

Câu 1. Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 4$ là

- A. $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$
C. $(2; +\infty)$ D. $(-2; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

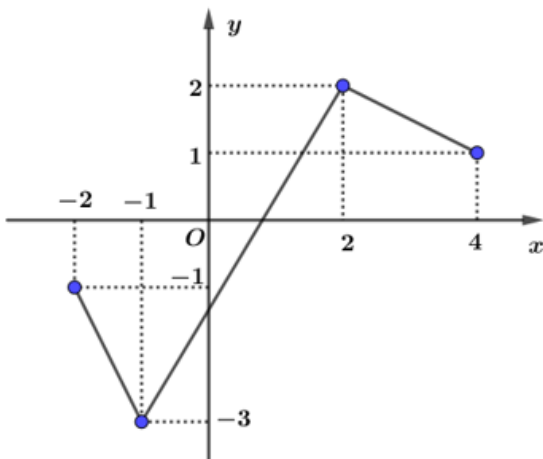
Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$. B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 3. Hàm số $y = x^4 + 3x^2 - 4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2; 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max_{[-2; 4]} |f(x)|$.

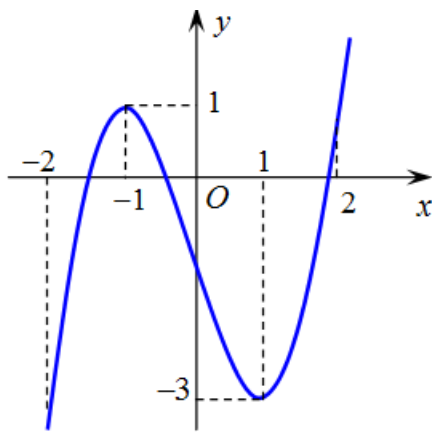


- A. $|f(0)|$. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 5. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

- A. $x = -\frac{1}{2}$. B. $x = 3$. C. $y = -\frac{1}{3}$. D. $y = 2$.

Câu 6. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 7. Tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ luôn đồng biến trên tập xác định là

- A. $m \geq 3$ B. $m < 3$ C. $m \leq 3$ D. $m > 3$

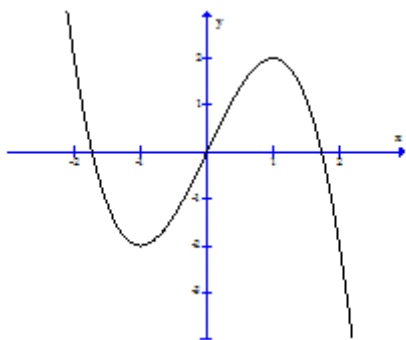
Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-2; 2)$. B. $(-\infty; -3)$. C. $(-3; 0)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 9. Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ cắt đường thẳng $d: y = m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 > 5$.

- A. $m > -2$. B. $m \geq -2$. C. $m > -3$. D. $m \geq -3$.

Câu 10. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - x^2 + 2$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Câu 18. Cho $0 < a, b \neq 1$, x và y là hai số dương. Tìm mệnh đề **ĐÚNG** trong các mệnh đề sau

A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

B. $\log_b x = \log_b a \cdot \log_a x$.

C. $\log_a (x+y) = \log_a x + \log_a y$.

D. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

Câu 19. Một người gửi số tiền M triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,7\%$ /tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Sau ba năm, người đó muốn lãnh được số tiền là 5 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất ngân hàng không đổi, thì người đó cần gửi số tiền M là:

A. 3 triệu 600 ngàn đồng.

B. 3 triệu 800 ngàn đồng.

C. 3 triệu 700 ngàn đồng.

D. 3 triệu 900 ngàn đồng.

Câu 20. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = (0,7)^x$.

B. $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$.

C. $y = (\sqrt{5}-2)^x$.

D. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

Câu 21. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là?

A. $a^{\frac{6}{7}}$.

B. $a^{\frac{5}{6}}$.

C. $a^{\frac{7}{6}}$.

D. $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 22. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $y = f(x) = \sin 2x + 2x$

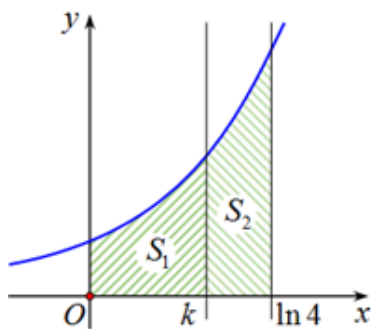
A. $F(x) = -\frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$

B. $F(x) = \cos 2x + 2 + C$

C. $F(x) = -\cos 2x + x^2 + C$

D. $F(x) = \frac{\cos 2x}{2} + x^2 + C$

Câu 23. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 , S_2 và như hình vẽ bên dưới. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



A. $k = \ln 2$.

B. $k = \ln 3$.

C. $k = \ln \frac{8}{3}$.

D. $k = \frac{2}{3} \ln 4$.

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 1$ bằng:

A. $-\cos x + C$.

B. $\cos x - x + C$.

C. $\cos x + C$.

D. $-\cos x - x + C$.

Câu 25. Biết $\int_1^e \frac{2 \ln x + 3}{x^2} dx = \frac{a}{e} + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + b$ bằng

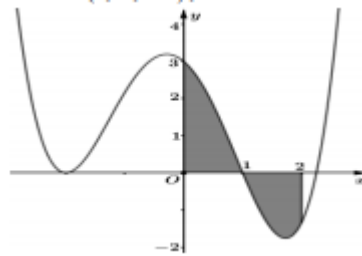
A. -2

B. -8

C. 2

D. 8

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) là đường cong như hình vẽ bên.



Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (phần tô đen) là

A. $S = -\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx$.

B. $S = \int_0^2 f(x) dx$.

C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 27. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i$, $z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-1 + i$.

B. $-5 + 5i$.

C. $-5i$.

D. $5 - 5i$.

Câu 28. Mô đun của số phức $z = 3 + 4i$ bằng:

A. 7

B. 5

C. $\sqrt{7}$

D. 1

Câu 29. Cho số phức $z = a + bi$ thỏa mãn $z(1+i)^2 + \bar{z} = -20 + 4i$. Giá trị $a^2 - b^2$ bằng

A. 16

B. 1

C. 5

D. 7

Câu 30. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

A. $1 + 2i$

B. $-1 - 2i$

C. $2 - i$

D. $-1 + 2i$

Câu 31. Tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 5$ là

A. Một đường tròn.

B. Một đường thẳng.

C. Một đường parabol.

D. Một đường Elip.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. 1

B. 0

C. 3

D.

Câu 33. Cho một hình trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3 . Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π .

B. 9π .

C. 6π .

D. 18π .

Câu 34. Thể tích khối nón có chiều cao h , bán kính đường tròn đáy r là:

A. $V = \frac{4}{3}\pi r^2 h$.

B. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

C. $V = \frac{1}{2}\pi r^2 h$.

D. $V = \pi r^2 h$.

Câu 35. Thể tích khối trụ tròn xoay sinh ra khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh cạnh AD biết $AB = 3, AD = 4$ là

- A. 36π . B. 12π . C. 72π . D. 48π .

Câu 36. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh bằng 1, góc $BAD = 60^\circ$, (SCD) và (SAD) cùng vuông góc với $(ABCD)$, SC tạo với $(ABCD)$ góc 45° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{8\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. 2π .

Câu 37. Khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ thì có đường sinh bằng:

- A. 4 B. 3 C. 16 D. 2

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . cạnh $BC = 2a$ và góc $ABC = 60^\circ$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có góc $B'BC$ nhọn. Biết $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC) và $(ABB'A')$ tạo với (ABC) góc 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3a^3}{\sqrt{7}}$. B. $\frac{6a^3}{\sqrt{7}}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{7}}$. D. $\frac{a^3}{\sqrt{7}}$.

Câu 39. Hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật có $AB = 2a\sqrt{3}$; $AD = 2a$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABD$ là.

- A. $4a^3$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $4\sqrt{3}a^3$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và thể tích bằng a^3 . Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

- A. $h = \frac{\sqrt{3}a}{3}$. B. $h = \sqrt{3}a$. C. $h = \frac{\sqrt{3}a}{6}$. D. $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; -1; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 2z + 10 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc (α) có phương trình là.

- A. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$.
C. $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

Câu 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tâm và bán kính mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 1 = 0$ là

- A. $I(1; -1; 1), R = \sqrt{2}$. B. $I(2; -2; 2), R = \sqrt{11}$.
C. $I(-2; 2; -2), R = \sqrt{13}$. D. $I(1; -1; 1), R = 2$.

Câu 43. Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2; -1; 4)$, $B(3; 2; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

B. $11x + 7y - 2z + 7 = 0$.

C. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$.

D. $11x + 7y - 2z - 7 = 0$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 4 = 0$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; -3)$; $\vec{b} = (-2; 2; 0)$. Tọa độ vector $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ là:

A. $\vec{c} = (4; -1; -3)$.

B. $\vec{c} = (8; -2; -6)$.

C. $\vec{c} = (2; 1; 3)$.

D. $\vec{c} = (4; -2; -6)$.

Câu 46. Mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(1; 2; -3)$, $B(2; 0; 0)$ và $C(-2; 4; -5)$ có phương trình là.

A. $2x - 7y + 4z - 4 = 0$

B. $2x - 5y - 4z - 4 = 0$

C. $2x + 7y + 4z - 4 = 0$

D. $2x + 7y + 4z + 3 = 0$

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật thỏa $AD = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD)

A. 45° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 60° .

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trên mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 49. Có 3 bông hồng vàng, 3 bông hồng trắng và 4 bông hồng đỏ (các bông hoa xem như đôi 1 khác nhau) người ta muốn chọn ra một bó hoa gồm 7 bông. Có bao nhiêu cách chọn sao cho có ít nhất 3 bông hồng vàng và ít nhất 3 bông hồng đỏ.

A. 12.

B. 36.

C. 23.

D. 36.

Câu 50. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là:

A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.

B. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

C. $x \neq k2\pi$.

D. $x \neq k\pi$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	C	B	C	B	D	A	B	A	A	D	C
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
A	D	A	A	C	B	D	B	C	A	B	D

25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	C	D	B	C	A	A	B	D	B	A	C
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
A	A	C	B	A	D	A	B	B	C	A	B
49	50										
A	C										

Câu 1: Một tổ học sinh có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động

- A. $C_5^4 + C_7^4$. B. $4!$. C. A_{12}^4 . D. C_{12}^4 .

Câu 2: Một cấp số cộng có $u_1 = -3$, $u_8 = 39$. Công sai của cấp số cộng đó là

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

- A. $x = 8$. B. $x = 9$. C. $x = 7$. D. $x = 10$.

Câu 4: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_4(x-1)$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $[1; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 6: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int f'(x)dx = f(x) + C$. B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$. D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Câu 7: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích khối hộp đã cho là

- A. $5a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $15a^3$.

Câu 8: Cho khối nón có độ dài đường cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{2\pi a^3}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $2\pi a^3$.

Câu 9: Cho khối cầu bán kính $2R$. Thể tích V của khối cầu đó là?

- A. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. B. $V = \frac{16}{3}\pi R^3$. C. $V = \frac{32}{3}\pi R^3$. D. $V = \frac{64}{3}\pi R^3$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số $f(x)$ cho trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(-3; 1)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a^3$.

- A.** $I = \frac{3}{2}$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \frac{2}{3}$.

Câu 12: Tính chiều cao h của hình trụ, biết chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó là 8π .

- A.** $h = 2$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt[3]{32}$. **D.** $\sqrt[3]{4}$.

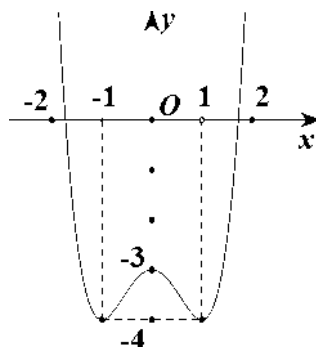
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		1	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm.

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 2$ và $x = -2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 0$.

Câu 14: Đồ thị sau đây là của hàm số nào? Chọn 1 câu đúng.



- A.** $y = x^4 - 3x^2 - 3$. **B.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

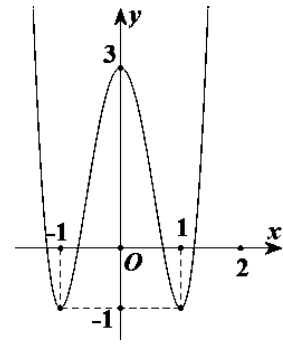
Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ là

- A.** $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) \leq 1$ là

- A.** $(-\infty; 10]$. **B.** $(0; 10]$. **C.** $[10; +\infty)$. **D.** $(10; +\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f(2019x - 2020) - 2 = 0$.



Số phần tử của tập hợp S là

- A. 4. B. 3.
C. 2. D. 1.

Câu 18: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 8$ thì $\int_1^3 \left[\frac{1}{2}f(x) + 1 \right] dx$ bằng

- A. 18. B. 6. C. 2. D. 8.

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Tìm số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$. B. $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$. C. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$. D. $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 3 + 3i$. B. $z = 3 + 2i$. C. $z = 2 - 2i$. D. $z = 3 - 2i$.

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(2; 3)$. B. $P(-2; 3)$. C. $N(2; -3)$. D. $M(-2; -3)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:

- A. $(0; 3; 0)$. B. $(2; 3; 0)$. C. $(0; 3; -2)$. D. $(2; 0; -2)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là:

- A. $(1; -3; -1)$. B. $(-1; 3; 1)$. C. $(1; 3; 1)$. D. $(-1; 3; -1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; 1; -1)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -2; 1)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(2; 1; 4)$. B. $M(1; 3; 2)$. C. $N(1; 2; 2)$. D. $Q(2; 1; 3)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 27: Cho hàm số $y = g(x)$, có bảng xét dấu của hàm số $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A.** -25. **B.** 7. **C.** -9. **D.** 0.

Câu 29: Với a, b là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Biết $\log_a b^7 + \log_{a^2} b^4 = 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^7 - b^9 = 0$. **B.** $a^3 - b^2 = 0$. **C.** $a^9 - b^7 = 0$. **D.** $a^2 - b^3 = 0$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 12$ và trục hoành là

- A.** 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x + 2^{x+2} - 12 > 0$ là

- A.** $[0; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(1; +\infty)$. **D.** $[1; +\infty)$.

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính thể tích khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh một đường cao của nó.

- A.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$. **B.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{72}$. **C.** $V = \frac{\pi a^3}{4}$. **D.** $V = \frac{3\pi a^3}{4}$.

Câu 33: Xét $\int_2^3 2x^3 e^{-x^2} dx$, nếu đặt $u = -x^2$ thì $\int_2^3 2x^3 e^{-x^2} dx$ bằng

- A.** $\int_{-9}^{-4} u e^u du$. **B.** $\int_{-9}^{-4} u e^{-u} du$. **C.** $\int_{-4}^{-9} u e^u du$. **D.** $\int_{-4}^{-9} e^u du$.

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x - 1$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \pi \int_0^1 (x-1)^2 dx$. **B.** $S = \int_0^1 |x^2 + 2x - 1| dx$.
C. $S = \int_0^1 (x+1)^2 dx$. **D.** $S = \int_0^1 (x-1)^2 dx$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 1 - i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1^2 - z_2^2$.

- A.** $b = -4$. **B.** $b = 4$. **C.** $b = 0$. **D.** $b = 1$.

Câu 36: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + 2i$ bằng

- A.** 3. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$. Mặt

phẳng đi qua M và vuông góc Δ với có phương trình là:

A. $x+3y-2z-5=0$.

B. $-2x+2y-3z+3=0$.

C. $-2x+2y-3z-3=0$.

D. $x+3y-2z+5=0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(5;2;-3)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=5+3t \\ y=2+t \\ z=-3+4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3+t \\ z=1+4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=5+3t \\ y=2-t \\ z=3-4t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=3-t \\ z=1-4t \end{cases}$.

Câu 39: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 5 học sinh lớp C thành một hàng ngang. Xác suất để **không** có học sinh lớp B nào xếp giữa hai học sinh lớp A bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBD) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM .

A. $\frac{2a}{\sqrt{11}}$.

B. $\frac{6a}{\sqrt{11}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{11}}$.

D. $\frac{3a}{\sqrt{11}}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2020$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

A. $m = \pm 2\sqrt{2}$.

B. $|m| \leq 2\sqrt{2}$.

C. $m \leq 2\sqrt{2}$. **D.** $m \leq -2\sqrt{2} \vee m \geq 2\sqrt{2}$.

Câu 42: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó: A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2026.

B. 2022.

C. 2020.

D. 2025.

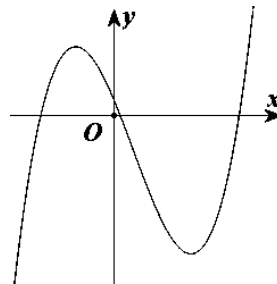
Câu 43: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$

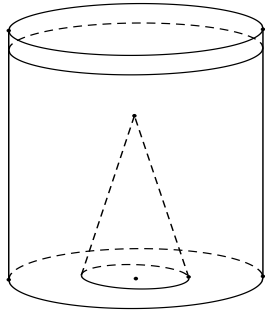
B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



Câu 44: Một khối nón làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước, có đường kính đáy bằng a và chiều cao 12, được đặt trong và trên đáy của một cái cốc hình trụ bán kính đáy a như hình vẽ, sao cho đáy của khối nón tiếp xúc với đáy của cốc hình trụ. Đổ nước vào cốc hình trụ đến khi mực nước đạt đến độ cao 12 thì lấy khối nón ra. Hãy tính độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra.



A. 11,37.

B. 11.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $\frac{\pi\sqrt{37}}{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồng biến trên khoảng $(0; 2\pi)$, thỏa mãn $f(\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và

$$16[f'(x)]^2 \cdot \sin \frac{x}{4} = f(x) \cdot \cos^2 \frac{x}{4}. \text{ Tính tích phân } \int_{\frac{4\pi}{3}}^{2\pi} f(x) dx.$$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\cos x) = 2$ là

A. 16.

B. 17.

C. 18.

D. 19.

Câu 47: Cho x, y là các số thực âm thỏa điều kiện $e^{2-y} - \frac{1}{e^{x-1}} + \frac{x-y+1}{xy+2-2x-y} = 0$. Biết rằng biểu thức

$P = x + y + xy$ đạt giá trị nhỏ nhất là P_0 khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính giá trị $M = P_0 + x_0 - y_0$.

A. $M = -\frac{5}{4}$.

B. $M = -\frac{1}{4}$.

C. $M = -\frac{9}{4}$.

D. $M = -1$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị (C). Nếu (C) đi qua $A(3;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng

$d: y = 2x - 4$ thì các cặp số $(a; b)$ là:

A. $\begin{bmatrix} (2; 4) \\ (10; 28) \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} (2; -4) \\ (10; -28) \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} (-2; 4) \\ (-10; 28) \end{bmatrix}$.

D. $\begin{bmatrix} (-2; -4) \\ (-10; -28) \end{bmatrix}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tính thể tích khối tứ diện $ANIM$ theo V .

A. $\frac{V}{12}$.

B. $\frac{V}{24}$.

C. $\frac{V}{48}$.

D. $\frac{V}{16}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $x \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2x + y + 3}{x + 3y + 4} \right) = 2y - x + 1$?

A. 1010 .

B. 2020 .

C. 2019 .

D. 1009 .

== Hết ==

Câu 1: Một tổ học sinh có 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động

A. $C_5^4 + C_7^4$.

B. $4!$.

C. A_{12}^4 .

D. C_{12}^4 .

Lời giải

Chọn D

Tổng số học sinh của tổ là $5 + 7 = 12$.

Số cách chọn 4 học sinh của tổ để tham ra một buổi lao động là tổ hợp chập 4 của 12 phần tử: C_{12}^4 .

Câu 2: Một cấp số cộng có $u_1 = -3$, $u_8 = 39$. Công sai của cấp số cộng đó là

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức $u_8 = u_1 + 7d$, suy ra $d = \frac{u_8 - u_1}{7} = \frac{39 + 3}{7} = 6$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x+1) = 3$ là

A. $x = 8$.

B. $x = 9$.

C. $x = 7$.

D. $x = 10$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2(x+1) = 3 \Leftrightarrow x+1 = 2^3 \Leftrightarrow x+1 = 8 \Leftrightarrow x = 7$.

Câu 4: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{4}$.

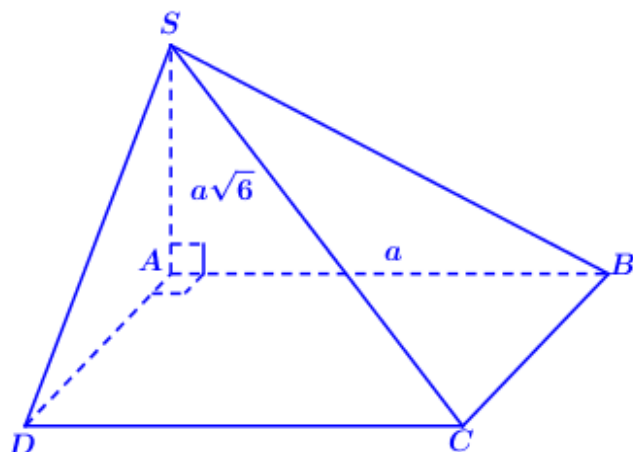
B. $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $a^3\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn D



$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{6} \cdot a^2 = a^3 \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_4(x-1)$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $[1; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Vậy TXĐ là $D = (1; +\infty)$.**Câu 6:** Cho $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây *sai*?

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.

B. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

C. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết nguyên hàm: $\int [f(x) - g(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$.**Câu 7:** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = 3a$, $AC = 5a$. Thể tích khối hộp đã cho là

A. $5a^3$.

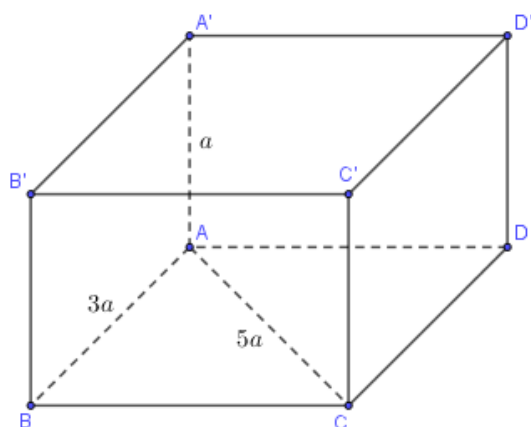
B. $4a^3$.

C. $12a^3$.

D. $15a^3$.

Lời giải

Chọn C

Tam giác ABC vuông tại B nên $BC^2 + AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a$.Vậy thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AA' \cdot S_{ABCD} = AA' \cdot AB \cdot BC = a \cdot 3a \cdot 4a = 12a^3$.**Câu 8:** Cho khối nón có độ dài đường cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

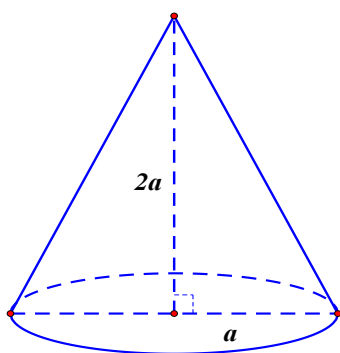
B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $\frac{\pi a^3}{3}$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Thể tích khối nón: $V = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \pi a^2 = \frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 9: Cho khối cầu bán kính $2R$. Thể tích V của khối cầu đó là?

- A.** $V = \frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = \frac{16}{3}\pi R^3$. **C.** $V = \frac{32}{3}\pi R^3$. **D.** $V = \frac{64}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích khối cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi(2R)^3 = \frac{32}{3}\pi R^3$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số $f(x)$ cho trên đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(-3; 1)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$ với $\forall x \in (-1; 2)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a^3$.

- A.** $I = \frac{3}{2}$. **B.** $I = 6$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I = \log_{\sqrt{a}} a^3 = \log_{\frac{1}{a^2}} a^3 = 3 \cdot 2 \cdot \log_a a = 6$.

Câu 12: Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng bán kính đáy và thể tích của khối trụ đó là 8π .

- A.** $h = 2$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt[3]{32}$. **D.** $\sqrt[3]{4}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi h^3 = 8\pi \Leftrightarrow h^3 = 8 \Leftrightarrow h = 2$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		1		3		1	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm.

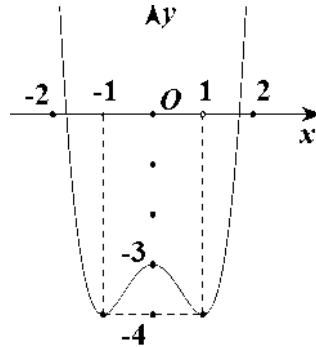
- A.** $x = 1$. **B.** $x = 2$ và $x = -2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đạt cực tiểu tại $\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$ vì hàm số $f(x)$ đổi dấu từ âm (-) sang dương (+) tại $\begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$ và $x=-2$.

Câu 14: Đồ thị sau đây là của hàm số nào? Chọn 1 câu đúng.



- A.** $y = x^4 - 3x^2 - 3$. **B.** $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.
C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C

+) Vì đồ thị hàm số dạng (bề lõm quay lên trên/ khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$) nên hệ số $a > 0$. (**Loại đáp án B**)

+) Dựa vào hình dạng đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị nên hệ số a, b trái dấu. (hay $a \cdot b < 0$) (**Loại D**)

+) Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; -4)$ nên ta (**Loại A**) và **chọn C**

Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{1-x}$ là

- A.** $y = -2$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+3}{1-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{1-x} = -2$ nên đồ thị hàm số đã cho có TCN là đường thẳng $y = -2$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1) \leq 1$ là

- A.** $(-\infty; 10]$. **B.** $(0; 10]$. **C.** $[10; +\infty)$. **D.** $(10; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

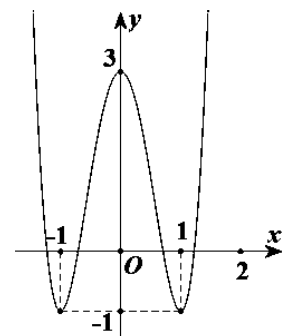
Ta có: $\log x \leq 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là $(0; 10]$.

Câu 17: Cho hàm số bậc năm $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f(2019x - 2020) - 2 = 0$. Số phần tử của tập hợp S là

- A.** 4. **B.** 3.
C. 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$. Từ đồ thị ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị tại 4 phân biệt nên S có đúng 4 phân tử.

Câu 18: Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 8$ thì $\int_1^3 \left[\frac{1}{2}f(x) + 1 \right] dx$ bằng

A. 18.

B. 6.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^3 \left[\frac{1}{2}f(x) + 1 \right] dx = \frac{1}{2} \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 dx = \frac{1}{2} \cdot 8 + 2 = 6.$$

Câu 19: Cho số phức $z = 1 + i\sqrt{3}$. Tìm số phức $\bar{z}$.

A. $\bar{z} = 1 - i\sqrt{3}$.

B. $\bar{z} = -\sqrt{3} - i$.

C. $\bar{z} = -1 + i\sqrt{3}$.

D. $\bar{z} = \sqrt{3} + i$.

Lời giải

Chọn A

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi. \text{ Vậy } \bar{z} = 1 - i\sqrt{3}.$$

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 3 + 3i$.

B. $z = 3 + 2i$.

C. $z = 2 - 2i$.

D. $z = 3 - 2i$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } z = z_1 + z_2 = (2 - 3i) + (1 + i) = (2 + 1) + (-3 + 1)i = 3 - 2i.$$

Câu 21: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(2; 3)$.

B. $P(-2; 3)$.

C. $N(2; -3)$.

D. $M(-2; -3)$.

Chọn B

Điểm biểu diễn số phức $z = -2 + 3i$ là điểm $P(-2; 3)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:

A. $(0; 3; 0)$.

B. $(2; 3; 0)$.

C. $(0; 3; -2)$.

D. $(2; 0; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 3; -2)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $M'(2; 3; 0)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là:

A. $(1; -3; -1)$.

B. $(-1; 3; 1)$.

C. $(1; 3; 1)$.

D. $(-1; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của (S) có tọa độ là $(-1; 3; 1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$.

B. $\vec{n}_2 = (3; 1; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 1)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; -2; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z - 1 = 0$ là $\vec{n}_4 = (3; -2; 1)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A.** $P(2; 1; 4)$. **B.** $M(1; 3; 2)$. **C.** $N(1; 2; 2)$. **D.** $Q(2; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Thế vào phương trình đường thẳng $t = 1: P(2; 1; 4)$. Vậy điểm $P \in d$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn C

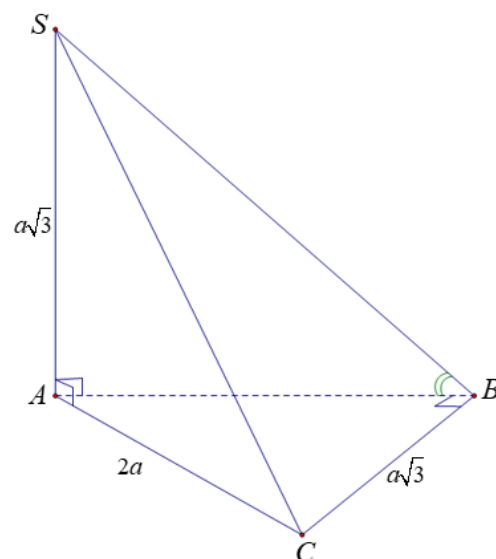
+ Ta có: $(SB, (ABC)) = (SB, BA) = \widehat{SBA} = \varphi$ (Vì AB là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (ABC))

+ Tính: $\tan \varphi = \frac{SA}{AB}$.

+ Tính: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{3})^2} = \sqrt{a^2} = a$.

Suy ra: $\tan \varphi = \frac{SA}{AB} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng 60° .



Câu 27: Cho hàm số $y = g(x)$, có bảng xét dấu của hàm số $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ là

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào BXD của $g'(x)$ ta thấy $g'(x)$ bị đổi dấu 2 lần tại $x = 1; x = -1$ nên hàm số $y = g(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A.** -25 . **B.** 7. **C.** -9 . **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$. Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \notin [-2; 1] \end{cases}$ (loại)

Vì $f(-2) = 0$; $f(-1) = 7$; $f(1) = -9$ nên $\min_{[-2; 1]} f(x) = -9$.

Câu 29: Với a, b là số thực dương tùy ý và $a \neq 1$. Biết $\log_a b^7 + \log_{a^2} b^4 = 6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a^7 - b^9 = 0$. B. $a^3 - b^2 = 0$. C. $a^9 - b^7 = 0$. **D. $a^2 - b^3 = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a b^7 + \log_{a^2} b^4 = 6 \Leftrightarrow 7 \log_a b + 2 \log_a b = 6 \Leftrightarrow \log_a b = \frac{2}{3} \Leftrightarrow a^{\frac{2}{3}} = b \Leftrightarrow a^2 = b^3$.

Câu 30: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 12$ và trục hoành là

- A. 4. B. 3. C. 1. **D. 2.**

Lời giải

Chọn D

Phương trình tìm hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 12$ với trục hoành là

$$x^4 - x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -3 \text{ (vô nghiệm)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}. \text{ Vậy ĐTHS } y = x^4 - x^2 - 12 \text{ cắt Ox tại 2 điểm.}$$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x + 2^{x+2} - 12 > 0$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. **C. $(1; +\infty)$.** D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $4^x + 2^{x+2} - 12 > 0 \Leftrightarrow 4^x + 4 \cdot 2^x - 12 > 0$

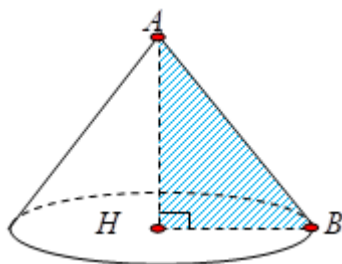
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x < -6 \\ 2^x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow 2^x > 2 \Leftrightarrow x > 1.$$

Câu 32: Trong không gian, cho tam giác đều ABC cạnh bằng a . Tính thể tích khối nón nhận được khi quay tam giác ABC quanh một đường cao của nó.

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{24}$.** B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{72}$. C. $V = \frac{\pi a^3}{4}$. D. $V = \frac{3\pi a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có thể tích khối nón $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Trong đó $h = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $r = HB = \frac{a}{2}$.

Do đó: $V = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \pi a^3}{24}$.

Câu 33: Xét $\int_2^3 2x^3 e^{-x^2} dx$, nếu đặt $u = -x^2$ thì $\int_2^3 2x^3 e^{-x^2} dx$ bằng

A. $\int_{-9}^{-4} u e^u du.$

B. $\int_{-9}^{-4} u e^{-u} du.$

C. $\int_{-4}^{-9} u e^u du.$

D. $\int_{-4}^{-9} e^u du.$

Lời giải

Chọn C

Đặt $u = -x^2 \Rightarrow du = -2x dx$

Đổi cận $\begin{cases} x=3 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=-9 \\ u=-4 \end{cases}.$

Khi đó: $\int_2^3 2x^3 e^{-x^2} dx = \int_2^3 (-x^2) e^{-x^2} (-2x) dx = \int_{-9}^{-4} u e^u du.$

Câu 34: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x - 1$ và trục tung được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (x-1)^2 dx.$ **B.** $S = \int_0^1 |x^2 + 2x - 1| dx.$

C. $S = \int_0^1 (x+1)^2 dx.$ **D.** $S = \int_0^1 (x-1)^2 dx.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2 = 2x - 1 \Leftrightarrow x = 1.$

Diện tích S của hình phẳng là: $S = \int_0^1 |x^2 - (2x - 1)| dx = \int_0^1 (x-1)^2 dx.$

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$; $z_2 = 1 - i$. Tìm phần ảo b của số phức $z = z_1^2 - z_2^2$.

A. $b = -4.$

B. $b = 4.$

C. $b = 0.$

D. $b = 1.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = (1+i)^2 - (1-i)^2 = (1+i+1-i)(1+i-1+i) = 4i.$

Câu 36: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$. Môđun của số phức $z_0 + 2i$ bằng

A. 3.

B. $\sqrt{13}.$

C. $\sqrt{3}.$

D. $\sqrt{5}.$

Lời giải

Chọn D

$z^2 - 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow z^2 - 4z + 4 = -3 \Leftrightarrow (z-2)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 3i \\ z = 2 - 3i \end{cases}$

Do z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 4z + 7 = 0$ nên

$z_0 = 2 - 3i \Rightarrow z_0 + 2i = 2 - i \Rightarrow |z_0 + 2i| = \sqrt{5}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{-2}$. Mặt phẳng

đi qua M và vuông góc Δ với có phương trình là:

A. $x + 3y - 2z - 5 = 0.$

B. $-2x + 2y - 3z + 3 = 0.$

C. $-2x + 2y - 3z - 3 = 0.$

D. $x + 3y - 2z + 5 = 0.$

Lời giải

Chọn D

+ Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = (1; 3; -2)$.

+ Mặt phẳng đi qua $M(-2; 1; 3)$ và vuông góc Δ nên nhận $\vec{u}_{\Delta} = (1; 3; -2)$ làm vector pháp tuyến. Do đó mặt phẳng cần tìm có phương trình là:

$$1(x+2) + 3(y-1) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2z + 5 = 0.$$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 1)$ và $B(5; 2; -3)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số là:

A.
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $\vec{AB} = (3; -1; -4)$

+ Đường thẳng AB có 1 vector chỉ phương là $\vec{u} = \vec{AB} = (3; -1; -4)$ và đi qua điểm $A(2; 3; 1)$ nên có

phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 - t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

Câu 39: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B và 5 học sinh lớp C thành một hàng ngang. Xác suất để **không** có học sinh lớp B nào xếp giữa hai học sinh lớp A bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách xếp ngẫu nhiên là $10!$ cách.

Ta tìm số cách xếp thỏa mãn:

* Trước tiên xếp 2 học sinh lớp A có $2!$ cách.

Vì giữa hai học sinh lớp A không có học sinh lớp B nên chỉ có thể xếp học sinh lớp C vào giữa hai học sinh lớp A vừa xếp:

* Vậy chọn $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ học sinh lớp C rồi xếp vào giữa hai học sinh lớp A có A_5^k cách, ta được một nhóm X.

* Xếp $10 - (2 + k) = 8 - k$ học sinh còn lại với nhóm X có $(9 - k)!$ cách.

Vậy tất cả có $\sum_{k=0}^5 2! A_5^k (9 - k)! = 1451520$ cách xếp thỏa mãn.

Xác suất cần tính bằng $\frac{1451520}{10!} = \frac{2}{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBD) tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BM .

A. $\frac{2a}{\sqrt{11}}$.

B. $\frac{6a}{\sqrt{11}}$.

C. $\frac{a}{\sqrt{11}}$.

D. $\frac{3a}{\sqrt{11}}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$

$$\Rightarrow AO \perp BD \Rightarrow BD \perp (SAO).$$

$$\text{Do đó } (\widehat{(SBD), (ABCD)}) = \widehat{SOA} = 60^\circ \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Qua C vẽ đường thẳng song song với BM cắt AD tại E .

$$\text{Khi đó } BM \parallel (SCE) \Rightarrow d(BM, SC) = d(M, (SCE))$$

$$\text{Mà } ME = \frac{2}{3}AE \Rightarrow d(M, (SCE)) = \frac{2}{3}d(A, (SCE))$$

Kẻ $AH \perp CE$ tại H suy ra $CE \perp (SAH)$ và

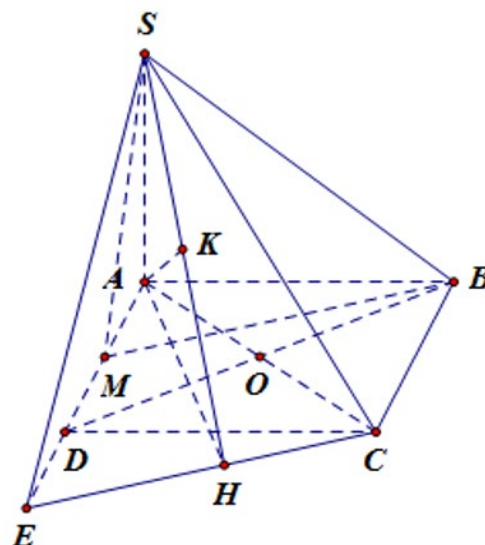
$$AH \cdot CE = CD \cdot AE.$$

Kẻ $AK \perp SH$ tại K suy ra

$$AK \perp (SCE) \Rightarrow d(A, (SCE)) = AK.$$

$$\text{Mà } AH = \frac{3a}{\sqrt{5}} \text{ nên } \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AK = \frac{3a}{\sqrt{11}}.$$

$$\text{Do đó } d(BM, SC) = \frac{2}{3} \frac{3a}{\sqrt{11}} = \frac{2a}{\sqrt{11}}$$



Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{mx^2}{2} + 2x + 2020$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số luôn đồng biến trên tập xác định.

A. $m = \pm 2\sqrt{2}$.

B. $|m| \leq 2\sqrt{2}$.

C. $m \leq 2\sqrt{2}$.

D. $m \leq -2\sqrt{2} \vee m \geq 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - mx + 2$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \quad \forall m \\ (-m)^2 - 8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow |m| \leq 2\sqrt{2}.$$

Câu 42: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78685800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó: A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2026.

B. 2022.

C. 2020.

D. 2025.

Lời giải:

Chọn D

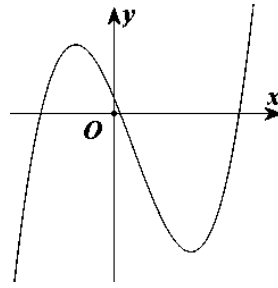
Từ công thức $S = A.e^{Nr}$, ta có $78685800.e^{\frac{17}{1000}N} = 120000000$

$$N = \ln \frac{120000000}{78685800} \cdot \frac{1000}{17}$$

$$N \approx 24.$$

Vậy năm 2025 dân số Việt Nam ở mức 120 triệu người.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$
- B. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.**
- C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
- D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

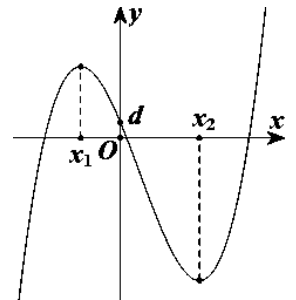
Lời giải

Chọn B

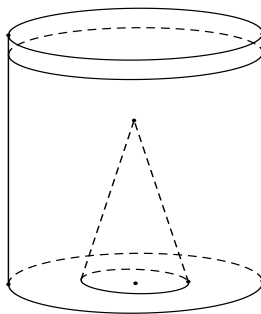
- + Nhánh ngoài cùng phía bên phải của đồ thị đi lên nên $a > 0$ (1).
- + ĐTHS đã cho cắt Oy tại điểm $D(0; d)$ nên từ đồ thị ta được $d > 0$ (2)
- + Phương trình $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 và

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \\ x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow b < 0, c < 0 \quad (3)$$

- + Từ (1), (2), (3) ta thấy chỉ có đáp án **B** thỏa mãn.



Câu 44: Một khối nón làm bằng chất liệu không thấm nước, có khối lượng riêng lớn hơn khối lượng riêng của nước, có đường kính đáy bằng a và chiều cao 12, được đặt trong và trên đáy của một cái cốc hình trụ bán kính đáy a như hình vẽ, sao cho đáy của khối nón tiếp xúc với đáy của cốc hình trụ. Đổ nước vào cốc hình trụ đến khi mực nước đạt đến độ cao 12 thì lấy khối nón ra. Hãy tính độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra.



- A. 11,37.
- B. 11.**
- C. $6\sqrt{3}$.
- D. $\frac{\pi\sqrt{37}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

- +) Gọi V, R, h lần lượt là thể tích khối trụ, bán kính đáy cốc và chiều cao của lượng nước trong cốc khi chưa lấy khối nón ra. Suy ra: $V = \pi R^2 h$
- +) Gọi V_1, R_1, h_1 lần lượt là thể tích, bán kính đáy và chiều cao của khối nón.

$$\text{Suy ra: } V_1 = \frac{1}{3} \pi R_1^2 h_1$$

+) Gọi V_2, h_2 là thể tích lượng nước đổ vào và độ cao của nước trong cốc sau khi đã lấy khối nón ra.

Suy ra: $V_2 = \pi R^2 h_2$

Từ, và ta có:

$$V - V_1 = V_2 \Leftrightarrow \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R_1^2 h_1 = \pi R^2 h_2 \Leftrightarrow R^2 h - \frac{1}{3} R_1^2 h_1 = R^2 h_2 \Leftrightarrow h_2 = \frac{R^2 h - \frac{1}{3} R_1^2 h_1}{R^2}$$

Thay $R = a, R_1 = \frac{a}{2}, h = h_1 = 12$ vào ta có: $h_2 = 12 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot 12 = 11$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồng biến trên khoảng $(0; 2\pi)$, thỏa mãn $f(\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và

$$16[f'(x)]^2 \cdot \sin \frac{x}{4} = f(x) \cdot \cos^2 \frac{x}{4}. \text{ Tính tích phân } \int_{\frac{4\pi}{3}}^{2\pi} f(x) dx.$$

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Vì $f(x)$ đồng biến trên $(0; 2\pi)$ nên $\begin{cases} f'(x) \geq 0 \\ f(x) \geq f(\pi) > 0 \end{cases}, \forall x \in [\pi; 2\pi]$.

Do đó, $\forall x \in [\pi; 2\pi]$ thì $16[f'(x)]^2 \cdot \sin \frac{x}{4} = f(x) \cdot \cos^2 \frac{x}{4} \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\cos \frac{x}{4}}{\sqrt{\sin \frac{x}{4}}}.$

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\sqrt{f(x)} = \int \frac{1}{8} \cdot \frac{\cos \frac{x}{4}}{\sqrt{\sin \frac{x}{4}}} dx = \sqrt{\sin \frac{x}{4}} + C.$

Mặt khác $f(\pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $C = 0 \Rightarrow f(x) = \sin \frac{x}{4}.$

Vậy $\int_{\frac{4\pi}{3}}^{2\pi} f(x) dx = \int_{\frac{4\pi}{3}}^{2\pi} \sin \frac{x}{4} dx = -4 \cos \frac{x}{4} \Big|_{\frac{4\pi}{3}}^{2\pi} = -4 \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{3} \right) = 2.$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\cos x) = 2$ là

A. 16.

B. 17.

C. 18.

D. 19.

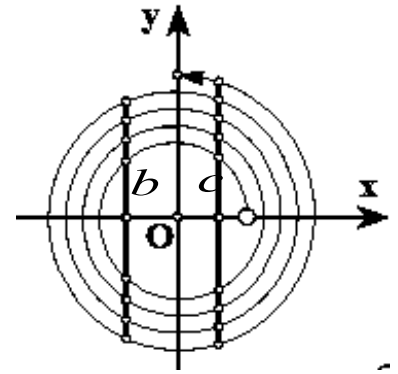
Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta thấy:

$$f(\cos x) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a \ (a < -1) : \text{vô nghiệm} \\ \cos x = b \ (-1 < b < 0) \\ \cos x = c \ (0 < c < 1) \\ \cos x = d \ (d > 1) : \text{vô nghiệm} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = b \ (-1 < b < 0) \\ \cos x = c \ (0 < c < 1) \end{cases}$$



Dựa vào đường tròn lượng giác, trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ thì:

- Phương trình $\cos x = b$ có 8 nghiệm phân biệt.
- Phương trình $\cos x = c$ có 9 nghiệm phân biệt khác 8 nghiệm ở trên.

Vậy phương trình $f(\cos x) = 2$ có 17 nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$.

Câu 47: Cho x, y là các số thực âm thỏa điều kiện $e^{2-y} - \frac{1}{e^{x-1}} + \frac{x-y+1}{xy+2-2x-y} = 0$. Biết rằng biểu thức

$P = x + y + xy$ đạt giá trị nhỏ nhất là P_0 khi $x = x_0$ và $y = y_0$. Tính giá trị $M = P_0 + x_0 - y_0$.

- A. $M = -\frac{5}{4}$. B. $M = -\frac{1}{4}$. **C. $M = -\frac{9}{4}$.** D. $M = -1$.

Lời giải

Chọn C

$$e^{2-y} - \frac{1}{e^{x-1}} + \frac{x-y+1}{xy+2-2x-y} = 0 \Leftrightarrow e^{2-y} - e^{1-x} + \frac{x-y+1}{x(y-2)-(y-2)} = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{2-y} - e^{1-x} + \frac{x-1-(y-2)}{(y-2)(x-1)} = 0 \Leftrightarrow e^{2-y} - e^{1-x} + \frac{1}{y-2} - \frac{1}{x-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow e^{2-y} + \frac{1}{y-2} = e^{1-x} + \frac{1}{x-1}.$$

Xét hàm số $y = f(t) = e^{-t} + \frac{1}{t}, \forall t \in (-\infty; 0)$.

Ta có $f'(t) = -e^{-t} - \frac{1}{t^2} < 0, \forall t \neq 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Phương trình trở thành $f(y-2) = f(x-1)$ với $x, y < 0$ nên $y-2, x-1 \in (-\infty; 0)$.

Do đó $y-2 = x-1 \Leftrightarrow y = x+1$. Thay vào P ta được $P = x + x+1 + x(x+1) = x^2 + 3x + 1$.

Khi đó P đạt GTNN trên $(-\infty; 0)$ là $-\frac{5}{4}$ khi $x = -\frac{3}{2}$ và $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị (C). Nếu (C) đi qua $A(3;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng

$d: y = 2x - 4$ thì các cặp số $(a; b)$ là:

- A. $\begin{bmatrix} (2; 4) \\ (10; 28) \end{bmatrix}$. **B. $\begin{bmatrix} (2; -4) \\ (10; -28) \end{bmatrix}$.** C. $\begin{bmatrix} (-2; 4) \\ (-10; 28) \end{bmatrix}$. D. $\begin{bmatrix} (-2; -4) \\ (-10; -28) \end{bmatrix}$.

Lời giải

Chọn B

Vì đồ thị (C) đi qua $A(3; 1)$ nên ta có: $3a + b = 2 \Leftrightarrow b = 2 - 3a$ (*).

Vì đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 2x - 4$ (d) nên ta có:

$$\frac{ax+b}{x-1} = 2x-4 \Leftrightarrow 2x^2 - (6+a)x + 4-b = 0 \text{ có nghiệm kép.}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (6+a)^2 - 8(4-b) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 12a + 8b + 4 = 0$$

Thay (*) vào ta có:

$$\Leftrightarrow a^2 + 12a + 8(2-3a) + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-4 \\ b=-28 \end{cases}$$

Vậy các cặp số (a; b) là: $\begin{pmatrix} (2; -4) \\ (10; -28) \end{pmatrix}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng V . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SC , gọi I là giao điểm của BM và AC . Tính thể tích khối tứ diện $ANIM$ theo V .

A. $\frac{V}{12}$.

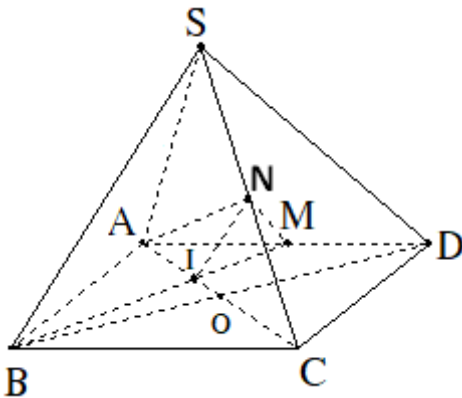
B. $\frac{V}{24}$.

C. $\frac{V}{48}$.

D. $\frac{V}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là giao điểm của AC và BD . Ta có I là trọng tâm của tam giác ABD , do đó

$$\frac{AI}{AO} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AI}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\text{nên } \frac{V_{AIMN}}{V_{ACDN}} = \frac{AI}{AC} \cdot \frac{AM}{AD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \frac{V_{ACDN}}{V_{ACDS}} = \frac{NC}{SC} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{V_{AIMN}}{V_{ACDS}} = \frac{1}{12}.$$

$$\text{Mà } V_{S.ACD} = \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{2} V. \text{ Vậy } V_{AIMN} = \frac{1}{12} V_{S.ACD} = \frac{1}{24} V. \text{ (đvtt)}$$

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $x \leq 2020$ và $\log_3 \left(\frac{2x+y+3}{x+3y+4} \right) = 2y-x+1$?

A. 1010.

B. 2020.

C. 2019.

D. 1009.

Chọn D

Điều kiện bài toán: $\begin{cases} 1 \leq x \leq 2020 \\ 1 \leq y \end{cases}$.

Ta có: $\log_3 \left(\frac{2x+y+3}{x+3y+4} \right) = 2y-x+1$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x+y+3) - \log_3 (x+3y+4) = (x+3y+4) - (2x+y+3)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (2x+y+3) + (2x+y+3) = \log_3 (x+3y+4) + (x+3y+4) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 3} > 0, \forall t \in (0; +\infty)$, suy ra hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f(2x+y+3) = f(3x+y+4) \Leftrightarrow 2x+y+3 = 3x+y+4 \Leftrightarrow x = 2y+1$.

Vì $1 \leq x \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 2y+1 \leq 2020 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{2019}{2}$.

Do y nguyên dương nên $y \in \{1; 2; 3; \dots; 1009\}$.

Rõ ràng, với mỗi y ta xác định được tương ứng duy nhất một giá trị x nguyên thỏa mãn.

Vậy có 1009 cặp số nguyên $(x; y)$.

----- HẾT -----

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ nhóm có 7 học sinh?

- A.** C_7^3 . **B.** A_7^3 . **C.** 3^7 . **D.** 7^3 .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $d = 2$. Tính u_3 ?

- A.** 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 12.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^x = 8$ là:

- A.** $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 4: Thể tích của khối lập phương cạnh bằng 1 là:

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 5: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \tan x$

- A.** $\int f(x)dx = -\ln|\cos x| + C$ **B.** $\int f(x)dx = \ln|\cos x| + C$
C. $\int f(x)dx = \ln|\sin x| + C$ **D.** $\int f(x)dx = -\ln|\sin x| + C$

Câu 6: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

- A.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ **B.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$
C. $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$ **D.** $\int f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$

Câu 7: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

- A.** $\int f(x)dx = \cot x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -\tan x + C$.
C. $\int f(x)dx = -\cot x + C$. **D.** $\int f(x)dx = \tan x + C$.

Câu 8: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^x$

- A.** $\int f(x)dx = 3^x \ln 3 + C$. **B.** $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$. **C.** $\int f(x)dx = -3^x \ln 3 + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\frac{3^x}{\ln 3} + C$.

Câu 9: Tìm phần ảo của số phức z thỏa $\bar{z} = (2 - 3i) + (4 - i)(2 + i)$.

- A.** Phần ảo bằng -1 . **B.** Phần ảo bằng 1 .
C. Phần ảo bằng -2 . **D.** Phần ảo bằng 2 .

Câu 10: Tìm modun của số phức $z = 3 + 2i$.

- A.** $|z| = \sqrt{5}$. **B.** $|z| = \sqrt{13}$. **C.** $|z| = \sqrt{10}$. **D.** $|z| = \sqrt{2}$.

Câu 11: Cho số phức $z = 10 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A.** Phần thực bằng 10 và Phần ảo bằng 2.
B. Phần thực bằng 10 và Phần ảo bằng $2i$.
C. Phần thực bằng -10 và Phần ảo bằng -2 .
D. Phần thực bằng -10 và Phần ảo bằng $-2i$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho các vectơ $\vec{a} = (-1; 2; 1)$, $\vec{b} = (2; -1; 3)$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. **B.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$. **C.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 4$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(-1;3;2), R=2$. **B.** $I(-1;3;2), R=4$.

C. $I(1;-3;-2), R=2$. **D.** $I(1;3;2), R=4$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho $mp(P): x-2y+2z-1=0$. Vector nào sau đây **không** là vector pháp tuyến của $mp(P)$?

A. $\vec{n}=(1;-2;2)$. **B.** $\vec{n}=(-2;4;-4)$. **C.** $\vec{n}=(1;-2;-2)$. **D.** $\vec{n}=(3;-6;6)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tam giác ABC vuông tại A . **B.** Tam giác ABC cân tại A .

C. Tam giác ABC vuông cân tại A . **D.** Tam giác ABC đều.

Câu 16: Mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-3;1)$ và chứa trục Ox có phương trình là

A. $y+2z+1=0$. **B.** $x+3y=0$. **C.** $x-2z=0$. **D.** $y+3z=0$.

Câu 17: Trong các mặt phẳng sau, mặt phẳng nào song song với $mp(Oxz)$?

A. $y=0$. **B.** $z-1=0$. **C.** $2x-3z=0$. **D.** $3y-1=0$.

Câu 18: Viết phương trình $mp(P)$ đi qua $M(-1;1;0)$ và song song với $mp(Q): x-2y+z-10=0$.

A. $(P): x-2y+z-3=0$. **B.** $(P): x-2y+z+3=0$.

C. $(P): x+2y+z-1=0$. **D.** $(P): x-2y+z+1=0$.

Câu 19: Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=1+t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Điểm nào sau đây thuộc (Δ) ?

A. $(1;-2;1)$. **B.** $(2;0;4)$. **C.** $(1;2;-3)$. **D.** $(2;1;3)$.

Câu 20: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **C.** $y=\log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2+1)$. **D.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=(x^3-27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(3;+\infty)$.

Câu 22: Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

A. $x=3$. **B.** $x=13$. **C.** $x=21$. **D.** $x=11$.

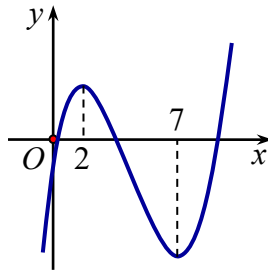
Câu 23: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x+e^x)$.

A. $\frac{1+e^x}{\ln 2}$. **B.** $\frac{1+e^x}{(x+e^x)\ln 2}$. **C.** $\frac{1+e^x}{x+e^x}$. **D.** $\frac{1}{(x+e^x)\ln 2}$.

Câu 24: Nghiệm của bất phương trình $3^{x-2} \leq 243$ là:

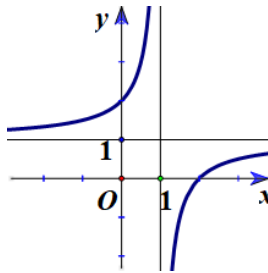
A. $2 \leq x \leq 7$. **B.** $x < 7$. **C.** $x \leq 7$. **D.** $x \geq 7$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có đồ thị như hình bên dưới.



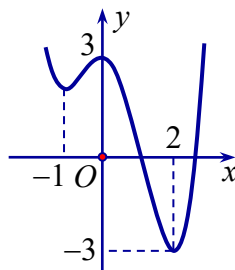
Xét các mệnh đề sau:

- (I) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
 (II) Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
 (III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

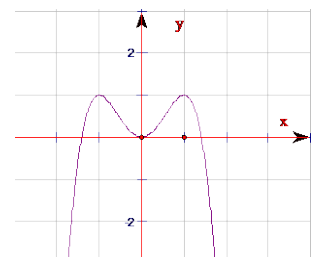
Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



- A. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$. B. Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.
C. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. D. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 28: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
B. $y = -x^4 + 2x^2$.
 C. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.
 D. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.



Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.

C. Hàm số có $y_{CB} = 3$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(2; +\infty)$.

x	$-\infty$	-2		2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3		0	$+\infty$

Câu 30: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ có phương trình:

A. $y = x$.

B. $y = 2x$.

C. $y = 2x - 1$.

D. $y = x - 2$.

Câu 31: Cho đồ thị (C): $y = \frac{2x-1}{x-1}$. Gọi I là giao điểm của 2 đường tiệm cận, tọa độ điểm I ?

A. $I(-1; 2)$.

B. $I(2; 1)$.

C. $I(2; -1)$.

D. $I(1; 2)$.

Câu 32: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Hãy chọn khẳng định đúng.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'		0	
y	0	1	0

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 33: Đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ tại các hoành độ giao điểm là:

A. $x = \pm 2$.

B. $x = -2$.

C. $x = -4$.

D. $x = 2$.

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{3-x}{x+3}$. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. $y = -1$.

B. $x = -1$.

C. $x = -3$.

D. $y = 1$.

Câu 35: Cho khối nón có chiều cao h, đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng r. Thể tích của khối nón là:

A. $V = \pi r^2 h$

B. $V = 3\pi r^2 h$

C. $V = \frac{1}{3}\pi^2 r h$

D. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 36: Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, biết diện tích xung quanh của khối trụ bằng 80π . Thể tích của khối trụ là:

A. 160π

B. 164π

C. 64π

D. 144π

Câu 37: Thể tích V của một mặt cầu có bán kính r được xác định bởi công thức nào sau đây:

A. $V = \frac{4\pi r}{3}$

B. $V = \frac{4\pi^2 r^2}{3}$

C. $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

D. $V = \frac{4\pi^2 r^3}{3}$

Câu 38: Thể tích khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a là :

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ tính theo a bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

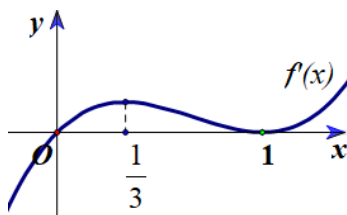
C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 40: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau?

- A.** 360 **B.** 280 **C.** 310 **D.** 290

Câu 41: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

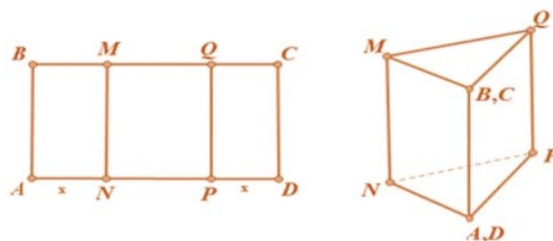


- A.** $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

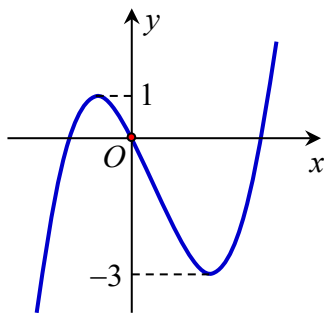
- A.** $m \leq \frac{4}{3}$. **B.** $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$. **C.** $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$. **D.** $m \geq \frac{4}{3}$.

Câu 43: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60$ cm và AB có độ dài không đổi. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ tạo thành lớn nhất?



- A.** $x = 20$. **B.** $x = 25$. **C.** $x = 10$. **D.** $x = 30$.

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là

- A.** $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. **B.** $m = -1$ hoặc $m = 3$.
C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. **D.** $1 \leq m \leq 3$.

Câu 45: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x+y)$ và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } a + b.$$

- A.** $a + b = 6$. **B.** $a + b = 11$. **C.** $a + b = 4$. **D.** $a + b = 8$.

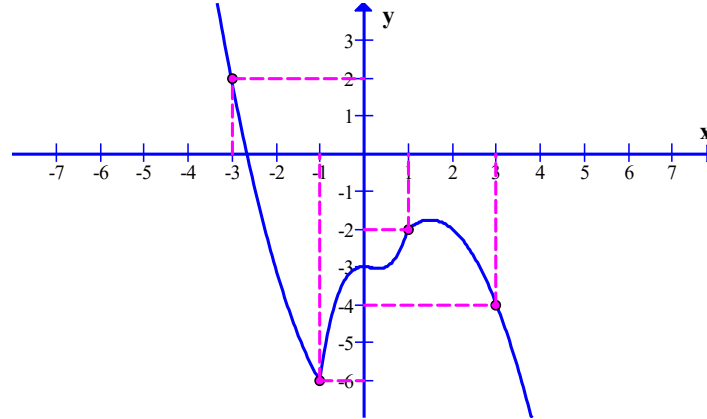
Câu 46: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

- A. $m = 1; m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. B. $m = 0; m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.
 C. $m = 0; m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. D. $m = 1; m = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(1; 3)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 49: Cho a, b là số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2}\log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = 4a^3 + b^3 - 4\log_2(4a^3 + b^3)$$
 là

- A. $4\log_2 6$. B. $\frac{4}{\ln 2} - 4\log_2 \frac{4}{\ln 2}$. C. $4(1 - \log_2 3)$. D. -4 .

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, $A'B = a\sqrt{3}$. Gọi I là trọng tâm tam giác $(A'C'D')$, φ là góc giữa đường thẳng ID và mặt phẳng (ICB) . Giá trị của $\sin \varphi$ bằng

- A. $\frac{9}{\sqrt{253}}$. B. $\frac{6}{11\sqrt{2}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{253}}$. D. $\frac{\sqrt{23}}{11}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 40: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số chẵn, mỗi số có 5 chữ số khác nhau trong đó có đúng hai chữ số lẻ và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau?

A. 360 **B.** 280 **C.** 310 **D.** 290

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi A là số tự nhiên có hai chữ số lẻ khác nhau lấy từ các số 0,1,2,3,4,5,6 số cách chọn được A là $A_3^2 = 6$. Số chẵn có 5 chữ số mà hai số lẻ đứng kề nhau phải chứa A và ba trong 4 chữ số 0;2;4;6.

Gọi $\overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{A, 0, 2, 4, 6\}$ là số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

*TH1: Nếu $a = A$ có 1 cách chọn a và A_4^3 chọn b, c, d .

* TH 2: $a \neq A$ có 3 cách chọn a

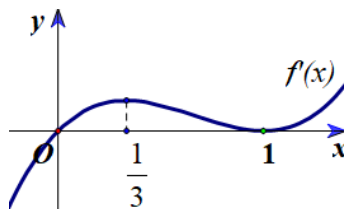
+ Nếu $b = A$ có 1 cách chọn b và A_3^2 cách chọn c, d .

+ Nếu $c = A$ có 1 cách chọn c và A_3^2 cách chọn b, d .

Vậy có $A_3^2 (A_4^3 + 3(1.A_3^2 + 1.A_3^2)) = 360$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ.

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải :

Chọn D

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	+
y					

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 42: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \leq \frac{4}{3}$. **B.** $m \leq \frac{4}{3}$ và $m \neq 0$. **C.** $m = 0$ hoặc $m \geq \frac{4}{3}$. **D.** $m \geq \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải :

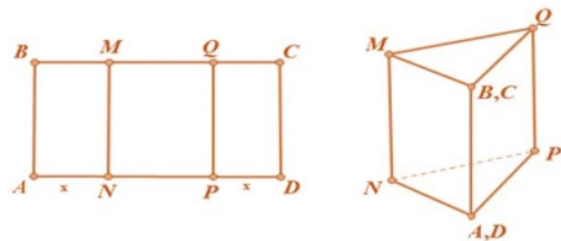
Chọn D.

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = 2$ là hàm hằng nên loại $m = 0$

TH2: $m \neq 0$. Ta có: $y' = 3mx^2 + 2mx + m(m-1)$.

$$\text{Hàm số đồng biến trên } \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 3m^2(m-1) \leq 0 \\ 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{3}$$

Câu 43: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60$ cm và AB có độ dài không đổi. Ta gấp tấm nhôm theo 2 cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết 2 đáy. Tìm x để thể tích khối lăng trụ tạo thành lớn nhất?



A. $x = 20$.

B. $x = 25$.

C. $x = 10$.

D. $x = 30$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có: $AN = PD = x$ (cm, $0 < x < 30$) $\Rightarrow NP = 60 - 2x$ (cm)

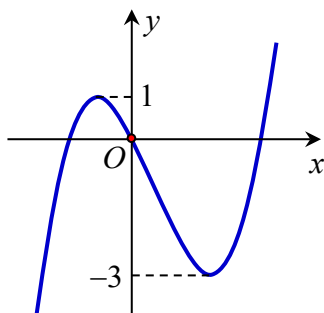
+ Thể tích hình lăng trụ tạo thành bằng:

$$\begin{aligned} V &= AB \cdot S_{NPA} = AB \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{PA^2 - \left(\frac{NP}{2}\right)^2} \cdot NP \\ &= \frac{AB}{2} \cdot \sqrt{x^2 - \left(\frac{60-2x}{2}\right)^2} \cdot (60-2x) = 2\sqrt{15} \cdot AB \cdot (30-x) \sqrt{x-15} \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$

+ Trong đó AB không đổi nên ta chỉ cần tìm x sao cho $f(x) = (30-x)\sqrt{x-15}$ đạt giá trị lớn nhất.

