

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh ?

- A. 14. B. 48. C. 6. D. 8.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 3. B. -4. C. 4. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			2		1		2	
	$-\infty$							$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 1)$.

Câu 5: Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 216. B. 18. C. 36. D. 72.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 5$. C. $x = \frac{9}{2}$. D. $x = \frac{7}{2}$.

Câu 7: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

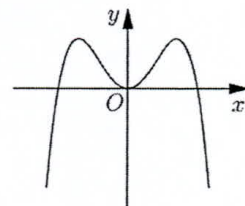
x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			2		-4		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = x^4 - 2x^2$.
C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Câu 10: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

- A. $2 + \log_2 a$. B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$. C. $2 \log_2 a$. D. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A. $\sin x + 3x^2 + C$. B. $-\sin x + 3x^2 + C$. C. $\sin x + 6x^2 + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 12: Môđun của số phức $1+2i$ bằng

- A. 5. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{5}$. D. 3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(2;0;1)$. B. $(2;-2;0)$. C. $(0;-2;1)$. D. $(0;0;1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1;-2;-3)$. B. $(1;2;3)$. C. $(-1;2;-3)$. D. $(1;-2;3)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

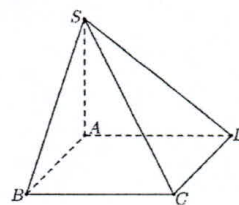
- A. $\vec{n}_2 = (3;2;4)$. B. $\vec{n}_3 = (2;-4;1)$. C. $\vec{n}_1 = (3;-4;1)$. D. $\vec{n}_4 = (3;2;-4)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$?

- A. $P(-1;2;1)$. B. $Q(1;-2;-1)$. C. $N(-1;3;2)$. D. $M(1;2;1)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Câu 18: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

- A. 1. B. 37. C. 33. D. 12.

Câu 20: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

- A. $[-2;4]$. B. $[-4;2]$.
C. $(-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$. D. $(-\infty;-4] \cup [2;+\infty)$.

Câu 22: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 18π . B. 36π . C. 54π . D. 27π .

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		1		0		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 24: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

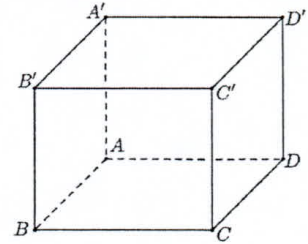
- A. $x + 3 \ln(x-1) + C$. B. $x - 3 \ln(x-1) + C$.
C. $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$. D. $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$.

Câu 25: Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr. 79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Câu 26: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = \sqrt{3}a$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}a^3$. B. $4\sqrt{3}a^3$.
C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.



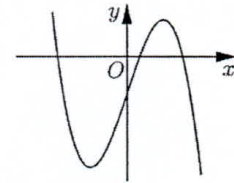
Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 28: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.

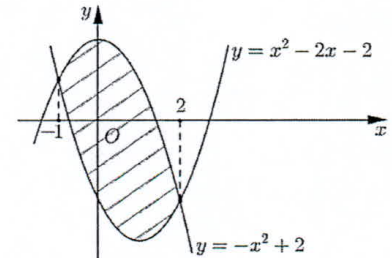
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; d > 0$. B. $a < 0; d > 0$.
C. $a > 0; d < 0$. D. $a < 0; d < 0$.



Câu 29: Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.



Câu 30: Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \bar{z}_2$ bằng

- A. -2. B. $2i$. C. 2. D. $-2i$.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây?

- A. $P(-3; 4)$. B. $Q(5; 4)$. C. $N(4; -3)$. D. $M(4; 5)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 25. B. 23. C. 27. D. 29.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$.

Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$. B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.
C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ có phương trình là}$$

A. $2x+2y+z+3=0$.

B. $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$.

D. $x-2y-z-2=0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\vec{u}_4 = (1;1;1)$.

B. $\vec{u}_3 = (1;1;2)$.

C. $\vec{u}_1 = (3;4;1)$.

D. $\vec{u}_2 = (3;4;2)$.

Câu 36: Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A. $\frac{41}{81}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{16}{81}$.

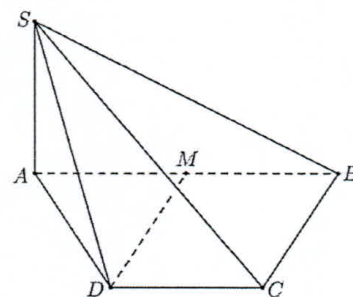
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

A. $\frac{3a}{4}$.

B. $\frac{3a}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}$.



Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(3)=3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x)dx$ bằng

A. 7.

B. $\frac{197}{6}$.

C. $\frac{29}{2}$.

D. $\frac{181}{6}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 40: Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .

Câu 41: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(2x+y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\log_2\left(\frac{3}{2}\right)$.

D. $\log_{\frac{3}{2}} 2$.

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S bằng

A. -16.

B. 16.

C. -12.

D. -2.

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1;2]$ là

A. $(1;2)$.

B. $[1;2]$.

C. $[1;2)$.

D. $[2;+\infty)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

- A. $-\sin 2x + \cos 2x + C$. B. $-2\sin 2x + \cos 2x + C$.
C. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$. D. $2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

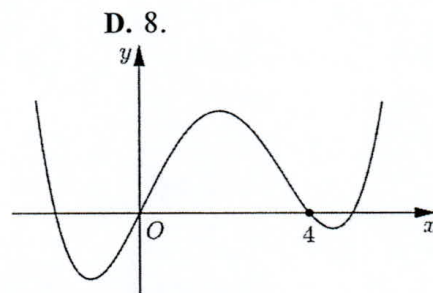
Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 8.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

- A. 5. B. 3. C. 7. D. 11.



Câu 47: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

- A. 2019. B. 6. C. 2020. D. 4.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng

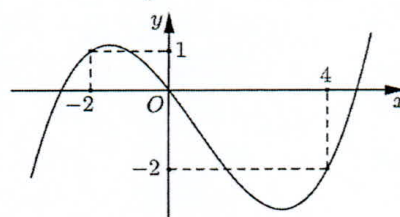
- A. $-\frac{17}{20}$. B. $-\frac{13}{4}$. C. $\frac{17}{4}$. D. -1 .

