



ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 6 trang)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh :.....

- Câu 1:** Bạn An ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5$ (m/s). Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là
A. 996m. **B.** 876m. **C.** 966m. **D.** 1086m.

Câu 2: Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2\ln x$ trên $[e^{-1}; e]$ là
A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. **B.** $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
C. $M = e^{-2} + 1, m = 1$. **D.** $M = e^2 - 2, m = 1$.

Câu 3: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích lăng trụ là
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

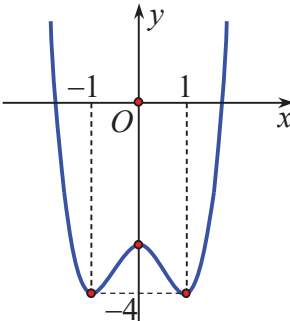
Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?
A. $y = x^2 - 4x + 5$. **B.** $y = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2}$.
C. $y = 2x^2 - x^4$. **D.** $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

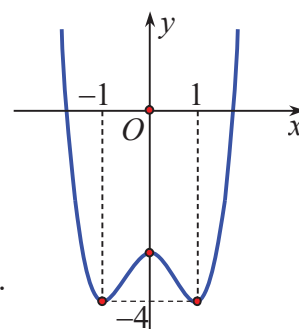
Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x - 3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng
A. 15. **B.** 13. **C.** $\frac{37}{3}$. **D.** 30.

Câu 6: Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?
A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **D.** $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 3$.

Câu 7: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m - 1)x^3 - (m - 1)x^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
A. $-3 \leq m \leq 1$. **B.** $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$. **C.** $0 \leq m \leq 1$. **D.** $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Câu 8: Một hình trụ có tỉ số giữa diện tích toàn phần và diện tích xung quanh bằng 4. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Đường sinh bằng bán kính đáy. **B.** Bán kính đáy bằng 3 lần đường sinh.
C. Đường sinh bằng 3 lần bán kính đáy. **D.** Bán kính đáy bằng 2 lần đường sinh.





Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A , $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$.

- A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) mà song song với đường thẳng $y = -9x - 7$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2-3x}$ có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là

- A. Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{3}$; tiệm cận ngang: $y = -1$.
B. Tiệm cận đứng: $x = \frac{3}{2}$; tiệm cận ngang: $y = -1$.
C. Tiệm cận đứng: $x = \frac{3}{2}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{-2}{3}$.
D. Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{3}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{3}{2}$.

Câu 13: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn

- A. $3C = 2M$. B. $3M = 2C$. C. $2C = M$. D. $C = 2M$.

Câu 14: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$. B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$. C. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$. D. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$.

Câu 15: Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

- A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$. B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{12}$. C. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{12}{\pi}$. D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{6}{\pi}$.

Câu 16: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác quanh cạnh BC , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$. B. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{72}$. C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$. D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$.

- Câu 17:** Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và f có đạo hàm cấp hai tại điểm x_0 . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề SAI?
- A. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.
 B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.
 C. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.
 D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.
- Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{2-z}{-2}$. Khoảng cách giữa Δ_1 và Δ_2 là
- A. $\frac{27}{\sqrt{209}}$. B. 3. C. 1. D. $\frac{5}{3}$.
- Câu 19:** Cho hàm số $y = \frac{-2x-3}{-1+x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định SAI?
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 3)$, cắt trục hoành tại điểm $(-\frac{3}{2}; 0)$.
 C. Đồ thị hàm số đã cho không có điểm cực trị.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
- Câu 20:** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?
- A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. B. $\int 0 dx = 0$.
 C. $\int f(x) dx = f'(x) + C$. D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
- Câu 21:** Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.
- A. $r = \frac{3}{2}$. B. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. $r = 2\sqrt{2}$. D. $r = 3$.
- Câu 22:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Mặt bên SAB tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a}{2}$.
- Câu 23:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(3; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) .
- A. $M(1; 1; 1)$. B. $M(4; -5; -2)$. C. $M(-1; 3; 1)$. D. $M(0; 1; 2)$.
- Câu 24:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$; $d_2: x = 3 + 2t, y = 3t, z = 3 + t$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là
- A. d_1 cắt d_2 . B. $d_1 \equiv d_2$. C. d_1, d_2 chéo nhau. D. $d_1 \parallel d_2$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 26: Phương trình $\ln(x^2 + x + 1) - \ln(2x^2 + 1) = x^2 - x$ có tổng bình phương các nghiệm bằng

- A. 5. B. 1. C. 9. D. 25.

Câu 27: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12cm , đường kính đáy 4cm , lượng nước trong cốc cao 8cm . Thả vào cốc nước 3 viên bi có cùng đường kính 2cm . Hỏi nước dâng cao cách miệng cốc bao nhiêu xăng-ti-mét?

- A. 4cm . B. 2cm . C. 3cm . D. 1cm .

Câu 28: Cho $\log_3 5 = a$, $\log_5 2 = b$, $\log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

- A. $\frac{a+c}{3ab+3}$. B. $\frac{a+c+2}{3ab}$. C. $\frac{a+c+2}{ab+3}$. D. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bộ ba điểm A, B, C nào sau đây không tạo thành tam giác?

- A. $A(0; -2; 5), B(3; 4; 4), C(2; 2; 1)$. B. $A(1; 2; 4), B(2; 5; 0), C(0; 1; 5)$.
C. $A(1; 3; 1), B(0; 1; 2), C(0; 0; 1)$. D. $A(1; 1; 1), B(-4; 3; 1), C(-9; 5; 1)$.

Câu 30: Khi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3$, $y = 2x - x^2$ một học sinh tính theo các bước sau.

$$\text{Bước 1: Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 = 2x - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Bước 2: } S = \int_{-2}^1 |x^3 - (2x - x^2)| dx.$$

$$\text{Bước 3: } S = \left| \int_{-2}^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{9}{4} \text{ (đvdt)}.$$

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bước 3. B. Đúng. C. Bước 2. D. Bước 1.

