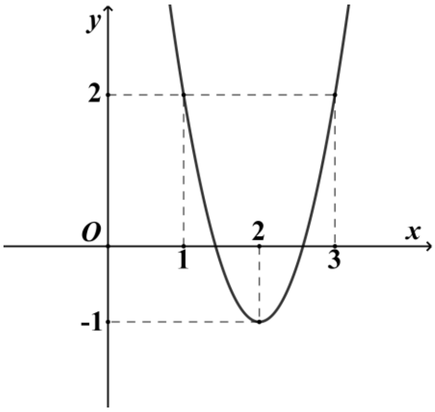
$$V^2 = \frac{1}{36}x^2y^2\left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) = \frac{16}{36}.\frac{x^2}{4}.\frac{y^2}{4}.\left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) \le \frac{4}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^3.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$. Chọn C.

Thầy Đức nhận xét: *Việc gọi điểm điểm phụ M và N như hình vẽ bên là rất tự nhiên và hợp lý. Tuy nhiên cái hay của bài toán này là việc chia thể tích hình chóp S.ABC thành hai thể tích* *hình chóp S.ABN và S.ACN, đó là cách rất tốt để khai thác yêu tố về thể tích. Ngoài ra với học sinh biết các công thức tính nhanh thể tích có thể có những ý tưởng nhanh hơn.*

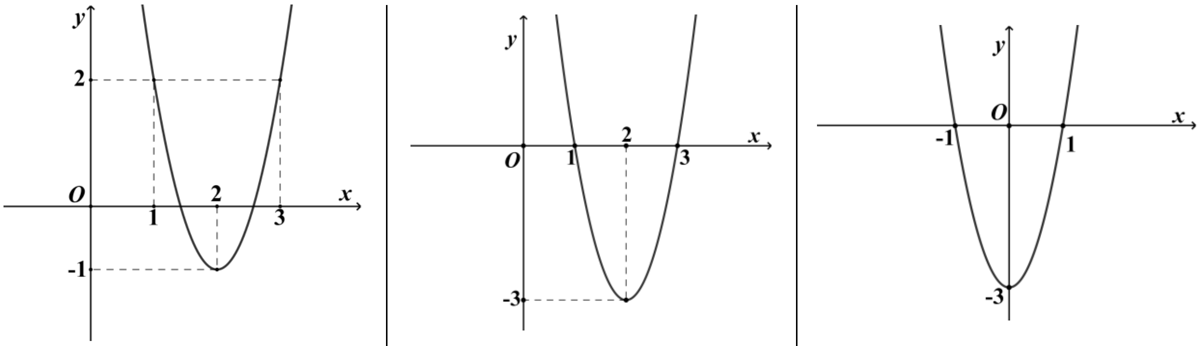
$$V=\frac{1}{6}SA.CD.d\left(SA,CD\right).g\left(SA,CD\right)$$

Câu 35: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, biết rằng đồ thị hàm số $y=f'\left(x-2\right)+2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\infty;2\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Đáp án



$y=f'\left(x-2\right)+2$ $y=f'\left(x-2\right)$ $y=f'\left(x\right)$

Thực hiện các phép tịnh tiến đồ thị hàm số, ta thấy $f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow x\in\left(-1;1\right)$. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Chúng ta đã quá quen thuộc với những bài toán cho hàm số $y=f'\left(x\right)$ đã biết đồ thị, vì thế nên bài toán này khá hay và mới mẻ, thay vì biết đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$, đề bài cho đồ thị hàm số $y=f'\left(x-2\right)+2$. Tuy nhiên cũng chỉ qua một vài phép biến đổi đồ thị, ta sẽ suy ra được đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$*

Câu 36: Tìm số tự nhiên *n* thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}=\frac{2^{100}-n-3}{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}$

A. $n=99$. **B.** $n=100$. **C.** $n=98$. **D.** $n=101$.

Đáp án

Áp dụng công thức $k.C_n^k=n.C_{n-1}^{k-1}$ với $1\le k\le n$, ta có:

$(k+1)(k+2)C_{n+2}^{k+2}=(k+1).(n+2).C_{n+1}^{k+1}=(n+2)(n+1)C_n^k$.

Do đó $\dfrac{C_n^k}{(k+1)(k+2)}=\dfrac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$.

Áp dụng ta có:

$$VT=\frac{1}{(n+1)(n+2)}\left(C_{n+2}^2+C_{n+2}^3+...+C_{n+2}^{n+2}\right)=\frac{1}{(n+1)(n+2)}\left(C_{n+2}^0+C_{n+2}^1+...+C_{n+2}^{n+2}-1-n-2\right)$$

$$=\frac{1}{(n+1)(n+2)}\left(2^{n+2}-n-3\right).$$

Do đó $2^{n+2}=2^{100}\Rightarrow n=98$.

Thầy Đức nhận xét: *Có thể dùng phương pháp đặc biệt hóa tìm ra đáp án bài toán này bằng cách cho n bằng các giá trị cụ thể. Ví dụ:*

Với $n=2:\ \dfrac{C_2^0}{1.2}+\dfrac{C_2^1}{2.3}+\dfrac{C_2^2}{3.4}=\dfrac{11}{12}=\dfrac{2^4-2-3}{3.4}$.

Với $n=3:\ \dfrac{C_3^0}{1.2}+\dfrac{C_3^1}{2.3}+\dfrac{C_3^2}{3.4}+\dfrac{C_3^3}{4.5}=\dfrac{26}{20}=\dfrac{2^5-3-3}{4.5}$.

Dự đoán: $VT=\dfrac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}$. *Từ đó chọn được* $n+2=100\Leftrightarrow n=98$.

Tất nhiên phương pháp này chỉ mang tính chất tương đối và không thể trình bày dưới hình thức thi tự luận, nhưng với việc giải quyết 1 bài toán trắc nghiệm thì phương pháp này trở nên hết sức hiệu quả để nhanh chóng đưa ra được đáp án đúng.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^3(2x+3)^7(x-1)^{10}$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Đáp án

$f'(x)=0\Leftrightarrow x\in\left\{-1;2;-\dfrac{3}{2};1\right\}$. Tuy nhiên qua các nghiệm -1 và 1, $f'(x)$ không đổi dấu nên hàm số chỉ có 2 điểm cực trị. Chọn B.

Thầy Đức nhận xét: *Bài toán này sử dụng nhận xét nếu như* $f'(x)$ *là hàm đa thức có nghiệm* x_0, x_0 *là điểm cực trị của hàm số* $y=f(x)$ *khi và chỉ khi* x_0 *là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ, vì khi đó* $f'(x)$ *sẽ đổi dấu khi x đi qua* x_0.

Câu 38: Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng $(a;b]$. Tính $b-\dfrac{5}{7}a$.

A. $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **B.** $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{35}$. **C.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

Đáp án

Điều kiện: $x \in [-1;1]$. Đặt $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=t$, ta có

$$t' = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x}-\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}\left(\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}\right)}$$

$t^2 = 2+2\sqrt{1-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^2} = t^2-2$.

Do đó $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ (1)

$$\Leftrightarrow m(t+3)+t^2-2-5=0 \Leftrightarrow t^2+mt+3m-7=0$$

$$\Leftrightarrow 7-t^2 = m(t+3) \Leftrightarrow \frac{7-t^2}{t+3}=m \text{ (2).}$$

x	-1		0		1
t'	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$
t			2		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$\sqrt{2}$				$\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên hàm $t(x)$ trên, ta thấy rằng để (1) có đúng 2 nghiệm thực phân biệt x thì (2) có đúng 1 nghiệm $t \in \left[\sqrt{2};2\right)$, nghiệm còn lại (nếu có) khác 2.

Xét hàm $f(t) = \frac{7-t^2}{t+3}$, $f'(t) = -\frac{t^2+6t+7}{(t+3)^2} < 0 \quad \forall t>0$ nên $f(t)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó (2) có nghiệm thuộc $\left[\sqrt{2};2\right)$ khi và chỉ khi $f\left(\sqrt{2}\right) \ge m > f(2) \Leftrightarrow \frac{15-5\sqrt{2}}{7} \ge m > \frac{3}{5}$

Do đó $a=\frac{3}{5}$; $b=\frac{15-5\sqrt{2}}{7}$ nên $b-\frac{5}{7}a = \frac{12-5\sqrt{2}}{7}$. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Ý tưởng đặt ẩn phụ $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=t$ khá quen thuộc, tuy nhiên cái khó của bài toán là biện luận số nghiệm của phương trình theo ẩn x và mối liên hệ với nghiệm của phương trình theo ẩn t.*

Câu 39: Cho hàm số $y=x^3-2009x$ có đồ thị là (C). Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1=1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1, tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại M_3 khác M_2, tiếp tuyến của (C) tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} $(n=4,5,...)$. Gọi $(x_n;y_n)$ là tọa độ điểm M_n. Tìm n sao cho $2009x_n+y_n+2^{2013}=0$.