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; \frac{3}{2})$. B. $(0; \frac{1}{2})$.
C. $(-2; -1)$. D. $(2; 3)$.



----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.A	2.A	3.C	4.D	5.A	6.B	7.B	8.D	9.A	10.C
11.A	12.C	13.B	14.D	15.D	16.A	17.B	18.B	19.C	20.D
21.A	22.B	23.C	24.A	25.B	26.A	27.C	28.D	29.A	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.B	36.A	37.A	38.B	39.D	40.A
41.B	42.A	43.C	44.C	45.B	46.C	47.D	48.B	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 14.**B.** 48.**C.** 6.**D.** 8.**Lời giải***Tác giả : Lê Nguyễn Trọng Hiếu; Fb : Lê Nguyễn Trọng Hiếu***Chọn A**

Số cách chọn 1 học sinh từ 14 học sinh là 14.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3.**B.** -4.**C.** 4.**D.** $\frac{1}{3}$.**Lời giải***Tác giả : Lê Nguyễn Trọng Hiếu; Fb : Lê Nguyễn Trọng Hiếu***Chọn A**Áp dụng công thức: $u_{n+1} = u_n \cdot q$.Ta có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$.**B.** $2\pi rl$.**C.** πrl .**D.** $\frac{1}{3}\pi rl$.**Lời giải***Tác giả : Lê Nguyễn Trọng Hiếu; Fb : Lê Nguyễn Trọng Hiếu***Chọn C**Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình nón $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau





x	$-\infty$	-1		0		1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		2		1		2	
	$-\infty$						$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Tác giả : Lê Nguyễn Trọng Hiếu; Fb : Lê Nguyễn Trọng Hiếu

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 5. Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 216.

B. 18.

C. 36.

D. 72.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Bích Ngọc; Fb: Nguyễn Thị Bích Ngọc

Chọn A

Thể tích của khối lập phương có công thức $V = 6^3 = 216$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là

A. $x = 3$.

B. $x = 5$.

C. $x = \frac{9}{2}$.

D. $x = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Cần Duy Phúc; Fb: Duy Phuc Can

Chọn B

$$\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow 2x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 5.$$

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Tác giả: Cần Duy Phúc; Fb: Duy Phuc Can

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -2 + 1 = -1.$$





Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

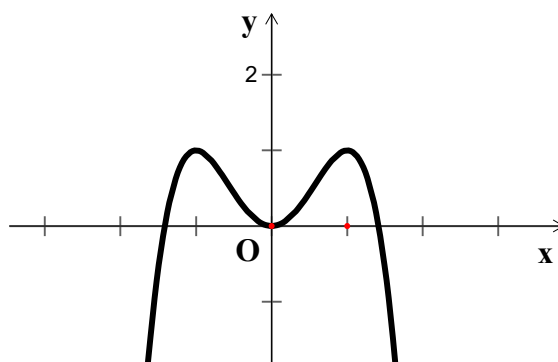
Lời giải

Tác giả: Hàng Tiên Thọ ; Fb: Hàng Tiên Thọ

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y = -4$ tại $x = 3$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$.

B. $y = x^4 + 2x^2$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Dung; Fb: Bui Thi Dung

Chọn A

Nhìn vào đồ thị ta thấy đây không thể là đồ thị của hàm số bậc 3 $\Rightarrow$ Loại C, D.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty \Rightarrow$ Loại B.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 10. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(a^2)$ bằng

A. $2 + \log_2 a$.

B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.

C. $2\log_2 a$.

D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.

Lời giải

Tác giả: Bùi Thị Dung; Fb: Bui Thi Dung



**Chọn C**Ta có: $\log_2(a^2) = 2 \log_2 a$.**Câu 11.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là**A.** $\sin x + 3x^2 + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$. **C.** $\sin x + 6x^2 + C$. **D.** $-\sin x + C$.**Lời giải***Tác giả: Bùi Thị Dung; Fb: Bui Thi Dung***Chọn A**Ta có: $\int f(x) dx = \int (\cos x + 6x) dx = \int \cos x dx + 3 \int 2x dx = \sin x + 3x^2 + C$.**Câu 12.** Môđun của số phức $1 + 2i$ bằng**A.** 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 3.**Lời giải***Tác giả: Bùi Thị Dung; Fb: Bui Thi Dung***Chọn A**Ta có: $|1 + 2i| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$.**Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là**A.** $(2; 0; 1)$. **B.** $(2; -2; 0)$. **C.** $(0; -2; 1)$. **D.** $(0; 0; 1)$.**Lời giải***Tác giả: Đỗ Bảo Châu; Fb: Đỗ Bảo Châu***Chọn B**Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $M'(2; -2; 0)$.**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là**A.** $(-1; -2; -3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(-1; 2; -3)$. **D.** $(1; -2; 3)$.**Lời giải***Tác giả: Đỗ Bảo Châu; Fb: Đỗ Bảo Châu***Chọn D**Tâm của (S) có tọa độ là $I(1; -2; 3)$.**Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?**A.** $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$. **B.** $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$. **C.** $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

**Lời giải****Tác giả: Đỗ Bảo Châu; Fb: Đỗ Bảo Châu****Chọn D**

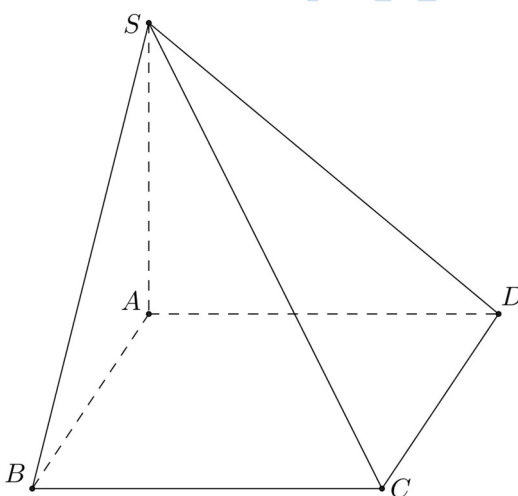
Vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$ là $\vec{n}_\alpha = (3; 2; -4)$.

