

Tài liệu bài giảng (Chinh phục Tích phân – Số phức)
BỘ CÂU HỎI TÍCH PHÂN CHỐNG CASIO
 Thầy Đặng Việt Hùng – Moon.vn

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN
Group trao đổi bài : www.facebook.com/groups/Thayhungdz

Câu 1: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = e^a - b$, giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3.

Câu 2: Cho đẳng thức $2\sqrt{3}m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0$. Khi đó $144m^2 - 1$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$.

Câu 3: Cho tích phân $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x + 2x}{e^x + 1} dx = 1 + \ln \frac{e+1}{2}$, giá trị của số thực dương a bằng

- A. $a = \frac{3}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = 1$ D. $a = 2$.

Câu 4: Cho đẳng thức tích phân $\int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx + 6 = 0$ và tham số thực m , giá trị của m bằng

- A. $m = \frac{3}{2}$ B. $m = \frac{1}{2}$ C. $m = 1$ D. $m = 2$.

Câu 5: Cho tích phân $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{e^2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = 1$ với $a \in [-1; 1]$, giá trị của a bằng

- A. $a = -1$ B. $a = 1$ C. $a = \frac{1}{2}$ D. $a = 0$.

Câu 6: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6} = a \ln 3 - b \ln 2 - c \ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = 2a + b^2 + c^2$

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 7: Biết rằng $\int_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a^2 + b^3 + 3c$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 8: Biết rằng $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = a + b$

- A. 10. B. 12. C. 15. D. 20.

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx = a \ln 2 + b$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a^2 + 3b^3$

- A. 5. B. 7. C. 8. D. 11.

Câu 10: Biết rằng $\int_0^1 x^2 e^x dx = ae + b$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a^3 + b$

- A. 0. B. 2. C. -2. D. 1.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$ và $f(1) = 2; f(4) = 10$. Tính $I = \int_1^4 f'(x) dx$.

- A. $I = 48$. B. $I = 3$. C. $I = 8$. D. $I = 12$.

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-5}$ và $F(6) = 4$. Tính $F(10)$.

- A. $F(10) = 4 + \ln 5$. B. $F(10) = 5 + \ln 5$. C. $F(10) = \frac{21}{5}$. D. $F(10) = \frac{1}{5}$.

Câu 13: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 20$. Tính $I = \int_0^3 f(2x) dx$.

- A. $I = 40$. B. $I = 10$. C. $I = 20$. D. $I = 5$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 6]$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 10$ và $\int_2^4 f(x) dx = 6$. Tính giá trị

của biểu thức $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 16$. C. $P = 8$. D. $P = 10$.

Câu 15: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 2 + b \ln 5$, với a, b là hai số nguyên. Tính $P = a^2 + 2ab + 3b^2$.

- A. $P = 18$. B. $P = 6$. C. $P = 2$. D. $P = 11$.

Câu 16: Biết $I = \int_2^4 \frac{2x-1}{x^2-x} dx = a \ln 3 + b \ln 2$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $A = a^2 + b^2$ là:

- A. $A = 2$ B. $A = 5$ C. $A = 10$ D. $A = 20$

Câu 17: Biết rằng $I = \int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 1)^2} dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối

giản. Tính $S = a + b + c$

- A. $S = 3$ B. $S = 5$ C. $S = 7$ D. $S = 10$

Câu 18: Biết rằng $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$; với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối

giản. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 60$ B. $S = 68$ C. $S = 70$ D. $S = 64$

Câu 19: Biết rằng $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = 8$. Tính $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx$.

- A. $K = -8$ B. $K = 4$ C. $K = 8$ D. $K = 16$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = a.e^x + b$ có đạo hàm trên đoạn $[0; a]$, $f(0) = 3a$ và $\int_0^a f'(x) dx = e - 1$. Tính giá trị

của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

- A. $P = 25$ B. $P = 20$ C. $P = 5$ D. $P = 10$

Câu 21: Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $T = \int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $D = \int_0^3 [f(3x) + T] dx$.