Câu 31: Hàm số $y = x^\pi + (x^2 - 1)^e$ có tập xác định là

- A. $(-1; 1)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 33: Một sợi dây kim loại dài $0,9\text{m}$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tìm độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) sao cho tổng diện tích của tam giác và hình chữ nhật là nhỏ nhất

- A. $\frac{60}{2-\sqrt{3}}$. B. $\frac{60}{\sqrt{3}+2}$. C. $\frac{30}{1+\sqrt{3}}$. D. $\frac{240}{\sqrt{3}+8}$.

Câu 34: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có diện tích xung quanh bằng 8π . Tính chiều cao của hình nón này

- A. $2\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 6.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Chọn phương án đúng?

- A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$. B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.
C. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$. D. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

Câu 36: Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng bao nhiêu lần?

- A. tăng 9 lần. B. tăng 27 lần. C. tăng 6 lần. D. tăng 18 lần.

Câu 37: Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b, c \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là SAI?

- A. $\log_a c = \log_b a \cdot \log_b c$. B. $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$.
C. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$. D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tỷ số $\frac{V_{SABCD}}{V_{SAMND}}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. 4. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.

- A. $\begin{cases} m > \frac{2+\sqrt{13}}{3} \\ m < \frac{2-\sqrt{13}}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m > \frac{1+3\sqrt{5}}{6} \\ m < \frac{1-3\sqrt{5}}{6} \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Câu 40: Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là số nguyên. Khi đó giá trị $a - b$ là

- A. -17. B. 5. C. -5. D. 17.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là $G(-1; -3; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} - \frac{z}{6} = 1$. C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 0$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; 0; 6), B(8; -4; -2), C(0; 0; 6), D(1; 1; 5)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó $a - b + 3c$ có giá trị bằng

- A. 24. B. 0. C. 10. D. 26.

Câu 43: Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là SAI?

- A. Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$.
 B. Hàm số $y = 2^x$ có giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $[-1;2)$.
 C. Hàm số $y = \log_2 x$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $[1;5)$.
 D. Hàm số $y = e^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;2)$.

Câu 44: Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

- A. 29 tháng. B. 27 tháng. C. 26 tháng. D. 28 tháng.

Câu 45: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a;b]$ và có đồ thị (C_1) và (C_2) tương ứng thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

- A. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx$. B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.
 C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. D. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = x \ln^2 x$, ta có $f'(e)$ bằng

- A. 3. B. $\frac{2}{e}$. C. $2e+1$. D. $2e$.

Câu 47: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 12$. Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số. Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. $(x_1 - x_2)^2 = 8$. B. $x_1 x_2 = 2$. C. $x_2 - x_1 = 3$. D. $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có tâm là H . Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó

- A. $H(0;2;-8)$. B. $H(5;-2;1)$. C. $H(1;1;4)$. D. $H(3;0;2)$.

Câu 49: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	—		—
y	1	$+\infty$	1

- A. $y = \frac{4x-6}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. C. $y = \frac{3-x}{2-x}$. D. $y = \frac{x+5}{x-2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-2;3;2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 17$.
 C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	D	C	D	B	A	C	B	C	A	B	A	B	C	A	A	B	B	D	D	C	C	A	A	D

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	D	A	C	B	B	A	B	B	A	D	C	C	A	C	D	D	B	A	C	D	D	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

- Câu 1:** Bạn An ngồi trên máy bay đi du lịch thế giới vận tốc chuyển động của máy bay là $v(t) = 3t^2 + 5 (m/s)$. Quãng đường máy bay đi được từ giây thứ 4 đến giây thứ 10 là
- A. 996m. B. 876m. C. 966m. D. 1086m.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Quãng đường cần tìm là $\int_4^{10} (3t^2 + 5) dx = (t^3 + 5t) \Big|_4^{10} = 966$.

- Câu 2:** Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ trên $[e^{-1}; e]$ là
- A. $M = e^2 - 2, m = e^{-2} + 2$. B. $M = e^{-2} + 2, m = 1$.
 C. $M = e^{-2} + 1, m = 1$. D. $M = e^2 - 2, m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hàm số $y = x^2 - 2 \ln x$ xác định và liên tục trên $[e^{-1}; e]$

$$y' = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2x^2 - 2}{x}, \text{ cho } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [e^{-1}; e] \\ x = 1 \in [e^{-1}; e] \end{cases}$$

Ta có: $y(e^{-1}) = e^{-2} + 2, y(1) = 1, y(e) = e^2 - 2$

Vậy $M = e^2 - 2, m = 1$.

- Câu 3:** Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu của A' xuống (ABC) là tâm O đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Biết AA' hợp với đáy (ABC) một góc 60° , thể tích lăng trụ là

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{36}$.

Hướng dẫn giải

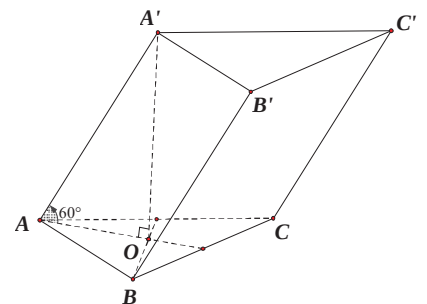
Chọn A.

$$\text{Ta có: } AB = a \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Ta có: $A'O \perp (ABC) \Rightarrow AO$ là hình chiếu của AA' lên (ABC)

Nên $\widehat{A'AO} = 60^\circ$

$$\text{Do đó } A'O = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$$



$$V_{ABC.A'B'C'} = A'O.S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 4: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. $y = x^2 - 4x + 5$. B. $y = \frac{x^2 - 4x + 8}{x - 2}$. C. $y = 2x^2 - x^4$. D. $y = \frac{x - 3}{x - 1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

$y' = \frac{2}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$. Suy ra: hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$

Do đó: hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 3)$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}(x-3) - 1 > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó giá trị $a + 3b$ bằng

A. 15. B. 13. C. $\frac{37}{3}$. D. 30.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Điều kiện: $x > 3$

Bất phương trình $\Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}}(x-3) > 1 \Leftrightarrow x-3 < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x < \frac{10}{3}$

So điều kiện ta được $S = \left(3; \frac{10}{3}\right)$ Vậy $a + 3b = 13$.