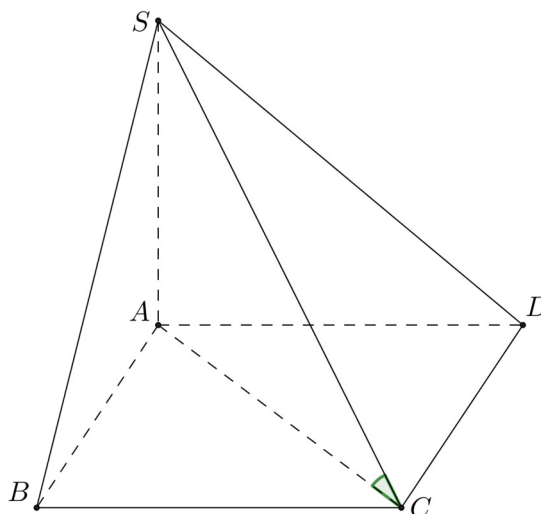
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{3}$

A. $P(-1; 2; 1)$.**B.** $Q(1; -2; -1)$.**C.** $N(-1; 3; 2)$.**D.** $M(1; 2; 1)$.**Lời giải****Tác giả: Huỳnh Phạm Minh Nguyên ; Fb: Nguyen Huynh****Chọn A**

Theo phương trình đường thẳng, đường thẳng d đi qua điểm $P(-1; 2; 1)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

**A.** 45° .**B.** 30° .**C.** 60° .**D.** 90° .**Lời giải****Tác giả: Nghiêm Phương ; Fb: nghiêm Phương**

**Chọn B**

Ta có $\begin{cases} SA \perp (ABCD) \\ A \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow A$ là hình chiếu vuông góc của S trên $(ABCD)$. Suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$.

Khi đó, $\widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.

Xét tam giác SAC vuông tại A , $\tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^\circ$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Nghiêm Phương ; Fb: nghiêm Phương

Chọn B

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$. Vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 1.

B. 37.

C. 33.

D. 12.

Lời giải

Tác giả: Nghiêm Phương ; Fb: nghiêm Phương



**Chọn C**Ta có $f'(x) = -4x^3 + 24x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 24x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 2] \\ x = \sqrt{6} \notin [-1; 2] \\ x = -\sqrt{6} \notin [-1; 2] \end{cases}.$$

$$f(-1) = 12, f(2) = 33, f(0) = 1.$$

$$\text{Vậy } \max_{[-1; 2]} f(x) = f(2) = 33.$$

Câu 20. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$.

B. $a^3 = b$.

C. $a = b$.

D. $a^2 = b$.

Lời giải*Tác giả: Nghiêm Phương ; Fb: nghiêm Phương***Chọn D**

$$\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab)$$

$$\Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$

A. $[-2; 4]$.

B. $[-4; 2]$.

C. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

D. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Thị Bích Ngọc; Fb: Nguyễn Thị Bích Ngọc***Chọn A**

$$5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9} \Leftrightarrow x-1 \geq x^2-x-9 \Leftrightarrow x^2-2x-8 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

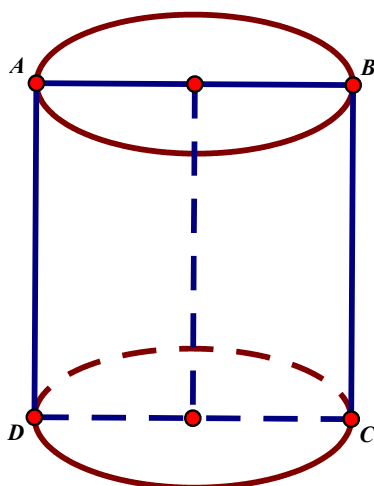
A. 18π .

B. 36π .

C. 54π .

D. 27π .

Lời giải*Tác giả: Nguyễn Thị Bích Ngọc; Fb: Nguyễn Thị Bích Ngọc*

**Chọn B**

Thiết diện qua trục là hình vuông $ABCD$.

Theo đề bán kính đáy là $r = 3$ nên $l = BC = 2r = 6$.

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 6 = 36\pi$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		1		0		$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là:

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Tác giả: Hoàng Thị Mến ; Fb: Hoàng Mến

Chọn C

Ta có $3f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{2}{3}$. Số nghiệm của phương trình chính là số hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{2}{3}$ (song song với trục hoành). Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là:

A. $x + 3\ln(x-1) + C$. **B.** $x - 3\ln(x-1) + C$. **C.** $x - \frac{3}{(x-1)^2} + C$. **D.** $x + \frac{3}{(x-1)^2} + C$.

Lời giải



Tác giả: Hoàng Thị Mến ; Fb: Hoàng Mến

Chọn A

Ta có:

$$\int f(x) dx = \int \frac{x+2}{x-1} dx = \int \frac{x-1+3}{x-1} dx = \int \left(1 + \frac{3}{x-1}\right) dx = x + 3 \ln|x-1| + C = x + 3 \ln(x-1) + C$$

(Do $x \in (1; +\infty)$ nên $x-1 > 0$ suy ra $|x-1| = x-1$).

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81%, dự báo dân số Việt Nam năm 2035 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

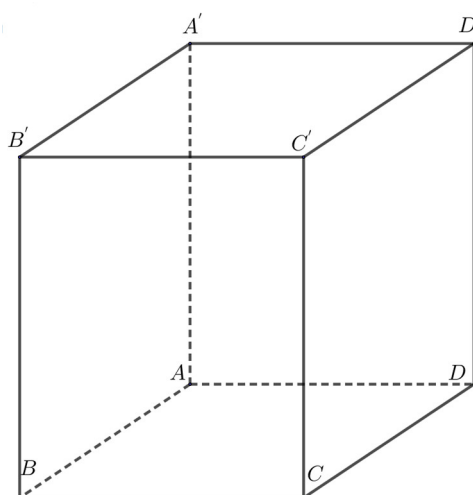
A. 109.256.100. B. 108.374.700. C. 107.500.500. D. 108.311.100.