- A. $D = 30$ B. $D = 3$ C. $D = 12$ D. $D = 27$

Câu 22: Kết quả của tích phân $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 - b$ với a, b là các số nguyên.

Khi đó $a - b$ nhận giá trị nào sau đây ?

- A. -2 B. 3 C. 1 D. 5

Câu 23: Cho $I = \int_0^a (2x - 3) \cdot \ln(x - 1) dx$ biết rằng $a \cdot \int_0^1 dx = 4$ và $I = (a + b) \cdot \ln(a - 1)$, giá trị của b bằng :

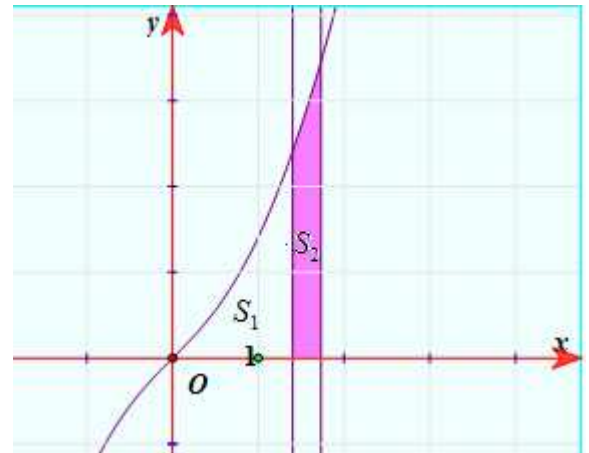
- A. $b = 1$ B. $b = 4$ C. $b = 2$ D. $b = 3$.

Câu 24: Cho a là một số thực khác 0, ký hiệu $b = \int_{-a}^a \frac{e^x}{x + 2a} dx$. Tính $I = \int_0^{2a} \frac{dx}{(3a - x)e^x}$ theo a và b .

- A. a B. $\frac{b}{e^a}$ C. b D. $e^a \cdot b$

Câu 25: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường $y = x\sqrt{x^2 + 1}$; $y = 0$; $x = 0$ và $x = \sqrt{3}$. Đường thẳng $x = k$ với $1 < k < \sqrt{3}$ chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Để $S_1 = 6S_2$ thì k gần bằng

- A. 1,37 B. 1,63
C. 0,97 D. 1,24



Câu 26: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó, giá trị của $\int_0^3 f(3x) dx$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 27: Tích phân $\int_{6\pi}^{2017\pi} \sin x dx$ bằng:

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 28: Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_a^2 x^3 dx = 2$?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 29: Có bao nhiêu số thực $a \in (0; 2017)$ sao cho $\int_0^a \sin x dx = 0$?

- A. 301. B. 311. C. 321. D. 331.

Câu 30: Biết rằng $\int_0^1 \frac{3x - 1}{x^2 + 6x + 9} dx = 3 \ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó ab bằng:

- A. 5. B. 12. C. 6. D. 8.

Câu 31: Biết rằng $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x + 1} - \frac{1}{3x + 1} \right) dx = \frac{1}{6} \ln \frac{a}{b}$ trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. $\sqrt[3]{a} + \sqrt{b} = 7$. B. $a + b < 22$. C. $4a + 9b > 251$. D. $a - b > 10$.

Câu 32: Số nào sau đây gần bằng nghiệm của phương trình $\int_0^x e^t dt = 2^{2017} - 1$ (ẩn x)?

A. 1395.

B. 1401.

C. 1398.

D. 1404.

Câu 33: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0) = 1$. Khi đó $\int_0^x f'(t) dt$ bằng:

A. $f(x) + 1$.

B. $f(x + 1)$.

C. $f(x)$.

D. $f(x) - 1$.

Câu 34: Xét tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{a}{b}$ là một số phân số tối giản. Tính hiệu $a - b$.