A. $n=627$. **B.** $n=672$. **C.** $n=675$. **D.** $n=685$.

Đáp án

Giả sử $M_i(x_i;y_i)$, tiếp tuyến tại M có phương trình $(d_i): y=ax+b$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_i) và (C):

$$x^3-2009x=ax+b \Leftrightarrow x^3-2009x-ax-b=0 \ \ (1)$$

Vì (d_i) và (C) tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ x_i nên (1) có nghiệm bội $x=x_i$. Do đó $x^3-2009x-ax-b=(x-x_i)^2(x+k)=(x^2-2x_ix+x_i^2)(x+k)$.

Đồng nhất hệ số x^2: $0=k-2x_i \Leftrightarrow k=2x_i$. Do đó $(1)\Leftrightarrow (x-x_i)^2(x+2x_i)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_i \\ x=-2x_i \end{array}\right.$.

Do đó M_{i+1} có hoành độ là $-2x_i$.

Xét dãy số $\{u_n\}$ với u_i là hoành độ của điểm M_i. Dễ thấy $u_n=-2u_{n-1}$ nên dãy số này là cấp số nhân công bội $q=-2$, với $u_1=1$. Ta có: $u_n=u_1.q^{n-1}=(-2)^{n-1}$.

Do đó

$$2009x_n+y_n+2^{2013}=0 \Leftrightarrow 2009x_n+x_n^3-2009x_n+2^{2013}=0 \Leftrightarrow x_n^3=-2^{2013} \Leftrightarrow (-2)^{3n-3}=(-2)^{2013}$$

$\Leftrightarrow 3n-3=2013 \Leftrightarrow n=672$. Chọn B.

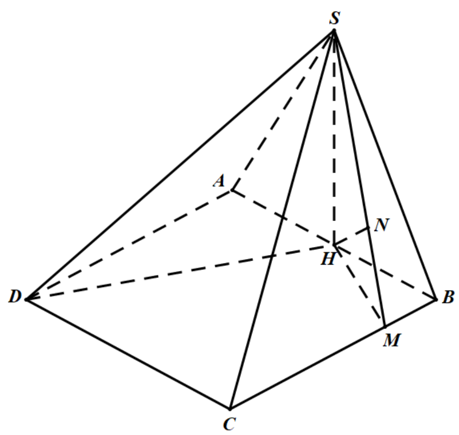
Thầy Đức nhận xét: *Hai điểm M_i và M_{i+1} ràng buộc nhau bởi điều kiện: Tiếp tuyến tại M_i của (C) cắt (C) tại M_{i+1}. Từ giải thiết đó ta phải tìm ra mối quan hệ giữa hoành độ 2 điểm này và qua đó, viết được x_n theo công thức tổng quát dãy số.*

Ở lời giải trên, việc đồng nhất hệ số khá hay và thú vị, chú ý rằng phương trình hoành độ giao điểm có nghiệm bội $x=x_i$, ngoài ra hệ số x^2 bằng 0 nên ta đồng nhất hệ số mà không cần viết cụ thể phương trình tiếp tuyến tại M_i, có thể tìm ra được nghiệm còn lại của phương trình. Nghiệm đó chính là hoành độ của M_{i+1}.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $AC=a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC, biết rằng góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng $60°$.

A. $\dfrac{a\sqrt{906}}{29}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{609}}{29}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{609}}{19}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{600}}{29}$.

Đáp án



Không mất tính tổng quát, giả sử $a=1$.

Gọi H là trung điểm của AB. Kẻ $HM \perp BC$ $(M\in BC)$; $HN \perp SM$ $(N \in SM)$.

Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Áp dụng định lý hàm số cos:

$$DH^2 = DA^2 + AH^2 - 2DA.AH.\cos 120° = 1 + \frac{1}{4} - 2.1.\frac{1}{2}.\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{4} \Rightarrow DH = \frac{\sqrt{7}}{2}.$$

Theo đề bài: $\angle SDH = 60° \Rightarrow SH = DH.\tan 60° = \frac{\sqrt{7}}{2}.\sqrt{3} = \frac{\sqrt{21}}{2}$

Lại có: $HM = HB.\sin 60° = \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Ngoài ra: $BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp HN \Rightarrow HN \perp (SBC); \Rightarrow \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HM^2} = \frac{116}{21}$

$\Rightarrow HN = \frac{\sqrt{609}}{58}$. Chú ý rằng $AD//(SCB)$ nên khoảng cách giữa AD và SC là khoảng cách giữa A và mặt phẳng (SBC), bằng 2 lần khoảng cách từ H (theo định lý Talet),

$$d = 2HN = \frac{\sqrt{609}}{29}. \text{ Chọn B.}$$

Thầy Đức nhận xét: *Đây không phải là bài toán khó, tuy nhiên để làm nhanh bài toán này cần phải luyện tập nhiều. Hướng phát triển lời giải thực hiện theo các bước:*

Đề bài hỏi: Tìm khoảng cách AD và SC $\rightarrow$ tìm mặt phẳng chứa SC, song song AD.

Tìm khoảng cách từ $A \rightarrow (SBC)$.

Tìm khoảng cách từ chân đường vuông góc của S (là điểm H) xuống (SBC).

Tìm SH và HM

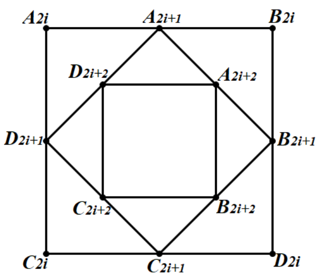
HM tìm khá đơn giản, còn SH dựa vào giả thiết $\angle SDH = 60°$, nên cần tìm DH, tới đây sử dụng định lý hàm số cos là bài toán được giải quyết.

Câu 41: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm của A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (với $k = 1, 2, ...$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Đáp án

Gọi u_i là chu vi của hình vuông $A_{2i}B_{2i}C_{2i}D_{2i}$.



Dễ thấy $A_{2i+2}D_{2i+2}=\frac{1}{2}A_{2i}B_{2i}$, từ đó chu vi hình vuông $A_{2i+2}B_{2i+2}C_{2i+2}D_{2i+2}$ bằng 2 lần chu vi hình vuông $A_{2i}B_{2i}C_{2i}D_{2i}$ nên $u_i=\frac{1}{2}u_{i+1}$.

Ngoài ra $A_2B_2=\sqrt{2}.A_2B_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $u_1=2\sqrt{2}$.

Dãy số $\{u_n\}$ là cấp số nhân có công bội $\frac{1}{2}$ nên $u_n=u_1.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=2\sqrt{2}.\frac{1}{2^{n-1}}=\frac{\sqrt{2}}{2^{n-2}}$.

Do đó Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng $u_{1009}=\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Đây là bài toán hay và có nét tương đồng với câu 39, tuy nhiên dễ hơn câu 39 rất nhiều. Đề bài yêu cầu tính* $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$, *vậy ta phải đặt câu hỏi: Với các giả thiết của đề bài, mối quan hệ giữa các chu vi* $A_iB_iC_iD_i$, $A_{i+1}B_{i+1}C_{i+1}D_{i+1}$, *... là gì? Dễ dàng nhận thấy chu vi hình vuông* $A_iB_iC_iD_i$ *bằng* $\frac{1}{\sqrt{2}}$ *nhân với chu vi hình vuông* $A_{i+1}B_{i+1}C_{i+1}D_{i+1}$. *Do đó nếu như xét dãy số* $\{u_n\}$ *với* u_i *là chu vi hình vuông* $A_iB_iC_iD_i$, *ta được một cấp số nhân công bội* $\frac{1}{\sqrt{2}}$ *và* $u_1=4$. *Nên tính được* $u_{2018}=4.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2017}=\frac{4.\sqrt{2}}{2^{1009}}=\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. *Đây cũng là 1 hướng đi khá tự nhiên.*

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y=\frac{(n-3)x+n-2017}{x+m+3}$ (*m*, *n* là các tham số thực) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m+n$.

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Đáp án

$\begin{cases}m+3=0\\n-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-3\\n=3\end{cases}\Rightarrow m+n=0$. Chọn B.

Thầy Đức nhận xét: *Hàm số này nhận trục hoành và trục tung làm 2 đường tiệm cận thì chỉ có thể ở dạng* $y=\frac{k}{x}$ *với* $k\neq 0$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận, $M(x_0;y_0)$ $(x_0>0)$ là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2+BI^2=40$. Tính tích x_0y_0.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{15}{4}$.