Câu 6: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

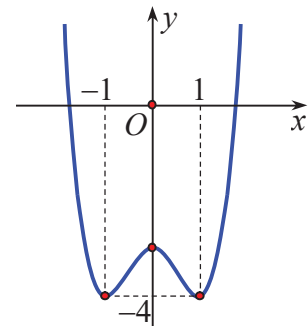
A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.
C. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Đây là đồ thị hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $\begin{cases} a > 0 \\ a.b < 0 \end{cases}$ nên loại 2 đáp án B, C.

+ Đồ thị đi qua điểm $M(1; -4)$ nên chọn đáp án A.



Câu 7: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m-1)x^3 - (m-1)x^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3 \leq m \leq 1$. B. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 1$. D. $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 1$.

TH1: $m = 1 \Rightarrow y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$$\text{TH2: } m \neq 1. \text{ Hàm số nghịch biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m^2 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 1.$$

Vậy $0 \leq m \leq 1$.

Câu 8: Một hình trụ có tỉ số giữa diện tích toàn phần và diện tích xung quanh bằng 4. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Đường sinh bằng bán kính đáy. B. Bán kính đáy bằng 3 lần đường sinh.
C. Đường sinh bằng 3 lần bán kính đáy. D. Bán kính đáy bằng 2 lần đường sinh.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\frac{S_{tp}}{S_{xq}} = \frac{2\pi R(R+l)}{2\pi Rl} = \frac{R+l}{l} = 4 \Rightarrow R = 3l.$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 2a$. Biết tam giác ABC cân tại A có $BC = 2a\sqrt{2}$, $\cos \widehat{ACB} = \frac{1}{3}$, tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $S = \frac{65\pi a^2}{4}$. B. $S = 13\pi a^2$. C. $S = \frac{97\pi a^2}{4}$. D. $S = 4\pi a^2$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

Gọi M là trung điểm đoạn BC .

$$\cos \widehat{ACB} = \frac{MC}{AC} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3a\sqrt{2} \Rightarrow AM = 4a \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 4a^2\sqrt{2}$$

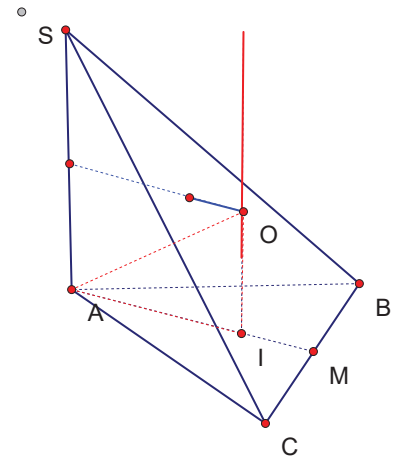
Gọi tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là I, r .

Gọi tâm và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là O, R .

$$\text{Ta có: } r = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S_{\Delta ABC}} = \frac{9a}{4} = IA.$$

$$\text{Ta có: } R = \sqrt{OI^2 + IA^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + r^2} = \frac{a\sqrt{97}}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{mc} = 4\pi R^2 = \frac{97\pi a^2}{4}.$$



Câu 10: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, viết phương trình của đường thẳng đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{2}$

- A. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{-1}$.
C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-4}{6} = \frac{z-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;1;-1)$, $\vec{u}_2 = (2;1;2)$.

Suy ra: $\vec{u}_\Delta = -[\vec{u}_1; \vec{u}_2] = (-3;4;1)$.

Đường thẳng (Δ) đi qua điểm A là $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ có đồ thị (C) . Số tiếp tuyến với đồ thị (C) mà song song với đường thẳng $y = -9x - 7$ là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = -9x - 7$ nên có phương trình $y = -9x + b$ ($b \neq -7$)

Sử dụng điều kiện tiếp xúc của hai đồ thị ta được:

$$\begin{cases} -9x + b = -x^3 + 3x^2 - 2 \\ -9 = -3x^2 + 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ b = -7 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ b = 25 \end{cases}$$

Vậy có một tiếp tuyến cần tìm: $y = -9x + 25$.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{2-3x}$ có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang là

A. Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{3}$; tiệm cận ngang: $y = -1$.

B. Tiệm cận đứng: $x = \frac{3}{2}$; tiệm cận ngang: $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng: $x = \frac{3}{2}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{-2}{3}$.

D. Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{3}$; tiệm cận ngang: $y = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x+2}{2-3x} = -1$. Suy ra tiệm cận ngang $y = -1$.

$\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}^-} \frac{3x+2}{2-3x} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}^+} \frac{3x+2}{2-3x} = +\infty$. Suy ra tiệm cận đứng $x = \frac{2}{3}$.

Câu 13: Một hình đa diện có các mặt là các tam giác thì số mặt M và số cạnh C của đa diện đó thỏa mãn

A. $3C = 2M$.

B. $3M = 2C$.

C. $2C = M$.

D. $C = 2M$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Lấy tứ diện mà thử. Một tứ diện có $M = 4$, $C = 6$. Suy ra: $3M = 2C$.

Câu 14: Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x} dx$, đặt $t = \sqrt{1+3\ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t^2 dt$.

B. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t dt$.

C. $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$.

D. $I = \frac{2}{3} \int_1^e t dt$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow \frac{2}{3} t dt = \frac{1}{x} dx$.

Đổi cận $x = e \Rightarrow t = 2$; $x = 1 \Rightarrow t = 1$.

Do đó $I = \frac{2}{3} \int_1^2 t^2 dt$

Câu 15: Cho hình lập phương có cạnh bằng a và một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt đối diện của hình lập phương. Gọi S_1 là diện tích 6 mặt của hình lập phương, S_2 là diện tích xung quanh của hình trụ. Hãy tính tỉ số $\frac{S_2}{S_1}$.

A. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}$.

B. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{12}$.

C. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{12}{\pi}$.