A. 743

B. - 64

C. 27

D. - 207

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

A. $a.b = 64$

B. $a.b = 46$

C. $a - b = 12$

D. $a - b = 4$

WWW.TOANMATH.COM

Tài liệu bài giảng (Chinh phục Tích phân – Số phức)
BỘ CÂU HỎI TÍCH PHÂN CHỐNG CASIO
 Thầy Đặng Việt Hùng – Moon.vn

VIDEO BÀI GIẢNG và LỜI GIẢI CHI TIẾT CÁC BÀI TẬP chỉ có tại website MOON.VN
Group trao đổi bài : www.facebook.com/groups/Thayhungdz

Câu 1: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = e^a - b$, giá trị của $a + 2b$ bằng

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. 3.

HD: Ta có $I = \int_1^e \frac{\ln x + e^{\ln x}}{x} dx = \int_1^e (\ln x + e^{\ln x}) d(\ln x) = \left(\frac{\ln^2 x}{2} + e^{\ln x} \right) \Big|_1^e = e + \frac{1}{2} - 1 = e - \frac{1}{2}$.

Mà $I = e^a - b = e - \frac{1}{2} \rightarrow a = 1; b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = 1 + 1 = 2$. **Chọn A.**

Câu 2: Cho đẳng thức $2\sqrt{3}.m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0$. Khi đó $144m^2 - 1$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$.

HD: Ta có $\int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = \int_0^1 \frac{d(x^4)}{(x^4 + 2)^2} = \left(-\frac{1}{x^4 + 2} \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{6}$.

Khi đó $2\sqrt{3}.m - \int_0^1 \frac{4x^3}{(x^4 + 2)^2} dx = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{3}.m - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{36} \Rightarrow 144m^2 - 1 = -\frac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 3: Cho tích phân $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x + 2x}{e^x + 1} dx = 1 + \ln \frac{e+1}{2}$, giá trị của số thực dương a bằng

- A. $a = \frac{3}{2}$ B. $a = \frac{1}{2}$ C. $a = 1$ D. $a = 2$.

HD: Ta có $\int_0^a \frac{(2x+1)e^x + 2x}{e^x + 1} dx = \int_0^a \frac{2x(e^x + 1) + e^x}{e^x + 1} dx = \int_0^a \left(2x + \frac{e^x}{e^x + 1} \right) dx$.

$= \int_0^a 2x dx + \int_0^a \frac{d(e^x + 1)}{e^x + 1} dx = \left[x^2 + \ln(e^x + 1) \right] \Big|_0^a = a^2 + \ln(e^a + 1) - \ln 2$.

$= 1 + \ln \frac{e+1}{2} = 1 + \ln(e+1) - \ln 2 \Leftrightarrow a^2 + \ln(e^a + 1) = 1 + \ln(e+1) \Leftrightarrow a = 1$. **Chọn C.**

Câu 4: Cho đẳng thức tích phân $\int_1^m \frac{\frac{1}{3^x} \cdot \ln 3}{x^2} dx + 6 = 0$ và tham số thực m , giá trị của m bằng

A. $m = \frac{3}{2}$

B. $m = \frac{1}{2}$

C. $m = 1$

D. $m = 2$.

HD: Ta xét $I = \int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx = -\int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \ln 3 d\left(\frac{1}{x}\right) = \left(-3^{\frac{1}{x}}\right) \Big|_1^m = -3^{\frac{1}{m}} + 3$.

Mà $\int_1^m 3^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{\ln 3}{x^2} dx + 6 = 0$ nên suy ra $-3^{\frac{1}{m}} + 3 + 6 = 0 \Leftrightarrow 3^{\frac{1}{m}} = 9 = 3^2 \Leftrightarrow \frac{1}{m} = 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 5: Cho tích phân $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = 1$ với $a \in [-1; 1]$, giá trị của a bằng

A. $a = -1$

B. $a = 1$

C. $a = \frac{1}{2}$

D. $a = 0$.

HD: Ta có $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \cos(\ln x) d(\ln x) = \sin(\ln x) \Big|_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} = \sin\left(\ln e^{\frac{\pi}{2}}\right) - \sin(\ln e^a) = 1 - \sin a$.