Đáp án

$I(-1;2)$. Tịnh tiến trục tọa độ theo véctơ $\overrightarrow{OI}$, công thức đổi hệ trục: $\begin{cases}x=X-1\\y=Y+2\end{cases}$.

Phương trình (C) trong hệ trục IXY : $Y+2=\frac{2(X-1)-1}{X-1+1} \Leftrightarrow Y=\frac{-3}{X}$.

Tiệm cận: $X=0$ và $Y=0$.

Giả sử $M(X_0;Y_0)$, phương trình tiếp tuyến qua *M*: $Y=\frac{3}{X_0^2}(X-X_0)-\frac{3}{X_0}=\frac{3X}{X_0^2}-\frac{6}{X_0}$.

Giao điểm với các đường tiệm cận: $A\left(0;-\frac{6}{X_0}\right)$; $B(2X_0;0)$.

Ta có: $AI^2+BI^2=AB^2=40 \Leftrightarrow (2X_0)^2+\left(-\frac{6}{X_0}\right)^2=40 \Leftrightarrow X_0^2+\frac{9}{X_0^2}=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X_0^2=1 \\ X_0^2=9 \end{array}\right.$.

Chú ý rằng $x_0=X_0-1>0$ (theo giải thiết) nên $X_0>1$, do đó $X_0=3 \Rightarrow Y_0=-1$.

Do đó $x_0=X_0-1=2$; $y_0=Y_0+2=-1+2=1$ nên $x_0y_0=2$. Chọn B.

Thầy Đức nhận xét: *Với các bài toán tương giao giữa tiếp tuyến của hàm bậc nhất trên bậc nhất và các đường tiệm cận, việc đổi hệ trục tọa độ sang IXY sẽ làm cho khối lượng tính toán giảm thiểu đi rất nhiều. Trong các bài toán này, tích $AI.BI$ là 1 hằng số.*

Câu 44: Cho hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ có đồ thị là (C_m). Tìm *m* để đường thẳng $d: y=-1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases} -\frac{1}{3}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} -\frac{1}{2}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} -\frac{1}{2}<m<\frac{1}{2} \\ m\neq 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} -\frac{1}{3}<m<\frac{1}{2} \\ m\neq 0 \end{cases}$.

Đáp án

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-(3m+2)x^2+3m=-1 \Leftrightarrow x^4-(3m+2)x^2+3m+1=0$

$\Leftrightarrow (x^2-1)(x^2-3m-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=3m+1 \end{array}\right.$.

(C_m) cắt d tại 4 điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 khi và chỉ khi $\begin{cases} 0<3m+1<4 \\ 3m+1\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{3}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Bài toán khá đơn giản, có lẽ vấn đề khó khăn nhất là ở chỗ phân tích $x^4-(3m+2)x^2+3m+1$ thành nhân tử. Nếu như các em không nhận ra tổng các hệ số bằng 0 để ra nghiệm $x^2=1$, thì việc chúng ta tính Δ rồi sau đó dùng công thức nghiệm cũng tìm ra ngay. Nhiệm vụ của bài toán yêu cầu ta giải quyết 2 vấn đề:*

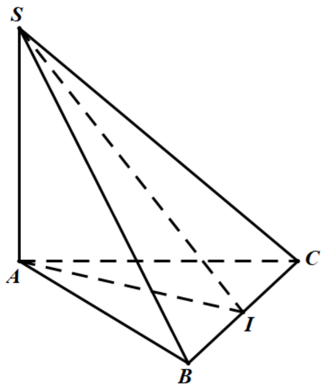
4 điểm phân biệt → $3m+1>0$ và $3m+1\neq 1$.

Các điểm đó có hoành độ nhỏ hơn 2: $3m+1<4$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và $AB\perp BC$. Gọi *I* là trung điểm của BC. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SCA. **B.** Góc SIA. **C.** Góc SCB. **D.** Góc SBA.

Đáp án



$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

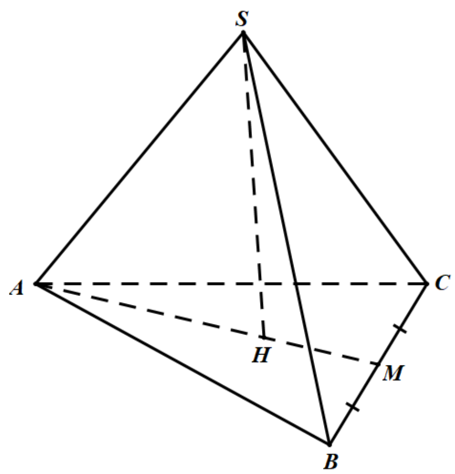
Hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) có giao tuyến *BC*, có $BC \perp SB$ và $BC \perp AB$ nên góc giữa hai mặt phẳng này là góc SBA. Chọn D.

Thầy Đức nhận xét: *Điểm I có mặt ở đây chỉ phục vụ cho 4 phương án lựa chọn.*

Câu 46: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng *a*, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Đáp án



Gọi hình chóp đó là $S.ABC$ với ΔABC đều cạnh bằng *a*.

Gọi M là trung điểm của *BC*, H là trọng tâm của tam giác *ABC* thì $SH \perp (ABC)$, $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Theo đề bài, $\angle SAH = 45° \Rightarrow SH = AH = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Do đó $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{3}a.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{a^3}{12}$. Chọn B.

Thầy Đức nhận xét: *Có thể dùng công thức tính thể tích áp dụng cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng α : $V=\frac{a^3}{12}.\tan\alpha$*

Câu 47: Tìm *m* để phương trình $m=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ có nghiệm

A. $-2\le m\le 0$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\frac{2}{11}\le m\le 2$. **D.** $-2\le m\le -1$.

Đáp án

Dễ thấy $2\cos x-\sin x+4>0$ với mọi x.

Phương trình tương đương với: $\cos x+2\sin x+3=2m\cos x-m\sin x+4m$

$\Leftrightarrow (2m-1)\cos x-(m+2)\sin x+4m-3=0$.

Phương trình này có nghiệm khi và chỉ khi

$(2m-1)^2+(m+2)^2\ge(4m-3)^2\Leftrightarrow -11m^2+24m-4\ge 0\Leftrightarrow \frac{2}{11}\le m\le 2$.

Thầy Đức nhận xét: *Chú ý rằng phương trình $a\sin x+b\cos x=c$ có nghiệm khi và chỉ khi $a^2+b^2\ge c^2$. Dựa vào tính chất này, ta có thể tìm m để phương trình có nghiệm, hoặc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của vế phải.*

Câu 48: Một xe buýt của hãng xe *A* có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở *x* hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

B. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2.700.000 (đồng).

D. Một chiếc xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3.200.000 (đồng).

Đáp án

$0\le x\le 50\ (x\in\mathbb{N})$. Số tiền thu được: $f(x)=20x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$.

Áp dụng bất đẳng thức: $abc\le\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3$ với $a,b,c>0$.

$f(x)=400.\frac{x}{20}\left(3-\frac{x}{40}\right)\left(3-\frac{x}{40}\right)\le 400.\left(\frac{3+3}{3}\right)^2=3.200$ (nghìn đồng). Chọn D.

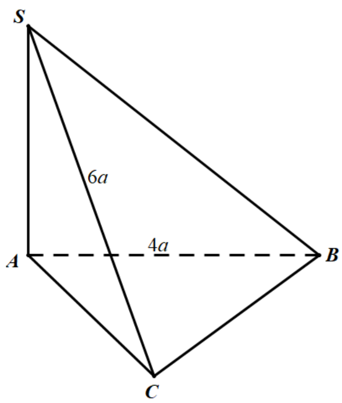
(Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{20}=3-\frac{x}{40}\Leftrightarrow x=40$).

Thầy Đức nhận xét: *Ta hoàn toàn có thể tìm giá trị lớn nhất của* $f(x)$ *bằng phương pháp khảo sát hàm* $f(x)$ *trên* $[0;50]$. *Tuy nhiên nếu như biết các bất đẳng thức cơ bản như bất đẳng thức AM-GM, việc tính toán sẽ được giảm bớt thời gian đi khá nhiều. Việc phân tích* $f(x)=400.\frac{x}{20}\left(3-\frac{x}{40}\right)\left(3-\frac{x}{40}\right)$ *được gọi là chọn điểm rơi trong bất đẳng thức* $AM-GM$.

Câu 49: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác vuông cân tại *C*, cạnh bên *SA* vuông góc với mặt đáy, biết $AB=4a$, $SB=6a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ có giá trị là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{40}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{20}$. **D.** $\frac{3\sqrt{5}}{80}$.