D. $\frac{S_2}{S_1} = \frac{6}{\pi}$.

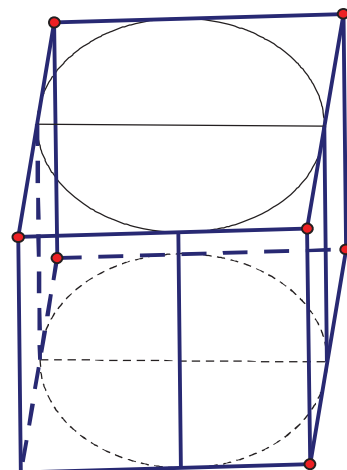
Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$S_1 = 6a^2$$

$$S_2 = 2\pi rl = 2\pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \pi a^2$$

$$\text{Suy ra } \frac{S_2}{S_1} = \frac{\pi}{6}.$$



Câu 16: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45^\circ$, $\widehat{ACB} = 30^\circ$, $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác quanh cạnh BC , ta được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$.

B. $V = \frac{\pi\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{72}$.

C. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{3}$.

D. $V = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{8}$.

Hướng dẫn giải

CHỌN A.

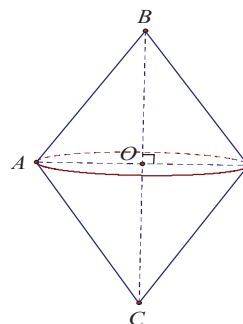
Ta có $\widehat{BAC} = 105^\circ$. Theo định lý sin trong tam giác

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \text{ nên } BC = \frac{AB \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } AO = BO = \frac{1}{2}.$$

Thể tích khối tròn xoay tạo thành là:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2 BO + \frac{1}{3}\pi R^2 CO = \frac{1}{3}\pi R^2 BC = \frac{1}{3}\pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi(1+\sqrt{3})}{24}$$



Câu 17: Giả sử hàm số f có đạo hàm cấp một trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 và f có đạo hàm cấp hai tại điểm x_0 . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **SAI**?

A. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

C. Nếu $f'(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải

CHỌN C

Ví dụ $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 1 \Rightarrow f'(x) = x^2; f'(0) = 0$

Tuy nhiên $f'(x) = x^2 \geq 0; \forall x$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-3}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$,

$\Delta_2: \frac{x}{-6} = \frac{y-1}{1} = \frac{2-z}{-2}$. Khoảng cách giữa Δ_1 và Δ_2 là

- A. $\frac{27}{\sqrt{209}}$. B. 3. C. 1. D. $\frac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải

CHỌN B

Vector chỉ phương của $\Delta_1: \vec{u}_1 = (-4; 1; 1)$ và $M(3; -2; -1) \in \Delta_1$.

Vector chỉ phương của $\Delta_2: \vec{u}_2 = (-6; 1; 2)$ và $N(0; 1; 2) \in \Delta_2$.

$[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (1; 2; 2), \overrightarrow{MN} = (-3; 3; 3)$.

Suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN} \neq 0$.

Vậy khoảng cách hai đường thẳng là $d = \frac{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{MN}|}{|[\vec{u}_1, \vec{u}_2]|} = \frac{9}{3} = 3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \frac{-2x-3}{-1+x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định SAI?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; 3)$, cắt trục hoành tại điểm $(-\frac{3}{2}; 0)$.
 C. Đồ thị hàm số đã cho không có điểm cực trị.
 D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Hướng dẫn giải

CHỌN D

Hàm số đã cho có dạng $y = \frac{-2x-3}{x-1}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ nên $y = -2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. **Đáp D sai.**

Câu 20: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A. $\int [f(x) \cdot g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$. B. $\int 0 dx = 0$.
 C. $\int f(x) dx = f'(x) + C$. D. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

Hướng dẫn giải

CHỌN D

Hiển nhiên theo định lý nguyên hàm thì $f'(x)$ là một nguyên hàm của $f''(x)$ nên họ tất cả các nguyên hàm của $f''(x)$ là $f'(x) + C$ do đó $\int f''(x) dx = f'(x) + C$

Câu 21: Trong tất cả các hình nón nội tiếp trong hình cầu có thể tích bằng 36π , tìm bán kính r của hình nón có diện tích xung quanh lớn nhất.

A. $r = \frac{3}{2}$.

B. $r = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. $r = 2\sqrt{2}$.

D. $r = 3$.

Hướng dẫn giải

CHỌN C

Gọi bán kính và thể tích của hình cầu là R và V_C

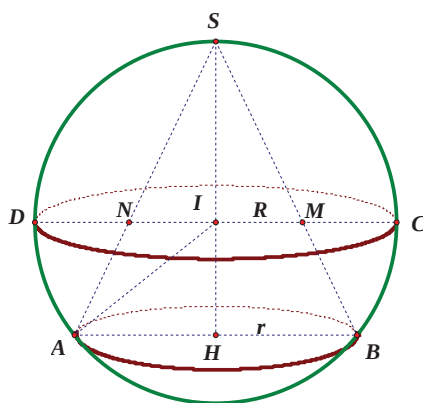
Theo giả thiết $V_C = 36\pi \Leftrightarrow \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi \Leftrightarrow R = 3$

Diện tích xung quanh của hình nón là

$$S_{xq} = \pi.r.SA = \pi.r.\sqrt{SH^2 + r^2} \quad (1)$$

Mà $\begin{cases} SH = SI + IH = R + IH = 3 + IH \\ IH = \sqrt{IA^2 - HA^2} = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{9 - r^2} \end{cases}$

$$\Rightarrow SH = 3 + \sqrt{9 - r^2} \quad (2)$$



Từ (1) và (2) $\Rightarrow S_{xq} = \pi.r.\sqrt{(3 + \sqrt{9 - r^2})^2 + r^2}$

$$\Leftrightarrow S_{xq} = \pi.\sqrt{r^2(3 + \sqrt{9 - r^2})^2 + r^4}$$

Đặt $t = \sqrt{9 - r^2} \Leftrightarrow r^2 = 9 - t^2$. Với $0 < t \leq 3$ (3)

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi.\sqrt{(9 - t^2)(3 + \sqrt{9 - (9 - t^2)})^2 + (9 - t^2)^4} = \pi.\sqrt{-6t^3 - 18t^2 + 54t + 162}$$

Xét hàm số $f(t) = -6t^3 - 18t^2 + 54t + 162 \Rightarrow f'(t) = -18t^2 - 36t + 54$

$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -3 \vee t = 1$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	-3	0	1	3	$+\infty$
$f'(t)$		0		$+$ 0 $-$		
$f(t)$				$8\sqrt{3}$	108	

Vậy $\text{Max } f(t) = 8\sqrt{3}$ tại $t = 1 \Leftrightarrow \text{Max } S_{xq} = \pi 8\sqrt{3}$ tại $t = 1$

Kết hợp (3) $\Rightarrow r = 2\sqrt{2}$.