Mà $I = \int_{e^a}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx = 1 \rightarrow 1 - \sin a = 1 \Leftrightarrow \sin a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ vì $a \in [-1; 1]$. **Chọn D.**

Câu 6: Biết rằng $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6} = a \ln 3 - b \ln 2 - c \ln 4$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = 2a + b^2 + c^2$

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

HD: Ta có $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 5x + 6} = \int_0^1 \frac{(x+3) - (x+2)}{(x+2)(x+3)} dx = \ln \left| \frac{x+2}{x+3} \right| \Big|_0^1 = 2 \ln 3 - \ln 2 - \ln 4$

Do đó $a = 2; b = -1; c = -1 \Rightarrow P = 2a + b^2 + c^2 = 6$. **Chọn C.**

Câu 7: Biết rằng $\int_1^2 \frac{8x+5}{6x^2+7x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số thực. Tính $P = a^2 + b^3 + 3c$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

HD: Ta có $\int_1^2 \frac{9x+5}{6x^2+7x+2} dx = \int_1^2 \frac{2(3x+2) + (2x+1)}{(2x+1)(3x+2)} dx = \left(\ln|2x+1| + \frac{1}{3} \ln|3x+2| \right) \Big|_1^2 = \ln 2 - \ln 3 + \frac{2}{3} \ln 5$

Do đó $a = 1; b = -1; c = \frac{2}{3} \Rightarrow P = a^2 + b^3 + 3c = 4$. **Chọn D.**

Câu 8: Biết rằng $\int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \frac{\pi}{a} + \frac{\sqrt{3}}{b}$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = a + b$

A. 10.

B. 12.

C. 15.

D. 20.

HD: Đặt $x = \sin t \Rightarrow dx = \cos t dt$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = \frac{1}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1-x^2} dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^2 t dt = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos 2t) dt = \left(\frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{12} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

Do đó $a = 12; b = 8 \Rightarrow P = a + b = 20$. **Chọn D.**

Câu 9: Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx = a \ln 2 + b$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a^2 + 3b^3$

A. 5.

B. 7.

C. 8.

D. 11.

HD: Ta có
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x \cos x}{1 + \cos x} dx = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x \cos^2 x}{1 + \cos x} dx = -2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 + \cos x} d(\cos x)$$
$$= -2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos x - 1 + \frac{1}{1 + \cos x} \right) d(\cos x) = \left(-\cos^2 x + 2x - 2 \ln |1 + \cos x| \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 \ln 2 - 1$$

Do đó $a = 2; b = -1 \Rightarrow P = 2a^2 + 3b^3 = 11$. **Chọn D.**

Câu 10: Biết rằng $\int_0^1 x^2 e^x dx = ae + b$ với a, b là các số nguyên. Tính $P = 2a^3 + b$

A. 0.

B. 2.

C. -2.

D. 1.

HD: Ta có
$$\int_0^1 x^2 e^x dx = \int_0^1 x^2 d(e^x) = x^2 e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x d(x^2) = e - 2 \int_0^1 x e^x dx = e - 2 \int_0^1 x d(e^x)$$
$$= e - 2 x e^x \Big|_0^1 + 2 \int_0^1 e^x dx = e - 2e + 2e^x \Big|_0^1 = -e + 2e - 2 = e - 2$$

Do đó $a = 1; b = -2 \Rightarrow P = 2a^3 + b = 0$. **Chọn A.**

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 4]$ và $f(1) = 2; f(4) = 10$. Tính $I = \int_1^4 f'(x) dx$.

A. $I = 48$.

B. $I = 3$.

C. $I = 8$.

D. $I = 12$.

HD: Ta có $I = f(x) \Big|_1^4 = f(4) - f(1) = 8$. **Chọn C**

Câu 12: Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-5}$ và $F(6) = 4$. Tính $F(10)$.

A. $F(10) = 4 + \ln 5$.

B. $F(10) = 5 + \ln 5$.

C. $F(10) = \frac{21}{5}$.

D. $F(10) = \frac{1}{5}$.

HD: Ta có $F(x) = \int \frac{1}{x-5} dx = \ln|x-5| + C$.