Đáp án



$V=\frac{1}{3}S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.\left(2\sqrt{2}a\right)^2.2\sqrt{5}a=\frac{8\sqrt{5}}{3}a^3\Rightarrow\frac{a^3}{3V}=\frac{1}{8\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{40}$. Chọn B.

Thầy Đức nhận xét: *Bài toán đã rất tường minh khi dễ dàng tính được diện tích đáy và chiều cao, qua đó tính được thể tích khối chóp S.ABC theo a.*

Câu 50: Tìm *a* để hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+ax+1 & \text{khi } x>2\\ 2x^2-x+1 & \text{khi } x\le 2\end{cases}$ có giới hạn tại $x=2$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Đáp án

Ta có: $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=2a+5$; $\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=7$,

Hàm số có giới hạn tại $x=2$ thì $\lim\limits_{x\to2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}f(x)$

Do đó $2a+5=7\Leftrightarrow a=1$. Chọn A.

Thầy Đức nhận xét: *Dạng toán quen thuộc về giới hạn, chú ý rằng hàm số* $y=f(x)$ *có giới hạn tại điểm* x_0 *thì* $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)$. *Điều này có sự khác biệt một chút với hàm liên tục. Hàm số liên tục tại điểm* x_0 *khi và chỉ khi* $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$.

------------------- **Hết** -------------------

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 1-2019

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình.

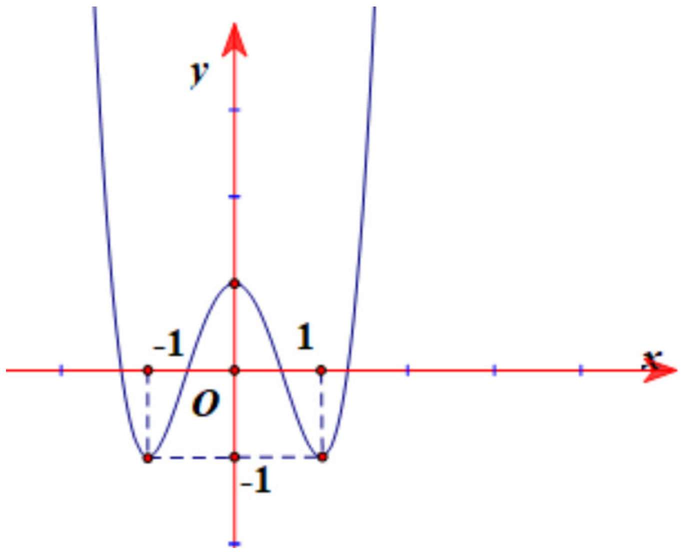
A. $y=5$. **B.** $y=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{5}{x-1}=0$ vậy đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y=0$.

Câu 2: Đường cong dưới đây là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A,B,C,D. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=2x^4-4x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+4x^2$. **C.** $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A.

Đây là đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương nên loại đáp án D.

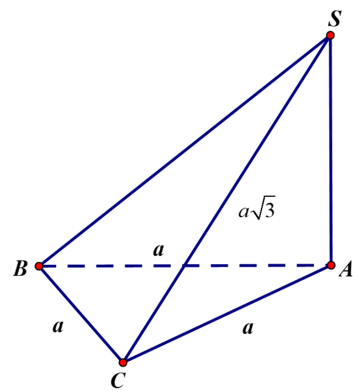
Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=+\infty$ suy ra $a>0$ nên loại B, C.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC=a\sqrt{3}$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A.



Ta có $\left.\begin{array}{l}(SAB)\perp(ABC)\\(SAC)\perp(ABC)\\(SAB)\cap(SAC)=SA\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp(ABC)$.

$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $SA=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=x^3-3x$. Tọa độ của điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(2;-2)$. **B.** $(-1;2)$.

C. $\left(3;\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-3$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là: $(-1;2)$.

Câu 5: Tìm các giá trị của m để bất phương trình $mx>3$ vô nghiệm.

A. $m<0$. **B.** $m>0$.

C. $m = 0$. **D.** $m \neq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $m = 0$.

Câu 6: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

A. 3 **B. -20** **C. 7** **D. -25**

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Huỳnh Minh Khánh ***Tên FB: Khánh Huỳnh***

Chọn D.

TXĐ: D = R.

$y' = 3x^2 - 6x - 9$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{array} \right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		7		-25		$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$,giá trị cực tiểu của hàm số là $y(3) = -25$.

Câu 7: Thể tích khối lăng trụ có diện tích bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{3}Bh.$ **B.** $V = \frac{1}{2}Bh.$ **C.** $V = Bh.$ **D.** $V = \frac{4}{3}Bh.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Công thức tính thể tích khối lăng trụ có diện tích bằng B và chiều cao bằng h là: $V = Bh.$

Câu 8: Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ **B.** $(0; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 0)$ **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

TXĐ: D = R.

$y' = 4x^3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho nghich biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 9: Giá trị của $B = \lim \dfrac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng

A. $\dfrac{4}{9}$ **B.** $\dfrac{4}{3}$ **C.** 0 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:

$$\lim \frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2} = \lim \frac{4n^2+3n+1}{9n^2-6n+1} = \lim \frac{\dfrac{4n^2+3n+1}{n^2}}{\dfrac{9n^2-6n+1}{n^2}} = \lim \frac{4+\dfrac{3}{n}+\dfrac{1}{n^2}}{9-\dfrac{6}{n}+\dfrac{1}{n^2}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 10. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 0$ **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 5$ **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = 7$ **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = 3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: D = R.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3$

$\begin{cases} y'=0 \\ 2<x<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-3=0 \\ 2<x<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 1 (ktmdk) \\ 2<x<4 \end{cases}$

$y(2)=7$; $y(4)=57$

Do đó $\min\limits_{[2;4]} y = 7$

Daothihongxuandhsphnk55b@gmail.com.

Câu 11. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-3}$. Phát biểu nào sau đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên R.

B. Hàm số không xác định khi $x=3$.

C. $y'=\dfrac{-11}{(x-3)^2}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(\dfrac{-5}{2};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn.A.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;3);(3;+\infty)$.

Câu 12. Hình mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;5\}$. **B.** $\{3;3\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$.

Hướng dẫn giải

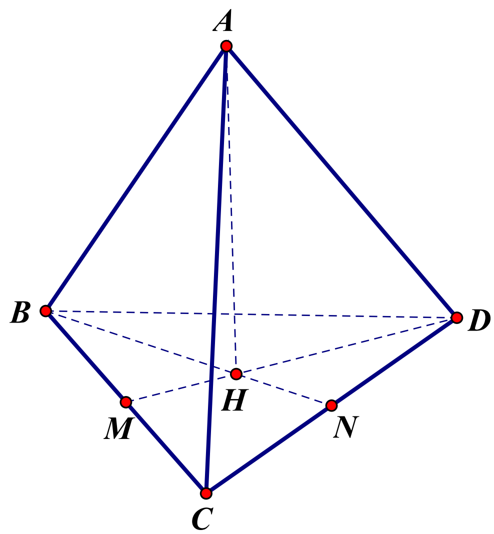
Chọn.C.

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD)?

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $2a$.

Hướng dẫn giải

Chọn.B.



Gọi hình chiếu vuông góc hạ từ A đến mặt phẳng (BCD) là H. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) là AH.

Vì tứ diện đều nên H là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow \text{BH}=\frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}a}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Trong tam giác $ABH : AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{3}}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 14. Phương trình chính tắc của Elíp có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn.D.

Độ dài trục lớn bằng $2\text{a}=8 \Leftrightarrow a=4$.

Độ dài trục bé bằng $2b=6 \Leftrightarrow b=3$.

Phương trình chính tắc của Elíp : $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $R\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến $R\setminus\{-1\}$.

.Hướng dẫn giải

Chọn.B.

$y' = \dfrac{2}{(x+1)^2} > 0; x \neq -1$

Hàm số đồng biến trên các khoảng. $(-\infty;-1);(1;+\infty)$

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1), B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$

A. -9. **B.** 9. **C.** -7. **D.** 7.

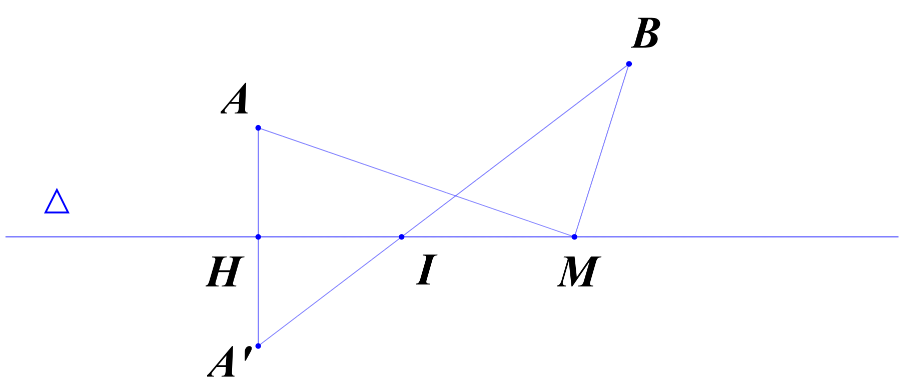
Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Trần Văn Minh Chiến ***Tên FB: Hung Ho***

Chọn D.