+ Xét hàm số $f(x)$ trên $(15; 30)$ ta được $\max_{(15; 30)} f(x) = f(20) = 10\sqrt{5} \Rightarrow x = 20$

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị là

A. $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

B. $m = -1$ hoặc $m = 3$.

C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$.

D. $1 \leq m \leq 3$.

Lời giải

Chọn A.

- Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |f(x) + m|$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + m$ và số nghiệm đơn của phương trình $f(x) + m = 0$.

- Dựa vào hình vẽ, hàm số $y = f(x) + m$ có hai điểm cực trị nên hàm số $y = |f(x) + m|$ có ba điểm cực trị khi $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$.

Câu 45: Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}, \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } a + b.$$

- A.** $a + b = 6$. **B.** $a + b = 11$. **C.** $a + b = 4$. **D.** $a + b = 8$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_9 x = t$

$$\text{Theo đề ra có } \begin{cases} \log_9 x = \log_6 y = t \\ \log_9 x = \log_4 (x + y) = t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t & (1) \\ y = 6^t & (2) \\ x + y = 4^t & (3) \\ \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t & (4) \end{cases}$$

Từ (1), (2), và (3) ta có

$$9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow (3^t)^2 + (3 \cdot 2)^t - 4^t = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & (TM) \\ \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & (L) \end{cases}$$

$$\text{Thế vào (4) ta được } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} \Rightarrow a = 1; b = 5$$

Thử lại ta thấy $a = 1; b = 5$ thỏa mãn đủ điều kiện bài toán. Suy ra $a + b = 6$.

Câu 46: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8)$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải.

Chọn A

$$\log_{\sqrt{2}}(x - 1) = \log_2(mx - 8) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (x - 1)^2 = mx - 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x^2 - (m + 2)x + 9 = 0 \end{cases}$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực lớn hơn 1 thì điều kiện sau thỏa mãn.

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ 1 < x_1 < x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 4m - 32 > 0 \\ (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -8 \\ m > 4 \\ m > 0 \\ 8 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < m < 8$$

$$\text{Vì } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5, 6, 7\}.$$

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m + 1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m = 1; m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. **B.** $m = 0; m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$.

C. $m = 0; m = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$. **D.** $m = 1; m = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4(m+1)x = 4x(x^2 - m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m + 1 \end{cases} \quad (1)$$

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

$$\text{Khi đó } (1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m^2 \\ x = \pm\sqrt{m+1} \Rightarrow y = (m+1)^2 - 2(m+1)^2 + m^2 = -2m - 1 \end{cases}$$

Nên ta có $A(0; m^2)$, $B(\sqrt{m+1}; -2m-1)$, $C(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (\sqrt{m+1}; -m^2 - 2m - 1) \\ \overrightarrow{AC} = (-\sqrt{m+1}; -m^2 - 2m - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{m+1 + (m+1)^4} \\ AC = \sqrt{m+1 + (m+1)^4} \end{cases} \Rightarrow AB = AC.$$

Gọi H là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow AH \perp BC$ và $H(0; -2m-1)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = (0; -m^2 - 2m - 1) \Rightarrow AH = |-m^2 - 2m - 1| = (m+1)^2.$$

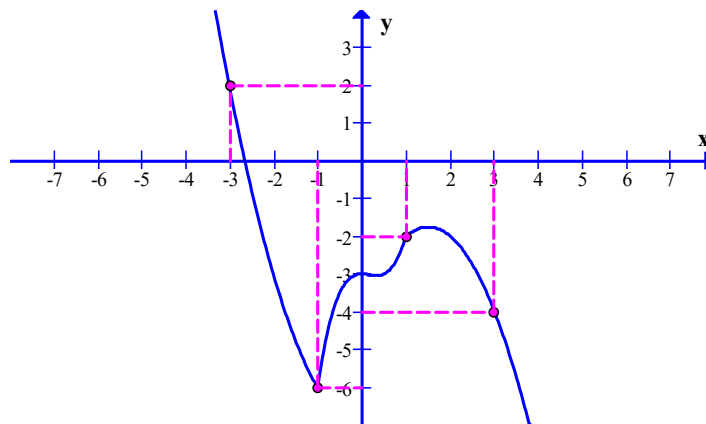
$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{AB \cdot AC \cdot BC}{4R} \Rightarrow 2R \cdot AH = AB \cdot AC.$$

$$\text{Nên } R = 1 \text{ và } \overrightarrow{BC} = (-2\sqrt{m+1}; 0) \Rightarrow BC = 2\sqrt{m+1}$$

$$\Rightarrow 2(m+1)^2 = m+1 + (m+1)^4 \Rightarrow (m+1)^3 + 1 = 2(m+1)$$

$$\Rightarrow m^3 + 3m^2 + m = 0 \Rightarrow m = 0, m = \frac{-3 + \sqrt{5}}{2}.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $g(x) = 2f(x) + (x+1)^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

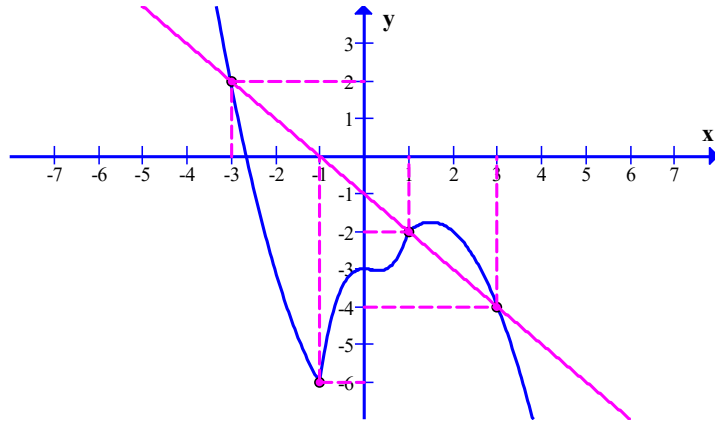
- A. $(3; +\infty)$. **B.** $(1; 3)$. C. $(-3; 1)$. D. $(-\infty; 3)$.

Lời giải**Chọn B**

Tập xác định của $g(x)$ là $\mathbb{R}$. Ta có $g'(x) = 2[f'(x) + x + 1]$.

Hàm số đồng biến khi và chỉ khi $f'(x) \geq -x - 1$, (dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm).

Vẽ chung đồ thị $y = f'(x)$ và $y = -x - 1$ trên cùng một hệ trục như sau:



Từ đồ thị ta có $f'(x) \geq -x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$.

Câu 49: Cho a, b là số thực dương thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^3 + b^3 - 4 \log_2 (4a^3 + b^3)$ là

- A. $4 \log_2 6$. B. $\frac{4}{\ln 2} - 4 \log_2 \frac{4}{\ln 2}$. C. $4(1 - \log_2 3)$. D. -4 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow \log_2 \sqrt{a} = \log_2 \frac{2}{b} \Leftrightarrow \sqrt{a} = \frac{2}{b} \Leftrightarrow a = \frac{4}{b^2}$

Đặt $t = 4a^3 + b^3 = b^3 + \frac{256}{b^6} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{b^3}{2} \cdot \frac{b^3}{2} \cdot \frac{256}{b^6}} = 12 \Rightarrow t \in [12; +\infty)$

Khi đó $P = f(t) = t - 4 \log_2 t$, có $f'(t) = 1 - \frac{4}{t \ln 2} > 0, \forall t \geq 12$

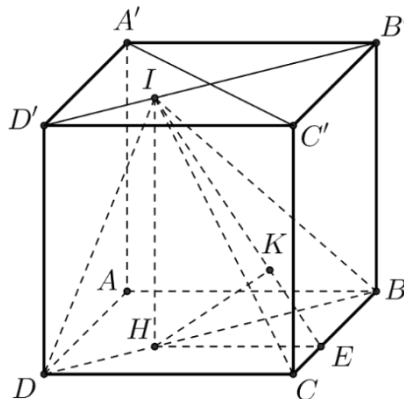
Suy ra $f(t)$ là hàm đồng biến trên $[12; +\infty) \Rightarrow f(t) \geq f(12)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min} = 12 - 4 \log_2 12 = 4(1 - \log_2 3)$

Câu 50: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật cạnh $AB = a, AD = 2a$, $A'B = a\sqrt{3}$. Gọi I là trọng tâm tam giác $(A'C'D')$, φ là góc giữa đường thẳng ID và mặt phẳng (ICB) . Giá trị của $\sin \varphi$ bằng

- A. $\frac{9}{\sqrt{253}}$. B. $\frac{6}{11\sqrt{2}}$. C. $\frac{6}{\sqrt{253}}$. D. $\frac{\sqrt{23}}{11}$.

Lời giải



Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng ID và mặt phẳng (ICB) , H là trọng tâm tam giác (ACD) . Ta

$$\text{có: } \sin \varphi = \frac{d(D; (ICB))}{ID} = \frac{3}{2} \cdot \frac{d(H; (ICB))}{ID}.$$

Gọi E là hình chiếu của H lên CB , K là hình chiếu của H lên IE , ta chứng minh được $d(H; (ICB)) = HK$.

$$\text{Ta có: } HE = \frac{2}{3}DC = \frac{2a}{3}; D'I = \frac{1}{3}D'B' = \frac{1}{3}\sqrt{4a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

$$\text{Mà } A'A = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow HI = a\sqrt{2}.$$

$$DI = \sqrt{DD'^2 + D'I^2} = \sqrt{2a^2 + \frac{5a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{23}}{3}$$

$$\Rightarrow d(H; (ICB)) = HK = \frac{HE \cdot HI}{\sqrt{HE^2 + HI^2}} = \frac{\frac{2a}{3} \cdot a\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{22a^2}{9}}} = \frac{2a}{\sqrt{11}} \Rightarrow \sin \varphi = \frac{9}{\sqrt{253}}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ BÀI

Câu 1: [1D2-1.2-1] Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

- A. 45. B. C_{45}^2 . C. A_{45}^2 . D. 500.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Câu 2: [1D3-3.3-1] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

- A. 14. B. 10. C. 162. D. 30.

Câu 3: [2H2-1.2-1] Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $4\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 4: [2D1-1.2-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 4)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 5: [2H1-3.2-1] Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{1}{3}a^3$.

Câu 6: [2D2-5.1-1] Phương trình $2020^{4x-8} = 1$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{7}{4}$. B. $x = -2$. C. $x = \frac{9}{4}$. D. $x = 2$.

Câu 7: [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 13$ thì $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

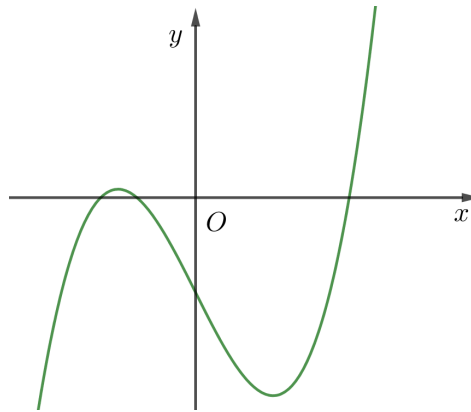
Câu 8: [2D1-1.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$		-3		$+\infty$	
		-4		-4		

Khẳng định nào sau đây đúng

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.
 B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.
 C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.
D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; -3)$.

Câu 9: [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



- A. $y = x^2 - 2x - 1$. **B. $y = x^3 - 2x - 1$.** C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 2x - 1$.

Câu 10: [2D2-3.2-1] Với số thực dương a tùy ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

- A. $2 + \log_3 a$. B. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. C. $2 \log_3 a$. **D. $\frac{1}{2} \log_3 a$.**

Câu 11: [2D3-1.1-1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

- A. $-\cos x - 2x^3 + C$.** B. $\cos x - 2x^3 + C$. C. $-\cos x - 18x^3 + C$. D. $\cos x - 18x^3 + C$.

Câu 12: [2D4-1.1-1] Gọi $\bar{z}$ là số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4 .
 B. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 .
C. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .
 D. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4 .

Câu 13: [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 2; 3)$.** B. $(1; 0; 3)$. C. $(1; 0; 0)$. D. $(0; 2; 0)$.

Câu 14: [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

- A. $(2; 4; 0)$. **B. $(1; 2; 0)$.** C. $(1; 2; 3)$. D. $(2; 4; 6)$.

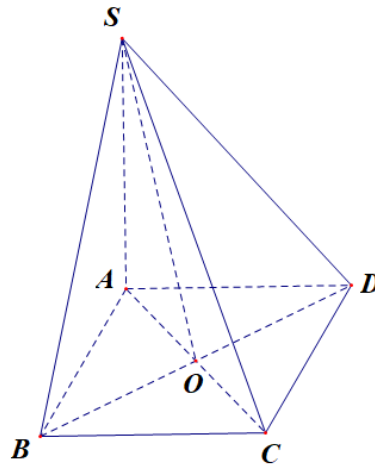
Câu 15: [2H3-2.2-1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n} = (2; 3; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 0)$. C. $\vec{n} = (-2; 0; -3)$. D. $\vec{n} = (2; 0; -3)$.

Câu 16: [2H3-3.3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

- A. $M(1; 3; 0)$. B. $N(1; 3; 3)$. C. $P(2; -1; 0)$. D. $Q(2; -1; 3)$.

Câu 17: [1H3-3.3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên).



Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 18: [2D1-2.2-2] Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19: [2D1-3.1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

- A. 1. B. -23. C. -24. D. -8.

Câu 20: [2D2-3.2-2] Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a = b$. D. $a^2 = b$.

Câu 21: [2D2-6.2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$ là

- A. $[1; 9]$. B. $\left[\frac{1}{9}; 9\right]$. C. $(0; 1] \cup [9; +\infty)$. D. $\left(0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; +\infty)$.

Câu 22: [2H2-2.1-2] Cho mặt cầu (S) . Biết rằng khi cắt mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng cách tâm một khoảng có độ dài là 3 thì được giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi là 12π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

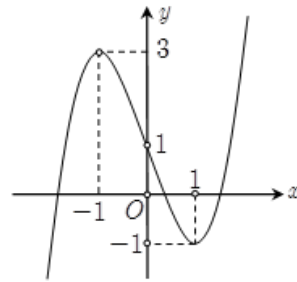
A. 180π .

B. $180\sqrt{3}\pi$.

C. 90π .

D. 45π .

Câu 23: [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Câu 24: [2D3-1.1-2] Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

A. $e^x + \tan x + C$.

B. $e^x - \tan x + C$.

C. $e^x - \frac{1}{\cos x} + C$.

D. $e^x + \frac{1}{\cos x} + C$.

Câu 25: [2D2-4.1-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = e^{\log(-x^2+3x)}$.

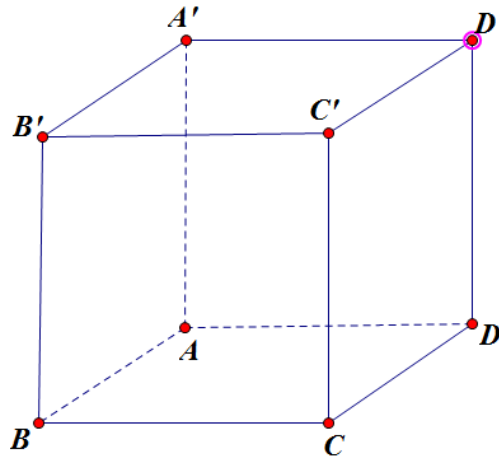
A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = (0; 3)$.

C. $D = (3; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

Câu 26: [2H1-3.2-2] Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình bình hành cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và $AB' = 2a$ (minh họa như hình dưới đây). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{3}}{6}a^3$.

D. $3a^3$.

Câu 27: [2D1-4.1-2] Gọi k và l lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây đúng

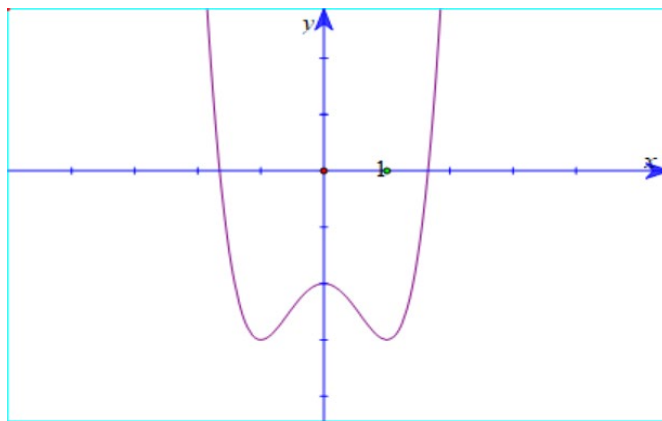
A. $k = 0; l = 2$.

B. $k = 1; l = 2$.

C. $k = 1; l = 1$.

D. $k = 0; l = 1$.

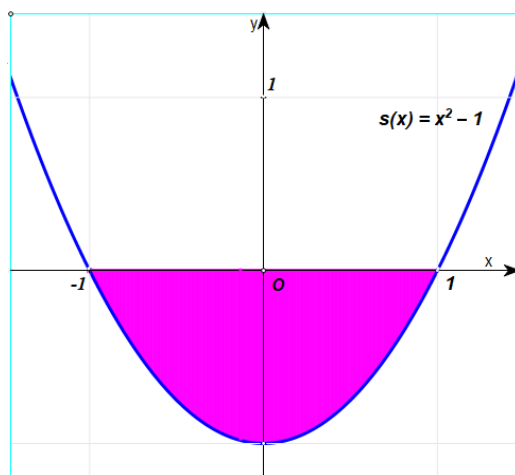
Câu 28: [2D1-5.1-2] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 29: [2D3-3.1-2] Hãy tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây.



A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 30: [2D4-2.2-2] Cho $z_1 = 4 - 2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$.

A. $-6i$.

B. $-2i$.

C. -2 .

D. -6 .

Câu 31: [2D4-2.4-2] Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\overline{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0; 1)$.

B. $N(2; -1)$.

C. $P(1; 3)$.

D. $Q(1; 1)$.

Câu 32: [2H3-1.1-2] Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. -5 .

D. 12.

Câu 33: [2H3-3.7-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(1; -1; 0)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

B. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 34: [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có phương trình là

- A. $x-2y+z+3=0$. B. $x+2y+3z=0$.
C. $x-2y+z=0$. D. $x-2y+z-8=0$.

Câu 35: [2H3-3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ nhận vector nào sau đây làm vector chỉ phương?

- A. $\vec{u}_1 = (1;2;1)$. B. $\vec{u}_2 = (2;4;2)$. C. $\vec{u}_3 = (-2;-4;2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1;2;1)$.

Câu 36: [1D2-5.2-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tìm xác suất để số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau.

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{5}{63}$. D. $\frac{5}{1512}$.

Câu 37: [1H3-5.4-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB=3a$, $AD=DC=a$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Gọi M điểm trên AB sao cho $AM=2a$, tính khoảng cách giữa MD và SC .

- A. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$. B. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{19}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Câu 38: [2D3-2.4-3] Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2$ và $f'(x)=x\sin x$.

Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{a}{b} - \frac{\pi^2}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản).

Khi đó $a+b+c$ bằng

- A. 23. B. 5. C. 20. D. 27.

Câu 39: [2D1-1.3-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{(m+1)\sqrt{-2x+3}-1}{-\sqrt{-2x+3}+\frac{2}{m}}$ ($m \neq 0$ và là tham số thực). Tập hợp m

để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ có dạng $S = (-\infty; a) \cup (b; c] \cup [d; +\infty)$, với a, b, c, d là các số thực. Tính $P = a - b + c - d$.

- A. -3. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 40: [2H2-1.1-3] Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $\sqrt{5}\pi$. B. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$. C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Câu 41: [2D2-5.3-3] Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b}\right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$. Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng:

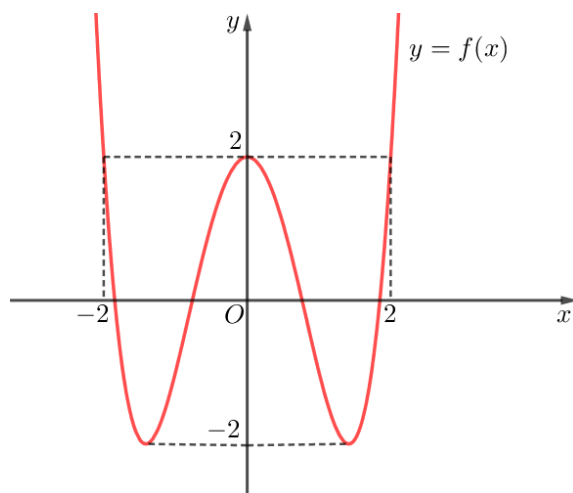
A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 3.

Câu 42: [2D1-3.1-3] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 20]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |2f(x) + m + 4| - f(x) - 3|$ trên đoạn $[-2; 2]$ không bé hơn 1?

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.

Câu 43: [2D2-5.5-3] Cho phương trình $\sqrt{\log_3^2 x - 4\log_3 x - 5} = m(\log_3 x + 1)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[27; +\infty)$.

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m \leq 2$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $0 \leq m < 1$.

Câu 44: [2D3-2.4-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = (2x + 1)e^x$ và $f(0) = -2$. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $f(x) = 0$ có giá trị là

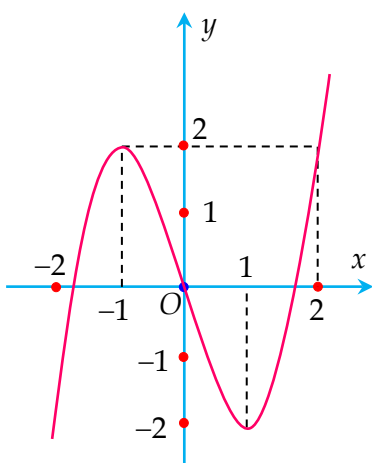
A. -2.

B. 2.

C. 1.

D. -1.

Câu 45: [2D1-5.3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{2f(\cos x)}) = m$ có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.



A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Câu 46: [2D1-2.6-4] Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x = -3, x = 3, x = 5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x) = f(e^{x^3+3x^2} - m)$ có đúng 7 điểm cực trị

A. 3 B. 4 C. 5 **D. 6**

Câu 47: [2D2-5.5-4] Có tất cả bao nhiêu cặp số $(a; b)$ với a, b là các số nguyên dương thỏa mãn:
 $\log_3(a+b) + (a+b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1$.

A. 2. B. 3. C. 1. **D. vô số.**

Câu 48: [2D3-2.4-4] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

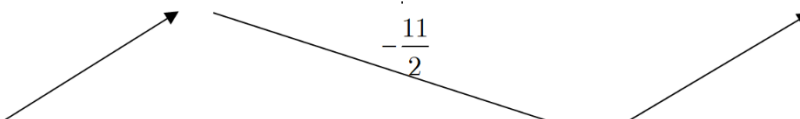
$$x^2 f(1-x) + 2f\left(\frac{2x-2}{x}\right) = \frac{-x^4 + x^3 + 4x - 4}{x}, \forall x \neq 0, x \neq 1. \text{ Khi đó } \int_{-1}^1 f(x) dx \text{ có giá trị là}$$

A. 0. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. **D. $\frac{3}{2}$.**

Câu 49: [2H1-3.2-4] Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = a; AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{CAB} = 135^\circ$, tam giác SAB vuông tại B và tam giác SAC vuông tại A . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.**

Câu 50: [2D1-1.3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{137}{16}$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f'(x)$						

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $g(x) = e^{-x^2+4mx-5} \cdot f(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

A. 4040. B. 4041. C. 2019. **D. 2020.**

----- HẾT -----

Câu 1. [1D2-1.2-1] Lớp 11A có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một đôi song ca gồm 1 nam và 1 nữ?

A. 45.

B. C_{45}^2 .

C. A_{45}^2 .

D. 500.

Lời giải

Chọn D

Để chọn được một đôi song ca gồm một nam và một nữ ta thực hiện liên tiếp 2 công đoạn:

Công đoạn 1: Chọn 1 học sinh nam từ 20 học sinh nam $\Rightarrow$ có 20 cách chọn.

Công đoạn 2: Chọn 1 học sinh nữ từ 25 học sinh nữ $\Rightarrow$ có 25 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có $20 \cdot 25 = 500$ cách chọn.

Câu 2. [1D3-3.3-1] Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

A. 14.

B. 10.

C. 162.

D. 30.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có số hạng đầu u_1 và công sai bằng d là $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Vậy $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 3 = 14$.

Câu 3. [2H2-1.2-1] Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$.

B. $2\pi rl$.

C. πrl .

D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 4. [2D1-1.2-1] Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 4)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 5. [2H1-3.2-1] Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $3a^3$.

C. $9a^3$.

D. $\frac{1}{3}a^3$.

Lời giải

Thể tích của hình hộp đã cho là $V = B.h = a^2.3a = 3a^3$.

Câu 6. [2D2-5.1-1] Phương trình $2020^{4x-8} = 1$ có nghiệm là

A. $x = \frac{7}{4}$.

B. $x = -2$.

C. $x = \frac{9}{4}$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2020^{4x-8} = 1 \Leftrightarrow 2020^{4x-8} = 2020^0 \Leftrightarrow 4x-8=0 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x=2$.

Câu 7. [2D3-2.1-1] Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 13$ thì $\int_1^2 g(x) dx$ bằng

A. -3 .

B. -1 .

C. 1 .

D. 3 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \int_1^2 [2f(x) + g(x)] dx = 13 \Leftrightarrow 2 \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 13$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2 \int_1^2 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 13 - 2.5$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 g(x) dx = 3.$$

$$\text{Vậy } \int_1^2 g(x) dx = 3.$$

Câu 8. [2D1-1.2-1] Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.

B. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $x = 0$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

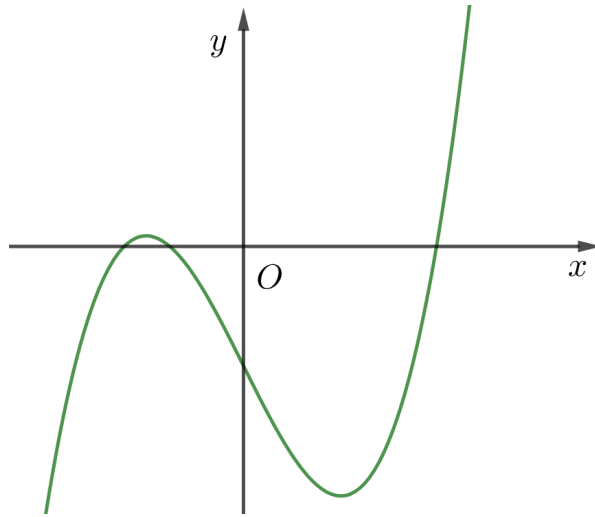
D. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; -3)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; -3)$ do đó chọn D.

Câu 9. [2D1-5.1-1] Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = x^2 - 2x - 1$.

B. $y = x^3 - 2x - 1$.

C. $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

D. $y = -x^3 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn B

+) Từ đồ thị hàm số trên, ta thấy đồ thị là dạng của hàm bậc ba nên loại đáp án A, C.

+) Từ đồ thị hàm số trên, ta thấy giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow +\infty$ là $+\infty$ nên hệ số của x^3 dương, loại đáp án D.

Vậy B là đáp án đúng.

Câu 10. [2D2-3.2-1] Với số thực dương a tùy ý, $\log_3 \sqrt{a}$ bằng

A. $2 + \log_3 a$.

B. $\frac{1}{2} + \log_3 a$.

C. $2 \log_3 a$.

D. $\frac{1}{2} \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Với a là số thực dương tùy ý, ta có $\log_3 \sqrt{a} = \log_3 a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_3 a$.

Câu 11. [2D3-1.1-1] Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

A. $-\cos x - 2x^3 + C$.

B. $\cos x - 2x^3 + C$.

C. $-\cos x - 18x^3 + C$.

D. $\cos x - 18x^3 + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x) dx = \int (\sin x - 6x^2) dx = \int \sin x dx - 2 \int 3x^2 dx = -\cos x - 2x^3 + C$.

Câu 12. [2D4-1.1-1] Gọi $\bar{z}$ là số phức liên hợp của số phức $z = -3 + 4i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 4 .

B. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4 .

C. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .

D. Số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4 .

Lời giải

Chọn C

Số phức $z = -3 + 4i$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = -3 - 4i$.

Vậy số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -4 .

Câu 13. [2H3-1.1-1] Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0;2;3)$.

B. $(1;0;3)$.

C. $(1;0;0)$.

D. $(0;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết ta có : hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;y;z)$ suy ra hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0;2;3)$.

Câu 14. [2H3-1.3-1] Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6 = 0$ là

A. $(2;4;0)$.

B. $(1;2;0)$.

C. $(1;2;3)$.

D. $(2;4;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 11$ nên tọa độ tâm mặt cầu là $(1;2;0)$.

Câu 15. [2H3-2.2-1] [Mức độ 1] Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3z - 1 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n} = (2;3;-1)$.

B. $\vec{n} = (2;3;0)$.

C. $\vec{n} = (-2;0;-3)$.

D. $\vec{n} = (2;0;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $ax + by + cz + d = 0$ có các vector pháp tuyến dạng $\vec{n} = (ka; kb; kc), k \in \mathbb{R}, k \neq 0$.

Suy ra (α) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2;0;-3)$.

Câu 16. [2H3-3.3-1] Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$?

A. $M(1;3;0)$.

B. $N(1;3;3)$.

C. $P(2;-1;0)$.

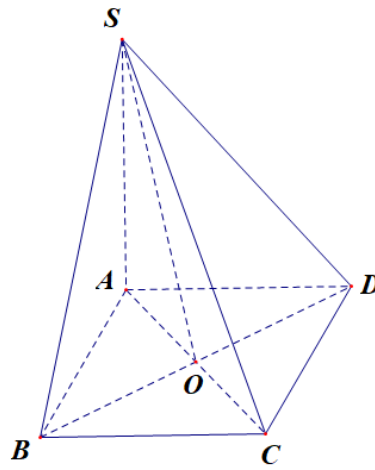
D. $Q(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình đường thẳng d ta thấy đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;0)$.

Câu 17. [1H3-3.3-2] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình hình thoi tâm O , $\triangle ABD$ đều cạnh $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$ (minh họa như hình bên).



Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° .

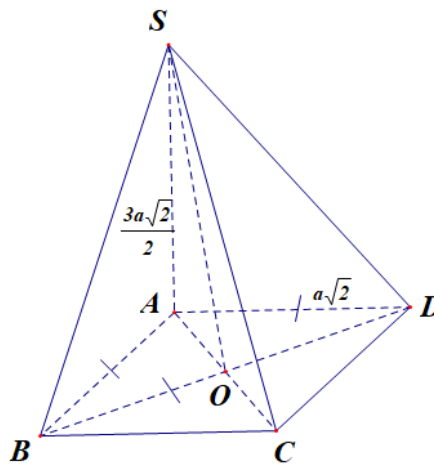
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Do $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SO lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AO . Khi đó góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SOA}$.

$$\Delta ABD \text{ đều cạnh } a\sqrt{2} \text{ nên } AO = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\Delta SOA \text{ vuông tại } A \text{ có } SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}, AO = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ nên}$$

$$\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{OA} = \frac{3a\sqrt{2}}{2} : \frac{a\sqrt{6}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SOA} = 60^\circ.$$

Vậy góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .

Câu 18. [2D1-2.2-2] Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Căn cứ vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại các điểm $x = -1$ và $x = 1$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 19. [2D1-3.1-2] Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ trên đoạn $[-3; 2]$ bằng

A. 1.

B. -23.

C. -24.

D. -8.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 1$ xác định trên $[-3; 2]$.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 20x$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 & \in [-3; 2] \\ x = \sqrt{5} & \notin [-3; 2] \\ x = -\sqrt{5} & \in [-3; 2] \end{cases}$$

$$f(-3) = -8; f(-\sqrt{5}) = -24; f(0) = 1; f(2) = -23.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-3; 2]$ bằng -24 tại $x = -\sqrt{5}$.

Câu 20. [2D2-3.2-2] Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3 a = \log_{27}(a^2 \sqrt{b})$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$.

B. $a^3 = b$.

C. $a = b$.

D. $a^2 = b$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_3 a = \log_{27}(a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow \log_3 a = \frac{1}{3} \log_3(a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow 3 \log_3 a = \log_3(a^2 \sqrt{b})$$

$$\Leftrightarrow \log_3 a^3 = \log_3(a^2 \sqrt{b}) \Leftrightarrow a^3 = a^2 \sqrt{b} \Leftrightarrow a = \sqrt{b} \Leftrightarrow a^2 = b.$$

Câu 21. [2D2-6.2-2] Tập nghiệm của bất phương trình $9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18$ là

A. $[1; 9]$.

B. $\left[\frac{1}{9}; 9\right]$.

C. $(0; 1] \cup [9; +\infty)$.

D. $\left(0; \frac{1}{9}\right] \cup [9; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$9^{\log_9^2 x} + x^{\log_9 x} \leq 18 \quad (1).$$

Điều kiện $x > 0$.

$$(1) \Rightarrow 9^{\log_9 x \cdot \log_9 x} + x^{\log_9 x} \leq 18 \Leftrightarrow (9^{\log_9 x})^{\log_9 x} + x^{\log_9 x} \leq 18 \Leftrightarrow 2x^{\log_9 x} \leq 18$$

$$\Leftrightarrow x^{\log_9 x} \leq 9 \Leftrightarrow \log_9 x \cdot \log_9 x \leq \log_9 9 \Leftrightarrow (\log_9 x)^2 \leq 1$$

$$\Leftrightarrow -1 \leq \log_9 x \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} \leq x \leq 9 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = \left[\frac{1}{9}; 9 \right]$.

Câu 22. [2H2-2.1-2] Cho mặt cầu (S) . Biết rằng khi cắt mặt cầu (S) bởi một mặt phẳng cách tâm một khoảng có độ dài là 3 thì được giao tuyến là đường tròn (T) có chu vi là 12π . Diện tích của mặt cầu (S) bằng

A. 180π .

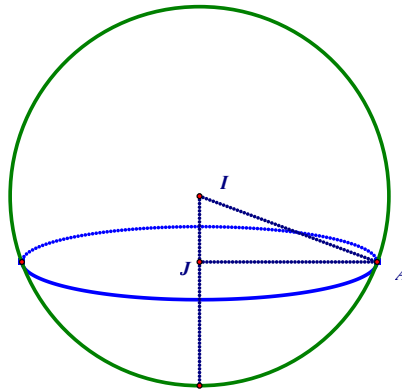
B. $180\sqrt{3}\pi$.

C. 90π .

D. 45π .

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm mặt cầu (S) , J là tâm đường tròn (T) , A là điểm thuộc đường tròn (T)

Có bán kính đường tròn (T) là $r = JA$, $IJ = 3$.

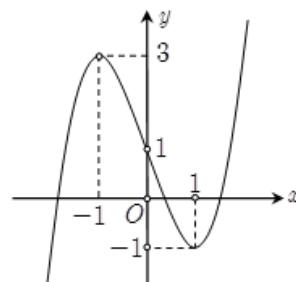
Có chu vi đường tròn (T) là $P = 2\pi r = 12\pi \Rightarrow r = 6$.

Gọi R là bán kính mặt cầu thì $R = \sqrt{r^2 + IJ^2} = 3\sqrt{5}$.

Diện tích mặt cầu (S) là $S = 4\pi R^2 = 180\pi$.

Vậy $S = 180\pi$.

Câu 23. [2D1-5.3-2] Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có 3 nghiệm phân biệt là



A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

+) Ta có $f(x) + 1 = m \Leftrightarrow f(x) = m - 1 (*)$.

+) Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m - 1$.

+) Từ đồ thị ta có, đường thẳng $y = m - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m - 1 < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

+) Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 24. [2D3-1.1-2] Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right)$ là

- A. $e^x + \tan x + C$. **B. $e^x - \tan x + C$.** C. $e^x - \frac{1}{\cos x} + C$. D. $e^x + \frac{1}{\cos x} + C$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int e^x \left(1 - \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left(e^x - \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = e^x - \tan x + C.$$

Câu 25. [2D2-4.1-2] Tìm tập xác định của hàm số $y = e^{\log(-x^2+3x)}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. **B. $D = (0; 3)$.**
C. $D = (3; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$

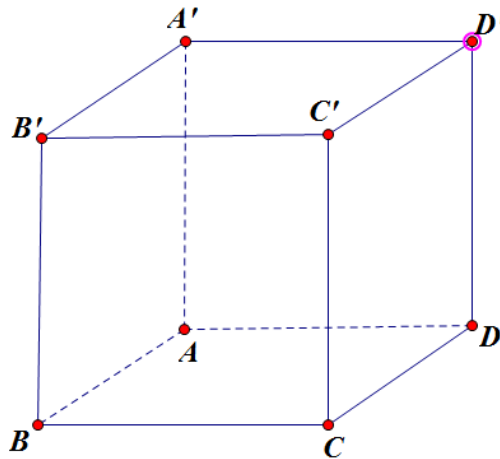
Lời giải

Chọn B

+ Điều kiện xác định: $-x^2 + 3x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (0; 3)$.

Câu 26. [2H1-3.2-2] Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy là hình bình hành cạnh $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD} = 120^\circ$ và $AB' = 2a$ (minh họa như hình dưới đây). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.** B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{6}a^3$. D. $3a^3$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} = \frac{3}{2}a^2$.

Tam giác ABB' vuông tại B có $BB' = \sqrt{AB'^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = BB'.S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot \frac{3}{2}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 27. [2D1-4.1-2] Gọi k và l lần lượt là số đường tiệm cận ngang và số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $k = 0; l = 2$.

B. $k = 1; l = 2$.

C. $k = 1; l = 1$.

D. $k = 0; l = 1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = (0; 2] \setminus \{1\}$.

+ Do tập xác định của hàm số là $D = (0; 2] \setminus \{1\}$ nên không tồn tại giới hạn của hàm số khi $x \rightarrow \pm\infty$, do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

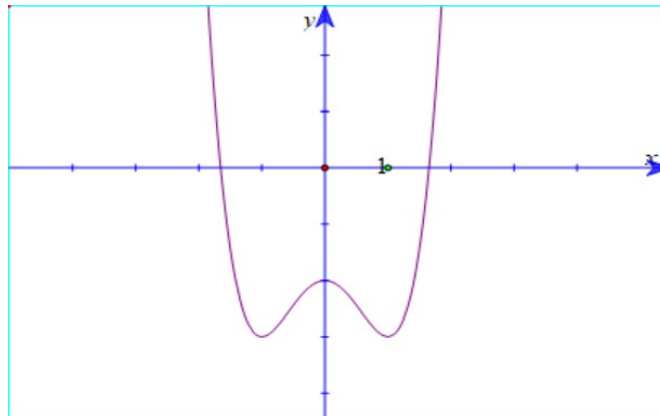
+ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = -\infty$, suy ra $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2-x}}{(x-1)\sqrt{x}} = -\infty$, suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang và có hai đường tiệm cận đứng.

Vậy $k = 0; l = 2$.

Câu 28. [2D1-5.1-2] Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn B

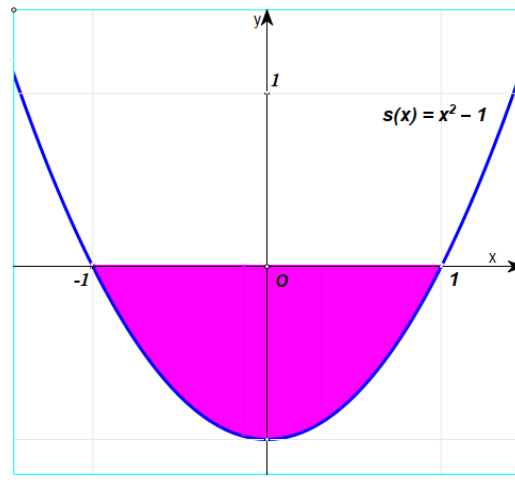
+ Dựa vào hình dáng đồ thị ta có $a > 0$.

+ Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị suy ra a, b trái dấu, mà $a > 0$ suy ra $b < 0$.

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm, suy ra $c < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 29. [2D3-3.1-2] Hãy tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ dưới đây.



A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{3}{4}$.

C. 1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

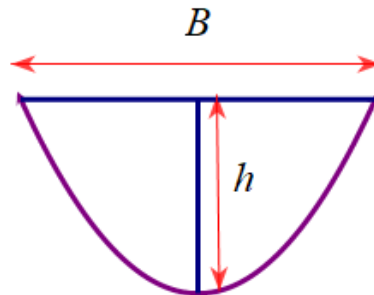
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $x^2 - 1 \leq 0, \forall x \in [-1; 1]$.

Do đó diện tích phần tô đậm là $S = \int_{-1}^1 |x^2 - 1| dx = \int_{-1}^1 (1 - x^2) dx = \left(x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^1 = \frac{4}{3}$.

Cách 2: Công thức nhanh tính diện tích $S = \frac{2}{3} Bh$



Áp dụng công thức với $B = 2, h = 1$ ta có: $S = \frac{2}{3} Bh = \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 1 = \frac{4}{3}$.

Câu 30. [2D4-2.2-2] Cho $z_1 = 4 - 2i$. Hãy tìm phần ảo của số phức $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1}$.

A. $-6i$.

B. $-2i$.

C. -2 .

D. -6 .

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_2 = (1 - 2i)^2 + \overline{z_1} = -3 - 4i + 4 + 2i = 1 - 2i$.

Vậy phần ảo của số phức z_2 là -2 .

Câu 31. [2D4-2.4-2] Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có phần thực khác 0. Biết số phức $w = iz^2 + 2\overline{z}$ là số thuần ảo. Tập hợp các điểm biểu diễn của z là một đường thẳng đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0; 1)$.

B. $N(2; -1)$.

C. $P(1; 3)$.

D. $Q(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}; x \neq 0$)

Mặt khác $w = iz^2 + 2\bar{z} = i(x + yi)^2 + 2(x - yi) = 2(x - xy) + (x^2 - y^2 - 2y)i$.

Vì w là số thuần ảo nên $x - xy = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (không thỏa mãn điều kiện)} \\ y - 1 = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện)} \end{cases}$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng có phương trình $y - 1 = 0$ (trừ điểm $M(0;1)$), do đó đường thẳng này đi qua điểm $Q(1;1)$.

Câu 32. [2H3-1.1-2] Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; 0)$. Tích vô hướng $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

A. -3.

B. -1.

C. -5.

D. 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} - \vec{b} = (-3; 2; 2) \Rightarrow (\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{b} = -5$.

Câu 33. [2H3-3.7-2] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc Δ và tiếp xúc với (P) tại điểm $H(1; -1; 0)$. Phương trình của (S) là

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

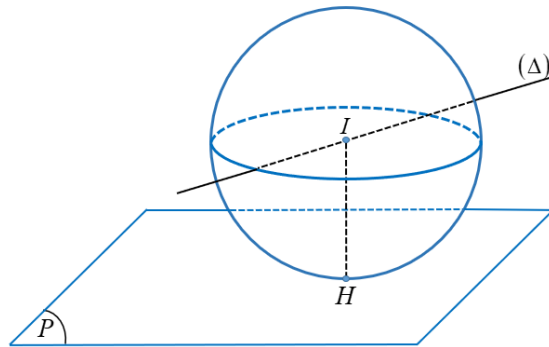
B. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 36$.

C. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Lời giải

Chọn C



Phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$ được viết lại là $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Theo giả thiết $I \in \Delta \Rightarrow I(1 - 2t; 2t; 2 + t) \in \Delta$.

Ta có $\overrightarrow{HI} = (-2t; 2t + 1; t + 2)$.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) tại điểm H nên $\overline{HI}$ và $\vec{n}$ cùng phương.

Ta có $\overline{HI}$ và $\vec{n}$ cùng phương khi và chỉ khi $\frac{-2t}{2} = \frac{2t+1}{-1} = \frac{t+2}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2t+1 \\ 2t+1 = -t-2 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(3; -2; 1)$.

Bán kính mặt cầu (S) là: $R = IH = \sqrt{(1-3)^2 + (-1+2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Câu 34. [2H3-2.3-2] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $x - 2y + z + 3 = 0$.

B. $x + 2y + 3z = 0$.

C. $x - 2y + z = 0$.

D. $x - 2y + z - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và song song với mặt phẳng (P) .

Vì $(Q) \parallel (P)$ nên (Q) nhận vector pháp tuyến $\overline{n_{(P)}} = (1; -2; 1)$ của mặt phẳng (P) làm vector pháp tuyến.

Phương trình của mặt phẳng (Q) là: $1 \cdot (x-1) - 2 \cdot (y-2) + 1 \cdot (z-3) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + z = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) : $x - 2y + z = 0$.

Câu 35. [2H3-3.1-1] Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$ nhận vector nào sau đây làm vector chỉ phương?

A. $\overline{u_1} = (1; 2; 1)$.

B. $\overline{u_2} = (2; 4; 2)$.

C. $\overline{u_3} = (-2; -4; 2)$.

D. $\overline{u_4} = (-1; 2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

+) Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\overline{u_d} = (1; 2; -1)$.

Mà $\overline{u_3} = -2\overline{u_d}$ suy ra $\overline{u_3} = (-2; -4; 2)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 36. [1D2-5.2-3] Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tìm xác suất để số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau.

A. $\frac{1}{36}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{5}{63}$.

D. $\frac{5}{1512}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: “Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S ”.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 9 \cdot A_9^3 = 4536$.

Gọi A là biến cố: “Số được chọn có các chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần và không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau”.

Gọi số được chọn là $\overline{abcd}$.

+) Vì chữ số sắp xếp theo thứ tự tăng dần nên: $1 \leq a < b < c < d \leq 9$.

+) Trong số được chọn không chứa hai chữ số nguyên nào liên tiếp nhau nên:
 $1 \leq a < b-1 < c-2 < d-3 \leq 6$.

Đặt: $a_1 = a$; $b_1 = b-1$; $c_1 = c-2$; $d_1 = d-3$.

Khi đó: $1 \leq a_1 < b_1 < c_1 < d_1 \leq 6$.

Số cách chọn bộ bốn số $(a_1; b_1; c_1; d_1)$ là: C_6^4 (cách) $\Rightarrow$ có C_6^4 cách chọn a ; b ; c ; d .

Mỗi cách chọn $(a; b; c; d)$ chỉ có một cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán nên tạo ra một số.

Suy ra: $n(A) = C_6^4 = 15$.

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{1512}$

Câu 37. [1H3-5.4-3] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = 3a$, $AD = DC = a$. Gọi I là trung điểm của AD , biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Gọi M điểm trên AB sao cho $AM = 2a$, tính khoảng cách giữa MD và SC .

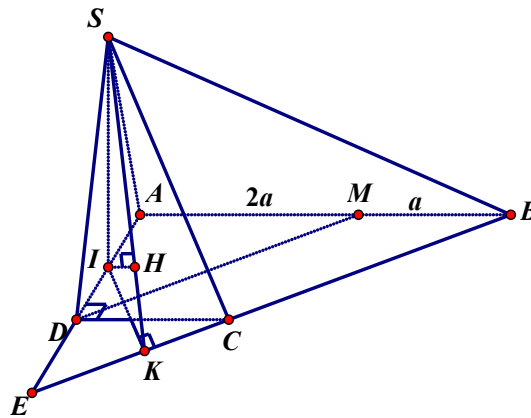
A. $\frac{a\sqrt{17}}{5}$.

B. $\frac{a\sqrt{15}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{6}}{19}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{15}$.

Lời giải



Chọn B

+) Theo giả thiết ta có $\begin{cases} (SBI) \perp (ABCD) \\ (SCI) \perp (ABCD) \\ SI = (SBI) \cap (SCI) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

+) Vẽ $IK \perp BC \Rightarrow BC \perp (SIK) \Rightarrow \widehat{SKI}$ là góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt đáy nên $\widehat{SKI} = 60^\circ$.

+) Vì $S_{\triangle IDC} = \frac{1}{2} DI \cdot DC = \frac{a^2}{4}$, $S_{\triangle IAB} = \frac{3a^2}{4}$. Suy ra $S_{\triangle BIC} = S_{ABCD} - (S_{\triangle IDC} + S_{\triangle IAB}) = a^2$.

+) Mặt khác $BC = \sqrt{(AB - CD)^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$ và $S_{\triangle BIC} = \frac{1}{2} IK \cdot BC$. Suy ra $IK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

+) Trong tam giác vuông SIK ta có $SI = IK \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{15}}{5}$.

+) Vì $AM = 2a$ nên $BM = a \Rightarrow MD \parallel BC$, do đó

$$d(MD, SC) = d(MD, (SBC)) = d(D, (SBC)).$$

+) Gọi E là giao điểm của AD với BC , ta có $\frac{ED}{EA} = \frac{DC}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow ED = \frac{1}{2}AD = ID$.

$$\text{Do đó } d(D, (SBC)) = \frac{1}{2}d(I, (SBC)).$$

+) Gọi H là hình chiếu của I lên SK ta có $d(I, (SBC)) = IH$.

Trong tam giác vuông SIK , ta có:

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{5}{12a^2} + \frac{5}{4a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(MD, SC) = \frac{a\sqrt{15}}{10}.$$

Nhận xét: Để tính IK và IH , ta có thể làm như sau:

$$1) \text{ Tính } IK: \text{ Ta có } IK = d(I, BC) = d(A, DM) = \frac{AI \cdot AM}{DM} = \frac{a \cdot 2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}.$$

$$2) \text{ Tính } IH: \text{ Ta có } IH = IK \cdot \sin \widehat{SKI} = \frac{2a}{\sqrt{5}} \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}a}{15}.$$

Câu 38. [2D3-2.4-3] Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2$ và $f'(x) = x \sin x$.

Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{a}{b} - \frac{\pi^2}{c}$ (với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó

$a + b + c$ bằng

A. 23.

B. 5.

C. 20.

D. 27.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Do } f'(x) = x \sin x \text{ nên } f(x) = \int f'(x) dx = \int x \sin x dx = -\int x d \cos x = -x \cos x + \int \cos x dx \\ = -x \cos x + \sin x + C.$$

$$\text{Theo giả thiết } f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \Leftrightarrow 1 + C = 2 \Rightarrow C = 1.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = \sin x - x \cos x + 1.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x (\sin x - x \cos x + 1) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x \cos x - x \cos^2 x + \cos x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(1 + \cos 2x) dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$= -\frac{1}{4} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x dx - \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x$$

$$= \frac{1}{2} + 1 - \frac{x^2}{4} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \frac{1}{4} x \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = \frac{3}{2} - \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{8} \cos 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{7}{4} - \frac{\pi^2}{16}.$$

Vậy $a = 7, b = 4, c = 16$. Suy ra $a + b + c = 27$.

Câu 39. [2D1-1.3-3] Cho hàm số $f(x) = \frac{(m+1)\sqrt{-2x+3}-1}{-\sqrt{-2x+3}+\frac{2}{m}}$ ($m \neq 0$ và là tham số thực). Tập hợp m để

hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$ có dạng $S = (-\infty; a) \cup (b; c] \cup [d; +\infty)$, với a, b, c, d là các số thực. Tính $P = a - b + c - d$.

A. -3.

B. -1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ -\sqrt{-2x+3} + \frac{2}{m} \neq 0 \end{cases}.$$

Đặt $u = \sqrt{-2x+3} \Rightarrow u' = \frac{-1}{\sqrt{-2x+3}} < 0, \forall x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right)$, suy ra hàm số $u = \sqrt{-2x+3}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; 1\right)$.

Với $x \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right) \Rightarrow u \in (1; 2)$.

Yêu cầu bài toán trở thành tìm m để hàm số $g(u) = \frac{(m+1)u-1}{-u+\frac{2}{m}}$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.

Ta có $g'(u) = \frac{\frac{2}{m}(m+1)-1}{\left(-u+\frac{2}{m}\right)^2}, u \neq \frac{2}{m}$.

Hàm số $g(u)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} g'(u) > 0, \forall u \in (1; 2) \\ \frac{2}{m} \notin (1; 2) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m}(m+1)-1 > 0 \\ \frac{2}{m} \leq 1 \\ \frac{2}{m} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m+2}{m} > 0 \\ \frac{m-2}{m} \geq 0 \\ \frac{m-1}{m} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m \geq 2 \\ m < 0 \\ 0 < m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m < -2 \\ m \geq 2 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ 0 < m \leq 1 \\ m \geq 2 \end{cases}.$$

Vậy $S = (-\infty; -2) \cup (0; 1] \cup [2; +\infty) \Rightarrow a = -2; b = 0; c = 1; d = 2$.

Do đó $P = -2 - 0 + 1 - 2 = -3$.

Câu 40. [2H2-1.1-3] Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{5}\pi$.

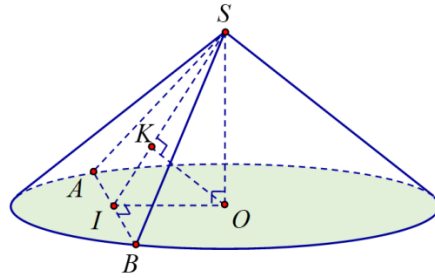
B. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

C. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$.

D. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB .
 Gọi $SA = l$ là đường sinh, $OA = R$ là bán kính và $SO = h$ là đường cao của hình nón đã cho.
 Gọi I là trung điểm của AB và K là hình chiếu của O lên SI .
 Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện là $\left(\widehat{SO; (SAB)}\right) = \widehat{OSK} = 30^\circ$.

$$\Delta SAB \text{ vuông cân tại } S \text{ nên } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} \cdot SA^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} l^2 = 4 \Rightarrow l = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow AB = l \cdot \sqrt{2} = 4 \Rightarrow \text{Đường trung tuyến } SI = \frac{1}{2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2.$$

$$\Delta SOI \text{ vuông tại } O: \cos \widehat{OSI} = \frac{SO}{SI} \Rightarrow SO = SI \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow h = \sqrt{3}.$$

$$\text{Ta có: } R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5 \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}\pi}{3}.$$

Câu 41. [2D2-5.3-3] Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b. \text{ Giá trị của biểu thức } \log_a b + \log_b c^2 \text{ bằng:}$$

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta

$$\text{có: } \log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$$

$$\Leftrightarrow 4 \log_a^2 b + \log_b c \cdot (2 \log_b c - \log_b b) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$$

$$\Leftrightarrow 4 \log_a^2 b + 2 \log_b^2 c - \log_b c + 9 \log_a c = 4 \log_a b \quad (*).$$

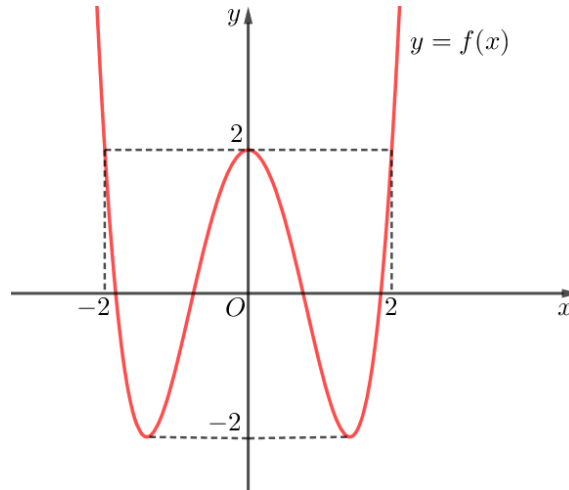
$$\text{Đặt } \begin{cases} \log_a b = x \\ \log_b c = y \end{cases} \quad (x, y > 0 \text{ vì } a, b, c > 1).$$

Ta có $\log_a c = \log_a b \cdot \log_b c = xy$.

Thay vào (*) ta được: $4x^2 + 2y^2 - y + 9xy = 4x \Leftrightarrow 4x^2 + xy + 8xy + 2y^2 - (4x + y) = 0$
 $\Leftrightarrow (4x + y)(x + 2y - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + y = 0 \text{ (loại)} \\ x + 2y = 1 \end{cases}$.

Vậy $\log_a b + \log_b c^2 = \log_a b + 2 \log_b c = x + 2y = 1$.

Câu 42. [2D1-3.1-3] Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 20]$ sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = |2f(x) + m + 4| - f(x) - 3|$ trên đoạn $[-2; 2]$ không bé hơn 1?

A. 18.

B. 19.

C. 20.

D. 21.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có: $-2 \leq f(x) \leq 2, \forall x \in [-2; 2]$ (*).

$$\Rightarrow 2f(x) + 4 \geq 0, \forall x \in [-2; 2].$$

Vì $m \in [0; 20]$ nên $2f(x) + m + 4 \geq 0$

$$\text{suy ra } |2f(x) + m + 4| = 2f(x) + m + 4, \forall x \in [-2; 2].$$

Ta có:

$$g(x) = |2f(x) + m + 4| - f(x) - 3| = |2f(x) + m + 4 - f(x) - 3| = |f(x) + m + 1|, \forall x \in [-2; 2].$$

$$+) \text{ Với } m = 0 \Rightarrow g(x) = |f(x) + 1|, \forall x \in [-2; 2].$$

$$(*) \Leftrightarrow -1 \leq f(x) + 1 \leq 3, \forall x \in [-2; 2].$$

$$\Rightarrow 0 \leq |f(x) + 1| \leq 3, \forall x \in [-2; 2] \Leftrightarrow 0 \leq g(x) \leq 3, \forall x \in [-2; 2].$$

$$\Rightarrow \min_{[-2; 2]} g(x) = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ không thỏa yêu cầu bài toán.}$$

$$+) \text{ Với } m \in [1; 20] \Rightarrow f(x) + m + 1 \geq 0 \Rightarrow g(x) = f(x) + m + 1.$$

$$\text{Từ } (*) \text{ ta có: } f(x) + m + 1 \geq m - 1 \Rightarrow \min_{[-2; 2]} g(x) = m - 1.$$

Yêu cầu bài toán: $\min_{[-2;2]} g(x) \geq 1 \Leftrightarrow m-1 \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 2 \Rightarrow m \in [2;20]$.

Vậy có 19 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. [2D2-5.5-3] Cho phương trình $\sqrt{\log_3^2 x - 4\log_3 x - 5} = m(\log_3 x + 1)$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có nghiệm thuộc $[27; +\infty)$.

A. $0 < m < 2$.

B. $0 < m \leq 2$.

C. $0 \leq m \leq 1$.

D. $0 \leq m < 1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = \log_3 x$, với $x \geq 27 \Rightarrow t \geq 3$.

Phương trình trở thành $\sqrt{t^2 - 4t - 5} = m(t+1)$. (*)

Điều kiện xác định: $\begin{cases} t \leq -1 \\ t \geq 5 \end{cases}$.

+) Với $m < 0$ thì phương trình vô nghiệm, do $\begin{cases} \sqrt{t^2 - 4t - 5} \geq 0, \forall t \geq 5 \\ t+1 > 0 \end{cases}$.

+) Với $m = 0$, ta có $\sqrt{t^2 - 4t - 5} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = 5 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$.

+) Với $m > 0$ thì (*) $\Leftrightarrow t^2 - 4t - 5 = m^2(t+1)^2 \Leftrightarrow (1-m^2)t^2 - (2m^2+4)t - 5 - m^2 = 0$. (**)

Nếu $m = 1 \Rightarrow t = -1$ không thỏa mãn.

Nếu $m \neq 1$, ta có (**) $\Leftrightarrow (t+1)[(1-m^2)t - m^2 - 5] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = \frac{m^2+5}{1-m^2} \end{cases}$.

Do đó, phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow \frac{m^2+5}{1-m^2} \geq 5 \Leftrightarrow \frac{6m^2}{1-m^2} \geq 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$, kết hợp $m > 0$

suy ra $0 < m < 1$.

Vậy với $0 \leq m < 1$ thì phương trình đã cho có nghiệm thuộc $[27; +\infty)$.

Câu 44. [2D3-2.4-3] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - f(x) = (2x+1)e^x$ và $f(0) = -2$. Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $f(x) = 0$ có giá trị là

A. -2 .

B. 2 .

C. 1 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) - f(x) = (2x+1)e^x \Leftrightarrow [f'(x) - f(x)] \cdot e^{-x} = 2x+1$

$\Leftrightarrow f'(x) \cdot e^{-x} + f(x) \cdot (e^{-x})' = 2x+1 \Leftrightarrow (f(x) \cdot e^{-x})' = 2x+1$

$\Rightarrow f(x) \cdot e^{-x} = \int (2x+1)dx \Rightarrow f(x) \cdot e^{-x} = x^2 + x + C$ (1).

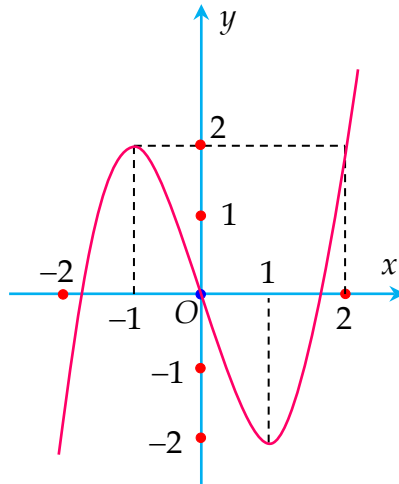
Do $f(0) = -2$ nên từ (1) ta có $-2 \cdot e^0 = 0^2 + 0 + C \Rightarrow C = -2$.

Khi đó $f(x) = (x^2 + x - 2) \cdot e^x$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x^2 + x - 2) \cdot e^x = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $f(x) = 0$ là $1 - 2 = -1$.

Câu 45. [2D1-5.3-3] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt{2f(\cos x)}\right) = m$ có nghiệm $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.



A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Chọn D

+) Đặt $t = \cos x$, do $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ nên suy ra $t \in (-1; 0]$.

Trên khoảng $(-1; 0)$ hàm số nghịch biến nên suy ra

Với $t \in (-1; 0]$ thì $f(0) \leq f(t) < f(-1)$ hay $0 \leq f(t) < 2$.

+) Đặt $u = \sqrt{2f(\cos x)}$ thì $u = \sqrt{2f(t)}$, $u \in [0; 2)$. Khi đó bài toán trở thành:

Tìm m để phương trình $f(u) = m$ có nghiệm $u \in [0; 2)$.

Quan sát đồ thị ta thấy rằng với $u \in [0; 2)$ thì $f(u) \in [-2; 2) \Rightarrow -2 \leq m < 2$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2; -1; 0; 1\}$. Vậy có 4 giá trị của m .

Tổng các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là -2 .

Câu 46. [2D1-2.6-4] Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$, biết hàm số có ba điểm cực trị $x = -3, x = 3, x = 5$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $g(x) = f(e^{x^3+3x^2} - m)$ có đúng 7 điểm cực trị

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = (3x^2 + 6x)e^{x^3+3x^2} \cdot f'(e^{x^3+3x^2} - m)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 + 6x)e^{x^3+3x^2} \cdot f'(e^{x^3+3x^2} - m) = 0$

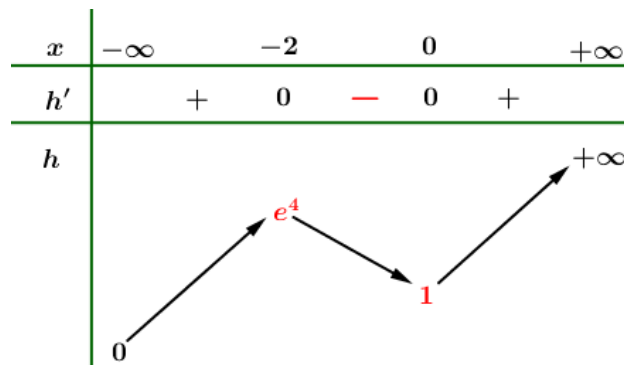
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}-m=-3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=3 \\ e^{x^3+3x^2}-m=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \\ e^{x^3+3x^2}=m-3, (1) \\ e^{x^3+3x^2}=m+3, (2) \\ e^{x^3+3x^2}=m+5, (3) \end{cases}.$$

Hàm số $g(x)$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi tổng số nghiệm đơn và bội lẻ, khác 0 và -2 của các phương trình (1),(2),(3) là 5.

Xét hàm số $h(x) = e^{x^3+3x^2}$ có $h'(x) = (3x^2 + 6x)e^{x^3+3x^2}$.

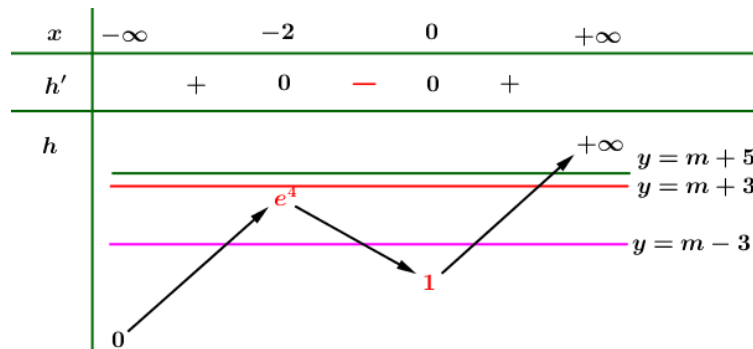
Ta có $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Khi đó có 3 trường hợp sau:

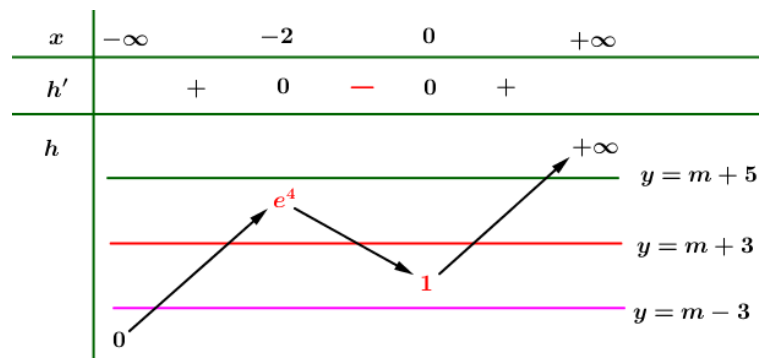
Trường hợp 1:



$$\text{Khi đó: } \begin{cases} m+3 \geq e^4 \\ 1 < m-3 < e^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq e^4 - 3 \approx 51,6 \\ 4 < m < e^4 + 3 \approx 57,6 \end{cases}$$

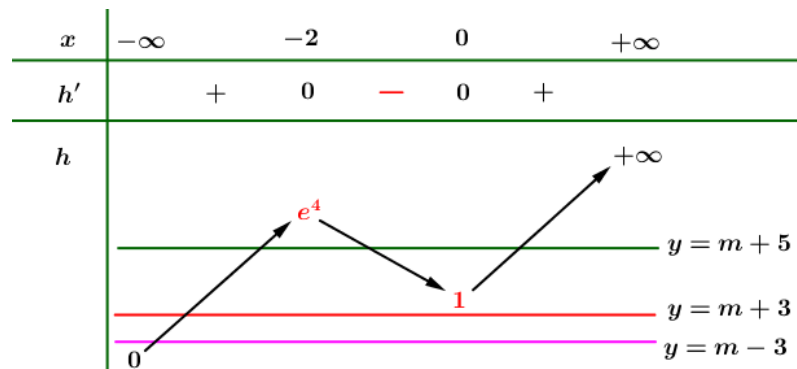
Do m nguyên nên $m \in \{52; 53; 54; 55; 56; 57\}$.