Mà $F(6) = 4 \Rightarrow \ln 1 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow F(10) = \ln 5 + 4$. **Chọn A**

Câu 13: Cho $\int_0^6 f(x) dx = 20$. Tính $I = \int_0^3 f(2x) dx$.

A. $I = 40$.

B. $I = 10$.

C. $I = 20$.

D. $I = 5$.

HD: Đặt $2x = t \Rightarrow I = \int_0^6 f(t) d\left(\frac{t}{2}\right) = \frac{1}{2} \int_0^6 f(t) dt = \frac{1}{2} \int_0^6 f(x) dx = \frac{1}{2} \cdot 20 = 10$. **Chọn B**

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 6]$ thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 10$ và $\int_2^4 f(x) dx = 6$. Tính giá trị của biểu thức $P = \int_0^2 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx$.

A. $P = 4$.

B. $P = 16$.

C. $P = 8$.

D. $P = 10$.

HD: Ta có $P + 6 = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx = \int_0^4 f(x) dx + \int_4^6 f(x) dx = \int_0^6 f(x) dx = 10 \Rightarrow P = 4$.

Chọn A

Câu 15: Biết $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - x} = a \ln 2 + b \ln 5$, với a, b là hai số nguyên. Tính $P = a^2 + 2ab + 3b^2$.

A. $P = 18$.

B. $P = 6$.

C. $P = 2$.

D. $P = 11$.

HD: Ta có $\int_2^5 \frac{dx}{x^2 - x} = \int_2^5 \frac{1}{x(x-1)} dx = \int_2^5 \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) dx = \ln|x-1| \Big|_2^5 - \ln|x| \Big|_2^5$
 $= \ln 4 - (\ln 5 - \ln 2) = 3 \ln 2 - \ln 5 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow P = 6$. **Chọn B**

Câu 16: Biết $I = \int_2^4 \frac{2x-1}{x^2-x} dx = a \ln 3 + b \ln 2$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $A = a^2 + b^2$ là:

A. $A = 2$

B. $A = 5$

C. $A = 10$

D. $A = 20$

HD: Ta có: $I = \int_2^4 \frac{d(x^2 - x)}{x^2 - x} = \ln|x^2 - x| \Big|_2^4 = \ln 12 - \ln 2 = \ln 6 = \ln 3 + \ln 2 \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow A = 2$. **Chọn A.**

Câu 17: Biết rằng $I = \int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 1)^2} dx = a \ln 2 - \frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối

giản. Tính $S = a + b + c$

A. $S = 3$

B. $S = 5$

C. $S = 7$

D. $S = 10$

HD : Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{dx}{x} \Rightarrow I = \int_0^1 \frac{2t+1}{(t+1)^2} dt = \int_0^1 \left(\frac{2}{t+1} - \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt$
 $= \left[2 \ln|t+1| + \frac{1}{t+1} \right]_0^1 = 2 \ln 2 - \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 2; b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow S = 5$. **Chọn B.**

Câu 18: Biết rằng $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$; với a, b, c là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối

giản. Tính $S = a + b + c$.

A. $S = 60$

B. $S = 68$

C. $S = 70$

D. $S = 64$

HD: Đặt $\begin{cases} u = \ln(2x+1) \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{2}{2x+1} \\ v = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4x^2-1}{8} \end{cases}$

Khi đó $I = \frac{4x^2-1}{8} \ln(2x+1) \Big|_0^4 - \int_0^4 \frac{2x-1}{4} dx = \frac{63}{8} \ln 9 - \left(\frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} \right) \Big|_0^4 = \frac{63}{4} \ln 3 - 3 \Rightarrow \begin{cases} a = 63; b = 4 \\ c = 3 \end{cases}$

Do đó $S = 70$. **Chọn C.**

Câu 19: Biết rằng $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(\sin x) dx = 8$. Tính $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx$.

