

ĐỀ BÀI

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (1)

Câu 2 (1 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$ trên đoạn $[2;5]$

Câu 3 (1 điểm).

a) Giải phương trình: $\frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{2 \sin x - 1} = 0$

b) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(5 - 2x^2) - 1 \leq 0$

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$

Câu 5 (1 điểm). Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Oz và đi qua hai điểm $A(3;4;4), B(-4;1;1)$.

Câu 6 (1 điểm).

a) Trong một đợt phỏng vấn học sinh trường THPT Kim Liên để chọn 6 học sinh đi du học Nhật Bản với học bổng là được hỗ trợ 75% kinh phí đào tạo. Biết số học sinh đi phỏng vấn gồm 5 học sinh lớp 12C3, 7 học sinh lớp 12C7, 8 học sinh lớp 12C9 và 10 học sinh lớp 12C10. Giả sử cơ hội của các học sinh vượt qua cuộc phỏng vấn là như nhau. Tính xác suất để có ít nhất 2 học sinh lớp 12C3 được chọn.

b) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $(2 - 3x^2)^8$.

Câu 7(1 điểm). Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B và $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh AB. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng $3a^2$.

a) Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

b) Tính khoảng cách từ điểm B đến mp(ACB').

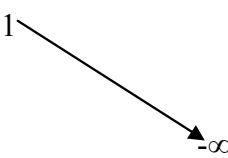
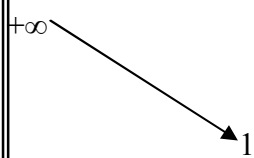
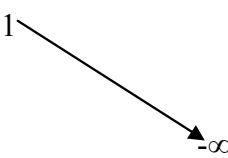
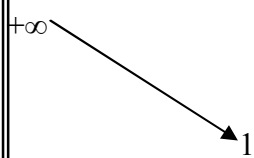
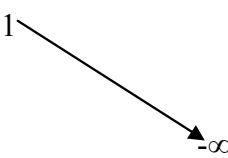
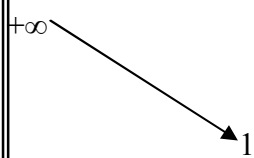
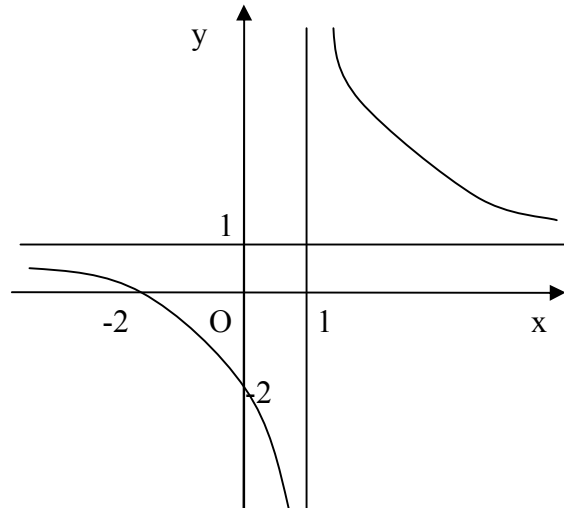
Câu 8(1 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I. Biết trung điểm cạnh AB là $M(0;3)$, trung điểm đoạn thẳng IC là $E(1;0)$ và điểm A có tọa độ nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D.

Câu 9(1 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{9-4y^2} = 2x^2 + 6y^2 - 7 \end{cases}$$

Câu 10(1 điểm). Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$; $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = a^2 b^2 c^2$.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN.

Câu1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ (1)	1đ												
	Đk: $x \neq 1$													
	$y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$	0,25												
	H/s luôn nghịch biến trên mỗi khoảng x/đ. H/s không có cực trị.													
	Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$	0,25												
	Đồ thị h/s có TCD là đt: $x = 1$; TCN là đt: $y = 1$													
	BBT:													
	<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>1 </td><td>$+\infty$ </td><td></td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	1 	$+\infty$ 		0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	1 	$+\infty$ 												
	Đồ thị:													
		0,25												
Câu2	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2-2x+5}{x-1}$ trên đoạn [2;5]	1đ												
	Hàm số liên tục và có đạo hàm trên [2;5].													
	$y' = 1 - \frac{4}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [2;5] \\ x = -1 \notin [2;5] \end{cases}$	0,5												
	$y(2) = 5$; $y(3) = 4$; $y(5) = 5$	0,25												