Trường hợp 2:



Khi đó:
$$\begin{cases} m+5 \geq e^4 \\ 1 < m+3 < e^4 \\ 0 < m-3 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > e^4 - 5 \approx 49,6 \\ -2 < m < e^4 - 3 \\ 3 < m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Trường hợp 3:



Khi đó:
$$\begin{cases} 1 < m+5 < e^4 \\ m+3 \leq 1 \\ m-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < m < e^4 - 5 \approx 49,6 \\ m \leq -2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Vậy có 6 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 47. [2D2-5.5-4] Có tất cả bao nhiêu cặp số $(a;b)$ với a, b là các số nguyên dương thỏa mãn:

$$\log_3(a+b) + (a+b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1.$$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. vô số.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Với a, b là các số nguyên dương, ta có:

$$\log_3(a+b) + (a+b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a+b-1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{a^3 + b^3}{a^2 + b^2 - ab} + a^3 + b^3 + 3ab(a+b) = 3(a^2 + b^2 - ab) + 3ab(a+b) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(a^3 + b^3) + a^3 + b^3 = \log_3[3(a^2 + b^2 - ab)] + 3(a^2 + b^2 - ab) \quad (1)$$

Xét hàm số: $f(t) = \log_3 t + t$ trên $(0; +\infty)$.

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0, \forall t > 0 \text{ nên hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên } (0; +\infty).$$

Khi đó, phương trình (1) trở thành :

$$f(a^3 + b^3) = f[3(a^2 + b^2 - ab)] \Leftrightarrow a^3 + b^3 = 3(a^2 + b^2 - ab) \Leftrightarrow (a^2 + b^2 - ab)(a + b - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - ab = 0 (*) \\ a + b - 3 = 0 \end{cases}$$

Do $a, b \in \mathbb{N}^*$ nên phương trình $(*)$ vô nghiệm. Suy ra: $a + b = 3$.

$$\text{Mà } a, b \text{ là các số nguyên dương nên } \begin{cases} 0 < a < 3 \\ 0 < b < 3 \\ a + b = 3 \\ a, b \in \mathbb{N}^* \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: (Thầy Toàn Hoàng)

Với a, b là các số nguyên dương, ta có:

$$\log_3(a + b) + (a + b)^3 = 3(a^2 + b^2) + 3ab(a + b - 1) + 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{a + b}{3} + a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 3(a^2 + b^2 - ab) + 3ab(a + b)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \frac{a + b}{3} = (a^2 + b^2 - ab)(3 - a - b)(1)$$

Trường hợp 1: $a + b = 2$. Khi đó: $(1) \Leftrightarrow \log_3 \frac{2}{3} = 4 - 3ab$ loại do $a, b \in \mathbb{N}^*$.

Trường hợp 2: $a + b > 3 \Rightarrow \log_3 \frac{a + b}{3} > 0$ và $(a^2 + b^2 - ab)(3 - a - b) < 0, \forall a, b \in \mathbb{N}^*$

nên (1) không xảy ra.

Trường hợp 3: $a + b = 3$, khi đó (1) thỏa mãn.

$$\text{Mà } a, b \text{ là các số nguyên dương nên } \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai cặp số $(a; b)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 48. [2D3-2.4-4] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn

$$x^2 f(1 - x) + 2f\left(\frac{2x - 2}{x}\right) = \frac{-x^4 + x^3 + 4x - 4}{x}, \forall x \neq 0, x \neq 1. \text{ Khi đó } \int_{-1}^1 f(x) dx \text{ có giá trị là}$$

A. 0.

B. 1.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ giả thiết suy ra } f(1 - x) + \frac{2}{x^2} f\left(\frac{2x - 2}{x}\right) = \frac{-x^4 + x^3 + 4x - 4}{x^3}$$

$$\begin{aligned}
\text{Ta có: } & \int_1^2 f(1-x) dx + \int_1^2 f\left(\frac{2x-2}{x}\right) \cdot \frac{2}{x^2} dx = \int_1^2 \frac{-x^4 + x^3 + 4x - 4}{x^3} dx \\
\Leftrightarrow & -\int_1^2 f(1-x) d(1-x) + \int_1^2 f\left(\frac{2x-2}{x}\right) d\left(\frac{2x-2}{x}\right) = \int_1^2 \left(-x + 1 + \frac{4}{x^2} - \frac{4}{x^3}\right) dx \\
\Leftrightarrow & -\int_0^{-1} f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt = \left(-\frac{x^2}{2} + x - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}\right) \Big|_1^2 \\
\Leftrightarrow & \int_{-1}^0 f(t) dt + \int_0^1 f(t) dt = 0 \\
\Leftrightarrow & \int_{-1}^1 f(t) dt = 0.
\end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \int_{-1}^1 f(x) dx = 0.$$

Cách trắc nghiệm (Thầy Hoàng Gia Hùng)

$$\text{Ta có: } x^2 f(1-x) + 2f\left(\frac{2x-2}{x}\right) = \frac{-x^4 + x^3 + 4x - 4}{x}, \forall x \neq 0, x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 f(1-x) + 2f\left(\frac{2x-2}{x}\right) = \frac{-x^4 + x^3}{x} + \frac{4x-4}{x}, \forall x \neq 0, x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 f(1-x) + 2f\left(\frac{2x-2}{x}\right) = x^2(1-x) + 2\left(\frac{2x-2}{x}\right), \forall x \neq 0, x \neq 1$$

$$\text{Chọn } f(x) = x \Rightarrow \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 x dx = 0.$$

Câu 49. [2H1-3.2-4] Cho hình chóp $S.ABC$, đáy là tam giác ABC có $AB = a; AC = a\sqrt{2}$ và $\widehat{CAB} = 135^\circ$, tam giác SAB vuông tại B và tam giác SAC vuông tại A . Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SAB) bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

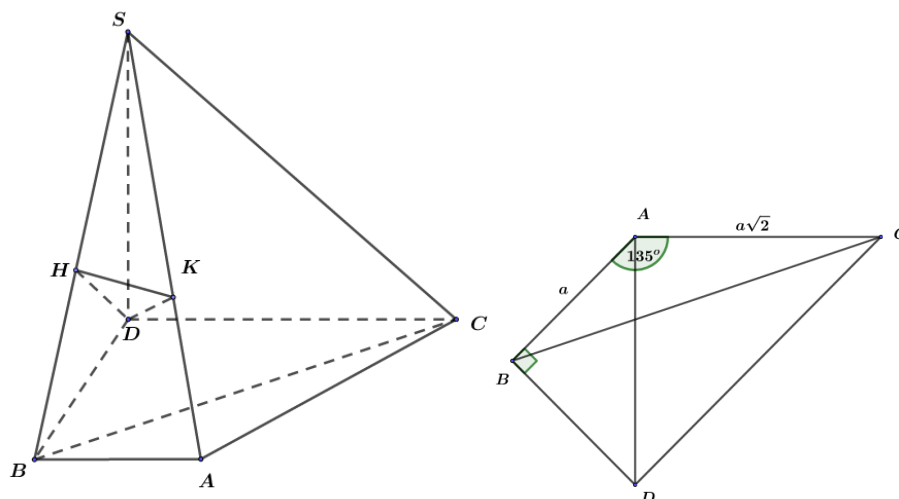
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC) .

$$\begin{cases} AB \perp SB \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SBD) \Rightarrow AB \perp BD.$$

$$\begin{cases} AC \perp SA \\ AC \perp SD \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAD) \Rightarrow AC \perp AD.$$

Tam giác ABC có $\widehat{CAB} = 135^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 45^\circ$.

Tam giác ABD vuông tại B có $\widehat{BAD} = 45^\circ$ suy ra tam giác ABD vuông cân và $AD = a\sqrt{2}$.

Từ đó có tam giác ACD vuông cân tại $A \Rightarrow$ tứ giác $ABDC$ là hình thang vuông tại B và D .

Trong mặt phẳng (SBD) , hạ $DH \perp SB$ ($H \in SB$). Dễ chứng minh $DH \perp (SAB)$.

Trong mặt phẳng (SAD) , hạ $DK \perp SA$ ($K \in SA$). Dễ chứng minh $DK \perp (SAC)$.

Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) ta có: $\alpha = (\widehat{DH, DK}) = \widehat{HDK} = 30^\circ$ do tam giác DHK vuông tại H .

Đặt $SD = x$, ($x > 0$).

$$\text{Tam giác } DHK \text{ vuông tại } H \text{ có } \cos \widehat{HDK} = \frac{HD}{DK} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ax}{\sqrt{a^2 + x^2}} \cdot \frac{\sqrt{2a^2 + x^2}}{\sqrt{2} \cdot ax}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{6}\sqrt{a^2 + x^2} = 2\sqrt{2a^2 + x^2} \Leftrightarrow 6a^2 + 6x^2 = 8a^2 + 4x^2 \Leftrightarrow x = a.$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SD \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{a^3}{6}.$$

Vậy thể tích khối $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50. [2D1-1.3-4] Cho hàm số $y = f(x)$ và $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ và $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{137}{16}$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	$+$
$f'(x)$					

Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $g(x) = e^{-x^2 + 4mx - 5} \cdot f(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

A. 4040.

B. 4041.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } g'(x) = (-2x + 4m) \cdot e^{-x^2 + 4mx - 5} \cdot f(x) + e^{-x^2 + 4mx - 5} \cdot f'(x)$$

$$\Leftrightarrow g'(x) = [(-2x + 4m) \cdot f(x) + f'(x)] \cdot e^{-x^2 + 4mx - 5}.$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và $g'(x) = 0$ chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm thuộc $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

$$\Leftrightarrow (-2x + 4m) \cdot f(x) + f'(x) \geq 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right) \text{ (vì } e^{-x^2+4mx-5} > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow -2x + 4m \geq -\frac{f'(x)}{f(x)}, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right), \text{ (vì } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$\Leftrightarrow 4m \geq 2x - \frac{f'(x)}{f(x)}, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right) (*).$$

Xét $h(x) = 2x - \frac{f'(x)}{f(x)}, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Ta có $h'(x) = 2 - \frac{f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2}{f^2(x)}$.

Mà $\begin{cases} f''(x) < 0 \\ f(x) > 0 \end{cases}, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{f''(x) \cdot f(x) - [f'(x)]^2}{f^2(x)} < 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Từ đó suy ra $h'(x) > 0, \forall x \in \left(-1; \frac{1}{2}\right)$. Vậy hàm số $h(x)$ đồng biến trên $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$.

Bảng biến thiên

x	-1	$\frac{1}{2}$
$h'(x)$	+	
$h(x)$	$h(-1)$	$h\left(\frac{1}{2}\right)$

Vậy điều kiện $(*) \Leftrightarrow 4m \geq h\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 4m \geq 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{f'\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} \Leftrightarrow 4m \geq \frac{225}{137} \Leftrightarrow m \geq \frac{225}{548}$.

Lại có $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in [-2020; 2020] \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; \dots; 2020\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1: Từ một lớp học có 17 nữ và 15 nam, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

A. 32.

B. 17.

C. 15.

D. 255.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2.

B. -2.

C. 12.

D. -12.

Câu 3: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng l và bán kính đáy r bằng

A. $2\pi rl$.

B. πrl .

C. $\frac{1}{3}\pi rl$.

D. $\pi r^2 l$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5: Cho khối hộp chữ nhật có kích thước, chiều dài 3, chiều rộng 2, chiều cao 1. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng .

A. 6.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

A. -1.

B. 1.

C. 5.

D. -5.

Câu 7: Nếu $\int_0^3 f(x)dx = -5$ và $\int_3^5 f(x)dx = 10$ thì $\int_0^5 f(x)dx$ bằng

A. 15.

B. 5.

C. -15.

D. -5.

Câu 8: Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 + 1$?

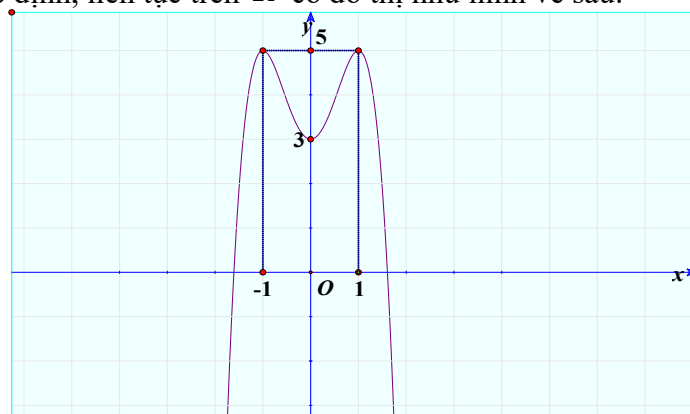
A. $x = 1$.

B. $x = 0$.

C. $(1;2)$.

D. $(0;1)$.

Câu 9 : Cho hàm số xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau?

A. $y = -2x^4 + 4x^2 + 3.$

B. $y = 2x^4 - 4x^2 + 3.$

C. $y = 2x^3 - 3x^2 + 3.$

D. $y = -2x^4 + 4x^2 - 3.$

Câu 10: Với a là số tùy ý, $\log 100^a$ bằng

A. $a.$

B. $10a.$

C. $100a.$

D. $2a.$

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 2x$ là

A. $\cos x - 2 + C.$

B. $\cos x - 2.$

C. $-\cos x - x^2 + C.$

D. $-\cos x - x^2.$

Câu 12: Môđun của số phức $5 - 3i$ bằng

A. 5.

B. $\sqrt{5}.$

C. 4.

D. $\sqrt{2}.$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ

phương của d ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 0; 2).$

B. $\vec{n}_2 = (-2; 2; 1).$

C. $\vec{n}_3 = (-2; 2; -1).$

D. $\vec{n}_4 = (2; 2; 1).$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

A. $I(0; -1; 2), R = 3.$

B. $I(0; -1; 2), R = 9.$

C. $I(0; 1; 2), R = 3.$

D. $I(0; -1; -2), R = 3.$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1 - 2; 3).$

B. $\vec{n} = (1; 0; -2).$

C. $\vec{n} = (1; -2; 0).$

D. $\vec{n} = (3; -2; 1).$

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(2; 1; 0).$

B. $N(0; -1; -2).$

C. $P(3; 1; 1).$

D. $Q(3; 2; 2).$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng.

A. $30^\circ.$

B. $45^\circ.$

C. $60^\circ.$

D. $90^\circ.$

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)^3(x+2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

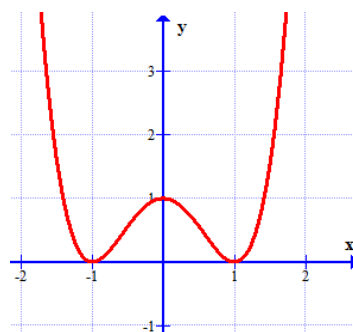
A. 3.

B. 2

C. 6.

D. 1.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và có đồ thị như hình vẽ.



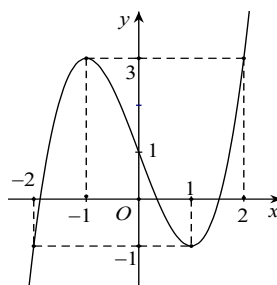
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 1]$.

Giá trị của $M - m$ bằng

Câu 30: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_5 \frac{a}{b} = \log_{25} a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b$. B. $a^2 = \frac{1}{b}$. C. $a = \frac{1}{b^2}$. D. $a = \frac{1}{b}$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 32: Cho hình trụ có đường sinh $l = 2a$, đáy là hình tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh a . Thể tích khối trụ giới hạn bởi hình trụ đó là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^3$. B. πa^3 . C. $\frac{2}{3}\pi a^3$. D. $2\pi a^3$.

Câu 33: Cho $I = \int_0^1 x^5 \sqrt{1-x^2} dx$. Nếu đặt $t = \sqrt{1-x^2}$ thì I bằng

- A. $\int_0^1 t(1-t^2)dt$. B. $\int_1^0 t(1-t)dt$. C. $\int_0^1 t^2(1-t^2)^2 dt$. D. $\int_1^0 (t^4 - t^2)dt$.

Câu 34: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ và trục Ox

- A. $S = 1$. B. $S = 2$. C. $S = \frac{1}{2}$. D. $S = \frac{16}{15}$.

Câu 35: Cho hai số phức $z = 1 - i$ và $w = 7 + 3i$. Số phức $2z - w$ có tổng phần thực và phần ảo là:

- A. 0. B. -5. C. 10. D. -10.

Câu 36: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $z + (i - 2)z = 2 + 3i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng hai điểm $A(2; -2; 1), B(0; 4; 3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của AB là

- A. $(\alpha): -x + 3y + z + 4 = 0$. B. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0$.
C. $(\alpha): x - 3y - z - 4 = 0$. D. $(\alpha): -x + 3y + z - 4 = 0$.

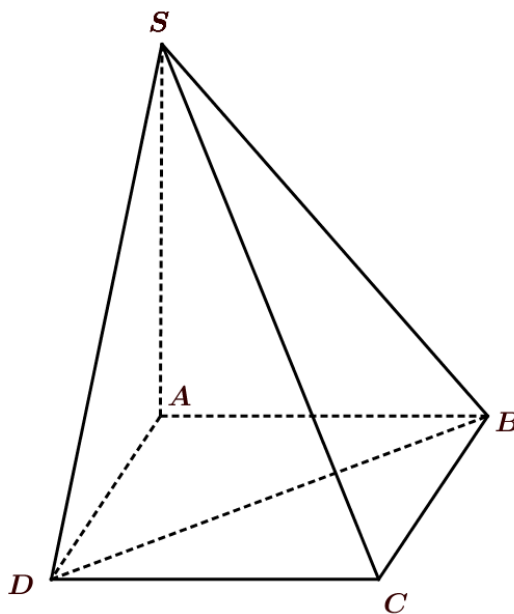
Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ hãy viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $H(3; -2; -1)$ và song song với trục Oy .

- A. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -2t \\ z = -t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 + t \\ z = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = -t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Câu 39: Một lớp học có 35 học sinh gồm 20 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm chọn một ban cán sự gồm 4 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ban cán sự có ít nhất 1 nam?

- A.** 50995. **B.** 9100. **C.** 6195. **D.** 680.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng



- A.** $12a$. **B.** $\frac{3a}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $6a$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 42: Cường độ một trận động đất M được đo bởi công thức $M = \log A - \log A_0$ với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỷ XX, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, có một trận động đất khác ở gần đó đo được 7,1 độ Richter. Hỏi trận động đất ở San Francisco có biên độ gấp bao nhiêu lần trận động đất này.

- A.** 1,17. **B.** 15,8. **C.** 2,2. **D.** 4.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	-1	$-\infty$	

Bất phương trình $f(x) > \sin x + m$ có nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$ khi và chỉ khi

- A.** $m > f(1) - \sin 1$. **B.** $m \geq f(1) - \sin 1$.
C. $m \leq f(-1) + \sin 1$. **D.** $m < f(-1) + \sin 1$.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{3a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

C. $V = \frac{3\pi a^2 h \sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{\pi}{3} \left(h^2 - \frac{4a^2}{3} \right) \sqrt{\frac{h^2}{4} + \frac{a^2}{3}}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện: $f(0) = 2\sqrt{2}$; $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ và

$f(x).f'(x) = (2x+1)\sqrt{1+f^2(x)} \quad \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(1)$ bằng

A. $\sqrt{15}$.

B. $\sqrt{23}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $\sqrt{26}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
f'	$-$	0	$+$	0	$-$
f	$+\infty$		3		$-\infty$
		-1			

Phương trình $f(4x - x^2) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Câu 47: Cho a, b, c là các số thực lớn hơn 1. Biết rằng biểu thức $P = \log_a(bc) + \log_b(ac) + 4\log_c(ab)$ đạt GTNN bằng m khi $\log_b c = n$. Tính tổng $S = m + n$.

A. $S = 12$.

B. $S = 14$.

C. $S = 10$.

D. $S = 5$.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\max_{[1;3]} |x^3 - 3x^2 + m| \leq 4$?

A. 6.

B. 4.

C. 7.

D. 5.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh $a\sqrt{3}$, $BD = 3a$, hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng $(A'B'C'D')$ trùng với trung điểm của $A'C'$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và $(CDD'C')$, $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$. Tính thể tích khối hộp đó.

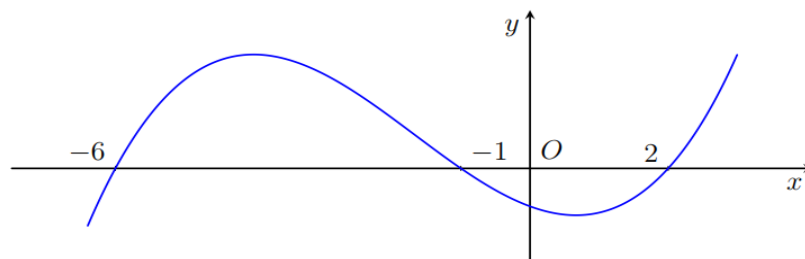
A. $V = \frac{3a^3}{4}$.

B. $V = \frac{9\sqrt{3}a^3}{4}$.

C. $V = \frac{9a^3}{4}$.

D. $V = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số $g(x) = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(2;3)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(-2;-1)$.

D. $(0;1)$.

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh: SBD:

MÃ ĐỀ: 001

Câu 1. Cho tập hợp M gồm 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

- A. C_{17}^3 . B. A_{20}^3 . C. C_{20}^3 . D. 3^{20} .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. -6 . B. 6 . C. 1 . D. -18 .

Câu 3. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $6a^3$. B. $8a^3$. C. $4a^3$. D. $2a^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 6. Cho $\int f(x)dx = x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = \frac{x^2}{2}$. B. $f(x) = 1$. C. $f(x) = x$. D. $f(x) = x + 1$.

Câu 7. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $3h$ bằng

- A. $3Bh$. B. Bh . C. $2Bh$. D. $\frac{1}{3}Bh$.

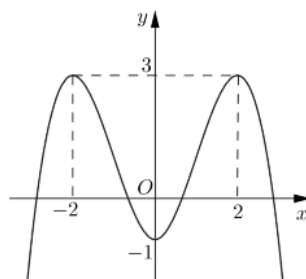
Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho khối cầu có đường kính bằng 2. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. 32π . D. 4π .

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương khác 1, $\log_b a$ bằng

- A. $-\log_a b$. B. $\frac{1}{\log_a b}$. C. $\log a - \log b$. D. $\log_a b$.

Câu 12. Diện tích toàn phần của hình trụ có độ dài đường sinh $l = 2$ và bán kính đáy $r = 3$ bằng

A. 24π .

B. 12π .

C. 21π .

D. 30π .

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow 0$	$\nearrow +\infty$		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

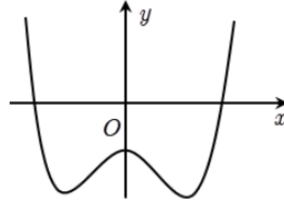
A. 3.

B. -2.

C. 2.

D. 0.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là

A. $x = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = -2$.

D. $x = 2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 1$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $(0; 2]$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 1]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 18. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -8.

B. 4.

C. -4.

D. 8.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3i - 1$ là

A. $\bar{z} = 1 + 3i$.

B. $\bar{z} = -1 - 3i$.

C. $\bar{z} = 1 - 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

A. $6i$.

B. -5 .

C. 6.

D. $-5i$.

Câu 21. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = z^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(6; 9)$.

B. $P(4; 9)$.

C. $N(-4; 6)$.

D. $M(-5; -12)$.

Câu 22. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; 3; -1)$.

B. $(-2; 0; -1)$.

C. $(-2; 3; 0)$.

D. $(2; 3; -1)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-5; 3; -1)$. B. $(5; -3; 1)$. C. $(-5; 3; -1)$. D. $(-1; 3; -5)$.

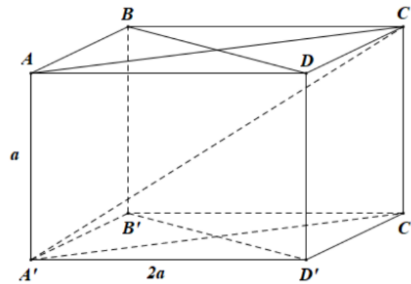
Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 7 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -2; 7)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 7)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(3; 0; 3)$. B. $N(-2; 2; 0)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $Q(2; 2; 0)$.

Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AD = 2a$. Gọi góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng



- A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\tan \alpha = \sqrt{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{7}{2}$. D. -5 .

Câu 29. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2 b^3)$.

- A. $P = x^2 y^3$. B. $P = x^2 + y^3$. C. $P = 6xy$. D. $P = 2x + 3y$.

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 31. Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $\log(a^2 + b^2)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 10.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác đều ABC có diện tích bằng $\sqrt{3}$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó.

- A. $V = 2\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{7}{4}\pi$. D. $V = \frac{7}{8}\pi$.

Câu 33. Xét $\int_0^2 \frac{x}{(x^2+1)\ln 2} e^{\log_2(x^2+1)} dx$, nếu đặt $u = \log_2(x^2+1)$ thì $\int_0^2 \frac{x}{(x^2+1)\ln 2} e^{\log_2(x^2+1)} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_0^{\log_2 5} e^u du$.
 B. $-\frac{1}{2} \int_0^{\log_2 5} e^u du$.
 C. $2 \int_0^{\log_2 4} e^u du$.
 D. $\int_0^{\log_2 5} e^u du$.

Câu 34. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.
 B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx$.
 C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx$.
 D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx$.

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tính $S = ab$.

A. $S = -4$.
 B. $S = 4$.
 C. $S = 2$.
 D. $S = -2$.

Câu 36. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = 2\sqrt{5}$.
 B. $MN = 5$.
 C. $MN = 3\sqrt{5}$.
 D. $MN = 4$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; 3; 5)$ và $B(-1; 0; 8)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $-5x - 3y + 3z - 14 = 0$.
 B. $-10x - 6y + 6z + 15 = 0$.
 C. $-10x - 6y + 6z - 15 = 0$.
 D. $-5x - 3y + 3z + \frac{15}{2} = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

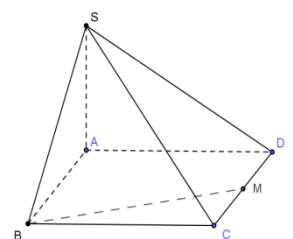
A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.
 C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.
 D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 39. Đánh số thứ tự cho 20 bạn học sinh lần lượt từ số thứ tự 1 đến số thứ tự 20. Chọn ngẫu nhiên ba bạn học sinh từ 20 bạn học sinh đó. Tính xác suất để ba bạn được chọn không có hai bạn nào được đánh số thứ tự liên tiếp.

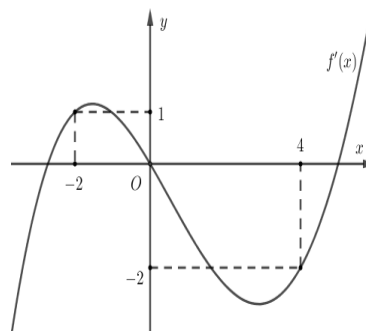
A. $\frac{799}{1140}$.
 B. $\frac{139}{190}$.
 C. $\frac{68}{95}$.
 D. $\frac{27}{95}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, BM bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.
 B. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.
 C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.
 D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.



Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình sau:



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số

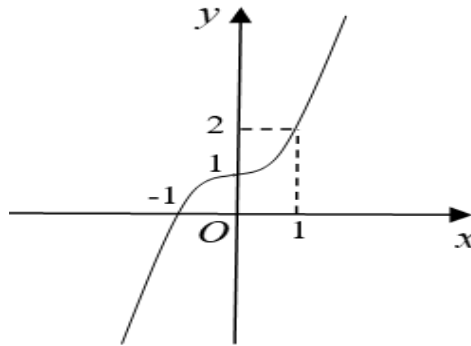
$$g(x) = f(1 - 2x + m) + x^2 - (m + 1)x + m^2 \text{ nghịch biến trên khoảng } (1; 2)?$$

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 42. Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, ...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x , theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

- A. 8. B. 9. C. 10. D. 90.

Câu 43. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



Xét các mệnh đề sau:

(I) $a = -1$. (II) $ad > 0$.

(III) $d = -1$. (IV) $a + c = b + 1$.

Tìm số mệnh đề **sai**.

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 44. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy (O, R) và (O', R) , chiều cao $h = \sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha = 30^\circ$. Thể tích tứ diện $ABOO'$ là

- A. $\frac{3R^3}{2}$. B. $\frac{3R^3}{4}$. C. $\frac{R^3}{4}$. D. $\frac{R^3}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right), \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{5}{18}$. B. $\frac{10}{9}$. C. $\frac{5}{9}$. D. 0.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$						$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

- A. $P = 8$. B. $P = 10$ C. $P = 4$. D. $P = 6$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2m + 1$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10$. Số các giá trị nguyên của S trong $[-30; 30]$ là

- A. 56. B. 61. C. 55. D. 57.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với hai đáy thỏa mãn $2CD = 3AB$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABD$ bằng $4V$ và thể tích của khối chóp $S.CDMN$ bằng $\frac{126V}{25}$, trong đó M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, SB sao cho MN song song với AB . Tỉ số $\frac{SM}{MA}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x + 2m) + m$ có nghiệm?

- A. 9. B. 10. C. 5. D. 4.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1.C	2.A	3.B	4.B	5.C	6.B	7.A	8.A	9.B	10.A
11.B	12.D	13.A	14.B	15.A	16.B	17.C	18.B	19.B	20.C
21.D	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.A	28.D	29.D	30.C
31.B	32.A	33.A	34.C	35.A	36.A	37.C	38.A	39.C	40.B
41.B	42.B	43.D	44.C	45.C	46.A	47.C	48.B	49.B	50.A

Câu 1. Cho tập hợp M gồm 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của M là

A. C_{17}^3 .

B. A_{20}^3 .

C. C_{20}^3 .

D. 3^{20} .

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 3 phần tử của M là C_{20}^3 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 bằng

A. $u_2 = -6$.

B. $u_2 = 6$.

C. $u_2 = 1$.

D. $u_2 = -18$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{n+1} = u_n \cdot q$

Suy ra $u_2 = u_1 \cdot q = -6$

Vậy $u_2 = -6$

Câu 3. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

A. $x = \frac{5}{2}$.

B. $x = 1$.

C. $x = 3$.

D. $x = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $5^{2x+1} = 125 \Leftrightarrow 5^{2x+1} = 5^3 \Leftrightarrow 2x+1 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $6a^3$.

B. $8a^3$.

C. $4a^3$.

D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

$V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $f(x) = x^{-\frac{1}{3}}$ là

A. $[0; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

Vậy, tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 6. Cho $\int f(x)dx = x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^2}{2}$.

B. $f(x) = 1$.

C. $f(x) = x$.

D. $f(x) = x + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = x' = 1$.

Câu 7. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $3h$ là

- A. $V = 3Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = 2Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Khối nón có thể tích là } V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$$

Câu 9. Cho khối cầu có đường kính bằng 2. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

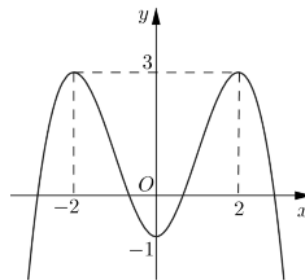
- A. $\frac{32}{3}\pi$. B. $\frac{4}{3}\pi$. C. 32π . D. 4π .

Lời giải

Chọn B

Bán kính của khối cầu $R = 1$. Suy ra, thể tích của khối cầu: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 11. Với a, b là hai số thực dương khác 1, ta có $\log_b a$ bằng:

- A. $-\log_a b$. B. $\frac{1}{\log_a b}$. C. $\log a - \log b$. D. $\log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Với a, b là hai số thực dương khác 1 và theo công thức đổi cơ số: $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$.

Câu 12. Diện tích toàn phần của hình trụ có độ dài đường sinh $l = 2$ và bán kính đáy $r = 3$ bằng

- A. 24π . B. 12π . C. 21π . D. 30π .

Lời giải.

Chọn D

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi r l + 2\pi r^2 = 12\pi + 18\pi = 30\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -2.

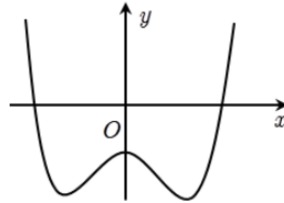
C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn A.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + x^2 - 1$.

B. $y = x^4 - x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - x^2 - 1$.

D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$ là

A. $x = -2$.

B. $y = 2$.

C. $y = -2$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = +\infty$

Suy ra, $x = -2$ là tiệm cận đứng.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \leq 1$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $(0; 2]$.

C. $[0; 2]$.

D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 x \leq 1 \Leftrightarrow \log_2 x \leq \log_2 2 \Leftrightarrow 0 < x \leq 2$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	1	-2	$+\infty$			

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng $y = 1$ có 3 điểm chung phân biệt với đồ thị hàm số $y = f(x)$. Suy ra phương trình $f(x) = 1$ có 3 nghiệm.

Câu 18. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -8.

B. 4.

C. -4.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx = (-2) - (-6) = 4$.

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3i - 1$ là

- A. $\bar{z} = 1 + 3i$. B. $\bar{z} = -1 - 3i$. C. $\bar{z} = 1 - 3i$. D. $\bar{z} = 3 - i$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $z = 3i - 1 = -1 + 3i$

Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 3i$ là $\bar{z} = -1 - 3i$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = -3 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

- A. $6i$. B. -5 . C. 6 . D. $-5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z_1 + 2z_2 = 1 - 2i + 2(-3 + 4i) = -5 + 6i$

Phần ảo của số phức $z_1 + 2z_2$ bằng 6.

Câu 21. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = z^2$ là điểm nào dưới đây?

- A. $Q(6; 9)$. B. $P(4; 9)$. C. $N(-4; 6)$. D. $M(-5; -12)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z^2 = (-2 + 3i)^2 = 4 - 12i + 9i^2 = -5 - 12i$.

Điểm biểu diễn số phức w là $M(-5; -12)$.

Câu 22. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; 3; -1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(0; 3; -1)$. B. $(-2; 0; -1)$. C. $(-2; 3; 0)$. D. $(2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+5)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-5; 3; -1)$. B. $(5; -3; 1)$. C. $(-5; 3; -1)$. D. $(-1; 3; -5)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tọa độ tâm là $(a; b; c)$

Suy ra: Tâm của (S) có tọa độ là $(-5; 3; -1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - z + 7 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; -2; -1)$. B. $\vec{n}_2 = (3; -2; 7)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; -1; 7)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

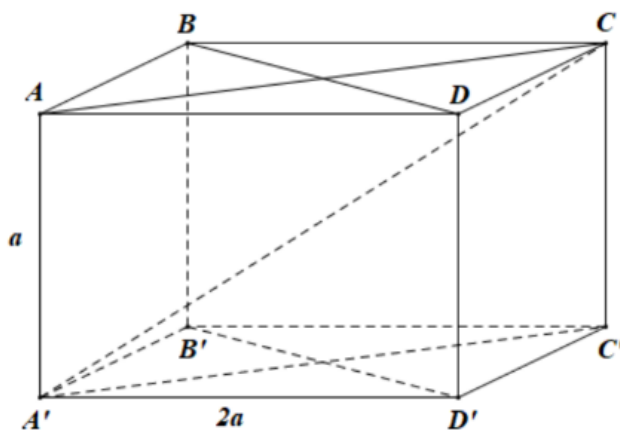
- A. $M(3; 0; 3)$. B. $N(-2; 2; 0)$. C. $P(1; 2; 3)$. D. $Q(2; 2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Lần lượt thay toạ độ các điểm A, B, C, D vào phương trình đường thẳng d , ta thấy toạ độ điểm D thoả mãn phương trình d . Do đó điểm D thuộc đường thẳng d . Chọn đáp án A.

Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = a, AD = 2a$. Gọi góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng



- A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\tan \alpha = \sqrt{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.

Lời giải
Chọn A

Ta có $AA' \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên $(ABCD)$ là đường AC .

Suy ra góc giữa $A'C$ và $(ABCD)$ là góc giữa $A'C$ và AC hay góc $\widehat{ACA'} = \alpha$.

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác ABC vuông tại B ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{5}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác $AA'C$ vuông tại A ta có:

$$\tan \alpha = \frac{AA'}{AC} = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải
Chọn A.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x = 2$ nên hàm số đã cho có 1 điểm cực trị

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

- A. -3. B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{7}{2}$. D. -5.

Lời giải
Chọn D.

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[2;3]$.

$$y' = \frac{3}{(1-x)^2} > 0, \forall x \in [2;3]$$

Do đó hàm số đồng biến trên trên đoạn $[2;3]$.

$$\Rightarrow \min_{[2;3]} y = y(2) = -5.$$

Câu 29. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a = x, \log_2 b = y$. Tính $P = \log_2(a^2 b^3)$.

- A. $P = x^2 y^3$. B. $P = x^2 + y^3$. C. $P = 6xy$. D. $P = 2x + 3y$.

Lời giải

Chọn D.

$$P = \log_2(a^2 b^3) = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b = 2x + 3y.$$

Câu 30. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành.

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành: $x^4 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy đồ thị (C) và trục hoành có 1 giao điểm.

Câu 31. Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của $\log(a^2 + b^2)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 10.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0 \Leftrightarrow 4^x - 10 \cdot 2^x + 16 \leq 0 \Leftrightarrow 2 \leq 2^x \leq 8 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[1; 3]$.

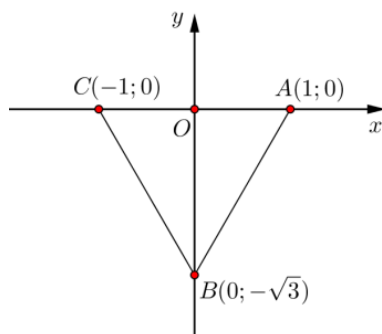
Suy ra $a = 1; b = 3$ nên $\log(a^2 + b^2) = \log(1^2 + 3^2) = 1$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác đều ABC có diện tích bằng $\sqrt{3}$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó.

- A. $V = 2\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{7}{4}\pi$. D. $V = \frac{7}{8}\pi$.

Lời giải

Chọn A



$$S_{ABC} = \sqrt{3} \Rightarrow AB = BC = CA = 2.$$

Chọn hệ trục vuông góc Oxy sao cho $O(0; 0), A(1; 0), B(0; -\sqrt{3})$ với O là trung điểm AC . Phương trình đường thẳng AB là $y = \sqrt{3}(x - 1)$, thể tích khối tròn xoay khi quay ABO quanh trục AC

(trùng Ox) tính bởi $V' = \pi \int_0^1 \sqrt{3}(x - 1) dx = \pi$.

Vậy thể tích cần tìm $V = 2V' = 2\pi$.

Câu 33. Xét $\int_0^2 \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 2} e^{\log_2(x^2 + 1)} dx$, nếu đặt $u = \log_2(x^2 + 1)$ thì $\int_0^2 \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 2} e^{\log_2(x^2 + 1)} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2} \int_0^{\log_2 5} e^u du.$

B. $-\frac{1}{2} \int_0^{\log_2 5} e^u du.$

C. $2 \int_0^{\log_2 4} e^u du.$

D. $\int_0^{\log_2 5} e^u du.$

Lời giải

Chọn A

$$u = \log_2(x^2 + 1) \Rightarrow du = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 2} dx$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow u = 0 \text{ và } x = 2 \Rightarrow u = \log_2 5$$

$$\text{Ta được } \int_0^2 \frac{x}{(x^2 + 1) \ln 2} e^{\log_2(x^2 + 1)} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\log_2 5} e^u du$$

Câu 34. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$

B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx.$

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Thể tích là } V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx.$$

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tính $S = ab$.

A. $S = -4.$

B. $S = 4.$

C. $S = 2.$

D. $S = -2.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } iz = 2(\bar{z} - 1 - i) \Leftrightarrow i(a + bi) = 2(a - bi - 1 - i) \Leftrightarrow -b + ai = 2a - 2 + (-2b - 2)i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b = 2a - 2 \\ a = -2b - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 2 \\ a + 2b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow S = ab = -4.$$

Câu 36. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = 2\sqrt{5}.$

B. $MN = 5.$

C. $MN = 3\sqrt{5}.$

D. $MN = 4.$

Lời giải

Chọn A.

$$z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + \sqrt{5}i \\ z = 2 - \sqrt{5}i \end{cases}$$

$$\text{Do đó } M(2; \sqrt{5}), N(2; -\sqrt{5}) \text{ nên } MN = 2\sqrt{5}$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 3; 5)$ và điểm $B(-1; 0; 8)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $-5x - 3y + 3z - 14 = 0.$

B. $-10x - 6y + 6z + 15 = 0.$

C. $-10x - 6y + 6z - 15 = 0.$

D. $-5x - 3y + 3z + \frac{15}{2} = 0.$

Lời giải

Chọn C

Giả sử (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB . Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB .

Ta có: $I = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{13}{2}\right) \in (P)$ và $\overrightarrow{AB} = (-5; -3; 3)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P) .

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $-5x - 3y + 3z - \frac{15}{2} = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải**Chọn A.**

Trung điểm của AB là $I(0; 1; -1)$.

$d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ có VTCP là $\vec{u} = (1; -1; 2)$ nên đường thẳng Δ cần tìm cũng có VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 39. Đánh số thứ tự cho 20 bạn học sinh lần lượt từ số thứ tự 1 đến số thứ tự 20. Chọn ngẫu nhiên ba bạn học sinh từ 20 bạn học sinh đó. Tính xác suất để ba bạn được chọn không có hai bạn nào được đánh số thứ tự liên tiếp.

A. $\frac{799}{1140}$.

B. $\frac{139}{190}$.

C. $\frac{68}{95}$.

D. $\frac{27}{95}$.

Lời giải**Chọn C**

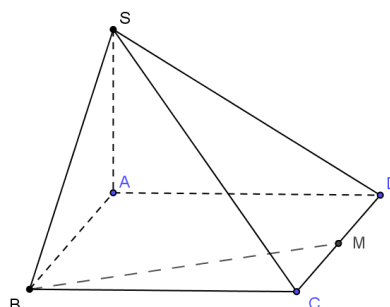
Gọi Ω là không gian mẫu. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố cần tìm thì $\bar{A}$ là biến cố chọn được ba bạn học sinh trong đó có 2 hoặc 3 bạn được đánh số tự nhiên liên tiếp.

$$n(\bar{A}) = 18 + 2 \cdot 17 + 17 \cdot 16 = 324$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = 1 - \frac{324}{1140} = \frac{68}{95}.$$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD , BM bằng



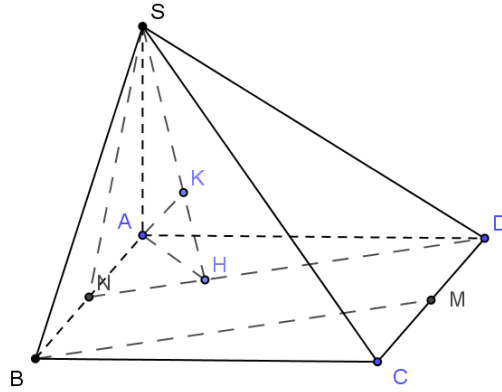
A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải
Chọn B



Gọi N là trung điểm của AB khi đó $BM \parallel DN$ nên $BM \parallel (SDN)$

$$d(BM; SD) = d(BM; (SDN)) = d(B; (SDN)) = d(A; (SDN)).$$

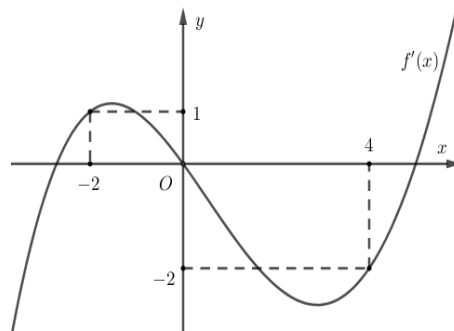
Kẻ $AH \perp DN$ tại H . Ta có mặt phẳng $(SAH) \perp (SDN)$. Trong $mp(SAH)$ kẻ $AK \perp SH$ tại K .

Khi đó

$$d(BM; SD) = d(A; (SDN)) = AK.$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{21}{4a^2}. \text{ Suy ra } AK = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số

$$g(x) = f(1 - 2x + m) + x^2 - (m + 1)x + m^2 \text{ nghịch biến trên khoảng } (1; 2).$$

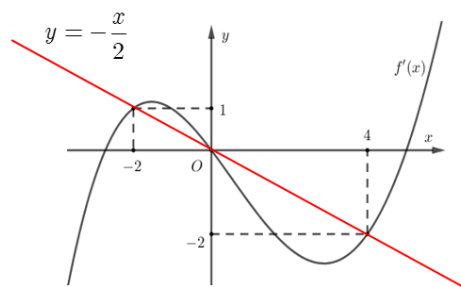
A. 5.

B. 4.

C. 3.

D. 6.

Lời giải
Chọn B



$$\text{Hàm số } g(x) \text{ nghịch biến} \Rightarrow g'(x) = -2f'(1 - 2x + m) + 2x - m - 1 < 0$$

$$\Rightarrow f'(1-2x+m) > -\frac{1}{2}(1-2x+m) \Rightarrow \begin{cases} 1-2x+m > 4 \\ -2 < 1-2x+m < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-2x+m > 4 \\ -2 < 1-2x+m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{m-3}{2} \\ \frac{1+m}{2} < x < \frac{3+m}{2} \end{cases}$$

$$\text{Để hàm số } g(x) \text{ nghịch biến trên } (1;2) \text{ thì } \begin{cases} 2 \leq \frac{m-3}{2} \\ \frac{1+m}{2} \leq 1 < 2 \leq \frac{3+m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 7 \\ m = 1 \end{cases}$$

Vậy $m = 1; 7; 8; 9$.

Câu 42. Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, ...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x , theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l.10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

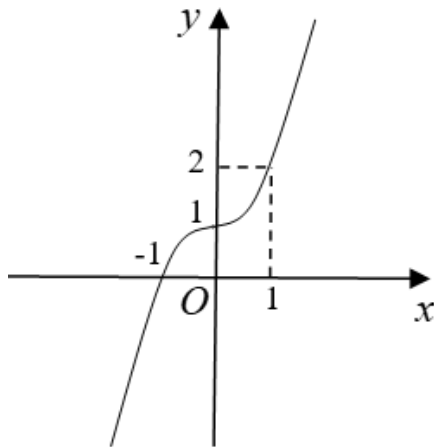
D. 90.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} I(2) = I_0 \cdot e^{-2\mu} \\ I(20) = I_0 \cdot e^{-20\mu} \end{cases} \Rightarrow e^{18\mu} = l.10^{10} \Rightarrow l = \frac{e^{18 \cdot 1,4}}{10^{10}} \simeq 8,8$$

Câu 43. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.



Xét các mệnh đề sau:

(I) $a = -1$.

(II) $ad > 0$.

(III) $d = -1$.

(IV) $a + c = b + 1$.

Tìm số mệnh đề **sai**.

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $a > 0$. Mệnh đề (I) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1) \Rightarrow d = 1 > 0 \Rightarrow ad > 0$. Mệnh đề (II) đúng, mệnh đề (III) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0) \Rightarrow a + c = b + 1$. Mệnh đề (IV) đúng.

Vậy có hai mệnh đề sai là (I) và (III).

Câu 44. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy (O, R) và (O', R) , chiều cao $h = \sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là $\alpha = 30^\circ$. Thể tích tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{3R^3}{2}$.

B. $\frac{3R^3}{4}$.

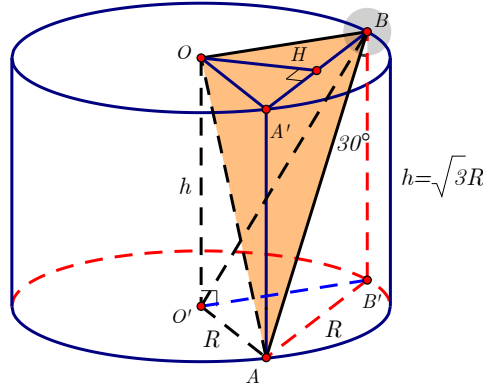
C. $\frac{R^3}{4}$.

D. $\frac{R^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình vẽ như sau:



Ta có: $OO' \parallel BB'$ nên $\widehat{(AB, OO')} = \widehat{(AB, BB')} = \widehat{ABB'} = 30^\circ$.

Đặt $V = V_{OA'B.O'AB'}$

Ta có $V_{ABOO'} = V_{B.AOO'} = V_{B.A'A'O} = V_{A.A'BO} = \frac{1}{3}V$ vì $S_{\Delta AOO'} = S_{\Delta A'A'O}$

Ta có $OB = R$, $A'B = R\sqrt{3} \tan 30^\circ = R$ nên $\Delta OA'B$ đều, $S_{\Delta OA'B} = \frac{R^2\sqrt{3}}{4}$.

$$V_{O'OA'B} = \frac{1}{3}V = \frac{1}{3}\sqrt{3}R \left(\frac{R^2\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{R^3}{4}.$$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{10}{9}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)$.

$$\begin{aligned} \int f'(x) dx &= \int \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) dx = \int \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\cos^2\left(2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) dx \\ &= \int \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\left(1 - 2\sin^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) dx = I \end{aligned}$$

$$\text{Đặt } t = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow dt = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx$$

$$\text{Ta có } I = \int (1 - 2t^2) dt = t - \frac{2}{3}t^3 + c = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{2}{3}\sin^3\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$$

$$\begin{aligned}
f\left(-\frac{\pi}{4}\right) &= 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{2}{3}\sin^3\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \\
\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx &= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{2}{3}\sin^3\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) dx \\
&= \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) dx - \frac{2}{3} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \left(1 - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) dx \\
&= -\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} + \frac{2}{3} \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left(1 - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) d\left(\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \\
&= 1 + \frac{2}{3} \left(\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{3}\cos^3\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 1 + \frac{2}{3} \left(-1 + \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{9}
\end{aligned}$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải
Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = a \in (1; 3) \\ x = b \in (3; +\infty) \end{cases}$.

Như vậy $f(2\sin x + 1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x + 1 = -1 \\ 2\sin x + 1 = a \in (1; 3) \\ 2\sin x + 1 = b \in (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1(1) \\ \sin x = \frac{a-1}{2}, a \in (1; 3) (2) \\ \sin x = \frac{b-1}{2}, b \in (3; +\infty) (3) \end{cases}$.

Trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ phương trình $\sin x = -1$ có 2 nghiệm $x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{7\pi}{2}$.

Với $1 < a < 3 \Rightarrow 0 < a - 1 < 2 \Rightarrow 0 < \frac{a-1}{2} < 1$. Do đó $\sin x = \frac{a-1}{2}$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$, các nghiệm này đều khác $\frac{3\pi}{2}$ và $\frac{7\pi}{2}$.

Với $b > 3 \Rightarrow b - 1 > 2 \Leftrightarrow \frac{b-1}{2} > 1$. Do đó $\sin x = \frac{b-1}{2}$ vô nghiệm.

Vậy trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ có 7 nghiệm.

Câu 47. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1)$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$.

A. $P = 8$.

B. $P = 10$

C. $P = 4$.

D. $P = 6$.

Lời giải

Chọn C.

$$2y^3 + 7y + 2x\sqrt{1-x} = 3\sqrt{1-x} + 3(2y^2 + 1).$$

$$\Leftrightarrow 2(y^3 - 3y^2 + 3y - 1) + (y - 1) = 2(1 - x)\sqrt{1-x} + 3\sqrt{1-x} - 2\sqrt{1-x}.$$

$$\Leftrightarrow 2(y - 1)^3 + (y - 1) = 2(\sqrt{1-x})^3 + \sqrt{1-x} \quad (1).$$

+ Xét hàm số $f(t) = 2t^3 + t$ trên $[0; +\infty)$.

Ta có: $f'(t) = 6t^2 + 1 > 0$ với $\forall t \geq 0 \Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên $[0; +\infty)$.

$$\text{Vậy } (1) \Leftrightarrow y - 1 = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow y = 1 + \sqrt{1-x}.$$

$$\Rightarrow P = x + 2y = x + 2 + 2\sqrt{1-x} \text{ với } (x \leq 1).$$

+ Xét hàm số $g(x) = 2 + x + 2\sqrt{1-x}$ trên $(-\infty; 1]$.

$$\text{Ta có: } g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{\sqrt{1-x} - 1}{\sqrt{1-x}}. \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0.$$

Bảng biến thiên $g(x)$:

x	$-\infty$	0	1
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$		4	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max_{(-\infty; 1]} g(x) = 4$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2m + 1$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10$. Số các giá trị nguyên của S trong đoạn $[-30; 30]$ là

A. 56.

B. 61.

C. 55.

D. 57.

Lời giải

Chọn B

Có $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow f'(x) > 0, \forall x \in [1; 3]$. Vậy trên $[1; 3]$ hàm số luôn đồng biến.

$$\text{Có } f(1) = 5 - 2m; f(3) = 55 - 2m.$$

$$\text{- TH1: } (5 - 2m)(55 - 2m) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{5}{2} \leq m \leq \frac{55}{2}$$

$$\text{Khi đó } \min_{[1;3]} f(x) = 0 \text{ và } \begin{cases} \max_{[1;3]} |f(x)| = |5 - 2m| = 2m - 5 \\ \max_{[1;3]} |f(x)| = |55 - 2m| = 55 - 2m \end{cases}$$

$$\text{Ta có } 2m - 5 > 55 - 2m \Leftrightarrow m > 15.$$

$$\text{Với } 15 < m \leq \frac{55}{2} \text{ thì } \max_{[1;3]} |f(x)| = 2m - 5$$

$$\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10 \Leftrightarrow 2m - 5 + 0 \geq 10 \Leftrightarrow m \geq \frac{15}{2}. \text{ Do đó } 15 < m \leq \frac{55}{2}.$$

$$\text{Với } \frac{5}{2} \leq m \leq 15 \text{ thì } \max_{[1;3]} |f(x)| = 55 - 2m$$

$$\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10 \Leftrightarrow 55 - 2m + 0 \geq 10 \Leftrightarrow m \leq \frac{45}{2}. \text{ Do đó } \frac{5}{2} \leq m \leq 15.$$

$$\text{Vậy } \frac{5}{2} \leq m \leq \frac{55}{2}.$$

$$\text{-TH2: } 5 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}.$$

$$\text{Thì } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10 \Leftrightarrow 55 - 2m + 5 - 2m \geq 10 \Leftrightarrow m \leq \frac{25}{2}. \text{ Vậy } m < \frac{5}{2}.$$

$$\text{- TH3: } 55 - 2m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{55}{2}.$$

$$\text{Thì } \max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10 \Leftrightarrow -5 + 2m - 55 + 2m \geq 10 \Leftrightarrow m \geq \frac{35}{2}. \text{ Vậy } m > \frac{55}{2}.$$

Tóm lại $S = \mathbb{R}$. Vậy trong $[-30; 30]$, S có 61 giá trị nguyên.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với hai đáy thỏa mãn $2CD = 3AB$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABD$ bằng $4V$ và thể tích của khối chóp $S.CDMN$ bằng $\frac{126V}{25}$, trong đó M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, SB sao cho MN song song với AB . Tỉ số $\frac{SM}{MA}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

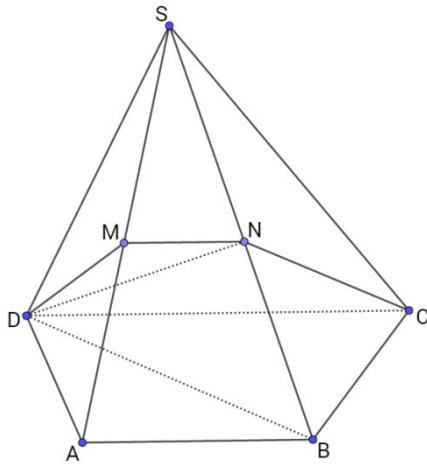
B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$\text{Đặt } \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = x, (x > 0).$$

Nhận thấy hai tam giác $\triangle ABD, \triangle BCD$ có đường cao bằng nhau và cạnh đáy $CD = \frac{3}{2}AB$

$$\Rightarrow S_{\triangle BCD} = \frac{3}{2}S_{\triangle ABD} \Rightarrow V_{S.BCD} = \frac{3}{2}V_{S.ABD} = 6V.$$

Ta có tỉ số thể tích:

$$\frac{V_{S.DMN}}{V_{S.DAB}} = \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} = x^2 \Rightarrow V_{S.DMN} = x^2 \cdot V_{S.DAB} = 4x^2 \cdot V.$$

$$\frac{V_{S.DNC}}{V_{S.DBC}} = \frac{SD}{SD} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = x \Rightarrow V_{S.DNC} = x \cdot V_{S.DBC} = 6x \cdot V.$$

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow V_{S.CDMN} = V_{S.DMN} + V_{S.DNC} = (4x^2 + 6x) \cdot V = \frac{126}{25} V \Leftrightarrow 4x^2 + 6x - \frac{126}{25} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} & (n) \\ x = -\frac{21}{10} & (l) \end{cases} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{SM}{MA} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy } \frac{SM}{MA} = \frac{3}{2}.$$

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm?

A. 9.

B. 10.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x+2m > 0$

$$\text{Ta có } 2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m \Leftrightarrow 2^x = \log_2(x+2m) + 2m$$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+2m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x = t + 2m \\ 2^t = x + 2m \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 2^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1) \Leftrightarrow t = x$. Khi đó:

$$2^x = x + 2m \Leftrightarrow 2m = 2^x - x.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = 2^x - x \Rightarrow g'(x) = 2^x \ln 2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2).$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_2(\ln 2)$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-\log_2(\ln 2))$	$+\infty$

$$\text{Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi } 2m \geq g(-\log_2(\ln 2)) \Leftrightarrow m \geq \frac{g(-\log_2(\ln 2))}{2}$$

$\approx 0,457$ (các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì $x+2m = 2^x > 0$)

Do m nguyên và $|m| < 10$, nên $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

----- **HẾT** -----

Họ, tên thí sinh:..... Lớp: 12..... SBD:

Mã đề thi 100

- Câu 1:** Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.
A. 20. B. 11. C. 30. D. 10.
- Câu 2:** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 6. B. 3. C. 12. D. -6.
- Câu 3:** Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là
A. $x = 9$. B. $x = 6$. C. $x = 3$. D. $x = 8$.
- Câu 4:** Thể tích của khối hộp chữ nhật có kích thước 3, 4, 5 bằng
A. 60. B. 20. C. 15. D. 12.
- Câu 5:** Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là
A. $[0; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; +\infty)$.
- Câu 6:** Họ nguyên hàm $\int \sin 2x dx$ bằng
A. $-2 \cos 2x + C$. B. $2 \cos 2x + C$. C. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\frac{1}{2} \cos 2x + C$.
- Câu 7:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng
A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.
- Câu 8:** Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là
A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.
- Câu 9:** Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng
A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 8π . C. 16π . D. 4π .
- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	2	$+\infty$	2	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(0; 2)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(0; +\infty)$.
- Câu 11:** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a$ bằng
A. $\frac{3}{2} \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} \log_2 a$.

Câu 12: Một hình trụ có bán kính đáy bằng 50 cm, Chiều cao 50 cm. diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. $5000(\text{cm}^2)$. B. $2500\pi(\text{cm}^2)$. C. $2500(\text{cm}^2)$. D. $5000\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Hàm số có giá trị cực đại bằng

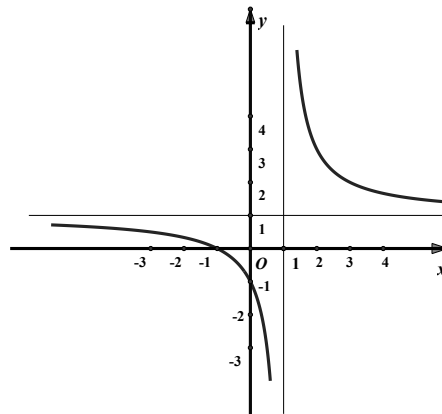
- A. 1. B. 2. C. 0. D. -1.

Câu 14: Bảng biến thiên ở bên là của hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-	0	+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	8	$\searrow$	$-\infty$

- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^4 - 3x^2 + 1$.

Câu 15: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số ở hình bên là:



- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $10^x > 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 17: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -1$ là

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2
		$-\infty$	

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 18: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_2^4 f(x)dx = 2$. Tích phân $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -1.

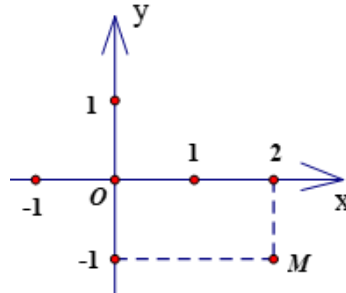
Câu 19: Tính môđun của số phức $z = -1 + \sqrt{5}i$.

- A. $|z| = \sqrt{6}$. B. $|z| = 2\sqrt{6}$. C. $|z| = \sqrt{26}$. D. $|z| = 2$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. -2.

Câu 21: Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức nào dưới đây?



- A. $z = 2 - i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = -1 + 2i$. D. $z = -1 - 2i$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; -1; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $M(0; -1; 1)$. B. $N(3; 0; 0)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $(0; 0; 1)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. 3. B. 9. C. $\sqrt{15}$. D. $\sqrt{7}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-3}{2}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; -3; 2)$. B. $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$. C. $\vec{u}_1 = (-2; 1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 3; 2)$.

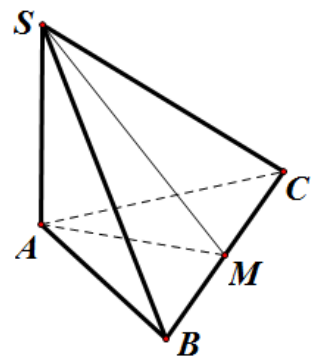
Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P)

- A. $d = \frac{5}{9}$. B. $d = \frac{5}{29}$. C. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, $AB = AC = a$.

Gọi M là trung điểm của BC (xem hình minh họa). Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .



Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ là:

- A. $\max_{[0; 2]} f(x) = 64$. B. $\max_{[0; 2]} f(x) = 1$. C. $\max_{[0; 2]} f(x) = 0$. D. $\max_{[0; 2]} f(x) = 9$.

Câu 29: Biết $\log_a b = 2, \log_a c = -3$. Khi đó giá trị của biểu thức $\log_a \frac{a^2 b^3}{c^4}$ bằng:

- A. 20. B. $-\frac{2}{3}$. C. -1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?

- A. $M(-5; 2)$. B. $M(-3; 4)$. C. $M\left(-4; \frac{7}{2}\right)$. D. $M(0; -1)$.

Câu 31: Cho hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$. Nghiệm của bất phương trình $y' < 0$ là

- A. $0 < x < \frac{1}{2}$. B. $x < -\frac{1}{2}$. C. $x > 0$. D. $x > \frac{1}{2}$.

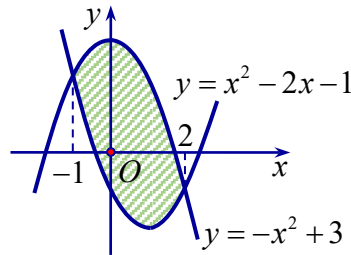
Câu 32: Cho tam giác đều ABC cạnh a quay xung quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $\frac{1}{2}\pi a^2$. D. $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 33: Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $I = 2 \int_0^2 \sqrt{u} du$. B. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$. C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$. D. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$.

Câu 34: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx$. D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 35: Tính giá trị biểu thức: $A = (2 - 3i)(1 + 2i) + \frac{4 - i}{3 + 2i}$

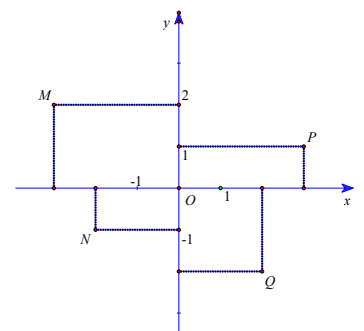
- A. $\frac{-114 - 2i}{13}$. B. $\frac{114 + 2i}{13}$. C. $\frac{114 - 2i}{13}$. D. $\frac{-114 + 2i}{13}$.

Câu 36: Các điểm M, N, P, Q trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn lần lượt của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 . Khi đó $w = 3z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ bằng

- A. $w = -6 + 4i$. B. $w = 3 - 4i$.
C. $w = 6 + 4i$. D. $w = 4 - 3i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q): $2x + y - z = 0$ là

- A. $x + 2y - 1 = 0$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $x + 2y + z = 0$. D. $x - 2y - 1 = 0$.