A. $K = -8$

B. $K = 4$

C. $K = 8$

D. $K = 16$

HD: Đặt $t = \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận

$$\begin{cases} x=0 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) f\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right)\right] (-dt) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t \cdot f(\cos t) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f(\cos x) dx = 8. \text{ Chọn C.}$$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = a.e^x + b$ có đạo hàm trên đoạn $[0; a]$, $f(0) = 3a$ và $\int_0^a f'(x) dx = e - 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 25$ B. $P = 20$ C. $P = 5$ D. $P = 10$

HD: Ta có $f(0) = 3a \Rightarrow a.e^0 + b = 3a \Leftrightarrow b = 2a$. Mặt khác $\int_0^a f'(x) dx = e + 2 \Rightarrow f(a) - f(0) = e + 2$.

$$\Leftrightarrow a.e^a + b - 3a = e - 1 \Leftrightarrow a.e^a - a = e - 1 \Leftrightarrow a.(e^a - 1) - e + 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow P = 5. \text{ Chọn C.}$$

Câu 21: Biết rằng $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $T = \int_0^9 f(x) dx = 9$. Tính $D = \int_0^3 [f(3x) + T] dx$.

A. $D = 30$ B. $D = 3$ C. $D = 12$ D. $D = 27$

HD: Xét $D = \int_0^3 [f(3x) + T] dx = \int_0^3 f(3x) dx + \int_0^3 T dx = \int_0^3 f(3x) dx + 9 \int_0^3 dx = \int_0^3 f(3x) dx + 27$.

Đặt $t = 3x \Rightarrow dx = \frac{dt}{3} \Rightarrow \int_0^3 f(3x) dx = \int_0^9 f(t) \cdot \frac{dt}{3} = \frac{1}{3} \cdot \int_0^9 f(t) dt = \frac{T}{3} = 3$. Do đó $D = 30$. Chọn A.

Câu 22: Kết quả của tích phân $I = \int_2^3 \ln(x^2 - x) dx$ được viết ở dạng $I = a \ln 3 - b$ với a, b là các số nguyên.

Khi đó $a - b$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -2 B. 3 C. 1 D. 5

HD: Đặt $\begin{cases} u = \ln(x^2 - x) \\ dv = dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{2x-1}{x^2-x} dx \\ v = x \end{cases} \Rightarrow I = x \ln(x^2 - x) \Big|_2^3 - \int_2^3 \frac{2x-1}{x-1} dx = 3 \ln 6 - 2 \ln 2 - D$.

Xét $D = \int_2^3 \frac{2x-1}{x-1} dx = \int_2^3 \left(2 + \frac{1}{x-1}\right) dx = (2x + \ln|x-1|) \Big|_2^3 = 2 + \ln 2 \Rightarrow I = 3 \ln 3 - 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$. Chọn D.

Câu 23: Cho $I = \int_0^a (2x-3) \ln(x-1) dx$ biết rằng $a \cdot \int_0^1 dx = 4$ và $I = (a+b) \ln(a-1)$, giá trị của b bằng:

A. $b = 1$ B. $b = 4$ C. $b = 2$ D. $b = 3$.

HD: Ta có $a \cdot \int_0^1 dx = 4 \Leftrightarrow (ax) \Big|_0^1 = 4 \Leftrightarrow a = 4 \Rightarrow I = \int_0^4 (2x-3) \ln(x-1) dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln(x-1) \\ dv = (2x-3) dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x-1} \\ v = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$. Khi đó $I = (x^2 - 3x + 2) \ln(x-1) \Big|_0^4 - \int_0^4 (x-2) dx = 6 \ln 3$.

Do đó $I = (a+b) \cdot \ln(a-1) = 6 \cdot \ln 3 \Leftrightarrow a+b=6 \Leftrightarrow b=2$. **Chọn C.**

Câu 24: Cho a là một số thực khác 0, ký hiệu $b = \int_{-a}^a \frac{e^x}{x+2a} dx$. Tính $I = \int_0^{2a} \frac{dx}{(3a-x)e^x}$ theo a và b .