Chú ý: Để tìm GTLN của $S_{xq} = \pi \cdot \sqrt{r^2 \left(3 + \sqrt{9 - r^2}\right)^2 + r^4}$ với $0 < r \leq 3$ ta có thể dùng Table.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABD . Mặt bên (SAB) tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

CHỌN C

Vẽ $HK \perp AB$ (1).

Do $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp AB$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB \perp (SHK) \Rightarrow AB \perp SK$ (3)

Từ (1) và (3) $\Rightarrow ((SAB); (ABCD)) = (\widehat{KS}; \widehat{KH}) = \widehat{SKH} = 60^\circ$

Dễ thấy $\triangle KAH \sim \triangle OAB$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{KH}{OB} = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow KH = \frac{AH \cdot OB}{AB} \quad (4)$$

$$\text{Do } \begin{cases} AH = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{3} \\ OB = \frac{a\sqrt{2}}{2}; AB = a \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow KH = \frac{a}{3}.$$

$$\text{Vì } \triangle HKS \text{ vuông tại } H \Rightarrow SH = KH \cdot \tan \widehat{SKH} = \frac{a}{3} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3\sqrt{3}} \quad (6)$$

$$\text{Mặt khác } V_{S.ABCD} = 2V_{C.SAB} = 2 \cdot \frac{1}{3}d(C; (SAB)) \cdot S_{SAB} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3 \cdot V_{S.ABCD}}{2 \cdot S_{SAB}} \quad (7)$$

$$\text{Trong đó } S_{SAB} = \frac{1}{2}AB \cdot SK = \frac{1}{2}AB \cdot \sqrt{HK^2 + SH^2} = \frac{1}{2}a \cdot \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^2}{3} \quad (8)$$

$$\text{Từ (6), (7) và (8)} \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{a^3}{3\sqrt{3}} : \frac{a^2}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(3; -3; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) .

A. $M(1; 1; 1)$.

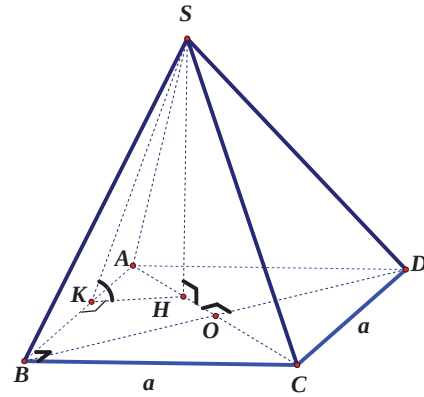
B. $M(4; -5; -2)$.

C. $M(-1; 3; 1)$.

D. $M(0; 1; 2)$.

Hướng dẫn giải

CHỌN A



Đường thẳng AB thỏa mãn: $\begin{cases} \text{đi qua } A(2;-1;0) \\ \text{VTCP } \overrightarrow{AB} = (1;-2;-1) \end{cases}$ có phương trình: $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = -t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm M của đường thẳng AB với mặt phẳng (P) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = -t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ x = 1 \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}$;

$d_2: x=3+2t, y=3t, z=3+t$. Vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 là

A. d_1 cắt d_2 . B. $d_1 \equiv d_2$. C. d_1, d_2 chéo nhau. D. $d_1 // d_2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\vec{u}_1 = (2;1;2)$ và $\vec{u}_2 = (2;3;1)$.

Để thấy $\vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương $\Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau hoặc cắt nhau (1)

Tọa độ giao điểm M (nếu có) của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2} \\ x = 3+2t \\ y = 3t \\ z = 3+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases} \Rightarrow M(3;0;3) \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow d_1$ và d_2 cắt nhau.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB = a\sqrt{3}, AC = a$, tam giác SBC là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

A. $\frac{3a}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. D. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vẽ $BD // AC \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow d(AC; SB) = d(AC; (SBD)) = d(C; (SBD)) \quad (1)$$

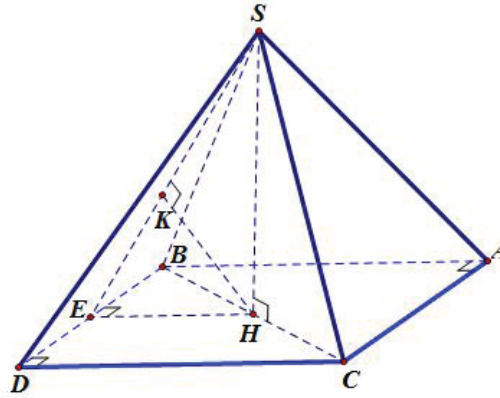
Để thấy, H là trung điểm của BC (2)

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow d(C; (SBD)) = 2d(H; (SBD)) \quad (3)$$

Gọi E là trung điểm của BD và K là hình chiếu của H lên SE .

$$\text{Khi đó } HK = d(H; (SBD)) \quad (4)$$

$$\text{Từ (1), (3) và (4)} \Rightarrow d(AC; SB) = 2HK \quad (5)$$



Mặt khác, $SH = \frac{1}{2}BC = a$ và $HE = \frac{1}{2}AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong tam giác vuông SHE , có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{1}{a^2} + \left(\frac{2}{a\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{7}{3a^2}$

$$\Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7} \quad (6)$$

$$\text{Từ (5), (6)} \Rightarrow d(AC; SB) = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 26: Phương trình: $\ln(x^2 + x + 1) - \ln(2x^2 + 1) = x^2 - x$ có tổng bình phương các nghiệm bằng

A. 5.

B. 1.

C. 9.

D. 25.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\ln(x^2 + x + 1) - \ln(2x^2 + 1) = x^2 - x$.

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + x + 1) - \ln(2x^2 + 1) = (2x^2 + 1) - (x^2 + x + 1)$$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + x + 1) + (x^2 + x + 1) = \ln(2x^2 + 1) + (2x^2 + 1).$$

Nhận xét: $x^2 + x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ và $2x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(t) = \ln t + t$ với $t \in (0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t} + 1 > 0, \forall t \in (0; +\infty)$, nên hàm số $f(t) = \ln t + t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Do đó } f(x^2 + x + 1) = f(2x^2 + 1) \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 2x^2 + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Vậy tổng bình phương các nghiệm là 1.