Câu 38: Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3;1;2), B(-3;2;5), C(1;6;-3)$ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-3t \\ z=8-4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1-4t \\ y=-3+3t \\ z=4-t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=3-4t \\ y=1+3t \\ z=2-t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+4t \\ z=4-t \end{cases}$

Câu 39: Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số liên tiếp từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{817}{2450}$ B. $\frac{1181}{2450}$ C. $\frac{808}{2450}$ D. $\frac{37026}{161700}$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B và $AB=BC=a; AD=2a$, biết SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

A. $\frac{a}{2}$ B. $\frac{a}{4}$ C. a D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

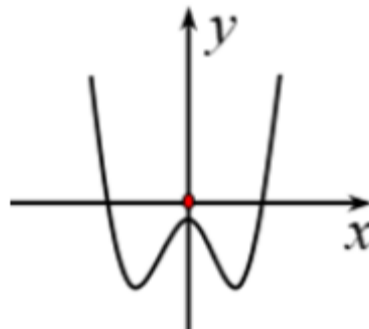
Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 9x^2 + mx - 12 \ln x$ nghịch biến trên khoảng $(1; e)$.

A. 20. B. 27. C. 18. D. Vô số.

Câu 42: Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 giờ. B. 45 giờ. C. 25 giờ. D. 15 giờ.

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$. B. $a > 0, b < 0, c < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0$. D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

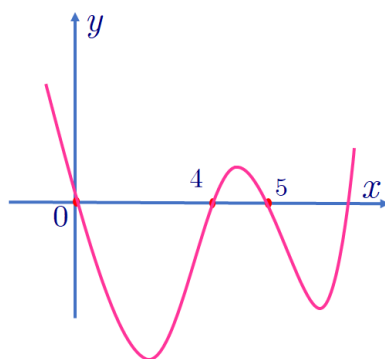
Câu 44: Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước. Mối quan hệ giữa bán kính đáy R và h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h = 2R$. B. $R = h$. C. $h = 3R$. D. $R = 2h$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $P = f(-1) + f(3)$ bằng:

A. $\frac{1}{2} + \ln 15$. B. $2 + \ln 15$. C. $3 + \ln 15$. D. $\ln 15$.

Câu 46: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + 5)$ là



- A. 5. B. 3. C. 9. D. 11.

Câu 47: Cho các số $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{1+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Giá trị lớn nhất của xy bằng M khi $(x; y) = (x_0; y_0)$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

- A. $\frac{3(\sqrt{11}-\sqrt{2})}{6}$. B. $\frac{3(\sqrt{11}+\sqrt{2})}{6}$. C. $\frac{65+10\sqrt{22}}{18}$. D. $\frac{65-10\sqrt{22}}{18}$.

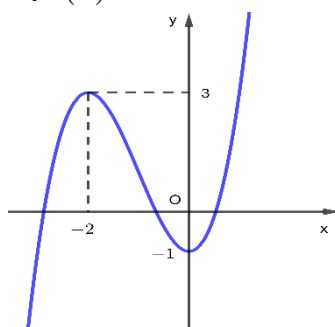
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$ ta được

- A. $I = \frac{5}{4}$. B. $I = -\frac{5}{8}$. C. $I = -\frac{5}{4}$. D. $I = \frac{5}{8}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành $AD = 2AB = 2a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm I của BC và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 60° . Tính $V_{S.ABCD}$?

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; 4)$. C. $(2; 3)$. D. $(4; +\infty)$.

☞ HẾT ☞

MA TRẬN, ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI
MA TRẬN

Lớp	Chủ đề	Mức độ				Tổng số câu
		NB	TH	VD	VDC	
11	Tổ hợp – Xác suất	1		39		2
	Dãy số, cấp số	2				1
	Quan hệ vuông góc		26	40		2
12	KSHS và ứng dụng	10, 13, 15, 14	17, 27, 28, 30	41, 43	46, 50	12
	Mũ, Lôgarit	3, 5, 11, 16	29	31, 42	47	8
	Nguyên hàm – Tích phân	6, 18	34	33, 45	48	6
	Số phức	19, 20, 21	35, 36			5
	Khối đa diện	4, 7			49	3
	Khối tròn xoay	8, 9, 12	32	44		5
	PPTĐ trong KG	22, 23, 24, 25	37, 38			6
TỔNG SỐ CÂU		24	12	9	5	50

ĐÁP ÁN

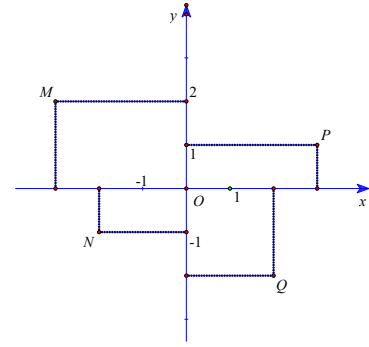
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	A	D	C	B	C	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	C	B	B	B	C	B	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	A	A	A	C	D	C	D	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	C	D	B	A	D	C	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	B	A	C	C	D	A	A	D

THỐNG KÊ ĐÁP ÁN PHÂN BỐ

A	B	C	D
14	13	12	11

HƯỚNG DẪN GIẢI TỪ CÂU 36- 50

Câu 36. Các điểm M, N, P, Q trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn lần lượt của các số phức z_1, z_2, z_3, z_4 . Khi đó $w = 3.z_1 + z_2 + z_3 + z_4$ bằng



- A. $w = -6 + 4i$.
- B. $w = 3 - 4i$.
- C. $w = 6 + 4i$.
- D. $w = 4 - 3i$.

Lời Giải

Chọn A

Từ hình vẽ suy ra $z_1 = -3 + 2i$

$$\Rightarrow 3z_1 = -9 + 6i$$

$$z_2 = -2 - 2i$$

$$z_3 = 3 + i$$

$$z_4 = 2 - 2i$$

$$\Rightarrow w = 3.z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = -6 + 4i$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$ là

- A. $x + 2y - 1 = 0$.
- B. $x - 2y + z = 0$.
- C. $x - 2y - 1 = 0$.
- D. $x + 2y + z = 0$.

Lời Giải

Chọn C

Ta có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d = (2; 1; 3)$, véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)} = (2; 1; -1)$

Ta có điểm $A = (1; 0; -1) \in d \Rightarrow A = (1; 0; -1) \in (P)$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_d, \vec{n}_{(Q)}] = (-4; 8; 0)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): -4(x-1) + 8(y-0) + 0(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$.

Câu 38. Phương trình trung tuyến AM của tam giác ABC với $A(3; 1; 2), B(-3; 2; 5), C(1; 6; -3)$ là

- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 8 - 4t \end{cases}$
- B. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -3 + 3t \\ z = 4 - t \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$
- D. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t \\ z = 4 - t \end{cases}$

Lời Giải

Chọn C

Ta có $M(-1; 4; 1)$ là trung điểm của BC nên AM qua A và nhận $\overrightarrow{AM}(-4; 3; -1)$ làm VTCP

Mà $\overrightarrow{AM}(-4; 3; -1)$ cùng phương $\vec{u}(4; -3; 1)$

$$\text{Phương trình trung tuyến } AM: \begin{cases} x = 3 - 4t \\ y = 1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Câu 39. Trong một hộp có 100 tấm thẻ được đánh số liên tiếp từ 101 đến 200 (mỗi tấm thẻ được đánh một số khác nhau). Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 3 thẻ được chọn là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{817}{2450}$.

B. $\frac{1181}{2450}$

C. $\frac{808}{2450}$.

D. $\frac{37026}{161700}$

Lời Giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 3 thẻ từ hộp, suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{100}^3$.

Gọi A là biến cố "3 thẻ được chọn có tổng các số chia hết cho 3".

Dùng công thức tính số số hạng của cấp số cộng để tìm ta suy ra được : Trong 100 thẻ được chia thành ba loại gồm: 33 thẻ có ghi số chia hết cho 3; 33 thẻ có số chia cho 3 dư 1 và 34 thẻ còn lại có số chia cho 3 dư 2.

Để tìm số kết quả thuận lợi cho biến cố A , ta xét các trường hợp:

• TH1: 3 thẻ được chọn cùng một loại, có $C_{33}^3 + C_{33}^3 + C_{34}^3$ cách.

• TH2: 3 thẻ được chọn có mỗi thẻ 1 loại, có $C_{33}^1 \cdot C_{33}^1 \cdot C_{34}^1$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_{33}^3 + C_{33}^3 + C_{34}^3 + C_{33}^1 \cdot C_{33}^1 \cdot C_{34}^1 = 53922$.

Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{817}{2450}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, B và $AD = 2a$,

$AB = BC = a$; biết SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến (SCD) bằng

A. $\frac{a}{2}$.

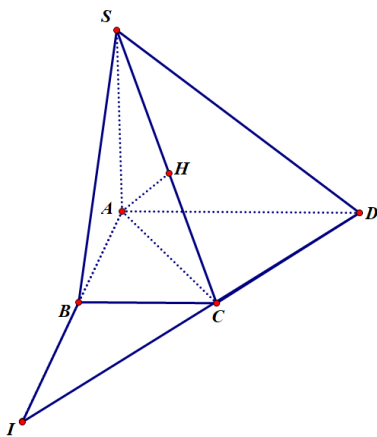
B. $\frac{a}{4}$.

C. a .

D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời Giải

Chọn A



Trong $(ABCD)$ gọi $AB \cap DC = I$.

Ta có $\frac{d(B; (SDC))}{d(A; (SDC))} = \frac{BI}{AI} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(B; (SDC)) = \frac{1}{2} d(A; (SDC))$.

Lại có $CD \perp (SAC)$, kẻ $AH \perp SC \Rightarrow AH \perp (SDC) \Rightarrow AH = d(A; (SDC))$.

Trong tam giác SAC có $AH = \frac{SA \cdot AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = a$.

Vậy $d(B; (SDC)) = \frac{1}{2} d(A; (SDC)) = \frac{a}{2}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 9x^2 + mx - 12 \ln x$ nghịch biến trên khoảng $(1; e)$.

A. 20.

B. 18.

C. 27.

D. Vô số.

Lời Giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } y' = 3x^2 - 18x + m - \frac{12}{x}$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(1; e)$ khi và chỉ khi $y' = 3x^2 - 18x + m - \frac{12}{x} \leq 0 \quad \forall x \in (0; 2)$

$$\Leftrightarrow m \leq \left(-3x^2 + 18x + \frac{12}{x} \right) \quad \forall x \in (0; 2)$$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{(0; 2)} \left(-3x^2 + 18x + \frac{12}{x} \right) \Leftrightarrow m \leq 27$$

và do $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1; 2; \dots; 26; 27\} \Rightarrow$ Có 27 giá trị nguyên cần tìm.

Câu 42. Số lượng của một loài vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn có sau t (phút), r là tỷ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, số lượng vi khuẩn đạt 121500 con?

A. 35 giờ.

B. 45 giờ.

C. 25 giờ.

D. 15 giờ.

Giải

Chọn C

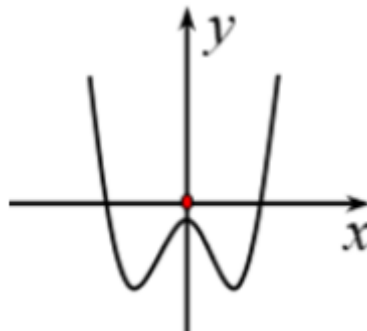
Số lượng vi khuẩn ban đầu là: $A = 500$ con và $S(5) = 1500$ con.

$$\text{Tìm tỉ lệ tăng trưởng: } S(t) = Ae^{rt} \Leftrightarrow 1500 = 500 \cdot e^{r \cdot 5} \Leftrightarrow r = \frac{1}{5} \ln 3.$$

Thời gian kể từ lúc bắt đầu số lượng vi khuẩn đạt 121500 con:

$$S(t) = Ae^{rt} \Leftrightarrow 121500 = 500 \cdot e^{\left(\frac{1}{5} \ln 3\right) \cdot t} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 243}{\frac{1}{5} \ln 3} = 25 \text{ giờ.}$$

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào **đúng**?



A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn C.

Từ hình vẽ, suy ra đó là đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a > 0$, loại đáp án D.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0; c)$, từ hình vẽ suy ra $c < 0$, loại đáp án A.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên a, b trái dấu, ta đã có $a > 0$ suy ra $b < 0$, loại đáp án **B**.

Câu 44. Một nhà máy cần sản xuất các hộp hình trụ kín cả hai đầu có thể tích V cho trước. Mỗi quan hệ giữa bán kính đáy R và h của hình trụ để diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất là

A. $h = 2R$.

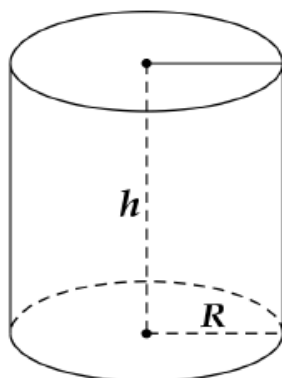
B. $R = h$.

C. $h = 3R$.

D. $R = 2h$.

Lời Giải

Chọn A.



Ta có thể tích của khối trụ bằng $V = \pi \cdot R^2 \cdot h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \cdot R^2} (h, R > 0)$

Ta có diện tích toàn phần của hình trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rl = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot \frac{V}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \frac{2V}{R}$$

Đặt $f(R) = S_{tp} \Rightarrow f'(R) = 4\pi R - \frac{2V}{R^2} = \frac{4\pi R^3 - 2V}{R^2}, f'(R) = 0 \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$.

Ta có BBT

R	0	$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	$+\infty$
$f'(R)$		- 0 +	
$f(R)$	$+\infty$		$+\infty$

$\swarrow \quad \searrow$
 $f_{\min}$

Khi $f_{\min} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} \Rightarrow h = \frac{V}{\pi \left(\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}\right)^2} = \frac{V \cdot \left(\sqrt[3]{2\pi}\right)^2}{\pi \left(\sqrt[3]{V}\right)^2} = 2R$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}; f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $P = f(-1) + f(3)$ bằng:

A. $\frac{1}{2} + \ln 15$.

B. $2 + \ln 15$.

C. $3 + \ln 15$.

D. $\ln 15$.

Lời Giải

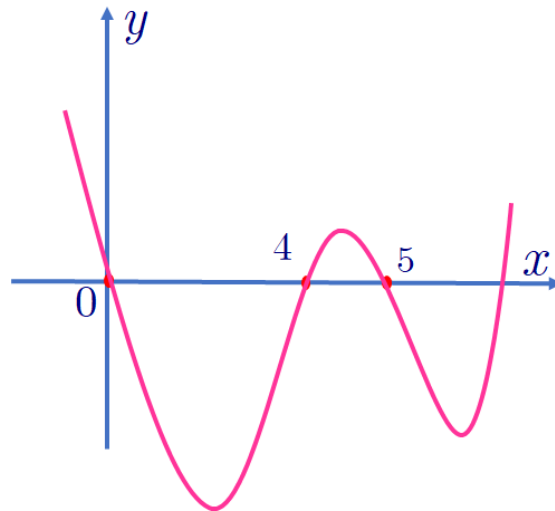
Chọn C.

Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C = \begin{cases} \ln(2x-1) + C_1 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + C_2 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

Đề $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_2=1 \\ C_1=2 \end{cases}$. Suy ra $f(x) = \begin{cases} \ln(2x-1) + 2 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + 1 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

Do đó $P = f(-1) + f(3) = 3 + \ln 3 + \ln 5 = 3 + \ln 15$.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + 5)$ là



A. 5.

B. 3.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

$$g(x) = f(x^4 - 2x^2 + 5) \Rightarrow g'(x) = (4x^3 - 4x) f'(x^4 - 2x^2 + 5) = 0$$

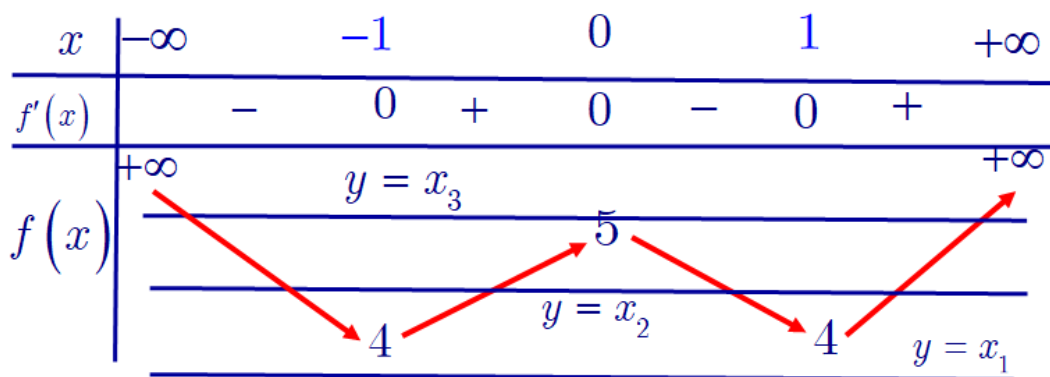
$$\Rightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4x = 0 \\ f'(x^4 - 2x^2 + 5) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x(x^2 - 1) = 0 \\ f'(x^4 - 2x^2 + 5) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x^4 - 2x^2 + 5 = x_1 \quad (0 < x_1 < 4) \quad (1) \\ x^4 - 2x^2 + 5 = x_2 \quad (4 < x_2 < 5) \quad (2) \\ x^4 - 2x^2 + 5 = x_3 \quad (x_3 > 5) \quad (3) \end{cases}$$

$$\text{Xét } f(x) = x^4 - 2x^2 + 5 \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x = 4x(x^2 - 1)$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có BBT:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

PT(1) có vô nghiệm, PT(2) có 4 nghiệm, PT(3) có 2 nghiệm

Nên PT $g'(x) = 0$ có 9 nghiệm đơn phân biệt, suy ra

Hàm số $g(x) = f(x^4 - 2x^2 + 5)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 47. Cho các số $x > 0; y > 0$ thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{1+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Giá trị lớn nhất của xy bằng M khi $(x; y) = (x_0; y_0)$. Tính $x_0^2 + y_0^2$.

A. $\frac{3(\sqrt{11} - \sqrt{2})}{6}$.

B. $\frac{3(\sqrt{11} + \sqrt{2})}{6}$.

C. $\frac{65 + 10\sqrt{22}}{18}$.

D. $\frac{65 - 10\sqrt{22}}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình: $\log_3 \frac{1-xy}{1+2y} = 3xy + x + 2y - 4$ (1).

Với $x > 0; y > 0$, điều kiện xác định của (1) là: $xy < 1$.

Ta có: $\log_3 \frac{1-xy}{1+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3 (1-xy) - \log_3 (1+2y) + 1 = -(3-3xy) + (x+2y)$

$$\Leftrightarrow \log_3 (3-3xy) + (3-3xy) = \log_3 (1+2y) + (x+2y) \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên $(0; +\infty)$, có $f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 3} > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

$$PT(*) \Leftrightarrow f(3-3xy) = f(x+2y) \Leftrightarrow 3-3xy = x+2y \geq 2\sqrt{2xy}.$$

$$\text{Suy ra: } 3xy + 2\sqrt{2xy} - 3 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{11}}{3} \leq \sqrt{xy} \leq \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{11}}{3}.$$

$$\max(xy) = \frac{13 - 2\sqrt{22}}{9} \text{ khi } \begin{cases} x = 2y \\ xy = \frac{13 - 2\sqrt{22}}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{26 - 4\sqrt{22}}}{3} \\ y = \frac{\sqrt{26 - 4\sqrt{22}}}{6} \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện: } xy < 1).$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x_0 = \frac{\sqrt{26 - 4\sqrt{22}}}{3} \\ y_0 = \frac{\sqrt{26 - 4\sqrt{22}}}{6} \end{cases} \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = \frac{65 - 10\sqrt{22}}{18}.$$

$$\text{Vậy } x_0^2 + y_0^2 = \frac{65 - 10\sqrt{22}}{18}.$$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$

ta được

A. $I = \frac{5}{4}$.

B. $I = -\frac{5}{8}$.

C. $I = -\frac{5}{4}$.

D. $I = \frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Với $\begin{cases} x=0 \Rightarrow f(0)=0 \\ x=2 \Rightarrow f(2)=1 \end{cases}$

Từ

gt:

$$f^3(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$

$$f^3(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f'(x) = x \cdot f'(x), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \int_0^2 [f^3(x) \cdot f'(x) + f(x) \cdot f'(x)] dx = \int_0^2 x \cdot f'(x) dx$$

$$\Leftrightarrow \left. \frac{f^4(x)}{4} \right|_0^2 + \left. \frac{f^2(x)}{2} \right|_0^2 = \left. x \cdot f(x) \right|_0^2 - \int_0^2 f(x) dx \Leftrightarrow I = 2 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \Leftrightarrow I = \frac{5}{4}.$$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành $AD = 2AB = 2a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm I của BC và góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là 60° . Tính $V_{S.ABCD}$?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

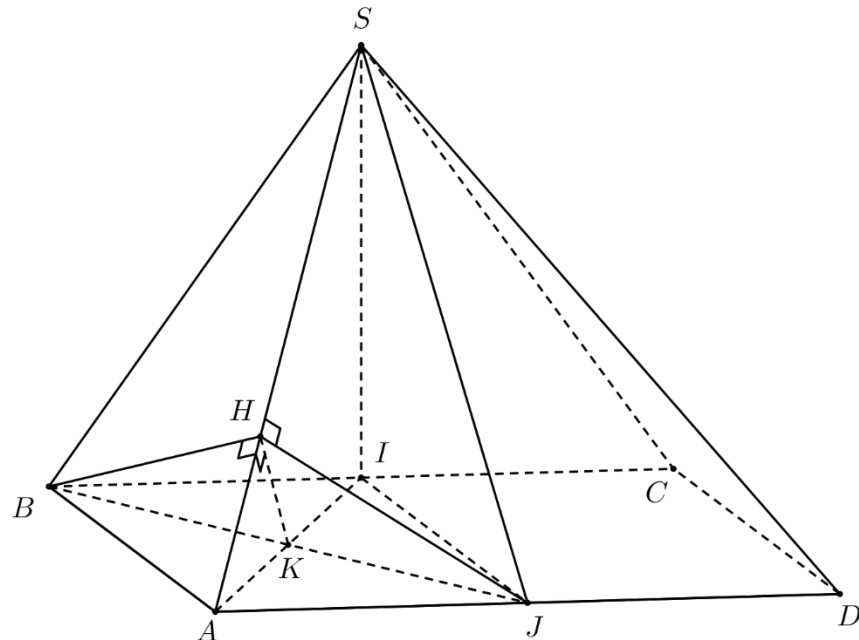
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi J là trung điểm của $AD \Rightarrow IJ$ là đường trung bình của $ABCD \Rightarrow IJ \parallel AB$ và $IJ = a$.

Tứ giác $ABIJ$ có $AB = BI = IJ = AJ \Rightarrow ABIJ$ là hình thoi.

Xét hai tam giác vuông $\triangle SIB$ và $\triangle SIJ$ có SI chung và $BI = IJ = a$, suy ra $\triangle SIB = \triangle SIJ$ nên $SB = SJ$.

Xét ΔSBA và ΔSJA có: $SB = SJ$, $AB = AJ$ và SA chung suy ra $\Delta SBA = \Delta SJA$.

Kẻ $BH \perp SA$ ($H \in SA$), dễ thấy $JH \perp SA$ và $BH = HJ$ (do $\Delta SBA = \Delta SJA$).

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SAB) \cap (SAD) = SA \\ SA \perp BH \subset (SAB) \\ SA \perp JH \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow \widehat{(BH, HJ)} = \widehat{((SAB), (SAD))} = 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} \widehat{BHJ} = 60^\circ \\ \widehat{BHH} = 120^\circ \end{cases}.$$

$$\text{Do } \begin{cases} SA \perp BH \\ SA \perp HJ \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BHJ) \Rightarrow SA \perp HK.$$

$$\text{Tam giác } \Delta BAJ \text{ có } BA = AJ = a \text{ và } \widehat{BAJ} = 60^\circ \Rightarrow \Delta BAJ \text{ đều} \Rightarrow \begin{cases} BJ = a \\ AK = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$$

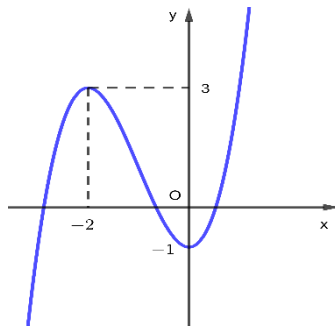
$$\text{Giả sử } \widehat{BHJ} = 60^\circ \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{3}}{2} = AK \text{ (mâu thuẫn với } \Delta AKH \text{ vuông tại } H) \text{ nên}$$

$$\widehat{BHJ} = 120^\circ \Rightarrow HK = \frac{KJ}{\tan \widehat{KHJ}} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow HA = \sqrt{AK^2 - HK^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Ta có } \Delta AHK \sim \Delta AIS \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{HK}{SI} \Rightarrow SI = \frac{AI \cdot HK}{AH} = \frac{2AK \cdot HK}{AH} = \frac{a\sqrt{6}}{4}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} AB \cdot AD \cdot \sin \widehat{BAD} \cdot SI = \frac{a^3 \sqrt{2}}{4}.$$

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x) = f(2-x) + \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(1; 4)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

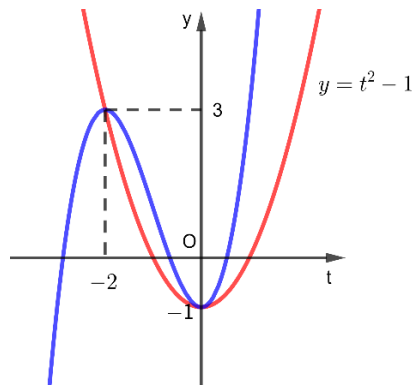
$$\text{Ta có: } g'(x) = -f'(2-x) + x^2 - 4x + 3$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = x^2 - 4x + 3 \Leftrightarrow f'(2-x) = (2-x)^2 - 1$$

$$\text{Đặt } t = 2-x. \text{ Xét phương trình } f'(t) = t^2 - 1$$

Số nghiệm của phương trình $f'(t) = t^2 - 1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(t)$

và đồ thị hàm số $y = t^2 - 1$



Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(t) = t^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \end{cases}$

Khi đó $f'(2-x) = (2-x)^2 - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -2 \\ 2-x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta có bảng xét dấu :

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	-	+

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên $(4; +\infty)$.

----- HẾT -----

Câu 1. Nếu chọn ra 1 nam và 1 nữ làm trực nhật từ một tổ gồm 4 nam và 6 nữ thì có bao nhiêu cách?

- A. 1. B. 2. C. 10. D. 24.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = -3$. Tính u_2 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. -1. C. $-\frac{2}{3}$. D. -6.

Câu 3. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính r là

- A. $3\pi rl$. B. $2\pi rl$. C. πrl . D. $\frac{1}{3}\pi rl$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		1		0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(2; 3)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài bằng 4, chiều rộng bằng 3, chiều cao bằng 2. Thể tích khối hộp đã cho bằng

- A. 9. B. 14. C. 20. D. 24.

Câu 6. Nghiệm phương trình $\log_5(x-1) = 2$ là

- A. $x = 11$. B. $x = 6$. C. $x = 26$. D. $x = 2$.

Câu 7. Biết $\int_0^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^4 f(x)dx = -5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

- A. -7. B. 3. C. -10. D. -3.

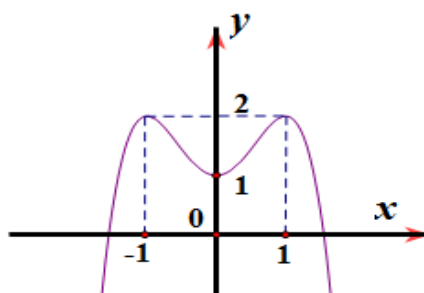
Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$									
	$-\infty$		2		1		2		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong hình vẽ bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 10. Cho a là số thực dương tùy ý, tính $\log_5(5a)$ bằng

A. $5 + \log_5 a$. B. $5 + a$. C. $1 + a$. D. $1 + \log_5 a$.

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\sin x + 4x$ là

A. $\cos x + 4$. B. $-\cos x + 4x^2 + C$. C. $\cos x + 2x^2 + C$. D. $-\cos x + 2x^2 + C$.

Câu 12. Mô đun của số phức $3i + 1$ bằng

A. 4. B. 2. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 2; -1)$ trên mặt phẳng Oxz có tọa độ là

A. $(1; 2; 0)$. B. $(1; 0; -1)$. C. $(0; 2; -1)$. D. $(0; -2; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 3)^2 + (z + 3)^2 = 25$. Tọa độ tâm của mặt cầu đã cho là

A. $(0; -3; 3)$. B. $(0; -3; -3)$. C. $(0; 3; -3)$. D. $(0; 3; 3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + 2y - 5z - 1 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

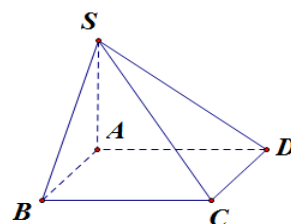
A. $(1; 2; 1)$. B. $(1; 2; -5)$. C. $(2; 1; 1)$. D. $(4; 1; 1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1; 4; -3)$. B. $(1; -2; -3)$. C. $(4; 2; 0)$. D. $(3; 2; 0)$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = BD = \sqrt{3}a$, (Minh họa hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .



Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là.

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

A. -6. B. -3. C. -7. D. 2.

Câu 20. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a = \log_4(a^2 b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a^4 = b$. D. $a = b^4$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1} \geq 6^{x^2-3x+7}$ là

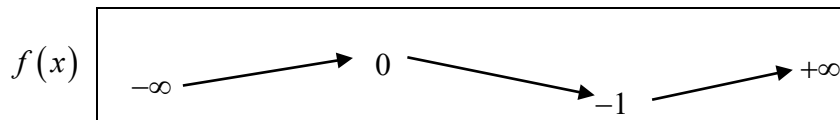
A. $[1; 6]$. B. $[1; 5]$. C. $[2; 3]$. D. $(-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$.

Câu 22. Cắt khối cầu tâm I bởi mặt phẳng qua I , thiết diện thu được là hình tròn có diện tích bằng 9π . Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 12π . B. 18π . C. 27π . D. 36π .

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

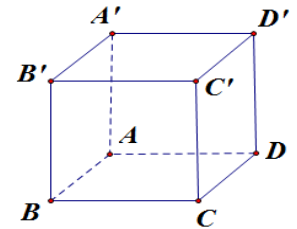
- A. $2x + 3\ln(x+1) + C$. B. $2x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$.
C. $2x + \frac{1}{(x-1)^2} + C$. D. $2x + \ln(x+1) + C$.

Câu 25. Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S = S_0 \cdot 2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

- A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 12 giờ. D. 8 giờ.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $BC = a$, $BD = 2BC$ và $AA' = 2\sqrt{3}a$ (Hình minh họa). Diện tích toàn phần của lăng trụ đã cho bằng

- A. $24a^2$. B. $12a^2(1 + \sqrt{3})$.
C. $14a^2(1 + \sqrt{3})$. D. $16a^2\sqrt{3}$.



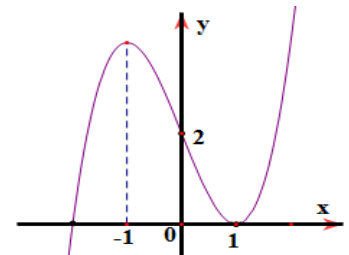
Câu 27. Gọi $y = y_0$ và $x = x_0$ là các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 + 5x + 2}{(x+2)^2}, \text{ khi đó tổng } x_0 + y_0 \text{ bằng}$$

- A. 0. B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{2}$. D. -4.

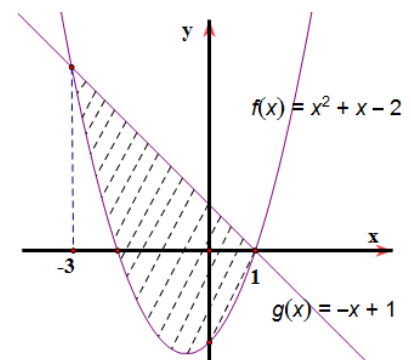
Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$ bằng

- A. $P = 1$ B. $P = -1$
C. $P = 2$ D. $P = 0$.



Câu 29. Diện tích S hình phẳng gạch sọc tính bằng

- A. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$. B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$.
C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$. D. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx$.



Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = -3 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Phần ảo của số phức $\overline{z_1} + z_2$ bằng

- A. -2. B. -3. C. $3i$. D. $-3i$.

Câu 31. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (2 - i)^2$ có tọa độ là

- A. $P(-3; 4)$. B. $Q(3; -4)$. C. $N(4; -3)$. D. $M(-4; 3)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 1; -2)$ và $\vec{b} = (-2; 0; -3)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 25. B. 26. C. 28. D. 29.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(0; 2; 0)$ và đi qua $M(2; 0; 0)$ là:

- A. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2\sqrt{2}$.
C. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2\sqrt{2}$. D. $x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 8$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 1; -1)$ và song song với mặt phẳng (Q): $2x + 3y + z - 9 = 0$ có phương trình là

- A. $2x + 3y + z + 3 = 0$. B. $x + y - 2z = 0$. C. $2x - y + z = 0$. D. $2x + 3y + z - 4 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(1; 3; -1)$ và $N(3; 5; 1)$?

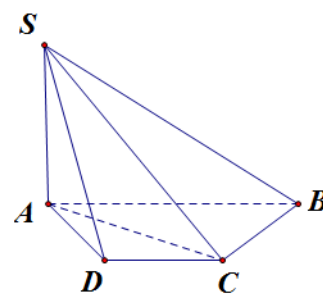
- A. $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$. B. $\vec{u}_3 = (2; 4; 0)$. C. $\vec{u}_1 = (1; 1; -1)$. D. $\vec{u}_2 = (4; 8; 0)$.

Câu 36. Trong một đợt phong trào "Thanh niên tình nguyện" có 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, và 3 học sinh khối 10, được chia làm nhiệm vụ ở 4 Thôn khác nhau M, N, P, Q (Mỗi Thôn 3 học sinh). Tính xác suất để Thôn nào cũng có học sinh khối 12 và học sinh khối 11.

- A. $\frac{36}{385}$. B. $\frac{18}{385}$. C. $\frac{72}{385}$. D. $\frac{144}{385}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cạnh $AB = 2a$, $AD = DC = CB = a$, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Hình minh họa). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{20}$.
C. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3a}{2}$.



Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, biết $f(1) = \frac{14}{9}$, $f'(x) = \frac{2x}{3x+1-\sqrt{3x+1}}$, $x > 0$. Khi đó $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{184}{9}$. B. $\frac{1096}{9}$. C. $\frac{440}{27}$. D. $\frac{128}{9}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-6; 6)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục, thiết diện thu được là hình vuông có đường chéo bằng đường kính đường tròn đáy. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

- A. $4\pi\sqrt{10}$. B. $8\pi\sqrt{10}$. C. $10\pi\sqrt{5}$. D. $20\pi\sqrt{2}$.

Câu 41. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Câu 42. Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 4x + m|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

- A. -4. B. 4. C. -10. D. 6.

Câu 43. Cho phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} - (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8m - 16 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $[0; 1]$ là

A. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

B. $\left[1; \frac{5}{2}\right]$.

C. $\left[1; \frac{5}{2}\right)$.

D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Biết $\ln 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$.
Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $\frac{1}{2x} - \ln 2x + C$.

B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln 2x + C$.

C. $\frac{2}{x} + \ln 2x + C$.

D. $\frac{1}{x} - \ln 2x + C$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $4f(\cos 2x) + 5 = 0$ là

A. 12.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình

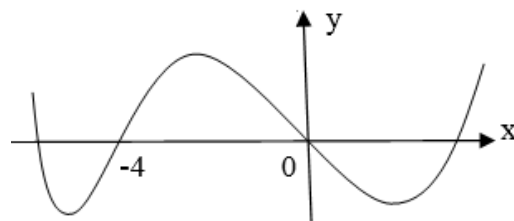
vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 9.

D. 7.



Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(2x - 2002) + x = y + 1002 + 2^y$ và $1002 \leq x \leq 2020$?

A. 12.

B. 10.

C. 11.

D. 18.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $xf(x^3) + f(1 - x^2) = -x^8 + 2x^5 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi

đó tích phân $\int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng

A. $-\frac{17}{10}$.

B. $-\frac{13}{6}$.

C. $-\frac{15}{7}$.

D. $\frac{17}{5}$.

Câu 49. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $\widehat{BAC} = 135^\circ$. Trên đường thẳng vuông góc với (ABC) tại A lấy điểm S thỏa mãn $SA = a\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A trên SB, SC lần lượt là M, N . Số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình bên.

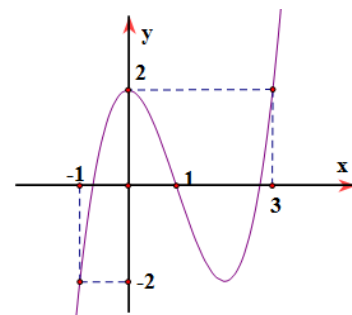
Hàm số $g(x) = f(2 - x) - \frac{1}{2}x^2 + x$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-3; 1)$.

D. $(1; 3)$.



----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

1.D	2.D	3.B	4.C	5.D	6.C	7.D	8.C	9.B	10.D
11.C	12.C	13.B	14.C	15.D	16.D	17.C	18.D	19.C	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.D	26.B	27.A	28.D	29.A	30.B
31.B	32.C	33.D	34.D	35.A	36.A	37.C	38.B	39.B	40.D
41.B	42.B	43.B	44.D	45.B	46.D	47.A	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI THAM KHẢO (Một số câu)

Câu 19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 6x^2 + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

A. -6.

B. -3.

C. -7.

D. 2.

HƯỚNG DẪN

Tính đạo hàm $f'(x) = 4x^3 - 12x = 4x(x^2 - 3)$, suy ra $f'(x)$ có ba nghiệm $x = 0, x = \pm\sqrt{3}$.

Tính bốn giá trị $f(-2); f(-\sqrt{3}); f(0); f(1)$ suy ra hàm số có $\min_{[-2;1]} f = -7$.

Chọn C.

Câu 20. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $3\log_2 a = \log_4(a^2 b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$.B. $a^3 = b$.C. $a^4 = b$.D. $a = b^4$.

HƯỚNG DẪN

Biến đổi $3\log_2 a = \frac{1}{2}(2\log_2 a + \log_2 b) \Leftrightarrow 4\log_2 a = \log_2 b \Rightarrow a^4 = b$.

Chọn C.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $6^{2x+1} \geq 6^{x^2-3x+7}$ là

A. $[1; 6]$.B. $[1; 5]$.C. $[2; 3]$.D. $(-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$.

HƯỚNG DẪN

Do $6 > 1$ nên suy ra $2x+1 \geq x^2-3x+7 \Leftrightarrow x^2-5x+6 \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 3]$.

Chọn C.

Câu 22. Cắt khối cầu tâm I bởi mặt phẳng qua I , thiết diện thu được là hình tròn có diện tích bằng 9π . Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 12π .B. 18π .C. 27π .D. 36π .

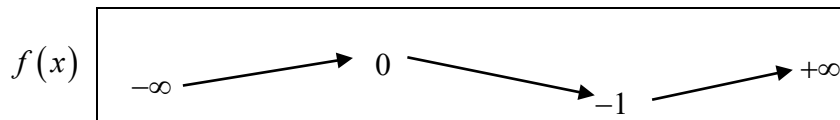
HƯỚNG DẪN

Do thiết diện là tròn có bán kính R , ta có $\pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R = 3$. Vậy thể tích khối cầu là:

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi$. Chọn D.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Hướng dẫn

Từ $2f(x) + 3 = 0 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{2} < -1$, kết hợp bảng biến thiên suy ra PT có 1 nghiệm.

Chọn D.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

- A. $2x + 3\ln(x+1) + C$. B. $2x - \frac{1}{(x+1)^2} + C$.
C. $2x + \frac{1}{(x-1)^2} + C$. D. $2x + \ln(x+1) + C$.

Hướng dẫn

Biến đổi $f(x) = \frac{2x+2+1}{x+1} = 2 + \frac{1}{x+1}$ nên **chọn D.**

Câu 25. Biết rằng vi khuẩn E. coli là vi khuẩn gây tiêu chảy đường ruột, gây đau bụng dữ dội, ngoài ra cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi, nghĩa là số lượng tính theo công thức $S = S_0 \cdot 2^n$, S_0 là số lượng ban đầu, n là số lần nhân đôi. Ban đầu chỉ có 40 con vi khuẩn nói trên trong đường ruột, hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn là 671088640 con?

- A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 12 giờ. D. 8 giờ.

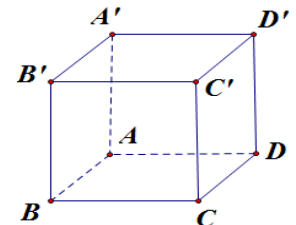
Hướng dẫn

Ta có $S = S_0 \cdot 2^n \Leftrightarrow 671088640 = 40 \cdot 2^n \Rightarrow n = 24$ (lần). Suy ra số phút là 24×20 phút.

Vậy đổi ra giờ $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ giờ. **Chọn D.**

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $BC = a$, $BD = 2BC$ và $AA' = 2\sqrt{3}a$ (Hình minh họa). Diện tích toàn phần của lăng trụ đã cho bằng

- A. $24a^2$. B. $12a^2(1 + \sqrt{3})$.
C. $14a^2(1 + \sqrt{3})$. D. $16a^2\sqrt{3}$.



Hướng dẫn

Ta có $BD = 2a$, suy ra $CD = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$. Từ đó diện tích toàn phần là:

$$S_{tp} = 2(BC \cdot CD + CD \cdot AA' + BC \cdot AA') = 2(2a^2\sqrt{3} + 6a^2 + 4a^2\sqrt{3}) = 12a^2(1 + \sqrt{3}).$$

Chọn B.

Câu 27. Gọi $y = y_0$ và $x = x_0$ là các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{2x^2 + 5x + 2}{(x+2)^2}, \text{ khi đó tổng } x_0 + y_0 \text{ bằng}$$

- A. 0. B. $-\frac{5}{2}$ C. $\frac{5}{2}$. D. -4.

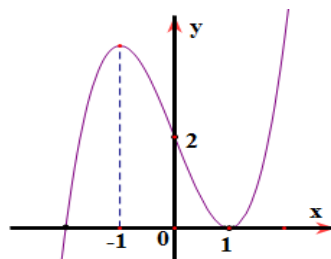
Hướng dẫn

Với x khác -2 thì $y = \frac{2x+1}{x+2}$ có một tiệm cận ngang $y = 2 = y_0$ và tiệm cận đứng $x = -2 = x_0$.

Vậy $x_0 + y_0 = 0$. **Chọn A.**

Câu 28. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó giá trị của biểu thức $P = a + b + c + d$ bằng

- A. $P = 1$ B. $P = -1$
C. $P = 2$ D. $P = 0$.



Hướng dẫn

Từ đồ thị hàm bậc ba suy ra $a > 0$. Cho $x = 0$ thì $y = d = 2$.

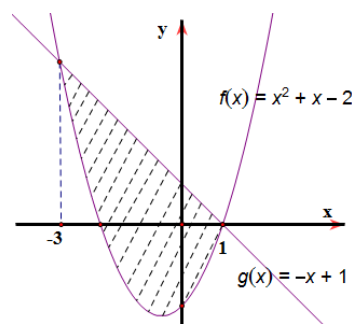
Ta lại có hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 1$

$$\text{hay } y' = 3a(x^2 - 1) = 3ax^2 - 3a = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow a = 1, b = 0, c = -3$$

Vậy $y = x^3 - 3x + 2$ nên $P = 0$. **Chọn D.**

Câu 29. Diện tích S hình phẳng phần gạch sọc tính bằng

- A. $\int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$. B. $\int_{-3}^1 (x^2 - 2x - 3) dx$.
- C. $\int_{-3}^1 (x^2 + 2x - 3) dx$. D. $\int_{-3}^1 |-x^2 - 2x - 3| dx$.



Hướng dẫn

$$\text{Trên đoạn } [-3; 1] \text{ thì } g(x) \text{ nằm trên } f(x) \text{ suy ra } S = \int_{-3}^1 (g(x) - f(x)) dx = \int_{-3}^1 (-x^2 - 2x + 3) dx.$$

Vậy **Chọn A.**

Câu 36. Trong một đợt phong trào "Thanh niên tình nguyện" có 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, và 3 học sinh khối 10, được chia làm nhiệm vụ ở 4 Thôn khác nhau M, N, P, Q (Mỗi Thôn 3 học sinh). Tính xác suất để Thôn nào cũng có học sinh khối 12 và học sinh khối 11.

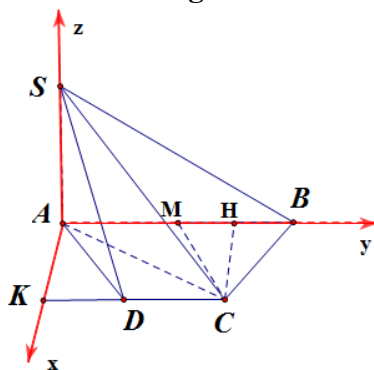
- A. $\frac{36}{385}$. B. $\frac{18}{385}$. C. $\frac{72}{385}$. D. $\frac{144}{385}$.

Hướng dẫn

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cạnh $AB = 2a, AD = DC = CB = a$, $SA = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (Hình minh họa). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

- A. $\frac{3a}{4}$. B. $\frac{3a\sqrt{10}}{20}$.
- C. $\frac{3a\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3a}{2}$.

Hướng dẫn



Gọi M là trung điểm AB , H là trung điểm MB thì dễ thấy MBC là tam giác đều và

$CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AH = \frac{3a}{2}$. Chọn $a = 2$ và dựng hệ trục Axyz như hình vẽ, ta có:

$C(\sqrt{3}; 3; 0), B(0; 4; 0), S(0; 0; 6)$ suy ra $\overrightarrow{AC} = (\sqrt{3}; 3; 0), \overrightarrow{SB} = (0; 4; -6), \overrightarrow{AS} = (0; 0; 6)$ và

$$[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = (-18; 6\sqrt{3}; 4\sqrt{3}) \Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AS} = 24\sqrt{3}.$$

$$\text{Khi đó } d(AC, SB) = \frac{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] \cdot \overrightarrow{AS}|}{|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]|} = \frac{24\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{27+9+4}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow d = \frac{3a\sqrt{10}}{10}.$$

Chọn B.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$, biết $f(1) = \frac{14}{9}$, $f'(x) = \frac{2x}{3x+1-\sqrt{3x+1}}, x > 0$. Khi đó $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{184}{9}$. B. $\frac{1096}{9}$. C. $\frac{440}{27}$. D. $\frac{128}{9}$.

Hướng dẫn

Biến đổi $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{3x+1}(\sqrt{3x+1}-1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3x+1}+1}{\sqrt{3x+1}} = \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{3x+1}} \right)$ nên hàm số có dạng

$$f(x) = \frac{2}{3} \left(x + \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \right) + C; f(1) = 1 \Rightarrow C = 0.$$

Khi đó $f(x) = \frac{2}{3} \left(x + \frac{2}{3} \sqrt{3x+1} \right)$ và $\int_1^5 f(x)dx = \frac{1096}{81}$. **Chọn B** (Nhập máy).

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $(-6; 6)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. 5. **B. 3.** C. 4. D. 2.

Hướng dẫn

+ Trước hết theo yêu cầu bài toán ta phải có $-m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 0 \Rightarrow m \in (-6; 0]$.

+ Tiếp theo $f'(x) = \frac{4-m^2}{(x-m)^2} < 0 \Rightarrow 4-m^2 < 0 \Rightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 2 \end{cases}$

Kết hợp ta có $m \in \{-5; -4; -3\}$. **Chọn B.**

Câu 40. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{5}$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục, thiết diện thu được là hình vuông có đường chéo bằng đường kính đường tròn đáy. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

A. $4\pi\sqrt{10}$. B. $8\pi\sqrt{10}$. C. $10\pi\sqrt{5}$. D. $20\pi\sqrt{2}$.

Hướng dẫn

+ Ta có cạnh a hình vuông bằng chiều cao, cũng bằng dây cung: $2r = a\sqrt{2} = h\sqrt{2} = 2\sqrt{10}$.

+ Suy ra $r = \sqrt{10}$. Vậy $S_{xq} = 2\pi rh = 20\pi\sqrt{2}$. **Chọn D.**

Câu 41. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right)$. Tính tỉ số $\frac{x}{y}$

A. 4. B. 2. C. 3. D. 5.

Hướng dẫn

+ Đặt $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 \left(\frac{x+y}{6} \right) = t \Rightarrow x = 9^t, y = 6^t, \frac{x+y}{6} = 4^t$. Cần tính $\frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2} \right)^t$.

+ Mặt khác $9^t + 6^t = 6.4^t \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 6 = 0 \Rightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = 2$. Vậy **Chọn B**.

Câu 42. Gọi S là tập giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = |x^2 - 4x + m|$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng 6. Tổng các phần tử của S bằng

A. -4.

B. 4.

C. -10.

D. 6.

Hướng dẫn

+ Đặt $g(t) = t^2 - 4t + m$ với $t \in [1; 4]$. Đạo hàm: $g'(t) = 2t - 4$; $g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

+ Suy ra giá trị nhỏ nhất: $\min f(x) = \min \{|m-3|; |m-4|; |m|\}$

Xét $|m-4| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m=10 \\ m=-2 \end{cases}$. Ta thấy $m=10$ thỏa mãn.

Xét $|m-3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m=9 \\ m=-3 \end{cases}$ (không thỏa mãn).

Xét $|m| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ m=-6 \end{cases}$. Ta thấy $m=-6$ thỏa mãn.

+ Vậy **Chọn B**.

Câu 43. Cho phương trình $4^{x+1} + 4^{1-x} - (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 8m - 16 = 0$ (m là tham số thực). Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm trên đoạn $[0; 1]$ là

A. $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

B. $\left[1; \frac{5}{2}\right]$.

C. $\left[1; \frac{5}{2}\right]$.

D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn

Đặt $t = 2^x - 2^{-x}$, $t'(x) = 2^x + 2^{-x} > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$. Suy ra $t \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$ và $4^x + 4^{-x} = t^2 + 2$.

Phương trình trở thành: $t^2 + 2 - t(m+1) + 4 - 2m = 0 \Leftrightarrow t^2 - t(m+1) + 2m - 2 = 0$

$\Leftrightarrow (t-2)(t+1-m) = 0 \Rightarrow t = m-1$. Suy ra $m-1 \in \left[0; \frac{3}{2}\right]$, hay $m \in \left[1; \frac{5}{2}\right]$. **Chọn B**.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Biết $\ln 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^x$.

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^x$ là

A. $\frac{1}{2x} - \ln 2x + C$.

B. $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \ln 2x + C$.

C. $\frac{2}{x} + \ln 2x + C$.

D. $\frac{1}{x} - \ln 2x + C$.

Hướng dẫn

Nguyên hàm từng phần: Đặt $\begin{cases} u = e^x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = e^x dx \\ v = f(x) \end{cases}$. (Chú ý $(\ln 2x)' = f(x)e^x$)

$\Rightarrow I(x) = \int u dv = uv - \int v du = f(x)e^x - \int f(x)e^x dx = \frac{1}{x} - \int (\ln 2x)' dx$.

Hay ta có $I(x) = \frac{1}{x} - \ln 2x + C$. **Chọn D**.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 2\pi]$ của phương trình $4f(\cos 2x) + 5 = 0$ là

A. 12.

B. 6.

C. 9.

D. 10.

Hướng dẫn

Đặt $\cos 2x = t \in [-1; 1]$. Trước hết xét $4f(t) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(t) = -\frac{5}{4}$ có hai nghiệm đối nhau là

$t = \pm a \in (-1; 1)$.

+ Trở về phương trình $\cos 2x = -a \in (-1; 0)$, $x \in [-\pi; 2\pi] \Rightarrow \cos t = -a \in (-1; 0)$, $t \in [-2\pi; 4\pi]$, phương trình này có 6 nghiệm (Nhưng chỉ có hai điểm cuối - 3 vòng tròn, hai vòng chiều dương và một vòng chiều âm).

+ Trở về phương trình $\cos 2x = a \in (0; 1)$, $x \in [-\pi; 2\pi]$, phương trình này có 6 nghiệm.

Chọn B. (Các em có thể lấy $a = \pm \frac{1}{2}$ để thử)

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

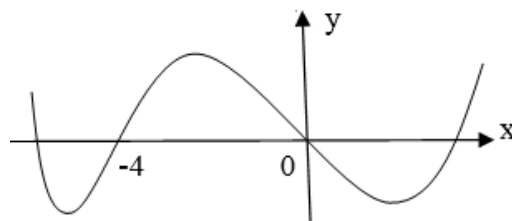
Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x^2)$ là

A. 5.

B. 3.

C. 9.

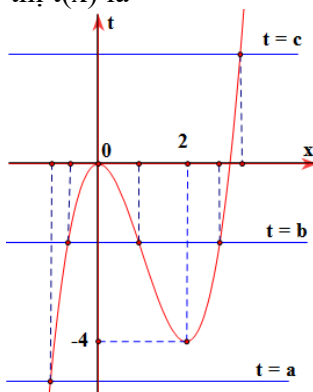
D. 7.



Hướng dẫn

Đặt $t = x^3 - 3x^2 \Rightarrow t' = 3x^2 - 6x$. Trước hết xét $f(t)$ có ba cực trị, hoành độ các điểm cực trị tương ứng là $t = a < -4$, $t = b \in (-4; 0)$, $t = c > 0$.

Ta có $g'(x) = t' \cdot f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 0 \\ t = a \cup t = b \cup t = c \end{cases}$ và ta cần tìm các nghiệm $t(x) = a$, $t(x) = b$, $t(x) = c$ khác nhau và khác 0; 2. Đồ thị $t(x)$ là



Từ đó suy ra $f'(t) = 0$ có 5 nghiệm x khác nhau và đều khác 0; 2 nên $g'(x)$ đổi dấu 7 lần nên có 7 cực trị.

Chọn D.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2(2x - 2002) + x = y + 1002 + 2^y$ và $1002 \leq x \leq 2020$?

A. 12.

B. 10.

C. 11.

D. 18.

Hướng dẫn

Do mỗi y cho ta một x và y nguyên nên $y \in \{0; 1; 2; \dots; 11\}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $xf(x^3) + f(1-x^2) = -x^8 + 2x^5 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi

đó tích phân $\int_{-1}^0 f(x)dx$ bằng

- A.** $-\frac{17}{10}$.

B. $-\frac{13}{6}$.

C. $-\frac{15}{7}$.

D. $\frac{17}{5}$.

Ký hiệu $I = \int_{-1}^0 f(x)dx$. Từ giả thiết ta có: $3x^2 f(x^3) + 3xf(1-x^2) = -3x^9 + 6x^6 - 9x^2 = g(x)$ (*).

+ Tích phân thứ nhất $\int_{-1}^0 3x^2 f(x^3) dx = \int_{-1}^0 f(u) du = \int_{-1}^0 f(t) dt = I \quad (1).$

+ Tích phân thứ hai: $\int_{-1}^0 3xf(1-x^2)dx = -\frac{3}{2} \int_{-1}^0 f(v)dv = -\frac{3}{2} \int_0^1 f(t)dt = -\frac{3}{2}K$ (2)

+ Tích phân thứ ba: $\int_0^1 3x^2 f(x^3) dx = \int_0^1 f(u) du = \int_0^1 f(t) dt = K$ (3)

+ Tích phân thứ tư: $\int_0^1 3xf(1-x^2)dx = -\frac{3}{2}\int_0^1 f(v)dv = -\frac{3}{2}\int_1^0 f(t)dt = \frac{3}{2}K$ (4)

Từ (*) lấy tích phân trên đoạn $[-1; 0]$, kết hợp (1) và (2), ta có: $I - \frac{3}{2}K = \int_{-1}^0 g(x)dx$

Từ (*) lấy tích phân trên đoạn $[0; 1]$, kết hợp (3) và (4), ta có: $I + \frac{3}{2}K = \int_0^1 g(x)dx$ và cộng hai

về suy ra $I = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 g(x) dx = -\frac{15}{7}$. **Chọn C.**

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 75° .

Gọi AD là đường kính của đường tròn tâm O ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó, ta có: $\left\{ \begin{array}{l} SA \perp DC \\ AC \perp DC \end{array} \right\} \Rightarrow DC \perp (SAC) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} DC \perp AN \\ SC \perp AN \end{array} \right\} \Rightarrow AN \perp (SDC) \Rightarrow AN \perp SD$ (1).

Tương tự: $\left\{ \begin{array}{l} SA \perp DB \\ AB \perp DB \end{array} \right\} \Rightarrow DB \perp (SAB) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} DB \perp AM \\ SB \perp AM \end{array} \right\} \Rightarrow AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp SD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SD \perp (AMN)$. Mà $SA \perp (ABC)$, suy ra

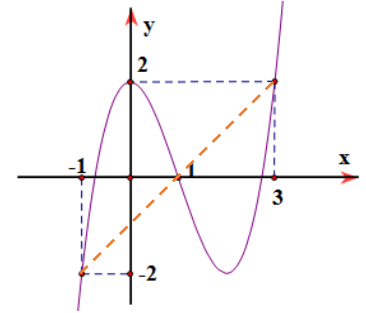
$((ABC); (AMN)) = (\widehat{SA; SD}) = \widehat{ASD}$. Ta có: $AD = 2R = \frac{BC}{\sin A} = a\sqrt{2}$. Trong $\triangle ASD$ có:

$\tan \widehat{ASD} = \frac{AD}{SA} = 1 \Rightarrow \widehat{ASD} = 45^\circ$. **Chọn B.**

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình bên.

Hàm số $g(x) = f(2-x) - \frac{1}{2}x^2 + x$ đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$.
C. $(-3; 1)$. D. $(1; 3)$.



Hướng dẫn

Đặt $2-x=t$ ta có $g'(x) = -f'(t) + t - 1 > 0 \Leftrightarrow f'(t) < t - 1$. Đường thẳng $y = t - 1$ đi qua các điểm $(-1; 2)$ và $(1; 0)$ và $(3; 2)$ trên đồ thị $f'(t)$ do đó $f'(t) < t - 1$ trên $(-1; 1)$ hay ta có:

$-1 < 2-x < 1 \Rightarrow x \in (1; 3)$, mà $\left(1; \frac{3}{2}\right) \subset \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$ như thế $g(x)$ nghịch biến trên $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Chọn D.

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN

1A	2A	3B	4B	5C	6B	7A	8A	9B	10D	11B	12D	13D	14D	15A
16B	17A	18B	19B	20C	21D	22C	23D	24A	25A	26A	27B	28D	29D	30C
31B	32A	33A	34C	35A	36A	37C	38A	39C	40B	41B	42B	43D	44C	45C
46A	47C	48B	49B	50A										

Câu 1. Một đội văn nghệ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra một bạn nam và một bạn nữ để hát song ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 24. B. 10. C. C_{10}^2 . D. 1.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_2 là

- A. $u_2 = -6$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 1$. D. $u_2 = -18$.

Câu 3. Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 4. Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. $6a^3$. B. $8a^3$. C. $4a^3$. D. $2a^3$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$.

- A. $D = [0; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $D = (0; +\infty)$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 6. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$. D. $\int \cos x dx = -\sin x + C$.

Câu 7. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao $3h$ là

- A. $V = 3Bh$. B. $V = Bh$. C. $V = 2Bh$. D. $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = 2$, chiều cao $h = \sqrt{3}$. Thể tích của khối nón là

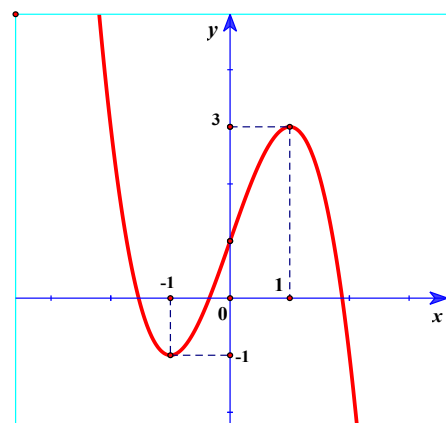
- A. $\frac{4\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{4\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi\sqrt{3}}{3}$. D. $4\pi\sqrt{3}$.

Câu 9. Cho hình lập phương cạnh bằng a . Mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có diện tích bằng

- A. a^2 . B. $3\pi a^2$. C. $\frac{4}{3}\pi a^2$. D. $12\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.



Câu 11. Với a, b là hai số thực dương khác 1, ta có $\log_b a$ bằng

- A. $-\log_a b$. B. $\frac{1}{\log_a b}$.
C. $\log a - \log b$. D. $\log_a b$.

Câu 12. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a thì có diện tích toàn phần bằng:

A. $\frac{(\sqrt{3}+1)\pi a^2}{2}$.

B. $\frac{3}{2}\pi a^2$.

C. $2\pi a^2$.

D. $\frac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$								$+\infty$

Diagram illustrating the intervals and values for the function y based on the sign of y' :

- Interval $(-\infty, -1)$: y' is negative ($-$), y decreases from $+\infty$ to -4 .
- Interval $(-1, 0)$: y' is positive ($+$), y increases from -4 to 3 .
- Interval $(0, 1)$: y' is negative ($-$), y decreases from 3 to -4 .
- Interval $(1, +\infty)$: y' is positive ($+$), y increases from -4 to $+\infty$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = -4$.

B. $x = 0$.

C. $x = 3$.

D. $x = -1, x = 1$.

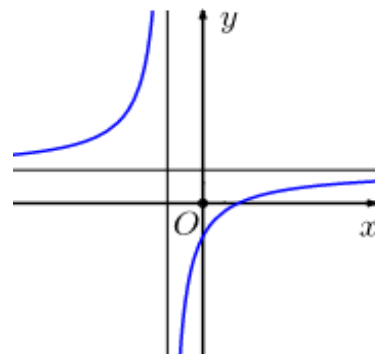
Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^3 + 3x - 1$.

B. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + m^2 + 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) có tiệm cận đứng.

A. $m \neq 0$.

B. $m = 0$.

C. $m \in \emptyset$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{3-\sqrt{5}}(2x - 3) \geq 0$ là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; \frac{5-\sqrt{3}}{2}\right]$.

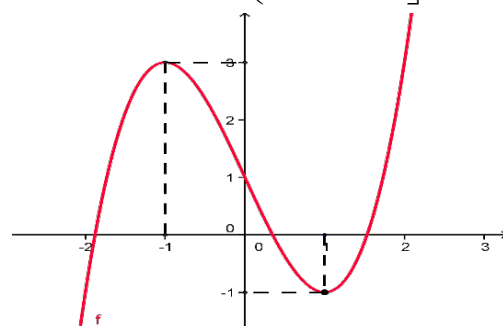
Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|f(x)| = m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $1 < m < 3$.

B. $0 < m < 3$.

C. Không có giá trị nào của m .

D. $1 < m \leq 3$.



Câu 18. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -8 .

B. 4 .

C. -4 .

D. 8 .

Câu 19. Số phức liên hợp của số phức $z = 3i - 1$ là

A. $\bar{z} = 1 + 3i$.

B. $\bar{z} = -1 - 3i$.

C. $\bar{z} = 1 - 3i$.

D. $\bar{z} = 3 - i$.

Câu 20. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z} + 5 + i = \frac{4+2i}{1-i}$. Tìm phần ảo của số phức $w = z - 1 + 5i$.

A. $2i$.

B. -2 .

C. 2 .

D. $-2i$.

Câu 21. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = z^2$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(6; 9)$.

B. $P(4; 9)$.

C. $N(-4; 6)$.

D. $M(-5; -12)$.

Câu 22. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm

$M(1; -2; 0)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tính $a + b$.

- A. $a+b=-\frac{2}{3}$. B. $a+b=0$. C. $a+b=-1$. D. $a+b=3$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu nào dưới đây có tâm thuộc đường thẳng Oz ?

- A. $x^2+y^2+z^2-6z+10=0$ B. $x^2+y^2+z^2+2x+6z-8=0$
C. $x^2+y^2+z^2-6x-10=0$ D. $x^2+y^2+z^2+2z-8=0$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào sau đây

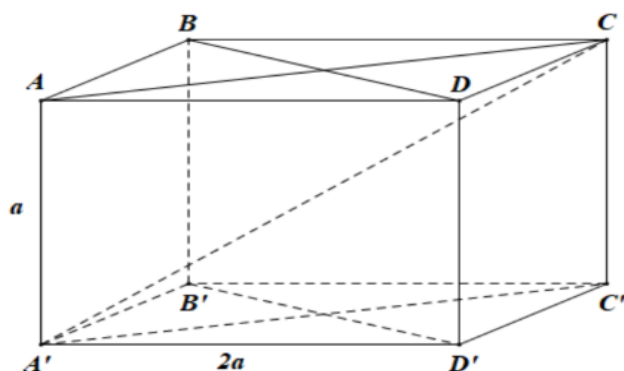
- A. $D(3;0;3)$. B. $A(-2;2;0)$. C. $C(1;2;3)$. D. $B(2;2;0)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4y+1=0$ có tọa độ tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(0;2;0), R=\sqrt{3}$. B. $I(0;-2;0), R=\sqrt{3}$.
C. $I(-2;0;0), R=3$. D. $I(2;0;0), R=3$.

Câu 26. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AA'=a, AD=2a$. Gọi góc giữa đường chéo $A'C$ và mặt phẳng đáy $(ABCD)$ là α . Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\tan \alpha = \sqrt{5}$.
C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\tan \alpha = \sqrt{3}$.



Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{3}{4}$. C. $-\frac{7}{2}$. D. -5 .

Câu 29. Cho a là số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\log_a c + \log_b c = \log_a 2020 \cdot \log_b c$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $abc = 2020$. B. $ac = 2020$. C. $bc = 2020$. D. $ab = 2020$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$ và trục hoành là

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.

Câu 31. Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a;b]$. Giá trị của $\log(a^2+b^2)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 10.

Câu 32. Cho tam giác đều ABC có diện tích bằng $\sqrt{3}$ quay xung quanh cạnh AC của nó. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V = 2\pi$. B. $V = \pi$. C. $V = \frac{7}{4}\pi$. D. $V = \frac{7}{8}\pi$.