Xét vị trí tương đối của hai điểm A, B và đường thẳng Δ.

$(2-1+1)(9-6+1) = 8 > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía nhau so với đường thẳng Δ.



Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ và H là giao điểm của AA' và Δ, I là giao điểm của $A'B$ và Δ.

Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$. Dấu "=" xảy ra khi $M \equiv I$.

Phương trình $AA': x + y - 3 = 0$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow H(1;2)$.

H là trung điểm của AA' nên $A'(0;3)$.

Phương trình $A'B: x - 3y + 9 = 0$

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x - 3y = -9 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow I(3;4)$.

Ta tìm được $a=3;b=4$ nên $a+b=7$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m\le 0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge 0$.

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Trần Văn Minh Chiến ***Tên FB: Hung Ho***

Chọn A.

Ta có $y'=2x^3-2mx=2x\left(x^2-m\right)$

$m>0$ thì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt và hàm số có một cực tiểu, hai cực đại.

$m\le 0$ thì $y'=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$ và $x=0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Vậy $m\le 0$.

Câu 18: Gọi A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x-\frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của AB là?

A. $(1;0)$. **B.** $(0;1)$ **C.** $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$ **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Trần Văn Minh Chiến ***Tên FB: Hung Ho***

Chọn C.

Trung điểm của AB là điểm uốn của đồ thị hàm số.

Ta có $y'=-x^2+1$ và $y''=-2x=0\Leftrightarrow x=0$.

Thay $x=0$ ta có $y=-\frac{2}{3}$. Vậy tọa độ trung điểm của AB là $\left(0;\frac{-2}{3}\right)$.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^2 x-4x-5$.

A. -20. **B.** -8. **C.** -9. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Trần Văn Minh Chiến ***Tên FB: Hung Ho***

Chọn B.

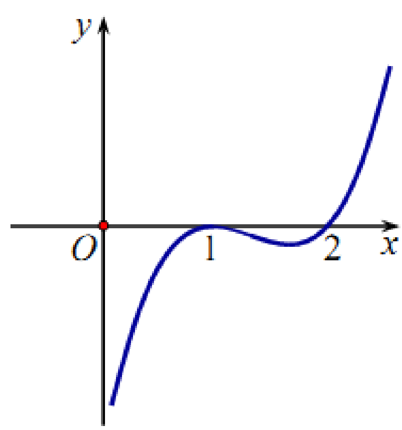
Đặt $\sin x = t$ với $t \in [-1;1]$.

Ta có $y = t^2 - 4t - 5$ với $t \in [-1;1]$.

$y' = 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2(L)$.

Ta có: $y(-1) = 0$; $y(1) = -8$ nên $\min y = -8$.

Câu 20: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Họ và tên tác giả: Trần Văn Minh Chiến ***Tên FB: Hung Ho***

Chọn A.

Email: ***thienhuongtth@gmail.com***

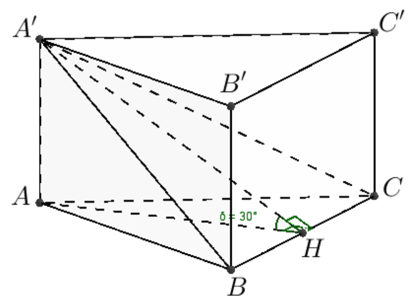
Câu 21: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30^0, tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** 8. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Thanh ***Tên FB: Thanh Văn Nguyễn***

Chọn A



Gọi H là trung điểm của BC

Đặt $AB = a$, ta có: $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác $A'AH$, ta tìm được: $A'H = a, AA' = \dfrac{a}{2}$

$S_{A'BC} = 8 \Rightarrow \dfrac{1}{2}A'H.BC = 8 \Rightarrow a = 4$

Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$: $V = AA'.S_{ABC} = 8\sqrt{3}$

Câu 22: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho phương trình $(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả các phần tử của tập hợp S.

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Thanh ***Tên FB: Thanh Văn Nguyễn***

Chọn C

Hàm số $f(x) = x^3 + 3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên:

$(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m}$

$\Leftrightarrow (x+1)^3 + 3(x+1) = \left(\sqrt[3]{3x+m}\right)^3 + 3\sqrt[3]{3x+m}$

$\Leftrightarrow x + 1 = \sqrt[3]{3x+m}$

$\Leftrightarrow m = x^3 + 3x^2 + 1$

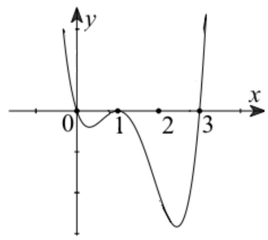
Bảng biến thiên của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình ban đầu có đúng hai nghiệm thực khi và chỉ khi $m = 5$ hoặc $m = 1$

$\Rightarrow S = \{1;5\}$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có ba điểm cực trị.

A. $m \in (3;+\infty)$. **B.** $m \in [0;3]$. **C.** $m \in [0;3)$. **D.** $m \in (-\infty;0)$.

Lời giải

Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Thanh ***Tên FB: Thanh Văn Nguyễn***

Chọn C

$y' = 2x.f'(x^2 + m)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = -m \\ x^2 = 1 - m \\ x^2 = 3 - m \end{array}\right.$$

Vì: Hàm số $y = f(x^2 + m)$ là hàm số chẵn và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên hàm số $y = f(x^2 + m)$ có ba điểm cực trị khi

Hàm số $y = f(x^2 + m)$ có đúng một điểm cực trị dương ($y' = 2x.f'(x^2 + m)$ có ba lần đổi dấu)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m \le 0 \\ 3 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m < 3$$

Câu 24: Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 10 tấm. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\dfrac{99}{667}$. **B.** $\dfrac{568}{667}$. **C.** $\dfrac{33}{667}$. **D.** $\dfrac{634}{667}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Thanh ***Tên FB: Thanh Văn Nguyễn***

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: C_{30}^{10}

Số cách để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ: C_{15}^{5}

Số cách để lấy được 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10: $C_3^1C_{12}^4$

Xác suất cần tìm: $\dfrac{C_3^1C_{12}^4.C_{15}^5}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$

Câu 25: Gọi $S=\left[a;b\right]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left|\dfrac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2$. Tính tổng $a+b$

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4.

Lời giải

Họ và tên tác giả : Nguyễn Văn Thanh ***Tên FB: Thanh Văn Nguyễn***

Chọn C

Điều kiện: $x^2-mx+4\ne 0,\forall x\in\mathbb{R}$

Vì $x^2+x+4>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên

$\left|\dfrac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2+x+4\le 2\left(x^2-mx+4\right),\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-\left(2m+1\right)x+4\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow -\dfrac{5}{2}\le m\le\dfrac{3}{2}$

Do đó: $a+b=-1$

Câu 26. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị nhận hai điểm $A(0;3)$ và $B(2;-1)$ làm hai điểm cực trị. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\left|ax^2\left|x\right|+bx^2+c\left|x\right|+d\right|$ là:

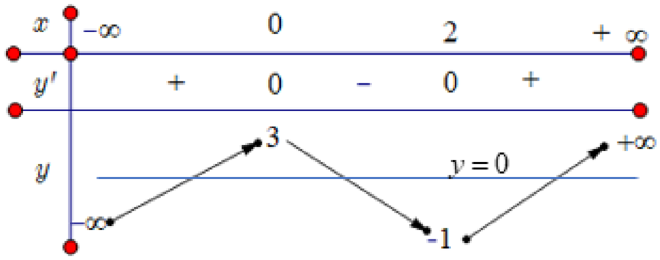
A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11

Lời giải

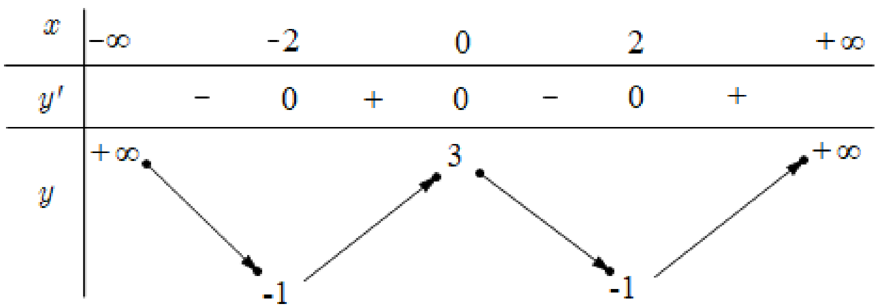
Chọn A

Đặt $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow\left|ax^2\left|x\right|+bx^2+c\left|x\right|+d\right|=\left|f(\left|x\right|)\right|$