Lời giải

Tác giả: Đỗ Tấn Lộc, FB: Đỗ Tấn Lộc

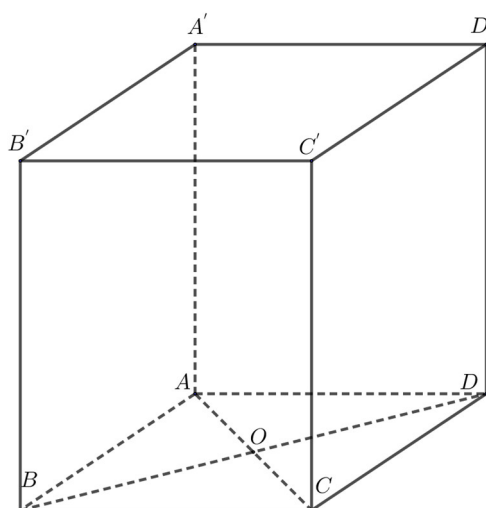
Chọn BÁp dụng công thức $S = Ae^{Nr}$ Dân số Việt Nam năm 2035 là $S = 93.671.600 \cdot e^{18 \cdot 0,81\%} \approx 108.374.741$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = \sqrt{3}a$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$.B. $4\sqrt{3}a^3$.C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.**Lời giải**

Tác giả: Nguyễn Thanh Hương ; Fb: Thanh Hương Nguyễn

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có: $BO = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông ABO ta có: $AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a$.

Diện tích hình thoi $ABCD$ là $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AC \cdot BD = \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 27. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Tác giả: Lê Thế Nguyễn ; Fb: Lê Thế Nguyễn

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

Ta có:

$$y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(5x+1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{5x+1}{x+1}$$

Suy ra:





$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5$$

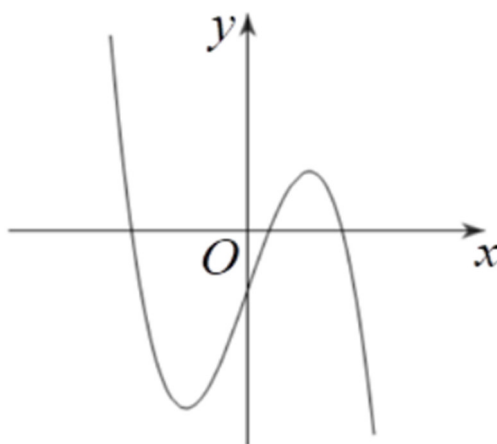
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x+1}{x+1} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{5x+1}{x+1} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{5x+1}{x+1} = \infty$$

Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là $x = -1$ và 1 tiệm cận ngang là $y = 5$.

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0; d > 0$.

B. $a < 0; d > 0$.

C. $a > 0; d < 0$.

D. $a < 0; d < 0$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn; Fb: Nguyễn Tuấn

Chọn D

+ Dựa vào dạng đồ thị ta thấy: $a < 0$.

+ Với $x = 0$ ta có: $y(0) = d < 0$.

Câu 29. Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng.

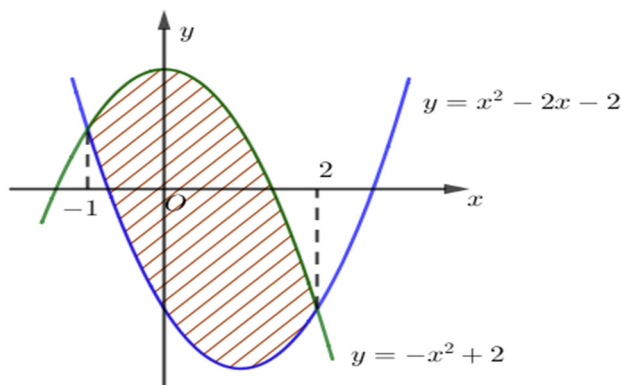
A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.

C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x - 4) dx$.



**Lời giải****Tác giả: Lê Thị Hương ; Fb: Lê Hương****Chọn A**

Từ hình vẽ ta thấy ,hình phẳng được gạch chéo là giới hạn bởi 2 hàm số $y = -x^2 + 2$ và $y = x^2 - 2x - 2$ nên diện tích là $\int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = -3 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ bằng

A. -2 .**B.** $2i$.**C.** 2 .**D.** $-2i$.**Lời giải****Tác giả: Trần Văn Tân ; Fb: Trần Văn Tân****Chọn C**

Từ $z_2 = 1 - i$ suy ra $\overline{z_2} = 1 + i$. Do đó $z_1 + \overline{z_2} = (-3 + i) + (1 + i) = -2 + 2i$.

Vậy phần ảo của số phức $z_1 + \overline{z_2}$ là 2 .

Câu 31. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ là điểm nào dưới đây ?

A. $P(-3; 4)$.**B.** $Q(5; 4)$.**C.** $N(4; -3)$.**D.** $M(4; 5)$.**Lời giải****Tác giả: Trần Văn Tân ; Fb: Trần Văn Tân****Chọn A**

Theo bài ta có, $z = (1 + 2i)^2$ hay $z = 1 + 4i + 4i^2 = -3 + 4i$.

Vậy điểm biểu diễn số phức $z = (1 + 2i)^2$ trên mặt phẳng tọa độ là điểm $P(-3; 4)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A. 25 .**B.** 23 .**C.** 27 .**D.** 29 .

**Lời giải****Tác giả: Trần Văn Tân ; Fb: Trần Văn Tân****Chọn B**

Từ bài toán ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1 + (-2); 0 + 2; 3 + 5)$ hay $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 2; 8)$.

Do đó $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1 \cdot (-1) + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23$.