Câu 33. Xét $\int_0^2 \frac{x}{(x^2+1)\ln 2} e^{\log_2(x^2+1)} dx$, nếu đặt $u = \log_2(x^2+1)$ thì $\int_0^2 \frac{x}{(x^2+1)\ln 2} e^{\log_2(x^2+1)} dx$ bằng

A. $\int_0^{\log_2 5} \frac{1}{2} e^u du.$

B. $-\int_0^{\log_2 5} \frac{1}{2} e^u du.$

C. $\int_0^{\log_2 4} 2e^u du.$

D. $\int_0^{\log_2 5} e^u du.$

Câu 34. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x - 2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Quay (H) xung quanh trục hoành được khối tròn xoay có thể tích là

A. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$

B. $V = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2|^2 dx.$

C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 - 3x + 2)^2 dx.$

D. $V = \pi \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx.$

Câu 35. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$. Tính $S = ab$.

A. $S = -4.$

B. $S = 4.$

C. $S = 2.$

D. $S = -2.$

Câu 36. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Tính độ dài MN .

A. $MN = 2\sqrt{5}.$

B. $MN = 5.$

C. $MN = 3\sqrt{5}.$

D. $MN = 4.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4; 3; 5)$ và điểm $B(-1; 0; 8)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $-5x - 3y + 3z - 14 = 0.$

B. $-10x - 6y + 6z + 15 = 0.$

C. $-10x - 6y + 6z - 15 = 0.$

D. $-5x - 3y + 3z + \frac{15}{2} = 0.$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3); B(-1; 4; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn AB và song song với d ?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}.$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}.$

D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}.$

Câu 39. Đánh số thứ tự cho 20 bạn học sinh lần lượt từ số thứ tự 1 đến số thứ tự 20. Chọn ngẫu nhiên ba bạn học sinh từ 20 bạn học sinh đó. Tính xác suất để ba bạn được chọn không có hai bạn nào được đánh số thứ tự liên tiếp.

A. $\frac{799}{1140}.$

B. $\frac{139}{190}.$

C. $\frac{68}{95}.$

D. $\frac{27}{95}.$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, BM bằng

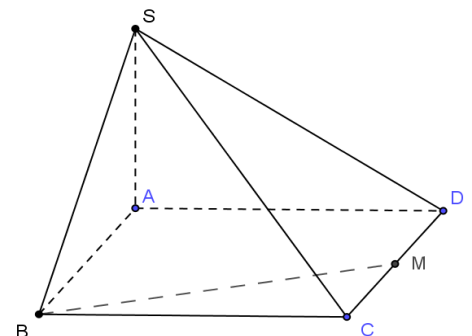
A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}.$

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}.$

C.

$\frac{2a\sqrt{7}}{7}.$

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}.$



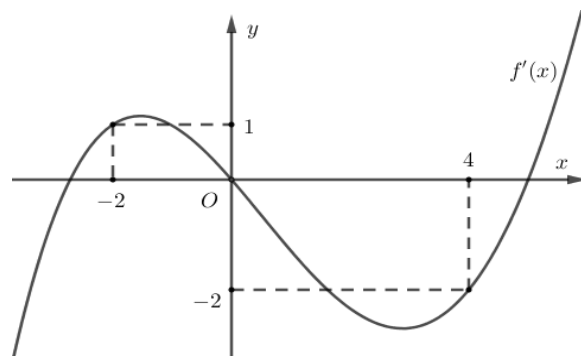
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-10; 10)$ để hàm số

$$g(x) = f(1 - 2x + m) + x^2 - (m + 1)x + m^2$$

nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$?

- A. 5.
C. 3.

- B. 4.
D. 6.



Câu 42. Khi ánh sáng đi qua một môi trường (chẳng hạn như không khí, nước, sương mù, ...) cường độ sẽ giảm dần theo quãng đường truyền x , theo công thức $I(x) = I_0 e^{-\mu x}$, trong đó I_0 là cường độ của ánh sáng khi bắt đầu truyền vào môi trường và μ là hệ số hấp thụ của môi trường đó. Biết rằng nước biển có hệ số hấp thụ $\mu = 1,4$ và người ta tính được rằng khi đi từ độ sâu 2 m xuống đến độ sâu 20 m thì cường độ ánh sáng giảm $l \cdot 10^{10}$ lần. Số nguyên nào sau đây gần với l nhất?

A. 8.

B. 9.

C. 10.

D. 90.

Câu 43. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

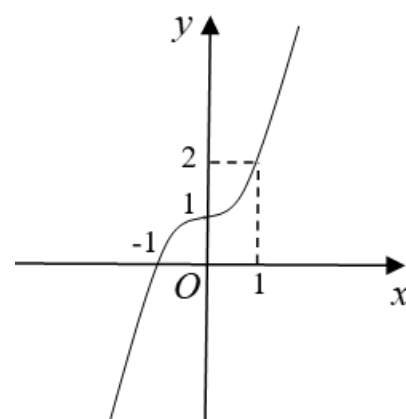
Xét các mệnh đề sau:

(I) $a = -1$, (II) $ad > 0$, (III) $d = -1$, (IV) $a + c = b + 1$.

Tìm số mệnh đề sai.

- A. 3.
C. 4.

- B. 1.
D. 2.



Câu 44. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy (O, R) và (O', R) , chiều

cao $h = \sqrt{3}R$. Đoạn thẳng AB có hai đầu mút nằm trên hai đường tròn đáy của hình trụ sao cho góc hợp bởi AB và trục của hình trụ là

$\alpha = 30^\circ$. Thể tích tứ diện $ABOO'$ là

A. $\frac{3R^3}{2}$.

B. $\frac{3R^3}{4}$.

C. $\frac{R^3}{4}$.

D. $\frac{R^3}{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \cos^2\left(2x + \frac{\pi}{2}\right)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx \text{ bằng}$$

A. $\frac{5}{18}$.

B. $\frac{10}{9}$.

C. $\frac{5}{9}$.

D. 0.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1		3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		1		2		$+\infty$
						-2	

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2 \sin x + 1) = 11$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 47. Xét các số thực x, y, z là các số thực thỏa mãn điều kiện $9^x + 16^y + 25^z = 3^x + 4^y + 5^z$. Tìm giá trị

lớn nhất của biểu thức $T = 3^{x+1} + 4^{y+1} + 5^{z+1}$ là $\frac{a+b\sqrt{6}}{c}$. Tính $a+b$

A. 15.

B. 13.

C. 19.

D. 17.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2m + 1$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[1;3]} |f(x)| + \min_{[1;3]} |f(x)| \geq 10$. Số các giá trị nguyên của S trong $[-30; 30]$ là

A. 56.

B. 61.

C. 55.

D. 57.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với hai đáy thỏa mãn $2CD = 3AB$. Biết thể tích của khối chóp $S.ABD$ bằng $4V$ và thể tích của khối chóp $S.CDMN$ bằng $\frac{126V}{25}$, trong đó M, N lần lượt nằm trên cạnh SA, SB sao cho MN song song với AB . Tỉ số $\frac{SM}{MA}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.B. $\frac{3}{2}$.C. $\frac{3}{4}$.D. $\frac{4}{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 10$) để phương trình $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m$ có nghiệm?

A. 9.

B. 10.

C. 5.

D. 4.

----- HẾT -----

Câu 1. Một tổ có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đoàn đại biểu gồm 5 người.

- A. 10. B. A_{10}^5 . C. C_{10}^5 . D. 5!.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -6. B. 3. C. 12. D. 6.

Câu 3. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

Câu 4. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$								$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Thể tích khối chóp có diện tích đáy B và có chiều cao h là

- A. $3Bh$. B. Bh . C. $\frac{4}{3}Bh$. D. $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 7. Biết $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. -5. B. 5. C. -1. D. 1.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

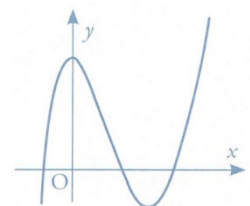
Câu 9: Tính môđun của số phức $z = -1 + \sqrt{5}i$

- A. $|z| = \sqrt{6}$ B. $|z| = 2\sqrt{6}$ C. $|z| = \sqrt{26}$ D. $|z| = 2$

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^3 + 3$. D. $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.



Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $2\log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 12. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A. $x^2 + 5x + C$. B. $2x^2 + 5x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

Câu 13. Số phức liên hợp của số phức $3-4i$ là

- A. $-3-4i$. B. $-3+4i$. C. $3+4i$. D. $-4+3i$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là.

- A. $(2;1;0)$. B. $(0;0;-1)$. C. $(2;0;0)$. D. $(0;1;0)$.

Câu 15. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

- A. $y = \log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} x$. B. $y = \log_{\frac{e}{3}} x$. C. $y = \log_{\frac{e}{2}} x$. D. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 17: Tìm phần ảo của số phức z có phần ảo âm và thỏa mãn phương trình $z^2 - 6z + 14 = 0$

- A. $3-\sqrt{5}i$. B. $-\sqrt{5}i$. C. 3. D. $-\sqrt{5}$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2;1;1)$. B. $\vec{u}_4 = (1;2;-3)$. C. $\vec{u}_3 = (-1;2;1)$. D. $\vec{u}_1 = (2;1;-3)$.

Câu 19. Cho $f(x) = 2^x \cdot 5^x$. Giá trị $f'(0)$ bằng:

- A. 10. B. 1. C. $\frac{1}{\ln 10}$. D. $\ln 10$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$?

- A. $P(-1;2;1)$. B. $Q(1;-2;-1)$. C. $N(-1;3;2)$. D. $M(1;2;-1)$

Câu 21. Khi quay đường gấp khúc tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB thì hình tròn xoay được tạo thành là:

- A. Hình cầu B. Hình trụ C. Hình nón D. Khối nón

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	2	7	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ là

- A. -16. B. 20. C. 0. D. 4.

Câu 24. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 25 Cho hình trụ có bán kính đáy 3 cm , đường cao 4 cm , diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- A. $24\pi(m^2)$ B. $24\pi(cm^2)$ C. $15\pi(m^2)$ D. $30\pi(cm^2)$

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(5x+10) > \log(x^2 + 6x + 8)$ là

- A. $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -4] \cup [-2; +\infty)$.
C. $(-2; 1)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 27. Cho $\vec{a} = (1; -1; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = (3; 2; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$

- A. $(2; 2; -1)$ B. $(6; 0; 1)$ C. $(5; 2; -2)$ D. $(6; 4; -2)$

Câu 28. Một mặt cầu có đường kính bằng $2a$ thì có diện tích bằng :

- A. $8\pi a^2$ B. $\frac{4\pi a^2}{3}$ C. $4\pi a^2$ D. $16\pi a^2$

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$		$\nearrow 3$		$\searrow -1$		$\nearrow 3$		$\searrow -\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 30. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$ B. $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$
 C. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$ D. $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; -3)$ B. $(2; -3)$ C. $(-3; 3)$ D. $(-3; 2)$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 33: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn theo công thức $S = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng, t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi số con vi khuẩn sau 10 giờ?

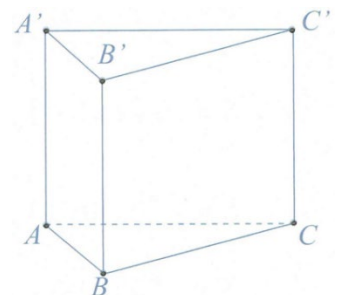
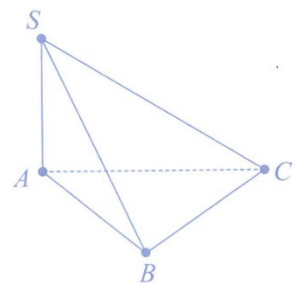
- A. 1000 con. B. 850 con. C. 800 con. D. 900 con.

Câu 34. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 4π và có thiết diện qua trục của nó là một hình vuông. Thể tích của khối trụ bằng

- A. 3π B. 2π . C. 4π . D. π .

Câu 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{3a^3}{2}$.
 C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{2}$.



Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

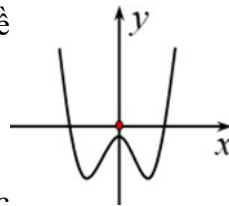
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$			$-$	0	$+$
y	2		$-\infty$		$-\infty$		$+\infty$

Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

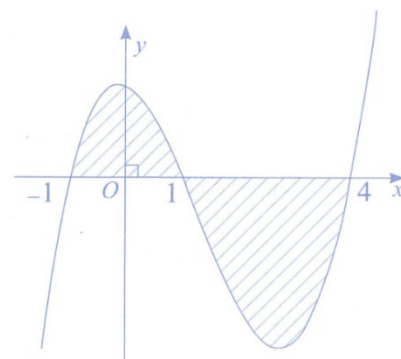
Câu 37. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0; b > 0; c > 0$. B. $a > 0; b < 0; c < 0$.
C. $a > 0; b < 0; c > 0$. D. $a < 0; b > 0; c < 0$.



Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.
C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$.



Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng

- A. 3. B. 5. C. $\sqrt{5}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 40. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; 2; 0)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 41. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{13}{27}$ B. $\frac{14}{27}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{365}{729}$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1; 4]$ và thỏa mãn $\int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$, $\int_3^4 f(x) dx = \frac{3}{4}$. Tính giá trị biểu thức $I = \int_1^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$.

A. $I = \frac{3}{8}$.

B. $I = \frac{5}{4}$.

C. $I = \frac{5}{8}$.

D. $I = \frac{1}{4}$.

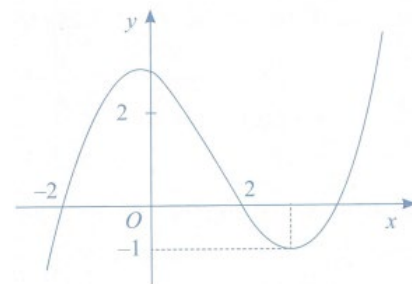
Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là

A. 6

C. 12

B. 10

D. 3



Câu 45. Cho hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 - 2020$. Tìm số giá trị m nguyên, $m \in (-2020; 2020)$, để hàm số có ba điểm cực trị.

A. 0.

B. 4037.

C. 4039.

D. 4038.

Câu 46. Cho phương trình $(2\log_2^2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 79

B. 80

C. Vô số

D. 81

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 3

B. 9

C. 5

D. 7

Câu 48. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(3x-1) = -\log_3 m$ (m là số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $12\sqrt{3}$

B. $16\sqrt{3}$

C. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$

Câu 50. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $\log_2(4x + y + 2xy + 2)^{y+2} = 8 - (2x-2)(y+2)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$ là số có dạng $M = a\sqrt{b} + c$ với $a, b \in \mathbb{N}, a > 2$. Khi đó $S = a + b + c$ bằng:

A. $S = 17$.

B. $S = 7$.

C. $S = 19$.

D. $S = 3$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1-C	2-D	3-A	4-C	5-D	6-C	7-A	8-C	9-A	10-A
11-A	12-A	13-C	14-B	15-C	16-C	17-D	18-C	19-D	20-B
21-C	22-D	23-B	24-A	25-B	26-C	27-D	28-C	29-C	30-A
31-C	32-B	33-D	34-B	35-A	36-D	37-B	38-B	39-C	40-C
41-A	42-B	43-B	44-B	45-B	46-A	47-D	48-C	49-A	50-D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 : Đáp án C.

Mỗi cách chọn 5 người từ 10 học sinh là một tổ hợp chập 5 của 10 phần tử. Số cách chọn 5 người của 10 người là: C_{10}^5 .

Câu 2 : Đáp án D.

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Câu 3 : Đáp án A.

Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 4: Đáp án C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;2)$ thì $f'(x) < 0$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 5 :Đáp án D.

Câu 6 :Đáp án C.

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 7 :Đáp án A.

Ta có $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = -2 - 3 = -5$.

Câu 8 :Đáp án C.

Theo bảng biến thiên thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$.

Câu 9 : Đáp án A.

Câu 10: Dạng hàm bậc ba nên loại C và loại D. Từ đồ thị ta có $a > 0$ do đó loại B.

Câu 11: Đáp án A.

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2 \log_5 a$.

Câu 12 :Đáp án A.

Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là $F(x) = x^2 + 5x + C$.

Câu 13 :Đáp án C.

Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là số phức $3 + 4i$.

Câu 14 :Đáp án B.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên trục Oz có tọa độ là $(0;0;-1)$.

Câu 16 :Đáp án C

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot (-1) \cdot x + 2 \cdot 0 \cdot y - 2 \cdot 1 \cdot z - 7 = 0.$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 0, c = 1, d = -7.$$

$$\Rightarrow \text{Tâm mặt cầu } I(-1;0;1) \text{ bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 7} = 3.$$

Câu 23 :Đáp án B.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in [-3;3]$. Tiếp tục tính:

$$f(1) = 0; f(-1) = 4; f(3) = 20; f(-3) = -16. \text{ Từ đó suy ra } \max_{[-3;3]} f(x) = f(3) = 20.$$

Câu 24: Đáp án A

$$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

Câu 26 :Đáp án C.

$$\text{Ta có } \log(5x+10) > \log(x^2 + 6x + 8) \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10 > x^2 + 6x + 8 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$$

Câu 29 :Đáp án C.

Ta có $2f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$. Số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$. Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có số giao điểm của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là 4. Do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 30 : Đáp án A

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{3x-3+2}{(x-1)^2} = \frac{3(x-1)+2}{(x-1)^2} = \frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}$$

$$\text{Vậy } \int f(x) dx = \int \left(\frac{3}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2} \right) dx = 3 \ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C \text{ vì } x > 1$$

Câu 32 : Đáp án B.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) . Do đó

$(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \widehat{SCA}$. Tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ nên

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$. Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $\widehat{SCA} = 45^\circ$. Vậy $(SC, (ABC)) = 45^\circ$.

Câu 33 : Đáp án D

Xét phương trình $100 \cdot e^{5r} = 300 \Rightarrow r = \frac{1}{5} \ln 3$. Vậy $S = 100 \cdot e^{r^{10}} = 900$

Câu 34: Đáp án B

Ta có $\begin{cases} S_{xq} = 2\pi rl = 4\pi \\ 2r = l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = h = 2 \\ r = 1 \end{cases}$ Từ đó suy ra $V = \pi r^2 h = 2\pi$

Câu 35: Đáp án A

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$. Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

Câu 36 : Đáp án D

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x \rightarrow +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang $y = 2$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -4$.

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng $x = 0$.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 37 :Đáp án B.

Câu 38: Đáp án B

Ta có: hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]$; $f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên:

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx. \text{ Chú ý.}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x = a \\ x = b \\ y = f(x) \\ y = 0 \text{ Ox} \end{cases}$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx$

Câu 39: Đáp án C.

Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i.$$

$$\Leftrightarrow 3(x - yi + i) - (2 - i)(x + yi) = 3 + 10i$$

$$\Leftrightarrow x - y - 3 + (x - 5y - 7)i = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x - 5y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Suy ra $z = 2 - i$ vậy $|z| = \sqrt{5}$.

Chú ý.

Các bài toán số phức mà có sự xuất hiện của $z, \bar{z}$ yêu cầu đi tìm z hoặc modun của z ta cứ đặt

$z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ rồi biến đổi giả thuyết đưa về dạng $A + Bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ sau đó giải hệ tìm ra x, y .

Câu 40 :Đáp án C.

$$\overrightarrow{BC} = (2; 0; -1), \overrightarrow{BD} = (0; -1; 2) \text{ suy ra } [\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (1; 4; 2).$$

Đường thẳng qua $A(1; 0; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Điểm $E(2; 4; 4)$ thuộc đường thẳng trên. Suy ra phương trình : $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$.

Câu 41: Đáp án A

Gọi A là tập tất cả các số nguyên dương đầu tiên, $A = \{1; 2; 3; \dots; 26; 27\}$

Chọn hai số khác nhau từ A có: $n(\Omega) = C_{27}^2 = 351$. Tổng hai số là số chẵn khi cả hai số đó đều chẵn hoặc đều lẻ. Do đó:

Chọn hai số chẵn khác nhau từ tập A có: $C_{13}^2 = 78$

Chọn hai số lẻ khác nhau từ tập A có: $C_{14}^2 = 91$

Số cách chọn là: $78 + 91 = 169$

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{169}{351} = \frac{13}{27}$

Câu 42 :Đáp án B.

Ta xem $d(A, (SBD))$ bằng bao nhiêu lần $d(H, (SBD))$, từ hình vẽ dưới đây ta thấy $d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD))$. Tính $d(H, (SBD))$.

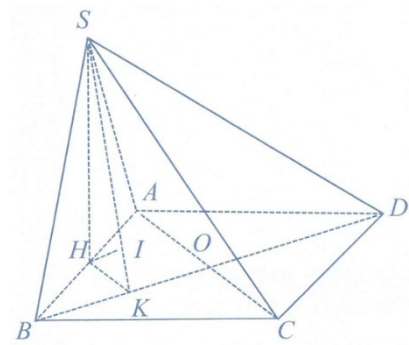
Gọi H là trung điểm của AB . Khi đó, $SH \perp (ABCD)$. Gọi O là giao điểm của AC và BD suy ra $AC \perp BD$. Kẻ $HK \perp BD$ tại K (K là trung điểm BO). Kẻ $HI \perp SK$ tại I . Khi đó:

$$d(A, (SBD)) = 2d(H, (SBD)) = 2HI.$$

Xét tam giác SHK , có: $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$,

$$HK = \frac{1}{2}AO = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Khi đó: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{21}}{14}$. Suy ra: $d(A, (SBD)) = 2HI = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

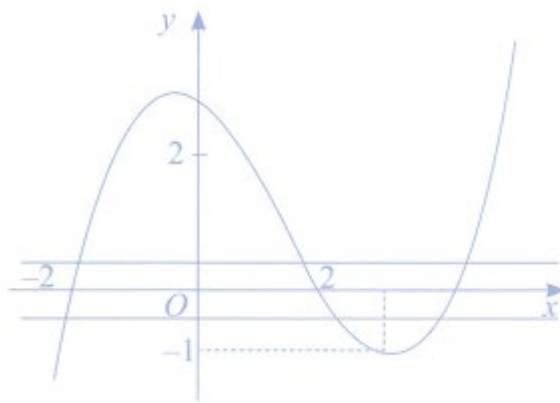


Câu 43 :Đáp án B.

Định hướng giải. Ta có

$$I = \int_1^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}.$$

Câu 44:Đáp án B



$$\text{Ta có } |f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} & (1) \\ f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} & (2) \end{cases}$$

$$+) (1) \Leftrightarrow f(x^3 - 3x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = \alpha_1 (-2 < \alpha_1 < 0) \\ x^3 - 3x = \alpha_2 (0 < \alpha_2 < 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_3 (\alpha_3 > 2) \end{cases}$$

$$+) (2) \Leftrightarrow f(x^3 - 3x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = \alpha_4 (\alpha_4 < -2) \\ x^3 - 3x = \alpha_5 (\alpha_5 > 2) \\ x^3 - 3x = \alpha_6 (\alpha_6 > 2) \end{cases}$$

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$, $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2		-2		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Phương trình: $x^3 - 3x = \alpha_1$ có 3 nghiệm, phương trình $x^3 - 3x = \alpha_2$ có 3 nghiệm. Mỗi phương trình $x^3 - 3x = \alpha_3$, $x^3 - 3x = \alpha_4$, $x^3 - 3x = \alpha_5$, $x^3 - 3x = \alpha_6$ đều có một nghiệm.

Từ đó suy ra phương trình $|f(x^2 - 3x)| = \frac{1}{2}$ có 10 nghiệm.

Câu 42 : Đáp án A

Ta có hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 - 2019$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow -m.(m+1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$.

$m \in (-2020; 2020)$, $m \in \mathbb{Z}$, $\begin{cases} m < -1 \\ m > 0 \end{cases}$. Suy ra: có 4037 giá trị m .

Câu 46: Đáp án A

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ 3^x - m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ m \leq 3^x \end{cases} \quad (*)$

Ta có $(2 \log_2^2 x - 3 \log_2 x - 2) \sqrt{3^x - m} = 0 \quad (1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \log_2^2 x - 3 \log_2 x - 2 = 0 & (2) \\ \sqrt{3^x - m} = 0 & (3) \end{cases}$

Trong đó $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 2 \\ \log_2 x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (4)$

Với $m > 0$ thì $3^x = m \Leftrightarrow \log_3 m = x$

Do đó, phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi xảy ra các trường hợp sau:

TH1: (3) có nghiệm $x = \log_3 m \leq 0 \Leftrightarrow 0 < m \leq 1$. Kết hợp điều kiện (*) và (4) ta được $m = 1$ thì (1) có hai nghiệm phân biệt $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ và $x = 4$

TH2: $m > 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x \geq \log_3 m > 0$

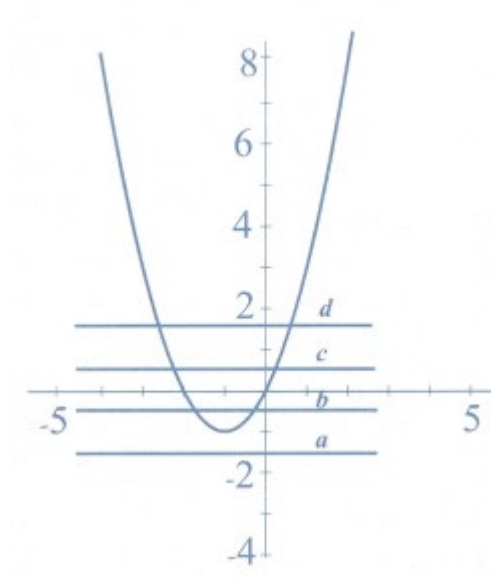
Và do $4 > \frac{1}{\sqrt{2}}$ nên (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \log_3 m < 4$

$$\Leftrightarrow 3^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \leq m < 3^4$$

Mà m nguyên dương nên ta có $m \in \{3, 4, \dots, 80\}$, có 78 giá trị của m

Vậy có 79 giá trị nguyên dương của m để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 47:Đáp án D



$$\text{Ta có } y' = (2x + 2)f'(x^2 + 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 = 0 \\ x^2 + 2x = a, a < -1 \\ x^2 + 2x = b, -1 < b < 0 \\ x^2 + 2x = c, 0 < c < 1 \\ x^2 + 2x = d, d > 1 \end{cases}$$

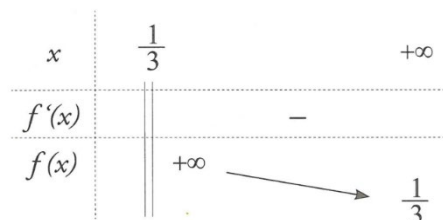
Dựa vào đồ thị ta được $y' = 0$ có 7 nghiệm đơn nên nó có 7 cực trị

Câu 47 :Đáp án C.

Điều kiện: $x > \frac{1}{3}$ và $m > 0$. Phương trình đã cho tương đương:

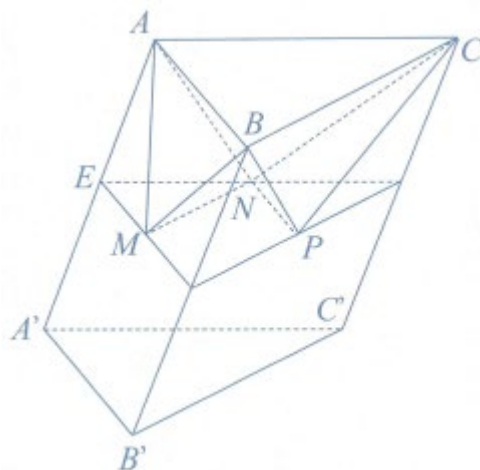
$$\log_3 x - \log_3 (3x - 1) = \log_3 \frac{1}{m} \Leftrightarrow \frac{x}{3x - 1} = \frac{1}{m}. \text{ Xét hàm số } f(x) = \frac{x}{3x - 1} \text{ với } x > \frac{1}{3} \text{ có}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{(3x - 1)^2} < 0, \forall x > \frac{1}{3}$$



Dựa vào bảng biến thiên, phương trình có nghiệm khi $\frac{1}{m} > \frac{1}{3} \Leftrightarrow 0 < m < 3$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Câu 49 :Đáp án A



Gọi h là chiều cao của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Vì ΔABC đều có độ dài cạnh bằng 6 nên

$$S_{\Delta ABC} = 4^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}. \text{ Thể tích lăng trụ } ABC.A'B'C' \text{ là } V = h.S_{\Delta ABC} = 8.4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}.$$

Gọi E là trung điểm của cạnh AA' . Thể tích khối chóp A.EMN là:

$$V_{A.EMN} = \frac{1}{3}d(A, (EMN)).S_{\Delta EMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}h \cdot \frac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{1}{24}V$$

Thể tích khối đa diện ABCMNP là:

$$V_{ABCMNP} = \frac{1}{2}V - 3V_{A.EMN} = \frac{1}{2}V - 3 \cdot \frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V = 12\sqrt{3}$$

Câu 50 : Đáp án D

Với hai số dương x, y thỏa mãn $\log_2(4x + y + 2xy + 2)^{y+2} = 8 - (2x - 2)(y + 2)$.

Ta có $(y + 2)\log_2(4x + y + 2xy + 2) = 8 - (2x - 2)(y + 2)$

$$\Leftrightarrow (y + 2)\log_2(2x + 1)(y + 2) = 8 - (2x + 1)(y + 2) + 3(y + 2)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x + 1) + \log_2(y + 2) = \frac{8}{y + 2} - (2x + 1) + 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x + 1) + (2x + 1) = \log_2\left(\frac{8}{y + 2}\right) + \frac{8}{y + 2} \quad (1)$$

Xét hàm đặc trưng $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } f(2x + 1) = f\left(\frac{8}{y + 2}\right) \Rightarrow 2x + 1 = \frac{8}{y + 2} \Leftrightarrow y = \frac{8}{2x + 1} - 2.$$

$$P = 2x + y = 2x + \frac{8}{2x+1} - 2 = (2x+1) + \left(\frac{8}{2x+1}\right) - 3 \stackrel{\text{AM-GM}}{\geq} 4\sqrt{2} - 3.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 2x+1 = \frac{8}{2x+1} \Leftrightarrow (2x+1)^2 = 8 \Leftrightarrow x = \frac{-1+2\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } S = a + b + c = 3.$$

----- **HẾT** -----

(Đề có 6 trang)

Họ tên : Số báo danh :

Mã đề 145

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; -2; 0), B(1; 4; -3)$. Tọa độ vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(-2; 2; -3)$. B. $(4; 6; 3)$. C. $(-4; -6; 3)$. D. $(4; 6; -3)$.

Câu 2: Cho $a > 0; a \neq 1$. Tính $P = \log_a a^3$.

- A. $P = \sqrt{3}$. B. $P = \frac{1}{3}$. C. $P = -3$. D. $P = 3$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = x^3 + x - 1$ và trục hoành có bao nhiêu điểm chung?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 4: Từ một nhóm có 10 học sinh, có bao nhiêu cách chọn hai bạn làm trực nhật?

- A. 45. B. 90. C. 5. D. 20.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$. Một vector chỉ phương của Δ là:

- A. $\vec{u} = (-2; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (2; 3; -2)$. C. $\vec{u} = (1; -2; 0)$. D. $\vec{u} = (-1; 2; 0)$.

Câu 6: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. πrl . B. $4\pi l$. C. $4\pi r^2 l$. D. $2\pi rl$.

Câu 7: Cho cấp số cộng có $d = -2$ và tổng của 8 số hạng đầu là $s_8 = 72$. Khi đó số hạng đầu bằng bao nhiêu?

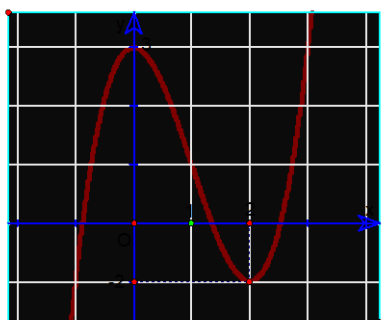
- A. $u_1 = -\frac{1}{16}$. B. $u_1 = \frac{1}{16}$. C. $u_1 = 16$. D. $u_1 = -16$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như bên. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-23	4	$+\infty$

- A. $(-2; +\infty)$. B. $(-\infty; -23)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 9: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ. Tìm điểm cực đại của hàm số.



- A. 3. B. -2.

C. 0.

D. 2.

Câu 10: Tính thể tích của khối chóp tứ giác biết đáy có diện tích 36cm^2 và có chiều cao là 1dm.

A. 120cm^3 .

B. 36cm^3 .

C. 360cm^3 .

D. 12cm^3 .

Câu 11: Tính thể tích khối bi sắt có dạng hình cầu biết bán kính bằng 6 cm.

A. 864π .

B. 36π .

C. 216π .

D. 288π .

Câu 12: Nghiệm của phương trình $5^{x-1} = 3$ là

A. $x = \log_5 3 + 1$.

B. $x = \log_3 5 - 1$.

C. $x = \log_3 5 + 1$.

D. $x = \log_5 3 - 1$.

Câu 13: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 1 - \sqrt{3}i$.

A. $\sqrt{3} - i$.

B. $1 + \sqrt{3}i$.

C. $-1 + \sqrt{3}i$.

D. $-1 - \sqrt{3}i$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2; -1; 2)$ bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là

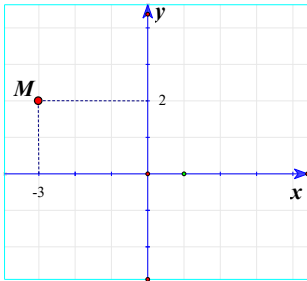
A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{2}$.

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{2}$.

D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 2$.

Câu 15: Điểm M là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?



A. $z = 3 + 2i$.

B. $z = -3 + 2i$.

C. $z = -3 - 2i$.

D. $z = 2 - 3i$.

Câu 16: Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 7, 8, 9.

A. 24.

B. 135.

C. 504.

D. 252.

Câu 17: Thể tích khối nón có độ dài đường cao bằng h và bán kính đáy r bằng

A. $h\pi r^2$.

B. $\frac{1}{3}h\pi r^3$.

C. $\frac{1}{3}h\pi r^2$.

D. $\frac{4}{3}h\pi r^2$.

Câu 18: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 5; -3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz . Mặt phẳng (ABC) có phương trình:

A. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{5} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{-3} = 1$.

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{-3} = 0$.

Câu 19: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-9}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \log(4-x^2)$ là:

A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $D = [-2; 2]$.

C. $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

D. $D = (-2; 2)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{2-y}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$. C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)z + 2i = 3-i$. Môđun của số phức z bằng

A. 5.

B. 9.

C. 3.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 23: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc Δ ?

A. $Q(1;5;2)$.

B. $M(1;2;-2)$.

C. $N(1;5;-2)$.

D. $P(-1;5;-2)$.

Câu 24: Cho hai số phức $z_1 = a - 3i, z_2 = 1 - i$. Có bao nhiêu giá trị thực a sao cho $|z_1 - z_2| = 3$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 3x + 1) = 2$ là

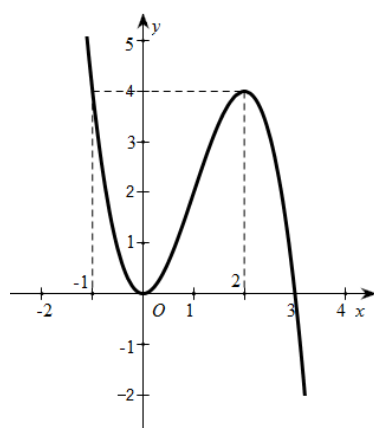
A. $\left\{ \frac{-3 - \sqrt{41}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{41}}{2} \right\}$.

B. $\left\{ \frac{-3 - \sqrt{29}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{29}}{2} \right\}$.

C. $\left\{ \frac{-3 + \sqrt{41}}{2} \right\}$.

D. $\left\{ \frac{-3 + \sqrt{29}}{2} \right\}$.

Câu 26: Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



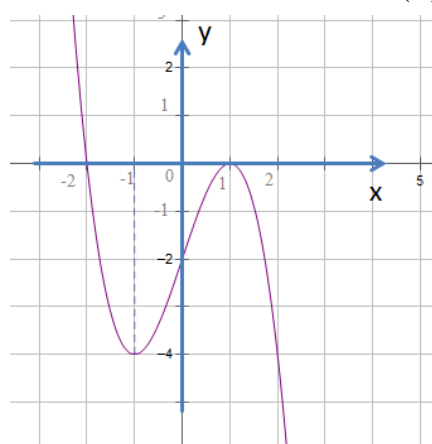
A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 + 3x$.

C. $y = -x^3 + 3x^2$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2;1]$. Khi đó $M + m$ bằng

A. -6.

B. -4.

C. 3.

D. 4.

Câu 28: Tính $I = \int_0^1 \frac{1}{5x+1} dx$.

- A. $I = \frac{1}{5} \ln 6$. B. $I = 5 \ln \frac{1}{6}$. C. $I = 5 \ln 6$. D. $I = \frac{1}{5} \ln \frac{1}{6}$.

Câu 29: Cho $\log_2 3 = a$, biết $\log_2 54 = m + na$, với $m; n \in \mathbb{Z}$. Tính $S = m^2 + n^2$.

- A. $S = 8$. B. $S = 5$. C. $S = 10$. D. $S = 13$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ tại 3 điểm phân biệt.

- A. $-1 < m < 0$. B. $0 < m < 1$. C. $-2 < m < 2$. D. $-1 < m < 1$.

Câu 31: Một người gửi tiết kiệm 150 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 6,55%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) không dưới 200 triệu đồng, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất ngân hàng không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- A. 5 năm. B. 7 năm. C. 6 năm. D. 4 năm.

Câu 32: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 4z + 8 = 0$. Tọa độ điểm biểu diễn của số phức $w = 7 - z_1 i$ là

- A. $(-2; -2)$. B. $(9; 2)$. C. $(5; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 33: Cho khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $r = 8$. Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

- A. 48π . B. 80π . C. 64π . D. 60π .

Câu 34: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 1$. Tính $I = \int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 3$. C. $I = 5$. D. $I = -1$.

Câu 35: Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$ quay quanh trục Ox .

- A. $\frac{8\pi}{15}$. B. $\frac{15}{8}$. C. $\frac{8\pi}{7}$. D. $\frac{8}{15}$.

Câu 36: Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ (**Hình 1**). Hãy xác định hàm số đó.

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$ $\searrow$ -3 $\nearrow$ 1 $\searrow$ $-\infty$				

Hình 1

- A. $y = x^3 - 3x + 2$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 5x$. C. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.

Câu 37: Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt đáy (ABC). Biết $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 4\sqrt{2}$ và mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp S.ABC.

- A. $\frac{40\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{56}{3}$. C. $\frac{112}{3}$. D. $\frac{80}{3}$.

Câu 38: Phương trình $(7 + \sqrt{45})^x + 7(7 - \sqrt{45})^x = 4.2^{x+1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 và $T = x_1^2 + x_2^2$. Khi đó:

- A. $T \in (3; 5)$. B. $T \in (10; 15)$. C. $T \in (1; 3)$. D. $T \in (5; 8)$.

Câu 39: Có 6 chiếc ghế được kê thành hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 6 học sinh, gồm 3 nam và 3 nữ, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để 3 học sinh nữ luôn ngồi gần nhau bằng

- A. $\frac{1}{30}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{1}{120}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và $f(1) - 2f(0) = 1, \int_0^1 f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^3 (6-x)f'(\frac{x}{3})dx$.

- A. $I = 64$. B. $I = 66$. C. $I = 54$. D. $I = 56$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(3x-5) - 7 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 42: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $BC = 6$, góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt đáy là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC' .

- A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{4\sqrt{15}}{5}$. D. $\frac{5\sqrt{14}}{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = 2x^3 - mx^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ có 5 điểm cực trị.

- A. $m \in (-\infty; 0) \cup (3; -\infty)$. B. $0 \neq m < 3$. C. $m > 3$. D. $m \leq 3$.

Câu 44: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc a (m/s) thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + a$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại. Biết từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô chạy được quãng đường 160 (m). Hỏi vận tốc ban đầu a bằng bao nhiêu?

- A. 16 (m/s). B. 80 (m/s). C. 40 (m/s). D. 160 (m/s).

Câu 45: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột trụ tròn gồm 10 chiếc của một ngôi nhà. Trước khi hoàn thiện mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy 20 cm; sau khi hoàn thiện một cột là một khối trụ tròn có đường kính đáy bằng 60 cm. Chiều cao mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là 4 m. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 40% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương ứng với $65\,000\text{ cm}^3$ xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột theo yêu cầu?

- A. 90 bao. B. 120 bao. C. 100 bao. D. 110 bao.

Câu 46: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{x - m^2 + m}{x + 2} \right|$ trên đoạn $[1; 2]$. Giá trị nhỏ nhất của M bằng

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 47: Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{2} \log_2 a = \log_2 \frac{2}{b}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = 4a^3 + b^3 - 5 \log_2 (4a^3 + b^3)$ là $P_{\min} = x - y \log_2 z$ với x, y, z là các số thực, z là số nguyên tố. Tính tổng $S = x + y + z$.

- A. $S = 9$. B. $S = 11$. C. $S = 10$. D. $S = 8$.

Câu 48: Cho hàm số $y = mx^3 - x^2 + 3x + m - 2$, m là tham số. Tập hợp tất cả các giá trị m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ là $\left[\frac{a}{b}; +\infty \right)$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$. Giá trị $a + b$ là:

- A. -4 . B. 12 . C. 5 . D. 8 .

Câu 49: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x + y \neq -1$ và $x^2 + y^2 + xy - x - y - 1 = 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{xy}{x + y + 1}$. Tính giá trị $S = 2019M + 2020m$.

- A. $S = -1347$. B. $S = 2483$. C. $S_{xq} = -2530$. D. $S = 1521$.

Câu 50: Cho hình chóp đều $SABCD$ biết $SA = 2a, AB = a$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M và N . Tính thể tích khối đa diện $NMABCD$.

- A. $\frac{5a^3 \sqrt{14}}{48}$. B. $\frac{5a^3 \sqrt{7}}{24}$. C. $\frac{5a^3 \sqrt{14}}{8}$. D. $\frac{5a^3 \sqrt{14}}{16}$.

----- HẾT -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	145
1	D
2	D
3	D
4	A
5	B
6	D
7	C
8	B
9	C
10	A
11	D
12	A
13	B
14	B
15	B
16	C
17	C
18	B
19	C
20	D
21	C
22	C
23	C
24	A
25	A
26	C
27	B
28	A
29	C
30	A
31	A
32	B
33	B
34	B
35	A
36	D
37	B
38	C
39	D
40	C
41	B

42	B
43	C
44	C
45	B
46	C
47	C
48	C
49	A
50	A

Họ và tên học sinh: SBD:

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm có bốn học sinh nam và sáu học sinh nữ?

- A. 4 B. 6 C. 10 D. 24

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$; $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 21 B. 4 C. 6 D. 16

Câu 3: Cho một mặt cầu có diện tích là S , thể tích khối cầu đó là V . Tính bán kính R của mặt cầu

- A. $R = \frac{3V}{S}$ B. $R = \frac{S}{3V}$ C. $R = \frac{4V}{S}$ D. $R = \frac{V}{3S}$

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		$\nearrow 2$		$\searrow -1$		$\nearrow +\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

Câu 5: Thể tích khối lập phương có cạnh bằng a là

- A. $V = \frac{1}{2}a^3$ B. $V = a^3$ C. $V = \sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_2(3x - 1) = 5$ là

- A. $x = 11$ B. $x = \frac{5}{3}$ C. $x = 10$ D. $x = 3$

Câu 7: Cho tích phân $I_1 = \int_a^b f(x)dx = m$ và $I_2 = \int_c^a f(x)dx = n$. Tích phân $I = \int_c^b f(x)dx$ có giá trị là

- A. $m + n$ B. $m - n$ C. $-m + n$ D. $-m - n$

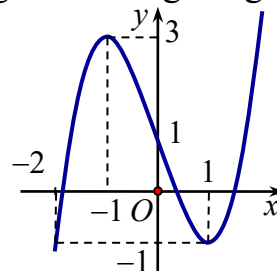
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		2	$\searrow$		$+\infty$
					-2		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

Câu 9: Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong như hình bên:



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x + 1$ C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = x^3 - 3x^2 + 1$

Câu 10: Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{e}{a^2}$ bằng

- A. $2(1 + \ln a)$ B. $1 - \frac{1}{2} \ln a$ C. $2(1 - \ln a)$ D. $1 - 2 \ln a$

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + \cos x + 2018$ là

- A. $F(x) = e^x + \sin x + 2018x + C$ B. $F(x) = e^x - \sin x + 2018x + C$
C. $F(x) = e^x + \sin x + 2018x$ D. $F(x) = e^x + \sin x + 2018 + C$

Câu 12: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- A. Môđun của số phức z là một số âm
B. Môđun của số phức z là một số thực
C. Môđun của số phức $z = a + bi$ là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

D. Môđun của số phức z là một số thực không âm

Câu 13: Cho điểm $M(1;2;-3)$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) bằng

- A.** 2 **B.** -3 **C.** 1 **D.** 3

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

- A.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$ **B.** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$
C. $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$ **D.** $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{5-z}{1}$. Vector nào dưới đây là vector chỉ phương của d ?

- A.** $\vec{u} = (0;2;5)$ **B.** $\vec{u} = (1;-3;-1)$ **C.** $\vec{u} = (1;3;-1)$ **D.** $\vec{u} = (1;3;1)$

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A.** $M = (1;1;6)$ **B.** $N = (-5;0;0)$ **C.** $P = (0;0;-5)$ **D.** $Q = (2;-1;5)$

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A.** 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 75°

Câu 18: Hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm được cho ở hình dưới

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		+	0	-	
			-	0	+

Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 19: Hàm số $y = (4-x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là:

- A.** 10 **B.** 12 **C.** 14 **D.** 17

Câu 20: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_{2019} x = 5 \log_{2019} a + 3 \log_{2019} b$ mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $x = 3a + 5b$ **B.** $x = a^5 b^3$ **C.** $x = 5a + 3b$ **D.** $x = a^5 + b^3$

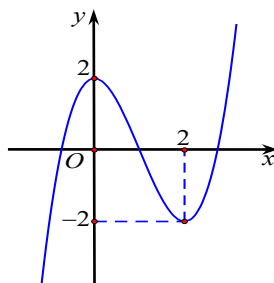
Câu 21: Tìm số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{125}$.

- A.** 3 **B.** 4 **C.** 5 **D.** 6

Câu 22: Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng 6π (cm) và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng 10 (cm)

- A. 48π (cm³) B. 24π (cm³) C. 72π (cm³) D. $18\pi\sqrt{3472\pi}$ (cm³)

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm thực của phương trình $4.f(x) + 3 = 0$

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

Câu 24: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-3}$ là

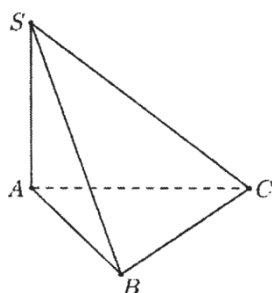
- A. $\frac{1}{2}\ln|2x-3| + C$ B. $2\ln|2x-3| + C$ C. $\frac{1}{3}\ln|2x-3| + C$ D. $\ln|2x-3| + C$

Câu 25: Theo số liệu của Tổng cục thống kê, năm 2016 dân số Việt Nam ước tính khoảng 94.444.200 người. Tỷ lệ tăng dân số hàng năm ở Việt Nam được duy trì ở mức 1,07%. Cho biết sự tăng dân số được tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỷ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số với tỷ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người

- A. 2040 B. 2037 C. 2038 D. 2039

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{2}$ tam giác ABC vuông cân tại B và $AC = 2a$.

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 27: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$

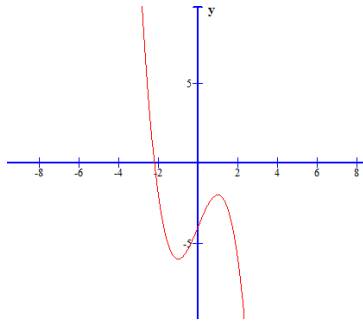
A. 3

B. 1

C. 2

D. 4

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + 3x + d (a, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên



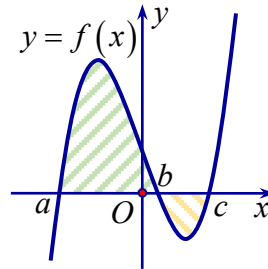
A. $a > 0, d > 0$

B. $a > 0, d < 0$

C. $a < 0, d > 0$

D. $a < 0, d < 0$

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hình phẳng được đánh dấu trong hình vẽ bên có diện tích là



A. $\int_a^b f(x) dx - \int_b^c f(x) dx$. B. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$.

C. $-\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$. D. $\int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx$.

Câu 30: Cho số phức $z = (1 - 6i) - (2 - 4i)$. Phần thực, phần ảo của z lần lượt là

A. $-1; -2$

B. $1; 2$

C. $2; 1$

D. $-2; 1$

Câu 31: Trên mặt phẳng phức Oxy , cho hai số phức $z_1 = 3 - i$ và $z_2 = 1 + i$. Điểm biểu diễn cho số phức $w = 2z_1 - 3z_2$ có tọa độ là

A. $(1; -5)$

B. $(-3; 5)$

C. $(-1; 5)$

D. $(3; -5)$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; 4); \vec{b} = (-2; 3; -1)$. Độ dài của $|\vec{a} + \vec{b}|$

A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{29} - \sqrt{14}$

B. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{29} + \sqrt{14}$

C. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{51}$

D. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{35}$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0; 2; 1)$ và đi qua điểm $A(2; -1; 1)$.

A. $(S): x^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 13$

B. $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 6$

C. $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 8$

D. $(S): x^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 34: Trong không gian Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt

phẳng đi qua điểm $M(3; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{1}$?

A. $x - 2y + 3z + 3 = 0$ **B.** $3x - 2y + z - 12 = 0$ **C.** $3x + 2y + z - 8 = 0$ **D.** $3x - 2y + z + 12 = 0$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1; 0; 1), B(-2; 1; 1)$.

Đường thẳng AB có một vec tơ chỉ phương là:

A. $\vec{u} = (0; 1; -1)$ **B.** $\vec{u} = (1; 0; -1)$ **C.** $\vec{u} = (1; 3; -1)$ **D.** $\vec{u} = (-1; 1; 0)$

Câu 36: Có 11 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 11, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{9}{11}$

B. $\frac{3}{11}$

C. $\frac{2}{11}$

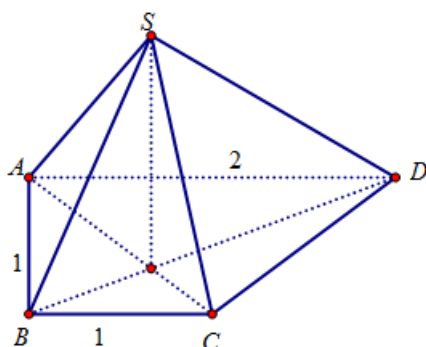
D. $\frac{8}{11}$

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B ;

$AB = BC = 1$, $AD = 2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy

$(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60° (tham khảo hình vẽ

bên). Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là



A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 9$ và $f'(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 2$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$

bằng

A. 7

B. $\frac{707}{60}$

C. 9

D. $\frac{77}{6}$

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ (m là tham số thực) . Số giá trị nguyên m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

A. 3

B. 5

C. 2

D. 4

Câu 40: Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. Tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Khi đó, diện tích xung quanh S_{xq} hình trụ và thể tích V của khối trụ tương ứng là:

A. $S_{xq} = \frac{4\pi R^2}{7}; V = \frac{2\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$

B. $S_{xq} = \frac{6\pi R^2 \sqrt{7}}{7}; V = \frac{3\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$

C. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2}{\sqrt{7}}; V = \frac{2\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$

D. $S_{xq} = \frac{3\pi R^2 \sqrt{7}}{7}; V = \frac{\pi R^3 \sqrt{7}}{7}$

Câu 41: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\log_{100} a = \log_{40} b = \log_{16} \frac{a-4b}{12}$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. 6

B. 12

C. 2

D. 4

Câu 42: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Tính tổng các phần tử của S bằng

A. 1

B. 2

C. 0

D. 4

Câu 43: Tìm m để phương trình $m \cdot \ln(1-x) - \ln x = m$ có nghiệm $x \in (0; 1)$

A. $m \in (0; +\infty)$

B. $m \in (1; e)$

C. $m \in (-\infty; 0)$

D. $m \in (-\infty; -1)$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0, f'(x) = \frac{x}{x^2+1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4x \cdot f(x)$ là

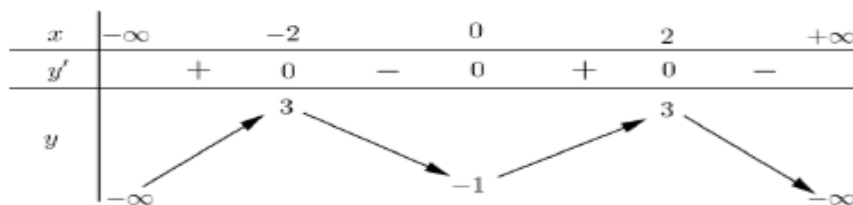
A. $(x^2+1)\ln(x^2) - x^2 + C$

B. $x^2 \ln(x^2+1) - x^2$

C. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2 + C$

D. $(x^2+1)\ln(x^2+1) - x^2$

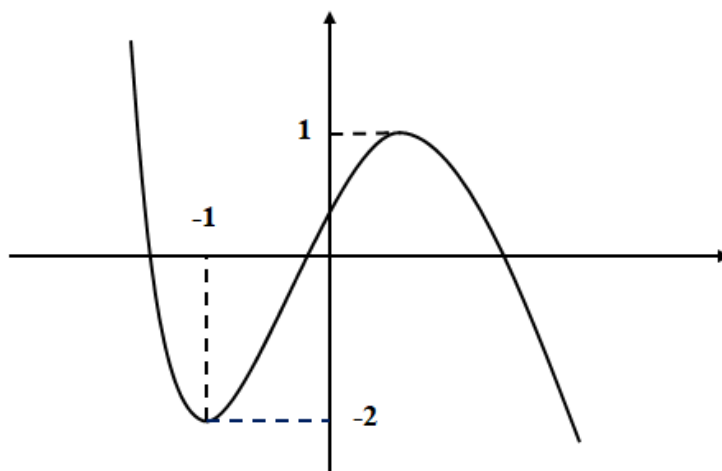
Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau



Số nghiệm thuộc đoạn $[-\pi; 0]$ của phương trình $2f(\cos x) + 3 = 0$

- A. 3 B. 2 C. 0 D. 4

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là:



- A. 4 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 47: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x^3 + x + \log_2 \frac{x}{y} = 8y^3 + 2y + 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 - y$.

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{16}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

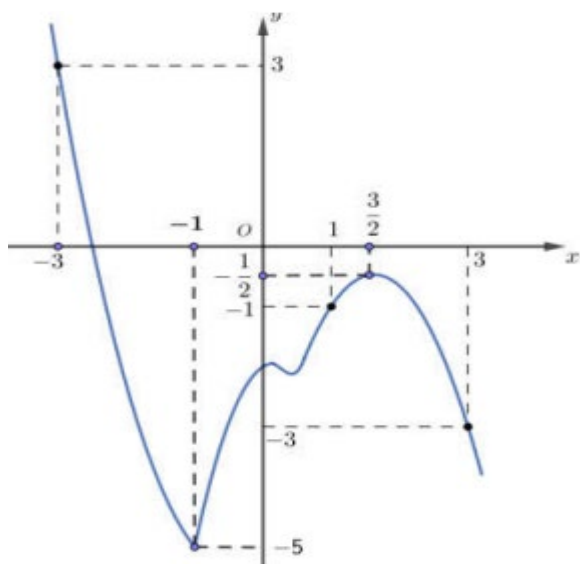
Câu 48: Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $3f(-x) + 2f(x) = x^{10}, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $I = \int_0^1 f(x) dx$

- A. 55 B. $\frac{1}{11}$ C. 11 D. $\frac{1}{55}$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC = 4, BC = 2, SA = 4\sqrt{3}, \widehat{SAB} = \widehat{SAC} = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-3; 1)$

B. $(-2; 0)$

C. $(1; 3)$

D. $(-1; \frac{3}{2})$

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	B	B	A	A	B	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	D	D	D	A	A	D	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	C	A	A	D	B	C	D	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	A	B	D	D	B	B	C	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	A	C	C	B	B	D	A	C

Câu 1: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số?

- A. A_6^2 . B. 36. C. C_6^2 . D. 2^6 .

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Tính u_5 .

- A. 14. B. 17. C. 162. D. 20.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^{3x-7} = 32$ là

- A. $x = \frac{2}{3}$. B. $x = \frac{23}{3}$. C. $x = 4$. D. $x = -4$.

Câu 4: Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a = 4$, $b = 5$, $c = 6$

- A. 15. B. 40. C. 120. D. 60.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 6: Với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên khoảng K và $k \neq 0$ thì mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \int g(x)dx$. B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$. D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $\frac{2}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. 25π . B. $\frac{45}{3}\pi$. C. 45π . D. $\frac{25\pi}{3}$.

Câu 9: Tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2a$.

- A. πa^2 . B. $8\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0

$f(x)$	$\begin{array}{c} \nearrow 0 \\ \nwarrow -4 \end{array}$
	$\begin{array}{c} -\infty \qquad \qquad \qquad +\infty \end{array}$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-4; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$.

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 b^3$ bằng

- A. $2\log_2 a - 3\log_2 b$. B. $\frac{1}{2}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b$. C. $2\log_2 a + 3\log_2 b$. D. $5 + \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 12: Tính diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh $l = 5$ bán kính đáy $r = 4$.

- A. 40π . B. 20π . C. 48π . D. 16π .

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

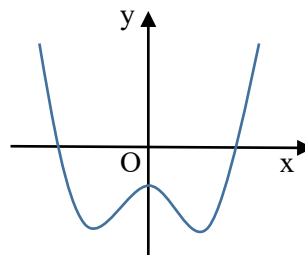
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$\begin{array}{c} \nearrow 16 \\ \nwarrow 0 \end{array}$			$\begin{array}{c} \nearrow 16 \\ \nwarrow -\infty \end{array}$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 0. C. -2. D. 16.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong ở hình dưới?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$
C. $y = x^4 + x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$



Câu 15: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2020}{x+1}$.

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $x = -2020$

Câu 16: Giải bất phương trình $\log_3(2x-5) > 2$.

- A. $x > 7$. B. $x < 7$. C. $\frac{5}{2} < x < 7$. D. $x \geq 7$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 18: Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = -4$ và $\int_2^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^2 f(x)dx$ bằng

A. -7.

B. 7.

C. -1.

D. -12.

Câu 19: Môđun của số phức $6 - 5i$ bằng

A. 11.

B. $\sqrt{11}$.

C. 61.

D. $\sqrt{61}$.

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $\frac{3}{18}$.

B. $-\frac{9}{8}$.

C. 3.

D. $-\frac{9}{4}$.

Câu 21: Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = (3 - 2i)(2 + 3i)$.

A. $\bar{z} = -5i$.

B. $\bar{z} = 6 + 6i$.

C. $\bar{z} = 12 - 5i$

D. $\bar{z} = 6 - 6i$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; -2; 1)$.

B. $(2; -2; 0)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -2; 0)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

A. $(2; -1; 5)$.

B. $(-2; 1; -5)$.

C. $(2; 1; 5)$.

D. $(-2; -1; -5)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -5)$.

B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; -5)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -3; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (1; 3; 0)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{-1}$?

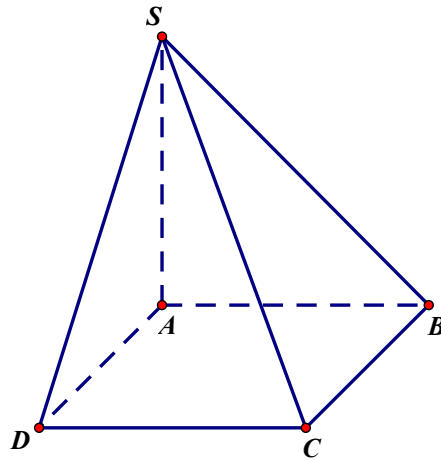
A. $M(3; -1; 2)$.

B. $N(-3; 1; -2)$.

C. $P(2; -3; -1)$.

D. $Q(-3; 1; 2)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng:

- A. -41 . B. 41 . C. 8 . D. 15 .

Câu 29: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a và b .

- A. $\frac{1}{a+b}$. B. $\frac{ab}{a+b}$. C. $a+b$. D. $a^2 + b^2$.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

- A. $(4; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $[-2; 4]$. D. $(-2; 4)$.

Câu 31: Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{28}{15}$.

C. $\frac{26}{5}$.

D. $\frac{11}{5}$.

Câu 32: Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích hình tròn đáy của hình nón bằng 9π . Tính đường cao h của hình nón.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_0^4 xf'\left(\frac{x}{2}\right) dx$.

A. $I = 144$.

B. $I = 12$.

C. $I = 112$.

D. $I = 28$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là:

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Câu 35: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. 3.

B. 0.

C. $-1 - 2i$.

D. -3 .

Câu 36: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là

A. đường tròn $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.

B. đường tròn $I(-1; -2)$, bán kính $R = 1$.

C. đường tròn $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

D. đường tròn $I(1; -2)$, bán kính $R = 1$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) (O là gốc tọa độ) là

A. $3x - 14y - 5z = 0$.

B. $3x - 14y + 5z = 0$.

C. $3x + 14y - 5z = 0$.

D. $3x + 14y + 5z = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 39: Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm là

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{17}{36}$.

C. $\frac{23}{36}$.

D. $\frac{5}{36}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 75° . C. 30° . D. 45° .

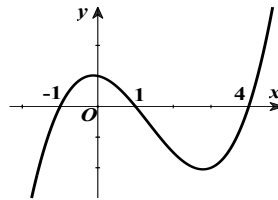
Câu 41: Đề đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

- A. $m \geq 3$. B. $m > 3$. C. $m < 3$. D. $m \leq 3$.

Câu 42: Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2%/ tháng để mua xe ô tô. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì người đó bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 20 triệu đồng cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 20 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

- A. 30 tháng. B. 26 tháng. C. 29 tháng. D. 32 tháng.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ là

Câu 44: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox , quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2dm và 4dm, khi đó thể tích của lọ là :

- A. $8\pi \text{ dm}^3$. B. $\frac{15}{2}\pi \text{ dm}^3$. C. $\frac{14}{3}\pi \text{ dm}^3$. D. $\frac{15}{2}\text{ dm}^3$.

Câu 45: Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương.

Tổng $a+b^2$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 20.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Xét hàm số $g(x) = e^{f(1+x+x^2)}$, tập nghiệm của bất phương trình $g'(x) > 0$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 47: Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} \text{ khi } x, y \text{ thay đổi.}$$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

- A. 7. B. 5. C. 6. D. 4.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

- A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$. B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 50: Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

- A. 2047. B. 16383. C. 16384. D. 32.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2A	3CD	4D	5A	6A	7A	8B	9D	10D
11C	12A	13B	14A	15A	16A	17B	18A	19D	20D
21C	22A	23B	24D	25B	26B	27C	28A	29B	30D
31D	32B	33B	34A	35D	36C	37A	38D	39B	40A
41A	42A	43A	44B	45D	46A	47C	48A	49D	50B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số?

A. A_6^2 .

B. 36.

C. C_6^2 .

D. 2^6 .

Lời giải

Để lập số tự nhiên có hai chữ số ta thực hiện như sau:

Chọn số thứ nhất: có 6 cách chọn

Chọn số thứ hai: có 6 cách chọn

Theo quy tắc nhân ta có $6.6=36$ số

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$, công sai $d = 3$. Tính u_5 .

A. 14.

B. 17.

C. 162.

D. 20.

Lời giải

Theo công thức tính số hạng tổng quát

$$u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4.3 = 14$$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^{3x-7} = 32$ là

A. $x = \frac{2}{3}$.

B. $x = \frac{23}{3}$.

C. $x = 4$.

D. $x = -4$.

Lời giải

$$2^{3x-7} = 32 \Leftrightarrow 2^{3x-7} = 2^5 \Leftrightarrow 3x - 7 = 5 \Leftrightarrow x = 4$$

Câu 4: Tính thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $a = 4$, $b = 5$, $c = 6$

A. 15.

B. 40.

C. 120.

D. 60.

Lời giải

$$V = abc = 4.5.6 = 120$$

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-2)$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Điều kiện $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$

Câu 6: Với $f(x)$, $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên khoảng K và $k \neq 0$ thì mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \int g(x)dx.$ B. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx.$
C. $\int f'(x)dx = f(x) + C.$ D. $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx.$

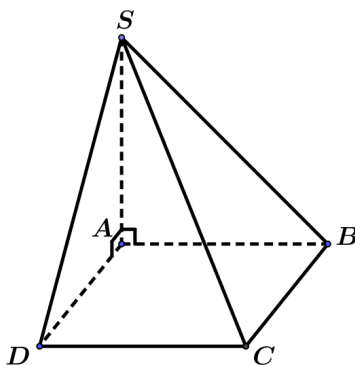
Lời giải

Nguyên hàm không có tính chất nguyên hàm của tích bằng tích các nguyên hàm.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3}{3}.$ B. $\frac{4}{3}a^3.$ C. $\frac{2}{3}a^3.$ D. $2a^3.$

Lời giải



Ta có diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2.$

Đường cao $SA = 2a.$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 2a = \frac{2}{3}a^3.$

Câu 8: Cho khối nón có chiều cao $h = 5$, bán kính đáy $r = 3$. Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. $25\pi.$ B. $\frac{45}{3}\pi.$ C. $45\pi.$ D. $\frac{25\pi}{3}.$

Lời giải

$$V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 5 = \frac{45\pi}{3}.$$

Câu 9: Tính diện tích mặt cầu bán kính $r = 2a.$

- A. $\pi a^2.$ B. $8\pi a^2.$ C. $4\pi a^2.$ D. $16\pi a^2.$

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích mặt cầu $S = 4\pi r^2 = 4\pi.(2a)^2 = 16\pi a^2$

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 0$	$\searrow -4$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-4; +\infty)$ D. $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$

Câu 11: Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2 b^3$ bằng

- A. $2\log_2 a - 3\log_2 b$. B. $\frac{1}{2}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b$. C. $2\log_2 a + 3\log_2 b$. D. $5 + \log_2 a + \log_2 b$.