Câu 27: Một cốc nước có dạng hình trụ đựng nước chiều cao 12cm , đường kính đáy 4cm , lượng nước trong cốc cao 8cm . Thả vào cốc nước 3 viên bi có cùng đường kính 2cm . Hỏi nước dâng cao cách miệng cốc bao nhiêu xăng-ti-mét?

A. 4cm .

B. 2cm .

C. 3cm .

D. 1cm .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Thể tích 3 viên bi có cùng đường kính 2cm là $V_b = 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 1^3 = 3 \cdot \frac{4}{3} \pi = 4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

Sau khi bỏ 3 viên bi vào nước thì thể tích 3 viên bi chiếm chỗ nước có thể tích là $V_b = 4\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ nên nước sẽ dâng và chiếm thể tích là V_b .

$$\text{Do đó mực nước sẽ dâng cao thêm một đoạn là } h_t = \frac{V_b}{2^2 \cdot \pi} = \frac{4\pi}{4\pi} = 1 \text{ (cm)}$$

Vậy mực nước cách miệng cốc là $12 - 8 - 1 = 3 (cm)$.

Câu 28: Cho $\log_3 5 = a, \log_5 2 = b, \log_3 11 = c$. Khi đó $\log_{216} 495$ bằng

- A. $\frac{a+c}{3ab+3}$. B. $\frac{a+c+2}{3ab}$. C. $\frac{a+c+2}{ab+3}$. D. $\frac{a+c+2}{3ab+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có:

$$\begin{aligned}\log_{216} 495 &= \log_{216} 3 \cdot \log_3 495 = \frac{\log_3 495}{\log_3 216} = \frac{\log_3 (3^2 \cdot 11 \cdot 5)}{\log_3 (3^3 \cdot 2^3)} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 11 + \log_3 5}{\log_3 3^3 + \log_3 2^3} \\ &= \frac{2 + \log_3 11 + \log_3 5}{3 + 3 \log_3 2} = \frac{2 + \log_3 11 + \log_3 5}{3 + 3(\log_3 5 \cdot \log_5 2)} = \frac{2 + c + a}{3 + 3a \cdot b}.\end{aligned}$$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, bộ ba điểm A, B, C nào sau đây **không** tạo thành tam giác?

- A. $A(0; -2; 5), B(3; 4; 4), C(2; 2; 1)$. B. $A(1; 2; 4), B(2; 5; 0), C(0; 1; 5)$.
C. $A(1; 3; 1), B(0; 1; 2), C(0; 0; 1)$. D. $A(1; 1; 1), B(-4; 3; 1), C(-9; 5; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có A, B, C không tạo thành tam giác khi $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

Xét đáp án D thỏa tính chất trên. Thật vậy, $\overrightarrow{AB} = (-5; 2; 0); \overrightarrow{AC} = (-10; 4; 0)$ nên $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$.

Câu 30: Khi tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3, y = 2x - x^2$, một học sinh tính theo các bước sau.

$$\text{Bước 1: Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 = 2x - x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$\text{Bước 2: } S = \int_{-2}^1 |x^3 - (2x - x^2)| dx.$$

$$\text{Bước 3: } S = \left| \int_{-2}^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{9}{4} \text{ (đvdt)}.$$

Cách giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Bước 3. B. Đúng. C. Bước 2. D. Bước 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Sai ở bước 3. Ta có

$$\begin{aligned}S &= \int_{-2}^1 |x^3 - (2x - x^2)| dx = \int_{-2}^0 |x^3 - (2x - x^2)| dx + \int_0^1 |x^3 - (2x - x^2)| dx \\ &= \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.\end{aligned}$$

Câu 31: Hàm số $y = x^\pi + (x^2 - 1)^e$ có tập xác định là:

- A. $(-1; 1)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Hàm số xác định khi } \begin{cases} x > 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -1 \Leftrightarrow x > 1 \\ x > 1 \end{cases}$$

Vậy TXĐ: $D = (1; +\infty)$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình vuông cạnh a . Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, còn cạnh SC tạo với mặt phẳng đáy một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAD) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAD) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\text{Suy ra } (SC, (ABCD)) = (SC, AC) = \widehat{SCA} = 30^\circ.$$

$$\Rightarrow SA = AC \tan \widehat{SCA} = a\sqrt{2} \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}.$$

Câu 33: Một sợi dây kim loại dài $0,9m$ được cắt thành hai đoạn. Đoạn thứ nhất được uốn thành tam giác đều, đoạn thứ hai được uốn thành hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Tìm độ dài cạnh của tam giác đều (tính theo đơn vị cm) sao cho tổng diện tích của tam giác và hình chữ nhật là nhỏ nhất.

A. $\frac{60}{2-\sqrt{3}}$. B. $\frac{60}{\sqrt{3}+2}$. C. $\frac{30}{1+\sqrt{3}}$. D. $\frac{240}{\sqrt{3}+8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi a, b lần lượt là độ dài cạnh tam giác đều và chiều rộng hình chữ nhật.

$$\text{Khi đó } 3a + 6b = 90 (cm) \Rightarrow b = \frac{30-a}{2} (cm).$$

$$S = S_{\Delta} + S_{\square} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2b^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2\left(\frac{30-a}{2}\right)^2 = \frac{(2+\sqrt{3})a^2 - 120a + 1800}{4}.$$

$$\text{Để } S \text{ nhỏ nhất thì } f(a) = (2+\sqrt{3})a^2 - 120a + 1800 \text{ nhỏ nhất với } a \in (0; 30).$$

$$f'(a) = 2(2+\sqrt{3})a - 120, f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{2+\sqrt{3}} \in (0; 30).$$

$$\text{Ta có } f(0) = 1800, f(30) = 900\sqrt{3}, f\left(\frac{60}{2+\sqrt{3}}\right) = 3600\sqrt{3} - 5400.$$

$$\text{Nên } \min_{a \in (0; 30)} f(a) = f\left(\frac{60}{2+\sqrt{3}}\right) = 3600\sqrt{3} - 5400.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{60}{2+\sqrt{3}} \text{ thì } S \text{ nhỏ nhất.}$$

Câu 34: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có diện tích xung quanh bằng 8π . Tính chiều cao của hình nón này.