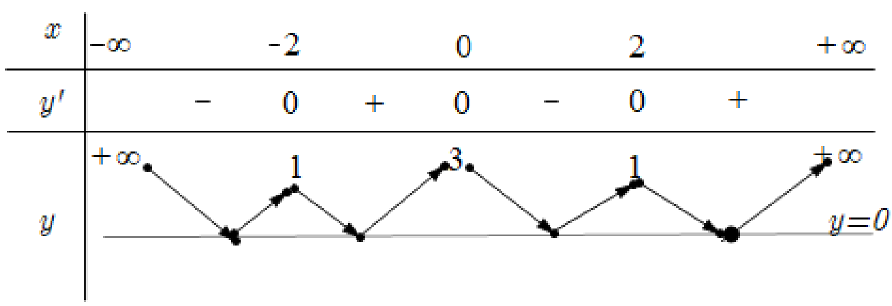
Bảng biến thiên của $y=f(x)$



Bảng biến thiên của hàm số $y = f\left(|x|\right)$



Bảng biến thiên của $y = \left|f(|x|)\right|$



Từ bảng biến thiên trên, ta có số điểm cực trị của hàm số $y = \left|ax^2|x| + bx^2 + c|x| + d\right|$ là 7.

Câu 27. Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 11

Lời giải

Chọn D

Gọi số mặt của hình chóp là $n\,(n \in N^*)$.

$\Rightarrow$ số mặt bên của hình chóp là $n-1$. Suy ra số cạnh của đa giác đáy hình chóp có $n-1$ cạnh.

Vậy số cạnh bên của hình chóp là $20-(n-1) = 21-n$.

Mặt khác số cạnh bên của hình chóp bằng số mặt bên của hình chóp nên ta có:

$\Rightarrow n-1 = 21-n \Rightarrow n = 11$.

Câu 28. Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2015. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 2019

Lời giải

Chọn D

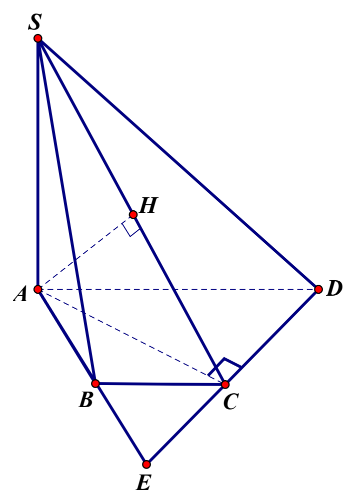
Nhận xét: số đỉnh của đa giác đáy lăng trụ bằng số cạnh của đa giác đáy lăng trụ và cũng bằng số cạnh bên của lăng trụ. Do hình lăng trụ có 2 đáy nên số cạnh của hình lăng trụ chắc chắn là một số chia hết cho 3. Trong 4 đáp án chỉ có 2019 là số chia hết cho 3.

Câu 29. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$ **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết ta có $AB = BC = CD = a$.

Kẻ $AH \perp SC$.

Do AD là đường kính nên $AC \perp CD$ và $AC = \sqrt{AC^2 - CD^2} = a\sqrt{3}$

Do $SA \perp CD, AC \perp CD \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow CD \perp AH$.

$$\Rightarrow AH \perp SC, AH \perp CD \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d(A;(SCD)) = AH = \frac{AS.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{6}.a\sqrt{3}}{3a} = a\sqrt{2}$$

Kéo dài AB cắt CD tại E. Dễ thấy B là trung điểm của AE.

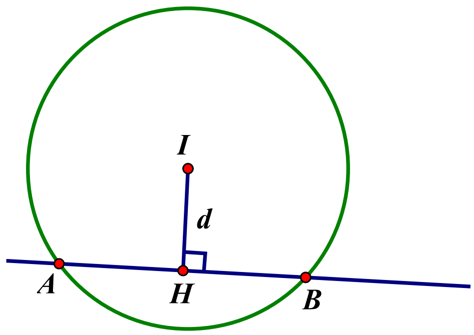
$$\Rightarrow \frac{d(B,(SCD))}{d(A,(SCD))} = \frac{BE}{AE} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B,(SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 30. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=6$

Lời giải

Chọn A



Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d bằng $d(I,d)=\frac{|3+4+8|}{5}=3$.

Áp dụng công thức $R^2=d^2(I,d)+\frac{AB^2}{4}$ ta có $5^2=3^2+\frac{AB^2}{4} \Rightarrow \frac{AB^2}{4}=4^2 \Rightarrow AB=8$.

Email : ngan1691998@gmail.com

Câu 31 : Xác định đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+5}{1-x}$

A.$x=-1$ B.$y=-2$ C.$y=2$ D.$y=x-1$

Họ và tên tác giả : Dương Thị Kim Ngân Tên FB : Dương Thị Kim Ngân

Hướng dẫn giải :

Chọn C

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$, tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 32 : Tìm m để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0,\frac{\pi}{2})$

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -2 \end{array}\right.$ **B.** $m>2$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$ **D.** $-1<m<1$

Họ và tên tác giả : Dương Thị Kim Ngân Tên FB : Dương Thị Kim Ngân

Hướng dẫn giải :

Chọn C

Ta có $y'=\frac{(m-2)\text{sinx}}{(\cos x-m)^2}$

Hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow y'<0$ với $\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2<0 \\ m\notin(0,1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<2 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}$$

Câu 33 : Tìm tất cả các giá trị tham số m để hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(m+3)x-4$ đồng biến trên $(0,3)$

A. $m\ge\dfrac{1}{7}$ **B.** $m\ge\dfrac{4}{7}$. **C**. $m\ge\dfrac{8}{7}$. **D.** $m\ge\dfrac{12}{7}$.

Họ và tên tác giả : Dương Thị Kim Ngân Tên FB : Dương Thị Kim Ngân

Hướng dẫn giải :

Chọn D

$y'=-x^2+2(m-1)x+m+3$

Hàm số đồng biến trên $(0,3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y'(0)\ge 0 \\ y'(3)\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3\ge 0 \\ -9+6m-6+m+3\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -3 \\ m\ge\dfrac{12}{7}\end{cases} \Rightarrow m\ge\dfrac{12}{7}$$

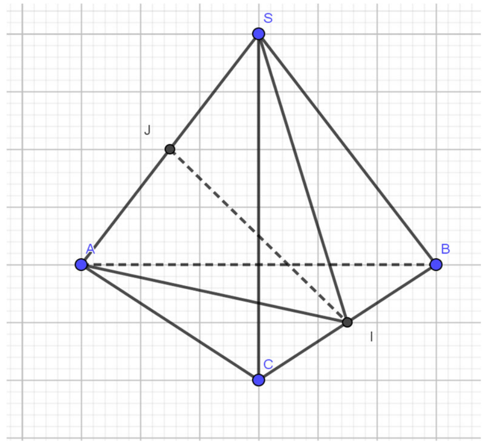
Câu 34: Cho hình chóp S.ABC có $SA=x$, $BC=y$, $SA=AC=SB=SC=1$. Tính thể tích khối chóp S.ABC đạt giá trị lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng:

A. $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Họ và tên tác giả : ***Tên FB:***

Chọn C



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và SA

Ta có: $BC \perp (SAI)$

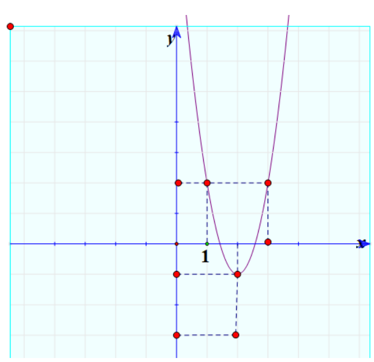
Nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}BC.S_{SAI} = \frac{1}{3}x\,y\sqrt{1-\frac{x^2+y^2}{4}} \le \frac{1}{3}xy\sqrt{1-\frac{xy}{2}}$

$= \frac{2}{3}\sqrt{\frac{xy}{4}.\frac{xy}{4}\left(1-\frac{xy}{2}\right)} \le \frac{2}{3}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ \frac{xy}{4} = 1-\frac{xy}{2} \end{cases} \Rightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}$