Lời giải

$$\log_2 a^2 b^3 = \log_2 a^2 + \log_2 b^3 = 2\log_2 a + 3\log_2 b$$

Câu 12: Tính diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh $l = 5$ bán kính đáy $r = 4$.

- A. 40π . B. 20π . C. 48π . D. 16π .

Lời giải

$$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi.4.5 = 40\pi.$$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 16$	$\searrow 0$	$\nearrow 16$	$\searrow -\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

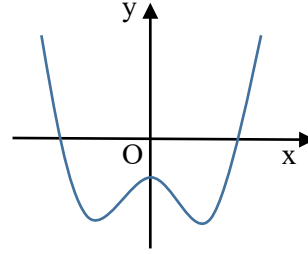
- A. 2 B. 0 C. -2 D. 16

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{CT} = 0$

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào có dạng như đường cong ở hình dưới?

- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$
C. $y = x^4 + x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$



Lời giải

Câu A: Đúng dạng đồ thị ($a > 0, ab < 0$)

Câu B: Không đúng dạng đồ thị ($a < 0$)

Câu C: Không đúng dạng đồ thị ($a > 0, ab > 0$)

Câu D: Không đúng dạng đồ thị (Hàm số bậc ba)

Câu 15: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2020}{x+1}$.

- A. $x = -1$. B. $y = -1$. C. $y = 1$. D. $x = -2020$.

Lời giải

Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2020}{x+1}$ là $x = -1$.

Câu 16: Giải bất phương trình $\log_3(2x-5) > 2$.

- A. $x > 7$. B. $x < 7$. C. $\frac{5}{2} < x < 7$. D. $x \geq 7$.

Lời giải

$$\log_3(2x-5) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ 2x-5 > 9 \end{cases} \Leftrightarrow x > 7$$

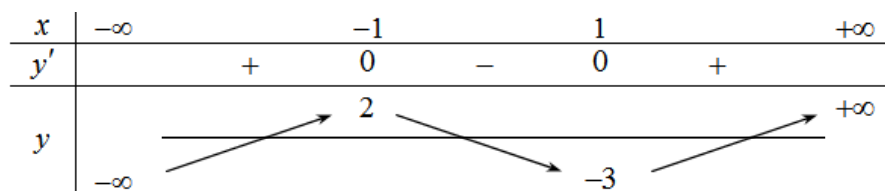
Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$			

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-1$



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-1$ tại 3 điểm phân biệt suy ra phương trình đã cho có 3 nghiệm.

Câu 18: Nếu $\int_{-1}^3 f(x)dx = -4$ và $\int_2^3 f(x)dx = 3$ thì $\int_{-1}^2 f(x)dx$ bằng

A. -7

B. 7

C. -1

D. -12

Lời giải

Ta có

$$\int_{-1}^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx = \int_{-1}^3 f(x)dx \Rightarrow \int_{-1}^2 f(x)dx = \int_{-1}^3 f(x)dx - \int_2^3 f(x)dx = -4 - 3 = -7$$

Câu 19: Môđun của số phức $6-5i$ bằng

A. 11.

B. $\sqrt{11}$.

C. 61.

D. $\sqrt{61}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } |6-5i| = \sqrt{6^2 + (-5)^2} = \sqrt{61}$$

Câu 20: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng

A. $\frac{3}{18}$.

B. $-\frac{9}{8}$.

C. 3.

D. $-\frac{9}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2z^2 + \sqrt{3}z + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{21}i}{4} \\ z_2 = \frac{-\sqrt{3} - \sqrt{21}i}{4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } z_1^2 + z_2^2 = -\frac{9}{4}.$$

Câu 21: Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức $z = (3-2i)(2+3i)$.

A. $\bar{z} = -5i$.

B. $\bar{z} = 6 + 6i$.

C. $\bar{z} = 12 - 5i$

D. $\bar{z} = 6 - 6i$.

Lời giải

$$z = (3 - 2i)(2 + 3i) = 12 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 12 - 5i$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; -2; 1)$.

B. $(2; -2; 0)$.

C. $(2; 0; 0)$.

D. $(0; -2; 0)$.

Lời giải

Ta có hình chiếu của điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ trên mặt phẳng (Oyz) là điểm $M'(0; y_0; z_0)$

Vậy hình chiếu của điểm $M(2; -2; 1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là $(0; -2; 1)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x + 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 5)^2 = 25$. Tìm tọa độ tâm của mặt cầu (S) .

A. $(2; -1; 5)$.

B. $(-2; 1; -5)$.

C. $(2; 1; 5)$.

D. $(-2; -1; -5)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$ có tâm $I(a; b; c)$

Do đó mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 1; -5)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 3; -5)$.

B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; -5)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; -3; 0)$.

D. $\vec{n}_4 = (1; 3; 0)$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (1; 3; 0)$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{-1}$?

A. $M(3; -1; 2)$.

B. $N(-3; 1; -2)$.

C. $P(2; -3; -1)$.

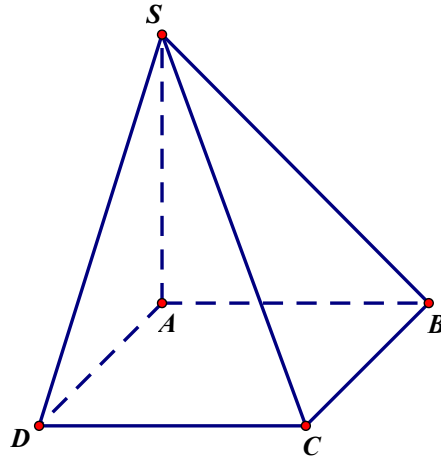
D. $Q(-3; 1; 2)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $N(-3; 1; -2)$ thỏa mãn

$$\frac{-3+3}{2} = \frac{1-1}{-3} = \frac{-2+2}{-1} = 0. \text{ Vậy điểm } N(-3; 1; -2) \text{ thuộc đường thẳng } (d): \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z+2}{-1}$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2\sqrt{3}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30^0 .

B. 60^0 .

C. 45^0 .

D. 90^0 .

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\angle SCA$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAC, \tan \angle SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{2a}.\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$

Vậy $\angle SCA = 60^0$

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

B. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua $x = -2$; $x = 0$; $x = 1$ nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 28: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$ bằng:

A. -41 .

B. 41 .

C. 8 .

D. 15 .

Lời giải

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-4; 4]$

$$y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \in [-4; 4] \\ x = 3 \in [-4; 4] \end{cases}$$

$$y(-4) = -41; y(-1) = 40; y(3) = 8; y(4) = 15$$

$$\min_{[-4; 4]} y = -41$$

Câu 29: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_3 5 = b$. Tính $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\frac{1}{a+b}$.

B. $\frac{ab}{a+b}$.

C. $a+b$.

D. $a^2 + b^2$.

Lời giải

$$\log_6 5 = \frac{\log_5 5}{\log_5 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} = \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(4; +\infty)$.

B. $(-\infty; -2)$.

C. $[-2; 4]$.

D. $(-2; 4)$.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x) = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 4$.

Vậy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $m \in (-2; 4)$.

Câu 31: Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. $\frac{28}{15}$.

C. $\frac{26}{5}$.

D. $\frac{11}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 6-5x \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(1; \frac{6}{5})$.

Vậy $a+b=1+\frac{6}{5}=\frac{11}{5}$.

Câu 32: Một hình nón có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích hình tròn đáy của hình nón bằng 9π . Tính đường cao h của hình nón.

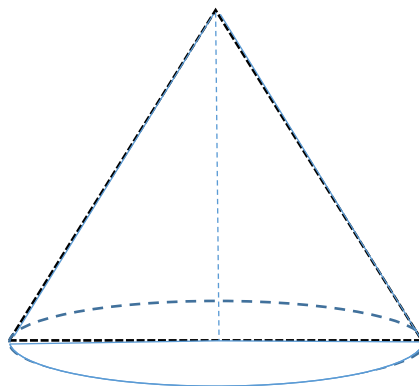
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $3\sqrt{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi l, R lần lượt là độ dài đường sinh và đường kính đáy của hình nón.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} l = 2R \\ \pi R^2 = 9\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 2R \\ R = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} l = 6 \\ R = 3 \end{cases}$.

Đường cao của hình nón là $h = \sqrt{l^2 - R^2} = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16, \int_0^2 f(x) dx = 4$. Tính $\int_0^4 xf'(\frac{x}{2}) dx$.

A. $I = 144$.

B. $I = 12$.

C. $I = 112$.

D. $I = 28$.

Lời giải

Đặt $\frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2t \Rightarrow dx = 2dt$.

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 4 \Rightarrow t = 2$.

Khi đó $\int_0^4 xf'(\frac{x}{2}) dx = 4 \int_0^2 tf'(t) dt = 4tf(t)|_0^2 - 4 \int_0^2 f(t) dt = 4.2.f(2) - 4 \int_0^2 f(x) dx$
 $= 4.2.16 - 4.4 = 112$

Câu 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x + 2$; $g(x) = x + 2$ là:

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $x^3 - 3x + 2 = x + 2 \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích cần tìm } S &= \int_{-2}^0 |x^3 - 4x| dx + \int_0^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8. \end{aligned}$$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -3 - 5i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w = z_1 + z_2$.

A. 3.

B. 0.

C. $-1 - 2i$.

D. -3 .

Lời giải

$w = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 3 - 5i = -1 - 2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức w là -3 .

Câu 36: Tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1$ là

A. đường tròn $I(1; 2)$, bán kính $R = 1$.

B. đường tròn $I(-1; -2)$, bán kính $R = 1$.

C. đường tròn $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

D. đường tròn $I(1; -2)$, bán kính $R = 1$.

Lời giải

Đặt $z = x + yi; (x, y \in \mathbb{R})$

Khi đó: $|\bar{z} + 1 + 2i| = 1 \Leftrightarrow |(x+1) + (-y+2)i| = 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (-y+2)^2} = 1$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $I(-1; 2)$, bán kính $R = 1$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$. Phương trình mặt phẳng (OAB) (O là gốc tọa độ) là

A. $3x - 14y - 5z = 0$.

B. $3x - 14y + 5z = 0$.

C. $3x + 14y - 5z = 0$.

D. $3x + 14y + 5z = 0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA} = (3; 1; -1)$, $\overrightarrow{OB} = (2; -1; 4)$.

Phương trình mặt phẳng (OAB) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] = (3; -14; -5)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (OAB) là $3x - 14y - 5z = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ có dạng

A. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}.$

B. $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{1}.$

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}.$

D. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-4} = \frac{z-2}{2}.$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_p} = (1; -2; 1)$. Vì $d \perp (P)$ nên $\overrightarrow{n_p} = (1; -2; 1)$ cũng là vecto chỉ phương của đường thẳng d . Suy ra phương trình đường thẳng d thường gặp là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{1}$. So với đáp án không có, nên đường thẳng d theo bài là đường có vecto chỉ phương cùng phương với $\overrightarrow{n_p}$ và đi qua điểm $A(1; 2; 1)$. Thay tọa độ điểm $A(1; 2; 1)$ vào 3 đáp án A, B, D thấy đáp án D thỏa mãn.

Câu 39: Kết quả $(b; c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm là

A. $\frac{7}{12}.$

B. $\frac{17}{36}.$

C. $\frac{23}{36}.$

D. $\frac{5}{36}.$

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là 36.

Xét phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có $\Delta = b^2 - 4c$, với $b, c \in \overline{1, 6}$.

Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow b < 2\sqrt{c}$.

Ta có bảng sau

c	1	2	3	4	5	6
b	1	1, 2	1, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3, 4	1, 2, 3, 4

Suy ra có 17 cách gieo để phương trình vô nghiệm.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{17}{36}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $BC = SB = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm của BC . Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng

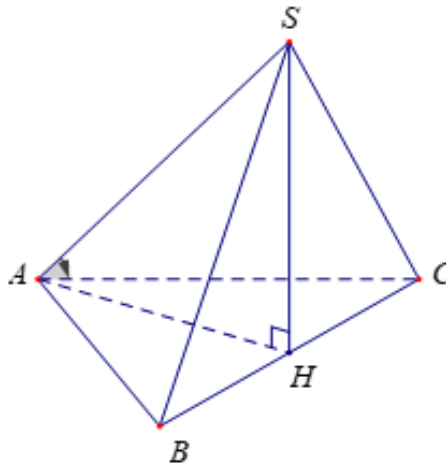
A. $60^\circ.$

B. $75^\circ.$

C. $30^\circ.$

D. $45^\circ.$

Lời giải



Gọi H là trung điểm cạnh $BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là $(\widehat{SA;HA}) = \widehat{SAH}$.

$$SH = \sqrt{SB^2 - HB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ và } AH = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác SHA ta có $\tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ$.

Câu 41: Để đồ thị hàm số $y = -x^4 - (m-3)x^2 + m+1$ có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì tất cả các giá trị thực của tham số m là

A. $m \geq 3$.

B. $m > 3$.

C. $m < 3$.

D. $m \leq 3$.

Lời giải

$$y' = -4x^3 - 2(m-3)x = -2x(2x^2 + m-3).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = \frac{3-m}{2} \end{cases}$$

Vì hàm số đã cho là hàm trùng phương với $a = -1 < 0$ nên hàm số có điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu $\Leftrightarrow y' = 0$ có đúng 1 nghiệm bằng 0 $\Leftrightarrow \frac{3-m}{2} \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Câu 42: Một người vay ngân hàng 500 triệu đồng với lãi suất 1,2%/ tháng để mua xe ô tô. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay thì người đó bắt đầu trả nợ và đều đặn cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 20 triệu đồng cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 20 triệu đồng). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng? Biết rằng lãi suất không thay đổi.

A. 30 tháng.

B. 26 tháng.

C. 29 tháng.

D. 32 tháng.

Lời giải

Sau 1 tháng dư nợ là: $N_1 = N(1+r) - m$ với $N = 500$ triệu đồng, $r = 0,012$, $m = 20$ triệu đồng.

Sau 2 tháng dư nợ là: $N_2 = N_1(1+r) - m = N(1+r)^2 - m[1 + (1+r)]$.

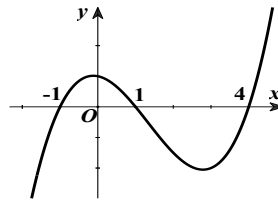
.....

$$\begin{aligned}\text{Sau tháng thứ } n \text{ dư nợ là: } N_n &= N(1+r)^n - m \left[1 + (1+r) + (1+r)^2 + \dots + (1+r)^{n-1} \right] \\ &= N(1+r)^n - m \left[\frac{1 \cdot (1+r)^n - 1}{1+r-1} \right] = \left(N - \frac{m}{r} \right) (1+r)^n + \frac{m}{r}.\end{aligned}$$

Người đó trả hết nợ ngân hàng khi dư nợ bằng 0 nên ta có:

$$\begin{aligned}\left(N - \frac{m}{r} \right) (1+r)^n + \frac{m}{r} &= 0 \Leftrightarrow (1+r)^n = \frac{m}{m - Nr} \Leftrightarrow 1,012^n = \frac{20}{20 - 500 \cdot 0,012} \Leftrightarrow 1,012^n = \frac{10}{7} \\ \Leftrightarrow n &= \log_{1,012} \frac{10}{7} \Leftrightarrow n \approx 29,90. \text{ Vậy sau 30 tháng người đó trả hết nợ ngân hàng.}\end{aligned}$$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$, trong đó $m, n, p, q, r \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ là

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		$f(-1)$		$f(1)$		$f(4)$	$+\infty$

Nhìn vào đồ thị ta có $\int_{-1}^1 |f'(x)| dx < \int_1^4 |f'(x)| dx \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f'(x) dx < -\int_1^4 f'(x) dx$
 $\Leftrightarrow 0 < f(1) - f(-1) < f(1) - f(4) \Rightarrow f(-1) > f(4)$.

Nhìn vào đồ thị ta có $\int_{-1}^1 |f'(x)| dx > \int_1^2 |f'(x)| dx \Leftrightarrow \int_{-1}^1 f'(x) dx > -\int_1^2 f'(x) dx$
 $\Leftrightarrow 0 < f(1) - f(-1) > f(1) - f(2) \Rightarrow f(-1) < f(2)$. Suy ra: $f(4) < f(-1) < f(2)$

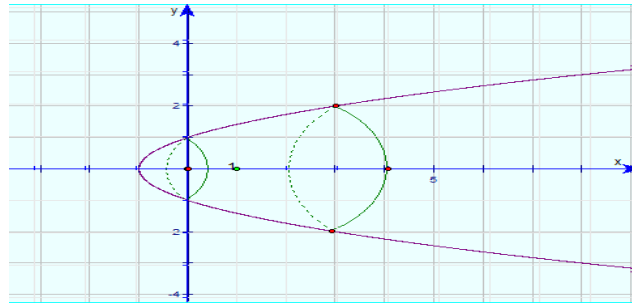
Số nghiệm của phương trình $f(x) = 16m + 8n + 4p + 2q + r$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = f(2)$.

Dựa vào bản biến thiên suy ra phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 44: Một bác thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x+1}$ và trục Ox , quay quanh trục Ox . Biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 2dm và 4dm, khi đó thể tích của lọ là :

- A. $8\pi \text{ dm}^3$. B. $\frac{15}{2}\pi \text{ dm}^3$. C. $\frac{14}{3}\pi \text{ dm}^3$. D. $\frac{15}{2}\text{ dm}^3$.

Lời giải



Ta có đáy lọ có đường kính bằng 2dm suy ra bán kính đáy lọ bằng 1dm. Do đó

$$y = 1 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Ta có miệng lọ có đường kính bằng 4dm suy ra bán kính miệng lọ bằng 2dm. Do đó

$$y = 2 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 2 \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{Khi đó } V = \pi \int_0^3 (\sqrt{x+1})^2 dx = \frac{15}{2}\pi$$

Câu 45: Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+2) \ln(x+1) dx = a \ln 2 - \frac{7}{b}$ trong đó a, b là các số nguyên dương. Tổng

$a + b^2$ bằng

- A. 8. B. 16. C. 12. D. 20.

Lời giải

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = (x+2)dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) \end{cases}.$$

$$\text{Do đó, } I = \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 (x+3) dx$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) \ln(x+1) \Big|_0^1 - \frac{1}{4}(x^2 + 6x) \Big|_0^1 = 4 \ln 2 - \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a = b = 4. \text{ Vậy } a + b^2 = 20.$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Xét hàm số $g(x) = e^{f(1+x+x^2)}$, tập nghiệm của bất phương trình $g'(x) > 0$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-1; \frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $g'(x) = (1+2x)f'(1+x+x^2) \cdot e^{f(1+x+x^2)}$, và $1+x+x^2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \forall x \in \mathbb{R}$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow (1+2x)f'(1+x+x^2) \cdot e^{f(1+x+x^2)} > 0 \Leftrightarrow (1+2x)f'(1+x+x^2) > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f'(1+x+x^2) > 0 \\ 1+2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x+x^2 > 3 \\ 1+2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -2 < x < -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Câu 47: Cho x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy$. Tìm giá trị lớn nhất của

$$P = \frac{3x+2y-9}{x+y+10} \text{ khi } x, y \text{ thay đổi.}$$

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Điều kiện: $x+y > 0$ (do $x^2+y^2+xy+2 = \left(x+\frac{y}{2}\right)^2 + \frac{3y^2}{4} + 2 > 0$).

Đẳng thức đã cho tương đương với

$$\log_3 \frac{9(x+y)}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-9) + y(y-9) + xy + 2 \quad (*)$$

Đặt $u = x^2 + y^2 + xy + 2 > 0$, $v = 9x + 9y > 0$, ta có.

$$(*) \Leftrightarrow \log_3 \frac{v}{u} = u - v \Leftrightarrow u + \log_3 u = v + \log_3 v.$$

Mà hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên suy ra

$$(*) \Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0.$$

Ta có

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) = -\frac{3}{4}y^2 + \frac{9}{2}y - 2 = -\frac{3}{4}(y-3)^2 + \frac{19}{4}.$$

Dẫn đến

$$\left(x + \frac{y}{2}\right)^2 - 9\left(x + \frac{y}{2}\right) \leq \frac{19}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x + \frac{y}{2} \leq \frac{19}{2} \Rightarrow -1 \leq 2x + y \leq 19.$$

Suy ra

$$P = \frac{3x + 2y - 9}{x + y + 10} = \frac{x + y + 10 + 2x + y - 19}{x + y + 10} = 1 + \frac{2x + y - 19}{x + y + 10} \leq 1.$$

$$P = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 19 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Vậy $\max P = 1$.

Cách 2:

Từ giả thiết, ta có $x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0$ (*)

Ta thấy $x = 8, y = 3$ thỏa mãn (*), đặt $x = a + 8, y = b + 3$ khi đó:

$$x^2 + y^2 + xy - 9x - 9y + 2 = 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 + ab + 10a + 5 = 0 \Leftrightarrow 10a + 5b = -(a^2 + ab + b^2)$$

$$\Rightarrow 10a + 5b \leq 0 \Leftrightarrow 2a + b \leq 0$$

$$\text{Ta có: } P = \frac{3x + 2y - 9}{x + y + 10} = \frac{3a + 2b + 21}{a + b + 21} = 1 + \frac{2a + b}{a + b + 21} \leq 1$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = 8, y = 3$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 1.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = |x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a|$. Gọi M, m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0; 2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc $[-4; 4]$ sao cho $M \leq 2m$?

A. 7.

B. 5.

C. 6.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 4x^2 + 4x + a$ trên $[0; 2]$.

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x; \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1; \quad g(0) = a, \quad g(1) = a + 1, \quad g(2) = a. \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra: $a \leq g(x) \leq a + 1$.

$$\text{TH1: } 0 \leq a \leq 4 \Rightarrow a + 1 \geq a > 0 \Rightarrow M = \max_{[0; 2]} f(x) = a + 1; \quad m = \min_{[0; 2]} f(x) = a.$$

Suy ra: $\begin{cases} 0 \leq a \leq 4 \\ a + 1 \leq 2a \end{cases} \Rightarrow 1 \leq a \leq 4$. Do đó: có 4 giá trị của a thỏa mãn.

$$\text{TH2: } -4 \leq a \leq -1 \Rightarrow a \leq a + 1 \leq -1 \Rightarrow |a + 1| \leq |a|$$

$$\Rightarrow M = \max_{[0; 2]} f(x) = |a| = -a; \quad m = \min_{[0; 2]} f(x) = |a + 1| = -a - 1.$$

Suy ra: $\begin{cases} -4 \leq a \leq -1 \\ -a \leq -2a - 2 \end{cases} \Rightarrow -4 \leq a \leq -2$. Do đó: có 3 giá trị của a thỏa mãn.

Vậy có tất cả 7 giá trị thỏa mãn.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{CBD} = 90^\circ$; $AB = a$; $AC = a\sqrt{5}$; $\widehat{ABC} = 135^\circ$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (ABD) , (BCD) bằng 30° . Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

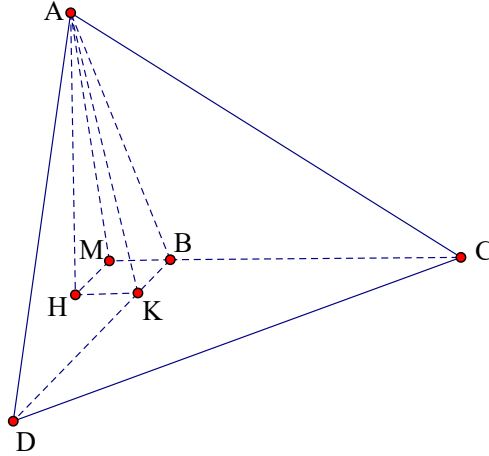
A. $\frac{a^3}{2\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{a^3}{3\sqrt{2}}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Vẽ $AH \perp (BCD)$, $H \in (BCD)$.

Vẽ $HK \parallel BC$, $K \in BD$, có $BD \perp BC \Rightarrow HK \perp BD$, mà $AH \perp BD$.

$\Rightarrow BD \perp (AHK) \Rightarrow BD \perp AK$.

Nên $\left((ABD), (BCD) \right) = \widehat{AKH} = 30^\circ$

Vẽ $HM \parallel BD$, $M \in BD$, có $BC \perp BD \Rightarrow HM \perp BC$, mà $AH \perp BC$.

$\Rightarrow BC \perp AM$, có góc $\widehat{ABC} = 135^\circ$.

Suy ra $\widehat{ABM} = 45^\circ$ (nên B ở giữa M và C).

$\triangle AMB$ vuông tại M có $\widehat{ABM} = 45^\circ$.

Suy ra $\triangle AMB$ vuông cân tại $B \Rightarrow AM = MB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

Tứ giác $BKHM$ là hình chữ nhật, nên $BM = HK$.

$\triangle AHK$ vuông tại H có $\widehat{AKH} = 30^\circ$, nên $AH = \frac{HK}{\sqrt{3}} = \frac{a}{\sqrt{6}}$, $AK = 2AH = \frac{2a}{\sqrt{6}}$.

$\triangle BAD$ vuông tại A có AK là đường cao nên $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2}$.

$\Rightarrow \frac{3}{2a^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AD = a\sqrt{2}$ và $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}$.

$$\text{Có } BC = CM - BM, CM^2 = CA^2 - AM^2 = 5a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{9a^2}{2}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{3a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Có } V = \frac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \frac{1}{6} AH \cdot BD \cdot BC = \frac{1}{6} \frac{a}{\sqrt{6}} \cdot a\sqrt{3} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3}{6}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 50: Cho hai số thực x, y thỏa mãn

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left| \sqrt{x^2 + y^2} - m \right|$ không vượt quá 10. Hỏi S có bao nhiêu tập con không phải là tập rỗng?

A. 2047.

B. 16383.

C. 16384.

D. 32.

Lời giải

ĐK: $-1 < x < 5, y \neq -4$. Ta có:

$$\log_{\sqrt{3}}(y^2 + 8y + 16) + \log_2[(5-x)(1+x)] = 2\log_3 \frac{5+4x-x^2}{3} + \log_2(2y+8)^2.$$

$$\Leftrightarrow 2\log_3(y^2 + 8y + 16) - 2\log_3(5 + 4x - x^2) = \log_2(y^2 + 8y + 16) - \log_2(5 + 4x - x^2)$$

$$\Leftrightarrow (\log_3 4 - 1) \cdot \log_2(y^2 + 8y + 16) = (\log_3 4 - 1) \cdot \log_2(5 + 4x - x^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 + 8y + 16 = 5 + 4x - x^2 \text{ (vì hàm } f(t) = (\log_3 4 - 1) \cdot \log_2 t \text{ đồng biến trên } (0; +\infty)).$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 + 11)^2 = (4x - 8y)^2 \leq 80(x^2 + y^2) \Rightarrow (x^2 + y^2)^2 - 58(x^2 + y^2) + 121 \leq 0$$

$$\Rightarrow 29 - 12\sqrt{5} \leq x^2 + y^2 \leq 29 + 12\sqrt{5} \Rightarrow \sqrt{29 - 12\sqrt{5}} \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq \sqrt{29 + 12\sqrt{5}}.$$

$$\text{Đặt } a = \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}, b = \sqrt{29 + 12\sqrt{5}}, \text{ ta có: } \max_{[a;b]} P = \max\{|a - m|, |b - m|\}.$$

$$\text{Do đó, } \max_{[a;b]} P \leq 10 \Leftrightarrow \begin{cases} |a - m| \leq 10 \\ |b - m| \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - 10 \leq m \leq a + 10 \\ b - 10 \leq m \leq b + 10 \end{cases} \Rightarrow b - 10 \leq m \leq a + 10.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\}$.

Vậy số tập con không phải là tập rỗng của tập S là $2^{14} - 1 = 16383$.

----- HẾT -----

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. -3. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- A. $x = 3$. B. $x = 13$. C. $x = 21$. D. $x = 11$.

Câu 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 6, 4, 5 bằng

- A. 120. B. 15. C. 60. D. 40.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(4-x)$ là

- A. $(4; +\infty)$. B. $[4; +\infty)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(-\infty; 4]$.

Câu 6. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.
B. $\int 2f(x)dx = 2 \int f(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.
D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 7. Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

- A. $12a^2$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $4a^2$.

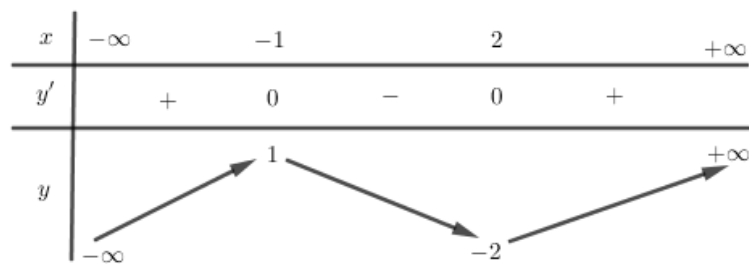
Câu 8. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. 16π B. 48π C. 36π D. 12π

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

- A. $\frac{32\pi}{3}$ B. 8π C. 16π D. 32π

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

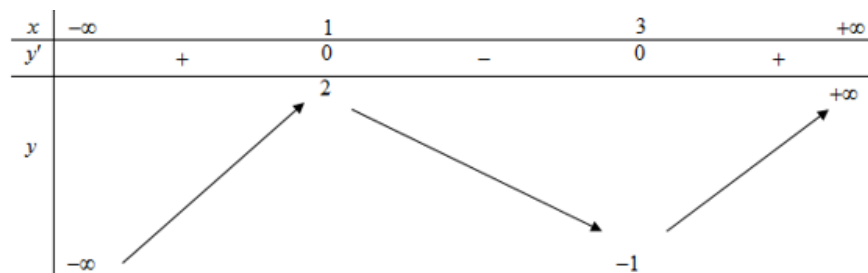
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{125} a$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_5 a$ B. $3 \log_5 a$ C. $3 + \log_5 a$ D. $\frac{1}{3} + \log_5 a$

Câu 12. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

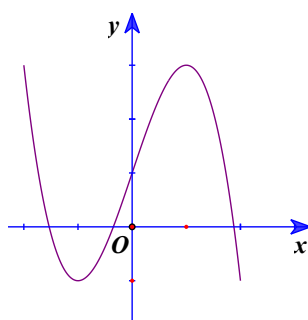
Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Giá trị cực đại của hàm số bằng.

- A. -1 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x + 1$
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = -x^3 + 3x + 1$

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2020}{x-2}$ là

- A. $y = 2$ B. $x = 2$ C. $x = -2$ D. $y = 0$

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 81$ là

- A. $(4; +\infty)$ B. $[27; +\infty)$ C. $[4; +\infty)$ D. $(-\infty; 4)$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		2		-3		$+\infty$

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -1$, khi đó $\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. -4. D. 1.

Câu 19. Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là:

- A. 2 B. 1 C. $-2i$ D. -2

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6. D. 4.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $N(1; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z = 1 - 2i$ B. $z = 2 - i$ C. $z = 1 + 2i$ D. $z = -2 + i$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -2; 4)$. B. $I(-3; 2; -4)$. C. $I(6; -4; 8)$. D. $I(-6; 4; -8)$.

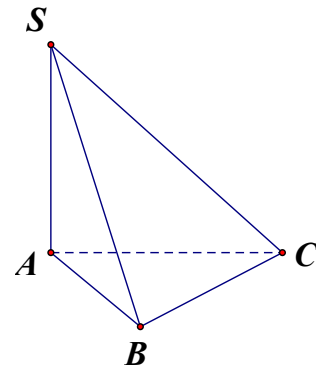
Câu 24. Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 2 = 0$.
C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây *không thuộc* đường thẳng d ?

- A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 2 B. 10 C. 29 D. 34

Câu 29. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

- A. $1 + \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$ B. $2 + \log_3 a + \log_3 b$
 C. $\frac{1}{2}(1 + \log_3 a + \log_3 b)$ D. $\frac{1}{2}(3 + \log_3 a + \log_3 b)$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x$ và đường thẳng $y = 10 - x$ là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x} < \frac{1}{8}$

- A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ B. $(-\infty; -1)$ C. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$ D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB .

- A. πa^3 B. $3\pi a^3$ C. $2\pi a^3$ D. $6\pi a^3$

Câu 33. Xét $\int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$, nếu đặt $t = \sqrt{4-x^2}$ thì $\int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$ bằng

- A. $\int_0^1 t^2 dt$ B. $\int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt$ C. $-2 \int_0^1 t^2 dt$ D. $-2 \int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x$, $y = 3$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx$

B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx$

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 2x - 3)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = -2 + i$. Tính môđun của số phức $w = \overline{z_1}z_2 + 3\overline{z_2}$.

A. $|w| = \sqrt{185}$

B. $|w| = \sqrt{5}$

C. $|w| = \sqrt{41}$

D. $|w| = 5\sqrt{5}$

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i - 1)z_1$.

A. $M(1; -5)$

B. $M(-1; -5)$

C. $M(-1; 5)$

D. $M(1; 5)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là

A. $x - z + 1 = 0$

B. $2x + y - z + 4 = 0$

C. $2x + y - z - 4 = 0$

D. $x - z - 1 = 0$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $B(3; -2; 4)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Câu 39. Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 4 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{2}{21}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{5}{42}$

D. $\frac{3}{28}$

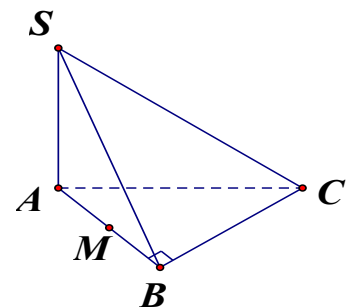
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách giữa SM và BC bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a}{2}$



Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x + 5 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} ?$$

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

Câu 42. Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0(1+r)^n$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm.

Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thế giới là không đổi trong giai đoạn 1990 – 2015. Biết rằng năm 1990 dân số thế giới là 5,30 tỉ người, năm 2000 dân số thế giới là 6,12 tỉ người. Tính dân số thế giới vào năm 2011? (Kết quả làm tròn đến hai chữ số)

- A. 7,27 tỉ người B. 7,37 tỉ người C. 7,17 tỉ người D. 7,07 tỉ người

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		+		+	
$f'(x)$	$\frac{1}{2}$		$+\infty$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{a}{2}$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $3\pi a^3$ B. $\pi a^3 \sqrt{3}$ C. πa^3 D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \pi a^3$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \sin^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \text{ bằng}$$

- A. $\frac{208}{225}$ B. $-\frac{208}{225}$ C. $\frac{104}{225}$ D. $-\frac{104}{225}$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f'(x)$									
	$-\infty$				0			0	
						-2			
		</							

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = -1$

A. 7

B. 8

C. 5

D. 6

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$

B. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$

C. $P_{\min} = 8$

D. $P_{\min} = 9$

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

A. 0

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

A. $V = \frac{1}{3}$

B. $V = \frac{1}{6}$

C. $V = \frac{1}{12}$

D. $V = \frac{1}{18}$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x + 3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019

B. 6

C. 2020

D. 4

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

1B	2C	3C	4A	5C	6A	7C	8B	9A	10C
11A	12C	13C	14D	15B	16C	17B	18B	19D	20B
21A	22B	23A	24B	25D	26C	27C	28C	29A	30B
31C	32B	33B	34D	35C	36A	37C	38B	39B	40A
41A	42C	43A	44B	45D	46A	47D	48D	49D	50D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5 .

B. $5!$.

C. $4!$.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -3$ và $u_2 = 9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 6.

B. 12.

C. -3.

D. $-\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{-3} = -3$$

Câu 3. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

A. $x = 3$.

B. $x = 13$.

C. $x = 21$.

D. $x = 11$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có, } \log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 16 \Leftrightarrow x = 21.$$

Câu 4. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 6, 4, 5 bằng

A. 120.

B. 15.

C. 60.

D. 40.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức thể tích khối hộp chữ nhật ta có được: $V = 6.4.5 = 120$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(4-x)$ là

A. $(4; +\infty)$.

B. $[4; +\infty)$.

C. $(-\infty; 4)$.

D. $(-\infty; 4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện $4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4$.

Câu 6. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

B. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$.

C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nguyên hàm không có tính chất nguyên hàm của tích bằng tích các nguyên hàm.

Hoặc B, C, D đúng do đó là các tính chất cơ bản của nguyên hàm nên A sai.

Câu 7. Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $12a^2$.

B. $4a^3$.

C. $12a^3$.

D. $4a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức thể tích khối lăng trụ ta có được: $V = B.h = 4a^2.3a = 12a^3$.

Câu 8. Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 16π

B. 48π

C. 36π

D. 12π

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Áp dụng công thức thể tích khối trụ ta có được: $V = \pi r^2 h = \pi.4^2.3 = 48\pi$.

Câu 9. Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$

B. 8π

C. 16π

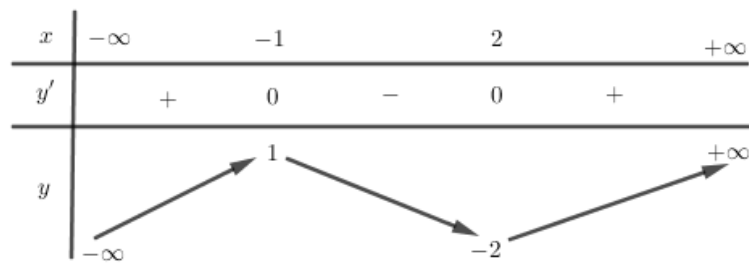
D. 32π

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Áp dụng công thức thể tích khối cầu ta có được: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.2^3 = \frac{32}{3}\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{125} a$ bằng

- A. $\frac{1}{3}\log_5 a$ B. $3\log_5 a$ C. $3 + \log_5 a$ D. $\frac{1}{3} + \log_5 a$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\log_{125} a = \log_{5^3} a = \frac{1}{3}\log_5 a$$

Câu 12. Gọi l , h , r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

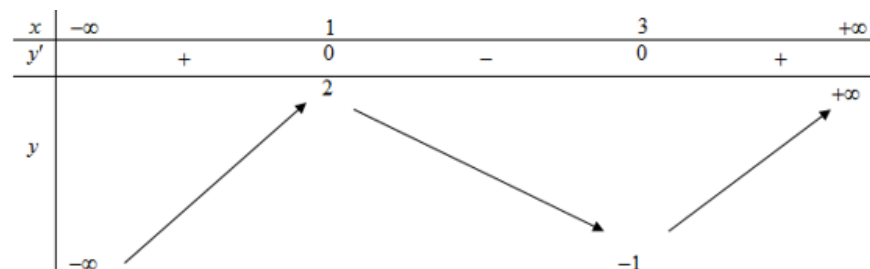
- A. $S_{xq} = \pi rh$. B. $S_{xq} = 2\pi rl$. C. $S_{xq} = \pi rl$. D. $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$S_{xq} = \pi rl.$$

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên



Giá trị cực đại của hàm số bằng.

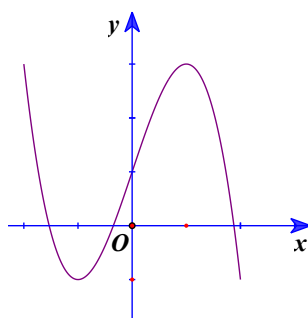
- A. -1 . B. 3 . C. 2 . D. 1 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 2$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x + 1$ C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = -x^3 + 3x + 1$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a < 0$

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2020}{x-2}$ là

- A. $y = 2$ B. $x = 2$ C. $x = -2$ D. $y = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2020}{x-2}$ có tiệm cận đứng là $x = 2$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \geq 81$ là

- A. $(4; +\infty)$ B. $[27; +\infty)$ C. $[4; +\infty)$ D. $(-\infty; 4)$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$3^x \geq 81 \Leftrightarrow x \geq \log_3 81 \Leftrightarrow x \geq 4$$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$			

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và

đường thẳng $y = 0$. Dựa vào bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 0$ có 3 giao điểm, nên phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm

Câu 18. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = -1$, khi đó $\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. -4. D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\int_0^1 [2f(x) - g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot 2 - (-1) = 5$$

Câu 19. Phần ảo của số phức $z = 1 - 2i$ là:

- A. 2 B. 1 C. $-2i$ D. -2

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số phức $z = 1 - 2i$ có phần ảo là -2 .

Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$, $z_2 = -1 - 2i$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. -6 . D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left(\sqrt{(-1)^2 + 2^2} \right)^2 + \left(\sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} \right)^2 = 10.$$

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $N(1; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z = 1 - 2i$ B. $z = 2 - i$ C. $z = 1 + 2i$ D. $z = -2 + i$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Điểm $N(1; -2)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - 2i$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(0; -1; 1)$. C. $P(0; -1; 0)$. D. $Q(0; 0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Với $M(a; b; c)$ thì hình chiếu của nó trên (Oyz) là $M'(0; b; c)$. Do đó chọn đáp án B.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -2; 4)$. B. $I(-3; 2; -4)$. C. $I(6; -4; 8)$. D. $I(-6; 4; -8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm là $I(3; -2; 4)$.

Câu 24. Vector $\vec{n} = (1; 2; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $x + 2y + z + 2 = 0$. B. $x + 2y - z - 2 = 0$. C. $x + y - 2z + 1 = 0$. D. $x - 2y + z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Mặt phẳng $x + 2y - z - 2 = 0$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -1)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không thuộc** đường thẳng d ?

- A. $N(2; -1; -3)$. B. $P(5; -2; -1)$. C. $Q(-1; 0; -5)$. D. $M(-2; 1; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thay tọa độ điểm N vào phương trình đường thẳng d ta có $0 = 0 = 0$, suy ra điểm N thuộc đường thẳng d .

Thay tọa độ điểm P vào phương trình đường thẳng d ta có $1 = 1 = 1$, suy ra điểm P thuộc đường thẳng d .

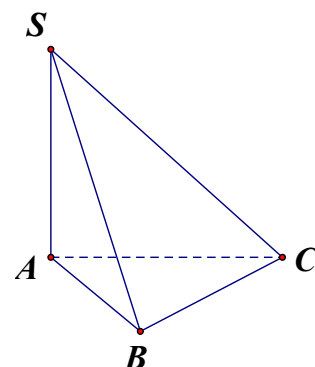
Thay tọa độ điểm Q vào phương trình đường thẳng d ta có $-1 = -1 = -1$, suy ra điểm Q thuộc đường thẳng d .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) ,

$SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \frac{a}{\sqrt{2}}$ (minh họa như

hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 30° B. 45°
C. 60° D. 90°



Hướng dẫn giải

Chọn C

AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

Do đó, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) là góc SCA .

ΔABC vuông cân tại B nên $AC = AB\sqrt{2} = a$

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \sqrt{3}$$

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60°

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

- A. 2 B. 10 C. 29 D. 34

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = -3x^2 + 12x, \quad f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Xét hàm số trên đoạn $[-1; 3]$ ta có: $f(0) = 2, \quad f(-1) = 9, \quad f(3) = 29$

$$\text{Vậy } \max_{x \in [-1; 3]} f(x) = 29$$

Câu 29. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 7ab$, biểu thức $\log_3(a+b)$ bằng

- A. $1 + \frac{1}{2}(\log_3 a + \log_3 b)$ B. $2 + \log_3 a + \log_3 b$
C. $\frac{1}{2}(1 + \log_3 a + \log_3 b)$ D. $\frac{1}{2}(3 + \log_3 a + \log_3 b)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 9ab$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (a+b)^2 = \log_3 9ab$$

$$\Leftrightarrow 2 \log_3 (a+b) = 2 + \log_3 a + \log_3 b$$

$$\Leftrightarrow \log_3 (a+b) = 1 + \frac{1}{2} (\log_3 a + \log_3 b)$$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x$ và đường thẳng $y = 10 - x$ là

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x^3 - x^2 + 2x = 10 - x \Leftrightarrow y = x^3 - x^2 + 3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Vậy đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + 2x$ cắt đường thẳng $y = 10 - x$ tại 1 điểm.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x} < \frac{1}{8}$

A. $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$

B. $(-\infty; -1)$

C. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

D. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x} < \frac{1}{8} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x} < \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 2x^2 - x > 3 \Leftrightarrow (-\infty; -1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$$

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AC = a\sqrt{3}$ và $BC = 2a$. Tính thể tích khối nón sinh ra khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB .

A. πa^3

B. $3\pi a^3$

C. $2\pi a^3$

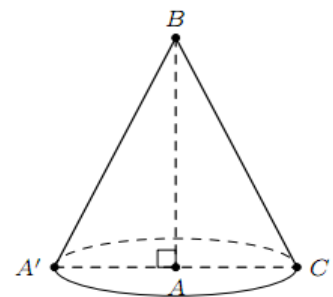
D. $6\pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = a$$

$$V = \frac{1}{3} \pi AC^2 \cdot AB = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$$



Câu 33. Xét $\int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$, nếu đặt $t = \sqrt{4-x^2}$ thì $\int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx$ bằng

A. $\int_0^1 t^2 dt$

B. $\int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt$

C. $-2 \int_0^1 t^2 dt$

D. $-2 \int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$t = \sqrt{4-x^2} \Rightarrow t^2 = 4-x^2 \Rightarrow tdt = -xdx$$

$$\text{Khi } x=0 \Rightarrow t=2, \text{ khi } x=1 \Rightarrow t=\sqrt{3}$$

$$\text{Do đó } \int_0^1 x\sqrt{4-x^2} dx = -\int_2^{\sqrt{3}} t^2 dt = \int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt$$

Câu 34. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x$, $y = 3$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx$

B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 2x - 3) dx$

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 2x - 3)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có, } S = \int_0^1 |x^2 + 2x - 3| dx$$

$$\text{Vì } x^2 + 2x - 3 < 0, \forall x \in (0;1) \text{ nên } S = \int_0^1 (-x^2 - 2x + 3) dx$$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 3i$ và $z_2 = -2 + i$. Tính môđun của số phức $w = \overline{z_1}z_2 + 3\overline{z_2}$.

A. $|w| = \sqrt{185}$

B. $|w| = \sqrt{5}$

C. $|w| = \sqrt{41}$

D. $|w| = 5\sqrt{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } w = \overline{z_1}z_2 + 3\overline{z_2} = (1 - 3i)(-2 + i) + 3(-2 - i) = -5 + 4i$$

$$\text{Do đó } |w| = \sqrt{(-5)^2 + 4^2} = \sqrt{41}$$

Câu 36. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i - 1)z_1$.

A. $M(1; -5)$

B. $M(-1; -5)$

C. $M(-1; 5)$

D. $M(1; 5)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$z^2 + 6z + 13 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -3 + 2i \\ z = -3 - 2i \end{cases}$$

Vì z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình đã cho nên $z_1 = -3 + 2i$

Do đó $w = (i-1)(-3+2i) = 1-5i$

Vậy $M(1; -5)$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là

A. $x - z + 1 = 0$

B. $2x + y - z + 4 = 0$

C. $2x + y - z - 4 = 0$

D. $x - z - 1 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ nhận vector $\vec{u} = (2; 1; -1)$ là một vector chỉ phương.

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với d nhận vector chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$ của d làm vector pháp tuyến.

Vậy phương trình mặt phẳng phải tìm là:

$$2(x-1) + 1(y-2) - 1(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - z - 4 = 0$$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$ và $B(3; -2; 4)$. Đường thẳng AB có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = 2 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 2)$ hoặc $\vec{u} = (1; -1; 1)$ là vector chỉ phương nên ta loại ngay phương án A, C, D

Thay tọa độ điểm $A(1; 0; 2)$ vào phương trình ở phương án B ta thấy thỏa mãn.

Câu 39. Có 7 chiếc ghế được kê thành một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh, gồm 4 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B và 1 học sinh lớp C, ngồi vào hàng ghế đó, sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh. Xác suất để học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B bằng

A. $\frac{2}{21}$

B. $\frac{1}{7}$

C. $\frac{5}{42}$

D. $\frac{3}{28}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh thành hàng ngang, không gian mẫu có số phần tử là: 7!

Gọi T là biến cố “học sinh lớp C chỉ ngồi cạnh học sinh lớp B”.

Xét các trường hợp:

+ Trường hợp 1: Học sinh lớp C ngồi đầu dãy

C	B					
					B	C

- có 2 vị trí cho học sinh lớp C
- có 2 cách chọn học sinh lớp B ngồi cạnh học sinh lớp C
- hoán vị 5 học sinh còn lại vào 5 vị trí chỗ ngồi có 5!

Theo quy tắc nhân ta có $2.2.5!=480$ cách

+ **Trường hợp 2:** Học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B

B	C	B				
	B	C	B			
		B	C	B		
			B	C	B	
				B	C	B

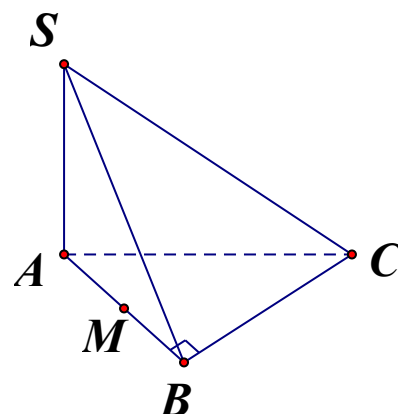
- có 5 vị trí cho học sinh lớp C ngồi giữa hai học sinh lớp B
- có 2 cách chọn học sinh lớp B ngồi cạnh học sinh lớp C
- hoán vị 4 học sinh còn lại vào 4 vị trí chỗ ngồi có 4!

Theo quy tắc nhân ta có $5.2.4! = 240$ cách

Theo quy tắc cộng, số phần tử của biến cố T là $480 + 240 = 720$

Xác suất của biến cố T là $P(T) = \frac{720}{7!} = \frac{1}{7}$

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách giữa SM và BC bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$

B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{a}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi N là trung điểm của AC. Khi đó $BC \parallel MN$.

Suy ra $BC \parallel (SMN)$

Ta có:

$$d(SM; BC) = d(BC; (SMN)) = d(B; (SMN)) = d(A; (SMN))$$

Trong mp(SAB) dựng $AH \perp SM, (H \in SM)$

$$\begin{cases} BC \perp (SAB) \\ MN \parallel BC \end{cases} \Rightarrow MN \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow MN \perp AH$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AH \perp SM \\ AH \perp MN \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN)$$

$$\text{Do đó, } d(A; (SMN)) = AH$$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$$

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 - 9x + 5 \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} ?$$

A. 7

B. 6

C. 5

D. 4

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Ta có } f'(x) = -x^2 + 2mx - 9$$

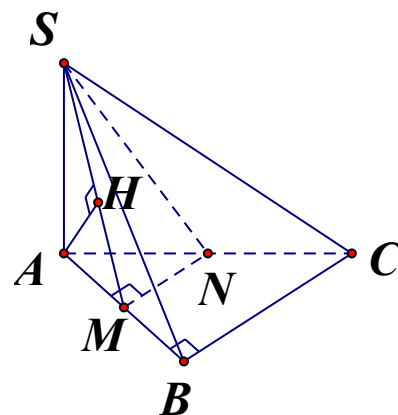
Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $f'(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu “=” xảy ra tại hữu hạn điểm).

$$\text{Ta có } f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 3$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$, do đó có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 42. Sự tăng dân số được ước tính theo công thức $P_n = P_0(1+r)^n$, trong đó P_0 là dân số của năm lấy làm mốc tính, P_n là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm.

Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm của thế giới là không đổi trong giai đoạn 1990 – 2015.



Biết rằng năm 1990 dân số thế giới là 5,30 tỉ người, năm 2000 dân số thế giới là 6,12 tỉ người. Tính dân số thế giới vào năm 2011? (Kết quả làm tròn đến hai chữ số)

- A. 7,27 tỉ người B. 7,37 tỉ người C. 7,17 tỉ người D. 7,07 tỉ người

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có các dữ kiện sau: $P_0 = 5,3$, $P_{10} = 6,12$

Ta có: $P_{10} = P_0(1+r)^{10} \Leftrightarrow 6,12 = 5,30(1+r)^{10} \Leftrightarrow r = 1,45\%$

Khi đó, $P_{21} = P_0(1+r)^{21} = 5,30(1+1,45\%)^{21} = 7,17$ tỉ người

Câu 43. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		+		+	
$f'(x)$	$\frac{1}{2}$		$+\infty$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2 B. 3 C. 1 D. 0

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có $\begin{cases} -\frac{c}{b} = 1 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -c \\ a = -\frac{c}{2} \end{cases}$

Mặt khác, $f'(x) = \frac{ac+b}{(bx+c)^2} > 0$ (vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng

$(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$) do đó $ac+b > 0 \Leftrightarrow -\frac{c}{2} \cdot c - c > 0 \Leftrightarrow -c^2 - 2c > 0 \Leftrightarrow -2 < c < 0$

Suy ra c là số âm và a, b là số dương.

Câu 44. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a . Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{a}{2}$, thiết diện thu được là một hình vuông. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $3\pi a^3$ B. $\pi a^3 \sqrt{3}$ C. πa^3 D. $\frac{\sqrt{3}}{4} \pi a^3$

Hướng dẫn giải

Chọn B

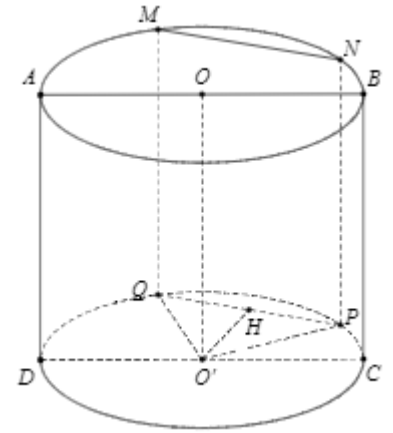
Mặt phẳng $(MNPQ)$ là mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\frac{a}{2}$. Gọi H là trung điểm

của PQ . Theo giả thiết ta có $\begin{cases} O'H = \frac{a}{2} \\ O'P = a \end{cases}$

Ta có, $HP = \sqrt{O'P^2 - O'H^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Suy ra, $PQ = a\sqrt{3}$. Vì $MNPQ$ là hình vuông nên $PN = a\sqrt{3}$

Vậy thể tích khối trụ cần tìm là $V = \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \sqrt{3}\pi a^3$



Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ và $f'(x) = \sin x \sin^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{208}{225}$ B. $-\frac{208}{225}$ C. $\frac{104}{225}$ D. $-\frac{104}{225}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \sin x \sin^2 2x dx = \int \sin x \cdot \frac{1 - \cos 4x}{2} dx$

$$= \frac{1}{2} \int [\sin x (1 - \cos 4x)] dx = \frac{1}{2} \int (\sin x - \sin x \cos 4x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin x dx - \frac{1}{2} \int \sin x \cos 4x = \frac{1}{2} \int \sin x dx - \frac{1}{4} \int (\sin 5x - \sin 3x) dx$$

$$= \frac{1}{2} \int \sin x dx - \frac{1}{4} \int \sin 5x dx + \frac{1}{4} \int \sin 3x dx$$

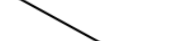
$$= -\frac{1}{2} \cos x + \frac{1}{20} \cos 5x - \frac{1}{12} \cos 3x + C$$

Mà $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ nên $C = 0$

Do đó, $f(x) = -\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x$

Vậy, $= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{1}{2}\cos x + \frac{1}{20}\cos 5x - \frac{1}{12}\cos 3x \right) dx = \frac{-104}{225}$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(x)$			0				0		
	$-\infty$				-2				$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(\sin x) = -1$

A. 7

B. 8

C. 5

D. 6

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x$. Khi đó $t' = \cos x$

$t' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Vì $x \in \left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ nên $x \in \left\{-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right\}$

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{2}$			
t'	-	0	+	0	-	0	+	0
t	0			1			1	
		-1			-1			1

Dựa vào bảng biến thiên ta có $x \in \left[-\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ nên $t \in [-1; 1]$; ứng với mỗi $t \in (-1; 0)$

cho ta 4 nghiệm x ; ứng với mỗi $t \in (0; 1)$ cho ta 3 nghiệm x . (*)

Phương trình $f(\sin x) = -1$ trở thành $f(t) = -1, \forall t \in [-1; 1]$.

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của hàm số $y = f(t)$ và đường thẳng $y = -1$.

Dựa vào bảng biến thiên đề bài cho, ta có $f(t) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} t = a \in (-1; 0) \\ t = b \in (0; 1) \end{cases} \quad (**)$

Từ (*) và (**) ta suy ra có 7 nghiệm x thỏa mãn.

Câu 47. Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$ B. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ C. $P_{\min} = 8$ D. $P_{\min} = 9$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow x(y-1) \geq y^2$$

Theo giả thiết, $x, y > 0$ nên $y^2 > 0$ do đó $y-1 > 0 \Leftrightarrow y > 1$

$$\text{Suy ra, } x \geq \frac{y^2}{y-1}$$

$$\text{Ta có } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y-1} + 3y = \frac{4y^2 - 3y}{y-1}, \text{ với } y > 1.$$

$$\text{Xét hàm số } f(y) = \frac{4y^2 - 3y}{y-1}, \text{ với } y > 1 \text{ ta có } f'(y) = \frac{4y^2 - 8y + 3}{(y-1)^2}$$

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2} \text{ (vì } y > 1)$$

Bảng biến thiên

y	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$f'(y)$	-	0	+
$f(y)$	$+\infty$	9	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\min_{y>1} f(y) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$ nên $P \geq 9$ hay $P_{\min} = 9$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số phần tử của tập S là

- A. 0 B. 3 C. 2 D. 1

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = |3x^2 - 6x + 2m - 1|$ trên đoạn $[-2; 3]$

Ta có, $M \geq f(-2) = |2m + 23|$, $M \geq f(1) = |2m - 4|$

$$\Rightarrow 2M \geq |2m + 23| + |2m - 4| \geq |2m + 23 - 2m + 4| = 27$$

$$\Rightarrow M \geq \frac{27}{2}$$

Khi $M = \frac{27}{2}$ ta suy ra $|2m + 23| = |2m - 4| \Leftrightarrow m = -\frac{19}{4}$

Với $m = -\frac{19}{4}$, $\max_{[-2;3]} f(x) = \max\{f(-2); f(1); f(3)\} = \frac{27}{2}$

Vậy với $m = -\frac{19}{4}$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất, do đó

có 1 giá trị của m thoả mãn.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1 và G là trọng tâm $\triangle BCD'$. Thể tích của khối chóp $G.ABC'$ là

- A. $V = \frac{1}{3}$ B. $V = \frac{1}{6}$ C. $V = \frac{1}{12}$ D. $V = \frac{1}{18}$

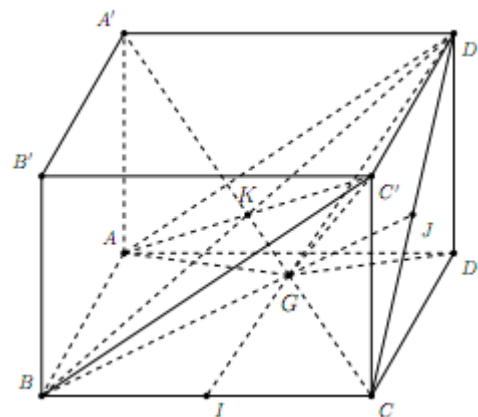
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có, $V_{G.ABC'} = \frac{1}{2} V_{G.ABC'D'}$ (*)

$$V_{ABCDD'C'} = V_{G.ABCD} + V_{G.ABC'D'} + V_{G.DCC'D'} + V_{G.BCC'} + V_{G.ADD'}$$

$$\frac{d(G; (ABCD))}{d(D'; (ABCD))} = \frac{GI}{D'I} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{G.ABCD}}{V_{D'.ABCD}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{G.ABCD} = \frac{1}{9}$$



$$\frac{d(G;(DCC'D'))}{d(B;(DCC'D'))} = \frac{GI}{D'I} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{G.DCC'D'}}{V_{B.DCC'D'}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{G.DCC'D'} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{d(G;(BCC'))}{d(D';(BCC'))} = \frac{GI}{D'I} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{V_{G.BCC'}}{V_{D'.BCC'}} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{G.BCC'} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{d(G;(ADD'))}{d(C;(ADD'))} = \frac{GA'}{CA'} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_{G.ADD'}}{V_{C.ADD'}} = \frac{2}{3} \Rightarrow V_{G.ADD'} = \frac{1}{9}$$

$$\text{Do đó, } V_{G.ABC'D'} = V_{ABCD'D'} - V_{G.ABCD} - V_{G.DCC'D'} - V_{G.BCC'} - V_{G.ADD'} = \frac{1}{2} - \frac{1}{9} - \frac{1}{9} - \frac{1}{18} - \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \quad (**)$$

$$\text{Từ (*) và (**), ta có } V_{G.ABC'} = \frac{1}{18}$$

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và

$$\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y ?$$

A. 2019

B. 6

C. 2020

D. 4

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + (x+1) = 2y + 3^{2y} \Leftrightarrow \log_3(x+1) + 3^{\log_3(x+1)} = 2y + 3^{2y} \quad (*)$$

Xét hàm số, $f(t) = t + 3^t$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Khi đó $f'(t) = 1 + 3^t \ln 3 > 0$, $\forall t \in \mathbb{R}$. Do đó, hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$$(*) \Leftrightarrow f(\log_3(x+1)) = f(2y) \Leftrightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x = 9^y - 1$$

$$\text{Vì } 0 \leq x \leq 2020 \text{ nên } 0 \leq 9^y - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq \log_9 2021$$

$$\text{Do } y \text{ nguyên nên } y \in \{0; 1; 2; 3\}, \text{ do đó } (x; y) \in \{(0; 0); (8; 1); (80; 2); (728; 3)\}$$

Vậy có 4 cặp $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- **HẾT** -----

Câu 1. Từ một nhóm học sinh gồm 7 nam và 6 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

- A. 87. B. 78. C. 156. D. 13.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_3 = 7$. Công sai của cấp số đã cho bằng

- A. 4. B. -4. C. 3. D. 10.

Câu 3. Giải phương trình mũ $2^{2^x} = 4$.

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 0.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB = a, BC = 2a, AA' = 3a$. Tính thể tích khối hộp đó.

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $3a^3$. D. $6a^3$.

Câu 5. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 4x + 3)$.

- A. $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. B. $D = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. C. $D = [1; 3]$. D. $D = (1; 3)$.

Câu 6. Tìm nguyên hàm của hàm số sau: $y = \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2}$

- A. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$. B. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = x^2 - 5x + \frac{1}{x} + C$.
 C. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x + \ln|x| + C$. D. $\int \frac{4x^3 - 5x^2 - 1}{x^2} dx = 2x^2 - 5x - \frac{1}{x} + C$.

Câu 7. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và diện tích tam giác ABC là $2a^2\sqrt{3}$.

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $\frac{2a^3}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 8. Cho khối nón có chiều cao $h = 2a$, bán kính đáy $r = a\sqrt{3}$. Thể tích khối nón đó là

- A. $2\pi a^3$. B. $\frac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 9. Cho hình cầu bán kính $r = 2a$. Diện tích mặt cầu đó là

- A. πa^2 . B. $2\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $16\pi a^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			3			0	$+\infty$

The diagram illustrates the function $y = f(x)$ and its derivative $y' = f'(x)$. The horizontal axis represents x with values $-\infty, -1, 0, 1, +\infty$. The vertical axis represents y with values $+\infty, 3, 0, +\infty$. The derivative y' is shown in the middle row, with signs $-, 0, +, 0, -$ corresponding to the intervals of x . Arrows indicate the path from y' to y : from $y' = 0$ at $x = -1$ to $y = 3$, from $y' = 0$ at $x = 1$ to $y = 0$, and from $y' = 0$ at $x = 0$ to $y = 0$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(0; 3)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Nếu $a > 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow M > N > 0$.
 B. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a M > \log_a N \Leftrightarrow 0 < M < N$.
C. Nếu $M, N > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì $\log_a (M.N) = \log_a M . \log_a N$.
 D. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a 2016 > \log_a 2017$.

Câu 12. Cho hình trụ có chiều cao $h = 3a$, bán kính đáy $r = a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. $2\pi a^3$. B. $3a^2\pi\sqrt{2}$. C. $6a^3\pi$. D. $6\pi a^2\sqrt{2}$.

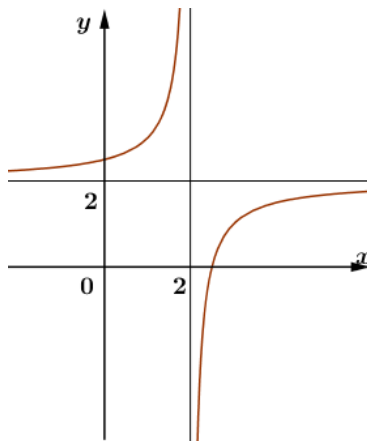
Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. -2. B. 2. C. 1. D. -1.

Câu 14. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



- A. $y = \frac{2x-5}{x-2}$. B. $y = \frac{2x-5}{x+2}$. C. $y = \frac{2x+5}{x+2}$. D. $y = \frac{2x+5}{x-2}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x+1}{1-2x}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng ?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = 3$.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng là $x = 1$.
C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận ngang là $y = -\frac{3}{2}$.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ không có tiệm cận.

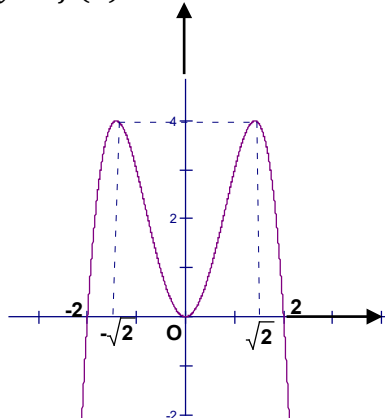
Câu 16. Giải bất phương trình $\log(2x^2 - 4x) > 1$

- A. $x > 1 + \sqrt{6}$ hoặc $x < 1 - \sqrt{6}$. B. $x \in (1 - \sqrt{6}; 1 + \sqrt{6})$.

C. $x < 1 + \sqrt{6}$.

D. $x > 1 - \sqrt{6}$.

Câu 17. Đồ thị sau đây là của hàm số. $y = f(x) = -x^4 + 4x^2$. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = 1$.



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 18. Biết tích phân $\int_1^e f(x) dx = \frac{2e^3 - 1}{9}$. Tính tích phân $I = 3 \int_1^e f(x) dx$.