Vậy $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 23$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

B. $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.

Lời giải**Tác giả: Trần Văn Tân ; Fb: Trần Văn Tân****Chọn A**

Do mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$ nên bán kính mặt cầu (S) là

$$R = IM = \sqrt{(4 - 0)^2 + (0 - 0)^2 + (0 + 3)^2} = 5.$$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1} \text{ có phương trình là}$$

A. $2x + 2y + z + 3 = 0$.

B. $x - 2y - z = 0$.

C. $2x + 2y + z - 3 = 0$.

D. $x - 2y - z - 2 = 0$.

Lời giải**Tác giả: Đoàn Ngọc Hoàng; Fb: Hoàng Đoàn****Chọn C**

Đường thẳng Δ có vector chỉ phương $\vec{a} = (2; 2; 1)$. Vì mặt phẳng cần tìm vuông góc với Δ nên nó nhận $\vec{a} = (2; 2; 1)$ làm vector pháp tuyến. Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là

$$2(x - 1) + 2(y - 1) + z + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 3 = 0.$$





Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$?

A. $\vec{u}_4 = (1;1;1)$.

B. $\vec{u}_3 = (1;1;2)$.

C. $\vec{u}_1 = (3;4;1)$.

D. $\vec{u}_2 = (3;4;2)$.

Lời giải

Tác giả: Thu Hà ; Fb: Thu Hà

Chọn B.

$$\overrightarrow{MN} = (2;2;4) = 2(1;1;2).$$

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(2;3;-1)$ và $N(4;5;3)$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1;1;2)$

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là chẵn bằng

A. $\frac{41}{81}$.

B. $\frac{4}{9}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{16}{81}$.

Lời giải

Tác giả: Đoàn Ngọc Hoàng; Fb: Hoàng Đoàn

Chọn A

Gọi A là biến cố: “ Số được chọn có tổng các chữ số là chẵn ”.

$$\text{Ta có } |\Omega| = 9 \cdot A_9^2 = 648.$$

Vì số được chọn có tổng các chữ số là chẵn nên có 2 trường hợp:

TH1: Cả 3 chữ số đều chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số chẵn còn lại có C_4^2 ,

$$\Rightarrow \text{có } (3! - 2)C_4^2 = 24 \text{ số.}$$

* Không có mặt chữ số 0

Chọn 3 chữ số chẵn có C_4^3 ,

$$\Rightarrow \text{có } 3!C_4^3 = 24 \text{ số.}$$

TH2: Có 2 chữ số lẻ và 1 chữ số chẵn.

* Có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2 ,

$$\Rightarrow \text{có } (3! - 2)C_5^2 = 40 \text{ số.}$$





* Không có mặt chữ số 0

Chọn 2 chữ số lẻ có C_5^2 , chọn 1 chữ số chẵn có 4

$\Rightarrow$ có $3!4.C_5^2 = 240$ số.

$\Rightarrow |\Omega_A| = 24 + 24 + 40 + 240 = 328.$

Vậy $P(A) = \frac{328}{648} = \frac{41}{81}.$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB = 2a, AD = DC = CB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3a$. Gọi M là trung điểm AB . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

A. $\frac{3a}{4}.$

B. $\frac{3a}{2}.$

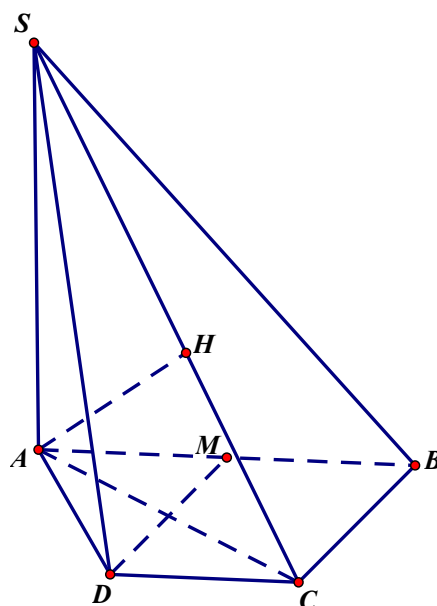
C. $\frac{3\sqrt{13}a}{13}.$

D. $\frac{6\sqrt{13}a}{13}.$

Lời giải

Tác giả: Đoàn Phú Như ; Fb: Như Đoàn

Chọn A



Ta có $BCDM$ là hình bình hành (vì CD song song và bằng BM) nên $DM = BC = \frac{1}{2}AB$ suy ra tam giác ADB vuông tại D . Tương tự tam giác ACB vuông tại C .

Vì $DM \parallel CB \Rightarrow DM \parallel (SBC) \Rightarrow d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2}d(A, (SBC))$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow (SBC) \perp (SAC)$, do đó gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC thì $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.





Trong tam giác vuông SAC ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{9a^2} \Rightarrow AH = \frac{3a}{2}$

Vậy $d(SB, DM) = \frac{3a}{4}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có $f(3) = 3$ và $f'(x) = \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}}$, $\forall x > 0$. Khi đó $\int_3^8 f(x) dx$ bằng

A. 7.

B. $\frac{197}{6}$.

C. $\frac{29}{2}$.

D. $\frac{181}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Phương, facebook: lephuongtt1

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) &= \int f'(x) dx = \int \frac{x}{x+1-\sqrt{x+1}} dx \\ &= \int \frac{x(x+1+\sqrt{x+1})}{(x+1)^2 - (x+1)} dx = \int \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx = x + 2\sqrt{x+1} + C. \end{aligned}$$

Ta có $f(3) = 3 \Leftrightarrow C = -4$ suy ra $f(x) = x + 2\sqrt{x+1} - 4$.

$$\text{Khi đó } \int_3^8 f(x) dx = \int_3^8 (x + 2\sqrt{x+1} - 4) dx = \frac{197}{6}.$$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả: Trần Vinh ; Fb: Vinh Trần

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$f'(x) = \frac{4-m^2}{(x-m)^2}.$$

$$\text{Để hàm số đồng biến trên } (0; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) > 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m^2 > 0 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 0$$

Do m nhận giá trị nguyên nên $m \in \{-1; 0\}$. Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.