A. a

B. $\frac{b}{e^a}$

C. b

D. $e^a \cdot b$

HD: Đặt $t = a - x \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - x = t + 2a \\ dx = -dt \end{cases}$ và đổi cận $\begin{cases} x=0 \rightarrow t=a \\ x=2a \rightarrow t=-a \end{cases}$. Khi đó $I = - \int_a^{-a} \frac{dt}{(t+2a)e^{a-t}}$.

$\Rightarrow I = \int_{-a}^a \frac{e^t}{(t+2a)e^a} dt = \int_{-a}^a \frac{e^x}{(x+2a)e^a} dx$ mà $b = \int_{-a}^a \frac{e^x}{x+2a} dx \Rightarrow I = \frac{b}{e^a}$. **Chọn B.**

Câu 25: Cho hình cong (H) giới hạn bởi các đường

$y = x\sqrt{x^2+1}; y=0; x=0$ và $x=\sqrt{3}$. Đường thẳng $x=k$ với

$1 < k < \sqrt{3}$ chia (H) thành 2 phần có diện tích là S_1 và S_2

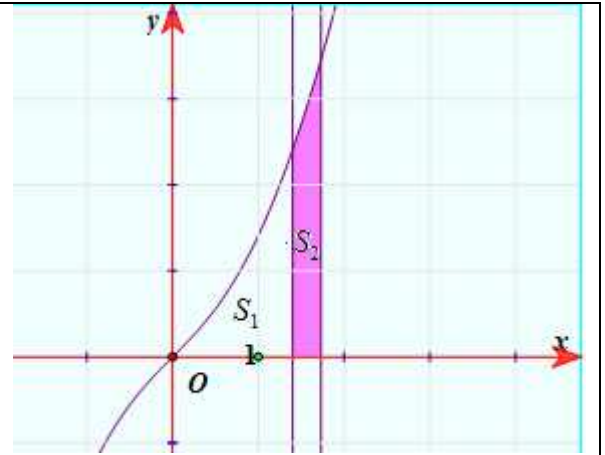
như hình vẽ bên. Để $S_1 = 6S_2$ thì k gần bằng

A. 1,37

B. 1,63

C. 0,97

D. 1,24



HD: Ta có: $S = S_1 + S_2 = \int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{x^2+1} d(x^2+1) = \frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} \Big|_0^{\sqrt{3}} = \frac{7}{3} \Rightarrow S_1 + \frac{S_1}{6} = \frac{7}{3} \Rightarrow S_1 = 2$.

Lại có $S_1 = \frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} \Big|_1^k = \frac{\sqrt{(k^2+1)^3} - 1}{3} = 2 \Rightarrow k = \sqrt[3]{49} - 1 \approx 1,63$. **Chọn B.**

Câu 26: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x) dx = 9$. Khi đó, giá trị của $\int_0^3 f(3x) dx$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

HD: $\int_0^3 f(3x) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(3x) d(3x) = \frac{1}{3} \int_0^9 f(x) dx = 3$. **Chọn C.**

Câu 27: Tích phân $\int_{6\pi}^{2017\pi} \sin x dx$ bằng:

A. 2.

B. -1.

C. 0.

D. 1.

HD: $\int_{6\pi}^{2017\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_{6\pi}^{2017\pi} = 2$. **Chọn A.**

Câu 28: Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_a^2 x^3 dx = 2$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

HD: $2 = \int_a^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_a^2 = 4 - \frac{a^4}{4} \Leftrightarrow a^4 = 8 \Leftrightarrow a = \pm \sqrt[4]{8}$. **Chọn C.**

Câu 29: Có bao nhiêu số thực $a \in (0; 2017)$ sao cho $\int_0^a \sin x dx = 0$?

- A. 301. B. 311. **C. 321.** D. 331.

HD: $\int_0^a \sin x dx = -\cos x \Big|_0^a = -\cos a + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos a = 1 \Leftrightarrow a = k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$

Vì $a = k2\pi \in (0; 2017) \Leftrightarrow 0 < k \leq 321$. Có tất cả 321 giá trị k ứng với 321 giá trị a thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 30: Biết rằng $\int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = 3\ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6}$ trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó ab bằng:

- A. 5. **B. 12.** C. 6. D. 8.