A. $I = \frac{2e^3 + 1}{3}$.

B. $I = \frac{2e^3 - 1}{3}$.

C. $I = \frac{e^3 + 1}{3}$.

D. $I = \frac{e^3 - 1}{3}$.

Câu 19. Cho số phức $z = 2 - 5i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

A. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $-5i$.

B. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng -5 .

C. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng $5i$.

D. Phần thực bằng 2, phần ảo bằng 5.

Câu 20. Tìm điểm M biểu diễn số phức $z = -1 + 2i$.

A. $M(-1; -2)$.

B. $M(1; -2)$.

C. $M(2; -1)$.

D. $M(-1; 2)$.

Câu 21. Cho số phức $w = 3 - 5i$. Tìm số phức z biết $\bar{w} = (1 - 2i)\bar{z}$.

A. $z = \frac{11}{25} + \frac{27}{25}i$.

B. $z = -\frac{11}{25} + \frac{27}{25}i$.

C. $z = -\frac{11}{25} - \frac{27}{25}i$.

D. $z = \frac{11}{25} - \frac{27}{25}i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 3)$. Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(2; -1; 0)$.

B. $M(0; -1; 3)$.

C. $M(2; 0; 3)$.

D. $M(2; 0; 0)$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 5)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$. Tâm của mặt cầu (S) là điểm

A. $I(-5; -1; 2)$.

B. $I(5; 1; 2)$.

C. $I(5; 1; -2)$.

D. $I(-5; -1; -2)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - z - 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}(2; -1; -2)$.

B. $\vec{n}(2; -1)$.

C. $\vec{n}(2; 1; 2)$.

D. $\vec{n}(2; 0; -1)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{2}$. Điểm nào sau đây

không nằm trên đường thẳng d ?

A. $M(1; -2; 0)$.

B. $N(3; -5; 2)$.

C. $P(4; -8; 2)$.

D. $Q(-2; 1; -2)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác vuông cân với $BA = BC = a$, $SA = a$ và vuông góc với đáy. Tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) ?

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-4	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = x + \frac{1}{x+2}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. $\frac{9}{4}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 2.

D. 0.

Câu 29. Cho các số $a, b, c, d > 1$. Rút gọn biểu thức $P = \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d$.

A. $P = \log_b c \cdot \log_a d$.

B. $P = \log_a d \cdot \log_d b$.

C. $P = \log_d a$.

D. $P = \log_a d$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x-3)(x^2 + x + 4)$ với trục hoành là

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. 1.

Câu 31. Tìm nghiệm của bất phương trình $32 \cdot 4^x - 18 \cdot 2^x + 1 < 0$.

A. $1 < x < 4$.

B. $\frac{1}{16} < x < \frac{1}{2}$.

C. $2 < x < 4$.

D. $-4 < x < -1$.

Câu 32. Cho tam giác ABC vuông tại A quay quanh cạnh AB tạo nên hình nón, Tính diện tích xung quanh của hình nón đó, biết $AB = a, AC = a\sqrt{3}$.

A. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

C. $2\pi a^3 \sqrt{3}$.

D. $\frac{2\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} \cos^3 x \cdot \sin x dx$.

A. $I = \frac{-1}{4} \pi^4$.

B. $I = -\pi^4$.

C. $I = 0$

D. $I = \frac{-1}{4}$

Câu 34. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = y^3, y = 0, x = 8$.

A. 9.

B. 12.

C. 15.

D. 18.

Câu 35. Tìm phần thực của số phức z , biết rằng $(1-2i)z - \frac{9+7i}{3-i} = 5-2i$.

A. -1.

B. $\sqrt{10}$.

C. 1.

D. 3.

Câu 36. Gọi z là nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$ có phần ảo âm. Tính mô đun của số phức $w = 2z + 2 - i$.

A. $\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$.

B. $\sqrt{1 + 2\sqrt{3}}$.

C. $\sqrt{5 + \sqrt{3}}$.

D. $\sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2; -1; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-1}$?

A. $3x + 2y - z - 1 = 0$.

B. $2x - y + 3z - 1 = 0$.

C. $3x + 2y - z - 5 = 0$. D. $2x - y + 3z - 7 = 0$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -3)$, $B(-1; 4; 1)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua hai điểm A, B ?

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + 4t \\ z = -3 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + 6t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 3 người đàn ông, hai người đàn bà và một đứa bé vào ngồi trên 6 ghế xếp thành hàng ngang. Tính xác suất sao cho đứa bé ngồi giữa hai người đàn ông.

A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông ở A , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy bằng 60° , tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC .

A. $\frac{\sqrt{10}a}{5}$. B. $\frac{\sqrt{15}a}{5}$. C. $\frac{5a}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{(m-1)x^3}{3} + mx^2 + (3m-2)x$ (m là tham số thực). Tìm m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \geq -2$. B. $m > 2$. C. $m \leq 2$. D. $m \geq 2$.

Câu 42. Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức là P giảm theo công thức $P = P_0 \cdot e^{xi}$, với $P_0 = 760$ mmHg là áp suất ở mức nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000m áp suất của không khí là 672,71 mmHg. Hỏi áp suất không khí là $\frac{672,71^3}{760^2}$ mmHg ở độ cao bao nhiêu ?

A. 2000 m. B. 3000 m. C. 4000 m. D. 5000 m.

Câu 43. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
y	3		$+\infty$		3

A. $y = \frac{3x-1}{x-2}$. B. $y = \frac{3x-7}{x-2}$. C. $y = \frac{3x-9}{x-2}$. D. $y = \frac{3x-8}{x-2}$.

Câu 44. Cho hình trụ có tâm hai đáy lần lượt là $O; O'$; bán kính đáy hình trụ bằng a . Trên đường tròn (O) lấy hai điểm A, B sao cho tam giác $O'AB$ đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc 60° . Tính thể tích của khối trụ tạo bởi hình trụ đó.

A. $\frac{\sqrt{7}}{7} \pi a^3$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{5} \pi a^3$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5} \pi a^3$. D. $\frac{3\sqrt{7}}{7} \pi a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và thỏa mãn: $\int_0^1 x(f'(x)-2)dx = f(1)$. Tính giá trị của $I = \int_0^1 f(x)dx$.

- A. -1. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				$+\infty$	

The graph shows a function $y = f(x)$ with a local minimum at $x = -1$ (marked with a downward arrow to -4) and a local maximum at $x = 0$ (marked with an upward arrow to -3). The function approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -\infty$ and $x \rightarrow +\infty$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 47. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $x > y$ và $xy = 1000$. Biết biểu thức $F = \frac{x^2 + y^2}{x - y}$ đạt giá trị

nhỏ nhất khi $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$. Tính $P = \frac{a^2 + b^2}{1000}$.

- A. $P = 2$. B. $P = 3$. C. $P = 4$. D. $P = 5$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x) = \frac{2\sqrt{x} + m}{\sqrt{x} + 1}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của $m > 1$ để hàm số

có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;4]$ nhỏ hơn 3.

- A. $m \in (1;3)$. B. $m \in (1;3\sqrt{5} - 4)$. C. $m \in (1;\sqrt{5})$. D. $m \in (1;3]$.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, cạnh $AB = a, BC = a, AA' = a\sqrt{3}$. Gọi I là giao điểm của AD' và $A'D$; H là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(A'B'C'D')$; K là hình chiếu của B lên mặt phẳng $(CA'B')$. Tính theo a thể tích khối tứ diện IHBK.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 50. Cho phương trình $4^{\log_2 2x} - x^{\log_2 6} = 2.3^{\log_2 4x^2}$ với x là nghiệm của phương trình trên. Kết luận nào sau đây là **đúng**?

- A. $\log_2 4x^2 = 2$. B. Phương trình có nghiệm lớn hơn 1. C. $x^{\log_2 4} = \frac{1}{16}$. D. Phương trình vô nghiệm.

----- **HẾT** -----

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Câu 2. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. D. $2\pi r^2 h$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. -6 . B. 3 . C. 12 . D. 6 .

Câu 4. Cho hàm số có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 5. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

- A. $3Bh$. B. Bh . C. $\frac{4}{3}Bh$. D. $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^2$ bằng

- A. $2\log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $\frac{1}{2}\log_5 a$.

Câu 7. Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -5 . B. 5 . C. -1 . D. 1 .

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$+\infty$		-3		1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 10. Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 1$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A. $x^2 + 5x + C$. B. $2x^2 + 5x + C$. C. $2x^2 + C$. D. $x^2 + C$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $3 - 4i$ là

- A. $-3 - 4i$. B. $-3 + 4i$. C. $3 + 4i$. D. $-4 + 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; 1; -1)$ trên trục Oz có tọa độ là.

- A. $(2; 1; 0)$. B. $(0; 0; -1)$. C. $(2; 0; 0)$. D. $(0; 1; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. 9. C. 3. D. $\sqrt{15}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 3; 0)$ và $B(5; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

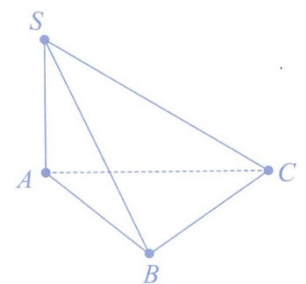
- A. $2x - y - z + 5 = 0$. B. $2x - y - z - 5 = 0$.
C. $x + y + 2z - 3 = 0$. D. $3x + 2y - z - 14 = 0$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$. B. $\vec{u}_4 = (1; 2; -3)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 2; 1)$. D. $\vec{u}_1 = (2; 1; -3)$.

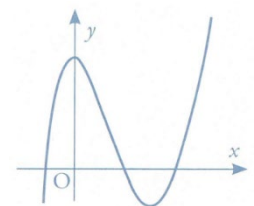
Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 45° .
C. 30° . D. 60° .



Câu 18. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

- A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.
C. $y = x^4 - 2x^3 + 3$. D. $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.



Câu 19. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

- A. -16. B. 20. C. 0. D. 4.

Câu 20. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng

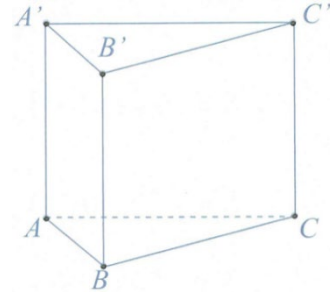
- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 21. . Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- A. $(2x-3)2^{x^2-3x} \cdot \ln 2$ B. $2^{x^2-3x} \ln 2$.
C. $(2x-3)2^{x^2-3x}$. D. $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$.

Câu 22. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{3a^3}{4}$. B. $\frac{3a^3}{2}$.
C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{2}$.



Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			-	0	+
y	2			$+\infty$		-2	$+\infty$

Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 24. . Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x+1}{(x-1)^2}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $3\ln(x-1) - \frac{2}{x-1} + C$ B. $3\ln(x-1) + \frac{1}{x-1} + C$
C. $3\ln(x-1) - \frac{1}{x-1} + C$ D. $3\ln(x-1) + \frac{2}{x-1} + C$

Câu 25. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3(6x-1) = -\log_3 m$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có nghiệm?

- A. 6 B. 5 C. Vô số D. 7

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình

chính tắc của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -2 + t \end{cases}$?

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{1}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{-2}$. C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-2}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{1}$.

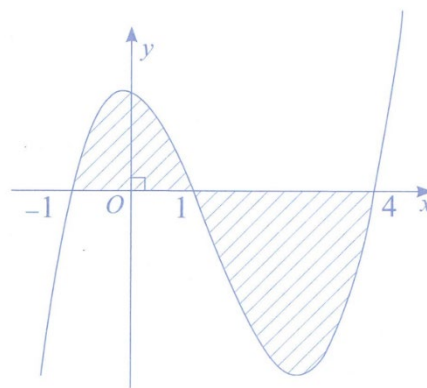
Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

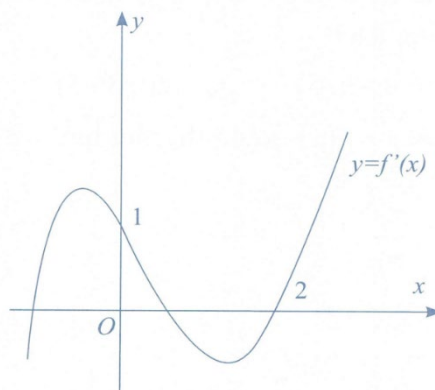
C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$



Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới:

liên



Bất phương trình $f(x) < x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 2)$ khi và chỉ khi

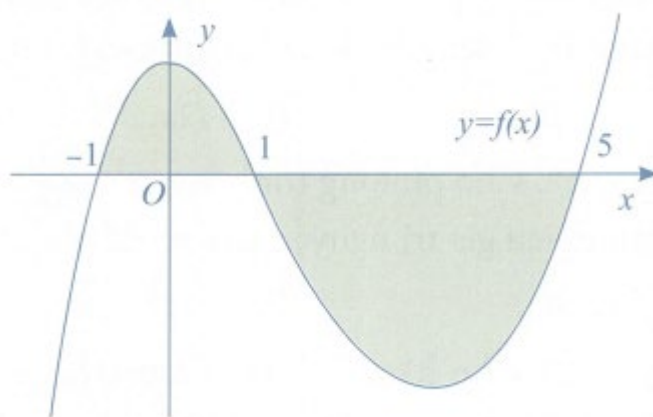
A. $m \geq f(2) - 2.$

B. $m \geq f(0).$

C. $m > f(2) - 2.$

D. $m > f(0).$

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$ (như hình vẽ). Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx$

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} + i) - (2 - i)z = 3 + 10i$. Môđun của z bằng

A. 3.

B. 5.

C. $\sqrt{5}.$

D. $\sqrt{3}.$

Câu 31. Cho hai số phức $z_1 = -2 + i$ và $z_2 = 1 + i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; -3)$ B. $(2; -3)$ C. $(-3; 3)$ D. $(-3; 2)$ **Câu**

32. Cho hình trụ có chiều cao bằng $4\sqrt{2}$. Cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được có diện tích bằng 16. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. $24\sqrt{2}\pi$ B. $8\sqrt{2}\pi$ C. $12\sqrt{2}\pi$ D. $16\sqrt{2}\pi$

Câu 33. Trong không gian Oxyz, cho các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; 2; 0)$ và $D(1; 1; 3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + 4t \\ z = 4 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Câu 34. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(0; 4; -3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $P(-3; 0; -3)$. B. $M(0; -3; -5)$. C. $N(0; 3; -5)$. D. $Q(0; 5; -3)$.

Câu 35. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+7}{-2}$.

Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 27 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{13}{27}$ B. $\frac{14}{27}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{365}{729}$

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

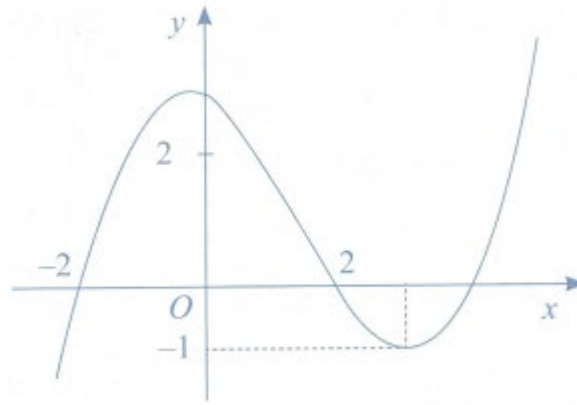
- A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. B. $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. C. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. D. $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(4) = 1$ và $\int_0^1 xf(4x)dx = 1$,

khi đó $\int_0^4 x^2 f'(x)dx$ bằng

- A. $\frac{31}{2}$. B. -16 . C. 8 . D. 14 .

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \frac{1}{2}$ là



A. 6

B. 10

C. 12

D. 3

Câu 40. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC = a; BC = 2a, \angle ACB = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB' . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a .

A. $a\frac{\sqrt{3}}{7}$.

B. $a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

C. $a\sqrt{3}$.

D. $a\frac{\sqrt{7}}{7}$.

Câu 41. Cho hai số dương x, y thỏa mãn $\log_2(4x + y + 2xy + 2)^{y+2} = 8 - (2x - 2)(y + 2)$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 2x + y$ là số có dạng $M = a\sqrt{b} + c$ với $a, b \in \mathbb{N}, a > 2$. Khi đó $S = a + b + c$ bằng:

A. $S = 17$.

B. $S = 7$.

C. $S = 19$.

D. $S = 3$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 5.

Câu 43. Cho phương trình $(2\log_2 x - 3\log_2 x - 2)\sqrt{3^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

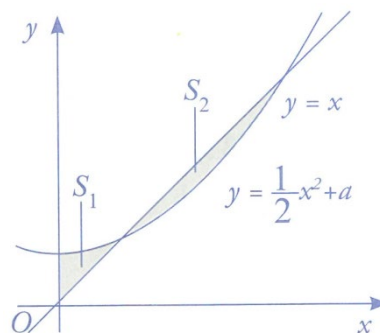
A. 79

B. 80

C. Vô số

D. 81

Câu 44. Cho đường thẳng $y = x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$ (a là tham số thực dương). Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được bôi đậm trong hình vẽ dưới đây:



Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{2}\right)$.

B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{2}{5}; \frac{3}{7}\right)$.

Câu 45. Cho hai hàm số $y = \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-1} + \frac{x-1}{x} + \frac{x}{x+1}$ và $y = |x+2| - x + m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2) . Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng bốn điểm phân biệt là

A. $(-\infty; 2]$.

B. $[2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$, bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-3	2	-1	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ là

A. 3

B. 9

C. 5

D. 7

Câu 47. Cho phương trình $\log_9 x^2 - \log_3 (3x-1) = -\log_3 m$ (m là số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm?

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. Vô số.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x)dx = 1$, khi

đó $\int_0^1 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. 15

B. 23

C. $\frac{123}{5}$

D. -25

Câu 49. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 8 và đáy là tam giác đều cạnh bằng 4. Gọi M, N và P lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A'$, $ACC'A'$ và $BCC'B'$. Thể tích của khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, P bằng

A. $12\sqrt{3}$

B. $16\sqrt{3}$

C. $\frac{28\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{40\sqrt{3}}{3}$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 6]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0; 6]$ được cho bởi hình vẽ bên.

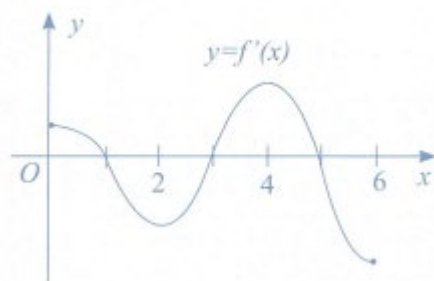
Hàm số $y = [f(x)]^2 + 2019$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị trên đoạn $y = f'(x)$?

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 3.



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1-C	2-A	3-D	4-C	5-B	6-A	7-A	8-C	9-C	10-C
11-A	12-C	13-B	14-C	15-B	16-C	17-B	18-A	19-B	20-A
21-A	22-A	23-D	24-A	25-B	26-D	27-B	28-B	29-B	30-C
31-C	32-D	33-C	34-C	35-B	36-A	37-B	38-B	39-B	40-A
41-D	42-C	43-A	44-C	45-B	46-D	47-A	48-D	49-A	50-A

Họ và tên: Số báo danh:

Câu 1. Cho tập hợp A có 26 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

A. C_{26}^6 .

B. 26.

C. P_6 .

D. A_{26}^6 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10}$ bằng.

A. 3069.

B. 1536.

C. $\frac{1023}{2}$.

D. 1023.

Câu 3. Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\frac{5}{2}$.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 4. Biết thể tích khối lập phương bằng $16\sqrt{2}a^3$. Tính độ dài cạnh của hình lập phương?

A. $8a\sqrt{2}$.

B. $2a\sqrt{2}$.

C. $4a\sqrt{2}$.

D. $a\sqrt{2}$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x)^e$ là:

A. $\mathbb{R}$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

C. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

D. $(3; +\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = 2x + e^x$. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2019$.

A. $F(x) = x^2 + e^x + 2018$.

B. $F(x) = x^2 + e^x - 2018$.

C. $F(x) = x^2 + e^x + 2017$.

D. $F(x) = e^x - 2019$.

Câu 7. Thể tích khối chóp có diện tích đáy $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao $3a$ là

A. $V = 9a^3\sqrt{2}$.

B. $V = a^2\sqrt{2}$.

C. $V = 3a^3\sqrt{2}$.

D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 8. Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 4$.

B. $V = 4\pi$.

C. $V = 12$.

D. $V = 12\pi$.

Câu 9. Thể tích khối cầu có bán kính $6cm$ bằng

A. 216π .

B. 288π .

C. 432π .

D. 864π .

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

A diagram illustrating the function's behavior. It shows three points on the x-axis: $-\infty$, -1 , and 1 . Arrows indicate the function's values at these points: an arrow points from $-\infty$ to 3 , another from 3 to -1 , and a third from -1 to $+\infty$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 3)$. B. $(-1; 1)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 11. Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}} \left(\frac{a^3}{125} \right)$.

- A. $I = 3$. B. $I = \frac{1}{3}$. C. $I = -3$. D. $I = -\frac{1}{3}$.

Câu 12. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5$ cm, chiều cao $h = 7$ cm. Diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- A. $35\pi \text{ cm}^2$. B. $70\pi \text{ cm}^2$.
C. $\frac{70}{3}\pi \text{ cm}^2$. D. $\frac{35}{3}\pi \text{ cm}^2$.

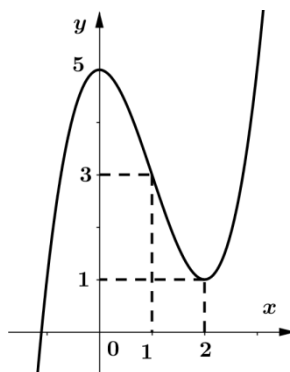
Câu 13. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-1	$+\infty$	

Hàm số đạt cực tiểu tại

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 5$. D. $x = 2$.

Câu 14. Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$. B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 5$. D. $y = x^3 - 3x + 5$.

Câu 15. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - x - 2}$ là:

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y		2	$+\infty$	2	$+\infty$
	$-\infty$		-4		

Số nghiệm của phương trình $f(\sqrt{2x-3}) + 4 = 0$ là :

A. 4 .

B. 3 .

C. 2 .

D. 1 .

Câu 18. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

A. 7.

B. 9.

C. 6.

D. 8.

Câu 19. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

A. $\bar{w} = 8 + 10i$.

B. $\bar{w} = 12 - 16i$.

C. $\bar{w} = 12 + 8i$.

D. $\bar{w} = 28i$.

Câu 20. Số phức $z = (2 + 3i)(1 - i)$ có phần ảo bằng

A. 0 .

B. 1 .

C. 5 .

D. -2 .

Câu 21. Số phức nào sau đây có biểu diễn hình học là điểm $M(1; -3)$?

A. $z = 1 - 3i$.

B. $z = 1 + 3i$.

C. $z = -2i$.

D. $z = -3 + i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ P đến trục tọa độ Oy bằng:

A. $\sqrt{a^2 + c^2}$.

B. b .

C. $|b|$.

D. $a^2 + c^2$.

Câu 23. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 1$

A. $I(1; -2; 0), R = 1$.

B. $I(-1; 2; 0), R = 1$.

C. $I(1; -2; 0), R = \sqrt{6}$.

D. $I(-1; 2; 0), R = \sqrt{6}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n}_1(2; 3; 1)$.

B. $\vec{n}_2(2; -3; 1)$.

C. $\vec{n}_3(2; 0; -3)$.

D. $\vec{n}_4(2; -3; 0)$.

Câu 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 4)$, $B(-2; -5; -7)$,

$C(6; -3; -1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - 8t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 8 - 4t \end{cases}$

$$\text{C. } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 4 - t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 - 2t, (t \in \mathbb{R}). \\ z = 4 - 11t \end{cases}$$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

$$\text{A. } \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$\text{B. } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$\text{C. } \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{D. } \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

$$\text{A. } 6.$$

$$\text{B. } 4.$$

$$\text{C. } 2.$$

$$\text{D. } 3.$$

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

$$\text{A. } \min_{[2; 4]} y = 6.$$

$$\text{B. } \min_{[2; 4]} y = -6.$$

$$\text{C. } \min_{[2; 4]} y = \frac{25}{4}.$$

$$\text{D. } \min_{[2; 4]} y = \frac{13}{2}.$$

Câu 29. Với hai số thực bất kì $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

$$\text{A. } \log(a^2b^2) = \log(a^4b^6) - \log(a^2b^4).$$

$$\text{B. } \log(a^2b^2) = 3 \log \sqrt[3]{a^2b^2}.$$

$$\text{C. } \log(a^2b^2) = 2 \log(ab)$$

$$\text{D. } \log(a^2b^2) = \log a^2 + \log b^2$$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là:

$$\text{A. } 1.$$

$$\text{B. } 2.$$

$$\text{C. } 3.$$

$$\text{D. } 4.$$

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:

$$\text{A. } S = (-\infty; 4].$$

$$\text{B. } S = (1; 4).$$

$$\text{C. } S = (1; 4].$$

$$\text{D. } S = \left(3; \frac{11}{2}\right).$$

Câu 32. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được một thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ và có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích khối trụ là:

$$\text{A. } V = 12\pi a^3.$$

$$\text{B. } V = 4\pi a^3.$$

$$\text{C. } V = 16\pi a^3.$$

$$\text{D. } V = 8\pi a^3.$$

Câu 33. Cho $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^3} dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $16a + b$ là

$$\text{A. } 17.$$

$$\text{B. } 10.$$

$$\text{C. } -8.$$

$$\text{D. } -5.$$

Câu 34. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$ có diện tích bằng

$$\text{A. } \frac{37}{12}.$$

$$\text{B. } \frac{5}{12}.$$

$$\text{C. } \frac{8}{3}.$$

$$\text{D. } \frac{9}{4}.$$

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 12i = 1$. Tính môđun của số phức z .

$$\text{A. } |z| = 29.$$

$$\text{B. } |z| = \sqrt{29}.$$

$$\text{C. } |z| = \frac{\sqrt{29}}{3}.$$

$$\text{D. } |z| = \frac{5\sqrt{29}}{3}.$$

Câu 36. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, gọi z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $(z_1 + z_2)^2$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Mặt phẳng (P) đi qua $M(2; 0; -1)$ và vuông góc với d có phương trình là

- A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - 2y - 2 = 0$. C. $x + y + 2z = 0$. D. $x - y - 2z = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(2; 4; -1)$. Đường thẳng AB có phương trình chính tắc là:

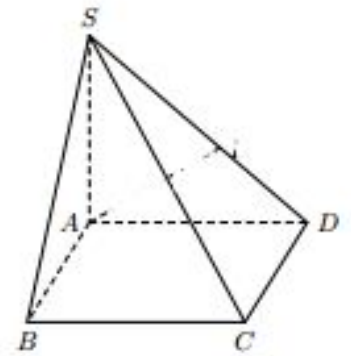
- A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z+1}{4}$ B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{4}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-4}$ D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{-4}$

Câu 39. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi xung quanh một bàn tròn. Xác suất để học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau là

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{5}{32}$. D. $\frac{5}{42}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.
C. $\frac{3a}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - (m^2 - 3m + 2)x + 5$ đồng biến trên $(0; 2)$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 42. Các nhà khoa học đã tính toán khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm 2°C thì mực nước biển sẽ tăng lên $0,03m$. Nếu nhiệt độ tăng lên 5°C thì nước biển sẽ dâng lên $0,1m$ và người ta đưa ra công thức tổng quát như sau: Nếu nhiệt độ trung bình của trái đất tăng lên $t^{\circ}\text{C}$ thì nước biển dâng lên $f(t) = k \cdot a^t (m)$ trong đó k, a là các hằng số dương. Hỏi khi nhiệt độ trung bình của trái đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì mực nước biển dâng lên $0,2m$?

- A. $9,2^{\circ}\text{C}$. B. $8,6^{\circ}\text{C}$. C. $7,6^{\circ}\text{C}$. D. $6,7^{\circ}\text{C}$.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\frac{1}{2} f(x) - m = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			0		0		0	
	$-\infty$			-3				$+\infty$

A. $m = 0$ hoặc $m < -\frac{3}{2}$

B. $m = 0$ hoặc $m < -3$

C. $m < -\frac{3}{2}$

D. $m < -3$

Câu 44. Một hình trụ có bán kính $r = 5$ và khoảng cách giữa hai đáy $h = 7$. Cắt khối trụ bởi mặt phẳng song song với trục và cách trụ 3cm . Diện tích thiết diện tạo thành là

A. 56 cm^2

B. 55 cm^2

C. 53 cm^2

D. 46 cm^2

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $\int_0^1 (2x - 2)f'(x)dx = 6$ và $f(0) = 6$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ có giá trị bằng

A. -3 .

B. -9 .

C. 3 .

D. 6 .

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Biết $f(0) < 0$, hỏi phương trình $f(|x|) = f(0)$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 4

B. 2.

C. 3.

D. 5.

Câu 47. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $\log(x + 2y) = \log x + \log y$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \frac{x^2}{1+2y} + \frac{4y^2}{1+x}$ là

A. 6

B. $\frac{32}{5}$.

C. $\frac{31}{5}$.

D. $\frac{29}{5}$.

Câu 48. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên $[0; 2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1

B. 2.

C. 6.

D. 0.

Câu 49. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36, độ dài đường chéo $AC' = 6$. Hỏi thể tích của khối hộp lớn nhất bằng bao nhiêu ?

A. 8

B. $16\sqrt{2}$.

C. $8\sqrt{2}$

D. $24\sqrt{3}$

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 \frac{2x + y + 1}{x + y} = x + 2y$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $T = \frac{1}{x} + \frac{2}{\sqrt{y}}$.

A. $3 + \sqrt{3}$

B. 4.

C. $3 + 2\sqrt{3}$

D. 6

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.B	5.C	6.A	7.D	8.B	9.B	10.C
11.A	12.B	13.A	14.C	15.A	16.C	17.D	18.C	19.B	20.B
21.A	22.A	23.D	24.C	25.A	26.C	27.C	28.A	29.C	30.D
31.C	32.A	33.D	34.A	35.B	36.D	37.A	38.C	39.B	40.D
41.B	42.D	43.A	44.A	45.C	46.C	47.B	48.B	49.B	50.D

Câu 1. Lớp 12C có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh cho đội cờ đỏ của lớp?

- A. A_{40}^2 . B. $C_{25}^2 + C_{15}^2$. C. $C_{25}^1 \cdot C_{15}^1$. D. C_{40}^2 .

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Tìm u_7 .

- A. 64. B. 128. C. 13. D. 15.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{3x} = 2^{x+2020}$ là

- A. 505. B. 2017. C. 2020. D. 1010.

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 100. B. 80. C. 20. D. 64.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \ln(x-3)$ là:

- A. $(3; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(e; +\infty)$

Câu 6. Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$ B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$ D. $\int \frac{1}{\cos x} dx = \tan x + C$

Câu 7. Thể tích V của khối trụ có bán kính và chiều cao đều bằng $5a$ là

- A. $25\pi a^3$. B. $50\pi a^3$. C. $75\pi a^3$. D. $125\pi a^3$.

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a và có chiều cao $h = a$ là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho quay hình chữ nhật $ABCD$ ($AB > AD$) một vòng quanh cạnh CD cố định, ta được một hình trụ. Biết diện tích hình chữ nhật bằng 4 và chiều cao hình trụ bằng $\frac{10}{\pi}$. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

- A. 2π . B. 8π . C. 4π . D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	4	2	4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 4)$. B. $(1; 3)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(3; 5)$.

Câu 11. Với $a; b$ là các số thực dương tùy ý, $\log_a b^3$ bằng

- A. $6\log_a b$. B. $-\frac{3}{2}\log_a b$. C. $\frac{2}{3}\log_a b$. D. $\frac{3}{2}\log_a b$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của mặt cầu bán kính $2R$ là

- A.** $4\pi R^2$. **B.** $\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $16\pi R^2$. **D.** $\frac{16}{3}\pi R^2$.

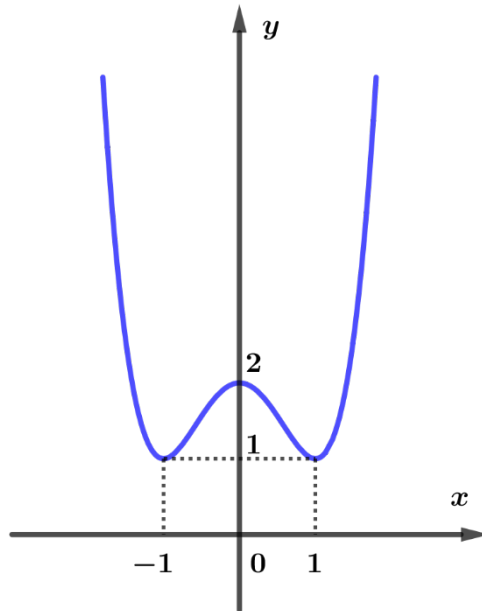
Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

- A.** $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 4$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A.** $y = \frac{x-1}{x+2}$. **B.** $y = x^3 - 3x + 2$.
C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{2x+1}$ là

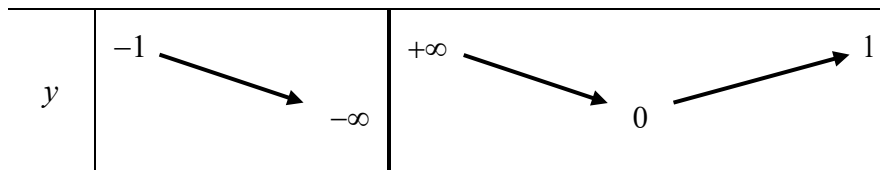
- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = -\frac{1}{2}$. **C.** $y = \frac{1}{2}$. **D.** $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq \frac{1}{2}$ là

- A.** $(-\infty; -1]$. **B.** $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. **C.** $[-1; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	



Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 1$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 18. Nếu $\int_2^3 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 g(x) dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x] dx$ bằng

- A. 8. B. 4. C. 6. D. 11.

Câu 19: Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là

- A. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$. B. $\frac{1}{z} = 4 + 3i$. C. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. D. $\frac{1}{z} = 3 - 4i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Modul của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. 10. B. $10\sqrt{2}$. C. -10. D. 20.

Câu 21. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = z - 2\bar{z}$ là

- A. $Q(-2; 9)$. B. $P(-2; -9)$. C. $M(-2; 3)$. D. $N(2; 9)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(1; -2; 3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

- A. $(1; -2; 0)$. B. $(1; 0; 0)$. C. $(0; -2; 3)$. D. $(0; 2; 3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 2; 2)$ và $B(1; 0; -2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

- A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

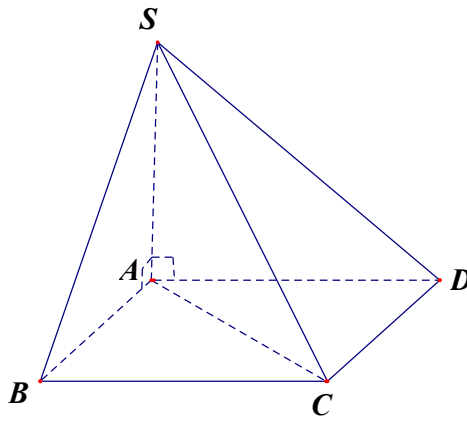
- A. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 0)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 3; 2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -3; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 3; 2)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 4t \\ z = -t \end{cases}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ

phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_1 = (3; -4; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (-3; 4; 0)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 3; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (3; -4; 1)$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và (SAB) là bao nhiêu?



- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$			6		8		$+\infty$
y'		2						
		-		+	0	-		+

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
 B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = 8$.
 D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 2.
- Câu 28.** Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ là

- A. $-\frac{158}{27}$. B. $\frac{15}{3}$. C. 9. D. -7.

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{4^a}{2^{b^2}} \right) = 1 + \log_4 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a - b^2 = 3$. B. $4a = 3b^2$. C. $2a = 3b^2$. D. $4a - 2b^2 = 3$.

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$ và đường thẳng $y = 2x - 1$ là

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 2^x - 12 < 0$ là

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh BC là

- A. 27π . B. 8π . C. 48π . D. 16π .

Câu 33. Xét $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$, nếu đặt $u = \sqrt{x^2+1}$ thì $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1} dx$ bằng

- A. $\int_0^2 u^2 du$. B. $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{2}} u^2 du$. C. $\frac{1}{2} \int_0^2 u^2 du$. D. $\int_1^{\sqrt{2}} u^2 du$.

Câu 34. Diện tích hình S giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x - 1$, $x = -1$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây.

A. $\int_{-1}^1 (x^2 + x - 1) dx.$

B. $\pi \int_{-1}^1 (x^2 - x + 1) dx.$

C. $\int_{-1}^1 (x^2 - x + 1)^2 dx.$

D. $\int_{-1}^1 (x^2 - x + 1) dx.$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 3 - i$. Tìm số phức liên hợp của $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $\bar{z} = 1 + i.$

B. $\bar{z} = 1 - i.$

C. $\bar{z} = -1 - i.$

D. $\bar{z} = -1 + i.$

Câu 36. Tìm tham số thực m để phương trình $z^2 - (7 - m)z + 17 = 0$ nhận số phức $z = 4 - i$ làm một nghiệm.

A. $m = -1.$

B. $m = 1.$

C. $m = -2.$

D. $m = 2.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có phương trình là

A. $4x + y + 4z + 9 = 0.$

B. $4x + y + 4z - 9 = 0.$

C. $4x - y - 4z - 7 = 0.$

D. $4x - y + 4z - 7 = 0.$

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-z}{1}.$

B. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}.$

C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}.$

D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}.$

Câu 39. Cần xếp 4 quyển sách Toán, 2 quyển sách Anh, 2 quyển sách Lý vào một kệ sách, các quyển sách đôi một khác nhau. Xác suất để sách Lý xếp liền nhau và chỉ xếp cạnh sách Toán là:

A. $\frac{5}{42}.$

B. $\frac{1}{10}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{7}{35}.$

Câu 40. Cho lăng trụ đáy tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $2a$. Hình chiếu của A' lên mặt đáy trùng với trung điểm M của cạnh BC . Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$.

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}.$

B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}.$

C. $\frac{2\sqrt{7}a}{7}.$

D. $\frac{2\sqrt{39}a}{13}.$

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{m-1}{2}x^2 + mx - \ln x + 2$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Câu 42. Do một sự cố trong phòng thí nghiệm, một loại virus mới được hình thành tạm gọi tên là virus Nacoro. Số lượng loại virus này tăng trưởng theo công thức $s(t) = A.e^{rt}$, trong đó A là số lượng virus ban đầu, $s(t)$ là số lượng virus có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng với tỉ lệ tăng trưởng là 8% và sau 2 phút số lượng virus là 60 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, với tỉ lệ tăng trưởng như trên số lượng virus đạt 30 triệu con, đủ lớn để thoát ra khỏi phòng thí nghiệm. (Lấy kết gần đúng nhất)

A. 79 phút.

B. 80 phút.

C. 81 phút.

D. 82 phút.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1-x^2)$ là:

- A.** 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DM = 3MC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên BM . Tính diện tích xung quanh khối nón được sinh ra khi quay tam giác SAH xung quanh cạnh SA .

- A.** $\frac{4\pi a^2 \sqrt{118}}{17}$. **B.** $\frac{\pi a^2 \sqrt{118}}{17}$. **C.** $\frac{4\pi a^2 \sqrt{118}}{\sqrt{17}}$. **D.** $\frac{4a^2 \sqrt{118}}{17}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = \sin x \cdot \sin^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A.** $\frac{\pi}{2} + \frac{217}{450}$. **B.** $\frac{\pi}{2} - \frac{104}{225}$. **C.** $\frac{\pi}{2} + \frac{121}{225}$. **D.** $-\frac{\pi}{2} - \frac{121}{450}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3|f(3x-1)| - 1 = 0$ là

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 47. Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\log_5 x + \log_5 (7y) \geq \log_5 (x^2 + 7y)$. Giá trị

nhỏ nhất của $P = 4x + 7y$ có dạng $a\sqrt{b} + c$ trong đó a, b, c là số tự nhiên và $a > 1$. Xác định:

- A.** $a + b + c = 13$. **B.** $a + b + c = 12$.
C. $a + b + c = 11$. **D.** $a + b + c = 10$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[0;2]} [f(x)]^2 + \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = 2020$. Số tập con của S là:

- A.** 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 2. Hai điểm M, N lần lượt thuộc cạnh SB, SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$ ($0 < k < 1$). Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại K . Tìm k để khối đa diện lồi $AMKNDC$ có thể tích bằng 1?

A. $k = \frac{1}{3}$.

B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{2}{3}$.

Câu 50. Cho phương trình: $(2x^2 - 2x + 1) \cdot 2^{2x^3 + 2x^2 - 4x + 4 - 2m} = -x^3 + x^2 + m - 1$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm $x \in [1; 2]$?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

1D	2A	3D	4B	5A	6D	7D	8B	9B	10D
11D	12C	13B	14C	15B	16A	17C	18D	19C	20B
21B	22C	23A	24C	25D	26C	27C	28A	29D	30B
31B	32D	33D	34D	35B	36A	37B	38B	39A	40D
41C	42B	43B	44A	45B	46A	47A	48B	49D	50D

Câu 1. Lớp 12C có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh cho đội cờ đỏ của lớp?

A. A_{40}^2 .

B. $C_{25}^2 + C_{15}^2$.

C. $C_{25}^1 \cdot C_{15}^1$.

D. C_{40}^2 .

Lời giải

Chọn D

Số học sinh lớp 12C là $25 + 15 = 40$ học sinh.
Số cách chọn 2 học sinh từ 40 học sinh là C_{40}^2 cách.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$. Tìm u_7 .

A. 64.

B. 128.

C. 13.

D. 15.

Lời giải

Chọn A

Cấp số nhân (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$. (với u_1 là số hạng đầu và q là công bội)
Suy ra $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 2^6 = 64$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^{3x} = 2^{x+2020}$ là

A. 505.

B. 2017.

C. 2020.

D. 1010.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tương đương với $3x = x + 2020 \Leftrightarrow x = 1010$.

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 100.

B. 80.

C. 20.

D. 64.

Lời giải

Chọn B

Lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5 nên có chiều cao $h = 5$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{ABCD} \cdot h = 4^2 \cdot 5 = 80$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \ln(x-3)$ là:

A. $(3; +\infty)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$

D. $(e; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (3; +\infty)$.

Câu 6. Công thức nguyên hàm nào sau đây **không đúng**?

A. $\int \cos x dx = \sin x + C$

B. $\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \quad (\alpha \neq -1)$

C. $\int \sin x dx = -\cos x + C$

D. $\int \frac{1}{\cos x} dx = \tan x + C$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ nên công thức ở đáp án D không đúng.

Câu 7. Thể tích V của khối trụ có bán kính và chiều cao đều bằng $5a$ là

A. $25\pi a^3$.

B. $50\pi a^3$.

C. $75\pi a^3$.

D. $125\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = h \cdot \pi R^2 = 5a \cdot \pi \cdot (5a)^2 = 125\pi a^3$

Câu 8. Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a và có chiều cao $h = a$ là:

A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $V = h \cdot S_{\text{đáy}} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 9. Cho quay hình chữ nhật $ABCD$ ($AB > AD$) một vòng quanh cạnh CD cố định, ta được một hình trụ. Biết diện tích hình chữ nhật bằng 4 và chiều cao hình trụ bằng $\frac{10}{\pi}$. Diện tích xung quanh hình trụ đã cho bằng

A. 2π .

B. 8π .

C. 4π .

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Diện tích xung quanh của hình trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot \frac{4}{\frac{10}{\pi}} \cdot \frac{10}{\pi} = 8\pi.$$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	5	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	4	2	4	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 4)$.

B. $(1; 3)$.

C. $(3; +\infty)$.

D. $(3; 5)$.

Lời giải

Chọn D.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; 5)$.

Câu 11. Với $a; b$ là các số thực dương tùy ý, $\log_{a^2} b^3$ bằng

A. $6\log_a b$.

B. $-\frac{3}{2}\log_a b$.

C. $\frac{2}{3}\log_a b$.

D. $\frac{3}{2}\log_a b$.

Lời giải

Chọn D.

Áp dụng công thức ta có $\log_{a^2} b^3 = \frac{3}{2}\log_a b$.

Câu 12. Diện tích xung quanh của mặt cầu bán kính $2R$ là

A. $4\pi R^2$.

B. $\frac{4}{3}\pi R^2$.

C. $16\pi R^2$.

D. $\frac{16}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn C.

Áp dụng công thức ta có: $S = 4\pi(2R)^2 = 16\pi R^2$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	0	4	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

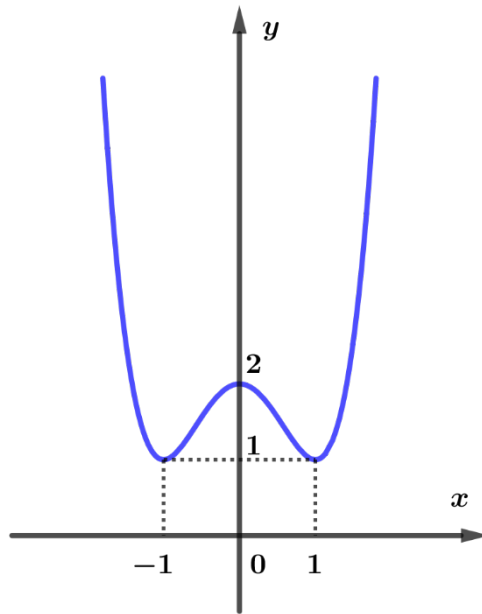
D. $x = 4$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên, $f'(-1) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = -1$. Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

Câu 14. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = \frac{x-1}{x+2}$.

B. $y = x^3 - 3x + 2$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

D. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Loại các đáp án A, B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1; 1)$ nên loại đáp án D.

Câu 15. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1-x}{2x+1}$ là

A. $x = \frac{1}{2}$.

B. $x = -\frac{1}{2}$.

C. $y = \frac{1}{2}$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^+} \frac{1-x}{2x+1} = +\infty$.

$\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^-} \frac{1-x}{2x+1} = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq \frac{1}{2}$ là

A. $(-\infty; -1]$.

B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

C. $[-1; +\infty)$.

D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $2^x \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^x \leq 2^{-1} \Leftrightarrow x \leq -1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(-\infty; -1]$.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	$-$	$+$	
y	-1	$+\infty$	0	1

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 5 = 1$ là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

$$3f(x) - 5 = 1 \Leftrightarrow f(x) = 2$$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 2$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y = 2$ và đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 1 điểm.

Vậy phương trình $f(x) = 2$ có 1 nghiệm.

Câu 18. Nếu $\int_2^3 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 g(x) dx = -1$ thì $\int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x] dx$ bằng

A. 8.

B. 4.

C. 6.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\begin{aligned} \int_2^3 [f(x) - g(x) + 2x] dx &= \int_2^3 f(x) dx - \int_2^3 g(x) dx + \int_2^3 2x dx \\ &= 5 + 1 + x^2 \Big|_2^3 = 6 + 5 = 11 \end{aligned}$$

Câu 19: Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là

A. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

B. $\frac{1}{z} = 4 + 3i$.

C. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

D. $\frac{1}{z} = 3 - 4i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 4i$ là $\frac{1}{z} = \frac{1}{3 + 4i} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - 4i$. Modul của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

A. 10.

B. $10\sqrt{2}$.

C. -10.

D. 20.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1.z_2 = (3+i).(2-4i) = 10-10i$. Vậy $|z_1.z_2| = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}$

Câu 21. Cho số phức $z = 2-3i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = z - 2\bar{z}$ là

A. $Q(-2;9)$.

B. $P(-2;-9)$.

C. $M(-2;3)$.

D. $N(2;9)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $w = 2-3i - 2(2+3i) = -2-9i$

Vậy điểm biểu diễn số phức w là $P(-2;-9)$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $E(1;-2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;-2;0)$.

B. $(1;0;0)$.

C. $(0;-2;3)$.

D. $(0;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm E trên mặt phẳng (Oyz) là: $(0;-2;3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3;2;2)$ và $B(1;0;-2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 3$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm mặt cầu, khi đó I là trung điểm của đoạn AB nên $I(-1;1;0)$.

Gọi R là bán kính mặt cầu, suy ra $R = IA = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 2^2} = 3$.

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}$.

Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) .

A. $\vec{n}_1 = (-2;1;0)$.

B. $\vec{n}_2 = (1;3;2)$.

C. $\vec{n}_3 = (1;-3;-2)$.

D. $\vec{n}_4 = (2;3;2)$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên vectơ chỉ phương của đường thẳng d chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) , mà đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -3; -2)$, suy ra một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_3 = (1; -3; -2)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + 4t \\ z = -t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ

phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_1 = (3; -4; 0)$.

B. $\vec{u}_2 = (-3; 4; 0)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 3; 0)$.

D. $\vec{u}_4 = (3; -4; 1)$.

Lời giải

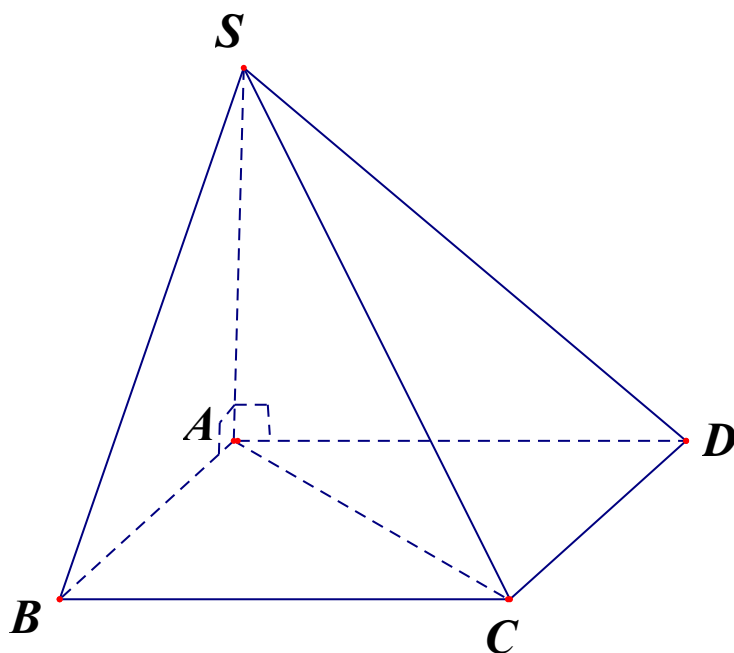
Chọn D

Dựa vào phương trình tham số của đường thẳng d đã cho ta có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-3; 4; -1)$.

Khi đó $k\vec{u} (k \neq 0)$ cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

Cho $k = -1$ ta được $\vec{u}_4 = (3; -4; 1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = AC = a\sqrt{2}$. Góc giữa SC và (SAB) là bao nhiêu?



A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có $CB \perp AB$ (vì $ABCD$ là hình vuông).

Mặt khác, $CB \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$ mà $BC \subset (ABCD)$).

Suy ra $CB \perp (SAB)$. Khi đó góc giữa SC và (SAB) là góc giữa SC và SB hay góc $\widehat{CSB}$.

Xét hình vuông $ABCD$ ta có $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

Từ đó, trong tam giác SBC vuông tại B ta có $SB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ nên

$$\tan \widehat{BSC} = \frac{BC}{SB} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{BSC} = 30^\circ.$$

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$			6			8		$+\infty$
y'		2							
		-		+	0	-		+	

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 5.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = 8$.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 2.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và $x = 8$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 1$. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ là

A. $\frac{-158}{27}$.

B. $\frac{15}{3}$.

C. 9.

D. -7 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = -3x^2 + 8x - 5$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 8x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [1; 3] \text{ hoặc } x = \frac{5}{3} \in [1; 3].$$

Ta có:

$$f(1) = -1, f\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{-23}{27}, f(3) = -5.$$

$$\text{Vậy } \max_{[1; 3]} f(x) = \frac{-23}{27} \text{ khi } x = \frac{5}{3}.$$

$$\min_{[1; 3]} f(x) = -5 \text{ khi } x = 3.$$

Câu 29. Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_2 \left(\frac{4^a}{2^{b^2}} \right) = 1 + \log_4 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a - b^2 = 3$.

B. $4a = 3b^2$.

C. $2a = 3b^2$.

D. $4a - 2b^2 = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 \left(\frac{4^a}{2^{b^2}} \right) = 1 + \log_4 2 \Leftrightarrow \log_2 2^{2a} - \log_2 2^{b^2} = 1 + \log_{2^2} 2 \Leftrightarrow 2a - b^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow 4a - 2b^2 = 3.$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$ và đường thẳng $y = 2x - 1$ là

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$ và đường thẳng $y = 2x - 1$ là 3.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 2^x - 12 < 0$ là

A. $(0; 2)$.

B. $(-\infty; 2)$.

C. $(-\infty; 0)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = 2^x > 0$ ta được bất phương trình $t^2 - t - 12 < 0 \Leftrightarrow (t - 4)(t + 3) < 0 \Leftrightarrow -3 < t < 4$. Kết hợp $t > 0$ ta được $0 < t < 4$. Thay $t = 2^x$ ta được $0 < 2^x < 4 \Leftrightarrow x < 2$. vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 2)$.

Câu 32. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh bằng 4. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh BC là

A. 27π .

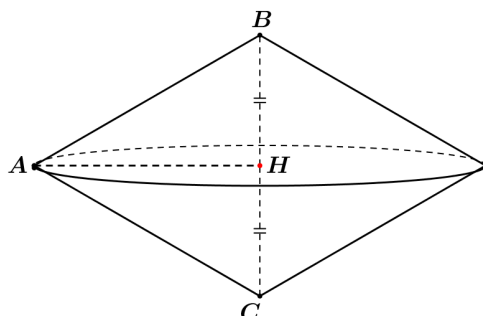
B. 8π .

C. 48π .

D. 16π .

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm BC .

Khi quay hình tam giác ABC quanh cạnh BC ta được hai khối nón bằng nhau có:

+ Bán kính $r = AH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

+ Chiều cao là $h = BH = CH = \frac{1}{2}BC = 2$.

$$\Rightarrow V = 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{3})^2 \cdot 2 = 16\pi.$$

Câu 33. Xét $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$, nếu đặt $u = \sqrt{x^2+1}$ thì $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx$ bằng

A. $\int_0^2 u^2 du.$

B. $\frac{1}{2} \int_0^{\sqrt{2}} u^2 du.$

C. $\frac{1}{2} \int_0^2 u^2 du.$

D. $\int_1^{\sqrt{2}} u^2 du.$

Lời giải

Chọn D

Đặt $u = \sqrt{x^2+1} \Rightarrow u^2 = x^2+1 \Rightarrow 2udu = 2xdx \Rightarrow xdx = udu.$

Đổi cận $\begin{cases} x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=1 \Rightarrow u=\sqrt{2} \end{cases}.$

Vậy $\int_0^1 x\sqrt{x^2+1}dx = \int_0^1 \sqrt{x^2+1}.xdx = \int_1^{\sqrt{2}} u.udu = \int_1^{\sqrt{2}} u^2 du.$

Câu 34. Diện tích hình S giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = x-1$, $x = -1$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào dưới đây.

A. $\int_{-1}^1 (x^2 + x - 1) dx.$

B. $\pi \int_{-1}^1 (x^2 - x + 1) dx.$

C. $\int_{-1}^1 (x^2 - x + 1)^2 dx.$

D. $\int_{-1}^1 (x^2 - x + 1) dx.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 - (x-1) = x^2 - x + 1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

Do đó $S = \int_{-1}^1 (x^2 - (x-1)) dx = \int_{-1}^1 (x^2 - x + 1) dx.$

Câu 35. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = 3-i$. Tìm số phức liên hợp của $z = \frac{z_2}{z_1}$.

A. $\bar{z} = 1+i.$

B. $\bar{z} = 1-i.$

C. $\bar{z} = -1-i.$

D. $\bar{z} = -1+i.$

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$z = \frac{z_2}{z_1} = \frac{3-i}{1-2i} = \frac{(3-i)(1+2i)}{5} = \frac{5+5i}{5} = 1+i.$$

Vậy $\bar{z} = 1-i.$

Câu 36. Tìm tham số thực m để phương trình $z^2 - (7-m)z + 17 = 0$ nhận số phức $z = 4-i$ làm một nghiệm.

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Vì $z = 4 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 - (7 - m)z + 17 = 0$ (1)

nên $\bar{z} = 4 + i$ cũng là một nghiệm của (1).

Theo định lý Viet:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \begin{cases} z + \bar{z} = 7 - m \\ z \cdot \bar{z} = 17 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} (4 - i) + (4 + i) = 7 - m \\ (4 - i)(4 + i) = 17 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ 17 = 17(\text{đúng}) \end{cases} \Leftrightarrow m = -1. \end{aligned}$$

Vậy $m = -1$ thì thỏa đề.

Cách 2:

Vì $z = 4 - i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 - (7 - m)z + 17 = 0$ (1)

nên

$$\begin{aligned} (4 - i)^2 - (7 - m)(4 - i) + 17 &= 0 \\ \Leftrightarrow 15 - 8i - (28 - 7i - 4m + mi) + 17 &= 0 \\ \Leftrightarrow 4 + 4m + (-m - 1)i &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 4m = 0 \\ -m - 1 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow m = -1. \end{aligned}$$

Vậy $m = -1$ thì thỏa đề.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt

phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có phương trình là

A. $4x + y + 4z + 9 = 0$.

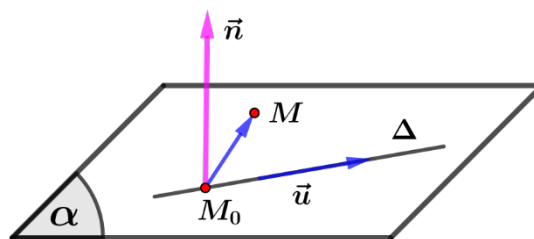
B. $4x + y + 4z - 9 = 0$.

C. $4x - y - 4z - 7 = 0$.

D. $4x - y + 4z - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 4; -2)$. Lấy điểm $M_0(3; 1; -1)$ thuộc đường thẳng Δ .

Ta có: $\overrightarrow{M_0M} = (-1; 0; 1)$. Khi đó $\vec{n} = [\overrightarrow{M_0M}, \vec{u}] = (-4; -1; -4)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Mặt phẳng (α) đi qua $M(2; 1; 0)$ và nhận $\vec{n} = (-4; -1; -4)$ làm vector pháp tuyến có phương trình: $-4(x-2) - (y-1) - 4(z-0) = 0 \Leftrightarrow 4x + y + 4z - 9 = 0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) : $4x + y + 4z - 9 = 0$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 0)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y + z - 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x+3}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{-z}{1}$.

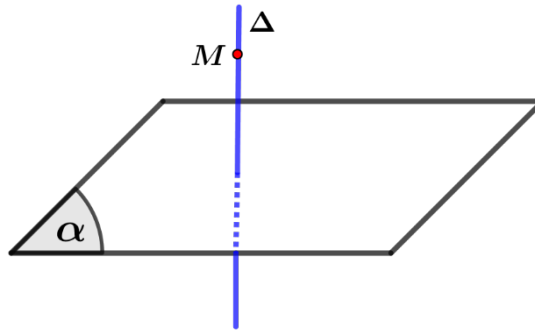
B. $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

C. $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}$.

D. $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên nhận vector $\vec{u} = \vec{n} = (3; -2; 1)$ làm vector chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua $M(3; 1; 0)$ và nhận $\vec{u} = (3; -2; 1)$ làm vector chỉ phương nên có phương trình là: $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ : $\frac{x-3}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{1}$.

Câu 39. Cần xếp 4 quyển sách Toán, 2 quyển sách Anh, 2 quyển sách Lý vào một kệ sách, các quyển sách đôi một khác nhau. Xác suất để sách Lý xếp liền nhau và chỉ xếp cạnh sách Toán là

A. $\frac{5}{42}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{7}{35}$.

Lời giải

Chọn A

$$n(\Omega) = 8! = 40320$$

Đánh số các vị trí cần xếp từ 1 đến 8

Gọi A là biến cố: "sách Lý xếp liền nhau và chỉ xếp cạnh sách Toán"

Xét kết quả thuận lợi cho A:

Trường hợp 1: Sách Lý xếp vị trí 1, 2, khi đó

Xếp 2 sách Lý vào 2 vị trí đó có $2!$ cách

Chọn sách Toán xếp cạnh sách Lý có 4 cách

Xếp 5 sách còn lại vào 5 vị trí còn lại có $5!$ cách

Trường hợp này có $2! \cdot 4 \cdot 5! = 960$ cách

Trường hợp 2: Sách Lý xếp vị trí 7,8

tương tự trường hợp 1 có: $2! \cdot 4 \cdot 5! = 960$ cách

Trường hợp 3: hai sách Lý xếp ở các vị trí thứ $i, i+1$ với $i = 2, 3, \dots, 6$; khi đó:

Xếp 2 sách Lý vào 2 vị trí đó có $2!$ cách

Chọn 2 sách Toán xếp vị trí $i-1, i+2$ có A_4^2 cách

Xếp 4 sách còn lại vào 4 vị trí còn lại có $4!$ cách

Trường hợp này có $5 \cdot 2! \cdot A_4^2 \cdot 4! = 2880$ cách

Suy ra $n(A) = 960 + 960 + 2880 = 4800$

$$\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{42}$$

Câu 40. Cho lăng trụ đáy tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh $2a$. Hình chiếu của A' lên mặt đáy trùng với trung điểm M của cạnh BC . Biết góc tạo bởi $A'B$ và mặt đáy là 60° . Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(AB'C)$.

A. $\frac{a\sqrt{39}}{13}$.

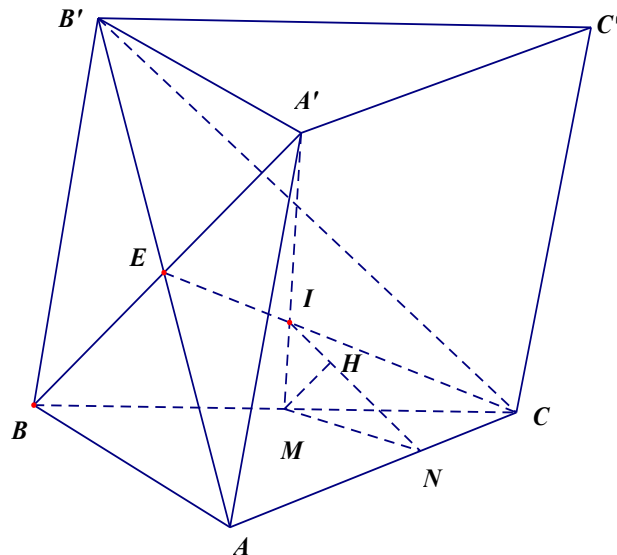
B. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$

C. $\frac{2\sqrt{7}a}{7}$.

D. $\frac{2\sqrt{39}a}{13}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có, $BM \cap (AB'C) = C \Rightarrow d(B, (AB'C)) = 2d(M, (AB'C))$.

Trong $mp(ABB'A')$, gọi $E = A'B \cap AB'$, trong $mp(A'BC)$ gọi $I = CE \cap A'M$

Trong $mp(ABC)$, kẻ MN vuông góc với AC tại N .

Ta có, $(A'MN) \cap (AB'C) = NI$.

$\left. \begin{array}{l} AC \perp MN \\ AC \perp A'M (A'M \perp (ABC)) \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (A'MN) \Rightarrow (AB'C) \perp (A'MN) \text{ theo giao tuyến } NI$.

Trong $mp(A'MN)$, kẻ MH vuông góc với IN tại H .

$$\Rightarrow MH \perp (AB'C) \Rightarrow MH = d(M, (AB'C)).$$

Do M là hình chiếu của A' lên $(ABC) \Rightarrow \widehat{A'B, (ABC)} = \widehat{A'B, BM} = \widehat{A'BM} = 60^\circ$.

Do $\triangle MNC$ vuông tại $N \Rightarrow MN = MC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $\triangle A'MB$ vuông tại $M \Rightarrow A'M = BM \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Do I là trọng tâm tam giác $\triangle A'BC \Rightarrow IM = \frac{1}{3}A'M = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét $\triangle IMN$ vuông tại M : $\frac{1}{MH^2} = \frac{1}{MI^2} + \frac{1}{MN^2} = \frac{13}{3a^2} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{39}}{13}$.

Vậy $d(B, (AB'C)) = 2d(M, (AB'C)) = 2MH = \frac{2\sqrt{39}a}{13}$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $y = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} - \frac{m-1}{2}x^2 + mx - \ln x + 2$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.