Câu 40. Cho hình nón có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều có diện tích bằng $9\sqrt{3}$. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\frac{32\sqrt{5}\pi}{3}$.

B. 32π .

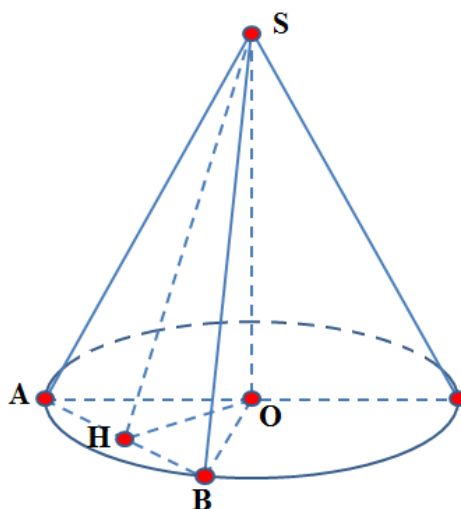
C. $32\sqrt{5}\pi$.

D. 96π .

Lời giải

Tác giả: Đào Văn Vinh ; Fb: Đào Văn Vinh

Chọn A



Mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB .

Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH \perp AB$ và $OH \perp AB$.

Theo đề bài ta có:

$$h = SO = 2\sqrt{5}.$$

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SH = 9\sqrt{3}, \text{ mà } SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\triangle SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3} \Leftrightarrow AB^2 = 36 \Leftrightarrow AB = 6 \quad (AB > 0).$$

$$\Rightarrow SA = SB = AB = 6.$$

$$\triangle SOA \text{ vuông tại } O \text{ ta có: } SA^2 = OA^2 + SO^2 \Rightarrow OA^2 = SA^2 - SO^2 = 16.$$

$$\Rightarrow r = OA = 4 \quad (OA > 0).$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 2\sqrt{5} = \frac{32\sqrt{5}\pi}{3}.$$





Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x + y)$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng?

A. 2.

B. $\frac{1}{2}$.C. $\log_2 \left(\frac{3}{2}\right)$.D. $\log_{\frac{3}{2}} 2$.**Lời giải**

Nguyễn Đình Đức, Fb: Nguyễn Đình Đức

Chọn B

Giả sử $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (2x + y) = t$. Suy ra:
$$\begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ 2x + y = 4^t \end{cases} \Rightarrow 2 \cdot 9^t + 6^t = 4^t$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^t + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = -1 \text{ (loại)} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Ta có: $\frac{x}{y} = \frac{9^t}{6^t} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{1}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng 16. Tổng tất cả các phần tử của S là:

A. -16.

B. 16.

C. -12.

D. -2.

Lời giải

Tác giả: Lê Quốc Đạt; Fb: Dat Le Quoc

Tác giả: Đoàn Phú Như; Fb: Như Đoàn

Chọn A**Cách 1: Lê Quốc Đạt**

Xét $u = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0; 3]$ có $u' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0; 3]$.

Khi đó
$$\begin{cases} \max_{[0;3]} u = \max \{u(0), u(1), u(3)\} = \max \{m, m-2, m+18\} = m+18 \\ \min_{[0;3]} u = \min \{u(0), u(1), u(3)\} = \min \{m, m-2, m+18\} = m-2 \end{cases}.$$

Suy ra
$$\max_{[0;3]} f(x) = \max \{|m-2|, |m+18|\} = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} |m+18| = 16 \\ |m+18| \geq |m-2| \\ |m-2| = 16 \\ |m-2| \geq |m+18| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = -14 \end{cases}.$$





Do đó tổng tất cả các phần tử của S bằng -16 .

Cách 2 : Đoàn Phú Như

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + m, x \in [0; 3]$, ta có $g'(x) = 3x^2 - 3; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$:

x	0	1	3
y'	-	0	+
y	m	$m-2$	$m+18$

Từ bảng biến thiên ta suy ra :

Nếu : $m \geq -8$ thì $\max_{[0;3]} f(x) = m+18$, do đó $\max_{[0;3]} f(x) = 16 \Leftrightarrow m+18 = 16 \Leftrightarrow m = -2$

Nếu : $m < -8$ thì $\max_{[0;3]} f(x) = 2-m$, do đó $\max_{[0;3]} f(x) = 16 \Leftrightarrow 2-m = 16 \Leftrightarrow m = -14$

Vậy $S = \{-14; -2\}$. Tổng các phần tử của S bằng -16 .

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2(2x) - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ là

A. $(1; 2)$.

B. $[1; 2]$.

C. $[1; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Quang Thân ; Fb: Ben Nguyen

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

$$pt \Leftrightarrow (1 + \log_2 x)^2 - (m+2)\log_2 x + m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - m \log_2 x + m - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = m - 1 \end{cases}$$

Ta có: $x \in [1; 2] \Leftrightarrow \log_2 x \in [0; 1]$.

Vậy để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[1; 2]$ khi và chỉ khi

$$0 \leq m - 1 < 1 \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là





A. $-\sin 2x + \cos 2x + C$

B. $-2\sin 2x + \cos 2x + C$.

C. $-2\sin 2x - \cos 2x + C$.

D. $2\sin 2x - \cos 2x + C$.

Lời giải**Tác giả: Vương Hữu Quang; Fb: Vương Hữu Quang****Chọn C.**

Theo đề bài $\cos 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$ ta suy ra:

$$\Rightarrow (\cos 2x)' = f(x)e^x \Leftrightarrow -2\sin 2x = f(x)e^x \Leftrightarrow f(x) = \frac{-2\sin 2x}{e^x}.$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{-4e^x \cos 2x + 2e^x \sin 2x}{(e^x)^2} = \frac{-4\cos 2x + 2\sin 2x}{e^x}.$$

$$\Rightarrow f'(x).e^x = -4\cos 2x + 2\sin 2x$$

$$\text{Vậy } \int f'(x)e^x dx = \int (-4\cos 2x + 2\sin 2x)dx = -2\sin 2x - \cos 2x + C.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $2f(\sin x) + 3 = 0$ là