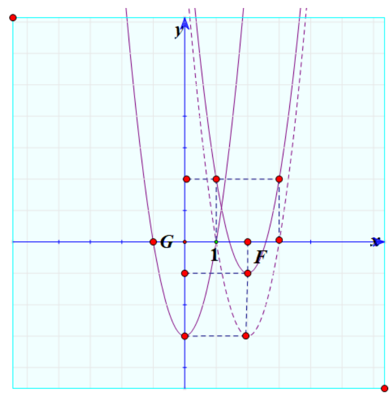
Vậy $x+y=\frac{4}{\sqrt{3}}$ đáp án C

Câu 35: Cho $f(x)$, biết rằng hàm số $y = f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Đáp án :D



Từ $f'(x-2)+2$ ta tịnh tiến được đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ suy ra $f(x)$

nghịch biến trên $(-1;1)$

Câu 36: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn: $\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+....+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

Đáp án C

A. $n=99$. **B.** $n=100$. **C.** $n=98$. **D.** $n=101$.

Sử dụng tính chất: $C_n^k=\frac{k+1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}$

$$VT=\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+....+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}$$

$$VT=\frac{1}{n+1}\left(\frac{C_{n+1}^0}{2}+\frac{C_{n+1}^1}{3}+\frac{C_{n+1}^2}{3}+....+\frac{C_{n+1}^{n+1}}{(n+2)}\right)$$

$$VT=\frac{1}{(n+1).(n+2)}\left(C_{n+2}^2+C_{n+2}^3....+C_{n+2}^{n+2}\right)=\frac{1}{(n+1).(n+2)}\left(2^{n+2}-1-(n+2)\right)$$

Vậy ta có: $\frac{1}{(n+1).(n+2)}\left(2^{n+2}-1-(n+2)\right)=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$

$\Leftrightarrow 2^{n+2}=2^{100} \Leftrightarrow n=98$ đáp án C

Email: ***tuAnDel2009@gmAil.Com***

Nick face book:Trần Minh Tuấn

Câu 37: Cho hàm số f(x) có $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^3(2x+3)^7(x-1)^{10}$.

Tìm số cực trị f(x).

A.3 **B.2** **C.**1 **D.**4

Giải

Xét $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^3(2x+3)^7(x-1)^{10}=0$

Có nghiệm bội chẵn x= -1,x=1 nên dấu của $f'(x)$ qua hai nghiêm này không đổi dấu→x=1 và x= -1 không là cực trị

Có nghiệm bội lẻ x=2,x=-3/2, nên nó là hai cực trị

Kết Luận: hàm số có hai cực trị,

Đáp án B

Câu 38: Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $m(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$

Có đúng 2 nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng (a;b].Tính $b-\frac{5}{7}a$.

A. $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$ **B.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$ **C.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$ **D.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$

Giải

Chọn D.

$m(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3)+2\sqrt{1-x^2}-5=0\,(*)$

Đặt t= $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$

Theo bất đẳng thức bunhiacosky ta có: $t^2=(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})^2\le(1+1)(1+x+1-x)=4$

$\Rightarrow 0\le t\le 2$

$t^2=(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x})^2=2+2\sqrt{1-x^2}\Rightarrow\sqrt{1-x^2}=\frac{t^2-2}{2}$ (1)để phương trình có nghĩa $\sqrt{2}\le t$

$(1)\Leftrightarrow 1-x^2=\frac{t^4-4t^2+4}{4}\Leftrightarrow x^2=\frac{-t^4+4t^2}{4}$ để (1) có hai nghiệm thực phân biệt thì

$$\begin{cases}\frac{-t^4+4t^2}{4}>0\\ t\ge\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\sqrt{2}\le t<2$$

Lúc này pt $(*)\Leftrightarrow m(t+3)+t^2-7=0\Leftrightarrow m=\frac{7-t^2}{t+3}$

Đặt $f(t)=\frac{7-t^2}{t+3}\Rightarrow f'(t)=\frac{-t^2-6t-7}{(t+3)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-3+\sqrt{2}\\ t=-3-\sqrt{2}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

t	$-\infty$		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
f '(t)				-			
f(t)				**5(3-$\sqrt{2}$)** $\searrow$	**$\frac{3}{5}$**		

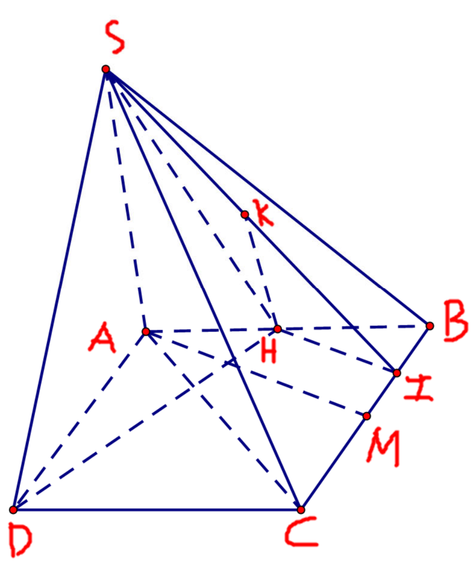
Suy ra $\frac{3}{5} < m \le 5\left(3-\sqrt{2}\right) \Rightarrow b-\frac{5}{7}a=\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$

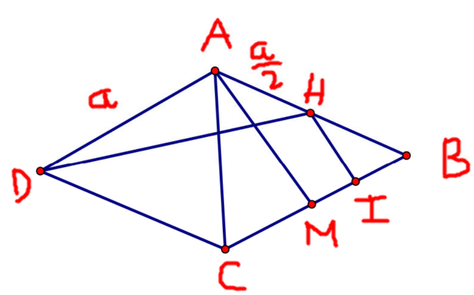
Câu 40: Cho hình chóp S.ABCD,có đáy ABCD là hình thoi cạnh a,AC=a,tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy.Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC,biết góc giữa SD và mặt đáy bằng 60^0.

A. $\frac{a\sqrt{906}}{29}$ **B.** $\frac{a\sqrt{609}}{29}$ **C.** $\frac{a\sqrt{609}}{19}$ **D.** $\frac{a\sqrt{600}}{29}$

Giải

Chọn **B**





Gọi H là trung điểm tam giác SAB→ $SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{SDH} = 60^0$

Do AC=a nên tam giác ABC đều và góc DAB=120^0

Xét hình thoi ABCD có $$DH^2 = AD^2 + AH^2 - 2AD.AH.\cos 120^0 = a^2 + \frac{a^2}{4} - 2.a.\frac{a}{2}(\frac{-1}{2}) = \frac{7a^2}{4}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{7}}{2}$$

Xét tam giác vuông SHD có

$\tan 60^0 = \frac{SH}{HD} \Rightarrow SH = \sqrt{3}.\frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{a\sqrt{21}}{2}$

Ta có AD// (SBC) nên $d_{(AD;SC)} = d_{(AD;(SBC))} = d_{(A;(SBC))} = 2d_{(H;(SBC))}$

Trong mặt phẳng (ABCD) kẻ HI vuông góc BC $\Rightarrow$HI là đương trung bình tam giác ABM,với BM là đường cao tam giác đều ABC$\Rightarrow$HI=1/2AM=$\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Kẻ HK vuông góc SI$\Rightarrow$HK$\perp$(SBC)

$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{\frac{21a^2}{4}} + \frac{1}{\frac{3a^2}{16}} = \frac{4}{21a^2} + \frac{16}{3a^2} = \frac{116}{21a^2}$

$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{609}}{58} \Rightarrow d_{(AD;SC)} = 2HK = \frac{a\sqrt{609}}{29}$

tranthanhha484@gmail.com

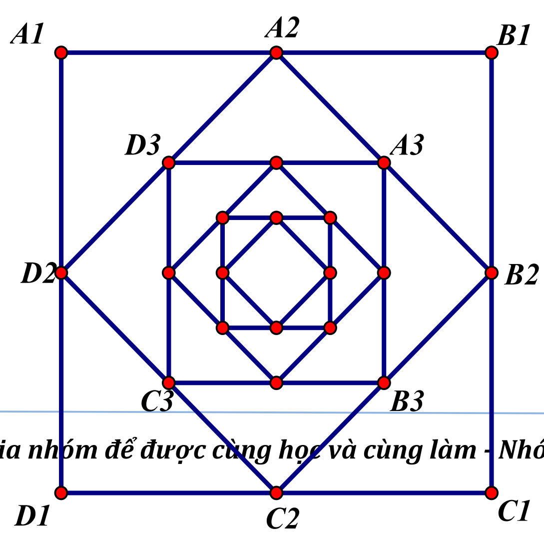
Câu 41: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k (k = 1, 2, ..)$. Chu vi hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$ **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$ **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$

Trần Thanh Hà- FB Hà Trần

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Chu vi hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là: $u_1 = 4.1 = 4$.

Cạnh hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là: $A_2B_2 = \frac{1}{2}A_1C_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}$.