	$\max_{[2;5]} y = 5 \text{ khi } x = 2 \vee x = 5; \min_{[2;5]} y = 4 \text{ khi } x = 3$	0,25
Câu3	a) Giải phương trình: $\frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{2 \sin x - 1} = 0 \quad (1)$	0,5đ
	$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi; k \in \mathbb{Z} \\ x \neq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,5đ
	b) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(5 - 2x^2) - 1 \leq 0 \quad (1)$	0,5đ
	$(1) \Leftrightarrow 5 - 2x^2 \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 \leq \frac{9}{4} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}.$	0,5
Câu4	Tính tích phân: $I = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$	1đ
	Đặt $u = \ln(x+1); dv = x dx \Rightarrow du = \frac{1}{x+1} dx; v = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)$	0,5
	$I = \frac{1}{2}(x^2 - 1)\ln(x+1) \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 (x-1) dx$ $= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big _0^1 = \frac{1}{4}.$	0,5
Câu5	Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc trục Oz và đi qua hai điểm $A(3;4;4), B(-4;1;1)$	1đ
	Gọi $I(0;0;a)$ là tọa độ tâm mặt cầu cần tìm. Phương trình m/c cần tìm có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2az + b = 0$	0,25
	Vì $A(3;4;4), B(-4;1;1)$ thuộc m/c nên ta có hệ:	
	$\begin{cases} 41 - 8a + b = 0 \\ 18 - 2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{23}{6} \\ b = -\frac{31}{3} \end{cases}$	0,5
	Vậy pt m/c cần tìm là: $x^2 + y^2 + z^2 - \frac{23}{3}z - \frac{31}{3} = 0$ hay $x^2 + y^2 + \left(z - \frac{23}{6}\right)^2 = \frac{901}{36}$	0,25
Câu6	a) số phần tử của kg mẫu là: $n(\Omega) = C_{30}^6 = 593775$	
	Gọi A là biến cố có ít nhất 2 h/s lớp 12C3 được chọn $n(\overline{A}) = C_{25}^6 + C_5^1 \cdot C_{25}^5 = 442750$	0,25
	Xác suất của b/c A là: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{442750}{596775} = \frac{151025}{593775} \approx 0,25$	0,25
	b) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $(2 - 3x^2)^8$.	0,5đ
	$(2 - 3x^2)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 2^k \cdot (-3x^2)^{8-k} = \sum_{k=0}^8 C_8^k \cdot 2^k \cdot (-3)^{8-k} \cdot x^{16-2k}$	

	Th2: Pt đt AC là: $-7x + y + 7 = 0$ Tương tự tìm được tọa độ A nhưng không nguyên nên loại. Tóm lại tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD là: $A(-2;3); B(2;3); C(2;-1); D(-2;-1)$	0,25
Câu9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{9-4y^2} = 2x^2 + 6y^2 - 7 \end{cases}$	1đ
	ĐK: $x \leq 1$, ta có: $\begin{cases} 2y^3 + y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} \\ \sqrt{9-4y^2} = 2x^2 + 6y^2 - 7 \end{cases} \Leftrightarrow 2y^3 + y = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = \sqrt{1-x}$ Vì h/s $f(t) = 2t^3 + t$ đồng biến trên R.	0,5
	Thế vào pt kia ta được pt: $2x^2 - 6x - 1 = \sqrt{4x+5}$ $\Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 4 = 4x + 5 + 2\sqrt{4x+5} + 1$ $\Leftrightarrow (2x-2)^2 = (\sqrt{4x+5} + 1)^2$	0,25
	$\Leftrightarrow 2 - 2x = \sqrt{4x+5} + 1$ vì $x \leq 1$ $\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{2}$ tmdk.	0,25
Câu10	Cho các số thực a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 0$; $a^2 + b^2 + c^2 = 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F = a^2 b^2 c^2$	1đ
	Từ gt ta có: $\begin{cases} b + c = -a \\ bc = a^2 - 3 \end{cases}$ Hệ có nghiệm khi $a^2 \geq 4(a^2 - 3) \Leftrightarrow a^2 \leq 4 \Rightarrow a^2 \in [0;4]$	0,25
	$F = a^2 b^2 c^2 = a^2 (a^2 - 3)^2 = t^3 - 6t^2 + 9t, t = a^2 \in [0;4]$	0,25
	$F'_t = 3t^2 - 12t + 9; F'_t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in [0;4] \\ t = 3 \in [0;4] \end{cases}$	0,25
	$F(0) = F(3) = 0; F(1) = F(4) = 4$ Suy ra $\max F = 4$ khi $(a;b;c) = (2;-1;-1)$ hoặc các hoán vị hoặc $(a;b;c) = (-2;1;1)$ hoặc các hoán vị.	0,25