A. 4.

B. 6.

C. 3.

D. 8.

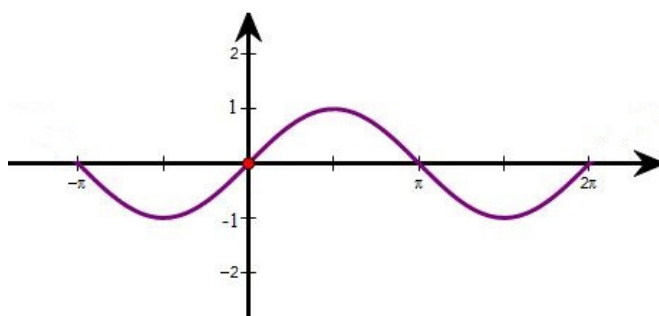
Lời giải**Tác giả: Lê Phương, facebook: lephuongtt1****Chọn B**

$$\text{Ta có } 2f(\sin x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(\sin x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = a_1 \in (-\infty; -1) & (1) \\ \sin x = a_2 \in (-1; 0) & (2) \\ \sin x = a_3 \in (0; 1) & (3) \\ \sin x = a_4 \in (1; +\infty) & (4) \end{cases}$$

Các phương trình (1) và (4) đều vô nghiệm.

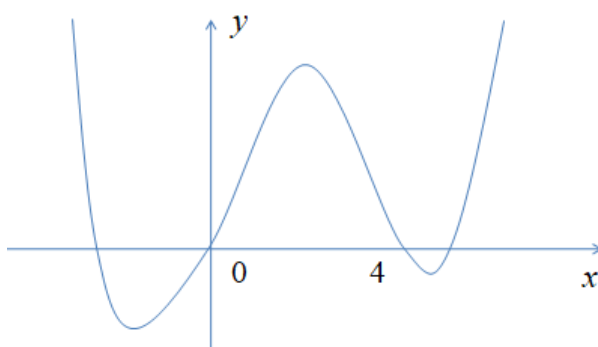
Xét đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên $[-\pi; 2\pi]$





Ta thấy phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt và phương trình (3) có 2 nghiệm phân biệt đồng thời trong số chúng không có 2 nghiệm nào trùng nhau. Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 7.

D. 11.

Lời giải

Tác giả, Fb: Nguyễn Quang Thái

Chọn C

Do $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn nên là hàm số liên tục và có đạo hàm luôn xác định tại $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Theo đồ thị hàm số ta có được } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \in (-2; 0) \\ x = x_2 \in (0; 4) \\ x = x_3 \in (4; 6) \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } g'(x) = (3x^2 + 6x)f'(x^3 + 3x^2) \text{ nên } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 6x = 0 \\ f'(x^3 + 3x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x^3 + 3x^2 = x_1 \\ x^3 + 3x^2 = x_2 \\ x^3 + 3x^2 = x_3 \end{cases}.$$

Xét hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2$ trên $\mathbb{R}$.





Ta có $h'(x) = 3x^2 + 6x$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$, từ đó ta có BBT của $y = h(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$h'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Từ BBT của hàm số $h(x) = x^3 + 3x^2$ nên ta có $h(x) = x_1$ có đúng một nghiệm, $h(x) = x_2$ có đúng 3 nghiệm, $h(x) = x_3$ có đúng một nghiệm phân biệt và các nghiệm này đều khác 0 và -2 . Vì thế phương trình $g'(x) = 0$ có đúng bảy nghiệm phân biệt và đều là các nghiệm đơn nên hàm số $y = g(x)$ có 7 cực trị.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019.

B. 6.

C. 2020.

D. 4.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tuấn; Fb: Nguyễn Tuấn

Chọn D

+ Ta có: $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow 1 + \log_3(x+1) + x = 2y + 9^y$ (1).

+ Đặt $t = \log_3(x+1)$. Suy ra: $x+1 = 3^t \Leftrightarrow x = 3^t - 1$.

Khi đó: (1) $\Leftrightarrow t + 3^t = 2y + 3^{2y}$ (2).

Xét hàm số: $f(h) = h + 3^h$, ta có: $f'(h) = 1 + 3^h \ln 3 > 0 \forall h \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(h)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó: (2) $\Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Leftrightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x+1 = 3^{2y} \Leftrightarrow x+1 = 9^y$.

+ Do $0 \leq x \leq 2020$ nên $1 \leq x+1 \leq 2021 \Leftrightarrow 1 \leq 9^y \leq 2021 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2021 \approx 3,46$.

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3\}$, với mỗi giá trị y cho ta 1 giá trị x thỏa đề.

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa đề.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi

đó $\int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{17}{20}$.

B. $-\frac{13}{4}$.

C. $\frac{17}{4}$.

D. -1 .



**Lời giải****Tác giả : Lê Quốc Đạt; Fb: Dat Le Quoc****Chọn B****Cách 1: Tự Luận**Ta có $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 - 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ (1)

$$\Leftrightarrow x^2 f(x^3) + xf(1-x^2) = -x^{11} + x^7 - 2x^2$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^0 x^2 f(x^3) dx + \int_{-1}^0 xf(1-x^2) dx = \int_{-1}^0 (-x^{11} + x^7 - 2x^2) dx = \frac{-17}{24}$$

Xét $I_1 = \int_{-1}^0 x^2 f(x^3) dx$ đặt $u = x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow \frac{1}{3} du = x^2 dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow u = -1 \\ x = 0 \Rightarrow u = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(u) du = \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x) dx$$

Xét $I_2 = \int_{-1}^0 xf(1-x^2) dx$ đặt $u = 1-x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow \frac{-1}{2} du = x dx$

Đổi cận: $\begin{cases} x = -1 \Rightarrow u = 0 \\ x = 0 \Rightarrow u = 1 \end{cases}$

$$\Rightarrow I_2 = -\frac{1}{2} \int_0^1 f(u) du = -\frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x) dx - \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) dx = \frac{-17}{24} \quad (2)$$

Trong (1) thay x bởi $-x$ ta được: $-xf(-x^3) + f(1-x^2) = -x^{10} + x^6 + 2x$, (3)

Lấy (1) trừ (3) ta được: $xf(x^3) + xf(-x^3) = -4x$

$$\Rightarrow x^2 f(x^3) + x^2 f(-x^3) = -4x^2$$

$$\Rightarrow \int_{-1}^0 x^2 f(x^3) dx + \int_{-1}^0 x^2 f(-x^3) dx = \int_{-1}^0 -4x^2 dx = \frac{-4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \int_{-1}^0 f(x) dx + \frac{1}{3} \int_0^1 f(x) dx = \frac{-4}{3} \quad (4)$$





Từ (2) và (4) suy ra $\int_{-1}^0 f(x)dx = \frac{-13}{4}$.