Khi đó chu vi hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là: $u_2 = 4.\frac{1}{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$.

Cạnh hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là: $A_3B_3 = \frac{1}{2}A_2C_2 = \frac{1}{2}$.

Khi đó chu vi hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là: $u_3 = 4.\frac{1}{2} = 2$.

Nhận xét: Chu vi các hình vuông là một cấp số nhân:

$$\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow u_{2018} = u_1.q^{2017} = 4.\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2017} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}.$$

Câu 42: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \dfrac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ $(m, n$ là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và nhận trục tung làm tiệm cận đứng.Tổng $m+n$ bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{(n-3)x - 2017}{x+m+3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{n - 3 - \dfrac{2017}{x}}{1 + \dfrac{m+3}{x}} = \dfrac{n-3}{1} = n - 3.$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = n - 3 \Rightarrow n - 3 = 0 \Leftrightarrow n = 3$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -(\text{m}+3)$

Vì đồ thị hàm số đã cho nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và nhận trục tung làm tiệm cận đứng nên ta có:

$$\begin{cases} n - 3 = 0 \\ m + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy $m + n = 3 + (-3) = 0.$

Email: Lenganns204@gmail.com

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận, là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A,B thỏa mãn $IA^2+IB^2=40$. Tính tích x_0y_0

$A.\dfrac{1}{2}$ $B.2$ $C.1$ $D.\dfrac{15}{4}$

Lời giải

Chọn B.

2 đường tiệm cận

$d_1: y=2$

$d_{2:}: x=-1$

I(-1;2)

Tiếp tuyến tại $M_0\left(x_0;y_0\right)$ có phương trình.

$$y=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0 \Leftrightarrow y=\frac{3}{\left(x_0+1\right)^2}\left(x-x_0\right)+\frac{2x_0-1}{x_0+1} \quad \text{(T)}$$

Giao điểm A của (T) và d_1 có hoành độ

$$x=\frac{2-\dfrac{2x_0-1}{x_0+1}}{\dfrac{3}{\left(x_0+1\right)^2}}+x_0=2x_0+1$$

$A\left(2x_0+1;2\right)$

Giao điểm B của (T) và d_2 có tung độ

$$y=\frac{3}{\left(x_0+1\right)^2}\left(-1-x_0\right)+\frac{2x_0-1}{x_0+1}=\frac{-3+2x_0-1}{x_0+1}=\frac{2x_0-4}{x_0+1}$$

$B\left(-1;\dfrac{2x_0-4}{x_0+1}\right)$

$$IA^2+IB^2=AB^2=40 \Leftrightarrow \left(2x_0+2\right)^2+\left(2-\frac{2x_0-4}{x_0+1}\right)^2=40 \Leftrightarrow 4\left(x_0+1\right)^2+\frac{36}{\left(x_0+1\right)^2}=40$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(x_0+1\right)^2=1\\ \left(x_0+1\right)^2=9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\ (l)\\ x_0=-2\ \ (l)\\ x_0=2\ \ (tm)\\ x_0=-4\ \ (l)\end{array}\right. \text{ (Vì } x_0>0 \text{)}$$

$x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = \dfrac{2.2-1}{2+1} = 1 \quad x_0 y_0 = 2$ chọn B

Câu 44. Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị (C_m). Tìm m để đường thẳng $d: y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

$A. -\dfrac{1}{3} < m < 1$ $\quad$ $B. -\dfrac{1}{2} < m < 1; m \neq 0$

$C. -\dfrac{1}{2} < m < \dfrac{1}{2}; m \neq 0$ $\quad$ $D. -\dfrac{1}{3} < m < \dfrac{1}{2}; m \neq 0$

Bài giải

Chọn A.

Xét phương trình $x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1$

$$\Leftrightarrow x^4 - (3m+2)x^2 + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = 3m+1 \end{array}\right.$$

(C_m) cắt d tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 3m+1 \neq 0 \\ 3m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

Khđó (1) có 4 nghiệm là $x_1 = -1; x_1 = 1; x_3 = -\sqrt{3m+1}; x_4 = \sqrt{3m+1}$. Để (C_m) cắt d tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2 ta có : $\sqrt{3m+1} < 2 \Leftrightarrow m < 1$. Tóm lại $\begin{cases} m \neq 0 \\ -\dfrac{1}{3} < m < 1 \end{cases}$.

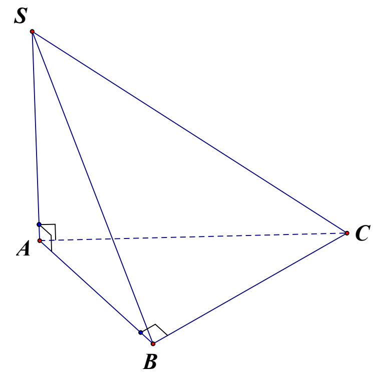
Tvluatc3tt@gmail.com

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$, gọi I là trung điểm BC. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

A. Góc SCA. $\quad$ **B.** Góc SIA. $\quad$ **C.** Góc SCB. $\quad$ **D.** Góc SBA.

Lời giải

Chọn D.



Ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow BC \perp SA$.

Theo giả thiết ta lại có $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

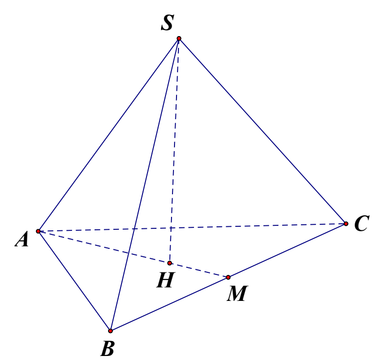
Khi đó $((SBC),(ABC)) = (AB, SB) = \widehat{SBA}$

Câu 46: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{36}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của cạnh BC và H là trọng tâm của tam giác ABC.

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SH \perp (ABC)$ $\Rightarrow (SA,(ABC)) = (SA, AH) = \widehat{SAH} = 45°$.

Theo giả thiết tam giác ABC là tam giác đều cạnh a nên $AH = \frac{2}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SHM vuông cân tại H nên $AH = SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}BC.AM.SH=\frac{1}{6}.a.\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3}{12}$.

Câu 47: Tìm m để phương trình $m=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$ có nghiệm .

A. $-2\le m\le 0$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\frac{2}{11}\le m\le 2$. **D.** $-2\le m\le -1$.

Lời giải

Chọn C

Do $2\cos x-\sin x+4>0$ với $\forall x$ nên

Phương trình $m=\frac{\cos x+2\sin x+3}{2\cos x-\sin x+4}$

$\Leftrightarrow$ $m\left(2\cos x-\sin x+4\right)=\cos x+2\sin x+3$ có nghiệm.

$\Leftrightarrow\left(2m-1\right)\cos x-\left(m+2\right)\sin x=3-4m$ có nghiệm

$\Leftrightarrow\left(2m-1\right)^2+\left(m+2\right)^2\ge\left(3-4m\right)^2$ $\Leftrightarrow 11m^2-24m+4\le 0\Leftrightarrow\frac{11}{2}\le m\le 2$.

Email: lienquocnl@gmail.com **facebook: Phuonglien Le**

Câu 48: Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $2.700.000$ (đồng).

D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng $3.200.000$ (đồng).

Giải:

Chọn D.

Số tiền thu được của một chuyến xe buýt là: $y=20x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng) với $\begin{cases} x\in Z \\ 0\le x\le 50\end{cases}$

Xét hàm số $y=20x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ liên tục trên đoạn $[0;50]$.

$y'=\left(3-\frac{x}{40}\right)\left(60-\frac{3x}{2}\right)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=120 \\ x=40\in[0;50]\end{array}\right.$

Suy ra

$\max\limits_{[0;50]} f(x) = max\{f(0); f(40); f(50)\} = f(40) = 3\,200$ (nghìn đồng).

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy , biết AB= 4a, SB=6a $\mathbf{AB = 4a, SB = 6a}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V. Tỷ số $\frac{\mathbf{a^3}}{\mathbf{3V}}$ có giá trị là

A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$ D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$

Giải:

Chọn B

Do ΔABC vuông cân tại C và $AB = 4a$ nên có diện tích là:$S_{\Delta ABC} = 4a^2$

SA vuông góc với đáy nên ΔSAB vuông tại A suy ra $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2a\sqrt{5}$

Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} 8a^3\sqrt{5}$.

Vậy $\frac{a^3}{3V} = \frac{\sqrt{5}}{40}$. Chọn đáp án B.

Câu 50: Tìm a để hàm số: $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \le 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Giải

Chọn A

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định R.

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (x^2 + ax + 1) = 2a + 5$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7$$

Hàm sồ có giới hạn tại $x = 2$ khi

$0 = \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) \Leftrightarrow 2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1.$