A. $2\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{2}$.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $\triangle ABC$ là thiết diện của mặt phẳng đi qua trục của hình nón và $\triangle ABC$ đều cạnh a .

Suy ra bán kính đường tròn đáy là $r = \frac{a}{2}$, đường sinh hình nón $l = a$.

Diện tích xung quanh hình nón: $S = \pi Rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = 8\pi \Rightarrow a = 4$.

Đường cao hình nón chính là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

Vậy đường cao là $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x^4 + 3}{x^2}$. Chọn phương án đúng:

A. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{x} + C$.

B. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

C. $\int f(x)dx = 2x^3 - \frac{3}{x} + C$.

D. $\int f(x)dx = \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{2x} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $\int f(x)dx = \int \frac{2x^4 + 3}{x^2} dx = \int \left(2x^2 + \frac{3}{x^2} \right) dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{3}{x} + C$.

Câu 36: Khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ

A. tăng 9 lần.

B. tăng 27 lần.

C. tăng 6 lần.

D. tăng 18 lần.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì thể tích khối hộp chữ nhật bằng tích ba kích thước nên khi tăng độ dài tất cả các cạnh của một khối hộp chữ nhật lên gấp 3 thì thể tích khối hộp tương ứng sẽ tăng lên: $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ lần.

Câu 37: Cho a, b, c là các số thực dương và $a, b, c \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là SAI?

A. $\log_a c = \log_b a \cdot \log_b c$.

B. $\log_a c = \frac{1}{\log_c a}$.

C. $\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$.

D. $\log_a b \cdot \log_b a = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c$ nên khẳng định A sai.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SC . Tỷ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMND}}$ bằng

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{3}{8}$.

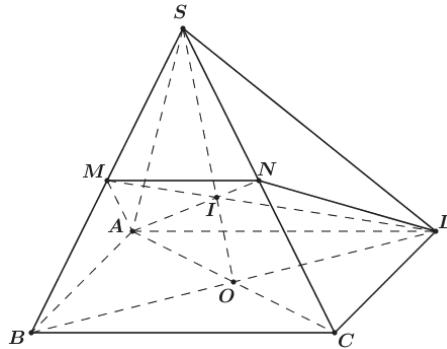
C. 4.

D. $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trong $(ABCD)$ gọi $AC \cap BD = O$.



Ta có:

$$V_{S.AMND} = V_{S.ADN} + V_{S.ANM}; V_{S.ADC} = V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD}.$$

Mặt khác: $\frac{V_{S.ADN}}{V_{S.ADC}} = \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{V_{S.ADN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4}$.

Tương tự: $\frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ACB}} = \frac{SN}{SC} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{V_{S.ANM}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.

Vậy $\frac{V_{S.AMND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMND}} = \frac{8}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m) . Tìm m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15$.

A. $\begin{cases} m > \frac{2+\sqrt{13}}{3} \\ m < \frac{2-\sqrt{13}}{3} \end{cases}$.

B. $\begin{cases} m > \frac{1+3\sqrt{5}}{6} \\ m < \frac{1-3\sqrt{5}}{6} \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành: $\frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + \frac{2}{3} = 0$

$$\Leftrightarrow (x-1)[x^2 + (1-3m)x - 3m - 2] = 0(1)$$

(C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3

$\Leftrightarrow$ pt (1) có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ pt $f(x) = x^2 + (1-3m)x - 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \neq 1$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 9m^2 + 6m + 9 > 0 \\ f(1) = -6m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Khi đó để x_1, x_2, x_3 thỏa mãn: $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 15 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 > 14 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 > 14$ (2).

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3m - 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -3m - 2 \end{cases}$, thay vào (2) ta được:

$$(3m-1)^2 + 2(3m+2) > 14 \Leftrightarrow 9m^2 > 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -1 \end{cases}.$$

Câu 40: Giả sử $I = \int_1^{64} \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} = a \ln \frac{2}{3} + b$ với a, b là số nguyên. Khi đó giá trị $a - b$ là

A. -17.

B. 5.

C. -5.

D. 17.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Đặt } \sqrt[6]{x} = t \Rightarrow x = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 dt.$$

$$\text{Với } x = 1 \Rightarrow t = 1, x = 64 \Rightarrow t = 2.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^2 \frac{6t^5}{t^3 + t^2} dt = 6 \int_0^2 \left(t^2 - t + 1 - \frac{1}{t+1} \right) dt = \left(2t^3 - 3t^2 + 6t - 6 \ln|t+1| \right) \Big|_1^2 = 6 \ln \frac{2}{3} + 11.$$

$$\text{Suy ra: } a = 6, b = 11. \text{ Vậy } a - b = -5.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC có trọng tâm là $G(-1; -3; 2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $6x + 2y - 3z + 18 = 0$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} - \frac{z}{6} = 1$. **C.** $\frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 0$. **D.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Gọi } A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c).$$

$$G(-1; -3; 2) \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \text{ nên } \begin{cases} -3 = a \\ -9 = b \\ 6 = c \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } (P): \frac{x}{-3} + \frac{y}{-9} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 6x + 2y - 3z + 18 = 0$$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(6; 0; 6)$, $B(8; -4; -2)$, $C(0; 0; 6)$, $D(1; 1; 5)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên đường thẳng CD sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó $a - b + 3c$ có giá trị bằng

A. 24.

B. 0.

C. 10.

D. 26.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\overrightarrow{CD} = (1; 1; -1)$$

$$\text{Đường thẳng } CD \text{ có phương trình: } \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 6 - t \end{cases}.$$

$$M \in CD \text{ nên } M(t; t; 6 - t).$$

Ta có chu vi $\triangle MAB$ bằng: $MA + MB + AB$. Do đó chu vi nhỏ nhất khi và chỉ khi $P = MA + MB$ nhỏ nhất.