A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = x^3 - 2x^2 - (m-1)x + m - \frac{1}{x}$

Hàm số đồng biến trong $(3; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x > 3 \Leftrightarrow m \leq \frac{x^3 - 2x^2 + x - \frac{1}{x}}{x-1}; \forall x > 3$

Đặt $f(x) = \frac{x^4 - 2x^3 + x^2 - 1}{x(x-1)} = x^2 - x - \frac{1}{x^2 - x}$

Vì $f(x)$ liên tục trên $[3; +\infty)$ và trong $[3; +\infty)$

$\begin{cases} \min(x^2 - x) = 6 \Leftrightarrow x = 3 \\ \max \frac{1}{x^2 - x} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 3 \end{cases}$ nên $\min f(x) = \frac{35}{6}$ trong $[3; +\infty)$ nên $m \leq \frac{35}{6}$. Và $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Do đó có 5 số nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Do một sự cố trong phòng thí nghiệm, một loại virus mới được hình thành tạm gọi tên là virus Nacoro. Số lượng loại virus này tăng trưởng theo công thức $s(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng virus ban đầu, $s(t)$ là số lượng virus có sau t (phút), r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$), t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng. Biết rằng với tỉ lệ tăng trưởng là 8% và sau 2 phút số lượng virus là 60 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc bắt đầu, với tỉ lệ tăng trưởng như trên số lượng virus đạt 30 triệu con, đủ lớn để thoát ra khỏi phòng thí nghiệm. (Lấy kết gần đúng nhất)

A. 79 phút.

B. 80 phút.

C. 81 phút.

D. 82 phút.

Lời giải

Chọn B

Với tỉ lệ tăng trưởng là 8% và sau 2 phút số lượng virus là 60 nghìn con nên ta có

$$60.10^3 = A.e^{8\%.2} \Leftrightarrow A = \frac{60.10^3}{e^{8\%.2}}$$

$$\text{Số lượng virus đạt 30 triệu con khi : } 30.10^6 = A.e^{8\%.t} \Leftrightarrow 30.10^6 = \frac{60.10^3}{e^{8\%.2}}.e^{8\%.t}$$

$$\Leftrightarrow 500 = e^{8\%.(t-2)} \Leftrightarrow \ln 500 = 8\%(t-2) \Leftrightarrow t-2 = \frac{\ln 500}{8\%} \Leftrightarrow t \approx 79.68$$

Vậy số phút cần để số lượng virus đạt 30 triệu gần với 80 phút nhất.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(1-x^2)$ là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = [f(1-x^2)]' = -2xf'(1-x^2)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(1-x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 1-x^2 = a \in (-\infty; 1) \\ 1-x^2 = b \in (1; 3) \\ 1-x^2 = c \in (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1-a \in (0; +\infty) \\ x^2 = 1-b \in (-2; 0) \text{ (vn)} \\ x^2 = 1-c \in (-\infty; -2) \text{ (vn)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{1-a} \neq 0 \end{cases} \text{ là 3 nghiệm đơn phân biệt}$$

Vậy hàm số $y = f(1-x^2)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là điểm thuộc cạnh CD sao cho $DM = 3MC$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên BM . Tính diện tích xung quanh khối nón được sinh ra khi quay tam giác SAH xung quanh cạnh SA .

A. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{118}}{17}$.

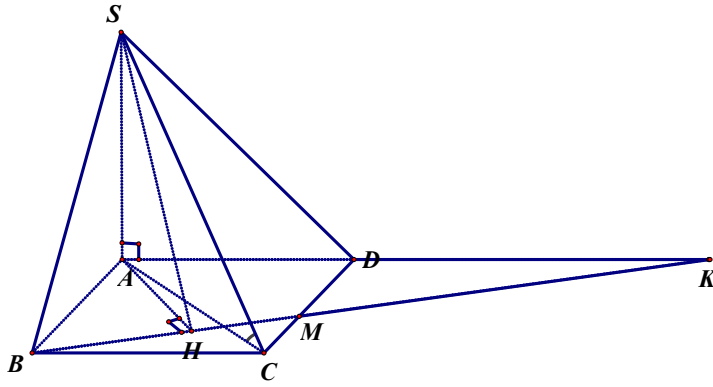
B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{118}}{17}$.

C. $\frac{4\pi a^2 \sqrt{118}}{\sqrt{17}}$.

D. $\frac{4a^2 \sqrt{118}}{17}$.

Lời giải

Chọn A



Trong (SBM) , $SH \perp BM$

Từ giả thiết ta có $\widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow SA = a\sqrt{6}$

Ta có $\begin{cases} BM \perp SH \\ BM \perp SA \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAH) \Rightarrow BM \perp AH$

Trong $(ABCD)$, gọi $BM \cap AD = K$

Xét tam giác ABK có $DM \parallel AB$

$$\Rightarrow \frac{KD}{KA} = \frac{DM}{AB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{KA}{KD} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{DA}{KD} = \frac{4}{3} \Rightarrow KA = 4a$$

Xét tam giác ABK vuông tại A đường cao AH có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow AH = \frac{4a}{\sqrt{17}}$$

Xét tam giác vuông SAH có $SH = a\sqrt{\frac{118}{17}}$

Ta có tam giác SAH vuông tại A. Nên diện tích xung quanh hình nón được sinh ra khi quay tam giác SAH xung quanh cạnh SA là:

$$\Rightarrow S_{xq} = \pi \cdot AH \cdot SH = \pi \cdot \frac{4a}{\sqrt{17}} \cdot \frac{a\sqrt{118}}{\sqrt{17}} = \frac{4\pi a^2 \sqrt{118}}{17}$$

(Có thể dùng phương pháp tọa độ nếu học sinh biết công thức khoảng cách từ điểm đến đường thẳng trong không gian)

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = \sin x \cdot \sin^2 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{\pi}{2} + \frac{217}{450}$.

B. $\frac{\pi}{2} - \frac{104}{225}$.

C. $\frac{\pi}{2} + \frac{121}{225}$.

D. $-\frac{\pi}{2} - \frac{121}{450}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f'(x) = \sin x \cdot \sin^2 2x = \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{2} \sin x \cdot \cos 4x = \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{4} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 5x.$$

Do đó

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(\frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{4} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 5x \right) dx = -\frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{12} \cos 3x + \frac{1}{20} \cos 5x + C.$$

Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ nên $C=1$. Suy ra $f(x)=-\frac{1}{2}\cos x-\frac{1}{12}\cos 3x+\frac{1}{20}\cos 5x+1$.

$$\text{Vậy } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{1}{2}\cos x - \frac{1}{12}\cos 3x + \frac{1}{20}\cos 5x + 1\right) dx = \frac{\pi}{2} - \frac{104}{225}.$$

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$			$-$	0	$+$
y	$+\infty$		$-\infty$		$+\infty$		$+\infty$

Đường kẻ đứt dọc tại $x=0$. Các mũi tên chỉ hướng biến thiên: từ $+\infty$ xuống $-\infty$ khi $x \rightarrow 0^-$; từ $+\infty$ xuống 3 khi $x \rightarrow 0^+$; từ 3 lên $+\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$.

Số nghiệm của phương trình $3|f(3x-1)|-1=0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=3x-1$, ta có phương trình trở thành $|f(t)|=\frac{1}{3}$. Với mỗi nghiệm t thì có một nghiệm $x=\frac{t+1}{3}$ nên số nghiệm t của phương trình $|f(t)|=\frac{1}{3}$ bằng số nghiệm x của phương trình $3|f(3x-1)|-1=0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ là

x	$-\infty$		x_0		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		0		$+\infty$		3		$+\infty$

Đường kẻ đứt dọc tại $x=0$. Các mũi tên chỉ hướng biến thiên: từ $+\infty$ xuống 0 khi $x \rightarrow x_0^-$; từ 0 lên $+\infty$ khi $x \rightarrow x_0^+$; từ $+\infty$ xuống 3 khi $x \rightarrow 0^+$; từ 3 lên $+\infty$ khi $x \rightarrow +\infty$.

Suy ra phương trình $|f(t)|=\frac{1}{3}$ có 2 nghiệm phân biệt nên phương trình $3|f(3x-1)|-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 47. Cho x, y là số thực dương thỏa mãn $\log_5 x + \log_5 (7y) \geq \log_5 (x^2 + 7y)$. Giá trị

nhỏ nhất của $P=4x+7y$ có dạng $a\sqrt{b}+c$, trong đó a, b, c là số tự nhiên và $a > 1$. Xác định:

A. $a+b+c=13$.

B. $a+b+c=12$.

C. $a+b+c=11$.

D. $a+b+c=10$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ } \log_5 x + \log_5 (7y) \geq \log_5 (x^2 + 7y) \Leftrightarrow 7xy \geq x^2 + 7y.$$

Nhận xét: Nếu $0 < x \leq 1$ thì $7y \geq 7xy \geq x^2 + 7y \Leftrightarrow 0 \geq x^2$ (vô lý)

$$\text{Xét } x > 1 \text{ thì } 7xy \geq x^2 + 7y \Leftrightarrow 7y(x-1) \geq x^2 \Leftrightarrow 7y \geq \frac{x^2}{x-1}.$$

$$\text{Vậy } P = 4x + 7y \geq 4x + \frac{x^2}{x-1}.$$

$$\text{Xét: } f(x) = 4x + \frac{x^2}{x-1} \text{ trên } (1; +\infty).$$

$$\text{Có } f'(x) = 4 + \frac{2x(x-1) - x^2}{(x-1)^2} = \frac{5x^2 - 10x + 4}{(x-1)^2}$$

$$\text{Xét } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x^2 - 10x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5-\sqrt{5}}{5} \text{ (loại)} \\ x = \frac{5+\sqrt{5}}{5} \text{ (nhận)} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } \min_{(1; +\infty)} f(x) = f\left(\frac{5+\sqrt{5}}{5}\right) = 2\sqrt{5} + 6.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 9x + m$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $\max_{[0;2]} [f(x)]^2 + \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = 2020$. Số tập con của S là:

A. 2.

B. 4.

C. 8.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 9 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ nên $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0; 2]$.

$$\text{Ta có } f(0) = m; f(2) = 14 + m$$

Trường hợp 1: $m \cdot (14 + m) < 0 \Leftrightarrow -14 < m < 0$. Khi đó:

$$\begin{cases} \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = 0 \\ \max_{[0;2]} [f(x)]^2 = \max \{m^2; (14+m)^2\} < 14^2 = 196 \end{cases}$$

Suy ra không thỏa mãn điều kiện $\max_{[0;2]} [f(x)]^2 + \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = 2020$

$$\text{Trường hợp 2: } m \cdot (14 + m) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -14 \end{cases} (*)$$

$$\text{Suy ra } \max_{[0;2]} [f(x)]^2 + \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = m^2 + (14+m)^2 = 2m^2 + 28m + 196.$$

$$\text{Khi đó: } \max_{[0;2]} [f(x)]^2 + \min_{[0;2]} [f(x)]^2 = 2020 \Leftrightarrow 2m^2 + 28m + 196 = 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 24 \\ m = -38 \end{cases}$$

Cả hai giá trị trên đều thỏa mãn (*). Nên $S = \{24; -38\}$ có hai phần tử.

Vậy số tập con của S là: $2^2 = 4$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích bằng 2. Hai điểm M, N lần lượt thuộc cạnh SB, SD sao cho $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k (0 < k < 1)$. Mặt phẳng (AMN) cắt cạnh SC tại K . Tìm k để khối đa diện lồi $AMKNDC$ có thể tích bằng 1?

A. $k = \frac{1}{3}$.

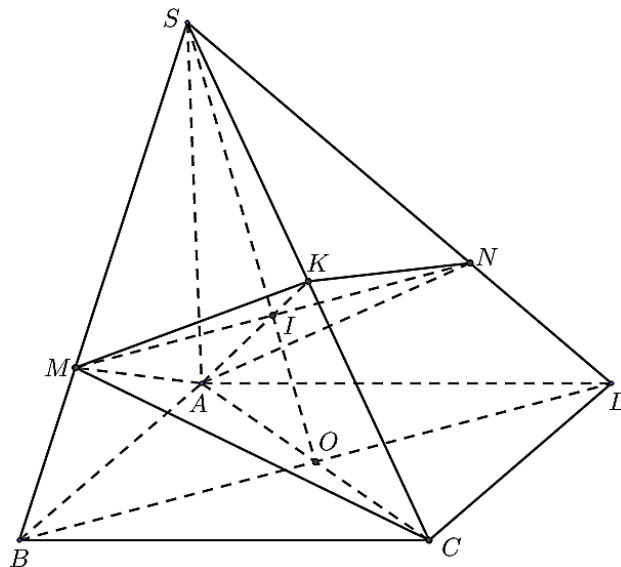
B. $k = \frac{1}{2}$.

C. $k = \frac{1}{4}$.

D. $k = \frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Do $ABCD$ là hình bình hành và $\frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k$ nên $MN \parallel BD$.

Gọi $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap MN \Rightarrow SC \cap (AMN) = SC \cap AI = K$.

$$MN \parallel BD \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SM}{SB} = \frac{SN}{SD} = k \Rightarrow \frac{IO}{IS} = \frac{1-k}{k}.$$

Áp dụng định lí Mê-nê-la-uýt cho ΔSOC ta có $\frac{KS}{KC} \cdot \frac{AC}{AO} \cdot \frac{IO}{IS} = 1 \Rightarrow \frac{KS}{KC} \cdot 2 \cdot \frac{1-k}{k} = 1$

$$\Rightarrow \frac{KS}{KC} = \frac{k}{2-2k} \Rightarrow \frac{SK}{SC} = \frac{k}{2-k}.$$

$$\text{Ta có: } \frac{V_{BAMC}}{V_{BASC}} = \frac{BM}{BS} = 1-k \Rightarrow V_{BAMC} = \frac{1-k}{2} V_{S.ABCD} = 1-k.$$

$$\frac{V_{S.AMKN}}{V_{S.ABCD}} = \frac{V_{S.AMK}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SK}{SC} = \frac{k^2}{2-k} \Rightarrow V_{S.AMKN} = \frac{2k^2}{2-k}$$

$$\text{Mặt khác ta có } V_{BAMC} + V_{S.AMKN} = V_{S.ABCD} - V_{AMKNDC} = 1 \Leftrightarrow (1-k) + \frac{2k^2}{2-k} = 1 \Leftrightarrow 3k^2 - 2k = 0$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$$

Câu 50. Cho phương trình: $(2x^2 - 2x + 1) \cdot 2^{2x^3 + 2x^2 - 4x + 4 - 2m} = -x^3 + x^2 + m - 1$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình (1) có nghiệm $x \in [1; 2]$?

A. 6.

B. 7.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

Chọn D

- Phương trình (1) $\Leftrightarrow (4x^2 - 4x + 2) \cdot 2^{2x^3 + 2x^2 - 4x + 4 - 2m} = -2x^3 + 2x^2 + 2m - 2$

Đặt $\begin{cases} 4x^2 - 4x + 2 = u \\ -2x^3 + 2x^2 + 2m - 2 = v \end{cases}$. Ta có : $2x^3 + 2x^2 - 4x + 4 - 2m = u - v$.

Do đó phương trình

$$\Leftrightarrow u \cdot 2^{u-v} = v$$

$$\Leftrightarrow u \cdot 2^u = v \cdot 2^v \quad (2).$$

Vì $u = 4x^2 - 4x + 2 = (2x - 1)^2 + 1 > 0$ nên $v > 0$

Xét hàm số: $f(t) = t \cdot 2^t$ với $t > 0$, có $f'(t) = 2^t + t \cdot 2^t \ln 2 > 0, \forall t > 0$.

Nên phương trình (2) $\Leftrightarrow u = v \Leftrightarrow u - v = 0$ hay $x^3 + x^2 - 2x + 2 = m$.

- Xét hàm số: $g(x) = x^3 + x^2 - 2x + 2$ với $x \in [1; 2]$, có $g'(x) = 3x^2 + 2x - 2 > 0$ với $\forall x \in [1; 2]$.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên đoạn $[1; 2]$.

Phương trình có nghiệm $x \in [1; 2] \Leftrightarrow g(1) \leq m \leq g(2)$ hay $2 \leq m \leq 10$.

- Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

--	--	--	--	--	--	--	--

Câu 1. Tổ 1 và tổ 2 của lớp 12A1 có 10 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 2 học sinh tham gia đại hội đoàn trường. Khi đó số cách chọn sao cho có 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ là

- A. 17. B. 70. C. 10. D. 7.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_{99} bằng

- A. 201. B. 205. C. 203. D. 202.

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy $R = 6$, chiều cao $h = 8$. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

- A. $S_{xq} = 48\pi$. B. $S_{xq} = 80\pi$. C. $S_{xq} = 60\pi$. D. $S_{xq} = 120\pi$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-15	1	-15	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 5. Cho khối hộp chữ nhật có độ dài ba cạnh lần lượt là 4, 5, 6. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 60. B. 16. C. 40. D. 120.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $2^{3x+1} = 16$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = 2$.

Câu 7. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -2$. Giá trị của $\int_{-1}^2 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 4. B. 16. C. 3. D. 7.

Câu 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ bằng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

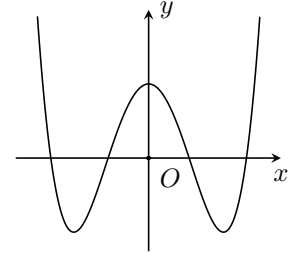
- A. -2. B. -1. C. 3. D. 5.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			5	
		-1			$-\infty$

Câu 9.

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = x^4 - 4x^2 + 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$.



Câu 10. Cho a là số thực dương tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log(10a^5) = 5(1 + \log a)$. B. $\log(10a^5) = 1 + 5 \log a$.
C. $\log(10a^5) = 5 \log a$. D. $\log(10a^5) = 50 \log a$.

Câu 11. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + 10x$ là

- A. $\cos 2x + 5x^2 + C$. B. $-\cos 2x + 5x^2 + C$.
C. $-\frac{1}{2} \cos 2x + 5x^2 + C$. D. $\frac{1}{2} \cos 2x + 5x^2 + C$.

Câu 12. Mô-đun của số phức $5 - 12i$ bằng

- A. 17. B. 7. C. 13. D. $\sqrt{17}$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1; 6; -1)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

- A. $(1; 0; -1)$. B. $(0; 6; -1)$. C. $(1; 6; 0)$. D. $(0; 6; 0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 81$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-1; 4; 3)$. B. $(1; 4; 3)$. C. $(-1; -4; -3)$. D. $(1; 4; -3)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + 5z - 1 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (α) ?

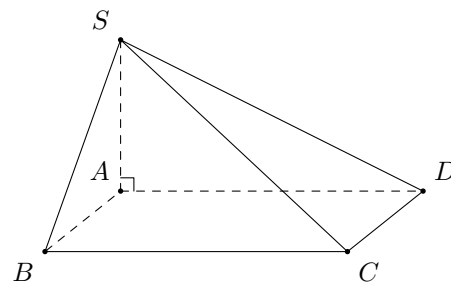
- A. $\vec{n}_4 = (2; 3; 5)$. B. $\vec{n}_1 = (-3; 5; -1)$. C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 5)$. D. $\vec{n}_3 = (2; 5; -1)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$?

- A. $M(-2; 1; 1)$. B. $N(2; -1; -1)$. C. $P(-1; 2; 3)$. D. $K(2; 1; 1)$.

Câu 17.

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình sau.

x	$-\infty$	-2	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 19. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 + 2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A. 2. B. -30 . C. -33 . D. -9 .

Câu 20. Cho hai số thực dương a, b với $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{8}$ và $\log_2 a = \frac{32}{b}$. Tổng $a + b$ bằng

- A. 16. B. 256. C. 20. D. 272.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $6^{1-x} \geq 6^{-x^2-2x+3}$ là

- A. $[-2; 1]$. B. $[-1; 2]$.
C. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Câu 22. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích mỗi mặt đáy bằng $S = a^2\pi$ cm^2 . Diện tích xung quanh hình trụ là

- A. $S_{xq} = 8a^2\pi \text{ cm}^2$. B. $S_{xq} = a^2\pi \text{ cm}^2$. C. $S_{xq} = 4a^2\pi \text{ cm}^2$. D. $S_{xq} = 2a^2\pi \text{ cm}^2$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	0	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Câu 24. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. $3x + 5 \ln(x-1) + C$. B. $3x - 5 \ln(x-1) + C$.
C. $3x - \frac{5}{(x-1)^2} + C$. D. $3x + \frac{5}{(x-1)^2} + C$.

Câu 25. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2017, dân số Việt Nam là 93.671.600 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám Thống kê năm 2017, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.79). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 0,81% dự báo dân số Việt Nam năm 2051 là bao nhiêu người (kết quả làm tròn đến chữ số hàng trăm)?

- A. 125.256.700. B. 123.370.900. C. 127.405.500. D. 121.311.100.

Câu 26. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$, AB' hợp với đáy $(ABCD)$ một góc 30° . Thể tích của khối hộp là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{3a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

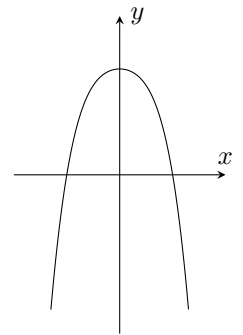
Câu 27. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x^2 + 4x + 1}{x^2 - 1}$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 28.

Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với a, b, c là hệ số thực khác 0. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?

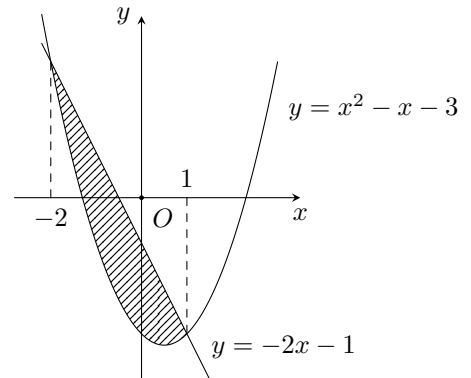
- A. $a < 0, b < 0, c > 0$. B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a > 0, b < 0, c < 0$.



Câu 29.

Diện tích phần hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

- A. $\int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx$. B. $\int_{-2}^1 (-x^2 - x + 2) dx$.
C. $\int_{-2}^1 (-x^2 + x - 2) dx$. D. $\int_{-2}^1 (x^2 - x - 2) dx$.



Câu 30. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = -1 - 2i$. Phần ảo của số phức $2z_1 - \bar{z}_2$ bằng

- A. -5. B. $4i$. C. 5. D. 4.

Câu 31. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 - i)^3$ là điểm nào dưới đây?

- A. $P(1; -3)$. B. $Q(1; -1)$. C. $N(-2; -2)$. D. $M(2; -2)$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho các véc-tơ $\vec{a} = (2; 0; -3)$ và $\vec{b} = (-3; 2; 1)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

- A. 4. B. 3. C. -4. D. 2.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có đường kính AB với $A(1; 0; 3)$ và $B(4; 4; 3)$. Phương trình của (S) là

A. $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 5$.

B. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{5}{2}$.

C. $\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = \frac{25}{4}$.

D. $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{25}{4}$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(2; 0; 1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2020}{1} = \frac{z-18}{-3}$ có phương trình là

A. $-2x + y - 3z + 7 = 0$.

B. $-2x + y - 3z - 7 = 0$.

C. $2x - y + 3z + 7 = 0$.

D. $2x - y - 3z + 2020 = 0$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 0; -1)$ và $N(3; 5; 2)$?

A. $\vec{u}_4(1; 5; 1)$.

B. $\vec{u}_3(-1; -5; 3)$.

C. $\vec{u}_1(2; 10; 6)$.

D. $\vec{u}_2(1; 0; 2)$.

Câu 36. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Xác suất để trong hai số được chọn có một số có tổng các chữ số là số chẵn, một số có tổng các chữ số là số lẻ thuộc khoảng nào?

A. $(0,1; 0,3)$.

B. $(0,3; 0,5)$.

C. $(0,5; 0,7)$.

D. $(0,7; 0,9)$.

Câu 37. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$ và $AA' = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CC' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và BN là

A. $\frac{12a}{13}$.

B. $\frac{6a}{13}$.

C. $\frac{13a}{12}$.

D. $\frac{13a}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x+1}} - \frac{1}{x^2}$ với mọi $x > 0$ và $f(3) = 6$. Giá trị $\int_3^8 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{169}{8} + \ln \frac{8}{3}$.

B. $\frac{928}{15} + \ln \frac{8}{3}$.

C. $\frac{169}{8} - \ln \frac{8}{3}$.

D. $\frac{928}{15} - \ln \frac{8}{3}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(5; +\infty)$.

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 2.

Câu 40.

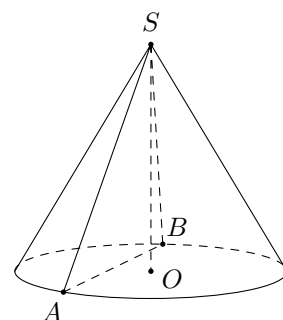
Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ cm. Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác SAB có $\widehat{ASB} = 30^\circ$ và diện tích bằng 3 cm^2 (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $9\pi \text{ cm}^2$.

B. $3\pi \text{ cm}^2$.

C. $3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.

D. $\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$.



Câu 41. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_8 x = \log_{27} y = \log_{18} (x - 2y - 2\sqrt[3]{xy^2})$. Giá trị của $\frac{x}{y}$ bằng

A. 8.

B. 2.

C. $3\log_3 2$.D. $\frac{1}{2}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \left| \frac{x+3}{x-1} + m^2 - 8m + 6 \right|$ trên $[2; 5]$ bằng 4. Tích tất cả các phần tử của S bằng

A. 64.

B. -12.

C. 12.

D. 84.

Câu 43. Cho phương trình $\log_2^2 x - 3(m-1)\log_2 x + 2m^2 - 6m = 0$ (m là tham số thực). Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[\frac{1}{64}; 4\right]$ là

A. -2.

B. 12.

C. -5.

D. 9.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\cos x + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$, họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$ là

A. $-2x + 2\cos x + \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).B. $2\cos x + \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).C. $2\cos x - \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).D. $-2x - 2\cos x - \sin x + C$ ($C \in \mathbb{R}$).

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$								

$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & 1 \\ & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \searrow \\ -\infty & & & & -1 & & & & -\infty \end{array}$

Số nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ của phương trình $2f\left(\frac{1}{\cos x}\right) - 1 = 0$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 46.

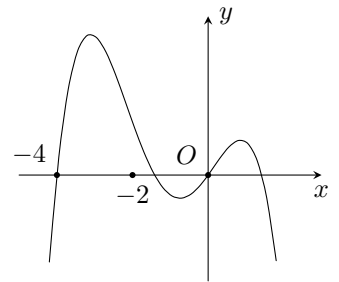
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x)$ là

A. 3.

B. 7.

C. 8.

D. 9.



Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $8 \cdot 4^x - 2^{xy-y} + y + 3 = x(y-2)$?

A. 0.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + 3xf(x^2) = 3x^5 - 3x^3 + x^2 + 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$.

Giá trị $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{6}{5}$.B. $\frac{5}{6}$.C. $\frac{25}{12}$.D. $\frac{25}{48}$.

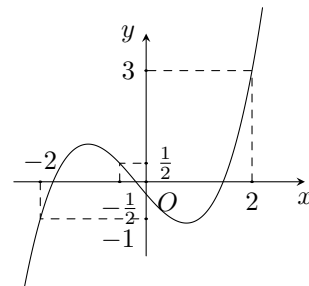
Câu 49. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân cạnh $2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Biết $SA = SB$, cosin của góc tạo bởi đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{3}{\sqrt{10}}$. Giá trị của thể tích khối chóp đã cho có thể bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $2a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 50.

Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $g(x) = 2f(3x - 2) - 9x^2 + 6x + 2020$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-2; -\frac{1}{2}\right)$. D. $(-\infty; -2)$.



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 0

1. B	2. A	3. C	4. C	5. D	6. B	7. A	8. B	9. A
10. B	11. C	12. C	13. A	14. A	15. C	16. A	17. B	18. A
19. B	20. C	21. D	22. C	23. A	24. A	25. B	26. D	27. C
28. A	29. B	30. D	31. C	32. A	33. D	34. A	35. C	36. C
37. B	38. B	39. A	40. B	41. A	42. D	43. A	44. D	45. B
46. D	47. D	48. B	49. B	50. B				

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số?

A. 100

B. A_{10}^2

C. 90

D. 2^{10}

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 5$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đã cho.

A. 23

B. 60

C. 3.5^4 D. $3+5^4$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 6$ B. $x = 9$ C. $x = 10$ D. $x = 7$

Câu 4: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2; 3; 4 bằng

A. 10

B. 24

C. 9

D. 20

Câu 5: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{0,5} x$ B. $y = \frac{1}{2^x}$ C. $y = \log_3 x$ D. $y = 3^x$

Câu 6: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ đều liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **không** đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ B. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$ C. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$ D. $\int (f(x).g(x))dx = \int f(x)dx.\int g(x)dx$

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và thể tích $V = 12$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 4

B. 1

C. 12

D. 5

Câu 8: Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π B. 48π C. 36π D. 4π

Câu 9: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$ B. 8π C. $\frac{16\pi}{3}$ D. 4π

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2 + 5$. Khẳng định nào dưới đây **không** đúng?

A. Hàm số đã cho không có cực trị.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$.C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 11: Với a và b là hai số thực dương tùy ý. Ta có $\ln(ab)$ bằng

A. $\ln a.\ln b$ B. $\ln a + \ln b$ C. $\frac{\ln a}{\ln b}$ D. $\ln a - \ln b$

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$ B. πrl C. $\frac{1}{3}\pi rl$ D. $2\pi rl$

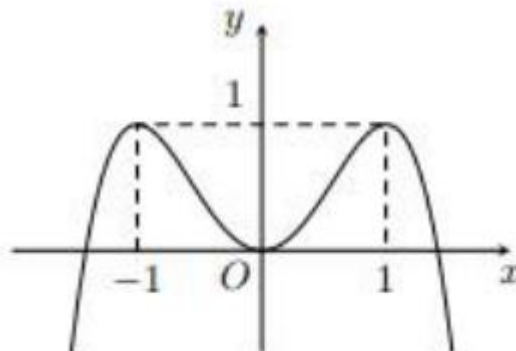
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			2018		-2020		$+\infty$
	$-\infty$						

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;3]$ bằng

- A. -2 B. 2 C. -2021 D. 2021

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x$ B. $y = -x^3 + 3x$ C. $y = x^4 - 2x^2$ D. $y = -x^4 + 2x^2$

Câu 15: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-1}$ là

- A. 2 B. 1 C. 3 D. 0

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$		$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	2	$+\infty$
			-4		

Số nghiệm của phương trình $f(\sqrt{2x-3}) + 4 = 0$ là :

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

- Câu 18:** Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. Tính $\int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$.
- A. 7. B. 9. C. 6. D. 8.
- Câu 19:** Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là
- A. $\bar{w} = 8 + 10i$. B. $\bar{w} = 12 - 16i$. C. $\bar{w} = 12 + 8i$ D. $\bar{w} = 28i$.
- Câu 20:** Số phức $z = (2 + 3i)(1 - i)$ có phần ảo bằng
- A. 0. B. 1. C. 5 D. -2.
- Câu 21:** Số phức nào sau đây có biểu diễn hình học là điểm $M(1; -3)$?
- A. $z = 1 - 3i$. B. $z = 1 + 3i$. C. $z = -2i$ D. $z = -3 + i$.
- Câu 21:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ P đến trục tọa độ Oy bằng:
- A. $\sqrt{a^2 + c^2}$. B. b . C. $|b|$. D. $a^2 + c^2$.
- Câu 23:** Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 1$
- A. $I(1; -2; 0), R = 1$. B. $I(-1; 2; 0), R = 1$. C. $I(1; -2; 0), R = \sqrt{6}$. D. $I(-1; 2; 0), R = \sqrt{6}$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .
- A. $\vec{n}_1(2; 3; 1)$. B. $\vec{n}_2(2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_3(2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_4(2; -3; 0)$.
- Câu 25:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; -3; 4)$, $B(-2; -5; -7)$, $C(6; -3; -1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là
- A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - 8t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - 3t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 8 - 4t \end{cases}$
- C. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 + 4t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -3 - 2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 4 - 11t \end{cases}$
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:
- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$ B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$ C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$
- Câu 27:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x - 1)(x + 1)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là
- A. 6. B. 4. C. 2. D. 3.
- Câu 28:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $\min_{[2;4]} y = 6$. B. $\min_{[2;4]} y = -6$. C. $\min_{[2;4]} y = \frac{25}{4}$. D. $\min_{[2;4]} y = \frac{13}{2}$.

Câu 29. Với hai số thực bất kì $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A. $\log(a^2b^2) = \log(a^4b^6) - \log(a^2b^4)$. B. $\log(a^2b^2) = 3\log\sqrt[3]{a^2b^2}$.
C. $\log(a^2b^2) = 2\log(ab)$ D. $\log(a^2b^2) = \log a^2 + \log b^2$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:

- A. $S = (-\infty; 4]$. B. $S = (1; 4)$. C. $S = (1; 4]$. D. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

Câu 32. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được một thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ và có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích khối trụ là:

- A. $V = 12\pi a^3$. B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 16\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Câu 33. Cho $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^3} dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $16a + b$ là

- A. 17. B. 10. C. -8. D. -5.

Câu 34. Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$ có diện tích bằng

- A. $\frac{37}{12}$. B. $\frac{5}{12}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 12i = 1$. Tính môđun của số phức z .

- A. $|z| = 29$. B. $|z| = \sqrt{29}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$. D. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{3}$.

Câu 36. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

- A. $\frac{3}{160}$. B. $\frac{3}{70}$. C. $\frac{3}{80}$. D. $\frac{3}{140}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá

trị của biểu thức $T = f(-1) + f(3)$ là

- A. $T = 4 + \ln 15$. B. $T = 2 + \ln 15$. C. $T = 3 + \ln 15$ D. $T = \ln 15$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $SA = SD = 3a$, $SB = SC = 3a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA và SD , P là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AP = 2a$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

A. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{4}$.

B. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{8}$.

C. $\frac{9a^2\sqrt{7}}{8}$.

D. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{16}$.

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$.

A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$.

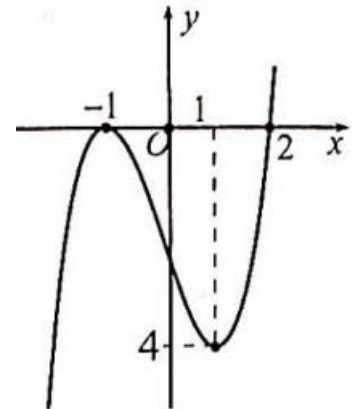
Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là điểm $J(4; 0)$ và phương trình hai đường thẳng lần lượt chứa đường cao và đường trung tuyến từ đỉnh A của tam giác ABC là $d_1: x + y - 2 = 0$ và $d_2: x + 2y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm C, biết B có tung độ dương.

A. $C(3; -3)$.

B. $C(7; 1)$.

C. $C(1; 1)$.

D. $C(-3; -9)$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-2	-1	-2	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2\sin x + m) + 2 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 47: Cho số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$. Giá trị biểu thức

$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng:

A. $P = \sqrt{2020}$.

B. $P = \sqrt{2018}$.

C. $P = \sqrt{2016}$.

D. $P = \sqrt{2014}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	5	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Biết rằng $f(x) \in (1;5), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(f(x)-1) + x^3 + 3x^2 + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc $SAB = SCB = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên a, b thỏa mãn điều kiện $\log_2 \frac{16(a^2+8)}{(b-2)^2} = (b-a)(b+a) - 4b$?

- A. 2. B. 6. C. 4. D. 8.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số?

A. 100

B. A_{10}^2

C. 90

D. 2^{10}

Giải

Chữ số hàng chục có 9 cách chọn, chữ số hàng đơn vị có 10 cách chọn nên theo quy tắc nhân có $9.10 = 90$ số.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 5$. Tìm số hạng thứ 5 của cấp số cộng đã cho.

A. 23

B. 60

C. 3.5^4

D. $3+5^4$

Giải

Ta có $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4.5 = 23$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 6$

B. $x = 9$

C. $x = 10$

D. $x = 7$

Giải

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$

Câu 4: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2; 3; 4 bằng

A. 10

B. 24

C. 9

D. 20

Giải

Ta có $V = 2.3.4 = 24$

Câu 5: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{0,5} x$

B. $y = \frac{1}{2^x}$

C. $y = \log_3 x$

D. $y = 3^x$

Giải

Ta có $y = 3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 6: Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ đều liên tục trên $\mathbb{R}$. Khẳng định nào dưới đây **không** đúng?

A. $\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

B. $\int (f(x) - g(x))dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$

C. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$

D. $\int (f(x).g(x))dx = \int f(x)dx. \int g(x)dx$

Giải

Đáp án **D**

Câu 7: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và thể tích $V = 12$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 4

B. 1

C. 12

D. 5

Giải

Ta có $h = \frac{3V}{B} = 12$

Câu 8: Cho khối trụ có chiều cao $h = 3$ và bán kính đáy $r = 4$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π

B. 48π

C. 36π

D. 4π

Giải

Ta có $V = \pi r^2 \cdot h = 48\pi$.

Câu 9: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$

B. 8π

C. $\frac{16\pi}{3}$

D. 4π

Giải

Ta có $V = \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{32\pi}{3}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x^2 + 5$. Khẳng định nào dưới đây **không** đúng?

A. Hàm số đã cho không có cực trị.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên $(0;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Giải

Chọn D vì $f'(x) = x^2 + 5 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 11: Với a và b là hai số thực dương tùy ý. Lúc đó $\ln(ab)$ bằng

A. $\ln a \cdot \ln b$

B. $\ln a + \ln b$

C. $\frac{\ln a}{\ln b}$

D. $\ln a - \ln b$

Giải

Chọn B theo tính chất của logarit.

Câu 12: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $4\pi rl$

B. πrl

C. $\frac{1}{3}\pi rl$

D. $2\pi rl$

Giải

Chọn B

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2018	-2020	$+\infty$	

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;3]$ bằng

A. -2

B. 2

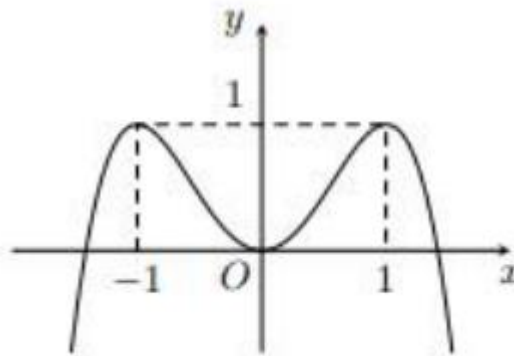
C. -2021

D. 2021

Giải

Chọn A vì $GTLN : M = 2018, GTNN : m = -2020 \Rightarrow M + m = -2$.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$

B. $y = -x^3 + 3x$

C. $y = x^4 - 2x^2$

D. $y = -x^4 + 2x^2$

Giải

Chọn **D** vì đây là đồ thị hàm trùng phương có hệ số $a < 0$.

Câu 15: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-1}$ là

A. 2

B. 1

C. 3

D. 0

Giải

Chọn **A** vì $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. và nghiệm này không làm cho tử số triệt tiêu.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2 - 5x + 7 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $x \in (2; 3)$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	+		- 0 +	
y	$-\infty$	2	$+\infty$ 2 $-\infty$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(\sqrt{2x-3}) + 4 = 0$ là :

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có: $f(x) = -4 \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=x_0 \end{cases}$ trong đó $x_0 < -1$.

Nên phương trình $f(\sqrt{2x-3}) + 4 = 0 \Leftrightarrow f(\sqrt{2x-3}) = -4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-3} = 3 \\ \sqrt{2x-3} = x_0 \end{cases} \Leftrightarrow 2x-3=9 \Leftrightarrow x=6.$$

(Vì $x_0 < -1$ nên phương trình $\sqrt{2x-3} = x_0$ vô nghiệm).

Vậy phương trình $f(\sqrt{2x-3}) + 4 = 0$ chỉ có một nghiệm $x=6$.

Câu 18. Cho $f(x), g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $[1;3]$ thỏa mãn $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6. \text{ Tính } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx.$$

- A. 7. B. 9. **C. 6.** D. 8.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \begin{cases} \int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \\ \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10 \\ 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \int_1^3 f(x) dx = 4 \\ \int_1^3 g(x) dx = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 g(x) dx = 4 + 2 = 6.$$

Câu 19: Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

- A. $\bar{w} = 8 + 10i$. **B. $\bar{w} = 12 - 16i$.** C. $\bar{w} = 12 + 8i$. D. $\bar{w} = 28i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } w = 2(6 + 8i) = 12 + 16i \Rightarrow \bar{w} = 12 - 16i.$$

Câu 20. Số phức $z = (2 + 3i)(1 - i)$ có phần ảo bằng

- A. 0. **B. 1.** C. 5. D. -2.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z = (2 + 3i)(1 - i) = 5 + i$$

Suy ra phần ảo của số phức z bằng 1

Câu 21. Số phức nào sau đây có biểu diễn hình học là điểm $M(1; -3)$?

- A. $z = 1 - 3i$.** B. $z = 1 + 3i$. C. $z = -2i$. D. $z = -3 + i$.

Lời giải

Chọn A

Điểm $M(1; -3)$ là điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 3i$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $P(a; b; c)$. Khoảng cách từ P đến trục tọa độ Oy bằng:

A. $\sqrt{a^2 + c^2}$.

B. b .

C. $|b|$.

D. $a^2 + c^2$.

Lời giải**Chọn A**

Hình chiếu của $P(a;b;c)$ lên trục tọa độ Oy là $P'(0;b;0) \Rightarrow d(P, Oy) = PP' = \sqrt{a^2 + c^2}$.

Câu 23: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 1$

A. $I(1;-2;0), R=1$. **B.** $I(-1;2;0), R=1$. **C.** $I(1;-2;0), R=\sqrt{6}$. **D.** $I(-1;2;0), R=\sqrt{6}$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y = 1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 6$.

Do đó mặt cầu có tâm $I(-1;2;0)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3z + 1 = 0$. Tìm một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

A. $\vec{n}_1(2;3;1)$.

B. $\vec{n}_2(2;-3;1)$.

C. $\vec{n}_3(2;0;-3)$.

D. $\vec{n}_4(2;-3;0)$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có: Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_3(2;0;-3)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;4)$, $B(-2;-5;-7)$, $C(6;-3;-1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác là

A.
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=4-8t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-3t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=8-4t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-3+4t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=4-t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=-3-2t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=4-11t \end{cases}$$

Lời giải**Chọn A**

Tọa độ trung điểm M của BC là $M(2;-4;-4)$.

Đường thẳng cần tìm qua $A(1;-3;4)$, nhận $\vec{AM} = (1;-1;-8)$ là véc tơ chỉ phương nên có

phương trình
$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-3-t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=4-8t \end{cases}$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:

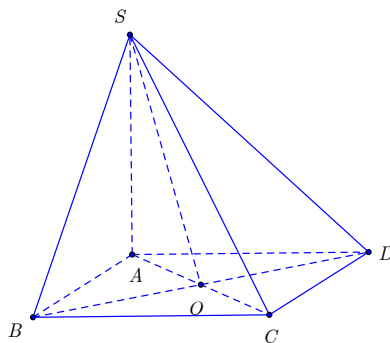
A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$

B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$

C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Lời giải**Chọn C**



Gọi O là tâm của đáy $ABCD$.

Ta có $BO \perp AC$ và $BO \perp SA$ nên SO là hình chiếu của SB trên (SAC) .

Suy ra $\alpha = BSO$.

Lại có $BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a$. Suy ra $\sin \alpha = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+1)^3$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 6.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{trong đó có } x = 0 \text{ là nghiệm bội } 2, x = 1 \text{ là nghiệm đơn, } x = -1 \text{ là}$$

nghiệm bội 3 và hàm số có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Vậy nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

A. $\min_{[2; 4]} y = 6$.

B. $\min_{[2; 4]} y = -6$.

C. $\min_{[2; 4]} y = \frac{25}{4}$.

D. $\min_{[2; 4]} y = \frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$y' = 1 - \frac{9}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases} \quad (I)$$

$$\text{Ta có: } f(2) = 2 + \frac{9}{2} = \frac{13}{2}; f(4) = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}, f(3) = 3 + \frac{9}{3} = 6.$$

Vậy $\min_{[2; 4]} y = 6$ khi $x = 3$.

Câu 29. Với hai số thực bất kì $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $\log(a^2b^2) = \log(a^4b^6) - \log(a^2b^4)$.

B. $\log(a^2b^2) = 3\log\sqrt[3]{a^2b^2}$.

C. $\log(a^2b^2) = 2\log(ab)$.

D. $\log(a^2b^2) = \log a^2 + \log b^2$

Lời giải**Chọn C**

Câu C sai vì $\log(a^2b^2) = 2\log|ab|$

Câu 30. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là:

- A. 1. B. 2. C. 3. **D. 4.**

Lời giải**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục Ox là:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Vậy số điểm chung của đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ với trục hoành là 4.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0$ là:

- A. $S = (-\infty; 4]$. B. $S = (1; 4)$. **C. $S = (1; 4]$.** D. $S = \left(3; \frac{11}{2}\right)$.

Lời giải**Chọn C**

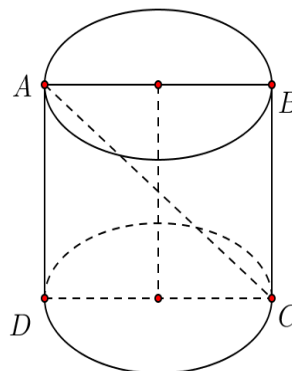
$$\log_{\frac{1}{3}}(x-1) + \log_3(11-2x) \geq 0 \Leftrightarrow \log_3(11-2x) - \log_3(x-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3(11-2x) \geq \log_3(x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 11-2x \geq x-1 \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq 4.$$

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (1; 4]$.

Câu 32. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được một thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ và có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ $AB = 4a$, $AC = 5a$. Thể tích khối trụ là:

- A. $V = 12\pi a^3$.** B. $V = 4\pi a^3$. C. $V = 16\pi a^3$. D. $V = 8\pi a^3$.

Lời giải**Chọn A**

- Vì thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4a$; $AC = 5a$ nên $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 3a$.

- $V_t = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{AB}{2}\right)^2 \cdot BC = \pi \cdot 4a^2 \cdot 3a = 12\pi a^3$.

Câu 33. Cho $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^3} dx = a + b \ln 2$ với a, b là các số hữu tỷ. Giá trị của $16a + b$ là

A. 17.

B. 10.

C. -8.

D. -5.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$\int_0^1 \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^3} dx = \int_0^1 \frac{(x+1)^2 - 1}{(x+1)^3} dx = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx - \int_0^1 (x+1)^{-3} dx = \ln|x+1| \Big|_0^1 - \frac{(x+1)^{-2}}{-2} \Big|_0^1 = -\frac{3}{8} + \ln 2.$$

Vậy $a = -\frac{3}{8}$; $b = 1$ và $16a + b = -5$.

Câu 34: Hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$ có diện tích bằng

A. $\frac{37}{12}$.

B. $\frac{5}{12}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình:

$$x(1-x) = x^3 - x \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = x(1-x)$ và $y = x^3 - x$.

$$\begin{aligned} \text{Khi đó } S &= \int_{-2}^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx \\ &= \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12} \text{ (đvdt)}. \end{aligned}$$

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 12i = 1$. Tính môđun của số phức z .

A. $|z| = 29$.

B. $|z| = \sqrt{29}$.

C. $|z| = \frac{\sqrt{29}}{3}$.

D. $|z| = \frac{5\sqrt{29}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z(2-i) + 12i = 1 \Leftrightarrow z(2-i) = 1 - 12i \Rightarrow |z(2-i)| = |1 - 12i| \Rightarrow |z||2-i| = |1 - 12i| \Rightarrow |z|\sqrt{5} = \sqrt{145} \Rightarrow |z| = \sqrt{29}$.

Câu 36. Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

A. $\frac{3}{160}$.

B. $\frac{3}{70}$.

C. $\frac{3}{80}$.

D. $\frac{3}{140}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E là trọng tâm tam giác $A'B'C'$ và F là trung điểm BC . Tính tỉ số thể tích giữa khối $B'.EAF$ và khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{8}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $R \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$. Giá trị của biểu thức $T = f(-1) + f(3)$ là

A. $T = 4 + \ln 15$.

B. $T = 2 + \ln 15$.

C. $T = 3 + \ln 15$

D. $T = \ln 15$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^4(x^2+4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(|x|)$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 40. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh $3a$, $SA = SD = 3a$, $SB = SC = 3a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh SA và SD, P là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AP = 2a$. Tính diện tích thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP).

A. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{4}$.

B. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{8}$.

C. $\frac{9a^2\sqrt{7}}{8}$.

D. $\frac{9a^2\sqrt{139}}{16}$.

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3i + 5| = 2$ và $|iz_2 - 1 + 2i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2iz_1 + 3z_2|$. (không hợp lý về mức độ và đề tham khảo của bộ)

A. $\sqrt{313} + 16$.

B. $\sqrt{313}$.

C. $\sqrt{313} + 8$.

D. $\sqrt{313} + 2\sqrt{5}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 + 2x + m - 4|$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng 4?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 43. Cho số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z}| + |z - \bar{z}| = |z^2|$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 5 - 2i|$ bằng (không hợp lý)

A. $\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$.

C. $\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{5} + 3\sqrt{2}$.

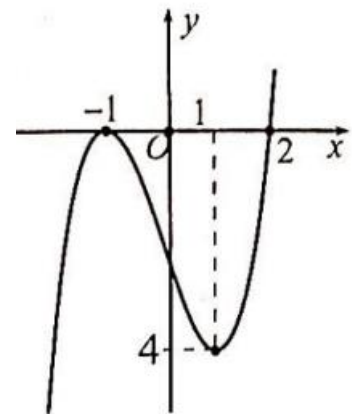
Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên R . Đường cong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (Hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên R . Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

B. Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

C. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

D. Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



Câu 45. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tâm đường tròn ngoại tiếp là điểm $J(4; 0)$ và phương trình hai đường thẳng lần lượt chứa đường cao và đường trung tuyến từ đỉnh A của tam giác ABC là $d_1: x + y - 2 = 0$ và $d_2: x + 2y - 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm C, biết B có tung độ dương. (không hợp lý)

A. $C(3; -3)$.

B. $C(7; 1)$.

C. $C(1; 1)$.

D. $C(-3; -9)$.

HƯỚNG DẪN GIẢI:

Câu 36. Chọn đáp án B

Chọn 3 ô trống trong 7 ô để xếp 3 quả cầu xanh giống nhau có C_7^3 cách.

Chọn 3 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 3 quả cầu đó khác nhau có A_4^3 cách.

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_7^3 \cdot A_4^3 = 840 \text{ cách.}$$

Gọi A là biến cố “3 quả cầu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu xanh xếp cạnh nhau”.

Xem 3 quả cầu đỏ là nhóm X, 3 quả cầu xanh là nhóm Y.

Xếp X, Y vào các ô trống có A_3^2 cách

Hoán vị 3 quả cầu đỏ trong X có 3! Cách.

$$\Rightarrow n(A) = A_3^2 \cdot 3! = 36$$

$$\text{Xác suất của biến cố A là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{70}.$$

Câu 37. Chọn đáp án D

Ta có: M là trung điểm của $B'C'$. Khi đó $S_{EAF} = \frac{1}{2} S_{AA'MF}$

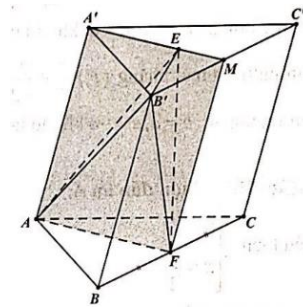
$$d(B', (AA'MF)) = d(B', (AEF))$$

$$\text{Vì } V_{B'.AA'MF} = V_{ABF.A'B'M} - V_{B'.ABF}$$

$$= V_{ABF.A'B'M} - \frac{1}{3} V_{ABF.A'B'M} = \frac{2}{3} V_{ABF.A'B'M}$$

$$\text{Suy ra } V_{B'.EAF} = \frac{1}{2} V_{B'.AA'MF}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot V_{ABF.A'B'M} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{6} V_{ABC.A'B'C'}$$



Câu 38. Chọn đáp án C

$$\text{Ta có: } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{2x-1} dx = \ln|2x-1| + C = \begin{cases} \ln(2x-1) + A & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + B & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} f(0) = 1 \Rightarrow \ln(1-2 \cdot 0) + B = 1 \Rightarrow B = 1 \\ f(1) = 2 \Rightarrow \ln(2 \cdot 1 - 1) + A = 2 \Rightarrow A = 2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } f(x) = \begin{cases} \ln(2x-1) + 2 & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + 1 & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } T = f(-1) + f(3) = \ln(1-2(-1)) + 1 + \ln(2 \cdot 3 - 1) + 2 = \ln 3 + \ln 5 + 3 = \ln 15 + 3.$$

Câu 39. Chọn đáp án D

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+2)^4(x^2+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	-	0	+

Do $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x đi qua điểm x = 0 nên hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị x = 0.

Do $f(|x|) = f(x)$ nếu $x \geq 0$ và $f(|x|)$ là hàm số chẵn nên hàm số $f(|x|)$.

Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|) = 2n+1$ với n là số điểm cực trị dương.

Khi đó hàm số $f(|x|)$ có 1 điểm cực trị $x = 0$.

Câu 40. Chọn đáp án D

Do $MN // AD \Rightarrow MN // BC$

Vậy (MNP) cắt mặt phẳng (ABCD) theo giao tuyến đi qua P, song song BC và cắt DC tại điểm Q. Thiết diện của khối chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) chính là hình thang MNQP.

Do $\triangle NDQ = \triangle MAP$ nên $MP = NQ$

Từ đó suy ra MNQP là hình thang cân.

Xét tam giác SAB: $\cos(\angle SAB) = \frac{SA^2 + AB^2 - SB^2}{2 \cdot SA \cdot AB}$

$$= \frac{9a^2 + 9a^2 - 27a^2}{2 \cdot 3a \cdot 3a} = -\frac{9a^2}{18a^2} = -\frac{1}{2}$$

Xét tam giác MAP:

$$MP^2 = MA^2 + AP^2 - 2MA \cdot AP \cdot \cos \angle MAP$$

$$= \frac{9a^2}{4} + 4a^2 + \frac{3a}{2} \cdot 2a = \frac{37a^2}{4} \Rightarrow MP = \frac{a\sqrt{37}}{2}$$

Từ M kẻ $MF \perp PQ$, từ N kẻ $NE \perp PQ \Rightarrow$ Tứ giác MNEF là hình chữ nhật.

$$\Rightarrow MN = EF = \frac{3a}{2} \Rightarrow PF = EQ = \frac{QP - EF}{2} = \frac{3a - \frac{3a}{2}}{2} = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Xét tam giác vuông MFP, ta có } MF = \sqrt{MP^2 - FP^2} = \sqrt{\frac{37a^2}{4} - \frac{9a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{139}}{4}$$

$$\text{Khi đó: } S_{MNP} = \frac{(MN + QP) \cdot MF}{2} = \frac{\left(\frac{3a}{2} + 3a\right) \cdot \frac{a\sqrt{139}}{4}}{2} = \frac{9a^2\sqrt{139}}{16}.$$

Câu 41. Chọn đáp án A

$$\text{Ta có: } |z_1 - 3i + 5| = 2 \Leftrightarrow |2iz_1 + 6 + 10i| = 4 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác: } |iz_2 - 1 + 2i| = 4 \Leftrightarrow |(-3z_2) - 6 - 3i| = 12 \quad (2)$$

Gọi A là điểm biểu diễn số phức $2iz_1$,

B là điểm biểu diễn số phức $-3z_2$.

Từ (1) và (2) suy ra điểm A nằm trên đường tròn tâm $I_1(-6; -10)$ và bán kính $R_1 = 4$

Điểm B nằm trên đường tròn tâm $I_2(6; 3)$ và bán kính $R_2 = 12$.

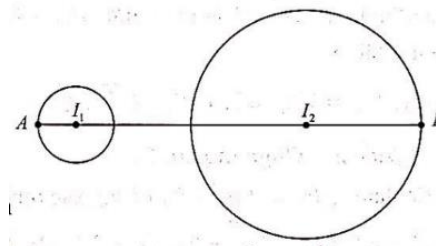
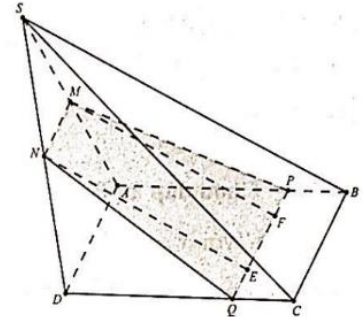
$$\text{Ta có: } T = |2iz_1 + 3z_2| = AB \leq I_1I_2 + R_1 + R_2 = \sqrt{12^2 + 13^2} + 4 + 12 = \sqrt{313} + 16$$

$$\text{Vậy } \max T = \sqrt{313} + 16.$$

Câu 42. Chọn đáp án B

Xét hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 1]$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 2x + 2, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$$



Ta có:
$$\begin{cases} g(-2) = m-4 \\ g(-1) = m-5 \\ g(1) = m-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \max_{[-2;1]} g(x) = m-1 \\ \min_{[-2;1]} g(x) = m-5 \end{cases}$$

Do đó:
$$\max_{[-2;1]} |x^2 + 2x + m - 4| = \max\{|m-1|; |m-5|\} = 4$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |m-5| = 4 \\ |m-1| \leq 4 \\ |m-1| = 4 \\ |m-5| \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=5 \end{cases} \Rightarrow m \in \{1; 5\}$$

Câu 43. Chọn đáp án B

Gọi $z = x + yi$ (với $x, y \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow \bar{z} = x - yi \text{ và } z^2 = x^2 - y^2 + 2xyi$$

Ta có: $|z + \bar{z}| = |z - \bar{z}| = |z^2| \Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = \sqrt{(x^2 - y^2)^2 + 4x^2y^2}$

$$\Leftrightarrow 2|x| + 2|y| = x^2 + y^2 \Leftrightarrow (|x| - 1)^2 + (|y| - 1)^2 = 2$$

Từ đó suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là các đường tròn có tâm $I_1(1;1)$; $I_2(-1;1)$; $I_3(-1;-1)$; $I_4(1;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$

Khi đó: $P = |z - 5 - 2i| = MA$, với $A(5;2)$ và $M(x;y)$ là tọa độ điểm biểu diễn số phức z .

Mặt khác, vì $A(5;2)$ thuộc góc phần tư thứ nhất nên MA lớn nhất.

$\Leftrightarrow M$ thuộc đường tròn (C_3) có tâm $I(-1;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$ và là giao giữa AI_3 với đường tròn như hình vẽ.

Vậy: $P_{\max} = MA_{\max} = I_3A + R = 3\sqrt{5} + \sqrt{2}$

Câu 44. Chọn đáp án C

Xét hàm $g(x) = f(x^2 - 2)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$$g'(x) = [f(x^2 - 2)]' = 2xf'(x^2 - 2) = 2xf'(t) \text{ với } t = x^2 - 2$$

Dựa vào đồ thị:

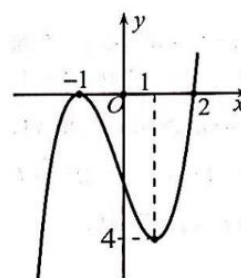
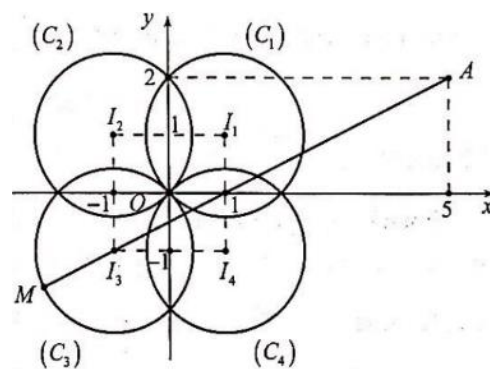
$$\Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(t) > 0 \Leftrightarrow t > 2 \Leftrightarrow x^2 - 2 > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(t) < 0 \Leftrightarrow t < 2 \Leftrightarrow x^2 - 2 < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$$

Bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$	-2	-1	0	1	2	$+\infty$
$2x$		-	-	0	+	+	+
$f'(t)$	+	0	-	0	-	0	+



$$g'(x) = 2x.f'(t) \quad \left| \quad \begin{array}{ccccccc} - & 0 & + & 0 & + & 0 & - & 0 & - & 0 & + \end{array} \right.$$

Từ bảng xét dấu $g'(x)$ ta thấy hàm số $y = g(x) = f(x^2 - 2)$

Đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 45. Chọn đáp án A

Ta có: $A = d_1 \cap d_2 \Rightarrow A(1; 1)$

Gọi M là trung điểm BC. Đường thẳng IM đi qua I và song song d_1 có phương trình là: $x + y - 4 = 0$

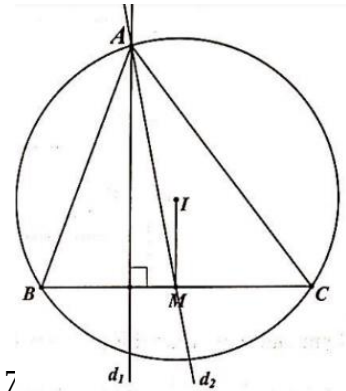
Khi đó: $M = IM \cap d_2 \Rightarrow M(5; -1)$

Đường thẳng BC đi qua M và vuông góc với d_1 có phương trình là:

Khi đó điểm B, C là giao giữa đường thẳng BC và đường tròn tâm I bán kính $R = IA = \sqrt{10}$ có phương trình là: $(x - 4)^2 + y^2 = 10$

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y - 6 = 0 \\ (x - 4)^2 + y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y \\ (2 + y)^2 + y^2 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y \\ 2y^2 + 4y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \\ x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$$



Vì điểm B có tung độ dương nên B(7;1) và C(3;-3).

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		-1		$+\infty$	
		-2		-2		

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(2\sin x + m) + 2 = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[0; 3\pi]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Bài giải

Đáp án A.

$$\text{Ta có } f(2\sin x + m) + 2 = 0 \Leftrightarrow f(2\sin x + m) = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x + m = 1 \\ 2\sin x + m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1-m}{2} \\ \sin x = \frac{-1-m}{2} \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; 3\pi]$, ta thấy có 2 trường hợp để thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$$\text{TH1: } \begin{cases} 0 \leq \frac{1-m}{2} < 1 \\ -1 < \frac{-1-m}{2} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} \frac{1-m}{2} = 1 \\ 0 \leq \frac{-1-m}{2} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 47: Cho số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$. Giá trị biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} \text{ bằng:}$$

A. $P = \sqrt{2020}$. B. $P = \sqrt{2018}$. C. $P = \sqrt{2016}$. D. $P = \sqrt{2014}$.

Bài giải

Chọn đáp án C.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020} \Leftrightarrow \log_a b + \log_b a = \sqrt{2020} \quad (1)$$

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} = \log_b(ab) - \log_a(ab) = (\log_b a + 1) - (\log_a b + 1) = \log_b a - \log_a b. \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) suy ra } \log_a^2 b + \log_b^2 a + 2\log_a b \cdot \log_b a = 2020 \Leftrightarrow \log_a^2 b + \log_b^2 a = 2018.$$

$$\text{Từ (2) suy ra } P^2 = \log_a^2 b + \log_b^2 a - 2\log_a b \cdot \log_b a = 2018 - 2 = 2016.$$

Do $a > b > 1$ nên $\log_a b < 1$ và $\log_b a > 1$ nên $P > 0$.

Vậy $P = \sqrt{2016}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-3	0	5	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Biết rằng $f(x) \in (1; 5), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(f(x) - 1) + x^3 + 3x^2 + 2020$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Bài giải

Chọn đáp án B.

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) \cdot f'(f(x) - 1) + 3x^2 + 6x.$$

Vì $f(x) \in (1; 5), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) - 1 \in (0; 4) \Rightarrow f'(f(x) - 1) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ Do đó ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	-2	0	5	$+\infty$
$f'(x) \cdot f'(f(x) - 1)$	$+$	0	$-$	$+$	0	$-$
$3x^2 + 6x$	$+$	$+$	0	$-$	$+$	$+$

Từ bảng xét dấu này suy ra $g'(x) < 0 \forall x \in (-2; 0)$ chứa khoảng $(-2; -1)$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , góc $SAB = SCB = 90^\circ$, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{8}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Bài giải

Chọn đáp án A.

Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm tam giác ABC .

Theo giả thiết ta có M là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ nên M thuộc trục của tam giác đều $ABC \Rightarrow MG \perp (ABC)$.

Do đó, gọi D là điểm đối xứng của G qua AC thì $SD // GM \Rightarrow SD \perp (ABC)$

Từ giả thiết suy ra hai tam giác SAB và SCB bằng nhau, nên ta dựng góc của hai tam giác này như sau:

Kê $AI \perp SB (I \in SB) \Rightarrow ((SAB); (SCB)) = (AI; CI) = 60^\circ$.

Do $AIC > ABC = 60^\circ \Rightarrow AIC = 120^\circ$.

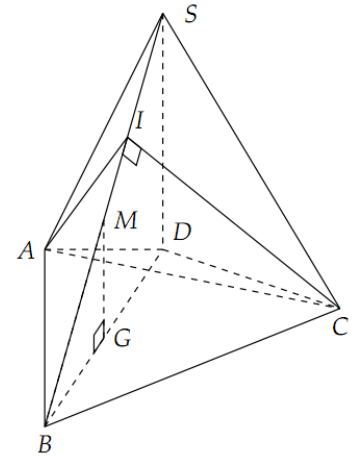
Áp dụng định lý cos trong tam giác cân AIC ta có

$$\frac{2AI^2 - AC^2}{2AI^2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } BI = \sqrt{AB^2 - AI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow SB = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{Có } BD = 2BG = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SD = \sqrt{SB^2 - BD^2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{SABC} = \frac{1}{3} SD \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}.$$



Câu 50: Có bao nhiêu cặp số nguyên a, b thỏa mãn điều kiện $\log_2 \frac{16(a^2+8)}{(b-2)^2} = (b-a)(b+a) - 4b$?

A. 2. B. 6. C. 4. D. 8.

Bài giải

Chọn đáp án C.

$$\text{Biến đổi giả thiết: } \log_2 \frac{16(a^2+8)}{(b-2)^2} = (b-a)(b+a) - 4b \Leftrightarrow \log_2 (a^2+8) + (a^2+8) = \log_2 (b-2)^2 + (b-2)^2$$

$$\Leftrightarrow a^2+8 = (b-2)^2 \text{ (hàm đặc trưng } f(t) = \log_2 t + t \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty))$$

$$\Leftrightarrow (b-2)^2 - a^2 = 8 \Leftrightarrow (b-a-2)(b+a-2) = 8$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-a-2=8 \\ b+a-2=1 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=-8 \\ b+a-2=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=1 \\ b+a-2=8 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=-1 \\ b+a-2=-8 \end{cases} \text{ (loại)}$$

$$\text{Hoặc } \begin{cases} b-a-2=2 \\ b+a-2=4 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=-2 \\ b+a-2=-4 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=4 \\ b+a-2=2 \end{cases} \vee \begin{cases} b-a-2=-4 \\ b+a-2=-2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases} \vee \begin{cases} a=-1 \\ b=-1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=-1 \\ b=5 \end{cases} \vee \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}. \text{ Vậy có 4 cặp nguyên thỏa mãn.}$$

-----Hết-----