Cách 2: Thử nghiệm có thể chọn hàm:

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{3}$.

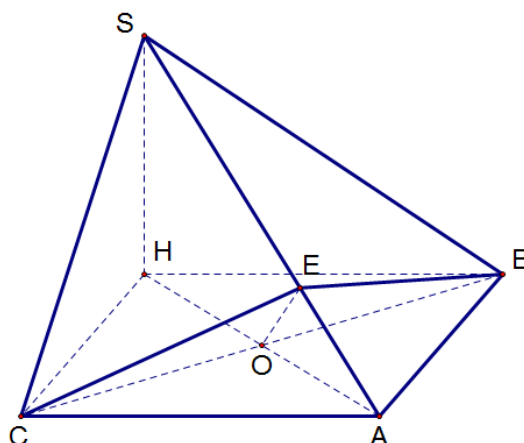
C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Tú ; Fb: Tu Nguyenvan

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của S lên (ABC) .

Theo bài ra, ta có $HC \perp CA$, $HB \perp BA \Rightarrow ABHC$ là hình vuông cạnh a .

Gọi $O = HA \cap BC$, E là hình chiếu của O lên SA .

Ta dễ dàng chứng minh được $EC \perp SA$, $EB \perp SA$.

Từ đó, ta được: góc giữa (SAC) và (SAB) là góc giữa EB và EC .

Vì $\widehat{CAB} = 90^\circ$ nên $\widehat{BEC} > 90^\circ \Rightarrow \widehat{BEC} = 120^\circ$.

Ta dễ dàng chỉ ra được $\widehat{OEB} = \widehat{OEC} = 60^\circ$.

$$\text{Đặt } SH = x \Rightarrow SA = \sqrt{x^2 + 2a^2} \Rightarrow OE = \frac{AO \cdot SH}{SA} = \frac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 2a^2}}.$$

$$\tan 60^\circ = \frac{OC}{OE} \Rightarrow \frac{a\sqrt{2}}{2} : \frac{xa\sqrt{2}}{2\sqrt{x^2 + 2a^2}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = a.$$

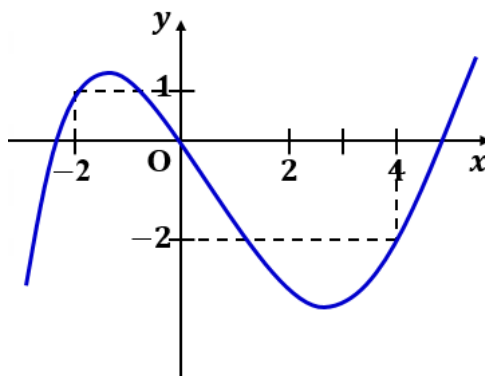




$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{2} V_{S.HBAC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot a^2 = \frac{a^3}{6}.$$

Cách 2: Dùng tọa độ

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Tác giả : Lê Nguyễn Trọng Hiếu; Fb : Lê Nguyễn Trọng Hiếu

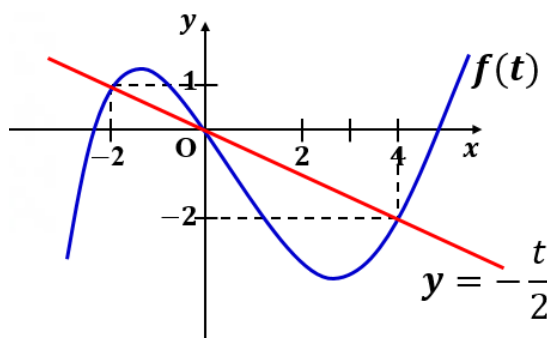
Chọn A

Cách 1:

Ta có: $g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1$.

Hàm số nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) > -\frac{1-2x}{2}$.

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{t}{2}$.



Dựa vào đồ thị ta có: $f'(t) > -\frac{t}{2} \Rightarrow \begin{cases} -2 < t < 0 \\ t > 4 \end{cases}$.





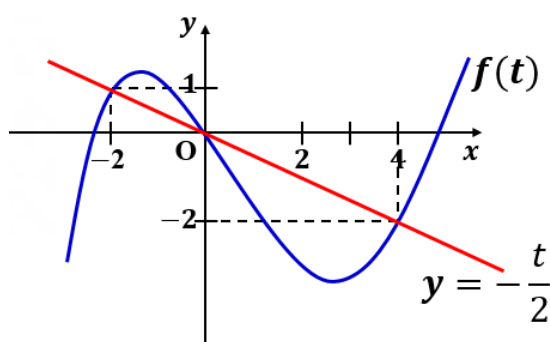
$$\text{Khi đó: } g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 1-2x < 0 \\ 1-2x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Cách 2:

$$\text{Ta có: } g(x) = f(1-2x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -2f'(1-2x) + 2x - 1.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(1-2x) = -\frac{1-2x}{2}.$$

Xét sự tương giao của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = -\frac{t}{2}$.



$$\text{Từ đồ thị ta có: } f'(t) = -\frac{t}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 4 \end{cases}. \text{ Khi đó: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x = -2 \\ 1-2x = 0 \\ 1-2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$			
$g'(x)$		-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy: hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