Ta có:

$$MA = \sqrt{3t^2 - 12t + 36} = \sqrt{3(t-2)^2 + 24}, \text{ chọn } \vec{u} = (\sqrt{3}(t-2); 2\sqrt{6})$$

$$MB = \sqrt{3t^2 - 24t + 144} = \sqrt{3(t-4)^2 + 96}, \text{ chọn } \vec{v} = (-\sqrt{3}(t-4); 4\sqrt{6})$$

$$\text{Ta có: } \vec{u} + \vec{v} = (2\sqrt{3}; 6\sqrt{6}) \text{ và } P = |\vec{u}| + |\vec{v}| \geq |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{6})^2} = 2\sqrt{57}$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra khi và khi } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}(t-2)}{-\sqrt{3}(t-4)} = \frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{6}} \Leftrightarrow t = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Suy ra: } M\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{10}{3}\right)$$

$$\text{Vậy } a - b + 3c = 10.$$

Câu 43: Mệnh đề nào trong các mệnh đề sau là **SAI**?

A. Hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 3]$.

B. Hàm số $y = 2^x$ có giá trị nhỏ nhất trên nửa khoảng $[-1; 2)$.

C. Hàm số $y = \log_2 x$ có giá trị nhỏ nhất và không có giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $[1; 5)$.

D. Hàm số $y = e^x$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

A đúng, vì hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ nên hàm số có GTLN, GTNN trên đoạn $[0; 3]$.

B đúng, vì $-1 \leq x < 2 \Leftrightarrow 2^{-1} \leq 2^x < 2^2$ nên hàm số có GTNN bằng $\frac{1}{2}$.

C đúng, vì $1 \leq x < 5 \Leftrightarrow \log_2 1 \leq \log_2 x < \log_2 5$ nên hàm số có GTNN bằng 0 và không có GTLN.

D sai, vì $0 < x < 2 \Leftrightarrow e^0 < e^x < e^2$ nên hàm số không có GTNN, GTNN trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 44: Một người vay ngân hàng một tỷ đồng theo phương thức trả góp để mua nhà. Nếu cuối mỗi tháng, bắt đầu từ tháng thứ nhất người đó trả 40 triệu đồng và chịu lãi số tiền chưa trả là 0,65% mỗi tháng (biết lãi suất không thay đổi) thì sau bao lâu người đó trả hết số tiền trên?

A. 29 tháng.

B. 27 tháng.

C. 26 tháng.

D. 28 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi A là số tiền vay, a là số tiền gửi hàng tháng r là lãi suất mỗi tháng.

Đến cuối tháng thứ n thì số tiền còn nợ là:

$$T = A(1+r)^n - a \left[(1+r)^{n-1} + (1+r)^{n-2} + \dots + 1 \right] = A(1+r)^n - \frac{a \left[(1+r)^n - 1 \right]}{r}$$

$$\text{Hết nợ đồng nghĩa } T = 0 \Leftrightarrow A(1+r)^n - \frac{a[(1+r)^n - 1]}{r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{a - Ar}{r}(1+r)^n = \frac{a}{r} \Leftrightarrow n = \log_{1+r} \frac{a}{a - Ar}$$

Áp dụng với $A = 1$ (tỷ), $a = 0,04$ (tỷ), $r = 0,0065$ ta được $n \approx 27,37$.

Vậy cần trả 28 tháng.

Câu 45: Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đồ thị (C_1) và (C_2) tương ứng thì công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Theo công thức tính diện tích hình phẳng $(H) \begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a; x = b \end{cases}$

thì $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = x \ln^2 x$, ta có $f'(e)$ bằng:

A. 3.

B. $\frac{2}{e}.$

C. $2e + 1.$

D. $2e.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f'(x) = \ln^2 x + 2 \ln x$, $f'(e) = \ln^2(e) + 2 \ln e = 3.$

Câu 47: Cho hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 12$. Gọi x_1 và x_2 lần lượt là hoành độ hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $(x_1 - x_2)^2 = 8.$

B. $x_1 x_2 = 2.$

C. $x_2 - x_1 = 3.$

D. $x_1^2 + x_2^2 = 6.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $y' = 6x^2 + 6x - 12$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$

BBT

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		0	0	
		8	-19	
	$-\infty$			$+\infty$

Suy ra: $x_2 = -2, x_1 = 1.$

Vậy $x_2 - x_1 = 3.$

- Câu 48:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có tâm là H . Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó
- A. $H(0; 2; -8)$. B. $H(5; -2; 1)$. C. $H(1; 1; 4)$. **D. $H(3; 0; 2)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) , Δ nhận vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -2; -1)$ của (P) làm vector chỉ phương.

Phương trình tham số $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. Tâm H là giao điểm của Δ và (P) .

Tọa độ H là nghiệm hệ $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \\ 2x - 2y - z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \\ z = 2 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow H(3; 0; 2).$

- Câu 49:** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{4x-6}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+3}$.

C. $y = \frac{3-x}{2-x}$.

D. $y = \frac{x+5}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: $y' = \frac{-7}{(x-2)^2}$, $y' < 0, \forall x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

- Câu 50:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$ và hai điểm $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 3; 2)$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A, B và có tâm thuộc đường thẳng d .

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 17$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 5$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có: Gọi I là tâm mặt cầu (S) đi qua A, B .

Vì I thuộc đường thẳng d nên $I(1+2t; t; -2t)$.

$\overrightarrow{IA} = (-1+2t; -1+t; -2t)$, $\overrightarrow{IB} = (3+2t; -3+t; -2-2t)$

Vì mặt cầu (S) đi qua A, B nên $IA = IB = R$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2t-1)^2 + (t-1)^2 + (-2t)^2} = \sqrt{(2t+3)^2 + (t-3)^2 + (2+2t)^2}$$

$$\Leftrightarrow -4t+1-2t+1=12t+9-6t+9+8t+4 \Leftrightarrow 20t=-20 \Leftrightarrow t=-1.$$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;2)$, và bán kính $R = IA = \sqrt{17}$.

Vậy phương trình mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 17$.