HD: Ta có $3\ln \frac{a}{b} - \frac{5}{6} = \int_0^1 \frac{3x-1}{x^2+6x+9} dx = \int_0^1 \frac{3(x+3)-10}{(x+3)^2} dx = 3 \int_0^1 \frac{dx}{x+3} - 10 \int_0^1 \frac{dx}{(x+3)^2} = \left(3\ln|x+3| + \frac{10}{x+3} \right) \Big|_0^1$
 $= 3\ln(4) + \frac{5}{2} - 3\ln(3) - \frac{10}{3} = 3\ln \frac{4}{3} - \frac{5}{6} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow ab=12$. **Chọn B.**

Câu 31: Biết rằng $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1} \right) dx = \frac{1}{6} \ln \frac{a}{b}$ trong đó a, b là hai số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\sqrt[3]{a} + \sqrt{b} = 7$. **B. $a+b < 22$.** C. $4a+9b > 251$. D. $a-b > 10$.

HD: Ta có $\int_0^1 \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{d(2x+1)}{2x+1} - \frac{1}{3} \int_0^1 \frac{d(3x+1)}{3x+1} = \left[\frac{\ln|2x+1|}{2} - \frac{\ln|3x+1|}{3} \right] \Big|_0^1$
 $= \frac{\ln(3)}{2} - \frac{\ln(4)}{3} = \frac{1}{6} \ln \frac{3^3}{4^2} = \frac{1}{6} \ln \frac{a}{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3^3 \\ b=4^2 \end{cases}$ **Chọn B.**

Câu 32: Số nào sau đây gần bằng nghiệm của phương trình $\int_0^x e^t dt = 2^{2017} - 1$ (làm tròn x)?

- A. 1395. B. 1401. **C. 1398.** D. 1404.

HD: $2^{2017} - 1 = \int_0^x e^t dt = e^t \Big|_0^x = e^x - 1 \Leftrightarrow e^x = 2^{2017} \Leftrightarrow x = \ln(2^{2017}) = 2017 \ln 2 \approx 1398$. **Chọn C.**

Câu 33: Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(0) = 1$. Khi đó $\int_0^x f'(t) dt$ bằng:

- A. $f(x) + 1$. B. $f(x+1)$. C. $f(x)$. **D. $f(x) - 1$.**

HD: $\int_0^x f'(t) dt = f(t) \Big|_0^x = f(x) - f(0) = f(x) - 1$. **Chọn D.**

Câu 34: Xét tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} x^5 \sqrt{x^2 + 1} dx = \frac{a}{b}$ là một số phân số tối giản. Tính hiệu $a - b$.

A. 743

B. - 64

C. 27

D. - 207

HD: Đặt $t = \sqrt{x^2 + 1} \Rightarrow t^2 = x^2 + 1 \Rightarrow tdt = xdx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \sqrt{3} \Rightarrow t = 2 \end{cases}$

$$\text{Khi đó } I = \int_1^2 (t^2 - 1)^2 \cdot t^2 dt = \int_1^2 (t^6 - 2t^4 + t^2) dt = \left(\frac{t^7}{7} - 2\frac{t^5}{5} + \frac{t^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \frac{848}{105} = \frac{a}{b}$$

Suy ra $a - b = 743$. **Chọn A.**

Câu 35: Khẳng định nào sau đây đúng về kết quả $\int_1^e x^3 \ln x dx = \frac{3e^a + 1}{b}$?

A. $a.b = 64$

B. $a.b = 46$

C. $a - b = 12$

D. $a - b = 4$

HD: Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^4}{4} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{x^4 \ln x}{4} \Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^3}{4} dx = \frac{e^4}{4} - \left(\frac{e^4 - 1}{16} \right) = \frac{3e^4 + 1}{16}$

Do đó $a = 4; b = 16 \Rightarrow ab = 64$. **Chọn A.**